Bir Matematik Öğretmenin Ders İmecesi Boyunca Öğrencilerin Düşüncelerini Ortaya Çıkaracak Soru Sorma Yaklaşımları[1]

Aytuğ Özaltun Çelik[2] ve Esra Bukova Güzel[3]

Öz: Bu çalışmanın amacı ders imecesine katılan bir matematik öğretmenin sorduğu soruları öğrenci düşüncesi bilgisi bağlamında incelemektir. Nitel durum çalışması desenine dayalı olarak gerçekleştirilen çalışmanın verileri bir matematik öğretmeninin ders imecesi kapsamındaki dört saatlik öğretiminin çözümlemelerinden ve araştırmacı alan notlarından derlenmiştir. İçerik analizi ile gerçekleştirilen veri analizi sonucunda öğretmenin; öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarmak, fikirlerini anlamak ve doğru yanıtlarını açıklamalarını istemek için sorular sorduğunu göstermiştir. Soruların öğrencileri matematiksel düşünmeye teşvik edecek nitelikte olmasının yanı sıra öğretmenin soru sorma yaklaşımlarının sosyomatematiksel normlar açısından değerlendirildiğinde, öğrencilere üst bilişsel becerileri kazandırmada yetersiz kaldığı belirlenmiştir. Trigonometriye giriş dersleri kapsamında katılımcı öğretmenin kullandığı sorular ve bu sorulara ilişkin değerlendirmelerin matematik eğitimcilerine ve araştırmacılara yol göstereceği düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Ders imecesi, matematik öğretmeni, öğrenci düşüncesi bilgisi, sosyomatematiksel norm, soru sorma

DOI: 10.16949/turcomat.93160

Abstract: The aim of this study is to examine the questioning approaches of a mathematics teacher participated in a lesson study model. The data of the study conducted through a qualitative case study were gathered from transcriptions of the mathematics teacher's four-hour lessons about trigonometry and field notes of the researchers. Based on the data analysis realized by content analysis, it was seen that the teacher asked questions to reveal students' prior knowlede, to understand their ideas and to ask them explain their corrrect responses. When examined the teacher's questioning in terms of socio-mathematical norms, it was determined that they were insufficient for the students to have metacognitive abilities even if they were such as to encourage the students to think mathematically. It is thougt that the questions which the teacher used in the context of the lessons related to trigonometry and the evaluation of these questions will guide mathematics educators and researchers.

Keywords: Lesson study, mathematics teacher, knowledge of student thinking, socio-mathematical norm, questioning

See Extended Abstract

1. Giriş

Sosyokültürel yapılandırmacılığın öncüsü olan Vygotsky, bireyde anlamanın sosyal olarak deneyimlenen düşünce ya da davranışların yığmalı bir şekilde biriktirilmesiyle oluşmadığını vurgulamaktadır (Tudge & Rogoff, 1989). Bunun yerine Vygotsky'e göre anlama, bireyin sürekli olarak gelişen anlayışına uyacak şekilde sosyal olarak gerçekleştirilen etkinliklerin niteliksel dönüşümleriyle oluşturulur. Vygotsky'nin ortaya

[1] Bu çalışma Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen Arş. Gör. Aytuğ Özaltun Çelik'in "Matematik Öğretmenlerinin Mesleki Gelişimleri: Öğrenci Düşüncesi Bilgisinin Öğretime Yansıması" başlıklı yüksek lisans tezinin bir bölümünden oluşturulmuştur.

[2] Arş. Gör., Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, aytug.deu@gmail.com

[3] Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Matematik Eğitimi, esra.bukova@gmail.com

koyduğu bu fikri, Cobb ve arkadaşları yapılandırmacı öğretim deneyi ile sınıf öğretiminin sosyal içeriğini genişletmeye çalıştıkları araştırmalarında dayanak almışlar (Cobb & Steffe 1983'den akt., Yackel, Cobb & Wood, 1991) ve bu çalışmaları kapsamında da matematiksel kavramlara özgü normların bir diğer deyişle sosyomatematiksel normların önemini ortaya koymuşlardır. Sosyomatemiksel normlar matematiksel etkinliklere özgü olan ve matematiksel çalışmalara rehberlik eden sınıf eylemlerinin ve etkileşimlerinin normlarını ya da standartlarını tanımlamak için kullanılmaktadır (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Yackel & Rasmussen, 2002). Örneğin, neyin sınıfta matematiksel olarak farklı, gelişmiş, etkili ve mükemmel görüldüğüne ilişkin normatif anlayışlar sosyomatemaiksel normlardır. Benzer olarak neyin kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve doğrulama sayıldığı veya bir problemi tartışırken matematiksel farklılığı oluşturan şeye ilişkin anlayış sosyomatematiksel normlar olarak görülmektedir. Bu normlar öğrencilerin ve öğretmenin matematiksel fikirlere katkı sağladığı gerçek süreçlerle ilgilidir. Bunlara ek olarak, sosyomatematiksel normlar sınıflardaki matematiksel söylemin niteliğine rehberlik etmektedirler (Yackel & Cobb, 1996). Matematiksel açıklama ve gerekçelendirme etkileşimli olarak öğretmen ve öğrenci tarafından oluşturulan söylemin yönleri olarak düşünülmektedir (Yackel, 2001). Hem düşünceler açıklanırken hem de yaşanan güçlükler tartışılırken matematiksel açıklamalar ve gerekçelendirmeler yapılmaktadır (Cobb, Wood, Yackel & McNeal,1992). Yackel ve Cobb (1996) gerekçelendirme süreçlerinin öğrencileri üst düzey düşünmeye teşvik ettiğini ifade etmektedirler. NCTM'de (2000) öğrencilerin çalışmalarını gerekçelendirirlerken, ilgilendikleri matematiksel kavramlarla ilgili derinlemesine ve eleştirel düşünmelerinin gerekliliği vurgulanmaktadır. Bu bağlamda, sosyomatematiksel normların sınıftaki yansımalarından biri olarak ifade edilen öğretmen söylemlerinin bir türü de soru sorma yaklaşımıdır. Bu yaklaşım öğrencilerin uygun gerekçelendirmeler ve açıklamalar yapabilmeyi öğrenebilmeleri için oldukça önemlidir. Soru sorma sınıf içerisinde öğretmenler tarafından sıklıkla sergilenmekte ve matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesi bağlamında oldukça önem taşımaktadır.

Soru sorma öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirmek ve problem çözebilme becerilerini desteklemek için öğrencilere sorulan soruların ve diğer tetikleyicilerin kullanımı anlamına gelmektedir (Mason, 2014). Buna paralel olarak, soru sorma öğretmenlerin öğrencilerinin düşüncelerini ve düşünme süreçlerini ortaya çıkarabilmelerine ve öğrencilerin desteklenmeleri gereken yerleri belirleyebilmelerine fırsat veren stratejilerden biridir. Aynı zamanda soru sorma matematiksel düşüncelerin gelişimine yol açan bir sınıf atmosferi oluşturma becerisinin önemli bir parçasıdır (Burn, 1985'den aktaran Martino & Mayer, 1994). Öğretmenlerin sınıf ortamında sergiledikleri soru sorma yaklaşımları öğrencilerin düşünme ve muhakeme süreçlerini etkilemektedir. Bu sebeple, bu yaklaşımlar etkili bir öğretim için belirlenen sorulardan daha kritiktir. Oldukça iyi olduğu düşünülen bir soru öğretmenin uygun olmayan şekillerde kullanması ile niteliğini kaybedebilir. Aizikovitsh-Udi, Clarke ve Star (2013) soru sormanın öğretimsel bir uygulama, sorulan soruların ise bu uygulamanın bir aracı olduğunu

vurgulayarak bir sınıfta, öğretmenlerin öğrencilerin ilerlemelerini değerlendirmek ve öğrencileri düşünmeye yönlendirmek için soruları kullandıklarını belirtmektedirler. Öğretmenler öğrencilerine kendi zihinlerinde olan fikirlere ya da dersin öncesinde belli olan noktalara götürecek şekilde sorular sormak yerine öğrencilerinin düşüncelerine odaklanan sorular sorarak onların kavramları ve fikirleri nasıl yapılandırdıklarını ortaya çıkarabilirler. Böylelikle, öğrencilerin öğrenip öğrenemediklerini, nerelerde sıkıntı yaşadıklarını görebilirler ve kavramsal öğrenmeyi sağlamak için onlara yardımcı olabilirler. Öğretmenler öğrencilerine sürekli olarak neden ve nasıl sorularını sorduklarında öğrenciler de bu yaklaşımı benimseyecekler ve kendileri de düşündüklerini ve yaptıklarını içsel olarak sorgulayacaklardır.

Cengiz (2007), öğretmenlerin sorularının öğrencilerin düşüncelerini geliştirmeye imkân verdiğini ve öğrencileri çözüm metotlarını açıklamaya, alternatif durumlarla ilgili düşünmeye, çıkarımlarının eksik yönlerine odaklanmaya, stratejilerine yönelik arkadaşlarını ikna etme yollarını bulmaya ve birbirlerinin düşüncelerini yansıtmaya teşvik ettiğini ifade etmektedir. Öğretmenler öğrencileri derslerde aktif tutmak, fikirlerini ve düşüncelerini açık bir şekilde ifade etmelerine fırsat vermek, birbirlerinin farklı açıklamalarını duymalarını sağlamak, öğrenci öğrenmelerini değerlendirmek ve derslerini revize etmek için sorular sorduklarını vurgulamaktadırlar (Morgan & Saxton, 1991'den akt., Shahrill, 2013). Bunların yanı sıra, Mason (2010) öğretmenlerin öğrencilerinin bilgilerini kontrol etmek, kendi fikirlerini tamamlattırmak, ne düşündüklerini ortaya çıkarmak için sorular sorduklarını ve bu soruların açık uçlu ya da kapalı uçlu sorular şeklinde olabileceğini de belirtmektedir. Bununla birlikte, öğrencilerin kendi düşünme süreçlerini sorgulamalarını ve düşüncelerine ilişkin farkındalıklar kazanmalarını sağlamak amacıyla sorular sormanın önemine vurgu yapmaktadır. Öğretmenler öğrencilerin düşüncelerinin dayanaklarını ortaya çıkarmak için sorular sorduklarında ve öğrencilerin yanıtlarına göre derslerini şekillendirdiklerinde çok daha etkili bir öğretme ve öğrenme süreci gerçekleştirebilirler. Öğretmenlerin öğrencilerini dinlemlerini ve öğrencilerinin düşüncelerine odaklanmalarını gerektiren bu tür sorular öğrencilerin daha üst düzey düşünmelerini sağlamakta ve gerekçelendirme ve açıklama becerilerini geliştirmektedir (Moore, 2012). Manouchehri ve Lapp (2003) öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini değerlendirmeye yönelik sorulara yer vermesi bir başka deyişle öğretmenlerin sorularının öğrencilerin muhakeme süreçlerini ortaya çıkaracak nitelikte olması gerektiğini vurgulamaktadırlar. Buna ek olarak, Shahrill (2013) öğretmenlerin sordukları soru türlerinin ve etkili sorgulama tekniklerinin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek için uygun öğrenme ortamları oluşturmada önemli bir rol oynadığını ileri sürmektedir.

Öğretmenler öğretimlerinde soru sorma yaklaşımlarını sıklıkla kullandıkları için bu yaklaşımların etkili olması oldukça önemlidir (Moyer & Milewicz, 2002). Öğretmenlerin sordukları sorular onların öğrenci düşüncesi bilgileri ile şekillenmektedir. Öğrenci düşüncesi bilgisi, öğretmenlerin öğrencilerinin hatalarını, kavram yanılgılarını, üretkenliklerini, kavramla ilgili fikirlerini görmelerini ve düşüncelerini geliştirebilecek etkileşimleri tanımlamalarını sağlayan (Empson & Junk, 2004) alan öğretimi bilgisinin temel bileşenlerinden birisidir (Kung & Speer, 2009). Buna paralel olarak, An ve Wu (2012), öğrenci düşüncesi bilgisinin öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel kavramları

nasıl daha iyi anlayabileceklerini, olası kavram yanılgılarını ve hatalarını bilmelerini ve bunları ortadan kaldırmak için uygun stratejiler geliştirmelerini içerdiğini ifade etmektedirler. Öğrenci düşüncesi bilgisi gelişmiş olan öğretmenler hem öğrencilerin zorluklarını, kavram yanılgılarını ve nasıl daha iyi öğrenebileceklerini hem de öğrenci düşüncelerini ortaya çıkarmak için hangi yaklaşımları kullanacaklarını bilmektedirler. Buna ek olarak, öğrencilerinin düşüncelerini ortaya çıkaracak şekilde soru sormakta ve sınıf içindeki rollerini öğrencilerinin bilişsel ve sosyal açıdan sorgulayan bireyler olması doğrultusunda gerçekleştirmektedirler. Öğrencilerin ortaya koydukları fikirlerinin nedenlerini sorgulamakta ve onların zihinsel süreçlerini incelemeye çalışmaktadırlar. Öğretmenler belirli matematiksel kavramlarda hangi önemli fikirlere değineceklerine ilişkin bilgiye sahip olmalı ve bu fikirleri öğrencilerin düşünceleri ile nasıl ilişkilendirecekleri konusunda da sürekli olarak kendilerini geliştirmelidirler. Bu noktada, öğretmenlerin kendilerini geliştirecek mesleki gelişim programlarına katılmaları için fırsatlar verilmesi önemlidir. Özellikle de öğrencilerin düşüncelerine odaklanmanın önemini vurgulayan mesleki gelişim programları öğretmenler için etkili bir süreç olacaktır. Lewis, Perry, Friedkin ve Roth (2012) bir mesleki gelişim modeli olan ders imecesi boyunca öğretmenlerin öğrenci gözüyle dersleri gözlemlemeleri ile öğrenci düşüncesi bilgilerini geliştirdiklerini ve öğretimlerini daha etkili hale getirme motivasyonu kazandıklarını ifade etmektedirler. Japonya'da ortaya çıkan ve uluslararası alan yazında "lesson study" olarak ifade edilen mesleki gelişim modeli yurtiçi alanyazında "ders araştırması", "ders çalışması" ve "ders imecesi" terimleri ile yer almaktadır. Bu çalışmada ders imecesi (Baki, 2012; Baki ve Arslan, 2015; Baki, Erkan ve Demir, 2012; Boran ve Tarım, 2016; Bütün, 2012) ifadesi kullanılmıştır.

Bir mesleki gelişim modeli olan ders imecesi, tüm etkinliklerin temeline öğrencileri almakta (Takahashi & Yoshida, 2004) ve öğretmenlerin içerik ve öğrenci düşüncelerine ilişkin derin bir anlayış geliştirmelerini sağlayarak öğretimi daha yararlı ve anlaşılabilir hale getirmektedir (Murata, 2011). Ders imecesi, öğretmenlerin işbirliği içerisinde çalıştıkları döngüsel bir süreçtir ve bu süreçte öğretmenler ilk olarak belirledikleri bir konuya ya da kavrama ilişkin ders planı hazırlamaktadırlar. Ders imecesi grubundaki bir öğretmen planlanan dersi gerçekleştirirken diğer öğretmenler bu dersi gözlemlemektedirler. Ardından gözlemlenen ders üzerinde tartışmalar yapıp gerektiğinde planı revize etmektedirler. Revize edilen dersin tekrar gerçekleştirilmesi ve sonrasında tekrar gözden geçirilmesi ile ders imecesi döngüsü devam etmektedir. Araştırma dersinin amaçlarının belirlenmesi, planlanması, gözlemlenmesi ve revize edilmesi aşamalarının hepsine öğrenci öğrenmeleri ve düşünceleri entegre edilmektedir. Ders imecesine katılan öğretmenler, birbirlerinin ve araştırmacıların desteği ile derslerinde kullanacakları sorular üzerine de tartışmaktadırlar ve böylelikle soru sorma yaklaşımlarını öğrenci düşünceleri bağlamında geliştirmektedirler. Perry ve Lewis (2008) ders imecesine katılan öğretmenlerin, yansıtma ve revizyon döngüleri ile öğrenci düşünceleri üzerine daha fazla odaklanma yönünde değişim gösterdiklerini belirtmektedirler. Ong, Lim ve Gazali (2010) deneyimli matematik öğretmenleri ile yaptıkları ders imecesi uygulamalarında

öğretmenlerin başlangıçta işlem basamaklarına ve ulaşılan sonuçlara ilişkin sorular sorarlarken, ders imecesine katılımları ile öğrencileri düşünmeye teşvik eden sorular sormaya başladıklarını belirtmişlerdir.

Bu çalışma, matematik öğretmenlerinin ders imecesi boyunca öğrenci düşüncesi bilgilerinin gelişimine yönelik araştırmacılar tarafından tasarlanmış geniş çaplı bir araştırmanın bir bölümüne dayanmaktadır. Çalışma kapsamında ders imecesi grubundaki bir öğretmenin sürecin ikinci ve üçüncü döngülerindeki araştırma dersleri kapsamında soru sorma yaklaşımları incelenmiştir. Süreç boyunca soru sorma yaklaşımlarını hangi bağlamlarda nasıl kullandığı ve öğretimine nasıl yansıttığı incelenirken söz konusu öğretmenin öğretimine odaklanılmıştır. Öğretmenin ders imecesi ile gelişimi soru sorma yaklaşımlarına yansımış olsa da bu çalışmada araştırma ve revizyon dersleri sonrasında yapılan değerlendirme toplantılarının sağladığı gelişimler doğrudan ele alınmamıştır. Bu doğrultuda çalışmanın amacı ders imecesine katılan Ali isimli öğretmenin araştırma dersinde sorduğu soruları öğrenci düşünceleri bilgisi bağlamında incelemektir.

2. Yöntem

Bu çalışma bir öğretmenin öğrenci düşüncesi bilgisinin öğretimine yansımaları bağlamında gerçek sınıf ortamlarında sorduğu soruların ayrıntılı olarak incelendiği bir nitel durum çalışmasıdır. Durum çalışmasında dokümanlar, derinlemesine görüşmeler ve katılımcı gözlemler veri kaynağı olarak kullanılarak bireye odaklanılabilmekte ve derinlemesine incelemeler yapılabilmektedir (Yin, 1994'den akt., Berg, 2001).

2.1. Katılımcılar

Ders imecesine katılan üç öğretmen, amaçlı örnekleme yöntemlerinden tipik durum örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Tipik durum örneklemesi ile ortalama durumlar üzerinde çalışılarak araştırma problemine yönelik genel fikir elde edilebilmektedir (Patton, 2002). Katılımcılar 13 yıllık deneyime sahip öğretmenler olup aynı üniversiteden mezun olmaları ve uzun yıllardır aynı okulda çalışıyor olmalarına rağmen daha öncesinde öğretimlerine ilişkin paylaşımlarda bulunmamışlardı. Öğetmenlere ilişkin bilgiler verilirken gerçek isimleri gizli tutularak kendilerine verilen takma isimler kullanılmıştır. Katılımcılardan Serin oldukça geleneksel bir şekilde derslerini gerçekleştiren ve öğrencilerini derste yeterince aktif hale getiremeyen bir öğretmendi. Genellikle konunun anlatımını yapıp ilgili tanımları ve özellikleri vermekteydi. Alıştırma tipindeki sorduğu soruların yanıtları için, doğru çözüm yapan öğrencilerden birini tahtaya kaldırarak çözümünü tahtaya yazmasını istemekteydi. Serin okulda norm fazlası olması nedeniyle okuldan ayrıldığı için ilk döngüden sonraki döngülere katılamamıştır. Özden, kendini geliştirmeye açık ve farklı çalıştaylara katılma çabasında olan bir öğretmendi. Ancak derslerini öğrencilerinin düşünceleriyle ve anlamalarıyla şekillendirmek yerine daha çok ders kitabına bağlı kalarak gerçekleştirmekteydi. Bu çalışmanın katılımcısı olan Ali ise diğer iki öğretmene göre öğrencilerine düşündürücü sorular sormaya çalışan bir öğretmen olsa da bunu tam olarak ne şekilde yapacağını ve öğretimine nasıl entegre edeceğini bilmemekteydi. Sorduğu sorularda doğru yanıt veren öğrencileri dikkate almakta ve doğru ya da yanlış olan öğrenci yanıtlarına odaklanmamaktaydı. Bu çalışmada, Ali'nin

seçilmesinin nedeni başlangıçta uygun soruları sorarken sınırlı pedagojik yaklaşımları nedeniyle uygun ortam oluşturamayan bir öğretmenin ders imecesi ile birlikte ne gibi yaklaşımlar sergilemeye başladığını ortaya koymaktır.

2.2. Araştırmacıların Rolü

Araştırmacılar ders imecesi öncesinde öğretmenlerin derslerini gözlemlemişler ve öğrenci düşüncesi bilgilerinin öğretimlerine nasıl yansıttıklarını ortaya çıkarmışlardır. Ön hazırlık çalışmaları kapsamında öğretmenlerin ön dersleri ile ilgili analizlerini onlarla paylaşmışlar ve böylelikle öğretmenlerin öğrenci düşüncesi bilgisine ilişkin farkındalıklarını sağlamaya başlamışlardır. Bu süreçte öğrenci düşüncesi bilgisi, ders imecesi, ders planı formatı ve öğretme süreçlerinde kullanılabilecek araç ve yöntemlere ilişkin bilgilendirmeler yapmışlardır. Öğretmenlere tanıtılan ders planı formatı, standart bir ders planı formatından farklıydı. Format özellikle öğrenci düşüncelerinin dikkate alındığı bir dersin planlamasında öğretmenlerin göz önüne almaları gerekenleri sorgulamalarını sağlayacak şekildeydi (Smith, Bill & Hughes, 2008). Araştırmacılar ders imecesinin tüm aşamalarında uzman olarak sürece dahil olmuşlardır. Öğretmenlerin dersleri planlamadan önce amaçlarına yönelik ders kitapları, öğretim programı gibi kaynakları incelemelerini, özellikle kavramın nelere dayandığı, kritik noktalarının neler olduğu, nasıl ortaya çıktığı ve nasıl öğretilmesi gerektiği gibi konularda araştırma yapmalarını istemişlerdir. Buna ek olarak, matematik öğretimini desteklemek amacıyla yazılmış makale, kitap gibi kaynakları temin etmişlerdir. Dersin planlanmasında ve uygulanmasında öğretmenlere doğrudan ne yapacaklarını söylememişlerdir. "Öğrenciler burada ne düşünürler?", "Öğrenciler bu konu ile nasıl akıl yürütürler?", "Öğrencilerin ön öğrenmeleri nelerdir?", "Bu soruya nasıl yanıt verirler?", "Herhangi bir güçlük yaşarlar mı?" gibi sorular sorarak öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine ilişkin farkındalıklarını arttırmaya çalışmışlardır. Derslerin gözlemlenmesinden sonra yapılan analizler doğrultusunda öğretmenlerle öğretimleri ile ilgili öğrenci düşüncesi bilgisi bağlamında tartışmalar yaparak fikir alışverişinde bulunmuşlardır ve onlara geri bildirimler vermişlerdir. Bu çalışmanın odağı açısından değerlendirildiğinde, yapılan tartışmalarla öğretmenlerin soru seçimlerini ve etkili soru sorma süreçlerinin nasıl yönetileceğine ilişkin fikirlerini desteklemeye çalışmışlardır. Ders planlama ve revizyon toplantılarında öğretmenlerin kararlar almaları sırasında dikkatlerini çeken ve değindikleri durumlarda düşünmelerini sağlayan sorular sormuşlardır. Hem analizlerin paylaşımları ile hem de toplantılarda yönelttikleri sorularla öğretmenlerin öğrenci düşüncesi bilgilerinin gelişimini desteklemeye çalışmışlardır.

2.3. Uygulama Süreci

Bu çalışma dokuz ay süren üç döngülük ders imecesinin bir bölümüne odaklanmaktadır. Ders imecesi boyunca 22 ders saatini içeren öğretimler gerçekleştirilmiştir. Öğretmenler ders imecesi döngülerinden önce her biri ikişer saat olmak üzere toplam altı saat öğretim gerçekleştirmişlerdir. Ders imecesi döngülerinin araştırma ve revizyon derslerinin her biri için iki ders saati olmak üzere toplam on iki ders

saati ders imecesi sürecinde gerçekleştirilmiştir. Son dört saat ise ders imecesi sonrasında iki öğretmenin iki ders saatlik öğretimlerini kapsamıştır. Ders imecesinin birinci döngüsünde 9.sınıf düzeyindeki "Köklü İfadeler", ikinci döngüsünde 10.sınıf düzeyindeki "Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar" ve üçüncü döngüsünde 10.sınıf "Esas Ölçü ve Birim Çember" konusunun öğretimi yapılmıştır. İlk ders imecesi döngüsünün araştırma dersini planlama aşamasında öğretmenler öğretim programını, ders kitaplarını, konuya ilişkin kavram yanılgılarını ve kavramın tarihsel gelişimine yönelik materyalleri incelemişlerdir. Genellikle ders kitabını göz önüne alarak dersin içeriğini şekillendirmişler ve planı tamamlamışlardır. Planlamanın ardından gruptaki bir öğretmen planı hazırlanan dersin öğretimini gerçekleştirirken, diğer öğretmenler ve araştırmacılar katılımcı gözlemci olarak ilk araştırma dersini gözlemlemişlerdir. Ardından öğrenci düşüncesi bilgisinin öğretime yansıması bağlamında dersin olumlu ve olumsuz yanlarını tartışmışlar ve belirledikleri amaçlar doğrultusunda ders planı üzerinde değişiklikler yaparak planı revize etmişlerdir. Üzerinde düzenlemeler yapılan planın uygulaması olan revizyon dersini ders imecesi grubundaki bir öğretmen yürütmüş, diğer öğretmenler ve araştırmacılar katılımcı gözlemci olarak dersi gözlemlemişler ve alan notları almışlardır. Dersin sonrasında öğretmenler tekrar bir araya gelerek gözlemlerini paylaşmışlar, eksik gördükleri yerleri yeniden düzenlemişler ve gerekli değişiklikleri plana yansıtmışlardır. Bu şekilde birinci ders imecesi döngüsü tamamlanmıştır. İlk döngü ile elde edilen önemli kazanımlardan biri öğretmenlerin birlikte çalışma alışkanlığı kazanmaları ve öğretimleri üzerine eleştirel tartışmalar yapmaya başlamaları olmuştur. Dersleri planlarlarken ve öğretimlerini gerçekleştirirlerken öğrencileri ve olası düşüncelerini uzman desteği ile dikkate almışlardır. Ek olarak, daha öncesinde böyle bir çalışma gerçekleştirmedikleri için ilk döngüde bir takım çekinceleri olmuştur. İkinci döngü ile birlikte sürece alışarak öğretimleri ve öğrenci düşünceleri bağlamında dikkate almaları gereken hususlara ilişkin farkındalıklarını daha iyi sergileyebilmişlerdir. İkinci ve üçüncü döngülerde ders imecesi modelinin araştırma ve planlama, araştırma dersi, araştırma dersini yansıtma ve geliştirme, revizyon dersi, revizyon dersini yansıtma ve geliştirme basamaklarına göre gerçekleştirilmiştir. Aynı süreç tüm döngülerde devam ederken, öğretmenlerin eylemleri ve yaklaşımları her basamakta farklılaşarak ve çeşitlenerek ortaya çıkmıştır. Bu üç döngü sonunda öğrenci düşüncesi bilgisinin öğretime yansımasına ilişkin farkındalıkları artan öğretmenler ders imecesi sürecini tamamlamışlardır.

2.4.Veri Toplama Araçları

Bu çalışma kapsamında incelenen dersler Ali'nin gerçekleştirdiği ders imecesinin ikinci ve üçüncü döngülerinin araştırma dersleridir. Dersler esnasında alan notları alınmış ve herhangi bir veri kaybı olmaması için biri öğrencileri görecek şekilde diğeri tahtayı görecek şekilde iki kamera yerleştirilmiştir. Çalışmanın verileri Ali'nin trigonometri öğretimini gerçekleştirdiği dört saatlik derslerinin video kayıtlarının çözümlemelerinden ve araştırmacı alan notlarından elde edilmiştir.

2.5. Verilerin Analizi

Bu çalışmada ilk olarak derslerin kamera kayıtlarının çözümlemeleri ve araştırmacı alan notları ayrıntılı olarak okunmuştur. Dersler gözlemlenirken öğretmen yaklaşımlarını

değerlendirmeye çalışmanın yanı sıra yazılı hale getirilen verilerin ayrıntılı olarak okunması ve incelenmesi araştırmacıların verilere aşinalık kazanmasını sağlamıştır. Ardından öğretmenin yaklaşımları ile öğrenci düşüncesi bağlamında soru sorma yaklaşımları ilişkilendirilerek ilgili kesitler belirlenmiştir. Nitel içerik analizi için çözümlemelerden benzer yaklaşımlar ortaya çıkarılmış ve öğretmenin sorduğu sorular birbirleriyle karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Ders çözümlemeleri incelenirken araştırmacı gözlem notları ile de karşılaştırmalar yapılmıştır. Verilerin analizinde öğretmenin sorduğu soruların neleri içerdiği, hangi amaçlarla ve nasıl sorulduğu, öğrenci-öğretmen etkileşimleri, öğrenci yanıtlarına ilişkin müdaheleler ortaya çıkarılmıştır. Bu ölçütlere dayalı olarak öğretmenin soru sorma yaklaşımlarının öğrenci düşüncesi bilgisi bağlamında ilişkili olduğu bileşenler belirlenmiştir. Bu süreçte Ali'nin "Yanıtı ne buldunuz?", "Emin misiniz?", "Sizce bu doğru mu, yanlış mı?" gibi rutin soruları yerine daha çok öğrencilerin düşünceleri ile ilgilendiği sorular ele alınmıştır. Verilerin analizi sonucunda ulaşılan bulgular sunurlurken, Ali'nin sorduğu sorulara ve bu süreçte öğretmen-öğrenci etkileşimlerini gösteren kesitlere yer verilmiş ve bu kesitlerle ilgili ayrıntılı açıklamalar yapılmıştır. Verilen kesitlerde tahtadaki öğrenci "T.öğrenci" olarak, fikir belirten öğrenciler "öğrenci 1", "öğrenci 2" şeklinde kodlanmıştır. Bu kodlamalar sadece ilgili kesit bağlamında geçerli olup her kesitte farklı öğrenciler için kullanılmıştır.

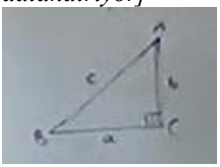
3. Bulgular

Ders araştırmasında öğretmenler ikinci döngünün araştırma dersinde 10.sınıf düzeyinde trigonometrinin "Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar" konusu altında "Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını belirtir.", "Dik üçgen yardımıyla 30^o, 45^o ve 60^olik açıların trigonometrik oranlarını hesaplar.", "Trigonometrik oranlardan biri belli iken diğer trigonometrik oranları bulur." kazanımlarına, üçüncü döngünün araştırma dersinde ise "Esas Ölçü ve Birim Çember" konusu altında "Yönlü açı ve yönlü yay kavramını açıklar.", "Birim çemberi belirtir ve denklemini yazar.", "Açı ölçü birimlerini belirtir ve birbirine çevirir." ve "Açının esas ölçüsünü açıklar." kazanımlarına yer vermişlerdi.

Öğretmenler ikinci döngünün planlama aşamasında öğrencilerin ortaokul düzeyinde ilgili kazanımları öğrenmiş oldukları düşüncesiyle bu kazanımların iki ders saati için uygun olacağına karar vermişlerdi. Bu bağlamda daha çok öğrencilerin ön bilgilerinin ne düzeyde olduğunun ortaya çıkarılması gerektiğine değinmişlerdi. Ali trigonometri konusunun ilk kazanımlarının öğretimini gerçekleştirirken öğrencilerini düşünmeye yönlendirmek için sorular sordu. Dersin başlangıcında Ali, ilk olarak öğrencilerinden oran kavramı ile ilgili günlük yaşam örnekleri vermelerini istedi. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar sadece aynı birimli iki niceliğin birbiri ile ilişkilendirilmesini yansıtıyordu. Öğrencilerin yanıtlarının ardından Ali dik üçgende trigonometrik oranlara geçiş yaptı. Aşağıda verilen kesitte görülebileceği gibi, Ali'nin öğrencilere sorduğu sorular genellikle onların ön bilgilerini belirlemeye ve hatırlatmaya yönelikti. Ali, öncelikle bir dik üçgen çizip dik üçgenin özellikleri üzerine öğrencilere sorular yöneltti. Ardından dik üçgende trigonometrik oranların bazı kenar uzunluklarının oranları olduğunu hatırlatarak

öğrencilerine bu trigonometrik oranların neler olduğunu sordu. Öğrenciler bu oranları sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant olarak ifade ettikten sonra onlardan sinüsün üçgenin hangi kenar uzunluklarının birbirine oranı olduğunu belirtmelerini istedi. Sorduğu sorudan sonra tahtaya çizmiş olduğu üçgenin kenar uzunluklarına göre sinüsün a/c olduğunu söyledi ve öğrencilerinin de bu düşüncesini onaylamalarını bekledi. Ancak hangi açının sinüs değerini istediğini dile getirmediği için öğrencileri bu hususa dikkat çektiler. Öğrencilerin bu tepkisini dikkate alan Ali çizmiş olduğunu dik üçgendeki açıları isimlendirerek ilgili oranları söylemelerini istedi.

Ali: *Arkadaşlar bir dik üçgen [dik üçgeni çiziyor] A, B, C [üçgeni adlandırıyor]*



Dik üçgen nedir?

Öğrenciler: *Bir açısı 90^o olan üçgen*

Ali: *Bir açısı 90^o olan üçgen. Bunun da adı vardı [|AB| kenarını göstererek]*

Öğrenciler: *Hipotenüs*

Ali: *Bunun adı? [(|BC| ve |AC| kenarlarını göstererek]*

Öğrenciler: *Kenar*

Ali: *Bir dik üçgenin bazı kenar uzunluklarının oranlarının isimleri vardır. Bunlara dik üçgende trigonometrik oranlar demiştik hatırlıyorsanız. Mesela hangi oranlar vardı?*

Öğrenciler: *Sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant*

Ali: *Sinüs nedir?*

Öğrenciler: *Karşı bölü hipotenüs*

Ali: *Karşı dik kenar bölü hipotenüs*

$$\sin = \frac{\text{K. D. K}}{\text{hipotenüs}}$$

Yani burada ne olur? [üçgen üzerinde soruyor]

$\frac{a}{c}$ *değil mi?* $\frac{a}{c}$ *doğru mu?*

Öğrenciler: *Hayır. Hangi açı?*

Ali: B *açısına* α *diyelim ve* α *açısı için konuşalım.* $\sin\alpha$ *nedir?*

Öğrenciler: $\frac{b}{c}$

Ali:

$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$

Kosinüs?

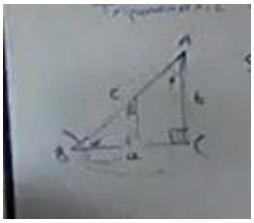
Öğrenciler: $\frac{a}{c}$

Ali: *Kosinüs neydi?*
Öğrenciler: *Komşu bölü hipotenüs*
Ali: *Tanjant?*
Öğrenciler: *Karşı bölü komşu*
$\frac{b}{a}$
Ali: $\frac{b}{a}$
Bunları hatırlıyorsunuz.
Öğrenciler: *Evet*
Ali: *Kotanjant?*
Öğrenciler: *Komşu bölü karşı*
$\frac{a}{b}$

Ali trigonometrik oranlara ilişkin öğrencilerin ön bilgilerini hatırlattıktan sonra aşağıdaki kesitte görüldüğü gibi üçgenin açıları değişmeyecek şekilde büyütülmesi veya küçültülmesi durumunda oranların değişip değişmeyeceğini öğrencilerinin düşünmesini istedi. Ders planında yer alan bu soruyu sorarken Ali, "Bu oran değişir mi?" ifadesiyle oran kelimesini kullanarak öğrencilerini aslında yanıta yönlendirmiş olsa da böyle bir soru ile onların düşünmelerini sağladı. Bu konuşmalarda Ali'nin öğrencilerinden "değişir" ya da "değişmez" yanıtlarını beklemesinin yanında verdikleri yanıtların nedenlerini de açıklamalarını istedi. Bununla birlikte, kendisinin beklediği yanıtı alınca en güzel yanıtın o olduğunu ifade etmesi ve doğru yanıtın açıklamasını öğrencilerden istemek yerine kendisinin genişleterek ifade etmesi öğrencilerin daha fazla düşünmelerinin önüne geçti. Oran yanıtını veren öğrencinin yanıtını görmezden gelip benzer üçgenler yanıtına sınıfın dikkatini çekmiş olması da kendi zihninde var olanlara öğrencileri götürmeye çalıştığını göstermiştir. Oysa ki, çizmiş olduğu üçgenlerin benzerliği için iki üçgenin eşit açılarının karşısındaki kenar uzunluklarının aynı orana sahip olması gerektiği için oran yanıtını veren öğrenci de doğru düşüncedeydi. Ve oran üçgenin büyüyüp küçülmesi halinde değişmeyecekti. Dolayısıyla oran yanıtını veren öğrencinin de bu ifadesi üzerine konuşturup iki öğrencinin fikirleri arasında ilişkilendirme yapmalarını sağlaması öğrenci düşüncelerini dikkate alan bir öğretmenden beklenecek bir yaklaşımdı. Ali'nin dikkate almadığı bir diğer yanıt oranın değişip değişmeyeceğine ilişkin sorusuna bir öğrencinin verdiği "oran değişir mi?" tepkisiydi. Bu öğrencinin ifadesi aslında oranın değişmediği, değişen şeyin uzunluklar olduğu ancak bu uzunluklar arasındaki ilişkinin sabit kaldığı vurgusu içermekteydi.

Ali: *Peki, üçgeni büyütsek veya küçültsek? Bu oran değişir mi?*
Öğrenciler: *Değişmez*
Öğrenciler: *Değişir.*
Öğrenci 1: *Oran değişir mi?*

Ali: *Bu üçgeni biraz daha küçülttük oran nasıl değişir?*
Öğrenciler: *Değişmez*
Ali: *Neden?*
Öğrenci 1: *Orandır.*
Öğrenci 2: *Benzer üçgenler.*
Ali: *Aslında evet en güzel cümle oradan geldi. Benzer üçgenler bu üçgenler kenarları oranı*



Bu oran zaten değişmez. Değişse zaten böyle bir şeyden bahsetmezdik. O yüzden bir üçgenin büyümesi veya küçülmesi açı değişmediği sürece, α *açısının şurada olmasıyla şurada olmasının [iki üçgen çizip] hiçbir önemi yok. Bu ikisinde de nedir arkadaşlar,* $\tan\alpha$ *ve diğer oranlar her zaman sabittir değişmez.*

Ali genel olarak sadece doğru yanıt veren öğrencilerinden düşüncelerini açıklamalarını istedi ve öğrencileri kendi istediği ve beklediği noktaya doğru yönlendirdi. Ali, öğrencilerine dik üçgenin bir dar açısı ve bu açının bir trigonometrik oranı bilindiğinde çevresinin ve alanının bulunup bulunamayacağını sordu. Kavramların öğretimi için uygun bir soru olan bu soruyu öğretmenler ders planlama aşamasında tartışmışlardı. Öğrencilerin trigonometrik oranları belli olan bir üçgenin kenar uzunluklarını bu oranlar yardımıyla belirleme eğilimlerini engellemek için derste bu soruya yer vermeleri gerektiğine karar vermişlerdi. Verilen kesitte görülebileceği gibi, Ali sadece bir öğrenci ile etkileşimde bulunmak yerine farklı öğrencileri de bu sürece dahil etti. İlk olarak öğrenciler, üçgenin hem çevresinin hem de alanının bulunabileceğini ifade ettiler. Ancak Ali, öğrencilerine verdiği yanıtla ve tepkiyle bunun doğru olmadığını sezdirdi ve öğrencilerini duymayı beklediği yanıta yönlendirdi. Sonrasında öğrencilerden biri bu değerlerin gerçek ölçüler olmadığını, oran olduğunu ifade ederek çevrenin ve alanın bulunamayacağını açıkladı. Öğrencinin bu gerekçelendirmeyi yapmasında Ali'nin yönlendirici soruları ve yaklaşımları etkili oldu.

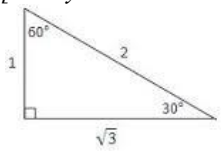
Ali: *Bu açı [tanjant değeri 2 olan üçgenin dar açısını göstererek] belliyse üçgenin çevresini bulabilir miyiz?*
Öğrenciler: *Evet*
Ali: *Bulabiliriz. Alanını bulabilir miyiz?*
Öğrenciler: *Evet*
Ali: *Çevresini bulabiliyorsak alanını da bulabiliriz. Peki, bir üçgenin yani bir açının tanjantı belliyse bir açısı* α *olan bir dik üçgenin çevresini ve alanını bulabiliriz. Doğru mu?*

Öğrenci 1: *Evet*
Öğrenciler: *Hayır bulamayız.*
Ali: *Neden bulamayız.*
Öğrenci 2: *Çünkü oran bunlar. Asıl ölçüler değil. Mesela 2 değil 4 de olabilir.*
Ali: *Tabi, çok güzel bir yere geldik. Diyor ki çünkü bunlar oran.*

Ali 30^o-60^o-90^o ve 45^o-45^o-90^o açılarına sahip özel açılı dik üçgenlerdeki trigonometrik oranlar ile ilgili öğrencilerinin bilgilerini belirlemek için öğrencilerine 30^o-60^o-90^o üçgenindeki oranların ne olduğunu sordu. Planlama aşamasında öğretmenler öğrencilerin bu üçgenlere ilişkin oranları kolaylıkla bulabileceklerini ancak nedenini sorgulamamış olabileceklerini düşünmüşlerdi. Dolayısıyla bu sorgulamanın yapılması ile onların düşüncelerini geliştirebileceklerini belirtmişlerdi. Aşağıdaki kesitte görüldüğü gibi, bir öğrencisini tahtaya kaldırarak yanıtını yazmasını istedi. Öğrenci çizdiği dik üçgenin kenarlarına $1,2,\sqrt{3}$ yazdığında Ali neden kenarların uzunluklarının bu değerler olduğunu öğrencisinin açıklamasını istedi. Sosyomatematiksel normlar açısından da bakıldığında Ali'nin öğrencisinden açıklama yapmasını istemesi önemliydi. Çünkü sınıftaki tüm öğrenciler daha önce karşılaşmadıkları bu soru sorulunca nedenini düşünüp sorgulamaya başladılar. Bu sayede Ali öğrencilerini matematiksel düşünmeye teşvik etti ve var olan düşüncelerini de geliştirmeye çalıştı. Tahtadaki öğrenci üçgeni çizip kenar uzunluklarının oranlarını ezbere yazdığı için yanıt veremedi. Öğrencilerden biri bunun nedeninin birim çember olduğunu söylediğinde Ali bu yanıtın üzerinde durmadı. Ali birim çember yanıtını veren öğrencisinden düşüncesinin nedenini açıklamasını istemeliydi. Ardından öğrencilerden biri eşkenar üçgen yanıtını verdiğinde, Ali beklediği yanıtı duyduğu için bu öğrenciyi neden bu şekilde düşündüğünü sormadan tahtaya kaldırdı. Ancak öğrenci eşkenar üçgen yanıtını bilinçli olarak söylemediğini belirtti. Ali öğrencisinden bir dik üçgen çizmesini ve açıları belirtmesini istedi. Öğrenci tahtada işlemleri gerçekleştirirken kendisi öğrenciye müdahalelerde bulunarak sonucu ulaştırdı. Ali'nin başlangıçta öğrencilerine düşünmeleri için sorduğu soru oldukça etkiliydi. Öğrencilerin fikirlerinin dayanaklarını ortaya çıkarmaya ortam hazırlayabilecek bu soruda Ali bir noktaya odaklanıp öğrencilerinin oraya ulaşmalarını bekleyen bir yaklaşım sergiledi. Bu durum etkili ve sorgulayıcı bir tartışma ortamı oluşturacak bu sorunun tam olarak amacına uygun kullanımına engel oldu.

Ali: *Şimdi 30^o'nin 60^o'nin oranlarını bulmak isteyen var mı? Kim bulmak ister? 30^o ve 60^o'nin oranlarını. Sonra 45^o'in oranlarını bulacağız. [tahtaya kalkmak isteyen öğrenciyi tahtaya kaldırdı.]*

T. öğrenci:

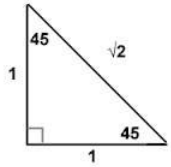


Ali: *Peki, nereden $1,2,\sqrt{3}$ geldi?*

Öğrenci 1: *Kafasına göre*

Ali: *Neden* $1,2,\sqrt{3}$ *?*

T. öğrenci: *[Öğrenci* 45^o*-*45^o*-*90^o *üçgenini çizdi.]*



Ali: *Tamam buna* $1,1,\sqrt{2}$ *diyebiliriz. [Öğrenci yerine oturdu.]* 30^o*-*60^o*-*90^o *üçgeninde* $1,2,\sqrt{3}$ *nereden geldi?*

Öğrenci 2: *Hocam kural değil mi? Hesaplarsak hipotenüsten çıkıyor.*

Ali: *Bir de şöyle hesaplayalım. [Kenarlara* $1,\sqrt{5},\sqrt{6}$ *yazdı.] neden bu değil de bu [*$1,2,\sqrt{3}$*]? Bunu soruyorum.*

Öğrenci 3: *Öyle koymuşlar.*

Öğrenci 4: *Birim çemberden.*

Ali: *Bilmiyorum. Birim çembere varmadan üçgenlerden de bulabiliriz.*

Öğrenci 5: *Güzel soruymuş.*

Ali: $1,2,\sqrt{3}$ *neden* 30^o*-*60^o*-*90^o *üçgeninde* $1,\sqrt{5},\sqrt{6}$ *değil*

Öğrenci 6: 30^o*'dan 2 oluyor, 30 da katı falan 30 da 1 oluyor.*

Öğrenci 7: *Eşkenar üçgen*

Ali: *Eşkenar üçgeni kim söyledi?*

Öğrenci 7: *Ben*

Ali: *Gel çık da bir eşkenar üçgen çiz.*

Öğrenci 7: *Hocam hep böyle şeyler hep onun başının altından çıkıyor da o yüzden söyledim.*

Öğrenci 8: *Aa eşkenar üçgen.*

Ali: *Bir eşkenar üçgen çizelim. Eşkenar üçgenin bir tane kenar uzunluğunu 2 al bence rahat olsun yoksa 1 de alabilirsiniz.*

Öğrenci 7:



[Öğrenci bir kenara dik olan bir doğru parçası çiziyor. Bu aşamada öğretmen de yönlendirmeler de bulunuyor.]

Ali: *Evet, ikizkenar bir üçgenin yüksekliği nasıl olur?*

Öğrenci 7: $2^2 = 1^2 + x^2$

$x = \sqrt{3}$

Ali: *İşte* 30^o*-*60^o*-*90^o *üçgeni buradan geldiği için buraya artık itiraz edemeyiz.* $1,2,\sqrt{3}$ *kesinlikle. Burda oranları herkes kendisi yazabilir değil mi? Herkes yazabilir mi?*

Öğrenciler: *Evet*

Trigonometrik fonksiyonlar ve bu fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri ileriki kazanımlarda yer aldığı için ikinci döngünün planlama aşamasında öğretmenler sinüs ve kosinüs değerlerinin 1'den büyük olamayacağını derste ele almamaya karar vermişlerdi. Ancak Ali, sınıfta bu konuyla ilişkili o anda aklına gelen bir soruyu tahtaya yazdı ve öğrencilerinden bu sorunun çözümünü düşünmelerini istedi. Bu soruyla ilgili gerçekleşen konuşmaların verildiği kesit aşağıda gösterilmektedir. Ali öğrencilerine dik üçgende trigonometrik oranlarla ilgili sorduğu bu soruda kasıtlı olarak sinüsün değerini hatalı verdi ve öğrencilerin bunu fark etmelerini bekledi. Öğrenciler bu tür sorularda yaptıkları gibi dik üçgen çizip oranları üçgenin kenar uzunlukları olarak yazmaya çalıştıklarında hipotenüsün uzunluğunun dik kenardan kısa olduğunu fark ettiler ve bunu ifade ederek sorunun yanlış olduğunu söylediler. Öğrenciler hipotenüsün en uzun kenar olması gerektiğini söylediklerinde Ali bunun nedenini öğrencilerine sordu. Öğrencilerden biri bunun bir kural olarak daha önceki yıllarda böyle öğretildiğini söyledi. Ancak sonrasında Ali öğrencilerinden sebebini bir kez daha düşünmelerini ve açıklamalarını istediğinde, öğrenciler hipotenüsü gören açının en büyük açı olduğunu ve bu yüzden hipotenüsün en uzun kenar olduğunu ifade ettiler. Burada Ali öğrencilerinin yaptıklarının farkında olmalarını sağladı ve devamında sinüsün tanım aralığının üst sınırına ulaşmalarını bekledi. Sinüsün geniş açılarda 1'den büyük olabileceğini söyleyen öğrencinin ne düşünerek bunu söylediğini sorgulaması önemliydi. Ancak birim çember henüz incelenmediğinden geniş açılar için birim çember ile ilişkilendirme yapamadı ve söylediğini öğrencilerin sorgulama yapmadan kabul etmelerini bekledi.

T.öğrenci: *[Ali söylüyor, öğrenci yazıyor]*
$0 < \alpha < 90$
$\sin\alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan\alpha + \cot\alpha = ?$

Ali: *Evet demek ki*

Öğrenci 1: $\tan\alpha + \cot\alpha$

Ali: *Evet* $\tan\alpha + \cot\alpha$ *nedir?*

Öğrenciler: *[Öğrenciler sorudaki hatayı fark edip böyle bir eşitliğin olamayacağını belirten ifadelerde bulunuyorlar.]*

Öğrenci 2: *Yanlış yazdık hocam.*

Ali: *Ne yanlış?*

Öğrenci 2: $\frac{3}{4}$ *olması lazım. Hipotenüs 3 oluyor hocam, diğerinden küçük olamaz.*

Ali: *Yani nasıl olacak?*

Öğrenci 1: *3'ü 5 yapalım olsun.*

Ali: *3'ü 5 yaparsak olur da.*

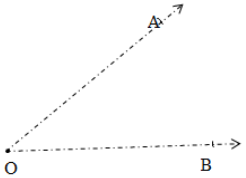
Öğrenci 3: *Hocam* $\frac{3}{4}$.

Ali:	*$\frac{4}{3}$ olmaz değil mi?*
Öğrenciler:	*Hayır.*
Ali:	*Neden?*
Öğrenciler:	*Ee çünkü hipotenüs dik üçgendeki en büyük kenar.*
Öğrenci 1:	*Değil mi? Bize öğrettiler hipotenüs en uzun.*
Ali:	*Hipotenüs niye en uzun olsun ki?*
Öğrenciler:	*Çünkü en büyük açının karşısında.*
Ali:	*En büyük açının karşısındaki kenar en büyüktür. Peki, o zaman sin ne olabilir.1'den büyük olabilir mi?*
Öğrenciler:	*Olamaz.*
Öğrenci 2:	*Geniş açıda.*
Ali:	*Hayır, yok asla.* *Arkadaşlar bakın bu bir yanlış aslında.* $\sin\alpha$ *1'den küçük şimdilik 1'den küçük olmak zorundadır. Çünkü dik üçgende bir dar açının sünüsü 1'den küçük olmak zorundadır. Neden? Çünkü karşıyı hipotenüse bölüyoruz doğru mudur?*
Öğrenci 2:	*Evet.*

Ali esas ölçü ve birim çembere geçmeden önce öğrencilerin açı kavramına ilişkin ne bildiklerini öğrenmek için bir başka deyişle öğrencilerinin ön öğrenmelerini ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için sorular sordu. Ali, öğrencilerine açının tanımını sorduğunda öğrencilerden biri ya hangisinin olduğuna yönelik bir bilgisi olmadığı ya da hepsinin de olabileceğini düşündüğü için iki doğru, ışın ya da doğru parçası arasında kalan aralık şeklinde bir yanıt verdi. Öğrencinin verdiği bu belirsiz yanıtta "ışın" ifadesi olduğu için olumlu dönütte bulundu. Bunun aksine, öğrencilerden gelen farklı yanıtlar üzerine tüm öğrencilerin düşünmesini sağlayarak etkili bir tartışma ortamı oluşturabilir ve öğrencilerin birbirleriyle etkileşim kurmaları yönünde onları yönlendirebilirdi. Benzer şekilde, öğrencilerden birinin 360°'nin ve 180°'nin tanıma uygun olmadığı düşüncesi irdelenmesi ve tartışılması gereken bir düşünceydi. Ali öğrenciye açıya ilişkin neler anladığını, arkadaşlarının neden öyle bir tanım yaptıklarını ve ne demek istediklerini sorsaydı öğrencinin mevcut fikirlerini geliştirebilirdi. Bunun yanında, diğer öğrencilerin bu düşünceye ilişkin fikirlerini sorularla ortaya çıkarmaya çalışabilirdi. Ali bunların yerine, açının tanımını kendisi vermeyi tercih etti ve ardından açı birimlerine geçti. Ali etkili sorular sorabilse de gelen yanıtların ortaya çıkarabileceği fırsatlardan yararlanamadı.

Ali:	*Geçen sene gördüklerinize dayanarak bir soru soracağım. Açı ne demek? Kim açıyı tanımlayacak? Geçen sene geometride gördünüz açının ne olduğunu.*
Öğrenci 1:	*[Açı]İki kenar arasında kalan aralık[tır].*
Ali:	*Başka?*
Öğrenci 2:	*Doğru parçaları arasında kalan aralık.*
Ali:	*Başka?*
Öğrenci 3:	*İki doğru, ışın ya da doğru parçası.*

Ali: *İki ışın güzel.*
Öğrenci 3: *Arasında kalan*
Ali: *Tamam, başka?*
Öğrenci 4: *Kesişimi arasında oluşan*
Öğrenci 5: *Ama mesela* $360°$ *de açı oluyor.*
Ali: *Evet?*
Öğrenci 5: $360°$ *de açı oluyor ama hiçbir şeyin arasında kalmıyor.*
Ali: *Değil mi?*
Öğrenci 5: *180 de öyle.*
Ali: *Arkadaşlar açı, isterseniz bir de ben size söyleyeyim.*



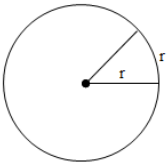
$[OA \cup [OB = \widehat{AOB}$

OA ışını birleşim OB ışını eşittir AOB açısı. Açı bir noktalar kümesidir. Evet, açı bir noktalar kümesidir. Şu aradaki açının ölçüsüdür. Yani AOB açısının ölçüsü şu aradaki açıklığı ölçerek buluruz. Ama açı şu ışınların üzerinde olan noktalar kümesidir.

Dersin devamında açının nasıl ölçüleceğini soran Ali'ye öğrencileri açıölçer yanıtını verdiler. Aslında Ali planlama aşamasında konuştukları gibi, açı ölçü birimlerini sormak istemişti. Ancak sorusu açık olmadığı için öğrenciler açıölçer yanıtını verdiler. Öğrencilerinden gelen beklemediği bu yanıt üzerine Ali kendisi derece yanıtını verdi. Sonrasında, öğrenciler grad ve radyan yanıtlarını da verdiler. Ali 9.sınıf düzeyinde öğrencilerin dereceyi nasıl tanımladıklarını sorduğunda öğrenciler hatırlayamadılar. Ali öğrencilerine yönlendirici sorular sormadan çemberin 360^o ye karşılık geldiğini ifade ederek 1 dereceyi çember üzerinde gösterdi. Planlamada öğrencilerin özellikle radyan birimi cinsinden verilen açılarda sıkıntı yaşayabileceklerini konuştukları için Ali'nin burada asıl üzerinde durmak istediği nokta radyandı. Öğrencilerinden derecenin tanımını da göz önüne alarak 1 radyanı tanımlamalarını istediğinde, öğrencilerden biri kitaptan tanımını okudu. Bunun üzerine Ali bu sözel ifadeyi şekil çizerek öğrencilerinden göstermelerini istedi. Bu, öğrencilerin sözel gösterimi anlayıp farklı gösterimler arasında ilişkili kurmaları açısından teşvik edici bir yaklaşımdı. Ali doğru bir ilişkilendirme yaptığını düşündüğü bir öğrenciyi açıklama yapması için tahtaya kaldırdı. Aşağıdaki kesitte görülebileceği gibi öğrencinin çember üzerinde 1 radyanı göstermesi ile başka bir öğrenci çember yayını doğrusalmış gibi düşündüğünden eşkenar üçgen oluştuğunu kabul edip açının 60^o olacağını söyledi. Bu durum öğretmenlerce daha önceden ön görülememiş olsa da Ali deneyimlerine dayalı olarak öğrencisinin düşüncesindeki hatayı ve nedenini hemen anladı ve açıklama yaptı. Öğrenciler 9.sınıfta söz konusu kavramları öğrenmiş

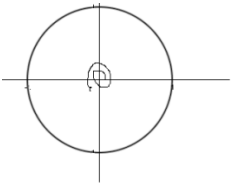
olsaydılar var olan ön bilgilerini derste yansıtabilirlerdi. Ali bunu dikkate alıp tüm öğrencilerin anlamlı bir öğrenme sürecine dahil olmaları için daha etkili sorularla onları düşünmeye yönlendirmeliydi. Ancak çemberin çevresinin radyan olarak eşitini sorarak açı birimleri arasındaki dönüşüme ve ardından yönlü açılara ve birim çembere geçiş yaptı.

T. öğrenci: *Bir tane yay çizeceğiz. O yayın uzunluğu da "r" olacak.*
Ali: *Tamam, gel göster bize.*
T.öğrenci:



Ali: *Tamam, güzel çok güzel.*
Yani şurası r kadar ya o zaman burası 1 radyandır. [Şekil üzerinde gösteriyor] Doğru mu?
Öğrenci 2: *60^o oldu orası. [eşkenar üçgen olduğunu düşünerek]*
Ali: *60^o mi?*
Öğrenci 2: *Orası r orası da r. Hıı, pardon karşısındaki.*
Ali: *Dimi bu 60^o olsaydı karşısındaki düz olurdu ama bu yay. Peki, bir soru, çemberin çevresi kaç radyan olur bu durumda?*
Öğrenci 3: 2π olur.
Ali: 2π olur neden?
Öğrenci 3: $2\pi r$ çevresi zaten
Ali: *Evet çok güzel. çevresi zaten ortaokuldan beri çevre biliyorsunuz. Çemberin çevresi* $2\pi r$
1 r kadar olanına 1 radyan dediğimize göre r ye böldüğümüzde kaç radyan ettiğini buluruz.
$\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ *radyan.*

Ali öğrencilerin derece cinsinden verilen bir açının esas ölçüsünün ne olduğunu anlamalarını sağlayarak birim çemberde her turun 360^o ye karşılık geldiğini görsel olarak öğrencilerinin göstermesini sağladı. Bu şekilsel gösterim öğrencilerin anlamlandırmalarını kolaylaştırdı.



Öğrenciler birimi derece olan açıların esas ölçüsünü bulmayı kolaylıkla yaparken birimi radyan olan açılar için sıkıntılar yaşadılar. Aşağıda birimi radyan olan bir açının

esas ölçüsünün bulunması ile ilgili Ali'nin ilk sorduğu soru ve öğrencilerin yanıtlarının yer aldığı kesit verilmiştir. Tahtaya kalkan öğrencinin ilk aşamada derece ile ilgili esas ölçü bulunmasından kazandığı fikri radyan ile ilgili soruya yansıttığı görülmüştür. Ali kendisi açıklamadan öğrencilerin esas ölçü ile ilgili sahip oldukları fikirleri daha da geliştirmek için doğrudan öğrencilerinden bunu yapmalarını istedi. Bu aşamada öğrencilerden biri radyanın dereceye dönüştürüldüğünü düşünüp bunu sormasına rağmen Ali ona yanıt vermedi. Sadece tahtadaki öğrencinin sonuca ulaşmasına odaklandı. İşlemleri yapan öğrenci de hangi işlemi neden yaptığını bilmediği için esas ölçüyü bulamadı. Ali öğrenciye nasıl düşünürse esas ölçüyü bulabileceğini açıkladı. Dersini esas ölçü bulma ile ilgili örnek sorularla devam ederek bitirdi. Dersin sonuna geldiğinde hala birimi radyan olan açıların esas ölçüsünün bulunmasında sıkıntılar devam ekmekteydi.

Ali:	$\frac{21\pi}{2}$ *nin esas ölçüsünü bulur musun? [Tahtaya bir öğrenci kalktı.]*
T.öğrenci:	2π*'ye bölmeyecek miyiz?*
Ali:	*Çok güzel, çemberin çevresine böleceğiz.* 2π*'ye bölelim.*
T.öğrenci:	$\frac{21\pi}{2} \cdot \frac{1}{2\pi}$
Öğrenci 1:	2π 360^o *mı?*
T.öğrenci:	*Evet.* $\frac{21}{4}$ *daha sonra ne yapacaktım?*
Ali:	$\frac{21}{4}$ *olmadı.*
T.öğrenci:	*Ne ki bu şimdi, açı ölçüsü mü?*
Ali:	*O bölmeyi, yan tarafa* $\frac{21}{4}$ *ü yaz. 21'i 4 böl yani normal bölme işlemi yap.*
T.öğrenci:	*Hıı*
Öğrenci 2:	*Şimdi biz bunu dereceye çevirmiş olduk değil mi hocam?*
Ali:	*Hayır*
T.öğrenci:	*Böldüm.*
Ali:	*Böldün kaç oldu? 1 mi kaldı*
T.öğrenci:	*1, e biz ne yaptık?*
Ali:	*Bakın şimdi ne yaptı arkadaşınız onu ben söyleyeyim yani aslında doğru şeyi test etti dedi ki madem bu bir açı ve madem büyük bir açı, çemberin bir turundan fazla tur atmışız, çemberin çevresini de biz biliyoruz dedik,* 2π *idi, doğru mu? Şurada [derece ile ilgili esas ölçüye işaret edere] 360'a nasıl bölüyorsak,* 2π*ye bölelim dedi, o zaman ne yapıyoruz, mesela bir tur atmak için* 2π *attık, doğru mudur, bir tane daha* 2π *bir tane daha* 2π*, bir tane daha* 2π*, en son tur atmayacağımız açı bizim esas ölçümüz. Bunu anladık mı, yani 360 ile aynı şey.*

4. Tartışma ve Sonuç

Trigonometri öğretiminin ilk dört saatini içeren araştırma dersleri kapsamındaki soru sorma yaklaşımları incelendiğinde, işlemsel anlama yerine kavramsal anlamaya odaklanan sorular seçilmesinde ders imecesinin etkili olduğu görülmüştür. Ali dersleri boyunca, öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarmak, fikirlerini anlamak ve doğru yanıtlarını açıklamalarını istemek için sorular sormuştur. Derslerde ele alınan matematiksel kavramların bir kısmı öğrencilerin daha önceki sınıf düzeylerinde karşılaşmış oldukları kavramlar olması ve trigonometrinin temel kısmını oluşturması nedeniyle öğrencilerin ön bilgilerinin ne düzeyde olduğunu ortaya çıkarmak için sorular sorma önemli bir yaklaşım olmuştur. NCTM'de (2000) öğrencilerin öğrenmelerinin var olan bilgileriyle yeni durumları ilişkilendirerek gerçekleştiği ifade edilerek öğretmenlerin öğrencilerinin ön bilgilerini anlamaları gerektiği vurgulanmaktadır. Benzer şekilde, Baumert ve arkadaşları (2010) öğretmenlerin öğrencilerin ön bilgilerini bilmeleri ve öğrencileri bilişsel olarak aktif hale getiren etkinlikler ile onların ön bilgilerinden yararlanmaları gerektiğini ifade etmektedirler. Bu bağlamda, öncelikle ön bilgilerin eksiksiz olduğundan emin olunması öğretme ve öğrenme süreci için büyük önem taşımaktadır. Çünkü öğrencilerin ön kavramlara ilişkin hatalı ya da eksik anlayışları varsa bu kavramlarla ilişkili olan yeni kavramları öğrenmeleri de sıkıntılı olacaktır. Ders imecesinin planlama aşamalarında kavramların öğrenilmesi için gerekli ön öğrenmeler ve öğrencilerin sahip oldukları bilgiler tartışıldığı için Ali dersi kapsamında öğrencilerin ön bilgilerine daha fazla odaklanmaya başlamıştır. Bununla birlikte, Ali öğrencileri ön bilgilerini sorgulayarak planlama aşamalarında karar verdikleri uygun anlayışlara götürmeye çalışmıştır.

Ali öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarmaya çalışırken ek sorular sorarak onları düşünmeye teşvik etmiştir. Ali'nin bu soruları ile öğrencilerin hem motivasyonları artmış hem de aktif bir şekilde düşünmeye başlamışlardır. Buna karşın, bu sorularda Ali kendi beklediği doğru yanıtları duyduğunda tüm öğrencilerin dikkatini o yanıta çekmiştir. Öğrenciler doğru yanıtlar verdiklerinde onlara genellikle "Neden?" sorusunu yöneltmiş ve açıklama yapmalarını beklemiştir. Bu tür sorularla öğrenciler yaptıklarının farkına varmışlar, öğretmenler de öğrencilere öğretmek istedikleri kavramları nasıl daha iyi öğretebileceklerine yönelik fikir edinmişlerdir. Öğrenci düşüncesi bilgisine sahip bir öğretmenin öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini ön plana alarak onlardan ortaya koydukları fikirleri açıklamalarını ve nedenini gerekçelendirmelerini istemesi beklenmektedir. Bunun için de sürekli olarak "Neden?" ve "Nasıl?" soruları kullanması gerekmektedir. Şahin ve Kulm (2008) öğretmenlerin öğrencilerinin daha üst düzeyde anlayışlara sahip olup olmadıklarını görmek için bu tür sorular sorduklarını belirtmişlerdir. Ali'nin ders imecesine katılma ile öğrenci düşüncelerine ilişkin farkındalığı artmış olsa da derslerinde sürekli her öğrencisinin düşüncesine odaklanmamasının ders imecesine katılmadan önce bu farkındalığının olmamasından ve bazı öğretim alışkanlıklarını devam ettirmesinden kaynaklandığı söylenebilir. Ali öğrencilerin doğru yanıtlarına odaklanmanın yanısıra kendi istediği düşünceleri öğrenciler ifade etmediklerinde onları hedeflenen noktaya götürmek için sorularını belli sınırlar çerçevesinde sormuştur. Wood (1998) kendi zihinlerindeki fikirlere ve önceden belirledikleri sonuçlara götürecek soruları kullanan öğretmenlerin, istediklerine uygun

olarak öğrencileri dinlediklerini belirtmiştir. Herbal-Eisenmann ve Breyfogle (2005) da bu tür sorularda öğrencilerin sorular arasındaki ilişkileri anlamadan sadece soruları yanıtladıklarını vurgulamışlardır.

Ali bir açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant değerinin hangi kenar uzunluklarının oranı olduğunu öğrencilerine sorarken sadece kendisinin düşündüğü açıya odaklanmak yerine üçgenin iki dar açısı için öğrencilerinden farklı trigonometrik oranları söylemelerini istemiş olsaydı onların trigonometrik oranlar arasındaki ilişkileri de görmelerini sağlayabilirdi. Burada Ali'nin kendi deneyimlerinin ve düşüncelerinin ön planda olduğu görülmektedir. Bir başka soru sorma yaklaşımında, Ali öğrencilerinin orana ilişkin ön bilgilerini sorduğunda onların birimsiz oran örneklerinden farklı örnek vermelerini istememiştir. Trigonometrik oranlar birimsiz oran anlamına gelen aynı birimli iki kenar uzunluğunun oranını ifade etmesi sebebiyle Ali öğrencilerin yanıtlarını yeterli görmüş olabilir. Öğrencilerin bu konuda yapabileceği açıklamalar da bilgileri kapsamında olacağı için tahtaya dik üçgen çizmeden öğrencilere "trigonometrik oran deyince aklınıza ne geliyor?" diye sorabilirdi. Bu soru onların düşüncelerine odaklanmak için etkili bir yol olabilirdi. Dik üçgeni çizdikten sonra sorduğu sorularla kavramlara odaklanmadan öğrencilerin belki de sadece ezberlemiş oldukları bilgilerini hatırlamalarını sağladı. Araştırma dersleri ders imecesi döngülerinde ders planının ilk uygulandığı ders olduğu için mutlaka bu dersler üzerine yansıtmalar yapılması gerekmektedir. Ders imecesi hem planlama hem de revizyon aşamaları ile öğretmenlerin öğretimler sırasında ortaya çıkan söz konusu durumlara odaklanarak kavramların tartışılmasını sağladığı için öğretmenlerin alan bilgilerinin de gelişmesini destekleyecek nitelikte bir süreçtir.

Ali öğrencilerin mevcut anlayışlarında eksiklikleri veya hataları ortaya çıkarmak için soru sorma yaklaşımında bulunmuştur. Ancak belirlenen hatalı düşünceleri düzeltmek veya eksiklikleri ortadan kaldırmak için öğrencilerinin düşüncelerini ele almada yeterince etkili olamamıştır. Burns (1985) öğretmenlerin öğrenciler hatalı yanıtlar verdiğinde öğrenci düşüncelerindeki hataları gidermek için sorular sorduklarını belirtmiş ve soruları sadece hatalı yanıtları düzeltmek için değil aynı zamanda doğru yanıtları genişletmek için de kullanmaları gerektiğini vurgulamıştır (akt., Shahrill, 2013). Ders planlama aşamasında öğretmenler öğrencilerin ön öğrenmelerinin eksiksiz olduğunu düşündükleri için öğrencilerin derste karşılaştıkları güçlüklerin tamamını tahmin edememişlerdi. Bu durum öğretmenlerin önceki yıllarda trigonometri öğretimleri esnasında öğrencilerinin düşüncelerini ve neyi bilip bilmediklerini anlamaya odaklanmadıklarından kaynaklanmış olabilir. Ders imecesinin revizyon aşamalarında öğretmenler araştırma dersine yönelik yansıtmalar yaparak ders planının revize ettikleri için sonraki derslerde öğrencilerin hataları ve yanlış anlayışları üzerine daha fazla odaklanmaya başlayabilirler.

Ali öğrencilerine düşünmeleri için yeterli zaman tanımıştı. Genellikle kendi belirlediği bir soru ya da kavram üzerine tartışma ortamı yaratmıştı. Ancak öğrenci düşüncelerine ilişkin tartışma ortamı yaratma alışkanlığı yoktu. Bir öğrencinin çözümünü yeterli gördüğünde farklı çözümleri sorgulamamıştı. Buna karşın, farklı düşünceler arasında

ilişkiler kurmuştu. Derslerinde trigonometri, üçgen, oran, üçgende benzerlik, üçgende kenar-açı bağıntıları, analitik düzlem, geometrik yer denklemleri ile ilişkilendirmeler yaptı. Öğretmenlerin derslerinde farklı düşünceleri sınıf ortamına taşıması, farklı çözüm yollarını tartıştırması ve öğrencileri tartışma ortamlarına dahil etmesi gerekmektedir. Çünkü bazı durumlarda öğrencilerin birbirleriyle çalışmaları ve tartışmaları öğrenmelerini kolaylaştırabilmektedir. Öğrencilerin düşünmelerine fırsat vermek ve fikirlerini ifade etmelerini istemek onların zihinsel olarak aktif olmalarını ve kendi düşüncelerinin farkında olmalarını sağlamaktadır. Farklı düşünceleri ortaya çıkarmanın yanı sıra öğrencilerin farklı düşünceleri kendi düşünceleriyle karşılaştırmaları ve ilişkilendirmeleri için onlara yardımcı olmak öğrenme ve öğretme süreçlerinin niteliğini arttırmada oldukça önemlidir. Buna ek olarak, farklı fikirleri ortaya çıkarmak için sorulan sorular öğrencilerin öğrenmelerini tetikleyecek şekilde yönlendirildiğinde daha da anlamlı hale gelebilmektedir. Davis (2012) öğretmenler sordukları sorular ile öğrencilerin kendi varsayımlarını ve fikirlerini oluşturmalarını gerektirdiğini ifade etmektedir.

Öğretmenlerin ders planlama aşamasında karar verdikleri veya Ali'nin ders sırasında aklına gelen sorular incelendiğinde, bu soruların dersin kazanımları doğrultusunda uygun ve oldukça etkili olabilecek sorular olduğu görülmüştür. Özellikle öğrencilerin hata yapabilecekleri durumlara yönelik soruların belirlenebildiği ve bu bağlamda da soru seçimlerinin etkili olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında özellikle planlama aşamasında konuşulmamış olsa da ders esnasında ortaya çıkan fırsatları değerlendirmiş ve anlık etkili sorular sorarak öğrencileri düşünmeye yönlendirmiştir. Etkili bir matematik öğretimi için uygun soru seçiminin yanı sıra soru sorma sürecinin uygun şekilde yönetilmesinin de önem taşıdığı söylenebilir. Seçilen soruların öğrencilerin düşüncelerini tetikleyecek ve zihinsel gelişimlerini sağlayacak şekilde sorulması soruların etkili kullanılmasını sağlamaktadır. Böylelikle öğrenciler işlemsel anlamanın ötesine geçip kavramsal anlamayı gerçekleştirebileceklerdir. Benzer şekilde, Cumhur ve Güven (2015) soru sormanın ve öğrencilerin verdiği cevapları ilerletmek ve anlayışlarını geliştirmek için ek sorular sormanın öğretmenin matematiği öğretme bilgisinin önemli bileşenlerinden birisi olduğunu belirtmektedirler. Ali'nin soru sorma yaklaşımları öğrencilerin üst düzey düşünmelerini daha fazla tetikleyecek nitelikte olmadığı için ortaya çıkabilecek zengin öğrenci söylemleri sınırlanmıştır. Soruların öğrencileri üst düzey düşünmeye yönlendirecek şekilde seçilmesinin yanı sıra farklı çözüm yollarının tartışılması da etkili olacaktır. Öğretmenlerin etkili bir soru sorma sürecinin gerçekleştirebilmeleri için öğrencilerin hem doğru hem de yanlış yanıtlarıyla ilgilenmeleri de gerekmektedir. Öğrencileri bu süreçte aktif tutma, farklı öğrencilerin düşüncelerini ele alarak düşüncelerdeki farklılıkları ve nedenlerini anlamaları için öğrencilere ek sorular sorma vb. öğretimsel stratejileri kullanmaları önem taşımaktadır.

Bu çalışmada öğretmenlerin öğrenci düşüncesi bilgisini geliştirmek ve bu bağlamda soru sorma yaklaşımlarını şekillendirmek için ders imecesi modelinden yararlanılmıştır. Farklı mesleki gelişim modelleri soru sorma yaklaşımlarını desteklemek amacıyla kullanılabilir. Gerçek sınıf ortamlarında uygulamalar yapılması gerçekçi ve zengin bağlamların ortaya çıkmasını tetikleyeceğinden, çalışmamızda olduğu gibi öğretmenlerin sınıf öğretimleri esas alınmalıdır. Ayrıca, matematik öğretmenleri trigonometri öğretimi

bağlamında tartışılan sorulardan ve yaklaşımlara ilişkin yapılan değerlendirmelerden yararlanılabilirler. Başlangıçta öğretmenler konu odaklı öğretim yaptıkları için öğrencilerin düşüncelerini merkeze alan dersler gerçekleştirmede zorlanmaktadırlar. Bu gibi durumların üstesinden uzun süreli ders imecesi çalışmalarıyla gelinebilir. Öğretmenler araştırma derslerinde birlikte çalışarak yaptıkları planları uygulasalar bile öğretimleri esnasında sıkıntılar ortaya çıkabilmektedir. Dolayısıyla bu gibi sıkıntıların ortadan kaldırılabilmesi için mutlaka araştırma dersleri üzerinde yansıtmalar yaparak revizyon derslerini gerçekleştirmelilerdir. Böylece kavramlara ilişkin öğrencilerin düşüncelerini tartışmak hem kendi alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmekte hem de kavramlara ve öğretimlerine ilişkin farklı bakış açısı kazanmalarını desteklemektedir.

A Mathematics Teacher's Questioning Approaches for Revealing Students' Thinking during Lesson Study

Extended Abstract

Questioning means the use of questions and other prompts asked to the students so as to improve their mathematical understanding and to support them for solving problems (Mason, 2014). Teachers' questioning approaches in their classrooms affect their students' thinking and reasoning processes. Teachers can reveal how the students construct the mathematical concepts and ideas in their minds by asking questions focused on students' thinking instead of the funneling questions which teachers focus on their own thougts and specific points. Teachers' questions take form by their knowledge of student thinking. An and Wu (2012) have stated that the knowledge of student thinking includes that the teachers know how well the students could understand the mathematical concepts and their misconceptions and errors and develop appropriate strategies to eliminate them. The teachers having advanced knowledge of student thinking know which approaches could be used for revealing both their students' misconceptions, difficulties and how their students could learn more effective.

Teachers should have knowledge about which important ideas they will focus on while examining specific mathematical concepts and should improve theirselves about how they could relate these ideas with the students thinking. At this point, it will be effective that the teachers participate in the professional development programs highlighting for teachers to focus on students thinking. Lewis, Perry, Friedkin and Roth (2012) have pointed out that teachers improve their knowledge of students thinking and gain motivation for making their teaching process effective by observing the lessons with the eyes of students during the lesson study which is a professional development model. Also, the teachers participated in tle lesson study discuss the questions they will use in their lessons with support their colleagues and researchers and so they can improve questioning approaches in the context of knowledge of student thinking.

This study focuses on a part of a large scale research which the authors designed for developing the mathematics teachers' knowledge of students thinking and reflections these knowledge in their teaching during the lesson study. The aim of the study is to examine a mathematics teacher's questioning, his pseudonym was Ali, in the context of knowledge of student thinking. The participant of the study conducted through a qualitative case study was Ali, one of the three mathematics teachers participated in the lesson study. The reason of selection of Ali in this study is to reveal what kind of approaches a mathematics teacher who he firstly could not create effective environment because of having limited pedagogical approaches while asking appropriate questions come to illustrate by the lesson study. In the context of the study it was focused on the research lessons of second and third lesson study cycles. For the second cycle, teachers decided to implement a research lesson about the trigonometric ratios in a right-angled triangle at 10^{th} grade. In this topic, they had purposes of "determining the acute angles' trigonometric ratios in a right-angled triangle",

"calculating trigonometric ratios of an angle of 30^o, 45^o and 60^o." and "finding other trigonometric ratios when a trigonometric ratio is definite in a right-angle triangle." In the research lesson of the third cycle, they planned the lessons about "coterminal angle and unit circle". The had purposes of "explaining oriented angle and arcs.", stating what unit circle is and writing its equation." , "stating the unit of angle measurement and converting between different angle measurements." and "explaining coterminal angle."

The data were gathered from observations of Ali's four-hour lessons about trigonometry, the transcriptions of lessons and the field notes of the researchers. In data analysing, it was revealed what the questions included, what purposes the teachers had while selecting the questions, how Ali asked them, students-teacher interactions, the teacher's interventions to students' responds. It was determined the related components of knowledge of student thinking by considering the teacher's questioning approaches in the criterions. In this process, it was handled Ali's questions focused on their students' thinking instead of routine questions such as "What did you find as a respond?", "Are you sure?", "Is that right or wrong?"

When examined the questioning approaches in the context of research lessons including the first four-hour trigonometry lessons, it was seen that the lesson study was effective for selecting the questions focused on conceptual understanding instead of procedural understanding. Ali asked questions to reveal students' prior knowledge, to elicit students' ideas and ask students to explain their correct responses. Questioning for revealing students' prior knowledge was an important approach because the large part of the mathematical concepts in the lessons were that the students had been taught in the previous grades and they are basic concepts for trigonometry. NCTM (2000) have highlighted that the teachers should understand their students' prior knowledge because they can learn by relating their existing knowledge with new situations. In the planning meetings of the lesson study, the teachers discussed the necessary prior knowledge and students' existing knowledge, so Ali came to focused on the students' prior knowledge during his lessons. However, Ali tried for students to have appropriate understanding which they discussed in the planning while questioning the students' prior knowledge.

Ali asked questions to reveal the deficiencies or errors of students' existing understanding. However, he could not be effective for considering the students' thinking to fix incorrect ideas and eliminate the deficiencies. Burns (1985) have stated that the teachers asked questions to eliminate the errors in the students' thoughts when the students gave incorrect responses and they should use the questions not only for eliminating the errors but also for expanding correct responses (Shahrill, 2013). In the planning meetings, the teachers thought that the students had prior knowledge completely, so they could not estimated the students' difficulties they had during the lessons. This case could result from not focusing to reveal students' thinking and to understand prior knowledge in the context of their trigonometry teaching during the previous years. The teachers can come to focus students' errors and

incorrect understanding more because they revised the lesson plans in the revision phases of the lesson study by reflecting in the lessons.

When examined the questions which the teachers decided in the planning or which they came to Ali's mind during the lessons, the questions were clearly approriate and quite effective in the direction of the lessons' purposes. Especially, it was seen that he could determine the questions towards the cases which the students could make mistakes and his selected questions were effective. Also, he encouraged the students to think by using the opportunities occurred in the lessons and asking instantaneous effective questions that they had not talked about them during the planning. It can be said that conducting questioning process appropriately as well as selecting proper questions was important for effective mathematics teaching. Asking the selected questions in a way to trigger the students' thinking and providing their cognitive development supports using the questions effectively. So, the students will have conceptual understanding beyond procedural understanding.

For the teachers to conduct the lessons focused on students thinking can be possible with long-term lesson study because they realized topic-oriented lessons earlier. Problems related to the teaching process can arise even though in the research lessons, the teachers implement the plan that they did by discussing. So, they should implement the revision lessons by reflecting in research lessons for eliminating these problems. Therefore discussing the students' thinking about the concepts improves their own content and pedagogical content knowledge and supports gaining a different viewpoint related to the concepts and their teaching.

Kaynaklar/References

Aizikovitch-Udi, A., Clarke, D., & Star, J. (2013). Good questions or good questioning: An essential issue for effective teaching. *CERME8: 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Antalya, Türkiye.

An, S., & Wu, Z. (2012). Enhancing mathematics teachers' knowledge of students' thinking from accessing and analyzing misconceptions in homework. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*(3), 717-753.

Baki, M. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: Bir ders imecesi (lesson study) çalışması (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Baki, M. ve Arslan, S. (2015). Ders imecesinin (lesson study) sınıf öğretmeni adaylarının matematik dersini planlama bilgilerine etkisinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(2), 209-229.

Baki, A., Erkan, İ., ve Demir, E. (2012, Haziran). *Ders planı etkililiğinin lesson study ile geliştirilmesi: Bir aksiyon araştırması.* X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Niğde Üniversitesi, Niğde.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsa, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge,

cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, *47*(1), 133-180.

Berg, B.L. (2001). *Qualitative research methods for the social sciences.* Boston: Allyn and Bacon.

Boran, E. ve Tarım, K. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin ders imecesi hakkındaki görüşleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *7*(1), 259-273.

Bütün, M. (2012). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematiği öğretme bilgilerinin gelişimi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Cengiz, N. (2007). *What allows teachers to extend student thinking during whole group discussions?* (Unpublished doctoral dissertation). Western Michigan University, Kalamazoo, MI.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*. *29*, 573-604.

Cumhur, F. ve Güven, B. (2015, Mayıs). *Matematik öğretmen adaylarının öğretmenlik uygulaması dersinde kullandıkları soruların öğrencilerin cevabını ilerletme boyutundan incelenmesi.* II.Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Adıyaman Üniveristesi, Adıyaman.

Davis, K. (2012). Examining the use and effectiveness of questioning in a mathematics classroom. Retrieved November 25, 2014 from http://math.gcsu.edu/~ryan/12capstone/papers/kdavis.pdf

Empson, S. B., & Junk, D. (2004). Teachers' knowledge of children's mathematics after implementing a student-centered curriculum. *Journal of Mathematics Teacher Education, 7*, 121-144.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 225-256). Charlotte, NC: Information Age.

Herbal-Eisenmann, B. & Breyfogle, L. (2005). Questioning our patterns of questioning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *10*(9), 484-489.

Kung, D., & Speer, N. (2009). Mathematics teaching assistants learning to teach: Recasting early teaching experiences as rich learning opportunities. *Journal of Graduate and Professional Student Development,12*, 1-23.

Lewis, C. C., Perry, R. R., Friedkin, S., & Roth, J. R. (2012). Improving teaching does improve teachers: Evidence from lesson study. *Journal of Teacher Education, 63*(5), 368-375.

Manouchehri, A., & Lapp, D.A. (2003). Unveiling student understanding: The role of questioning in instruction. *Mathematics Teacher, 96*(8), 562-566.

Martino, A. M., & Maher, C. A. (1994). *Teacher questioning to stimulate justification and generalization in mathematics*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. LA: New Orleans.

Mason, J. (2010). Effective questioning and responding in the mathematics classroom. Retrieved August 2015 from http://xtec.cat/centres/a8005072/articles/effective_questioning.pdf

Mason, J. (2014). Questioning in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 513–519). Dordrecht, Netherlands:Springer.

Moore, T. (2012). Questioning practices and students' mathematical justifications (Unpublished doctoral tezi). Evergreen State College, Olympia, Washington.

Moyer, P. S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interview. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*, 293-315.

Murata, A. (2011). Conceptual overview of lesson study: Introduction. In L. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together.* NY: Springer. 1-12.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.

Ong, E. G., Lim, C. S., & Ghazali, M. (2010). Examining the changes in novice and experienced mathematics teachers' questioning techniques through the lesson study process. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 33*(1), 86-109.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & Evaluation methods.* (3rd ed.). Saint Paul, MN: Sage Publications.

Perry, R. R., & Lewis, C. C. (2008). What is successful adaptation of lesson study in the US? *Journal of Educational Change, 10*(4), 365-391.

Shahrill, M. (2013). Review of teacher questioning in mathematics classrooms. *International Journal of Humanities and Social Science*, *3*(17), 224-231.

Smith, M. S., Bill, V., & Hughes, E.K. (2008). Thinking through a lesson: Successfully implementing high-level tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(3), 132-138.

Şahin A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *J Math Teacher Educ*, *11*, 221–241.

Takahashi, A., & Yoshida, M. (2004). Ideas for establishing lesson-study communities. *Teaching Children Mathematics*, *10*(9), 436–443.

Tudge, J. R. H., & Rogoff, B. (1989). Peer influences on cognitive development: Piagetian and Vygotskian perspectives. In M. H. Bornstein & J. S. Bruner (Eds.), *Interaction In Human Development* (pp. 17-40). Hillsdale, NJ: Erlbaurn.

Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing? In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s. 167-178). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*, 390-408.

Yackel, E., & Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. In G. Toerner, E. Pehkonen, & G. Leder (Eds.), *Mathematical Beliefs and Implications for Teaching and Learning of Mathematics* (s. 313-330). Springer Netherlands.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1*, (pp. 9-24). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Yackel, E., Cobb, P., & Wood, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*, 390-408.

Kaynak Gösterme

Özaltun-Çelik, A. ve Bukova-Güzel, E. (2016). Bir matematik öğretmenin ders imecesi boyunca öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkaracak soru sorma yaklaşımları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 7*(2), 365-392.

Citation Information

Özaltun-Çelik, A., & Bukova-Güzel, E. (2016). A mathematics teacher's questioning approaches for revealing students' thinking during lesson study. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(2), 365-392.