Pamukkale Univ Muh Bilim Derg, 22(3), 142-153, 2016

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi

Pamukkale University Journal of Engineering Sciences

# Betonarme perdeli sistemlerin itme analizi için özelleşmiş yeni bir sonlu eleman

## A new dedicated finite element for push-over analysis of reinforced concrete shear wall systems

*Delal DOĞRU ORMANCI[1*], Ahmet Işın SAYGUN[1]*

[1]İnşaat Mühendisliği Bölümü, İnşaat Fakültesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.
delaldogru@gmail.com, saygunah@itu.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 18.02.2015, Kabul Tarihi/Accepted: 12.05.2015 doi: 10.5505/pajes.2015.60490
* Yazışılan yazar/Corresponding author Araştırma Makalesi/Research Article

**Öz**

*Bu çalışmada, betonarme perdelerin anizotropik malzeme davranışı esas alınarak çözümlendiği bir sonlu eleman geliştirilmiştir. Çözümde sonlu elemanın, kesitte çekme veya basınç bölgesinde kalmış olmasına göre, farklı eleman rijitlik matrisleri kullanılmıştır. Betonarme perde modelinin yatay yükler altında doğrusal olmayan davranışı incelenmiştir. Bu davranış çubuk sistemlerdeki plastik mafsal hipotezinin benzeri olarak, düğüm noktaları arasında sonlu elemanın doğrusal elastik davrandığı, plastik şekil değiştirmelerin düşey plastik yer değiştirmeler olarak düğüm noktalarında toplandığı kabulü ile tanımlanmıştır. Bu kabule göre betonarme perdede plastikleşme, düşey doğrultudaki birim şekil değiştirmenin, elastik şekil değiştirme sınırına erişmesi ile gerçekleşir. Sonlu elemanın tanımında perdenin sadece kat hizalarında bölünmesinin, çözüm için yeterli olduğu yer değiştirme fonksiyonları seçilmiştir. Çalışmada elde edilen sonuçlar farklı bir bilgisayar programı ile elde edilen çözümler ve deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır.*

**Anahtar kelimeler:** Sonlu eleman, Doğrusal olmayan davranış, Betonarme perde, İtme analizi

**Abstract**

*In this study, a finite element which has been analyzed based on anisotropic behavior of reinforced shear walls is developed. Element stiffness matrices were varied based on whether the element is in the tension or the compression zone of the cross-section. Nonlinear behavior of reinforced shear wall model is investigated under horizontal loads. This behavior is defined with a similar approach to plastic hinge assumption in frame structures that the finite element behaves lineer elastic between joints and plastic deformations are concentrated on joints as vertical plastic displacements. According to this acceptance, plastic behavior of reinforced shear wall occurs when the vertical strain reaches elastic strain limit. In the definition of finite element, displacement functions are chosen considering that the partition of shear walls just at floor levels, are enough for solution. Results of this study are compared with the solution obtained from a different computer programme and experimental results.*

**Keywords:** Finite element, Non-Linear behavior, Reinforced concrete shear wall, Push-over analysis

## 1 Giriş

Günümüze kadar perdelerin doğrusal olmayan davranışı yapılan deneysel çalışmalar ve geliştirilen çeşitli sonlu eleman analitik modelleri ile irdelenmiş, genel olarak 3 temel yaklaşımdan faydalanılmıştır. Bu yaklaşımlar plastik mafsallı orta dikme çubuk modeli, çok katmanlı kabuk eleman modeli, sürekli sonlu eleman modeli olarak tanımlanır [1].

Çok katlı sistemlerde bunlardan en yaygın olarak kullanılanı perde elemanın çubuk eleman olarak tanımlandığı orta dikme modelidir. Burada perde elemanın doğrusal olmayan davranışı çubuk elemandaki plastik mafsal özellikleri ile tanımlanır. Oysaki perdelerde ve bilhassa birkaç perdenin birleşerek bir çekirdek sistemi oluşturması durumunda, perdenin bir bölgesinin plastikleşmeye başladığı yük eşiği ile perdenin tümüyle taşıma kapasitesini kaybettiği yük eşiği arasında önemli farklılık vardır. Orta dikme modelinde, bu aralıktaki rijitlik değişimi ve bunun yapı sisteminin bütününe etkisi dikkate alınamamaktadır [1].

Çok katmanlı kabuk modelde ise sonlu eleman kompozit malzeme özellikleri dikkate alınarak tanımlanır. Kabuk elemanlar farklı kalınlıktaki katmanlardan oluşur ve bu katmanlardan her biri farklı malzemeleri tanımlar. Betonarme elemanda donatı çeliği ve beton farklı katmanlar ile modellenir [1]. Sonlu eleman hesaplamalarında bir katman için eksenel şekil değiştirme ve orta katman eğriliği belirlenir, diğer katmanların eğrilikleri ve şekil değiştirmeleri düzlem kesit düzlem kalır prensibine göre hesaplanır. Şekil değiştirmeler ve katmanlara atanan malzeme özellikleri dikkate alınarak gerilme değerleri bulunur. Donatı ideal-elastoplastik model ile beton ise mikrodüzlem modeli ile temsil edilir. Üç eksenli gerilme altında doğrusal olmayan davranışın incelenebildiği bu modelde farklı konumlardaki mikro düzlemler arasındaki ilişki, vektör cinsinden oluşturulan gerilme-şekil değiştirme bağıntıları ile sağlanır. Bu yöntem ile çözümde bilinmeyen sayısı çok artmakta buna bağlı olarak çözüm süresi uzamaktadır [2].

Cengiz [3], homojen, izotrop ve ideal elasto-plastik malzeme kabulü yaparak perdelerin sonlu elemanlarla modellendiği sistemlerin yük artımı yöntemi ile hesabını yapmıştır.

Kwan ve He [4], sabit düşey yükler ve artan yatay yükler altındaki betonarme perdenin yatay yük tepe yer değiştirmesi eğrilerinin elde edildiği bir analitik model geliştirmişlerdir. Sonlu eleman modelinde betonda çatlak oluşmadan önce ve betonda çatlak oluştuktan sonra farklı gerilme şekil değiştirme bağıntıları kullanılmış, her yük artım adımında sekant rijitliği kullanarak direkt (doğrusal) iterasyon yöntemi ile analiz yapılmıştır.

Xucheng ve Xiaoning [5], doğrusal pekleşen malzeme kabulü yaparak, sonlu elemanlar ile elasto-plastik hesaba alternatif bir çözüm geliştirmişlerdir. Bir kiriş elemanı 8 adet sonlu elemana bölünmüş, başlangıç şekil değiştirmesi ve başlangıç gerilmesi

yöntemleri ile her ardışık yaklaşımda doğrusal elastik katsayılar matrisinde değişiklik yapılmadan, sadece yük artımı yapılarak denklem sistemi çözülmüştür.

Kwak ve Kim [6], tekrarlı yükler altındaki perdelerin doğrusal olmayan davranışını, geliştirdikleri analitik model ile incelemişlerdir. Donatı doğrusal elastik ve doğrusal pekleşen malzeme modeli ile tanımlanmış, gerilme şekil değiştirme bağıntıları toplam şekil değiştirmelerin asal eksenleri kabul edilen ortotropi eksenleri doğrultusunda oluşturulmuştur.

Kwak ve Filippou [7], dönen çatlak modelinin esas alındığı ve çekme rijitliğinin de hesaplara dahil edildiği sonlu eleman modeli ile kiriş-kiriş, kiriş-kolon birleşim bölgelerini incelemişlerdir. Beton iki eksenli gerilme modeli ile çelik doğrusal elastik pekleşen donatı modeli ile tanımlanmış, beton ve çeliğin arasındaki aderans bu tanıma dahil edilmiştir.

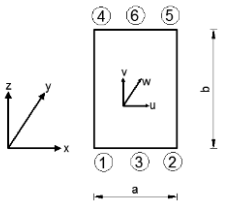
Akkaya [8], betonarme kiriş, yüksek kiriş, perde gibi elemanların monoton artan yükler altında ve düzlem gerilme durumunda doğrusal olmayan davranışını sonlu eleman yöntemi ile incelemiştir. Çalışmada, beton artımlı iki eksenli ortotrop malzeme modeli ile donatılar ayrık ve yayılı donatı modelleri ile tanımlanır. Eleman rijitlik matrisi Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile oluşturulmuş ve denge denklemleri Newton Rapson iterasyon ve yük artımı yöntemi ile çözülmüştür.

Lefas ve diğ. [9] sabit düşey yük ve monoton artan yatay yükler altında 13 adet perde elemanda yaptıkları deneysel çalışmada göçme mekanizması ve dayanım karakteristiklerini incelemişler, eksenel yük, yükseklik/genişlik oranı, beton dayanımı ve gövde yatay donatı oranının perde elemanın davranışına etkilerini araştırmışlardır.

Bu çalışmada ise [3]'te kullanılan elemanla aynı serbestlik derecesine sahip sonlu elemanlar kullanılmakla birlikte, betonarme malzeme davranışı dikkate alınmakta ve betonun çatlamış veya çatlamamış olmasına bağlı olarak farklı eleman rijitlik matrisleri tanımlanmaktadır.

## 2 Geliştirilen perde elemanın tanımı

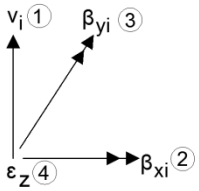
x-z düşey düzlemindeki perde elemanın eleman özel eksen takımı doğrultusundaki yer değiştirme bileşenleri Şekil 1'de gösterilmiştir.



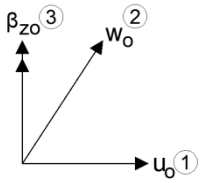

Şekil 1: Perde elemanın eksen takımı.

$u$ ve $v$ perde elemanın düzlemi içindeki yer değiştirme bileşenlerini, $w$ ise perde elemanın düzlemine dik yer değiştirme bileşenini gösterir. Perde eleman 6 düğüm noktası ile tanımlanmaktadır, bu düğüm noktalarının 4'ü perde elemanın köşe noktalarını, 2'si ise perde elemanın üst ve alt kenar orta noktalarını ifade etmektedir.

Köşe noktalarında bilinmeyen uç deplasmanları sayısı 4 olup; her düğüm noktası için, $[d_1, d_2, d_3, d_4]_i = [v_i, \beta_{xi}, \beta_{yi}, \varepsilon_{zi}]$ olarak tanımlanmıştır. Üst ve alt kenar orta noktalarında bilinmeyen uç deplasmanları sayısı 3 olup; $[d_1, d_2, d_3] = [u_o, w_o, \beta_{zo}]$ olarak alınmıştır. Perde elemanın köşe noktalarındaki yer değiştirme serbestlikleri Şekil 2'de, kenar orta noktalarındaki yer değiştirme serbestlikleri Şekil 3'te doğrultuları ile birlikte ifade edilmektedir.




Şekil 2: Perde elemanın düğüm noktalarındaki yer değiştirme serbestlikleri.




Şekil 3: Perde elemanın üst ve alt kenar orta noktalarındaki yer değiştirme serbestlikleri.

Burada,

$v_i$ : Düşey yer değiştirme serbestliğini

$\beta_{xi}$ : x ekseni etrafındaki dönme yer değiştirme serbestliğini

$\beta_{yi}$ : y ekseni etrafındaki dönme yer değiştirme serbestliğini

$\varepsilon_z$ : Düşey uzama şekil değiştirme serbestliğini

u : Eleman orta noktasının x doğrultusunda yatay yer değiştirme serbestliğini

w : Eleman orta noktasının y doğrultusunda (perde düzlemine dik) yatay yer değiştirme serbestliğini

$\beta_z$ : Eleman orta noktasının sistem global z ekseni etrafındaki dönme yer değiştirme serbestliğini göstermektedir.

Buna göre eleman uç deplasmanları kolon matrisi toplam $4 \times 4 + 2 \times 2 = 22$ terimlidir.

### 2.1 Yer değiştirme fonksiyonları

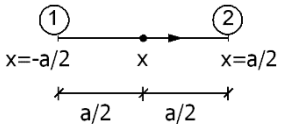
Bu çalışmada, seçilen yer değiştirme fonksiyonları $x$ değişkenine göre doğrusal ve $z$ değişkenine göre kübik polinomların çarpımlarından oluşmaktadır. Lagrange fonksiyonları olarak tanımlanan z değişkenine bağlı kübik fonksiyonlar 4 adet olup, $z = \pm b/2$ uçlarında hem yer değiştirmeye hem yer değiştirmenin $z$'ye göre birinci türevinin birim değer almasına karşı gelmektedir. Bu anlamda perde elemanların düğüm noktasındaki dönme serbestliklerinin bilinmeyen seçilmesi ile bu düğüm noktalarına çubuk elemanlar bağlanmasına imkân vermektedir.

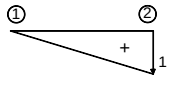
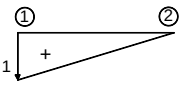
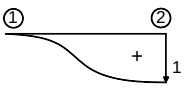
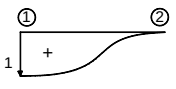
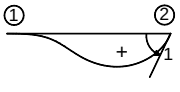
Elemanda $u$, $v$, $w$ yer değiştirmelerinin ($x$'e göre doğrusal) * ($z$'ye göre kübik) değişim şeklinde olduğu kabul edilerek, her biri için 8 olmak üzere toplam 24 değişken belirlenebilir. Ancak kat hizalarında rijit diyafram kabulü gereği perde elemanın üst ve alt kenarlarının boyunun değişmediği, bu hizalarda ($z = \pm b/2$) u'nun $x$'e göre doğrusal değil sabit olduğu dikkate

alınmıştır. Bu durumda $u$'nun değişimi 6 değişken ile belirlenerek değişken sayısı 22'ye indirgenmiştir.

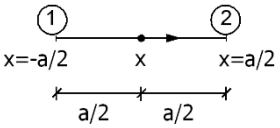
Dikdörtgen sonlu elemana ait yardımcı fonksiyonlar ve sınır koşulları Tablo 1'de verilmiştir [10].

Tablo 1: Dikdörtgen sonlu elemana ait yardımcı fonksiyonlar ve sınır koşulları.




| Fonksiyon | Sınır Koşulu | Şekil |
|---|---|---|
| $l_1(x)=\frac{1}{2}+\frac{x}{a}$ | $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \rightarrow l_1=1 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow l_1=0 \end{cases}$ |  |
| $l_2(x)=\frac{1}{2}-\frac{x}{a}$ | $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \rightarrow l_2=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow l_2=1 \end{cases}$ |  |
| $f_1(x)=\frac{1}{2}+\frac{3x}{2a}-\frac{2x^3}{a^3}$ | $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \rightarrow f_1=1 \\ x=\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial x}=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow f_1=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial x}=0 \end{cases}$ |  |
| $f_2(x)=\frac{1}{2}-\frac{3x}{2a}+\frac{2x^3}{a^3}$ | $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \rightarrow f_2=0 \\ x=\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial f_2}{\partial x}=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow f_2=1 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial f_2}{\partial x}=0 \end{cases}$ |  |
| $g_1(x)=\frac{a}{8}+\frac{x}{4}-..$ $...-\frac{x^2}{2a}-\frac{x^3}{a^2}$ | $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \rightarrow g_1=0 \\ x=\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial g_1}{\partial x}=-1 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow g_1=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial g_1}{\partial x}=0 \end{cases}$ |  |

Tablo 1: Dikdörtgen sonlu elemana ait yardımcı fonksiyonlar ve sınır koşulları (devam).




| Fonksiyon | Sınır Koşulu | Şekil |
|---|---|---|
| $g_2(x)=-\frac{a}{8}+\frac{x}{4}+..$ $...+\frac{x^2}{2a}-\frac{x^3}{a^2}$ | $\begin{cases} x=\frac{a}{2} \rightarrow g_2=0 \\ x=\frac{a}{2} \rightarrow \frac{\partial g_2}{\partial x}=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow g_2=0 \\ x=-\frac{a}{2} \rightarrow \\ \frac{\partial g_2}{\partial x}=-1 \end{cases}$ |  |

Yapılan kabule göre, yer değiştirme matrisinin uç deplasmanlarına bağlı olarak ifadesi Denklem (1) ile verilebilir [3],[10].

$$[U]=\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}=[A_d][d] \tag{1}$$

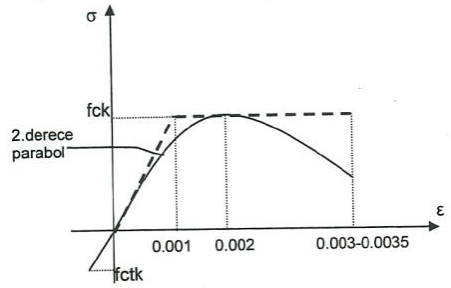
Birim uç deplasmanlarına karşı gelen yer değiştirme fonksiyonları olarak tanımlanan $[A_d]$ matrisinin, transpozesi $[A_d]^T$ Şekil 4'te verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} 0 & l_2(x)f_2(z) & 0 \\ 0 & 0 & l_2(x)g_2(z) \\ -l_2(x)g_2(z) & 0 & 0 \\ 0 & -l_2(x)g_2(z) & 0 \\ 0 & l_1(x)f_2(z) & 0 \\ 0 & 0 & l_1(x)g_2(z) \\ -l_1(x)g_2(z) & 0 & 0 \\ 0 & -l_1(x)g_2(z) & 0 \\ f_2(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_2(z) \\ 0 & 0 & a/2\left(l_1(x)-l_2(x)\right)f_2(z) \\ 0 & l_2(x)f_1(z) & 0 \\ 0 & 0 & l_2(x)g_1(z) \\ -l_2(x)g_1(z) & 0 & 0 \\ 0 & -l_2(x)g_2(z) & 0 \\ 0 & l_1(x)f_1(z) & 0 \\ 0 & 0 & l_1(x)g_1(z) \\ -l_1(x)g_1(z) & 0 & 0 \\ 0 & -l_1(x)g_1(z) & 0 \\ f_1(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_1(z) \\ 0 & 0 & a/2\left(l_1(x)-l_2(x)\right)f_1(z) \end{bmatrix}$$

Şekil 4: $[A_d]^T$ matrisi.

### 2.2 Kesit zoru ve şekil değiştirme bağıntıları

Bu çalışmada, hem beton hem çelik için ideal elastoplastik malzeme kabulü yapılmıştır. Bu kabule göre betonda Şekil 5'te gösterildiği gibi, 2. derece parabolün başlangıç teğeti ile yatay teğetinin kesim noktasındaki şekil değiştirme değeri 0.001, beton dayanımına karşı gelen birim kısalma değeri olarak tanımlanabilir [3].




Şekil 5: Standart silindir test numunesinin tek eksenli eksenel yük altındaki σ-ϵ bağıntısı.

Perde elemanda basınç bölgesinde ve çekme bölgesinde, beton ve çeliğin betonda çatlak oluşana kadar birlikte çalıştığı varsayılmıştır. Bu duruma ait gerilme şekil değiştirme bağıntıları Denklem (2)'de özetlenmektedir.

Perde sonlu elemanında çatlamamış kesitte oluşacak iç kuvvetler, beton ve çeliğin ortak etkisi göz önüne alınarak,

$$N_z = \frac{E_b h}{1-v^2}(1-\rho_z)\varepsilon_z + \frac{E_b h}{1-v^2} v\varepsilon_x + E_ç h\rho_z\varepsilon_z \qquad (2.a)$$

$$N_x = \frac{E_b h}{1-v^2}(1-\rho_x)\varepsilon_x + \frac{E_b h}{1-v^2} v\varepsilon_z + E_ç h\rho_x\varepsilon_x \qquad (2.b)$$

$$T_{xz} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left[\frac{1-v}{2}\right]\gamma_{xz} \qquad (2.c)$$

$$M_z = \frac{E_b h^3}{12(1-v^2)}\left(-\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \frac{A_s}{4}(h-2h')^2(\cdots) \qquad (2.d)$$

$$M_z = (\cdots)\left(E_ç - \frac{E_b}{(1-v^2)}\right)\left(-\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \qquad (2.d)$$

$$M_{xz} = \frac{E_b h^3}{12(1-v^2)}\left(\frac{1-v}{2}\right)\left(-2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right) \qquad (2.e)$$

denklemleri ile tanımlanır.

Perde sonlu elemanında betonun çekme dayanımının aşılmasına bağlı olarak çekme bölgesinde çatlamış kesitte oluşacak iç kuvvetler, betonun devre dışı kalması ile,

$$N_z = \left(E_ç h\rho_z\right)\varepsilon_z \qquad (3.a)$$

$$N_x = \frac{E_b h}{1-v^2}(1-\rho_x)\varepsilon_x + E_ç h\rho_x\varepsilon_x \qquad (3.b)$$

$$T_{xz} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left(\frac{1-v}{2}\right)\gamma_{xz} \qquad (3.c)$$

$$M_z = \frac{A_s}{4}(h-2h')^2 E_ç\left(-\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \qquad (3.d)$$

$$M_{xz} = 0 \qquad (3.e)$$

denklemleri ile tanımlanır.

Burada,

$\rho_x$ : Enine doğrultuda donatı oranı

$\rho_z$ : Düşey doğrultuda donatı oranı

$E_b$ : Betonun elastisite modülü

$E_ç$ : Çeliğin elastisite modülü

$h$ : Perde elemanın kalınlığı

$v$ : Poisson oranı

$\varepsilon_x$ : Enine doğrultuda birim şekil değiştirme oranı

$\varepsilon_z$ : Boyuna doğrultuda birim şekil değiştirme oranı

olarak tanımlanır.

Çalışmada kesme kuvvetlerinin ve burulma momentinin malzemenin lineer olmayan davranışına etkisi terk edilmektedir. $N_x$ ve $T_{xz}$ iç kuvvetlerinin hesabında çekme bölgesinde de beton katkısı ihmal edilmemiştir. Burada, $N_x$ çatlak doğrultusuna paralel normal kuvveti, $T_{xz}$ ise kesitte oluşan kesme kuvvetini gösterir.

### 2.3 Şekil değiştirme matrisinin hesabı

$[\varepsilon]$ şekil değiştirme matrisi yer değiştirme matrisinin türevinin alınması ile elde edilir. Bu durumda elemanın düzlem içi şekil değiştirmeleri;

$$\varepsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z} \qquad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \gamma_{xz} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (4)$$

düzlemine dik eğrilikleri;

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \qquad \chi_{xz} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \qquad (5a)$$

$$\chi_{xz} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \qquad (5b)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Şekil değiştirmeler ve yer değiştirmeler arasındaki bağıntı matris formunda,

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \\ \chi_z \\ \chi_{xz} \end{bmatrix} = [\partial][U] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ 0 & 0 & -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \qquad (6)$$

olarak ifade edilir.

Şekil değiştirme matrisinin uç deplasmanlarına bağlı olarak ifade edilmesi:

$$[\varepsilon] = [\partial][U] \qquad (7)$$

$$[U] = [A_d][d] \qquad (8)$$

$$[\varepsilon] = [\partial][A_d][d] \qquad (9)$$

### 2.4 Malzeme rijitlik matrisi ve gerilme matrisinin hesabı

$[D]$ malzeme rijitlik matrisi, $[N]=[D][\varepsilon]$ kesit zoru-şekil değiştirme bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$\begin{bmatrix} n_z \\ n_x \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{21} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \tag{10.a}$$

$$\begin{bmatrix} m_z \\ m_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_z \\ \chi_{xz} \end{bmatrix} \tag{10.b}$$

Çatlamamış kesite ait malzeme rijitlik matrisi terimleri beton ve donatının katkıları dikkate alınarak,

$$E_{11} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left\{1+\left(\frac{E_ç(1-v^2)}{E_b}-1\right)\rho_z\right\} \tag{11.a}$$

$$E_{12} = E_{21}\frac{E_b h}{1-v^2}v \tag{11.b}$$

$$E_{22} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left\{1+\left(\frac{E_ç(1-v^2)}{E_b}-1\right)\rho_x\right\} \tag{11.c}$$

$$E_{33} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left(\frac{1-v}{2}\right) \tag{11.d}$$

$$D_{11} = \frac{E_b h^3}{12(1-v^2)}(\cdots)$$
$$D_{11} = (\cdots)\left\{1+3\left(\frac{E_ç(1-v^2)}{E_b}-1\right)\left(1-\frac{2h'}{h}\right)^2\rho_z\right\} \tag{11.e}$$

$$D_{33} = \frac{E_b h^3}{12(1-v^2)}\frac{(1-v)}{2} \tag{11.f}$$

şeklinde ifade edilebilir. Çatlamış kesite ait malzeme rijitlik matrisi bağıntıları,

$$E_{11} = E_ç h\rho_z \tag{12.a}$$

$$E_{12} = E_{21} = 0 \tag{12.b}$$

$$E_{22} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left\{1+\left(\frac{E_ç(1-v^2)}{E_b}-1\right)\rho_x\right\} \tag{12.c}$$

$$E_{33} = \frac{E_b h}{1-v^2}\left(\frac{1-v}{2}\right) \tag{12.d}$$

$$D_{11} = \frac{h^3}{4}\left(1-2\frac{h'}{h}\right)^2 E_ç\rho_z \tag{12.e}$$

$$D_{33} = 0 \tag{12.f}$$

şeklinde ifade edilebilir.

İç kuvvetler matrisinin uç deplasmanlarına bağlı olarak ifadesi

$$[N] = [D][\partial][A_d][d] \tag{13}$$

matris bağıntıları ile verilebilir.

### 2.5 Eleman rijitlik matrisinin hesabı

Eleman rijitlik matrisinin elde edilmesinde virtüel iş teoreminden yararlanılır.

Buna göre virtüel iş teoremi gereği eleman rijitlik matrisinin herhangi bir terimi;

$$k_{ij} = \iint [\varepsilon_z \quad \varepsilon_x \quad \gamma_{xz}]_i \begin{bmatrix} n_z \\ n_x \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}_j dA + \cdots$$
$$k_{ij} = + \cdots \iint [\chi_z \quad \chi_x \quad \chi_{xz}]_i \begin{bmatrix} m_z \\ m_x \\ m_{xz} \end{bmatrix}_j dA \tag{14}$$

$$k_{ij} = \iint \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}_i^T [D] \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}_j dA + \iint \begin{bmatrix} \chi_z \\ \chi_x \\ \chi_{xz} \end{bmatrix}_i^T [D] \begin{bmatrix} \chi_z \\ \chi_x \\ \chi_{xz} \end{bmatrix}_j dA \tag{15}$$

şeklinde hesaplanır.

Denklem 14 ve Denklem 15'in açık ifadesi,

$$k_{ij} = \iint \left\{E_{11}\frac{dv_i}{dz}\frac{dv_j}{dz} + E_{22}\frac{du_i}{dx}\frac{du_j}{dx} + \cdots\right\} dx\, dz$$
$$k_{ij} = \iint \left\{\cdots + E_{21}\frac{du_i}{dx}\frac{dv_j}{dz} + E_{12}\frac{du_j}{dx}\frac{dv_i}{dz} + \cdots\right\} dx\, dz$$
$$k_{ij} = \iint \left\{\cdots + E_{33}\left(\frac{dv_i}{dx}+\frac{du_i}{dz}\right)\left(\frac{dv_j}{dx}+\frac{du_j}{dz}\right) + \cdots\right\} dx\, dz \tag{16}$$
$$k_{ij} = \iint \left\{\cdots + D_{11}\frac{d^2w_i}{dz^2}\frac{d^2w_j}{dz^2} + 4D_{33}\frac{d^2w_i}{dxdz}\frac{d^2w_j}{dxdz}\right\} dx\, dz$$

olarak tanımlanabilir.

Bu matrisin herhangi bir $k_{ij}$ terimi $j$ birim düğüm noktası deplasmanı nedeniyle, i birim düğüm noktası deplasmanı doğrultusunda oluşacak uç kuvvetlerini gösterir. $i=1$ durumu yükleme, $i=1$ durumu virtüel şekil değiştirme durumu alınarak, $j=1$ birim durumuna ait iç kuvvetlerin, $i$ birim durumunda oluşan şekil değiştirmelerle yaptığı iş şeklinde hesaplanabilir.

$[K]$ eleman rijitlik matrisinin boyutu 22x22'dir ve 36 adet alt matristen oluşmaktadır.

$x-z$ düzleminde olduğu varsayılarak elde edilmiş $[K]_{ij}$ standart perde elemanı alt rijitlik matrislerinden, $x-y$ planında herhangi bir açıyla yerleşen $[K]_{ixjx}$ perde elemanı alt rijitlik matrislerine geçiş, Denklem (17)'deki matris çarpımı ile yapılır.

$$[K]_{ixjx} = [T_R]^T[K]_{ij}[T_R] \tag{17}$$

Köşe düğüm noktaları serbestlikleri ($i=1,2,4,5$) için, global eksen takımındaki dönmelerden, eleman özel eksen takımındaki dönmelere

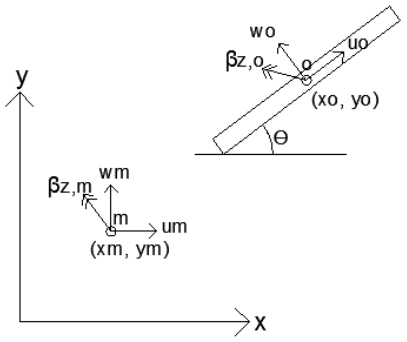
$$[T_R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & sin\theta & 0 \\ 0 & -sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

dönüştürme matrisi yardımıyla geçilir.

Tersine eleman özel eksenleri doğrultusunda bulunan dönme ve momentlerden, global eksen takımındaki dönme ve momentlere bu dönüştürme matrisinin transpozesi ile geçilebilir.

Elemanın üst ve alt kenar ortalarının yer değiştirmeleri katlardaki master düğüm noktaları yer değiştirmeleri cinsinden ifade edilmelidir (Şekil 6). Master düğüm noktalarının sistem ortak eksen takımındaki birim uç deplasmanlarından dolayı, elemanın kenar orta noktalarında eleman özel ekseni doğrultusunda oluşan uç deplasmanlarına

geçiş, Denklem (19)'da ifade edildiği gibi, $[T_\theta]$ dönüştürme ve $[T_m]$ taşıma matrisleri ile sağlanır.




Şekil 6: Perde elemanın plandaki konumu.

$$[T_\theta][T_m] = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta & \cdots \\ -sin\theta & cos\theta & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots \end{bmatrix}$$

$$[T_\theta][T_m] = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & -(y_0 - y_m)cos\theta + (x_0 - x_m)sin\theta \\ \cdots & \cdots & (x_0 - x_m)cos\theta + (y_0 - y_m)sin\theta \\ \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Tersine eleman özel eksen takımındaki kuvvet ve momentlerden, master düğüm noktasındaki kuvvet ve momentlere bu matrislerin transpozu ile geçilir.

## 3 Perde elemanın davranışının tanımlanması

### 3.1 Basınçtan çekmeye geçmesi durumunda

Perde elemanın davranışı eleman köşe noktalarındaki düşey şekil değiştirme bileşeni $\varepsilon_z$ değerine bakılarak kontrol edilir. Perdelerin bağlandığı noktalarda $\varepsilon_z$ bilinmeyen olarak alındığından bu kontrol hem kolay, hem hassas bir şekilde yapılabilmektedir. Çekme kontrolü yapılırken, betonun çekme bölgesindeki $f_{ctk}$ eksenel çekme dayanımına ulaşana kadar çekme alacağı, bu değere karşı gelen $\varepsilon_z$ değerine ulaştıktan sonra betonun çatlayıp, çekme kuvvetinin yalnızca düşey donatılarla karşılanacağı kabul edilmiştir.

Perde elemanların tüm düğüm noktaları için $\varepsilon_z$ değerine bakılarak çekme kontrolü yapılır. Yük artımıyla yapılan hesabın her adımında çekmeye geçerek, $f_{ctk}$ beton çatlama dayanımının aşıldığı düğüm noktaları belirlenir.

Bu çalışmada, bir elemanın içinde betonun bölgesel olarak çatlamış olduğu kabulü yapılmamış ve elemanın tümüyle ya basınç ya çekme bölgesi elemanı olması durumu esas alınmıştır. Bu durumda çekme şekil değiştirme sınırına erişen noktalara birleşen bütün perde elemanların tümüyle çekme elemanına dönüşeceği kabulü yapılmıştır.

Perde elemanının basınç elemanından çekme elemanına geçmesi durumunda sistem rijitlik matrisinin değişmesi gerekir. Fakat sistem rijitlik matrisi tamamen yeniden oluşturulmaz. Sistem rijitlik matrisinde, basınç elemanının eleman rijitlik matrisinin katkısı çıkarılıp çekme elemanının eleman rijitlik matrisinin katkısı eklenir. Bu basitleştirilmiş yaklaşım ile işlem hacmi azalır ve çözüm süresi kısalmış olur.

Plastikleşme meydana geldikten sonra basınç elemanından çekme elemanına geçen perdeler için, tanımı daha sonraki bölümlerde açıklanacak olan $[S_{\Delta d}]$, $[S_{d\Delta}]$, $[S_{\Delta\Delta}]$ matrislerinin ilgili terimlerinde de değişiklik yapılacak ve takip eden yük artımı için o adıma kadar oluşturulmuş denklem takımının indirgeme işlemi yenilenecektir.

### 3.2 Plastik davranış özelliklerinin tanımlanması

Oluşturulan sonlu eleman modelinde düğüm noktaları arasında elemanların doğrusal elastik davrandığı plastik şekil değiştirmelerin düşey plastik yer değiştirmeler olarak düğüm noktalarında toplandığı kabul edilmiştir. Bu kabule göre düğüm noktalarında plastikleşme oluşması durumunda sistem rijitlik matrisi değişmemektedir.

Perde köşe noktalarındaki düşey şekil değiştirme $\varepsilon_z$ akma sınırına ulaştıktan sonra bu noktalarda plastikleşmenin meydana geldiği ve bu noktanın üstündeki elemanların bu noktanın altındaki elemanlara göre farklı düşey yer değiştirme yaptığı kabul edilmiş, yani gerçekte yayılı olan plastik şekil değiştirmeler yerine düğüm noktalarında toplanmış plastik yer değiştirmeler öngörülmüştür. Plastikleşen noktalarda deformasyonlar artarken gerilmelerin sabit kalacağı açıktır.

Perde elemanların tüm düğüm noktaları için $\varepsilon_z$ değerine bakılarak elastik şekil değiştirme sınırının aşılıp aşılmadığı kontrol edilir. Bu kontrol yapılırken her düğüm noktasının $\varepsilon_z$ değerine bakılır. Düğüm noktalarının çekme veya basınç bölgesinde olmasına bağlı olarak farklı elastik şekil değiştirme sınırları tanımlanması söz konusudur. Çekme bölgesindeki düğüm noktaları için çeliğin akma birim şekil değiştirme sınır değeri elastik şekil değiştirme sınırını belirlerken, basınç bölgesindeki düğüm noktaları için betonun maksimum birim kısalma değerinin çelik katkısından dolayı arttırılmış değeri elastik şekil değiştirme sınırını belirler.

Bir düğüm noktasında (çekme veya basınç) elastik şekil değiştirme sınırına ulaşılmışsa, takip eden yük artımlarında o noktada meydana gelecek akmaya bağlı plastik yer değiştirmenin ilave bir bilinmeyen olarak denklem takımına dahil edilmesi gerekir. Plastikleşen düğüm noktaları tespit edildikten sonra akma sınır şekil değiştirmesinin aşıldığı her düğüm noktası için, sistem rijitlik matrisine bir satır ve sütun ilave edilir. İlave edilen satır ve sütunlar Denklem (20.a) ve (20.b)'de matris formunda yazılmış denklem takımında gösterilmiştir.

$$[S_{dd}][d] + [S_{d\Delta}][\Delta] = [q] \quad (20.a)$$

$$[S_{\Delta d}][d] + [S_{\Delta\Delta}][\Delta] = [0] \quad (20.b)$$

Plastikleşmenin meydana geldiği düğüm noktası sayısı kadar ilave düşey yer değiştirme [Δ] bilinmeyeni denklem takımına eklenir. Burada Δ ilave bilinmeyenleri plastik yer değiştirme nedeniyle bu noktanın üstündeki perde düğüm noktalarının bu noktanın altındaki perde düğüm noktalarına göre göreceli yer değiştirmesini göstermektedir.

(20.a) bağıntısındaki ilave kolonlar bu göreceli yer değiştirme nedeniyle üstteki perdelerin diğer uçlarında oluşan uç kuvvetlerini, (20.b) bağıntısındaki ilave satırlar ise bu göreceli yer değiştirmelerle birlikte plastik yer değiştirme meydana gelmiş noktada üstteki perdelerin alt ucunda artan yükler için bir düşey uç kuvveti oluşmaması koşulunu ifade eder. Çubuk sistemlerde plastik mafsal oluşan kesitte plastik dönmenin ilave bilinmeyen olarak alınmasında uygulanan mantığın benzeri burada uygulanmaktadır. Plastikleşen düğüm noktasındaki ilave plastik düşey yer değiştirme ve perde elemanın uç deplasmanları plastikleşen noktalarda iç kuvvet oluşturmazlar. Bu durum Denklem (20.b) ile ifade edilmektedir.

İlave edilen satır ve sütunlar indirgenerek, Denklem (20.a) ve Denklem (20.b) ile sistemin ΔP birim yük artımına göre çözümü

yapılır. $[S_{dd}]$, matrisi daha önceden oluşturulup, indirgenmiş olarak saklandığından bu matris üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmaz. Bu çözüm ile plastikleşen sisteme ait birim yatay yük parametresi için ilave düğüm noktası yer değiştirme bileşenleri bulunur.

Denklem (20.a) ve Denklem (20.b)'de ifade edilen $[S_{dd}]$, $[S_{d\Delta}]$ $[S_{\Delta\Delta}]$ matrisleri:

$[S_{dd}]$: Hiçbir noktada plastikleşme meydana gelmeden önceki sistem rijitlik matrisidir. Sistem ortak eksen takımındaki düğüm noktaları yer değiştirme bileşenlerinden dolayı, bu yer değiştirme bileşenleri doğrultusunda oluşacak uç kuvvetlerini gösterir.

$[S_{d\Delta}]$: Plastikleşen düğüm noktasındaki ilave plastik düşey yer değiştirmelerden dolayı o noktanın üstündeki perde elemanlarının düğüm noktalarında oluşan uç kuvvetlerini gösterir. Sistem ortak eksen takımında oluşturulmuştur. Betti karşıtlık teoremi uyarınca $[S_{\Delta d}] = [S_{d\Delta}]^T$ dir.

$[S_{\Delta d}]$: Düğüm noktalarının yer değiştirme bileşenlerinden dolayı plastikleşen düğüm noktalarında oluşan düşey uç kuvvetlerini gösterir.

$[S_{\Delta\Delta}]$: Dış yükler ve düğüm noktalarının yer değiştirme bileşenleri sıfır iken, plastikleşen düğüm noktasındaki plastikleşme değerinden dolayı tüm plastikleşen düğüm noktalarında oluşan düşey uç kuvvetlerini gösterir. Perde elemanda iki alt düğüm noktasında plastikleşme meydana gelmesi durumunda köşegen üzerindeki terimler dışındaki terimler sıfırdan farklı olabilir. Bu durumun dışında sadece esas köşegen üzerindeki terimler sıfırdan farklıdır.

olarak tanımlanır.

### 3.3 Perde elemana uygulanan yük artım yönteminin prensipleri

Bu bölümde, oluşturulan perde elemanın göçme güvenliğinin belirlenmesi için uygulanacak *yük artım yönteminin* prensipleri belirlenmiştir.

Birinci adım olarak, sistemin hem düşey yük grubu, hem yük parametresi birim alınmış yatay yük grubu için ayrı ayrı çözümü yapılır. Yalnız düşey yükler altında hiç bir noktada elastik deformasyon sınır değeri aşılmayacak şekilde kesitlerin seçildiği kabul edilmiştir. Sadece düşey yükler ve birim yatay yük altında, başlangıçta henüz plastikleşme meydana gelmemiş sistemin çözümü için Denklem (21) kullanılır. Denklem (21)'in çözümü ile başlangıçta perde elemanı için bilinmeyen olarak tanımlanan toplam 22 adet uç deplasmanı elde edilir. Çözüm sonucu her bir yük grubu için yer değiştirmeler, iç kuvvetler ve perdelerin bağlandığı noktalardaki $\varepsilon_z$ deformasyonları bulunur.

Her düğüm noktasının betonun çekme şekil değiştirme sınırına $-\varepsilon_{zcek}$ erişebilmesi için gerekli yük parametresi katsayısı Denklem (22.a) kullanılarak ayrı ayrı belirlenir. Burada SOL(1) düşey yükler altında düğüm noktalarında bulunan birim boy değişimi değerini, SOL(2) yatay yükler altında düğüm noktalarında bulunan birim boy değişimi değerini ifade etmektedir. Bu katsayılar içinde en küçüğü basınçtan çekmeye geçecek olan ilk düğüm noktasını ve buna karşı gelen yatay yük parametresini verir. Bu yatay yük parametresi $PAZ$ olarak adlandırılır. Çatlama şekil değiştirme sınırını beton kalitesine bağlı olarak betonun birim çekme şekil değiştirme deformasyonu belirlemektedir. İstenirse hesaplarda $f_{ctk} = 0$ alınarak betonun çekme almayacağı kabulünün yapılması da mümkündür.

Benzer şekilde yük artımıyla her düğüm noktasının elastik şekil değiştirme sınırına erişebilmesi için gerekli yük parametresi katsayısı Denklem (22.b) kullanılarak ayrı ayrı belirlenir. Bu katsayılar içinde en küçüğü ilk plastikleşmenin oluşacağı düğüm noktasını ve buna karşı gelen yatay yük parametresini verir. Bu yatay yük parametresi $PAD$ olarak adlandırılır.

$PAZ$ ve $PAD$ değerleri birbiri ile kıyaslanır, küçük olan değer yük artımında kullanılacak yük parametresi değerini verir.

İlk adım için $PAZ$ değerinin daha küçük olması durumunda, toplam yükler için çözüm Denklem (23.a)'da, $PAD$ değerinin daha küçük olmasında ise, çözüm Denklem (23.b)'de belirtildiği gibi, birim yatay yük parametresi için bulunmuş çözümün yatay yük parametresi değeri ile çarpılıp düşey yüklere ait çözüm ile süperpoze edilmesi ile bulunur.

$$[S_{dd}][d] = [q] \tag{21}$$

$$PAZ = \frac{\in_{\text{zcek}} - \text{SOL}(1)}{\text{SOL}(2)} \tag{22.a}$$

$$PAD = \frac{\in_{\text{z}} - \text{SOL}(1)}{\text{SOL}(2)} \tag{22.b}$$

$$SOL(1) + SOL(2) * PAZ = SOL^2(1) \qquad PAZ < PAD \tag{23.a}$$

$$SOL(1) + SOL(2) * PAD = SOL^2(1) \qquad PAD < PAZ \tag{23.b}$$

Bir sonraki adımda plastikleşmenin gerçekleşeceği veya basınç bölgesinden çekme bölgesine geçecek noktayı bulmak için, yük artım oranının yeniden belirlenmesi gerekir. Bu yatay yük artım oranı, bir önceki adımda süperpozisyon yardımı ile toplam yükler için bulunan şekil değiştirmeler yani SOL(1), birim yatay yük parametresi için bulunan çözüm yani SOL(2) ve elastik şekil değiştirme sınır değeri dikkate alınarak belirlenir. Her adımda yeni plastikleşen düğüm noktalarına karşı gelen yatay yük parametresi artımı bulunup, toplam yer değiştirme ve kesit zorlarına ilaveler yapılır. Adımlar tekrarlanarak yeni plastikleşecek düğüm noktaları, sayısı, yatay yük parametresi artımları belirlenir. Her adımda düğüm noktaları düşey plastik yer değiştirmelerinin sınır değerini aşıp aşmadığı kontrol edilir.

Oluşturulan perde elemanı donatı ve betonun birlikte çalışması halinin dikkate alındığı bir model olduğu için, betonun çatlamış olması veya çatlamamış olması durumlarına göre çözümde farklı eleman rijitlik matrisleri kullanılacaktır.

Herhangi bir adımda çekme ve basınç bölgelerindeki elemanların değişmemesi halinde, yukarıda belirtildiği gibi oluşmuş denklem takımının yeniden indirgenmesine gerek olmayıp, denkleme sadece satır ve sütun ilavesi yapılması yeterli olacaktır. Tarafsız eksenin kaymasına bağlı olarak, basınç bölgesinde olan bazı elemanların çekme bölgesine geçmesi halinde, tüm sistem rijitlik matrisinin yeniden kurularak çözüm yapılması gerekecektir.

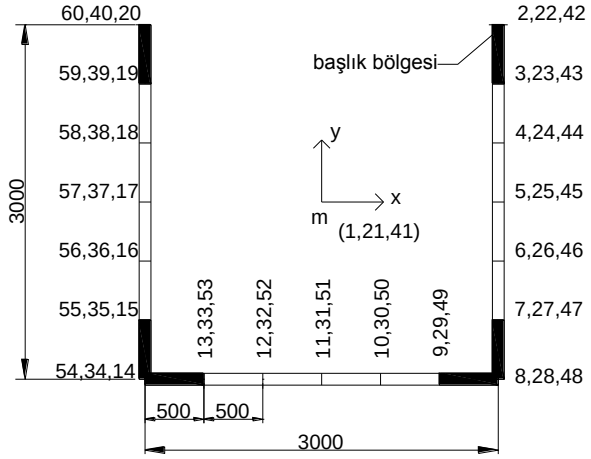
## 4 Sayısal örnekler

### 4.1 U Perdenin tanımlanması

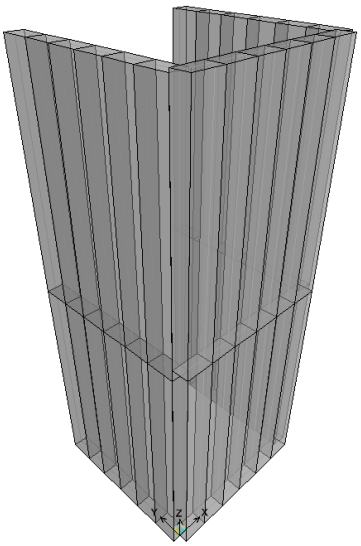
Çalışmada örnek olarak seçilen U-çekirdek perdesinin geometrik özellikleri, plandaki yerleşimi ve düğüm noktası numaraları Şekil 7'de, üç boyutlu görünümü Şekil 8'de özetlenmektedir.

Kat yüksekliklerinin 4 m olduğu sistem, 2 katlı olarak düzenlemiştir. Perde kalınlığı 30 cm'dir. U perdenin uzunluğu 3 m olan her paneli, planda uzunluğu 0.5 m olan 6 parçaya

bölünmüştür. Perde elemanların düşey boyu kat yüksekliğine eşit ve 4 m'dir. Bu durumda sistemde bir katta 18 olmak üzere toplam 36 adet eleman vardır. 60 adet düğüm noktasından 1, 21 ve 41 numaralı düğüm noktaları master düğüm noktalarıdır.




Şekil 7: U perdenin plandaki yerleşim ve geometrik özellikleri.



Şekil 8: U perdenin üç boyutlu görünümü.

Çelik malzeme özellikleri:

$E_ç$ : 210000MPa

$\sigma_a$ : 420MPa

$\varepsilon_{tu}$ : 0.002

Beton malzeme özellikleri :

$E_b$ : 30000MPa

$f_{ctk}$ : 0 MPa

$\varepsilon_{co}$ : 0.001

$f_{ck}$ : 30MPa

olarak verilmektedir.

Burada,

$E_ç$ : Çeliğin elastisite modülü

$\sigma_a$ : Çeliğin akma sınır değeri

$\varepsilon_{tu}$ : Çeliğin akma birim şekil değiştirmesi

$E_b$ : Betonun elastisite modülü

$f_{ck}$ : Betonun basınç dayanımı

$f_{ctk}$ : Betonun çekme dayanımı

$\varepsilon_{co}$ : Beton dayanımına karşı gelen birim kısalma

olarak tanımlanmaktadır.

Yatay ve düşey donatı oranları şekilde kalın çizilmiş başlık bölgesi elemanlarında 0.01, gövde bölgesinde 0.005 olarak tanımlanmıştır.

Betonun malzeme davranışının elastoplastik olduğu varsayılmış ve betonun çekme dayanımı 0 kabul edilmiştir.

Basınç bölgesinde çelik maksimum 0.002 birim kısalma gösterirken, aynı bölgede beton için maksimum birim kısalma 0.001 değerini almaktadır. Basınç bölgesinde çeliğin birim kısalmasının betondan daha fazla olması, programda basınç bölgesi için alınan maksimum basınç kısalması değerinin Denklem (24) ve Denklem (25)'de ifade edildiği gibi arttırılması ile dikkate alınmaktadır.

$$E_{1ç} = E_ç \times h \times \rho_z = 2.1 \times 10^7 \times 0.3 \times 0.005 = 31500\text{MPa} \quad (24.a)$$

$$E_{1b} = \frac{E_b}{1-\nu^2} \times (1-\rho_z) \times h_z \quad (24.b)$$

$$E_{1b} = \frac{3 \times 10^6}{(1-0.15^2)} \times (1-0.005) \times 0.3 = 916112\text{MPa} \quad (24.b)$$

$$E = E_{1ç} + E_{1b} \quad (24.c)$$

$$\sigma = 31500 \times 0.002 + 916112 \times 0.001 = 979ton \quad (25.a)$$

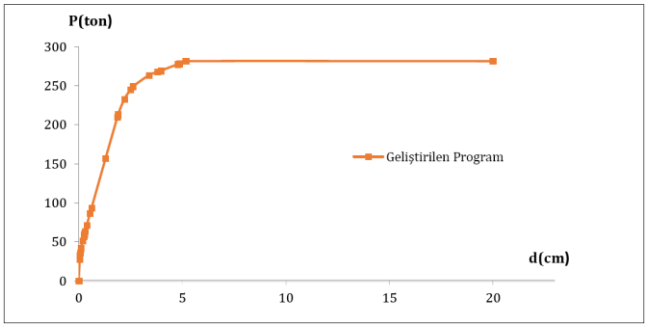
$$\varepsilon_z = \varepsilon_{eş} = \frac{979}{947612} = 0.00103 \quad (25.b)$$

Toplam 180 ton düşey yük üst kattaki, toplam 36 ton düşey yük ise ara kattaki düğüm noktalarına yük alanları ile uyumlu olacak şekilde noktasal olarak dağıtılmıştır.

### 4.2 U perdenin + Y yönündeki itme analizi

U perdenin pozitif y yönündeki itme analizi için toplam 30 ton yatay yük perdenin en üst master noktasına 20 ton, ara kat master noktasına 10 ton olarak +y yönünde etkitilmiştir. Analiz sonucunda elde edilen yatay yük tepe yer değiştirmesi eğrisi Şekil 9'da verilmektedir. Her adımda sistem düğüm noktalarında meydana gelen durum (akma veya çekme oluşması) ve bu duruma karşı gelen yatay yük-tepe yer değiştirmesi değerleri Tablo 2'de verilmektedir.

İlk plastik mafsal 17. adımda 210 ton yatay yük ile 8. ve 14. düğüm noktalarında aynı anda oluşmaktadır. Bu yatay yüke karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri 1.87 cm'dir. Sistemin göçme yükü ise 281.54 ton olup, bu yüke karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri 5.17 cm'dir.




Şekil 9: Bu çalışma sonucu elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrisi.

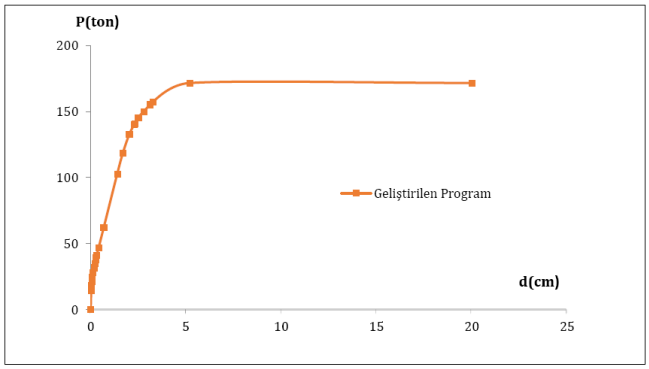
Tablo 2: Geliştirilen modele ait yatay yük-tepe yer değiştirmesi değerleri.

| Adım | P(ton) | d(cm) | Nokta No | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Akma | Çekme |
| 1 | 27.97 | 0.0525 | | 8/14 |
| 2 | 31.50 | 0.0605 | | 9/13 |
| 3 | 32.58 | 0.0635 | | 10/12 |
| 4 | 32.76 | 0.0644 | | 11 |
| 5 | 36.05 | 0.0791 | | 7/15 |
| 6 | 41.63 | 0.115 | | 6/16 |
| 7 | 51.01 | 0.193 | | 5/17 |
| 8 | 56.73 | 0.246 | | 28/34 |
| 9 | 58.81 | 0.267 | | 29/33 |
| 10 | 60.44 | 0.282 | | 30/32 |
| 11 | 60.73 | 0.284 | | 31 |
| 12 | 63.36 | 0.310 | | 27/35 |
| 13 | 71.13 | 0.389 | | 26/36 |
| 14 | 86.76 | 0.552 | | 25/37 |
| 15 | 93.84 | 0.627 | | 4/18 |
| 16 | 157.13 | 1.30 | | 24/38 |
| 17 | 210.00 | 1.87 | 8/14 | |
| 18 | 212.12 | 1.89 | 9/13 | |
| 19 | 213.17 | 1.90 | 10/12 | |
| 20 | 213.50 | 1.91 | 11 | |
| 21 | 232.60 | 2.20 | 7/15 | |
| 22 | 244.92 | 2.50 | 2/20 | |
| 23 | 249.28 | 2.63 | 6/16 | |
| 24 | 263.50 | 3.39 | 5/17 | |
| 25 | 267.56 | 3.79 | | 46/56 |
| 26 | 269.28 | 3.96 | | 47/55 |
| 27 | 277.62 | 4.78 | | 44/58 |
| 28 | 278.55 | 4.87 | | 51 |
| 29 | 281.54 | 5.17 | 4/18 | |

İlk 15 adımda sistemin alt bölgesindeki elemanların basınç bölgesinden çekme bölgesine geçmesiyle, tarafsız eksen 3-19 numaralı düğüm noktalarını birleştiren çizgiye kaymaktadır. Sonraki adımlarda çekme ve basınç bölgesindeki düğüm noktalarında akma sınırlarına ulaşılıp, sistemin son adımda 3-19 düğüm noktalarını birleştiren tarafsız eksen çevresinde dönerek mekanizma durumuna geldiği görülmektedir.

### 4.3 U perdenin-Y yönündeki itme analizi

U perdenin negatif y yönündeki itme analizi için toplam 30 ton yatay yük perdenin en üst master noktasına 20 ton, ara kat master noktasına 10 ton olarak -y yönünde etkitilmiştir. Analiz sonucunda elde edilen yatay yük tepe yer değiştirmesi eğrisi Şekil 10'da, bu eğriye ait değerler Tablo 3'te verilmektedir. İlk plastik mafsal 13. adımda 102.51 ton yatay yük ile 2. ve 20. düğüm noktalarında aynı anda oluşmaktadır. Bu yatay yüke karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri 1.39 cm'dir. Sistemin göçme yükü ise 171.50 ton olup, bu yüke karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri 5.21 cm'dir.




Şekil 10: Bu çalışma sonucu elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrisi.

Tablo 3: Geliştirilen modele ait yatay yük-tepe yer değiştirmesi değerleri.

| Adım | P(ton) | d(cm) | Nokta No | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Akma | Çekme |
| 1 | 14.01 | 0.0263 | | 2/20 |
| 2 | 17.97 | 0.0372 | | 3/19 |
| 3 | 21.07 | 0.0506 | | 4/18 |
| 4 | 24.10 | 0.0716 | | 5/17 |
| 5 | 27.70 | 0.113 | | 6/16 |
| 6 | 31.68 | 0.173 | | 22/40 |
| 7 | 34.60 | 0.217 | | 23/39 |
| 8 | 37.60 | 0.263 | | 24/38 |
| 9 | 38.90 | 0.284 | | 7/15 |
| 10 | 41.09 | 0.320 | | 25/37 |
| 11 | 46.51 | 0.413 | | 26/36 |
| 12 | 61.87 | 0.682 | | 27/35 |
| 13 | 102.51 | 1.39 | 2/20 | |
| 14 | 118.57 | 1.69 | 3/19 | |
| 15 | 132.73 | 2.03 | 4/18 | |
| 16 | 139.77 | 2.28 | | 45/57 |
| 17 | 140.21 | 2.30 | | 46/56 |
| 18 | 145.36 | 2.49 | 5/17 | |
| 19 | 149.73 | 2.77 | | 44/58 |
| 20 | 155.19 | 3.12 | | 47/55 |
| 21 | 157.39 | 3.27 | 6/16 | |
| 22 | 171.50 | 5.21 | 7/15 | |

İlk 9 adımda sistemin üst bölgesindeki elemanların basınç bölgesinden çekme bölgesine geçmesiyle, tarafsız eksen 7-8/14-15 numaralı düğüm noktaları arasından geçen çizgiye kaymaktadır. Sonraki adımlarda çekme bölgesindeki düğüm noktalarında akma sınırlarına ulaşılıp, sistemin son adımda 8-14 numaralı düğüm noktalarını birleştiren çizgi çevresinde dönerek mekanizma durumuna geldiği görülmektedir.

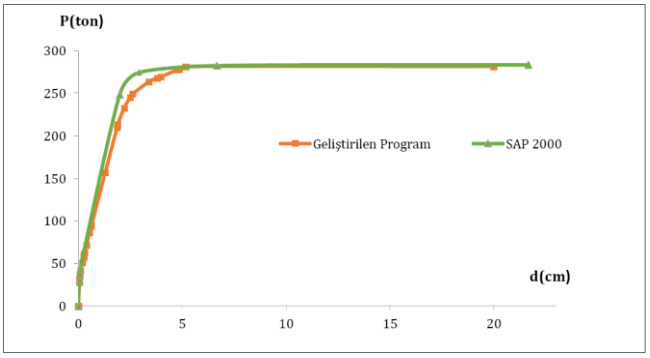
### 4.4 Geliştirilen bilgisayar programı çözümü ile SAP 2000 bilgisayar programı çözümünün karşılaştırılması

Geliştirilen bilgisayar programı ile modellenen sistem, SAP 2000 bilgisayar programında [11] da aynı malzeme ve geometri özellikleri ile oluşturulmuş. Betonun doğrusal olmayan davranışı Bölüm 2.2'de ifade edildiği gibi, çeliğin doğrusal olmayan davranışı ise ideal elastoplastik malzeme kabulü ile bilgisayar programına aktarılmıştır. Bu kabule göre çeliğin akma sınır değeri olan 420 MPa'da akma birim şekil değiştirme

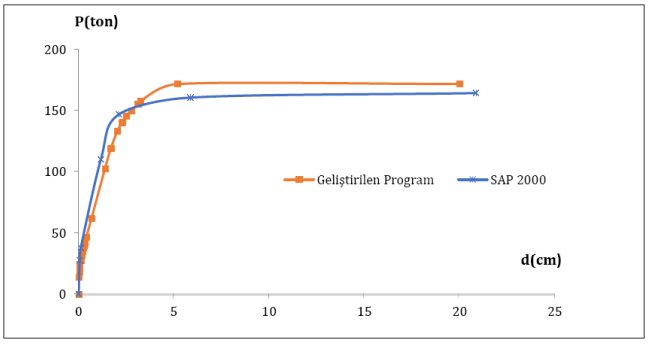
değeri 0.002 ve kopma birim şekil değiştirme değeri 0.10 olarak alınmıştır. Her katta rijit diyafram tanımlanarak perde düğüm noktaları birbirine bağlanmış, düşey yük ve yatay yük dağılımı her iki modelde de aynı alınmıştır. Sisteme deprem yönü ile uyumlu olacak şekilde perde tepe noktası hedef yer değiştirme değeri verilmiştir. Yatay yük, rijit diyaframın tanımlandığı master düğüm noktalarına en üst katta 20 ton, ara katta 10 ton olarak tanımlanmış, sabit düşey yük ve her adımda artan yatay yükler altında itme analizi yapılmıştır. Geliştirilen bilgisayar programı çözümü ile SAP 2000 bilgisayar programı çözümünden elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrilerinin karşılaştırılması +EY depremi için Şekil 11 ve -EY depremi için Şekil 12'de verilmiştir.

+ EY depreminde SAP 2000 bilgisayar programı ile elde edilen çözümde, sistemin göçme yükü 282.46 ton ve bu yüke karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri 6.68 cm'dir.

- EY depreminde SAP 2000 bilgisayar programı ile elde edilen çözümde, sistemin göçme yükü 160.38 ton ve bu yüke karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri 5.86 cm'dir.




Şekil 11: Bu çalışmada ve SAP 2000 programında elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrilerinin karşılaştırılması.




Şekil 12: Bu çalışmada ve SAP 2000 programında elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrilerinin karşılaştırılması.

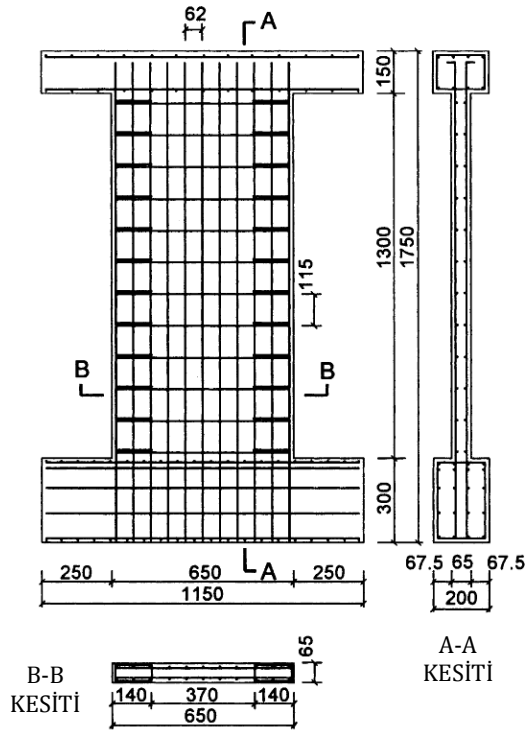
Geliştirilen perde modelinin her bir paneli düşeyde 2 eleman ve yatayda 6 eleman olmak üzere toplam 12 elemana bölünmüştür. SAP 2000 programı ile çözümde ise her panel düşeyde 8 eleman ve yatayda 6 eleman olmak üzere toplam 48 elemana bölünmüştür.

### 4.5 Geliştirilen bilgisayar programı çözümü ile deneysel çalışmanın karşılaştırılması

Lefas ve diğ. [9], sabit düşey yük ve monoton artan yatay yükler altında 13 adet perdede yaptıkları deneysel çalışmadan SW22 numunesi, geliştirilen program ile modellenmek üzere örnek olarak alınmıştır. SW22 numunesine ait perde elemanı Şekil 13'te görülmektedir.

Deney numunesinin yüksekliği 1300 mm, genişliği 650 mm ve kalınlığı 65 mm'dir Perde alt ve üst kenarlarında kirişle bağlanmıştır. Perde başlık bölgesi uzunluğu 140 mm'dir. Perdenin üst kenarındaki kirişin boyu 1150 mm, yüksekliği 150 mm, genişliği 200 mm boyutlarındadır. Perdenin altındaki kirişin boyu 1150 mm, yüksekliği 300 mm, genişliği 200 mm boyutlarındadır. Hareket etmeyecek şekilde alt kirişin zeminle bağlantısı yapılmıştır.

Perdeye toplamda 182 kN düşey eksenel yük ve yatay monoton artan yük uygulanmaktadır




Şekil 13: Deney numunesinin donatı yerleşimi ve geometrisi [9].

Perdede düşey donatılar 8 mm, yatay donatılar 6.25 mm çapındadır. Düşey donatıların akma gerilmesi 470 MPa, yatay donatıların akma gerilmesi 520 MPa olarak verilmiştir. Deney numunesine ait donatı ve beton malzeme özellikleri ile perde donatı oranları sırasıyla Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6'da verilmektedir.

Tablo 4: Deney numunesine ait donatı özellikleri.

| Malzeme Özellikleri | Değer |
|---|---|
| $E_ç$ (MPa) | 200000 |
| $\sigma_a$ (MPa) | 470 |
| $\varepsilon_{tu}$ | 0.00235 |

Tablo 5: Deney numunesine ait beton özellikleri.

| Malzeme Özellikleri | Değer |
|---|---|
| $E_b$ (MPa) | 32800 |
| $f_{ck}$ (MPa) | 43 |
| $f_{ctk}$ (MPa) | 2.16 |
| $\varepsilon_{co}$ | 0.002 |

Burada,

$E_ç$ : Çeliğin elastisite modülü

$\sigma_a$ : Çeliğin akma sınır değeri

$\varepsilon_{tu}$ : Çeliğin akma birim şekil değiştirmesi

$E_b$ : Betonun elastisite modülü

$f_{ck}$ : Betonun basınç dayanımı

$f_{ctk}$ : Betonun çekme dayanımı

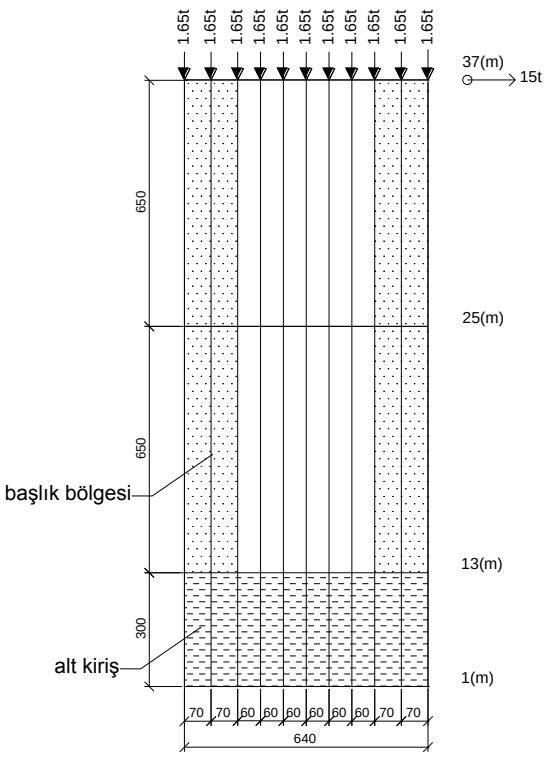
$\varepsilon_{co}$ : Beton dayanımına karşı gelen birim kısalma

olarak tanımlanmaktadır.

Tablo 6: Deney numunesine ait donatı oranları.

| Perde Bölgesi | Donatı Oranları | |
|---|---|---|
| | Yatay (%) | Düşey (%) |
| Gövde | 0.82 | 2.50 |
| Başlık | 1.16 | 3.30 |
| Alt Kiriş | 1.68 | 1.05 |
| Üst Kiriş | 0.82 | 0.97 |

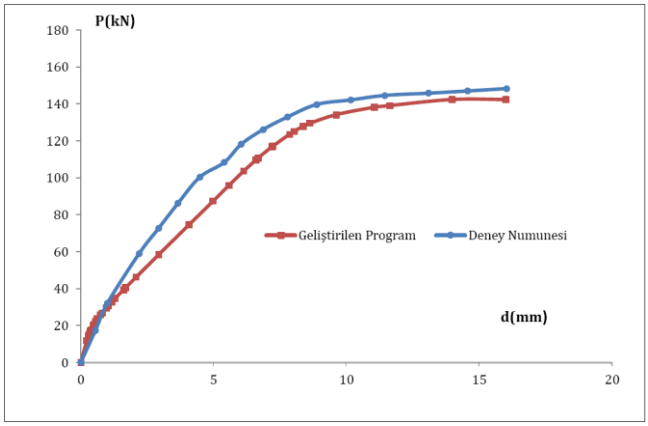
Deneysel çalışmada kullanılan SW22 perde numunesinin, geliştirilen bilgisayar programı ile modellenmesine ait bilgiler Şekil 14'te verilmektedir. Perde eleman alt kiriş dışında düşeyde 650 mm'lik 2 parçaya bölünerek, yatayda ise başlık bölgeleri de dikkate alınarak 10 parçaya bölünerek modellenmiştir. Sonuçları değiştirmeyeceği varsayılarak üst kiriş elemanı modelde dikkate alınmamıştır. Düşey yük perde elemanın üst kenarındaki düğüm noktalarına noktasal olarak etkitilmiş, yatay yük perde elemanın en üst master noktasına 15 ton olarak verilmiştir.




Şekil 14: Geliştirilen programda perde modeline ait bilgiler.

Geliştirilen perde modelinde deney numunesinden farklı olarak betonun malzeme davranışının elastoplastik olduğu varsayılmış, betonun çekme dayanımı 0 kabul edilmiştir. Bu durumda beton dayanımına karşı gelen maksimum kısalma $\varepsilon_{co}$, gerilme şekil değiştirme eğrisinin eğimi olan 0.0013 olarak alınmıştır. Basınç bölgesinde çelik maksimum 0.00235 birim kısalma gösterirken, aynı bölgede beton için maksimum birim kısalma 0.0013 değerini almaktadır.

Sistemin göçme yüküne karşı gelen maksimum yatay kuvvet 142.4 kN ve bu kuvvete karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri yaklaşık olarak 13.9 mm'dir. SW22 numunesine ait deneysel verilere göre maksimum yatay kuvvet 150 kN ve bu kuvvete karşı gelen tepe yer değiştirmesi değeri yaklaşık olarak 15.3 mm'dir. Geliştirilen program ile deneysel verilerden elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrilerinin karşılaştırılması Şekil 15'te verilmektedir.




Şekil 15: Yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrilerinin karşılaştırılması.

## 5 Sonuçlar

Bu çalışmada betonarme malzeme davranışı gösteren sonlu elemanlar tanımlanmış, bu elemanlarla modellenmiş betonarme perdelerin sabit düşey ve artan yatay yükler altında doğrusal olmayan itme analizi hesabı yapılmıştır. Basınç bölgesindeki çatlamamış beton ile çekme bölgesindeki çatlamış beton için farklı eleman rijitlik matrisi hesaplanmakta, artan yatay yüklere bağlı olarak her adımda basınç bölgesinden çekme bölgesine geçen elemanların rijitlik matrisleri değiştirilerek sistem rijitlik matrisinde gerekli düzenleme yapılmaktadır.

Sonlu elemanın düğüm noktası serbestliklerine karşı gelen şekil fonksiyonlarının perde davranışına uyumlu olması nedeniyle, mevcut diğer programlara göre sistemin nispeten az sayıda elemana bölünmesi yeterli olmaktadır. Örneğin perde katlar arasında bölünmeden, kat yüksekliğince sadece bir eleman alınarak çözüm yapılabilmektedir. Eleman düğüm noktaları serbestlikleri üç eksen etrafında dönmeleri de içerdiğinden bu noktalarda kirişlerin bağlanması bir sorun yaratmamakta, geliştirilen programla üç boyutlu perde çerçeveli sistemlerin çözümü yapılabilmektedir.

En basit haliyle ideal elasto-plastik malzeme ve plastik şekil değiştirmelerin düğüm noktalarında plastik yer değiştirme olarak toplanacağı kabullerinin yapılmış olması nedeniyle, yük artımında eleman rijitlik matrislerinin yeniden hesabı ve sistem rijitlik matrisinin yeniden kurulması gibi uzun işlemlere gerek kalmamaktadır. Birim boy değişmesi akma sınır değerine

ulaşan her nokta için sistem rijitlik matrisine bir satır/sütun ilavesi yeterli olmaktadır.

Modellenen betonarme perde örneğinin doğrusal olmayan davranışı incelenmiş ve SAP 2000 bilgisayar programı çözümü ile karşılaştırılmıştır. Yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrileri bakımından SAP 2000 bilgisayar programı ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Her iki bilgisayar programı da, sonlu elemanlarda doğrusal olmayan analiz yaparak, adım adım beton ve çelikte oluşan gerilme değerlerini vermektedir.

Geliştirilen sonlu eleman çözümü ile deneysel çalışmalardan elde edilen yatay yük-tepe yer değiştirmesi eğrilerinin birbirine çok yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

## 6 Kaynaklar

[1] Fahjan YM, Başak K, Kubin J, Tan MT. "Perdeli betonarme yapılar için doğrusal olmayan analiz metotları". 7. *Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı*, İstanbul, Türkiye, 30 Mayıs-3 Haziran 2011.

[2] Miao ZW, Lu XZ, Jiang JJ, Ye LP. "Nonlinear FE model for RC shear walls based on multi-layer shell element and microplane constitutive model". *Computational Methods in Engineering and Science*, Sanya, Hainan, China, 21-23 August 2006.

[3] Cengiz EY. Yeni Bir Perde Eleman Modeli ve Çok Katlı Perde-Çerçeveli Yapı Sistemlerinin Göçme Güvenliğinin Belirlenebilmesi için Yük Artımı Yöntemi. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2004.

[4] Kwan AKH, He XG. "Finite element analysis of effect of concrete confinement on behavior of shear walls". *Computers and Structures*, 79(1), 1799-1810, 2001.

[5] Xucheng W, Xiaoning W. "Simplified method for elasto-plastic finite element analysis of hardening materials". *Computers and Structures*, 55(4), 703-708, 1995.

[6] Kwak HG, Kim DY. "Nonlinear analysis of RC shear walls considering tension-stiffening effect". *Computers and Structures*, 79(5), 499-517, 2001.

[7] Kwak HG, Filippou FC. "Nonlinear FE analysis of R/C structures under monotonic loads". *Computers and Structures*, 65(1), 1-16, 1997.

[8] Akkaya Y. Düzlem Gerilme Durumunda Betonarme Elemanların Doğrusal Olmayan Davranışının Sonlu Eleman Yöntemiyle İncelenmesi, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2006.

[9] Lefas ID, Kotsovos MD, Ambraseys NN. "Behavior of reinforced concrete structural walls: Strength, deformation characteristics and failure mechanism". *American Concrete Institute-ACI Structural Journal*, 87(1), 23-31, 1990.

[10] Saygun AI. Eğri Eksenli, Kutu Kesitli Kirişlerin Hesabı için Bir Sonlu Elemanlar Yöntemi, Doçentlik Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 1979.

[11] SAP 2000 Advanced 14.1.0. Structural Analysis Program, Computers and Structures Inc., Berkeley, California, 2009.