KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

HADRON PARAMETRELERİNE ORTAM ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

ARZU TÜRKAN

KOCAELİ 2015

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

HADRON PARAMETRELERİNE ORTAM ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

Arzu TÜRKAN

Prof.Dr. Elşen VELİ
Danışman, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Kazem AZİZİ
Eş Danışman, Doğuş Üniv. .....

Prof.Dr. Arif DEMİR
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Ali DEMİR
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Hayriye SUNDU
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Doç.Dr. Filiz ERTUĞRAL
Jüri Üyesi, Sakarya Üniv. .....

Doç.Dr. Jale SÜNGÜ
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv. .....

Tezin Savunulduğu Tarih: 14.01.2015

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek enerji fiziği kapsamında son yıllarda yapılan deneysel çalışmalar oldukça başarılı sonuçlar doğurmuştur ve bu nedenle de hadronların termal davranışlarının teorik incelenmesi ilgi gören araştırma konularından birisi olmuştur. Bu tez çalışmasında, hafif-hafif, ağır-hafif ve ağır-ağır kuark içeren bazı pseudoskaler, vektör ve tensör mezonların kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı değişimleri Termal Kuantum Renk Dinamiği (KRD) Toplam Kuralları yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Sonlu sıcaklıklarda mezon parametreleri literatürde birçok parçacık için incelenmişse de özellikle tensör mezonların termal özellikleri hakkında yeterli teorik bilgi bulunmamaktadır. Bu nedenle tez kapsamında yapılan çalışmaların deney sonuçlarının yorumlanması ve mezonların doğaları hakkında bilgi sahibi olabilmemiz açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Yaptığımız hesaplamalar sonucunda elde ettiğimiz verilerin doğruluğunu saptamak amacı ile sonuçlarımızın literatürde mevcut olan teorik ve deneysel verilerle karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırma yapılırken gerek sonlu sıcaklıklarda deneysel verilerin bulunmaması gerekse teorik hesaplamaların genelde vakum durumu göz önüne alınarak yapılması nedeniyle $T \to 0$ limitindeki veriler kullanılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda elde edilen verilerin birbirleriyle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür ve özellikle bozunum sabiti için elde ettiğimiz sonuçların ilerleyen zamanlarda yapılacak olan deneylerle doğrulanması beklenmektedir. Ele alınan mezonlar için kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı grafikleri incelendiğinde kritik sıcaklığa yakın bölgede gözlemlenen değişimlerin kuark-gluon plazma faz geçişinin bir sinyali olabileceği düşünülmektedir.

Uzun ve planlı bir çalışmanın ürünü olan doktora tezimde yaptığım çalışmalarda beni sabırla yönlendiren ve desteğini esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Elşen VELİ (K.O.U F.E.F) ve yardımcı danışman hocam Doç. Dr. Kazem AZİZİ'ye (Doğuş Üniversitesi), bu tezin hazırlanmasında desteğini ve tavsiyelerini benden hiçbir zaman esirgemeyen çok değerli hocam Doç. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK'a, çalışmalarımı maddi ve manevi olarak destekleyerek varlıklarını daima yanımda hissettiğim değerli ailem; annem Zeynep TUNÇEL, babam Muzaffer TUNÇEL'e, iyi ve en önemlisi kötü günümde hep yanımda olan başarılarımı destekleyen başarısızlıklarımdan ise ders almamı sağlayan değerli eşim Hasan TÜRKAN'a ve hayatıma girmesi ile beni bambaşka mutluluklara yönlendiren biricik kızım Ada TÜRKAN'a sonsuz sevgi, saygı ve teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Ocak - 2015 Arzu TÜRKAN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR i
İÇİNDEKİLER ii
ŞEKİLLER DİZİNİ iii
TABLOLAR DİZİNİ v
SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR vi
ÖZET ix
ABSTRACT x
GİRİŞ 1
1. TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI VE MEZONLARIN SINIFLANDIRILMASI 12
1.1. Sonlu Sıcaklıklarda KRD Toplam Kurallarına Giriş 12
1.2. Korelasyon Fonksiyonu 13
1.3. Korelasyon Fonksiyonunun Fenomonolojik Kısmı 16
1.4. Korelasyon Fonksiyonunun KRD Kısmı ve Operatör Çarpım Açılımı 19
1.5. Termal Dispersiyon Bağıntısı 23
1.6. Borel Dönüşümleri 25
1.7. Fiziksel Nicelikler İçin Termal KRD Toplam Kuralları 26
1.8. Mezonların Sınıflandırılması 27
2. HAFİF-HAFİF MEZONLARIN TERMAL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ 30
2.1. Pseudoskaler Akımlar İçin Termal Spektral Yoğunluk 31
2.2. Vektör Akımlar İçin Termal Spektral Yoğunluk 35
2.3. Tensör Akımlar İçin Spektral Yoğunluk 41
2.4. Hafif Mezonlar İçin Korelasyon Fonksiyonunun Fenomonolojik Kısmı 44
2.5. Pertürbatif Olmayan Katkılar ve Termal KRD Toplam Kuralları 46
2.6. Toplam Kurallarının Nümerik Olarak İncelenmesi 51
2.7. Hafif Mezonlar İçin Elde Edilen Sonuçlar 58
3. AĞIR-HAFİF MEZONLARIN TERMAL ÖZELLİKLERİ 68
3.1. Teorik Gösterimde Tensör Mezonlar İçin Korelasyon Fonksiyonu 70
3.2. Fenomonolojik Gösterimde Tensör Mezonlar İçin Korelasyon Fonksiyonu 72
3.3. Fiziksel Nicelikler İçin Termal KRD Toplam Kuralları 73
3.4. Tensör Mezonlar İçin Kütle ve Bozunum Sabitinin Nümerik Analizi 76
4. AĞIR-AĞIR VEKTÖR MEZONLARIN TERMAL ÖZELLİKLERİ 84
4.1. J/Ψ ve ϒ Ağır Vektör Mezonları İçin Wilson Açılımı 85
4.2. Korelasyon Fonksiyonunun Fiziksel Kısmı ve KRD Toplam Kuralları 87
4.3. Ağır Mezonlar İçin Toplam Kurallarının Nümerik Analizi 91
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 98
KAYNAKLAR 101
KİŞİSEL YAYINLAR VE ESERLER 108
ÖZGEÇMİŞ 109

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Kuark propagatörüne katkıda bulunan pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıların Feynman diyagramı ile gösterimi.....22
Şekil 1.2. Kompleks düzlemde $q^2 = z$ değişkeninin kontürü.....24
Şekil 2.1. Kuark propagatörü için bir ilmek yaklaşımında Feynman diyagramı.....31
Şekil 2.2. Sıfır sıcaklıkta $K(497)$ mezonunun kütle değerinin M^2'ye göre değişimi.....54
Şekil 2.3. Sıfır sıcaklıkta $K(497)$ mezonunun bozunum sabiti değerinin M^2'ye göre değişimi.....55
Şekil 2.4. T=0'da $\pi(135)$ mezonunun kütle değerinin M^2'ye göre değişimi 55
Şekil 2.5. T=0'da $\pi(135)$ mezonunun bozunum sabiti değerinin M^2'ye göre değişimi.....56
Şekil 2.6. Sabit süreklilik eşiği değerleri için K^* ve ρ mezonlarının kütlelerinin $T = 0$ sıcaklıkta M^2'ye göre değişimleri.....56
Şekil 2.7. Sabit süreklilik eşiği değerleri için K^* ve ρ mezonlarının bozunum sabitlerinin $T = 0$ sıcaklıkta M^2'ye göre değişimleri.....57
Şekil 2.8. Vakumda sabit süreklilik eşiği değerleri için f_2 , a_2 ve K_2^* mezonlarının kütlelerinin M^2'ye göre değişimleri 57
Şekil 2.9. Vakumda sabit süreklilik eşiği değerleri için f_2 , a_2 ve K_2^* mezonlarının bozunum sabitlerinin M^2'ye göre değişimleri.....58
Şekil 2.10. f_2 (1270) mezonu için kütlenin sıcaklığa bağlılığı, $M^2 = 2{,}2$ GeV^2.....59
Şekil 2.11. f_2 (1270) mezonu için bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı, $M^2 = 2{,}2$ GeV^2 59
Şekil 2.12. $a_2(1320)$ mezonu için kütlenin sıcaklıkla değişimi, $M^2 = 2{,}2$ GeV^2 60
Şekil 2.13. $a_2(1320)$ mezonu için bozunum sabitinin sıcaklıkla değişimi, $M^2 = 2{,}2$ GeV^2 60
Şekil 2.14. $K_2^*(1430)$ mezonu için kütlenin sıcaklığa bağlı değişimi, $M^2 = 2{,}2$ GeV^2 61
Şekil 2.15. $K_2^*(1430)$ mezonu için bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı değişimi, $M^2 = 2{,}2$ GeV^2 61
Şekil 2.16. $K^*(892)$ mezonu için $M^2 = 1{,}5$ GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı 62
Şekil 2.17. $K^*(892)$ mezonu için $M^2 = 1{,}5$ GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 62

Şekil 2.18. $\rho(770)$ mezonu için $M^2 = 1{,}5$ GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı 63
Şekil 2.19. $\rho(770)$ mezonu için $M^2 = 1{,}5$ GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 63
Şekil 2.20. $K(497)$ mezonu için $M^2 = 0{,}4$ GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı 64
Şekil 2.21. $K(497)$ mezonu için $M^2 = 0{,}4$ GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 64
Şekil 2.22. $\pi(135)$ mezonu için $M^2 = 0{,}05$ GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı 65
Şekil 2.23. $\pi(135)$ mezonu için $M^2 = 0{,}05$ GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 65
Şekil 3.1. $T = 0$ 'da $D_2^*(2460)$ mezonunun kütlesinin M^2'ye bağlı değişimi 78
Şekil 3.2. $T = 0$ 'da $D_2^*(2460)$ mezonunun bozunum sabitinin M^2'ye bağlı değişimi.....78
Şekil 3.3. $D_{s2}^*(2573)$ mezonunun kütlesinin $T = 0$ 'da bazı süreklilik eşiği değerleri için kütlesinin M^2'ye bağlılığı 79
Şekil 3.4. $D_{s2}^*(2573)$ mezonunun $T = 0$ 'da bazı süreklilik eşiği değerleri için bozunum sabitinin M^2'ye bağlılığı 79
Şekil 3.5. $D_2^*(2460)$ mezonunun kütlesinin farklı s_0 değerlerinde $M^2 = 3$ GeV^2 değeri için sıcaklığa bağlılığı.....80
Şekil 3.6. $D_2^*(2460)$ mezonunun bozunum sabitinin farklı s_0 değerlerinde $M^2 = 3$ GeV^2 değeri için sıcaklığa bağlılığı.....81
Şekil 3.7. $D_{s2}^*(2573)$ mezonu için $M^2 = 3$ GeV^2 değerinde kütlesinin sıcaklığa bağlılığı 81
Şekil 3.8. $D_{s2}^*(2573)$ mezonu için $M^2 = 3\ GeV^2$ değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 82
Şekil 4.1. Sıfır sıcaklıkta J/Ψ mezonu için kütlenin Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.....92
Şekil 4.2. Sıfır sıcaklıkta J/Ψ mezonu için bozunum sabitinin Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.....93
Şekil 4.3. Υ mezonu için sıfır sıcaklıkta kütlenin M^2'ye bağlılığı.....93
Şekil 4.4. Υ mezonu için sıfır sıcaklıkta bozunum sabitinin M^2'ye bağlılığı.....94
Şekil 4.5. J/Ψ mezonu için $M^2 = 10$ GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı 95
Şekil 4.6. J/Ψ mezonu için $M^2 = 10$ GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 95
Şekil 4.7. Υ mezonu için $M^2 = 20$ GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı ...96
Şekil 4.8. Υ mezonu için $M^2 = 20$ GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı 96

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1.1. Hadronların kuantum sayılarına göre ara kesit akım ifadeleri.....15
Tablo 1.2. $T = 0$ 'da $d \le 6$ boyutlu operatörler seti.....19
Tablo 1.3. Temel kuantum sayıları. 28
Tablo 1.4. J^P notasyonuna göre mezonların sınıflandırılması. 28
Tablo 1.5. $^{2S+1}L_j$ notasyonunda mezonların kuantum sayıları. 29
Tablo 2.1. Nümerik hesaplamalar için kullanılan giriş parametreleri. 52
Tablo 2.2. Tezde hafif pseudoskaler, vektör ve tensör mezonlar için elde edilen kütle sonuçlarının literatürde mevcut sonuçlarla karşılaştırılması.....66
Tablo 2.3. Tezde hafif pseudoskaler, vektör ve tensör mezonlar için elde edilen bozunum sabiti sonuçlarının literatürde mevcut sonuçlarla karşılaştırılması 67
Tablo 3.1. $D_2^*(2460)$ ve $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonları için $T = 0$ 'da elde edilen kütle ve bozunum sabiti değerlerinin literatürde mevcut verilerle karşılaştırılması. 83
Tablo 4.1. J/Ψ ve Υ vektör mezonlarının leptonik bozunum sabitleri değerlerinin literatürde var olan çalışmalarla karşılaştırılması. 97
Tablo 4.2. J/Ψ ve Υ vektör mezonlarının kütlelerinin literatürde var olan çalışmalarla karşılaştırılması.....97

SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR

a, b	:Renk indisleri
A_μ^a	:Gluon alanı
$C_n\left(x^2\right)$	:Wilson katsayıları
d	:Operatörün boyutu
D_μ	:Kovaryant türev
f	:Bozunum sabiti
f^{abc}	: $SU(3)$ grubunun yapı sabiti
f_{a_2}	: a_2 mezonunun bozunum sabiti
$f_{D_2^*}$	: D_2^* mezonunun bozunum sabiti
$f_{D_{s2}^*}$	: D_{s2}^* mezonunun bozunum sabiti
f_{f_2}	: f_2 mezonunun bozunum sabiti
$f_{J/\Psi}$	: J/Ψ mezonunun bozunum sabiti
f_K	: K mezonunun bozunum sabiti
f_{K^*}	: K^* mezonunun bozunum sabiti
$f_{K_2^*}$	: K_2^* mezonunun bozunum sabiti
f_π	: π mezonunun bozunum sabiti
f_ρ	: ρ mezonunun bozunum sabiti
f_Υ	: Υ mezonunun bozunum sabiti
g	:Güçlü etkileşim sabiti
$G_{\mu\nu}^a$	:Abelyen olmayan gluonik alan şiddet tensörü
$\left\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \right\rangle$	:Gluon yoğunlaşmaları
H	:Hamilton operatörü
$J(x)$	:Kuark alanları ile oluşturulan akım
L_{KRD}	:Kuantum Renk Dinamiği lagranjiyeni
m	:Kütle
M	:Borel parametresi
m_{a_2}	: a_2 mezonunun kütlesi
$m_{D_2^*}$	: D_2^* mezonunun kütlesi
$m_{D_{s2}^*}$	: D_{s2}^* mezonunun kütlesi
m_{f_2}	: f_2 mezonunun kütlesi
$m_{J/\Psi}$	: J/Ψ mezonunun kütlesi
m_K	: K mezonunun kütlesi

m_{K^*} : K^* mezonunun kütlesi

$m_{K_2^*}$: K_2^* mezonunun kütlesi

m_π : π mezonunun kütlesi

m_ρ : ρ mezonunun kütlesi

m_Y : Υ mezonunun kütlesi

$n(x)$:Fermi dağılım fonksiyonu

N_f :Çeşni sayısı

O_n :Tam sistem oluşturan operatörler kümesi

q_μ :Dört boyutlu momentum

$S(k)$:Termal kuark propagatörünün 11 bileşeni

s_0 : :Sıfır sıcaklıktaki süreklilik eşiği

$s_0(T)$: :Süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlılığı

T :Zaman sıralama operatörü

T :Sıcaklık

T_c :Kritik sıcaklık

u_μ :Dört boyutlu hız vektörü

$V_{q\bar{q}}$:CKM matris elemanı

$\Pi(q^2)$:Korelasyon fonksiyonu

$\Pi^{non-pert}$:Korelasyon fonksiyonunun pertürbatif olmayan kısmı

α_s :Güçlü etkileşme sabiti

γ_μ : 4×4 şeklinde verilen Dirac matrisleri

$\delta(x)$:Dirac delta fonksiyonu

ε_μ^λ :Vektör mezonlar için polarizasyon vektörü

$\varepsilon_{\mu\nu}^\lambda$:Tensör mezonlar için polarizasyon tensörü

$\eta(x)$:Grassmann değişkenleri

$\theta(x)$:Basamak fonksiyonu

$\Theta_{\mu\nu}$:Enerji-momentum tensörü

λ^a : 3×3 şeklindeki Gell-Mann matrisleri

μ :Momentum transferi

$\rho(s)$:Spektral yoğunluk

$\rho_0(s)$:Sıfır sıcaklıkta spektral yoğunluk

ψ :Kuark alanı

$\overline{\psi}$:Anti-kuark alanı

$\langle\overline{\psi}\psi\rangle$:Kuark kondensatı

$\omega(x)$:Dönüşüm fonksiyonu

$|0\rangle$:Vakum durumu

Kısaltmalar

CERN	: Conseil Europeen pour la Recherche Nucleaire (Avrupa Çekirdek Araştırmaları Merkezi)
ChPT	: Chral Perturbation Theory (Kiral Pertürbasyon Teorisi)
CKM	: Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
KGP	: Kuark Gluon Plazma
KMS	: Kubo-Martin-Schwinger
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
LEP	: Large Electron-Pozitron Collider (Büyük Elektron Pozitron Çarpıştırıcısı)
LHC	: Large Hadron Collider (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı)
OPE	: Operator Product Expansion (Operatör çarpım açılımı)
RHIC	: Relativistic Heavy Ion Collider (Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı)
SM	: Standart Model
SPS	: Super Proton Synchroton (Süper Proton Senkrotonu)
SVZ	: Shifman, Vainshtein ve Zakharov
TAT	: Termal Alan Teorisi

HADRON PARAMETRELERİNE ORTAM ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

ÖZET

Son yıllarda farklı deneylerde birçok yeni hadron gözlemlenmiştir. Çarpıştırıcıların enerjilerinin ve dedektörlerin duyarlılığının artması ile daha birçok hadronun deneylerde gözlemlenmesi beklenmektedir. Deneysel sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi ve analiz edilebilmesi için deneylerle paralel olarak hadronların ortam özelliklerinin teorik ve fenomonolojik olarak incelenmesi gerekmektedir. Sonlu sıcaklıklarda yapılan bu teorik hesaplamalar yalnızca ağır iyon çarpışma deneylerinin sonuçlarının yorumlanmasında değil aynı zamanda KRD'nin pertürbatif ve pertürbatif olmayan dinamiklerinin anlaşılması ve hadronların iç yapıları hakkında bilgi edinebilmemiz açısından oldukça büyük önem taşımaktadır.

Sonlu sıcaklıklarda hadron parametrelerinin incelenmesi bazı termal pertürbatif olmayan metotların kullanılmasını gerektirir. Termal KRD toplam kuralları yöntemi ise bu yöntemler arasında başarısını kanıtlamış ve oldukça etkili bir yöntemdir. Termal KRD toplam kuralları yönteminde Wilson açılımı yapılırken Lorentz invaryantlığın bozulması gibi birtakım zorluklarla karşılaşılır. İnvaryantlığı tekrar sağlayabilmek için ortamda dört boyutlu hız vektörü tanımlanır ve bununla birlikte Wilson açılımında vakumda bulunan dört boyutlu operatörlere ek yeni dört boyutlu operatörler ortaya çıkar.

Bu tez çalışmasında, bazı hafif-hafif, ağır-hafif ve ağır-ağır pseudoskaler, vektör ve tensör mezonların kütle ve bozunum sabitlerindeki sıcaklığa bağlı değişim Termal KRD toplam kuralları çerçevesinde incelenmiştir. Toplam kuralları elde edilirken termal kuark propagatörü kullanılmış ve sonlu sıcaklıklarda Wilson açılımında karşımıza çıkan ek operatörler de dikkate alınmıştır. Elde edilen toplam kurallarında enerji momentum tensörü için hem Kiral pertürbasyon hem de Örgü teorisinden elde edilen ifadeler kullanılmış ve her iki parametrizasyonla elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ele alınan parçacıklar için kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı grafikleri çizilmiş ve T_c=175 MeV kritik sıcaklık değerine kadar bu niceliklerin değişimleri incelenmiştir. $T = 0{,}1$ GeV değerine kadar kütle değerlerinin yaklaşık sabit olduğu ancak bu noktadan sonra sıcaklığın artmasıyla azaldığı görülmüştür. Bozunum sabiti değerleri ise yine tüm parçacıklar için $T = 0{,}1$ GeV değerine kadar yaklaşık sabittir. Bu noktadan sonra vektör ve tensör mezonlar için sıcaklığın artması ile değerler azalırken pseudoskaler mezonlar için değerlerin arttığı gözlemlenmiştir. Kritik sıcaklık etrafında fiziksel niceliklerde gözlemlenen bu değişimlerin Kuark Gluon Plazma faz geçişinin bir işareti olabileceği düşünülmektedir. Kütle ve bozunum sabiti için sıfır sıcaklıkta elde ettiğimiz sonuçlar literatürde varolan vakum toplam kuralları hesaplamalarının yanı sıra diğer yöntemlerden elde edilen sonuçlar ve deneysel veriler ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Ağır-Ağır Mezonlar, Ağır-Hafif Mezonlar, Hafif Mezonlar, Termal KRD Toplam Kuralları.

INVESTIGATION OF THE EFFECTS OF MEDIUM ON HADRONIC PARAMETERS

ABSTRACT

In recent years, a lot of new hadrons have been observed via different experiments. With increasing running energies of colliders and improving sensitivity of detectors, we expect more hadrons to be observed in near future. To better understand and analyze the experimental results, theoretical and phenomenological calculations on medium properties of hadrons are required parallel to the experimental studies. Theoretical studies on the hadronic parameters at finite temperature play a crucial role in interpreting the results of heavy ion collision experiments and understanding the perturbative and non-perturbative dynamics of QCD as well as getting information about the internal structures of hadrons.

Investigation of the hadronic parameters at finite temperature requires some non-perturbative approaches. The thermal QCD sum rule method has proven to be one of the most succesfull and applicable tools in this respect. There are some difficulties like breakdown of the Lorentz invariance while applying Wilson expansion in the thermal QCD sum rule. To restore the invariance we introduce the four-velocity vector of the medium, as a result of which some new operators with four dimensions appear in the Wilson expansion besides existing operators in vacuum.

In this thesis, the modifications on the masses and decay constants of some light-light, heavy-light and heavy-heavy pseudoscalar, vector and tensor mesons with respect to temperature are investigated in the framework of the thermal QCD sum rule. To obtain the sum rules for the physical quantities under consideration, we use thermal quark propagator and take into account additional operators appearing in Wilson expansion at finite temperature. We use the expressions of the energy momentum tensor both obtained from chiral perturbation and lattice theory and compere them with each other. We plot the dependence of the masses and decay constants of the particles on the temperature and look for their variations with respect to temperature up to the critical point T_c=175 MeV. It is obtained that the values of the masses of the particles remains roughly unchanged up to T=0,1 GeV, but after this point it starts to diminish with increasing the temperature. In the case of decay constants, it also remains unchanged up to T=0,1 GeV for all channels. After this point, it starts to raise in the case of pseudoscalar particles altering the temperature, while it decreases for the vector and tensor particles. The rapid changes in the masses and decay constants near to the critical temperature can be considered as a sign of transition to the Quark Gluon Plasma phase. It is obtained that the results of masses and decay constants obtained at zero temperature are compatible with the predictions of the other existing theoretical results at T=0 and existing experimental data.

Keywords: Heavy-Heavy Mesons, Heavy- Light Mesons, Light Mesons, Thermal QCD Sum Rules.

GİRİŞ

Standart Model (SM) doğada varolan temel parçacıkları ve bu parçacıklar arasındaki dört temel kuvvetten kütle çekim kuvveti hariç $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ayar teorisi ile verilen güçlü ve elektrozayıf etkileşimlerin tanımlandığı güçlü bir teoridir. SM temel parçacıkları kuarklar ve leptonlar olarak iki nesil ile tanımlar. Yukarı (u), aşağı (d), acayip (s), tılsımlı (c), alt (b) ve üst (t) olmak üzere altı çeşit kuark vardır ve anti-kuarkları ile birlikte toplam on iki çeşit kuark üç nesile ayrılmaktadır [1]. Kuarklar elektrik yükü, kütle, spin ve renk yükü gibi çeşitli özelliklere sahiptir.

Kuarkların çeşnilerine bağlı olarak yükleri protonun yükünün $-1/3$ veya $+2/3$ katıdır. Protonun elektrik yükünün $2/3$ katı elektrik yüküne sahip u, c ve t kuark, artı yüklü bir W^+ bozonu yayıp veya eksi yüklü bir W^- bozonu soğurup, protonun elektrik yükünün $-1/3$ elektrik yüküne sahip d, s veya b kuarktan birine dönüşebilir. Benzer şekilde d, s veya b kuark bir W^- bozonu yayıp veya bir W^+ bozonu soğurup bir u, c veya t kurak'a dönüşebilir. Bu dönüşümlerin aynı kuark nesli içinde olması, farklı nesiller arasında olmasından daha olasıdır. Eğer zayıf etkileşim Z bozonu alışverişi sonucu ortaya çıkarsa, o zaman parçacık türünde bir değişim olmaz. Elde edilen bu sonuç basit gibi görünse de SM'in ve de Salam ve Weinberg teorisinin büyük başarılarından birisidir. SM oluşturulana kadar yapılan gözlemler, bir kuark'ın aynı yükü taşıyan bir başka kuarka dönüşmediğini gösteriyordu. Çeşni değiştiren nötr akımların olmaması denen bu olay, doğal bir şekilde SM tarafından açıklanmıştır. SM'e göre bu tür geçişler doğada çok ender olarak gerçekleşir ve daha gelişmiş hızlandırıcılarda yapılan oldukça hassas deneyler SM'in bu tahminini doğrulamaktadır.

Kuarklar gibi leptonlar da elektron (e), elektron nötrino (ν_e), müon (μ), müon nötrino (ν_μ), tau (τ) ve tau nötrino (ν_τ) olmak üzere altı çeşittir ve anti-leptonları ile birlikte üç nesildede toplanırlar. Leptonlar kuarklardan farklı olarak doğada tek başlarına bulunabilirler. KRD'de kuarklar arasındaki mesafenin artması ile

aralarındaki potansiyel enerjinin kaybolmadığına inanılır. Kuarkları birbirinden ayırmak için gerekli olan enerji verildiğinde hatta bu enerjinin üstüne çıkıldığında bile kuarklar birbirinden ayrılmaz aksine gerekli enerji mevcutsa bu olay yeni kuark çiftlerinin oluşmasına dahi neden olur. Ortaya çıkan bu kuark ve anti-kuarklar, hadronlardaki kuark ve anti-kuarklarla birleşerek yeni parçacıklar oluşturur. Sonuç olarak; hadronları bileşenlerine ayırmak için verdiğimiz enerji, kuark ve anti-kuarkların ayrılmalarına değil, yeni oluşumlara neden olur. Bu olay hapsolma olarak adlandırılır. Bu nedenle kuarkları serbest halde gözlemlememiz olası değildir. Renk hapsi nedeniyle kuarklar sadece hadronların içinde (çok yüksek enerjilerde veya kısa mesafelerde) neredeyse serbest halde bulunabilirler. Altı leptondan sadece elektron madde yapısında yer alır. Çünkü elektron elektrik yüküne sahip en küçük kütleli parçacıktır. Bozunarak dönüşebileceği daha hafif bir parçacık olmadığından kararlıdır.

Bütün kuramlar gibi, SM'in de başarısı veya başarısızlığı kuramsal hesaplamalarla deneysel ölçümler karşılaştırılarak bulunabilir. Hiyerarşi problemi olarak da adlandırılan kütle çekim kuvvetinin neden bu kadar zayıf olduğu hakkında SM hiçbir öngörüde bulunamamaktadır. Kütle çekim kuvveti bilinen kuvvetler arasındaki en zayıf olanıdır; elektromanyetik kuvvetten 10^{40} kat daha zayıftır. Bu nedenle şimdiye kadar yapılan hızlandırıcı deneylerinde etkileri gözlemlenememiştir. Ancak evreni anlamaya çalıştığımızda en önemli kuvvet olarak karşımıza kütle çekim kuvveti çıkar. Doğada bilinen diğer kuvvetler bazen çeken bazen iten kuvvetler olmasına karşı kütle çekim kuvveti her zaman için kütleleri birbirine çeken bir etki göstermektedir. Buda gezegen boyutundaki nesneleri göz önüne aldığımızda, hissedilen tek kuvvettir. Bu nedenle kütle çekiminin SM içinde yer almaması büyük bir eksikliktir.

Her bir kuvvetin kendi kuvvet taşıyıcı bozonu ve şiddetlerini belirleyen kendi etkileşme sabiti vardır. "Kuvvetler arasındaki bu fark nereden gelmekte?" sorusuna SM cevap vermemektedir. Bilim tarihinde, 1861-1864 yılları arasında James Maxwell denklemlerini yazmadan önce elektrik ve manyetik kuvvetlerin farklı kuvvetler olduğu düşünülüyordu. Oysa, Maxwell göstermiştir ki, bu iki kuvvet aslında aynı kuvvetin farklı iki yüzüdür ve ikisi de aynı etkileşme sabitiyle açıklanabilir. Benzer şekilde 1960-1970 yılları arasında Glashow, Salam ve Weinberg elektromanyetik ve zayıf etkileşimleri birleştiren 'Elektrozayıf' kuramı

geliştirmiştir. Bu kuram, beta bozunmasında rol oynayan W bozonlarının kütlesini öngördüğü gibi, ayrıca, yeni bir zayıf etkileşim tipinin ve bu etkileşimin aracısı olarak Z bozonunun varlığını öneriyordu. "Aynı bütünleşmeyi SM için de yapabilir miyiz?" sorusu için günümüzde farklı teoriler üretilse de SM henüz bunu başaramamıştır.

SM'in cevap veremediği bir diğer soru ise madde anti-madde asimetrisidir. Gözlemleyebildiğimiz kadarıyla, evren maddeden oluşmuştur. Anti-madde ise yok denecek kadar azdır. Madde ve anti-madde arasındaki bu fark nereden gelmektedir? Bu fark evren ilk oluştuğunda var mıydı? Yoksa sonradan mı oluştu? SM madde anti-madde arasındaki bu farklılığı bir ölçüye kadar açıklayabiliyor, ancak bu açıklamalar yeterli değildir.

Yukarıda sıraladığımız tüm bu olumsuzluklara rağmen SM oldukça başarılı ve işe yarayan bir kuramdır. Standart Model'in en büyük başarılarından biri olarak gösterebileceğimiz kanıt elektronun anomal manyetik momentinin deneysel sonucuyla teorik olarak hesaplanan sonucunun 11 anlamlı basamağa kadar uyumlu olması ve bunlardan sadece son iki basamakta hata payı bulunmasıdır. Ayrıca deneylerde gözlemlenen parçacıkların kütle, manyetik etkileşim, bozunma gibi özellikleriyle SM çerçevesindeki kuramsal hesaplar karşılaştırıldığında, deneysel ve kuramsal verilerin bugüne kadar uyum içinde olduğu görülmüştür. Gözlemlenen tüm parçacıklarla ilgili bütün güncel bilgiler, Particle Data Group (http://pdg.lbl.gov) denen bir grup tarafından düzenli aralıklarla yayınlanmaktadır. Bu kitapta deneyde gözlemlenen bütün parçacıkların kütleleri, manyetik etkileşmeleri, bozunum kanalları gibi binlerce veri bulunmaktadır. Bu veriler, kuramsal hesaplamalarla kıyaslandığında, şimdiye kadar SM'den herhangi bir sapma gözlemlenmemiştir. Ayrıca SM evreni oluşturan maddenin yapısını, sadece iki kuark (u,d) ve bir leptonla (elektron), yani en hafif olan birinci neslin parçacıklarıyla, oldukça basit bir şekilde açıklayabilmektedir.

Ek olarak önceleri kuramın en önemli sorunlarından biri olan Higgs parçacığının keşfi de SM teorisinin kendini yeniden ispatlaması için çok önemli bir kanıt olmuştur. Maddenin yapıtaşı olan temel parçacıkları ve bu parçacıkların birbiriyle olan etkileşimlerini açıklayan matematiksel modeldeki eksik halka Higgs parçacığı idi.

SM, pek çok matematiksel hesaba göre yaptığı çıkarımlarında son derece başarılı olmasına rağmen, kimi atom-altı parçacıkların neden kütlesi olduğunu açıklayamıyordu. Kütleli temel parçacıkların sahip oldukları bu kütlelerini kazanabilmesi için Higgs alanı ile etkileşmeye girmesi gerekmektedir. Higgs bozonu ise bu alanın kuantumlanmış halidir. Peter Higgs ve arkadaşları tarafından 1964 yılında öngörülen bu mekanizma, 1980'lerden başlayarak Chicago'daki Fermilab ve İsviçre-Fransa sınırındaki Cenevre'de Avrupa Çekirdek Araştırmaları Merkezi (CERN)'de yürütülen çeşitli deneylerle gözlemlenmeye çalışılmıştır. Fizikçiler SM'in tutarlı bir kuram olarak yazılabilmesi için spini olmayan bu parçacığın olduğunu varsaymak zorundalardı. Bu parçacık, yap bozu tamamlayan son parçaydı ve deneylerde gözlemlenememesi sonucunda SM'de köklü değişiklikler yapılmak zorunda kalınacaktı. Bu nedenle CERN'deki LHC hızlandırıcısında (Büyük hadron Çarpıştırıcısı) yapılan ağır iyon çarpışma deneylerinin en önemli araştırma konularından birisi de Higgs parçacığının gözlemlenmesi üzerine olmuştur. 30 mart 2010 tarihinden bu yana CERN'deki LHC hızlandırıcısında, birbirine zıt yönde hareket eden ve her biri 3,5 TeV enerjisine sahip protonlar 7 TeV kütle merkezi enerjisinde kafa kafaya çarpıştırılmaktadır. Önümüzdeki 2 yıl boyunca, saniyede 40 milyon kez 7 TeV kütle merkezi enerjisinde çarpışacak olan protonların enerjisi daha sonra 7 TeV'e kadar yükseltilerek 14 TeV kütle merkezi enerjisinde çarpıştırılması planlanmaktadır. Peki neden bu kadar yüksek enerjilere ihtiyaç duyulmaktadır? Bir parçacığın momentumu, dalga boyu ile ters orantılıdır. Parçacık hızlandırıcıları, bir parçacığın momentumunu arttırmak, dolayısıyla dalga boyunu azaltmak için kullanılırlar. Dalga boyu ne kadar küçük olursa, hedef hakkında o kadar çok bilgi edinilebilir. Hızlandırıcıda çarpıştırılan parçacıklar kazandıkları kinetik enerji ile yeni parçacıklar oluştururlar. Bu sayede ağır kararsız parçacık yaratılabilir ve özellikleri incelenebilir, parçacık bozunum ürünleri incelenerek bunlardan parçacıkların varlığı anlaşılabilir. 1990'ların başından itibaren gerek LHC'den önceki LEP hızlandırıcısındaki (Büyük Elektron Pozitron Çarpıştırıcısı) gerekse ABD'deki Fermi laboratuvarında bulunan Tevatron'daki deneylerin sonuçlarıyla Higgs'in kütlesine bir takım sınırlamalar getirilmiş ve Higgs'in kütlesinin 100-150 GeV arasında olması gerektiği belirtilmişti. Higgs bozonu saniyenin milyarlarca küçük bir kesiri kadar yaşar ve sonra başka parçacıklara bozunur. Bu nedenle Higgs'in direk olarak gözlemlenmesi mümkün değildir. Ancak Higgs'in bozunum kanalları

incelenerek saptanması mümkündür. Bilindiği gibi bu parçacığın bozunum kanallarından biri Higgs'in iki fotona bozunmasıdır. Yapılan tüm deneylerde bu kanallar incelenerek Higgs'e ait bir iz aranmıştır. Tüm bu veriler göz önünde bulundurularak yapılan deneyler sonucunda 4 Temmuz 2012 tarihinde, CERN'de parçacık hızlandırıcısı LHC'de birbirinden bağımsız yürütülen CMS ve ATLAS adlı deneylerinde çalışan bir grup bilim insanı, teorik olarak da öngörülen kütle değerinde Higgs bozonu ile uyumlu olduğunu düşündükleri deney sonuçlarını açıklamıştır [2, 3]. Bu keşif sonrası teoriyi öne süren Peter Higgs ve François Englert 8 Ekim 2013 tarihinde Alfred Nobel adına verilen Nobel Fizik ödülünü kazanmıştır.

Yüksek enerji fiziği adına SM'in bir diğer başarısı ise doğada güçlü etkileşimin ara bozonu olan gluonlar hariç diğer hiçbir parçacıkta olmayan renk yükü kuantum sayısına neden kuarklarda ihtiyaç duyulduğu sorusuna verdiği yanıttır. Kuarklarda renk yükü olması gerektiğinin en önemli kanıtı, üç u kuark'ın temel durumuolan $\Delta^{++}(uuu)$, üç d kuark'ın temel durumu olan $\Delta^{-}(ddd)$ ve üç s kuark'ın temel durumu olan $\Omega^{-}(sss)$ baryonlarının doğadaki varlıkları gösterilebilir. Bu baryonların yapısını oluşturan u, d ve s kuarklar spini $\hbar/2$ olan parçacıklardır ve Fermi-Dirac istatistiğine uyarlar. Bu nedenle Pauli Dışarlama ilkesine göre kuantum sayılarından en az birisinin farklı olması gerekir ve renk kuantum sayısı göz önüne alınmazsa bu tür bir birleşimin doğada olması söz konusu değildir. Fakat Δ^{++}, Δ^{-} ve Ω^{-} baryonlarındaki kuarklar temel durumda bulunduğundan aynı kuantum sayılarına sahipmiş gibi görünürler. Bu sorunu ortadan kaldırmak için 1969 yılında Nambu ve Murray Gell Mann'ın birbirlerinden bağımsız olarak yaptıkları çalışmalarda her bir kuark'ın üç ayrı renkte kopyası olması gerektiği bilgisini ileri sürdüler [4]. Kısacası her bir kuark kırmızı, mavi ve yeşil olarak adlandırılan ve bildiğimiz renklerle hiçbir ilgisi olmayan üç farklı kuantum durumda bulunabilir. Ayrıca, her kuark bir renk yükü taşırken her anti-kuark da bir anti-renk yükü taşır. Buna göre örneğin bir u kuark kırmızı, mavi veya yeşil renk yükü olarak adlandırılan yüklerden herhangi birine sahip olabilir. Böylece birbirinden renk yükleriyle ayırt edilebilen üç çeşit u kuark bulunmaktadır. Sonuç olarak renk kuantum sayısının tanımlanmasıyla birlikte SM çerçevesinde tanımlı onsekiz kuark ve onsekiz anti-kuark bulunmaktadır. Her bir kuark'ın farklı bir renk yüküne sahip olmasıyla birlikte artık Δ^{++}, Δ^{-} ve Ω^{-} baryonlarındaki bu çelişkili durum ortadan kaldırılmıştır. Bu baryonlar artık Pauli

Dışarılama ilkesine uymaktadır ve doğadaki varlıkları mantıklı bir çerçevede açıklanabilmektedir.

SM çerçevesinde oldukça iyi tanımlanan güçlü etkileşimin teorisi, KRD ile verilir. KRD, hadron içinde bağlı bulunan kuarkların vektör ayar alanları (gluonlar) ile etkileşmesini açıklayan kuantize edilmiş bir kuantum alan teorisidir. Kuarkların ve gluonların renk yüküne sahip olmasından dolayı KRD'nin simetri grubu $SU(3)_C$'dir. İlk olarak Yang ve Mills tarafından ileri sürülen abelyan olmayan ayar grubunu temel alır ve burada temel düşünce yerel ayar invaryantlığı ilkesidir [5]. Yerel ayar invaryantlığı Lagrangian'a bazı dönüşümlerin uygulanması sonucunda Lagrangian'ın değişmez kalması demektir. $\phi(x)$ olarak verilen bir alan fonksiyonu ve $\alpha(x)$ keyfi gerçek bir fonksiyon olmak koşulu ile $\phi'(x) = e^{U(x)}\phi(x)$ şeklinde bir dönüşümü Lagrangian'ında yerine yazdığımızda Lagrangian değişmez kalmalıdır. Ancak bu koşul invaryantlığı sağlamak için yeterli değildir. Fonksiyonun birinci türevinin de bu dönüşümler altında tanımlanması ve değişmez kalması gerekmektedir. $\phi(x)$ fonksiyonunun birinci türevi $\partial^\mu\phi(x) = U(x)\partial^\mu\phi(x) + \phi(x)\partial^\mu U(x)$ şeklindedir ve Lagrangian bu dönüşümler altında invaryant değildir. Teorinin yerel invaryant olması için ara bozon alanı olarak adlandırılan $A^\mu(x)$ ile verilen bir vektör alanı tanımlanır ve bu dönüşümde $A'^\mu(x) \to A^\mu(x) + \frac{1}{g}\partial^\mu\alpha(x)$ şeklindedir. Bu durumda, $\phi(x)$ fonksiyonunun türevi $D^\mu\phi(x) = \left[\partial^\mu + igA^\mu(x)\right]\phi(x)$ olur. Böylece Lagrangian yerel ayar dönüşümleri altında değişmez kalır [1]. Güçlü etkileşimin ara bozonu olan gluonların varlığı da KRD Lagrangian'ının yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kalması varsayımı sonucunda görülmüştür.

Kuarkların farklı kombinasyonlar ile oluşturdukları ve hadron olarak adlandırılan parçacıklar, üç renk yükünün tamamını (baryonlar) yada bir renk ve bir anti-renk yükünü (mezonlar) içerdiği için renksizdir. Mezonlar kuark ve anti-kuark çiftlerinin bir araya gelmesi ile oluşurlar. Mezon parametrelerinin hem deneysel hem de teorik olarak incelenmesi hadron fiziğinde oldukça ilgi gören araştırma konularından birisidir. Mezon parametrelerinin teorik olarak incelenmesi mezonların doğasının ve iç yapısının anlaşılması, hem KRD'nin vakum yapısının hem de pertürbatif olmayan dinamiklerinin anlaşılması bakımından önem taşımaktadır. Aynı zamanda sonlu

sıcaklıklarda ve yoğunluklarda düşük enerji incelemeleri ağır iyon çarpışma deneylerinin sonuçlarının daha iyi anlaşılması ve yorumlanması, KRD faz diyagramının elde edilmesi bakımından yüksek enerji fiziğinin en dikkat çeken alanlarından birisini oluşturmaktadır. Pertürbatif KRD, kuark-gluon etkileşim sabitinin birden çok küçük olduğu büyük momentum transferi bölgesinde çok başarılıdır ve pertürbatif metot güvenilir bir şekilde uygulanabilir. Ancak hadron skalasında kuark-gluon etkileşim sabiti $\alpha \approx 1$ olduğundan pertürbasyon teorisi burada başarısızdır. Bu bölgede mezon parametrelerinin sonlu sıcaklıklarda incelenmesi pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirir. KRD Toplam Kuralları, Örgü KRD Teorisi, Torba Modeli, Efektif Lagrange Yöntemi, Potansiyel Model, Fenomenolojik Kuark Modeli, Ağır Kuark Efektif Teorisi, Sonlu Sıcaklıklarda Kiral Pertürbasyon Teorisi (ChPT) bu yöntemlerden bazılarıdır. Pertürbatif olmayan yöntemler arasında Termal KRD Toplam kuralları yöntemi Kuark Gluon Plazma (KGP) ortamında kritik sıcaklığa yakın bölgede hadron üretimi, hadron bozunumları ve hadron parametrelerine ortam etkilerinin incelenmesi bakımından oldukça başarılı ve etkili bir yöntemdir. Örgü teorisi ile hesaplanan kritik sıcaklığın $T_C = 150 - 200$ MeV $= (1{,}8 - 2{,}4) \times 10^{12}$ K aralığında olduğu tahmin edilmektedir. Termal KRD'ye göre kritik sıcaklık değeri yaklaşık $T_c = 175$ MeV olarak kabul edilir [6] ve bu sıcaklıkta hadronlar maddenin yeni hali olan KGP fazına geçerler. Bu faz geçişinin evrenin başlangıcında neredeyse kuark ve anti-kuark sayılarının eşit olduğu sıfır baryon yoğunluğunda Büyük Patlamadan yaklaşık birkaç mikrosaniye (μs) sonra meydana geldiği düşünülmektedir. Aynı zamanda nötron yıldızlarının çekirdeğinde de baryon yoğunluğunun yüksek olduğu ve KGP'nin oluştuğu düşünülmektedir. Laboratuvarda ise ağır iyon çarpışma deneylerinin en temel amaçlarından biri KGP'yi oluşturabilmek ve evreni daha iyi anlamamıza yarayacak bilgiler elde edebilmektir. Ancak laboratuvar ortamında oluşturulan ateş topunun çok kısa bir zaman için KGP fazında olduğu ve sonra tekrar soğuyarak bakılan ortam özelliklerinin bozulduğu bilinmektedir [7]. Bir ortamın termal bir sistem olarak KGP olabilmesi için geniş bir hacme ($\approx$ 3000 fm^3), yeterli sayıda parçacığa (parton sayısı ≈ 10000), denge öncesi yeterli süreye (denge öncesi periyot $\approx 1\ fm/c = 3 \times 10^{-24}\ s$) ve dengelenmiş sistemin yeterli yarı ömrüne ihtiyaç vardır (KGP'nin ömrü 5-10 fm/c) [8]. Termal alan teorisi, ağır iyon çarpışmalarında ortaya

çıkan KGP'nin anlaşılmasının yanı sıra süpernova plazmasında nötrinoların ve diğer parçacıkların etkileşimlerinin, nötron yıldızlarının çekirdeğindeki kuark maddesinin ve evrenin başlangıcındaki baryon asimetrisinin özelliklerinin anlaşılması bakımından da büyük önem taşır.

Sonlu sıcaklıkta parçacıkların hadronik özelliklerinin değişiminin teorik olarak incelenmesine duyulan ihtiyaç sonrası Termal KRD toplam kuralları yöntemi ile yapılan hesaplamalara ağırlık verilmiştir. Hafif [9-15], ağır-hafif [16-18] ve ağır [19-25] mezonların ortam özelliklerinin incelenmesinde kullanılan Termal KRD toplam kuralları yöntemi başarılı bir yöntem olmakta ve bu çalışmalarda elde edilen sonuçlar deneysel verilerle ve diğer yöntemlerden elde edilen sonuçlarla uyum sağlamaktadır.

Hafif mezonların doğası hakkında bilgi edinebilme çabaları hadron fiziğinde uzun yıllardır tartışılan bir problemdir. Her ne kadar güçlü etkileşim için KRD'nin başarısı kanıtlanmış olsa da hafif mezonların yapısı halen tam olarak anlaşılamamıştır. Vakum ile aynı kuantum sayısına sahip skaler mezonların yapısı ise KRD vakumunun pertürbatif olmayan özelliklerinin anlaşılması bakımından dikkat çeken araştırma konuları arasında yer almaktadır. Özellikle pseudoskaler mezonların özelliklerinin incelenmesi CP ihlalinin doğası hakkında fikir elde etmemize yardımcı olacak bilgiler içerir. Bilindiği gibi pseudoskaler mezonların düşük mertebedeki bozunum genişlikleri Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matris elemanı ile ilişkilidir: $\Gamma(P \to l\nu) \approx f_P^2 \left| V_{q_1 q_2} \right|^2$. Burada $V_{q_1 q_2}$, CKM matris elemanı, f_P ise pseudoskaler mezon için bozunum sabitidir. CKM matris elemanı deney ölçümlerinden ne kadar iyi bir şekilde elde edilirse pseudoskaler mezonun bozunum sabiti f_P'de o derece iyi bir şekilde biliniyor olur. Diğer taraftan eğer CKM matris elemanı deneylerden iyi bir kesinlikle ede edilemiyorsa o zaman f_P'nin bilinen teorik değeri bizim CKM matris elemanını belirlememizde yardımcı olur. Pseudoskaler bozunum sabitleri f_K / f_π 'nin oranı bize $|V_{ud}|/|V_{us}|$ CKM matris elemanlarının oranını tam olarak belirleme imkanı sağlar [26]. Bu oran deneysel çalışmalarında $f_K / f_\pi = 1{,}197 \pm 0{,}002 \pm 0{,}006 \pm 0{,}001$ [27, 28] olarak, teorik örgü KRD hesaplamalarında ise $f_K / f_\pi = 1{,}1916 \pm 0{,}0021$ [29, 30] olarak elde edilmiştir. $|V_{ud}|$ matris elemanının değeri β bozunumlarında [31] $0{,}97425(22)$ değeri ile tam

olarak ölçülebilmektedir [28]. Benzer şekilde $|V_{us}|$ elemanı yarıleptonik kaon bozunumlarından ölçülebilir. Ayrıca f_K'nın değeri $\Gamma(K^- \to \mu^- \bar{\nu})$ bozunumundan elde edilebilir ve bu değer ile teorik hesaplamalarda bulunan değerler karşılaştırılarak doğruluğu kesinleştirilebilir. Aynı zamanda pion ve kaonların form faktörleri kiral simetri kırılmasının [32] Goldstone modu ile ilişkilidir ve nükleer kuvvetin tanımlanmasında önemli rol oynar [33]. Kaonların yapı faktörleri hakkında oldukça az deneysel veri bulunmaktadır. Diğer taraftan pion ve kaonların yapı faktörleri KRD'yi temel alan pertürbatif KRD [34, 35], Dyson-Schwinger denklemleri [36-38] ve Nambu-Jona-Lasinio (NJL) [39, 40] gibi teorik çalışmalarda ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu nedenle pseudoskaler $\pi(134)$ ve $K(497)$ mezonlarının hadronik özelliklerinin termal olarak incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Deneysel olarak incelenmesi bakımından hafif vektör mezonlar büyük avantaja sahiptir. Bu nedenle özellikle de $\rho(770)$ mezonu literatürde gerek vakum özellikleri [41-43] gerekse sonlu sıcaklıktaki [9-11] özellikleri bakımından geniş şekilde incelenmiştir. [10-11] çalışmalarında diğer yöntemlerden farklı olarak toplam kurallarının hadronik kısmı yazılırken ρ-mezon kutbu ve $\pi\pi$-sürekliliğinden gelen katkıların yeterli olacağı düşünülmüştür ve bu bilgi dikkate alınarak toplam kuralları elde edilmiştir. (Pseudo)skaler ve (axial)vektör mezonlarla karşılaştırıldığında tensör mezonların bozunum genişlikleri ve temel karakteristik özellikleri hakkında oldukça az teorik çalışma bulunmaktadır. Bu nedenle bu mezonların fiziksel parametrelerinin teorik olarak incelenmesi ve deneysel verilerle karşılaştırılması bize tensör mezonların doğası hakkında oldukça önemli bilgi verecektir. Hafif tensör mezon olan $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ ve $K_2^*(1430)$ mezonlarının kütle, bozunum sabiti ve manyetik momenti gibi bazı özellikleri [44-47] çalışmalarında sıfır sıcaklıkta KRD toplam kuralları ve ışık koni KRD toplam kuralları metodu kullanılarak ayrıntılı şekilde incelenmiştir. Ancak bu mezonların parametrelerinin sıcaklıkla nasıl değiştiği halen tam olarak bilinmemektedir ve yeterli sayıda hem deneysel hem de teorik çalışma bulunmamaktadır.

Sıcak ve yoğun KRD ortamında ağır charmonium $(\bar{c}c)$ ve bottomonium $(\bar{b}b)$ vektör mezonlarının hadronik özellikleri yaklaşık 20 yıldır hem deneysel hem de teorik araştırmaların önemli konularından biri olmuştur. Hadron ortamında ağır mezonların

parametrelerinin sıcaklıkla değişiminin incelenmesi KRD vakum ve KGP fazına geçiş hakkında önemli bilgiler vermektedir. Renk perdelenmesinin neden olduğu J/Ψ baskılanması (suppression) olayının da KGP'nin önemli bir kanıtı olabileceği öne sürülmüş [48] ve CERN'de SPS'de ve BNL'de RHIC'de yapılan ağır iyon çarpışma deneylerinde J/Ψ baskılanması olayı deneysel olarak gözlenmiştir. Ağır mezonların özellikleri KRD Toplam Kuralları, Relativistik olmayan potansiyel modeller, Örgü teorisi, Ağır Kuark Etkin Teori ve Kiral Pertürbasyon Teorisi kullanılarak literatürde geniş şekilde incelenmiştir .

Bu tez çalışmasının birinci bölümünde mezonların sınıflandırılması ve Termal KRD toplam kuralları hakkında temel teorik bilgiler ayrıntılı olarak verilmiştir. İkinci bölümde ilk olarak hafif pseudoskaler $\pi(134)$ ve $K(497)$ mezonları, vektör $K^*(892)$ ve $\rho(770)$ mezonları ve tensör $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ ve $K_2^*(1430)$ mezonları için termal spektral yoğunluk ifadeleri bir ilmek yaklaşımında termal KRD toplam kuralları çerçevesinde elde edilmiştir [49]. Daha sonra tüm mezonlar için pertürbatif olmayan katkılar dört boyuta kadar hesaplanmıştır. Son olarak incelenen parçacıklar için kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı değişimini nümerik olarak incelemek için enerji momentum tensörünün fermiyonik ve gluonik kısımları için hem $T=(100-170)$ MeV aralığında geçerli olan örgü teorisi ile elde edilen ifadeler hem de $T=(0-170)$ MeV aralığında geçerli olan ChPT ile elde edilen ifadeler kullanılmıştır. Aynı zamanda parçacıkların kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa duyarlılığını inceleyebilmek için kuark/gluon kondensatlarının ve süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlı ifadeleri kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar her bir mezon için ayrı grafiklerde gösterilmiştir. Üçüncü bölümde tılsımlı kuark içeren ağır-hafif tensör $D_2^*(2460)$ ve $D_{s2}^*(2573)$ mezonları termal iki nokta korelasyon fonksiyonu kullanılarak incelenmiştir [50]. Kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığını veren toplam kuralları elde edilirken pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkılar termal kuark propagatörü kullanılarak hesaplanmıştır. Pertürbatif olmayan katkılar için sonlu sıcaklıklarda Wilson açılımında ortaya çıkan vakumda var olan dört boyutlu operatörlere ek yeni dört boyutlu operatörler de göz önüne alınmıştır. Tezin dördüncü bölümünde ise ağır-ağır vektör J/Ψ ve Υ mezonlarının sonlu sıcaklıkta kütleleri ve bozunum sabitleri iki nokta KRD toplam kuralları çerçevesinde

incelenmiştir [51, 52]. Termal kuark propagatörü kullanılarak spektral yoğunluk ifadesi bir ilmek yaklaşımında hesaplanmış, pertürbasyon teorisinde hesaplanan ve örgü teorisi sonuçlarıyla doğrulanmış olan güçlü etkileşim sabiti için sıcaklığa bağlı α_s mertebesindeki iki ilmekli pertürbatif katkılar [53, 54] ve $T = 0$ durumuna ilaveten ortaya çıkan pertürbatif olmayan katkılar da göz önüne alınarak Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Ağır vektör mezonların kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklıkla değişimini incelemek için örgü ve kiral pertürbasyon teorisinden elde edilen enerji yoğunluğu ifadeleri kullanılarak hesaplamalar yapılmış, sonuçlar ise tek bir grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Aynı zamanda fiziksel nicelikler için elde edilen sonuçların vakum değerleri deneysel ve diğer yöntemlerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış, hata payı çerçevesinde sonuçlarımızın uyumlu olduğu görülmüştür.

1. TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI VE MEZONLARIN SINIFLANDIRILMASI

1.1. Sonlu Sıcaklıklarda KRD Toplam Kurallarına Giriş

KRD toplam kuralları yöntemi ilk kez 1979 yılında Shifman, Vainshtein ve Zakharov (SVZ) tarafından mezonların vakum özelliklerini incelemek için geliştirilmiş fenomonolojik bir yöntemdir [48, 55] ve daha sonra Ioffe tarafından baryonlar için uygulanmıştır [56]. 1986 yılında ise Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından sonlu sıcaklık ve yoğunluklar durumuna genelleştirilmiştir [57] ve bu genelleştirilmiş versiyon Termal KRD toplam kuralları olarak adlandırılır. Bu metot geniş ölçüde bozunum form faktörü, rezonans özellikleri, kütle, bozunum sabiti ve daha birçok hadron parametresini hesaplamak için kullanılan etkili bir yöntemdir.

Termal KRD toplam kuralları yöntemi KRD parametreleri ile hadronik parametreleri ilişkilendiren, KRD Lagrange fonksiyonunu temel alan, kendiliğinden simetri kırılması, kuark-hadron ikilemi ve asimtotik özgürlük ilkeleri üzerine oturtularak, uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını etkili bir şekilde açıklayan pertürbatif olmayan bir metottur. Diğer pertürbatif olmayan metotlar arasında KRD toplam kurallarının gücü analitik olarak genelleştirilebilmesinden gelir.

KRD toplam kuralları yaklaşımında hadronlar kuark ara kesit akımları ile verilen ve başlangıç noktası olarak kabul edilen korelasyon fonksiyonu veya diğer adıyla korelatör ile ifade edilirler. Bu metoda göre korelatör hem hadron kütlesi, bozunum sabiti gibi hadronik parametreler hem de uzun ve kısa mesafede kuark gluon etkileşimlerini ayırmamıza yarayan Operatör Çarpım Açılımı (OPE) kullanılarak kuark kütlesi, kuark ve gluon kondensatları gibi KRD parametreleri cinsinden hesaplanabilir. Korelasyon fonksiyonunun hem kuarklar cinsinden hem de hadronlar cinsinden yazılması ile hadronlar ve KRD nicelikleri arasında bağlantı kurulabilir.

Kısa mesafe, yani pertürbatif etkiler pertürbasyon teorisi kullanılarak hesaplanırken, uzun mesafe, yani pertürbatif olmayan etkiler enerji yoğunluğunun yanı sıra kuark ve

gluon kondensatlarının termal beklenen değerleri ile ifade edilirler. Korelasyon fonksiyonunun hadronun kuark yapısı göz önüne alınarak ve OPE kullanılarak yapılan kısa mesafe hesaplamaları korelasyon fonksiyonunun KRD veya teorik kısmı olarak adlandırılır. Diğer taraftan aynı korelatör hadronların kuark yapısına girmeden hadronik özellikler ile karakterize edilen ve hadronların noktasal parçacık gibi davrandığı hadronik durumların arasına tam setler yerleştirilerek de hesaplanabilir bu da korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik veya fiziksel kısmı olarak adlandırılır.

Sonuç olarak KRD toplam kuralları, çok farklı bölgelerde olmalarına rağmen, iki farklı yolla hesaplanmış olan korelatörden elde edilen sonuçların dispersiyon bağıntısı ile birbirine eşitlenmesi ile elde edilir. Son olarak fiziksel niceliklerin nümerik analizlerine geçmeden önce süreklilik ve yüksek mertebeden gelen katkıları bastırmak için eşitliğin her iki tarafına $Q^2 = -q^2$'ye göre Borel dönüşümü uygulanır. Elde edilen bu toplam kurallarından hadronların etkileşme sabitleri, form faktörleri, manyetik momentleri, bozunum sabitleri ve kütleleri gibi birçok parametre elde edilebilir.

Bu bölümde Termal KRD toplam kuralları yaklaşımının temelleri [42, 55, 58] kaynakları ele alınarak yazılmıştır. Tez yazımı nedeniyle atlanan bazı ara işlemlerin detayları [59] kaynağında bulunmaktadır.

1.2. Korelasyon Fonksiyonu

Pertürbatif olmayan bir metot olarak Termal KRD toplam kurallarının en önemli avantajlarından biri hadronların özelliklerini ve hadron süreçlerini açıklayan KRD Lagrangian'ını temel almasıdır. KRD Lagrangian yoğunluğu [60]

$$L_{KRD} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a + \sum_q \overline{\psi}^{\alpha}_q \left(i\not{D}_{\alpha\beta} - m_q \delta_{\alpha\beta} \right) \psi^{\beta}_q \tag{1.1}$$

ile ifade edilir. Burada m_q kuark kütlesi, ψ_q ve $\overline{\psi}_q$ farklı kuark çeşnileri için, $q = \mathrm{u}$, d, c, s, t, b, sırasıyla kuark ve anti-kuark alanlarını göstermektedir. $\alpha, \beta = \overline{1,3}$ ve $a = \overline{1,8}$ değerlerini alan renk indisleridir. Ayrıca γ^μ'ler 4×4 şeklinde Dirac matrisleri olmak üzere $\not{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu$ şeklinde tanımlanır ve kovaryant türev

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + igt^a A_\mu^a \tag{1.2}$$

ile verilir. Burada A_μ^a gluon alanını, g ise KRD'de boyutsuz etkileşim sabitini göstermektedir. t^a 'lar 3×3 şeklinde izi sıfır olan hermitsel matrisler olup Lie cebrinde $SU(3)_C$ 'nin temel temsilini belirtmektedir. Gluonun alan şiddet tensörü $G_{\mu\nu}^a$ ise aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g\, f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \tag{1.3}$$

burada ∂_μ kovaryant türev ve f^{abc} yapı sabitidir. (1.1) ile verilen KRD Lagrangianı hem pertürbasyon teorisi kullanılarak hem de bazı pertürbatif olmayan yaklaşımlar kullanılarak uygulanabilir. KRD Lagrangianın direk olarak kullanılması kuark gluon etkileşim sabitinin, $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, yalnızca küçük olan değerlerinde pertürbasyon teorisi ile mümkündür. Kısa mesafelerde (veya büyük momentumlarda) asimtotik özgürlük özelliğinden dolayı etkileşim sabiti α_s 'ye göre pertürbatif açılım yapmak mümkündür ve bu bölgede pertürbasyon teorisi etkili bir şekilde uygulanabilir. Ancak uzun mesafelerde (veya küçük momentumlarda) pertürbatif hesap yapabilmek için hadron boyutunda, $R_{hadr} \approx 1/\Lambda_{KRD}$, KRD dinamiklerini bilmek gerekir. Bu bölgede kuark gluon etkileşimleri daha kuvvetli olur ve bu nedenle pertürbatif olmayan etkiler baskındır. Pertürbasyon teorisi α_s 'ye göre seriye açılım mantığına dayandığından bu bölgede geçerli değildir ve Termal KRD toplam kuralları gibi pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılması gerekir.

Termal KRD toplam kurallarında hadronların başlangıç ve son durumları göz önüne alınmaksızın uzay zamanda $x = 0$ noktasında KRD vakumuna kuarklar enjekte edilir ve onların uzay zaman içerisindeki x noktasına olan hareketleri incelenir. Kuarkların zaman içinde KRD vakumundaki tüm etkileşimleri Termal KRD toplam kurallarının da başlangıç noktası olarak kabul edilen korelasyon fonksiyonu veya diğer adıyla korelatör ile ifade edilir ve aşağıda verildiği gibidir:

$$\Pi(q^2, \mathrm{T}) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x} \left\langle T\left(J(x)\bar{J}(0)\right)\right\rangle \tag{1.4}$$

burada q kuarkların momentumu, $J(x)$; x noktasında KRD vakumuna enjekte edilen kuark'ı ifade eden ara kesit akımı ve T zaman sıralama operatörüdür. Yukarıdaki korelatör aynı zamanda iki nokta korelasyon fonksiyonu olarak adlandırılır ve kütle, bozunum sabiti gibi fiziksel parametreler için toplam kurallarını elde etmemizde kullanılır. KRD çerçevesinde bakılan parçacık için ara kesit akımı $J(x)$ hadronun kuantum sayılarına bağlı olarak kuark alan operatörleri cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir:

Tablo 1.1. Hadronların kuantum sayılarına göre ara kesit akım ifadeleri

Kuantum Sayısı	Ara Kesit Akımı	Hadronun Türü
$J^{PC}=0^{++}$	$J_S=\overline{\psi}_i\psi_j$	Skaler Mezon
$J^{PC}=0^{-+}$	$J_{PS}=\overline{\psi}_i\gamma_5\psi_j$	Pseudoskaler Mezon
$J^{PC}=1^{--}$	$J_V=\overline{\psi}_i\gamma_\mu\psi_j$	Vektör Mezon
$J^{PC}=1^{+-}$	$J_A=\overline{\psi}_i\gamma_\mu\gamma_5\psi_j$	Aksiyel Vektör Mezon
$J^{PC}=2^{++}$	$J_T=i\overline{\psi}_i\left(\gamma_\mu\partial_\nu+\gamma_\nu\partial_\mu+\frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\partial\!\!\!/\right)\psi_j$	Tensör Mezon
$J^{PC}=2^{-+}$	$J_{T'}=i\overline{\psi}_i\left(\gamma_\mu\gamma_5\partial_\nu+\gamma_\nu\gamma_5\partial_\mu+\frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\gamma_5\partial\!\!\!/\right)\psi_j$	Pseudotensör Mezon

Burada J açısal momentumu, P pariteyi, C yük eşleniğini, ψ ve $\overline{\psi}$ sırasıyla kuark ve anti-kuark alanlarını, γ_μ ise Dirac-gama matrislerini temsil etmektedir ve $\eta_{\mu\nu}=q_\mu q_\nu/q^2-g_{\mu\nu}$ şeklinde verilir.

Herhangi bir O operatörünün termal ortalaması:

$$\langle O\rangle=Tr\left(e^{-\beta H}O\right)/Tre^{-\beta H} \tag{1.5}$$

olarak ifade edilir. Burada H ; KRD Hamiltonyenini ifade eder. $\beta=1/T$ 'dir ve Tr (iz) tüm tam durumlar üzerinden alınır.

Form faktör, manyetik moment, dallanma oranı gibi niceliklerin hesabı için ise üç nokta korelasyon fonksiyonu:

$$\Pi\left(q^2,\mathrm{T}\right)=i^2\int d^4x\,d^4y e^{-ip\cdot x}\,e^{ip'\cdot y}\left\langle T\left(J\left(y\right)J\left(0\right)\bar{J}\left(x\right)\right)\right\rangle\ , \tag{1.6}$$

şeklinde verilir. Zaman sıralama operatörünün $\Theta\left(x\right)$ basamak fonksiyonu aracılığıyla akımlara etkisi

$$T\left\{J\left(x\right)\bar{J}\left(0\right)\right\}=\Theta\left(x_0\right)J\left(x\right)\bar{J}\left(0\right)+C\Theta\left(-x_0\right)\bar{J}\left(0\right)J\left(x\right) \tag{1.7}$$

şeklindedir. Burada C bozonik ve fermiyonik operatörler için sırasıyla $+1$ ve -1 değerini alır.

Eşitlik (1.1) ile verilen korelatör q^2'nin hem pozitif (zaman gibi) hem de negatif (uzay gibi) değerleri için tanımlanmış olan analitik bir fonksiyondur. $q^2>0$ değerlerinde kuarklar uzun mesafede etkileşirler ve q^2'nin yeteri kadar büyük pozitif değerleri için kuarklar hadronları oluştururlar. Bu bölgede korelatör hadron dilinde hesaplanır. Dörtlü momentumun karesinin büyük ve negatif değerleri için, $Q^2\equiv -q^2>>\Lambda^2_{KRD}$, korelatöre ana katkı kısa mesafeden ve kısa mesafe etkileşimlerinden gelir [42]. Sonuç olarak bu bölgede korelatör KRD vakumunda kuark ve gluonların etkileşimleri göz önüne alınarak KRD Lagrangian'ında direk olarak verilen serbest kuark propagatör yardımıyla sanal kuarklarla ifade edilir.

1.3. Korelasyon Fonksiyonunun Fenomonolojik Kısmı

Bu bölümde $q^2>0$ bölgesinde korelasyon fonksiyonunun hadronik durumlar cinsinden nasıl ifade edildiği incelenecektir. Eşitlik (1.1) ile verilen korelatör; ara kesit akımlarının arasına onunla aynı kuantum sayılarına sahip fiziksel hadronik durumların tam setleri yerleştirilerek de yazılabilir. Bu durumda korelasyon fonksiyonu:

$$\Pi\left(q^2\right)=i\int d^4x e^{iq\cdot x}\left\langle 0\left|T\left\{J\left(x\right)\mathrm{I}\ \bar{J}\left(0\right)\right\}\right|0\right\rangle \tag{1.8}$$

şeklinde olur ve birim operatörü I aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mathrm{I} = \sum_h |h\rangle\langle h| = |0\rangle\langle 0| + \sum_h \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} 2\pi\delta\left(k^2 - m_h^2\right) |h(k)\rangle\langle h(k)| + \text{yüksek mertebeler} \quad (1.9)$$

Burada $h(k)$; kütlesi m_h ve momentumu k olan hadronu ifade eder. (1.9) eşitliği (1.8)'de yerine yazılırsa korelatör:

$$\begin{aligned}\Pi(q^2) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\{&\langle 0|J(x)|0\rangle\langle 0|\bar{J}(0)|0\rangle\Theta(x_0) + \langle 0|\bar{J}(0)|0\rangle\langle 0|J(x)|0\rangle\Theta(-x_0) \\ &+ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \sum_h \Theta(k_0) 2\pi\delta\left(k^2 - m_h^2\right)\left[\langle 0|J(x)|h(k)\rangle\langle h(k)|\bar{J}(0)|0\rangle\Theta(x_0)\right. \\ &\left. + \langle 0|\bar{J}(0)|h(k)\rangle\langle h(k)|J(x)|0\rangle\Theta(-x_0)\right]\}\end{aligned} \quad (1.10)$$

şeklinde elde edilir. Yukarıdaki ifadede ilk iki terim $\langle 0|J(x)|0\rangle$ ve $\langle 0|\bar{J}(0)|0\rangle$ matris elemanlarının sıfır olmasından dolayı kaybolur. Eğer $J(x)$ akımı vakum ile aynı kuantum sayısına sahip olsaydı bu matris elemanları sıfır olmayabilirdi. Ancak bu durumda integral q 'nun sıfırdan farklı değerleri için sıfır olan $(2\pi)^2\delta^4(q)$ ile orantılı olacaktır. $\langle 0|\bar{J}(x)|h(k)\rangle$ ve $\langle h(k)|J(x)|0\rangle$ matris elemanları $J(x)$ operatörünün oluşum ifadesi yerine yazılarak:

$$\begin{aligned}\langle 0|J(x)|h(k)\rangle &= \langle 0|e^{-iP\cdot x} J(0) e^{iP\cdot x}|h(k)\rangle \\ &= \langle 0|J(0)e^{ik\cdot x}|h(k)\rangle = e^{ik\cdot x}\langle 0|J(0)|h(k)\rangle \\ \langle h(k)|J(x)|0\rangle &= e^{-ik\cdot x}\langle h(k)|J(0)|0\rangle\end{aligned} \quad (1.11)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Yukarıda elde edilen bilgiler yerine konulduğunda korelasyon fonksiyonu

$$\begin{aligned}\Pi(q^2) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \sum_h \Theta(k_0) 2\pi\delta\left(k^2 - m_h^2\right) \\ \times\left[e^{ik\cdot x}\langle 0|J(0)|h(k)\rangle\langle h(k)|\bar{J}(0)|0\rangle\Theta(x_0)\right. \\ \left. + e^{-ik\cdot x}\langle 0|\bar{J}(0)|h(k)\rangle\langle h(k)|J(0)|0\rangle\Theta(-x_0)\right]\end{aligned} \quad (1.12)$$

şeklini alır. $\mathbf{k}$ ve $\mathbf{x}$'e göre integraller alındığında Eşitlik (1.12)'nin elde edilen son şekli aşağıdaki gibi olur:

$$\Pi(q^2) = i\sum_h \int_0^\infty dk_0\, \delta(k_0^2 - E_h^2) \int dx_0$$
$$\left[e^{i(q_0+k_0)x_0} \langle 0|J(0)|h(k_0,-\mathbf{q})\rangle\langle h(k_0,-\mathbf{q})|\bar{J}(0)|0\rangle \Theta(x_0) \right. \tag{1.13}$$
$$\left. + e^{-i(k_0-p_0)x_0} \langle 0|\bar{J}(0)|h(k_0,\mathbf{q})\rangle\langle h(k_0,\mathbf{q})|J(0)|0\rangle \Theta(-x_0) \right]$$

Geriye kalan son iki integralden k_0'a göre olan integrali aşağıda verilen delta fonksiyonunun özelliği kullanılarak kolayca alınabilir:

$$\delta(f(x)) = \sum_{x_i} \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}, \tag{1.14}$$

burada $f(x_i) = 0$ ve $f' = \frac{df}{dx}$ olarak kullanılmıştır. x_0'a göre olan ikinci integral ise yakınsaklığı bozmadan hadronun E_h enerjisine küçük bir imajiner kısım eklenerek alınabilir: $E_h \to E_h + i\varepsilon$. Bu durumda korelatör

$$\Pi(q^2) = i\,2\pi \sum_h \left[\frac{\left|\langle 0|J(0)|h(-\mathbf{q})\rangle\right|^2}{2E_h(-\mathbf{q})(q_0 + E_h(-\mathbf{q}) + i\varepsilon)} + \frac{\left|\langle 0|J(0)|h(\mathbf{q})\rangle\right|^2}{2E_h(\mathbf{q})(q_0 - E_h(\mathbf{q}) - i\varepsilon)} \right] \tag{1.15}$$

olarak elde edilir. $q^2 > 0$ değerleri için $\mathbf{q} = 0$ alınabilir. Bu durumda yukarıdaki ifadedeki iki terim birbirine eşittir ve toplanabilir. Son olarak $\varepsilon \to 0$ limitinde korelatörün son şekli

$$\Pi(q^2) = \sum_h \frac{\left|\langle 0|J(0)|h(\mathbf{q})\rangle\right|^2}{q^2 - m_h^2} + \ldots \tag{1.16}$$

olur. Eşitlik (1.16)'da toplam; tüm muhtemel hadronik durumlar üzerinden alınır. Korelasyon fonksiyonunun daha düzenli ve kullanışlı notasyonu

$$\Pi(q^2) = \frac{f_H^2}{q^2 - m_H^2} + \Pi^h(q^2) \tag{1.17}$$

şeklinde tanımlanır. Burada H hadronun temel durumunu, $f_H \equiv \langle 0|J(0)|H(q)\rangle$ bozunum sabitini ve $\Pi^h(q^2)$ ise yüksek mertebe ve süreklilikten gelen katkıları ifade eder.

1.4. Korelasyon Fonksiyonunun KRD Kısmı ve Operatör Çarpım Açılımı

(1.1) denklemi ile verilen korelasyon fonksiyonu derin öklidyen, $Q^2 \equiv -q^2 >> \Lambda^2_{KRD}$, bölgesinde OPE kullanılarak kuarklar, gluonlar ve onların vakumla etkileşimleri göz önüne alınarak kuark gluon dilinde hesaplanır. Bu yöntem ilk olarak 1969 yılında K. G. Wilson tarafından ileri sürülmüştür [61]. Bu yöntemde yerel olmayan korelasyon fonksiyonu yerel operatörler cinsinden seriye açılır. Bu seriye açılımın katsayıları, Wilson katsayıları olarak tanımlanır. Küçük x durumları için, korelasyon fonksiyonundaki farklı noktalardaki akımlarının zaman sıralı çarpımı uzay zamandan bağımsız katsayıları olan yerel operatörlerin seriye açılımı ile verilir:

$$T\{J(x)\bar{J}(0)\} = \sum_n C_n(x^2) O_n \tag{1.18}$$

burada $C_n(x^2)$'ler pertürbasyon teorisi ile hesaplanan Wilson katsayılarını, O_n'ler ise boyutlara göre sıralı tam sistem oluşturan yerel operatörler kümesini temsil eder. OPE'de operatörler d ile gösterilen operatör boyutlarına göre sıralanır. $\mathrm{d} = 0$ boyutuna sahip en küçük boyutlu operatör pertürbatif katkı sağlayan birim operatördür. Serideki yüksek boyutlu operatörler pertürbatif olmayan katkıları ifade eder. Vakum renksiz olduğundan dolayı KRD'de küçük boyuta sahip, $\mathrm{d} = 1, 2$, renksiz operatör yoktur. Birim operatörden sonra en küçük boyutlu operatör $\mathrm{d} = 3$ boyutuna sahiptir ve $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ kuark kondensatlarına, $\mathrm{d} = 4$ boyutlu operatör ise $\langle G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu}\rangle$ gluon kondensatlarına karşılık gelir. Pertürbatif olmayan düzeltmeler $\langle\psi\bar{\psi}\rangle$, $\langle\psi\sigma\cdot G\bar{\psi}\rangle$, $\langle G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}\rangle$ ve $\langle(\psi\bar{\psi})^2\rangle$ vakum kondensatları ile ifade edilirler. Kuark alanı ψ'nin $\mathrm{d} = 3/2$ boyutlu ve gluon alanı A_μ'nün $\mathrm{d} = 1$ boyutlu olduğu hatırlanırsa yukarıdaki ifadelerde $\mathrm{d} \le 6$ boyutlu operatörler seti aşağıdaki şekilde verilir [42]:

Tablo 1.2. $T = 0$'da $d \le 6$ boyutlu operatörler seti

Operatör	Boyut
I (Birim operatör)	$\mathrm{d} = 0$
$O_3 = \bar{\psi}\psi$	$\mathrm{d} = 3$

Tablo 1.2. (Devam) $T = 0$'da $d \leq 6$ boyutlu operatörler seti

$O_4 = G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu}$	d = 4
$O_5 = \overline{\psi}\sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu}\psi$	d = 5
$O_6^{\psi} = (\overline{\psi}\Gamma_r\psi)(\overline{\psi}\Gamma_s\psi)$	d = 6
$O_6^G = f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^{b\nu}_{\sigma} G^{c\sigma\mu}$	d = 6

Burada $\Gamma_{r,s}$ Lorentz ve renk matrislerinin çeşitli kombinasyonlarını ifade eder. m kuark kütlesi, λ^a Gell-Mann matrisleri, $\sigma_{\mu\nu} = i/2[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ şeklinde olup, $G^a_{\mu\nu}$ ise gluon alan tensörüdür. $d > 6$ boyutlu operatörler Termal KRD toplam kural yöntemi uygulamalarında genellikle az katkı sağladıklarından dolayı bu kondensatlar çok fazla göz önünde bulundurulmazlar. OPE'ye göre korelasyon fonksiyonu

$$\Pi^{OPE}(q^2, \mathrm{T}) = C_0 I + \sum_n C_n(q^2)\langle O_n \rangle \tag{1.19}$$

şeklindedir. Korelasyon fonksiyonunun bu şekilde ifade edilebilmesi kısa ve uzun mesafe katkılarının birbirinden ayrılmasına imkan sağlar:

$$\Pi^{QCD}(q^2, \mathrm{T}) = \Pi^{pert}(q^2, \mathrm{T}) + \Pi^{non-pert}(q^2, \mathrm{T}) \tag{1.20}$$

Eşitlik (1.19)'daki ilk terim C_0 ile verilen Wilson katsayısında kısa mesafelerden (pertürbatif) gelen katkıları, ikici terimdeki $\langle O_n \rangle$ ile verilen vakum kondensatlarında ise uzun mesafelerden (pertürbatif olmayan) gelen katkıları ifade etmektedir. Ayrıca vakum-akım etkileşimi, kuark akımlarının özelliklerinden bağımsız olup $d \neq 0$ boyutlu operatörler içeren $\langle 0|O_d|0\rangle$ kondensatları ile Denklem (1.19)'da ifade edilmiştir. Bu yaklaşımda kısa ve uzun mesafe bölgelerini ayıran μ gerçek ölçeği tanımlarsak $C_n(q^2)$ katsayıları $p^2 > \mu^2$ momentumlarındaki etkileşmeleri, vakum yoğunlaşmaları ise $p^2 < \mu^2$ momentumlarındaki etkileri içerirler. KRD pertürbasyon teorisinde C_n katsayılarını hesaplamak için μ skalası yeterince büyük olmalıdır.

Sonlu sıcaklıklarda maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığı bozulur ve bunun sonucu olarak Wilson açılımında $T=0$ durumunda mevcut dört boyutlu iki Lorentz invaryant operatöre ilaveten iki tane Lorentz invaryant olmayan dört boyutlu operatör ortaya çıkar [62, 63]. TAT'de Lorentz invaryantlığı yeniden sağlamak için ortamın u^{μ} ile verilen dört boyutlu hız vektörünün kullanılması gerekir ($u^{\mu}=(1,0,0,0)$). Dört boyutlu hız vektörü ve kuark-gluon alanları kullanılarak $d=4$ boyuta sahip olan $\langle u\Theta^{f}u\rangle$ ve $\langle u\Theta^{g}u\rangle$ yeni küçük boyutlu operatörler oluşturulabilir. Burada $\Theta^{f}_{\mu\nu}$ ve $\Theta^{g}_{\mu\nu}$ sırasıyla $\Theta_{\mu\nu}$ ile gösterilen enerji-momentum tensörünün fermiyonik ve gluonik kısımlarıdır. Böylece termal korelasyon fonksiyonunda kısa mesafe açılımında sıcaklığa bağlı yeni terimlerin ortaya çıktığı görülmektedir. Bunlar vakumda bulunan $\langle 0|\overline{\psi}\psi|0\rangle$ kuark kondensatı ve $\langle 0|G^{a}_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}|0\rangle$ gluon kondensatına ek $\langle u\Theta^{f}u\rangle$ kuark enerji yoğunluğu ve $\langle u\Theta^{g}u\rangle$ gluon enerji yoğunluğudur. Sonuç olarak OPE sonlu sıcaklıklarda $T=0$ durumundan farklı olur. Termal korelasyon fonksiyonu farklı tensör ve spinör yapılarına sahip dört boyuta kadar tüm kuark ve gluon operatörlerini içeren en genel OPE'yi verir [14, 42] ve

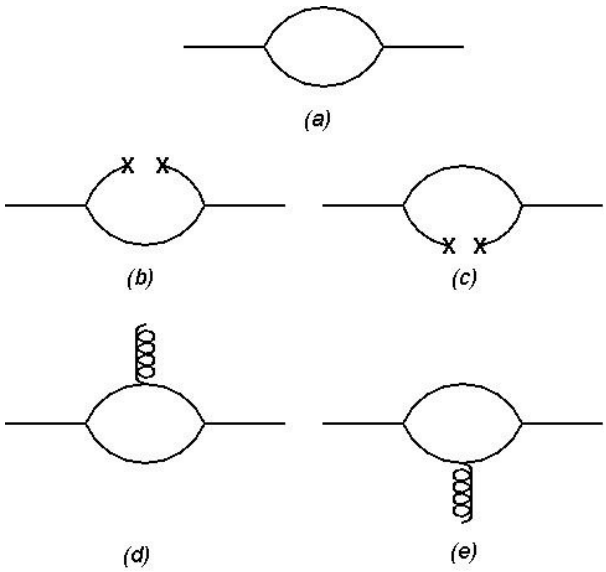
$$\Pi(q^{2})=C_{1}I+C_{2}\langle\overline{\psi}\psi\rangle+C_{3}\langle G^{a}_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}\rangle+C_{4}\langle u\Theta^{f}u\rangle+C_{5}\langle u\Theta^{g}u\rangle \tag{1.21}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde ilk terim pertürbatif, diğer tüm terimler ise pertürbatif olmayan katkıları ifade eder.

$T\neq 0$ durumunda OPE'de pertürbatif katkıların göz önünde bulundurulduğu Eşitlik (1.21)'deki ilk terimin hesabı termal spektral yoğunluk olarak adlandırılır. Eşitlikteki diğer terimler ise pertürbatif olmayan katkıları ifade eder. Bu katkıların hesaplanması için KRD toplam kurallarının başlangıç noktası olarak kabul edilen korelatör farklı yollarla hesaplanabilir. Bunlardan biri korelatörde direk olarak ara kesit akımlarının yazılmasıdır. Pertürbatif katkılar için termal korelatördeki akımların çarpımından ortaya çıkan propagatör ifadesi:

$$S(q)=(\gamma^{\mu}q_{\mu}+m)\left(\frac{1}{q^{2}-m^{2}+i\varepsilon}+2\pi i n(\omega_{q})\delta(q^{2}-m^{2})\right). \tag{1.22}$$

olarak kullanılır [64]. Burada $n(\omega_q)$ Fermi dağılım fonksiyonu olmak üzere $n(\omega_q)=\left[\exp(\beta\omega_q)+1\right]^{-1}$ ile verilir ve $\omega_q=\sqrt{\mathbf{q}^2+m^2}$ şeklindedir. Diğer taraftan aynı korelatörü hesaplamak için incelenecek parçacıkların özellikleri göz önünde bulundurularak olası tüm durumlar için Feynman diyagramları çizilir ve Feynman diyagramları için tanımlı propagatör ve nokta ifadeleri yazılarak korelatör hesaplanabilir. Örneğin kütleleri farklı hafif mezonlar için dört boyuta kadar hesap yapacaksak olası diyagramlar Şekil (1.1)'de verildiği gibidir.



Şekil 1.1. Kuark propagatörüne katkıda bulunan pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıların Feynman diyagramı ile gösterimi

Şekil (1.1)'de verilen Feyman diyagramlarından ilki (a) pertürbatif katkıyı temsil eder (b) ve (c) şekilleri kuark kondensatlarının katkısını (d) ve (e) şekilleri ise gluon kondensatı katkılarını ifade eder. Ancak unutulmamalıdır ki eğer incelediğimiz parçacık ağır kuarkları içeriyorsa bu çizgide kuark kondensatlarının katkısı çok küçük olur.

Termal KRD toplam kurallarını elde etmek için pertürbatif olmayan terimlerdeki operatörlerin vakum beklenen değerlerini değil termal ortalamalarını almamız gerekir. $T=0$ durumundaki operatörler sıfır sıcaklıkta sıfır olmayan değerlerle başlar ve sıcaklık arttıkça büyüklüğü azalır, $T\neq 0$ durumundaki operatörler ise sıfır sıcaklıkta sıfır değerini alıp sıcaklık arttıkça hızlı bir şekilde artar. Termal KRD

toplam kurallarında bu yeni operatörlerin katkısının önemi açıkça görülmektedir. Diğer bir deyimle sıcaklığın artmasıyla bu yeni operatörlerin katkısı $T=0$ durumundaki operatörlerin katkısından daha baskın olacaktır. Kuark ve gluon kondensatlarının sıcaklığa bağlı olarak termal ortalamasını veren ifadeler kiral pertürbasyon teorisi ve örgü teorisi ile hesaplanmış olup literatürde mevcuttur [65-68].

1.5. Termal Dispersiyon Bağıntısı

Şimdiye kadar pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkılar için korelasyon fonksiyonunun hem kuark-gluon dilinde hem de hadron dilinde nasıl hesaplanabileceğini hakkında detaylı bilgi verdik. Termal KRD toplam kuralları metodu çerçevesinde bundan sonra yapmamız gereken dispersiyon bağıntısı yardımıyla bu iki farklı bölgede hesaplanan korelatörün birbirine eşitlenerek fiziksel niceliklerin elde edilmesidir. $\Pi\left(q^2,\mathrm{T}\right)$ ile verilen korelasyon fonksiyonunun değerlerini pozitif reel eksendeki birkaç nokta hariç kompleks düzlemdeki her noktada q^2'nin pozitif ve negatif değerlerinde ilişkilendirebilmek için q^2 değerlerine göre analitik bir fonksiyon olan korelatör için Cauchy formülasyonu kullanılır ve dispersiyon bağıntısı elde edilir.

Analitik fonksiyonlar için Şekil 1.2'de verilen C_1 ve C_2 eğrilerine Cauchy formülasyonu uygulanırsa;

$$\begin{aligned}\Pi\left(q^2\right)&=\frac{1}{2i\pi}\oint_{C_1}dz\frac{\Pi(z)}{z-q^2}=\frac{1}{2i\pi}\oint_{C_2}dz\frac{\Pi(z)}{z-q^2}\\&=\frac{1}{2i\pi}\oint_{|z|=R}dz\frac{\Pi(z)}{z-q^2}+\frac{1}{2i\pi}\int_{t_{\min}}^{R}dz\frac{\Pi(z+i\varepsilon)-\Pi(z-i\varepsilon)}{z-q^2},\end{aligned}\tag{1.23}$$

eşitliği elde edilir. Burada $t_{\min}$ gerçek durumların yaratılması için eşik değeridir ve C_2 eğrisinin dairesel kısmının R yarıçapı en son sonsuza gönderilecektir, $R\to\infty$.

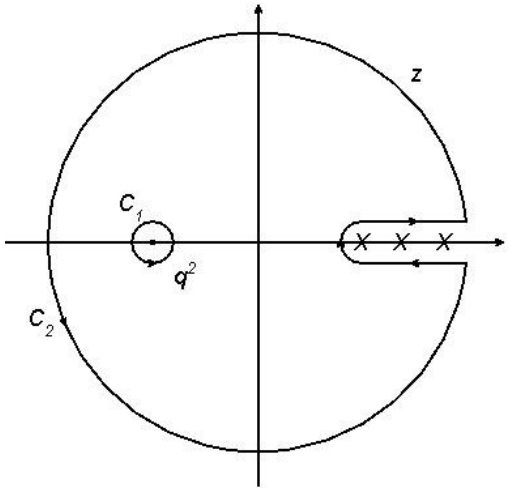
$|z|\to\infty$ limitinde eğer $\Pi(z)$ fonksiyonu yeteri kadar hızlı yok olursa yukarıda verilen eşitlikteki ilk terim yok olur. Eğer yok olmazsa paydayı q^2/z'ye göre seriye açabiliriz ve değişkenimiz

$$\frac{\Pi(z)}{z-q^2}=\frac{\Pi(z)}{z}\left(1-\frac{q^2}{z}+...\right), \tag{1.24}$$

şeklinde olur ve en sonunda n'in bazı değerlerinde $\Pi(z)/z^n$ yeteri kadar hızlı yok olur ve ilgilenilen bu terimden katkı gelmez. Sonuç olarak bu limitte ilk terim çıkarma terimleri olarak adlandırılan q^2'ye göre bir polinom olur ve Eşitlik (1.23);

$$\Pi(q^2)=\frac{1}{2i\pi}\oint_{C_1}dz\frac{\Pi(z)}{z-q^2}=\frac{1}{2i\pi}\int_{t_{\min}}^{R}dz\frac{\Pi(z+i\varepsilon)-\Pi(z-i\varepsilon)}{z-q^2}+\text{çıkarma terimleri}, \tag{1.25}$$

şeklinde yazılır.



Şekil 1.2. Kompleks düzlemde q^2=z değişkeninin kontürü

$\Pi(q^2)$ fonksiyonunun $q^2<t_{\min}$ bölgesinde reel olduğunu düşünürsek $q^2>t_{\min}$ bölgesinde Schwartz yansıma ilkesine göre $\Pi(z+i\varepsilon)-\Pi(z-i\varepsilon)=2i\,\mathrm{Im}\,\Pi(q^2)$ olur. Böylece aşağıda verilen dispersiyon bağıntısı elde edilmiş olur:

$$\Pi(q^2)=\frac{1}{\pi}\int_{t_{\min}}^{\infty}ds\frac{\mathrm{Im}\,\Pi(s)}{s-q^2-i\varepsilon}+\text{çıkarma terimleri}. \tag{1.26}$$

$\mathrm{Im}\,\Pi(s)/\pi$ OPE'den elde edilen ve spektral yoğunluk, $\rho(s)$, denilen fonksiyondur. Bu ifade genelde vakum hesaplamalarında kullanılır. Termal spektral yoğunluk ifadesi kaynak [69]'da belirtildiği gibi Landau gösteriminden faydalanılarak

$$\rho(s)=\frac{1}{\pi}\left[\mathrm{Im}\,\Pi^{OPE}(s)\right]\tanh(\beta q_0/2), \tag{1.27}$$

şeklinde yazılır. Sonuç olarak fiziksel nicelikleri elde etmemize yarayan toplam kuralları korelasyon fonksiyonunun iki farklı gösteriminin birbirine eşitlenmesi ile

$$\frac{f_H^2}{q^2-m_H^2}+\int_{s_0^h}^{\infty}ds\,\frac{\rho^h(s)}{s-q^2}+\begin{matrix}\text{çıkarm}\\ \text{terimleri}\end{matrix}=\int_0^{\infty}ds\,\frac{\rho^{OPE}(s)}{s+Q_0^2}+\Pi^{non-pert}(q^2)+\begin{matrix}\text{çıkarm}\\ \text{terimleri}\end{matrix} \tag{1.28}$$

şeklinde elde edilir. Burada $\rho^h(s)=\dfrac{\mathrm{Im}\,\Pi^h(q^2)}{\pi}$ ve s_0^h uyarılmış durumların yaratılması için eşik değeridir.

1.6. Borel Dönüşümleri

Bu bölümde hadronların fiziksel niceliklerini toplam kurallarından elde edebilmemiz için son adım olan Borel dönüşümleri hakkında bilgi verilecektir. Eşitlik (1.28)'de çıkarma terimleri olarak adlandırdığımız q^2'ye göre polinom olan terimler mevcuttur. Toplam kurallarında bulunan bu terim q^2'ye göre sürekli türevin alınması ile yok edilebilir. Diğer bir ifadeyle elde edilen toplam kurallarının her iki tarafına sonsuz kere türev alma mantığına dayalı $Q^2=-q^2$ 'ye göre Borel dönüşümü uygulandığında istenilen fiziksel nicelikler için KRD toplam kuralları elde edilir. Borel dönüşümü genel olarak

$$\mathrm{B}_{M^2}\left[f(Q^2)\right]=\lim_{\substack{Q^2,n\to\infty\\ \frac{Q^2}{n}=M^2}}\frac{(Q^2)^{n+1}}{n!}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^n f(Q^2), \tag{1.29}$$

şeklinde tanımlanır. Burada M^2 kütle boyutunda Borel dönüşüm parametresidir ve genellikle Borel kütlesi olarak adlandırılır. Polinom olan fonksiyonların Borel dönüşümü sıfıra eşittir. Bazı önemli fonksiyonlar için Borel dönüşümleri:

$$\mathrm{B}_{M^2}\left[(Q^2)^k\right]=0\,,\qquad k\geq 0 \tag{1.30}$$

$$\mathrm{B}_{M^2}\left[(Q^2)^k\ln(Q^2/\Lambda^2)\right]=k!\left(-M^2\right)^{k+1}, \tag{1.31}$$

$$\mathrm{B}_{M^2}\left[\frac{1}{\left(Q^2\right)^k}\right]=\frac{1}{(k-1)!}\left(\frac{1}{M^2}\right)^{k-1}, \tag{1.32}$$

$$\mathrm{B}_{M^2}\left[\frac{1}{\left(m^2-q^2\right)^k}\right]=\frac{1}{(k-1)!}\frac{e^{-m^2/M^2}}{\left(M^2\right)(k-1)}, \tag{1.33}$$

$$\mathrm{B}_{M^2}\left[\frac{1}{s+Q^2}\right]=e^{-s/M^2}, \tag{1.34}$$

şeklinde verilebilir. Borel dönüşümünün uygulanması ile yalnızca çıkarma terimleri değil, aynı zamanda yüksek mertebe ve süreklilikten gelen üstellik de bastırılmış olur.

1.7. Fiziksel Nicelikler İçin Termal KRD Toplam Kuralları

Yukarıda verilen Borel dönüşümleri de göz önünde bulundurulduğunda toplam kurallarının son şekli:

$$f_H^2\exp\left(\frac{-m_H}{M^2}\right)+\int_{s_0^h}^{\infty}ds\rho^h(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)=\int_0^{\infty}ds\rho^{OPE}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)+\hat{B}\Pi^{non-pert} \tag{1.35}$$

olur. Burada hala hakkında çok şey bilmediğimiz ve $q^2>0$ bölgesinde süreklilik ve uyarılmış durumların katkısını içeren $\rho^h(s)$ terimi bulunmaktadır. Bu terim açık bir şekilde hesaplanamamasına rağmen kuark hadron ikilemi kullanılarak ifade edilebilir. Yerel kuark hadron ikilemi yaklaşımı olarak adlandırılan bu yaklaşıklık aşağıdaki şekilde verilir:

$$\int_{s_0^h}^{\infty}ds\rho^h(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)=\int_{s_0}^{\infty}ds\rho^{OPE}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) \tag{1.36}$$

Yukarıdaki eşitlikteki s_0, sıfır sıcaklıkta süreklilik eşiği olarak adlandırılır. (1.28) ile verilen dispersiyon bağıntısına kuark hadron ikilemi yaklaşımı uygulandığında termal toplam kurallarının son şekli

$$f_H^2\exp\left(\frac{-m_H}{M^2}\right)=\int_{s_m}^{s_0(T)}ds\rho^{OPE}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)+\hat{B}\Pi^{non-pert} \tag{1.37}$$

olur. Burada integralin alt sınırı olan $s_m = \left(m_{q_1} + m_{q_2}\right)^2$ ve $s_0(T)$, sıcaklığa bağlı süreklilik eşiğidir [16, 25]. (1.37) eşitliğinden de görüldüğü gibi toplam kuralları M^2 Borel kütle parametresi ve $s_0(T)$ sıcaklığa bağlı süreklilik eşiği ifadesinin içinde varolan sıfır sıcaklıkta $s_0(T=0) = s_0$ süreklilik eşiği ifadelerini içermektedir. Süreklilik eşiği tam olarak keyfi bir parametre değildir ve uyarılmış durumların enerjileri ile ilişkilidir. Genelde $(m_H + 0{,}3 \sim 0{,}7\ \text{GeV})^2$ bağıntısı kullanılarak elde edilir. Diğer taraftan Borel kütle parametresi M^2, keyfi ve fiziksel olmayan bir parametredir. Ancak süreklilik katkılarını ve yüksek boyutlu operatörlerin katkılarını bastırdığı için sınırlanır. M^2'nin üst sınırı süreklilik ve yüksek mertebelerden gelen katkıların toplam dispersiyon integralinden gelen katkılardan küçük olma şartı ile belirlenir. Alt sınırı ise OPE'de bulunan yüksek boyutlu operatörlerin katkıları tüm terimlerin katkılarından küçük olması koşuluna bağlı olarak belirlenir. Borel parametresinin çalışma bölgesinin pratik olarak tanımlanması için bir diğer yol ise fiziksel niceliklerin M^2'ye göre grafiğini çizmek ve bu niceliklerin M^2 ile değişmediği bölgeyi bulmaktır. Bu parametreler yardımcı parametre olduğu için fiziksel niceliklerin sonuçları bu parametrelerin küçük değişimlerine göre sabit kalmalı veya çok küçük değişim göstermelilerdir.

1.8. Mezonların Sınıflandırılması

Yukarıda tüm detayları ile verilen toplam kurallarının uygulama alanlarından biri mezon parametrelerinin incelenmesidir. Kuarklar parçacıkların yükü tamsayı olacak biçimde bir araya gelerek hadronları oluşturduklarından kuarkların her türlü kombinasyonu mümkün değildir. Mezonlar kuark ve anti-kuark çiftlerinden $(\bar{q}q)$ oluşan parçacıklardır ve renk yüküne sahip değildirler. Mezonların spini $\hbar$'ın tamsayı katıdır $(s = 0, \hbar, 2\hbar, ...)$ ve Bose-Einstein istatistiğine uymaktadırlar. Mezonların varlığı 1935'te Japon bilim adamı Hideki Yukawa tarafından teorik olarak öngörülmüştür ve Yukawa tarafından öngörülen (mezonların en hafifi olan) π-mezonu ya da pion adı verilen bu mezon 1947'de Bristol Üniversitesi'nde Cecil Powell, César Lattes ve Giuseppe Occhialini tarafından bulunmuştur. Mezonlar kuantum sayılarına göre sınıflandırılabilirler. Bu kuantum sayılarından bazıları Tablo 1.3'de verildiği gibidir:

Tablo 1.3. Temel kuantum sayıları

S	Spin Açısal Momentum	$\mathbf{S_q} + \mathbf{S_{\bar{q}}}$
L	Yörüngesel Açısal Momentum	
J	Toplam Açısal Momentum	$\mathbf{L} + \mathbf{S}$
P	Parite (mezonlar için)	$(-1)^{L+1}$
C	Yük eşleniği (nötr mezonlar için)	$(-1)^{L+S}$

Burada mezonlar için spinin değeri kuarkların spininin yarım tamsayı $(\hbar/2)$ olmasından dolayı 0 yada 1 değerini alır. Toplam açısal momentumun değeri ise $|L-S| \le J \le |L+S|$ bölgesi arasındadır. Toplam açısal momentum ve parite değerlerine bağlı olarak kısacası J^P notasyonuna göre mezonlar aşağıdaki tabloda belirtildiği gibi de sınıflandırılabilirler:

Tablo 1.4. J^P notasyonuna göre mezonların sınıflandırılması

0^+	Skaler mezon
0^-	Pseudoskaler mezon
1^-	Vektör mezon
1^+	Aksiyel vektör mezon
2^+	Tensör mezon
2^-	Pseudotensör mezon

Aynı zamanda mezonlar yörüngesel açısal momentumun öz durumları ile verilen ${}^{2S+1}L_j$ şeklinde belirlenen spektroskopik gösterim ile de sınıflandırılabilirler. Burada $L = S, P, D, F, \ldots$ ile verilen yörüngelerin ismidir ve sırasıyla $L = 0, 1, 2, 3, \ldots$ değerlerini alır. Mezonların bu sınıflandırılması Tablo 1.5'de ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tablo 1.5. $^{2S+1}L_j$ notasyonunda mezonların kuantum sayıları

	L	Tekli	Üçlü
s-dalga	0	$^1S_0\left(0^{-+}\right)$	$^3S_1\left(1^{--}\right)$
p- dalga	1	$^1P_1\left(1^{+-}\right)$	$^3P_{0,1,2}\left(0^{++},1^{++},2^{++}\right)$
d- dalga	2	$^1D_2\left(2^{-+}\right)$	$^3D_{1,2,3}\left(1^{--},2^{--},3^{--}\right)$
f- dalga	3	$^1F_3\left(3^{+-}\right)$	$^3F_{2,3,4}\left(2^{++},3^{++},4^{++}\right)$

Literatürde sonlu sıcaklık ve yoğunluklarda çok sayıda çalışma olmasına rağmen özellikle mezonların genişlikleri, etkileşme sabitleri, bozunma sabitleri, dallanma oranları, form faktörleri gibi çok sayıda parametrenin sıcaklığa ve yoğunluğa bağlı olarak nasıl değiştiği hala tam olarak bilinmemektedir. Bu nedenle bu tez çalışmasında hafif (u, d, s) veya ağır (b, c) kuark içermesine göre de isimlendirilebilen hafif-hafif, ağır-hafif ve ağır-ağır mezonların termal özellikleri incelenmiştir.

2. HAFİF-HAFİF MEZONLARIN TERMAL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Mezonların özelliklerinin sonlu sıcaklıklarda incelenmesi hadron fiziğinde düşük enerjilerde güçlü etkileşimlerin daha iyi anlaşılması açısından oldukça önemli bir araştırma konusudur. Bu konuların araştırılması deneysel verilerin yorumlanması, mezonların iç yapılarının anlaşılması ve güçlü etkileşimin vakum özelliklerinin keşfedilmesi adına büyük önem taşır. Özellikle hafif kuark içeren pseudoskaler mezonların bozunum sabitleri CKM matris elemanı ile ilişkilidir:

$$\Gamma(P \to l\nu) = \frac{G_F^2}{8\pi} f_P^2 m_l^2 m_P \left(1 - \frac{m_l^2}{m_P^2}\right)^2 \left|V_{q_1 q_2}\right|^2 . \tag{2.1}$$

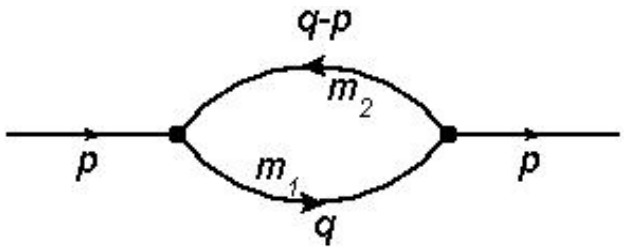
Burada m_P ve m_l, sırasıyla pseudoskaler mezon ve lepton kütleleridir, $\left|V_{q_1 q_2}\right|$ CKM matris elemanı, G_F Fermi çiftlenim sabiti ve f_p ise bozunum sabitidir. Hafif pseudoskaler mezonların bozunum sabitlerinin teorik olarak hesaplanması bize deneysel olarak netlikle elde edilemeyen CKM matris elemanının tanımlanmasında yardımcı olur. Ayrıca hafif kuark içeren mezonların özellikleri kuark ve gluon kondensatlarına bağlıdır ve bu mezonların sonlu sıcaklıklarda incelenmesi durumunda kondensatların ortamda modifiye edilmesi gerekir. Pertürbatif olmayan yöntemler arasında Termal KRD toplam kuralları yaklaşımı hadronların ortamdaki özelliklerini incelemek için oldukça etkili ve başarılı bir yöntemdir.

Tez çalışmasının bu bölümünde hafif pseudoskaler $K(497)$ ve $\pi(135)$, vektör $K^*(892)$ ve $\rho(770)$, tensör $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ ve $K_2^*(1430)$ mezonlarının termal özellikleri sonlu sıcaklıklarda KRD toplam kuralları metodu kullanılarak incelenmiştir. Öncelikle tüm bu hafif mezonlarının spektral yoğunlukları termal kuark propagatörü kullanılarak pertürbasyon teorisinden elde edilmiştir. Daha sonra hafif mezonlar için pertürbatif olmayan katkılar OPE yardımıyla vakumda varolan dört boyutlu operatörlere ek sonlu sıcaklıklarda ortaya çıkan tüm dört boyutlu operatörler de göz önüne alınarak hesaplanmış, kütle ve bozunum sabiti için termal

KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Son olarak nümerik analizler yapılarak fiziksel niceliklerin sıcaklığa bağlı değişimini gösteren grafikler elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ise deneysel ve diğer teorik yöntemlerden elde edilen verilerle karşılaştırılmıştır.

2.1. Pseudoskaler Akımlar İçin Termal Spektral Yoğunluk

$K(497)$ ve $\pi(135)$ pseudoskaler mezonların termal spektral yoğunluğunun hesaplanabilmesi için OPE kullanılır ve pertürbatif katkıları içerir. Başlangıç noktası olarak iki nokta termal korelasyon fonksiyonu kullanılır.



Şekil 2.1. Kuark propagatörü için bir ilmek yaklaşımında Feynman diyagramı

Korelasyon fonksiyonu Şekil 2.1 ile verilen temel ilmek olarak adlandırılan Feynman diyagramı kullanılarak momentum uzayında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi(p,\mathrm{T}) = -i\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} Tr(i\gamma_5\, S(q)\, i\gamma_5\, S(q-p)). \tag{2.2}$$

Yukarıdaki eşitlikte $S(q)$ ile verilen kuark propagatörü yerine Eşitlik (1.22)'de verilen termal propagatör yazılırsa korelasyon fonksiyonu

$$\begin{aligned}\Pi(p,\mathrm{T}) = i N_c \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} Tr\left[\left(\gamma_\mu q^\mu - m_1\right)\left(\gamma_\nu (q-p)^\nu + m_2\right)\right] \\ \times\left(\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n_F\left(|q_0|\right)\delta\left(q^2 - m_1^2\right)\right) \\ \times\left(\frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n_F\left(|q_0 - p_0|\right)\delta\left((q-p)^2 - m_2^2\right)\right)\end{aligned} \tag{2.3}$$

şeklinde olur. Burada m_1 ve m_2 kuark kütlesidir.

$$Tr\left[\left(\gamma_\mu q^\mu - m_1\right)\left(\gamma_\nu (q-p)^\nu + m_2\right)\right] = 4\left(q^2 - q\cdot p - m_1 m_2\right) \tag{2.4}$$

olduğu göz önüne alınırsa korelatör için

$$\begin{aligned}\Pi(p,\mathrm{T}) = 4i N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4}\left(q^2 - p\cdot q - m_1 m_2\right)\Bigg[&\left(\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)\left(\frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right)\\ &+ 2\pi i\, n_F(\omega_1)\,\delta\left(q_0^2 - \omega_1^2\right)\left(\frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right)\\ &+ 2\pi i\, n_F(\omega_2)\,\delta\left((q-p)^2 - \omega_2^2\right)\left(\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)\\ &- 4\pi^2 n_F(\omega_1) n_F(\omega_2)\,\delta\left(q_0^2 - \omega_1^2\right)\delta\left((q_0 - p_0)^2 - \omega_2^2\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{2.5}$$

ifadesi elde edilir.Yukarıdaki ifadede $\omega_1 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_1^2}$ ve $\omega_2 = \sqrt{(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2 + m_2^2}$ olarak kullanılmıştır. Eşitlik (2.5) ile verilen termal korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(p,\mathrm{T}) = \Pi_1(p,\mathrm{T}) + \Pi_2(p,\mathrm{T}) + \Pi_3(p,\mathrm{T}) + \Pi_4(p,\mathrm{T}) \tag{2.6}$$

şeklinde dört parçaya ayrılarak daha kolay bir şekilde incelenebilir. Eşitlik (1.27)'de de verildiği gibi spektral yoğunluk ifadesi korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı ile tanımlıdır. Bu nedenle ayırdığımız parçaların imajiner kısımları ele alınacaktır. İlk olarak

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_1(p,\mathrm{T}) = 4N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4}&\left(q^2 - p\cdot q - m_1 m_2\right)\\ &\times \mathrm{Re}\left[\left(\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)\left(\frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right)\right]\end{aligned} \tag{2.7}$$

ile verilen integrali hesaplayalım. Burada

$$\begin{aligned}\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} = \frac{1}{q_0^2 - \omega_1^2 + i\varepsilon} &= \left(\frac{1}{q_0 - \omega_1 + i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{q_0 + \omega_1 - i\delta_1}\right)\\ = \frac{1}{q_0^2 + 2i\,\delta_1\,\omega_1 - \omega_1^2} &= \frac{1}{2\omega_1}\left(\frac{1}{q_0 - \omega_1 + i\delta_1} - \frac{1}{q_0 + \omega_1 - i\delta_1}\right)\end{aligned} \tag{2.8}$$

olduğu dikkate alınırsa hesaplamamız gereken integral

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_1(p,\mathrm{T}) = 4N_c\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\left(q^2 - p\cdot q - m_1m_2\right)\left(-\frac{1}{4\omega_1\,\omega_2}\right)\\ \times\mathrm{Re}\left[\left(\frac{1}{q_0-\omega_1+i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{q_0-p_0+\omega_2-i\delta_2}\right)\right.\\ \left.+\left(\frac{1}{q_0+\omega_1-i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{q_0-p_0-\omega_2+i\delta_2}\right)\right]\end{aligned} \tag{2.9}$$

şeklini alır. İlk olarak q_0 üzerinden integral almak için

$$\frac{1}{x-i\varepsilon} = i\pi\delta(x)+P\left(\frac{1}{x}\right) \text{ ve } \frac{1}{x+i\varepsilon} = -i\pi\delta(x)+P\left(\frac{1}{x}\right) \tag{2.10}$$

bağıntıları kullanılırsa korelatörün birinci parçası aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_1(p,\mathrm{T}) = -N_c\int\frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left[\left(\omega_1^2-\mathbf{q}^2-p_0\omega_1+\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}-m_1m_2\right)\right.\\ \times\delta(p_0-\omega_1-\omega_2)+\left(\omega_1^2-\mathbf{q}^2+p_0\omega_1+\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}-m_1m_2\right)\\ \left.\times\delta(p_0+\omega_1+\omega_2)\right]\end{aligned} \tag{2.11}$$

$|\mathbf{p}|=0$ ise $\omega_1^2=\mathbf{q}^2+m_1^2$ ve $\omega_2^2=\mathbf{q}^2+m_2^2$ olur. $p_0>0$ durumu dikkate alındığında çözmemiz gereken integral

$$\mathrm{Im}\,\Pi_1(p,\mathrm{T}) = -N_c\int\frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{q}^2-p_0\omega_1-m_1m_2\right)\delta(p_0-\omega_1-\omega_2) \tag{2.12}$$

şeklini alır. Dirac delta fonksiyonu için $f(q)=p_0-\sqrt{\mathbf{q}^2+m_1^2}-\sqrt{\mathbf{q}^2+m_{21}^2}$ olarak tanımlanır ve

$$\delta(p_0-\omega_1-\omega_2) = \frac{\delta(q-q_1)}{\left|\frac{df(q)}{dq}\right|_{q=q_1}} \tag{2.13}$$

bağıntısı göz önünde bulundurulursa

$$\mathrm{Im}\,\Pi_1(p_0,\mathrm{T}) = -\frac{N_c}{4\pi\,p_0^2}\sqrt{\left(p_0^2-m_1^2-m_2^2\right)^2-4m_1^2m_2^2}\left(m_1^2-p_0\omega_1-m_1m_2\right) \tag{2.14}$$

olarak elde edilir. $p_0 - \omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_2^2}$ olduğu hatırlanırsa ve

$$m_1^2 - p_0\omega_1 - m_1 m_2 = \frac{1}{2}\left[(m_1 - m_2)^2 - p_0^2\right] \tag{2.15}$$

bağıntısı göz önünde bulundurulduğunda ve bazı matematiksel dönüşümler sonucunda korelatörün ilk parçası

$$\mathrm{Im}\,\Pi_1(p_0, \mathrm{T}) = \frac{N_c}{8\pi\, p_0^2}\sqrt{\left(p_0^2 - (m_1 + m_2)^2\right)\left(p_0^2 - (m_1 - m_2)^2\right)}\left(p_0^2 - (m_1 - m_2)^2\right) \tag{2.16}$$

şeklinde elde edilir. Burada $p_0^2 = s$ ve $\rho = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,\Pi_1(q, \mathrm{T})$ olduğu hatırlanırsa $q(s) = s - (m_1 - m_2)^2$ ve $v(s) = (1 - 4m_1 m_2 / q(s))^{1/2}$ şeklinde tanımlandığında korelatörün ilk parçası için spektral yoğunluk ifadesi

$$\rho_0(s) = \frac{3}{8\pi^2 s} q^2(s) v(s) \tag{2.17}$$

olarak elde edilir. $\rho_0(s)$, sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin en düşük mertebedeki spektral yoğunluk ifadesidir. Benzer şekilde korelatörün geriye kalan diğer üç parçası için q_0 üzerinden integral alındığında elde edilen ifade aşağıda verildiği gibidir:

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi(p, \mathrm{T}) = -N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\Big\{&\left(\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 + \mathbf{p}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 p_0 - m_1 m_2\right)\\ &\times\left[(-n_1 - n_2 + 2n_1 n_2)\delta(p_0 - \omega_1 - \omega_2)\right.\\ &\left.-(n_1 + n_2 - 2n_1 n_2)\delta(p_0 - \omega_1 + \omega_2)\right]\\ &+\left(\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 + \mathbf{p}\cdot\mathbf{q} + \omega_1 p_0 - m_1 m_2\right)\\ &\times\left[(-n_1 - n_2 + 2n_1 n_2)\delta(p_0 + \omega_1 + \omega_2)\right.\\ &\left.-(n_1 + n_2 - 2n_1 n_2)\delta(p_0 + \omega_1 - \omega_2)\right]\Big\}\end{aligned} \tag{2.18}$$

Burada $n_1 = n(\omega_1)$ ve $n_2 = n(\omega_2)$ şeklinde ifade edilmektedir. Vakum katkılarını içeren terimler, $\mathrm{Im}\,\Pi_1(q, \mathrm{T})$, Fermi dağılım fonksiyonunu içermezken, ortam katkılarını içeren terimlerde Fermi dağılımı söz konusudur. İlave terimler korelasyon fonksiyonunda belirleyici rol oynayan Eşitlik (2.13)'deki delta fonksiyonlarından

gelir. $|\mathbf{p}|=0$ durumunda $\delta(p_0-\omega_1-\omega_2)$ ve $\delta(p_0+\omega_1+\omega_2)$ fonksiyonlarını içeren terimler $p_0 \geq (m_1+m_2)$ ve $p_0 \leq -(m_1+m_2)$ bölgelerinde katkı vermektedir ve sırasıyla üniter bölgeler ortaya çıkmaktadır. Benzer şekilde $\delta(p_0-\omega_1+\omega_2)$ ve $\delta(p_0+\omega_1-\omega_2)$ fonksiyonlarını içeren terimler ise $0 \leq p_0 \leq (m_1-m_2)$ ve $-(m_1-m_2) \leq p_0 \leq 0$ bölgelerinde katkı vermektedir ve sırasıyla Landau bölgeleri ortaya çıkmaktadır. Yapılan hesaplamalar sonucunda her iki bölge göz önüne alınarak $m_1 \geq m_2$ olmak üzere spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımları;

$(m_1+m_2)^2 \leq s \leq \infty$ bölgesi için,

$$\rho_{a,\,pert}(s,\mathrm{T})=\rho_0(s)\left[1-n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)-n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)\right], \tag{2.19}$$

$0 \leq s \leq (m_1-m_2)^2$ bölgesi için,

$$\rho_{s,\,pert}(s,\mathrm{T})=\rho_0(s)\left[n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)-n\left(-\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)\right], \tag{2.20}$$

olarak elde edilir. $\mathrm{T}\to 0$ limitinde bu eşitliklerin vakumdaki ifadeleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Elde edilen sonuçların pseudoskaler parçacıklar için $m_1=m_2$ durumunda var olan sonuçlarla da aynı çıktığı görülmüştür [16,25].

2.2. Vektör Akımlar İçin Termal Spektral Yoğunluk

Vektör akımlar için termal spektral yoğunluk ifadesini hesaplamak için başlangıç noktamız Eşitlik (1.4) ile verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonudur. Korelasyon fonksiyonunda $K^*(892)$ ve $\rho(770)$ vektör mezonları için $J_\mu(x)$ ara kesit akımları

$$J_\mu^{K^*}(x)=\bar{s}(x)\,\gamma_\mu\,d(x), \tag{2.21}$$

$$J_\mu^{\rho}(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}(x)\,\gamma_\mu\,u(x)-\bar{d}(x)\,\gamma_\mu\,d(x)\right), \tag{2.22}$$

şeklinde kullanılmıştır.

Önceki bölümlerde de bahsettiğimiz gibi sonlu sıcaklıkta maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlık bozulur. Ancak maddenin dört boyutlu hız vektörü u_μ kullanılarak, $\omega = u \cdot q$ ve $\overline{q} = \sqrt{\omega^2 - q^2}$ gibi yeni Lorentz invaryant nicelikler tanımlanabilir [57]. Bu niceliklerin yardımıyla, termal korelasyon fonksiyonu sonlu sıcaklıklarda $P_{\mu\nu}$ ve $Q_{\mu\nu}$ şeklinde ifade edilen bağımsız iki tensör cinsinden yazılabilir [10]:

$$\Pi_{\mu\nu}(q,\mathrm{T}) = Q_{\mu\nu}\Pi_l(q^2,\omega) + P_{\mu\nu}\Pi_t(q^2,\omega). \tag{2.23}$$

Burada,

$$P_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - \frac{q^2}{\overline{q}^2}\tilde{u}_\mu\tilde{u}_\nu, \tag{2.24}$$

$$Q_{\mu\nu} = \frac{q^4}{\overline{q}^2}\tilde{u}_\mu\tilde{u}_\nu, \tag{2.25}$$

ve $\tilde{u}_\mu = u_\mu - \omega q_\mu / q^2$ şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca $\Pi_l(q^2,\omega)$ ve $\Pi_t(q^2,\omega)$ fonksiyonları,

$$\Pi_l(q^2,\omega) = \frac{1}{\overline{q}^2}u^\mu\Pi_{\mu\nu}(q)u^\nu, \tag{2.26}$$

$$\Pi_t(q^2,\omega) = -\frac{1}{2}\left(g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu} + \frac{q^2}{\overline{q}^2}u^\mu\Pi_{\mu\nu}(q)u^\nu\right). \tag{2.27}$$

şeklinde verilen Lorentz invaryant fonksiyonlardır. $|\mathbf{q}| \to 0$ limitinde

$$\Pi_t = -\frac{1}{3}g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu} \tag{2.28}$$

şeklinde ifade edilmektedir ve Π_l ve Π_t fonksiyonları arasındaki ilişki ise

$$\Pi_t(q_0,|\mathbf{q}|=0) = q_0^2\Pi_l(q_0,|\mathbf{q}|=0) \tag{2.29}$$

olarak verilir. Reel zaman termal alan teorisinde $\Pi_l(q^2,\omega)$ ve $\Pi_t(q^2,\omega)$ fonksiyonları 2×2 şeklinde matrisle ifade edilir ve bu matrisin elemanları tek bir analitik fonksiyona bağlıdır [70, 71]. Sonuç olarak matrisin 1-1 bileşeninin hesaplanması iki nokta korelasyon fonksiyonunun tam olarak belirlenmesi için yeterlidir. Termal korelasyon fonksiyonu Şekil 2.1 ile verilen temel ilmek diagramı dikkate alınarak momentum uzayındaki ifadesi:

$$\Pi_{\mu\nu}(q,\mathrm{T}) = i\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr\left[\gamma_\mu S(k)\gamma_\nu S(k-q)\right] \tag{2.30}$$

olarak yazılır. Eşitlik (2.30)'da termal kuark propagatörü $S(q)$ yerine yazıldığında termal korelasyon fonksiyonu,

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu}(q,\mathrm{T}) = i\,N_c\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr\left[\gamma_\mu\left(\gamma_\alpha k^\alpha + m_1\right)\gamma_\nu\left(\gamma_\beta (k-q)^\beta + m_2\right)\right] \\ \times\left(\frac{1}{k^2-m_1^2+i\varepsilon} + 2\pi i\, n_F\left(|k_0|\right)\delta\left(k_0^2-m_1^2\right)\right) \\ \times\left(\frac{1}{(k-q)^2-m_2^2+i\varepsilon} + 2\pi i\, n_F\left(|k_0-q_0|\right)\right. \\ \left.\times\,\delta\left((k-q)^2-m_2^2\right)\right)\end{aligned} \tag{2.31}$$

şeklinde elde edilir. Vektör mezonlar için spektral yoğunluk ifadesinin elde edilebilmesi için ilk olarak Eşitlik (2.31)'deki izin alınması sonrasında ise ortaya çıkan integrallar hesaplanarak korelatörün imajiner kısmının göz önünde bulundurulması gerekir.

$$\begin{aligned}Tr\left[\gamma_\mu\left(\gamma_\alpha k^\alpha + m_1\right)\gamma_\nu\left(\gamma_\beta (k-q)^\beta + m_2\right)\right] = -4\left(q_\nu k_\mu + q_\mu k_\nu - 2k_\mu k_\nu - m_1 m_2 g_{\mu\nu}\right. \\ \left. - q\cdot k q_{\mu\nu} + k^2 g_{\mu\nu}\right)\end{aligned} \tag{2.32}$$

ve $\Pi_1 = g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu}$ olarak tanımlanırsa korelatör için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}\Pi_1(q,\mathrm{T}) = -8i\,N_c\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2 - k\cdot q - 2m_1m_2\right)\left[\left(\frac{1}{k^2-m_1^2+i\varepsilon}\right)\right. \\ \left.\times\left(\frac{1}{(k-q)^2-m_2^2+i\varepsilon}\right) + 2\pi i\, n_F(\omega_1)\delta\left(k_0^2-\omega_1^2\right)\right.\end{aligned}$$

$$\times\left(\frac{1}{(k-q)^2-m_2^2+i\varepsilon}\right)+2\pi i\, n_F(\omega_2)$$
$$\times\delta\left((k_0-q_0)^2-\omega_2^2\right)\left(\frac{1}{k^2-m_1^2+i\varepsilon}\right) \tag{2.33}$$
$$-4\pi^2 n_F(\omega_1)n_F(\omega_2)\delta\left(k_0^2-\omega_1^2\right)\delta\left((k_0-q_0)^2-\omega_2^2\right)\Big]$$

$\Pi_1(q,\mathrm{T})$ ile verilen termal korelasyon fonksiyonu işlemlerin daha rahat yapılabilmesi için

$$\Pi_1(q,\mathrm{T})=\Pi_a(q,\mathrm{T})+\Pi_b(q,\mathrm{T})+\Pi_c(q,\mathrm{T})+\Pi_d(q,\mathrm{T}) \tag{2.34}$$

şeklinde dört parçaya ayrılarak incelenebilir. Burada ilk olarak

$$\Pi_a(q,\mathrm{T})=-8i\,N_c\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2-k\cdot q-2m_1m_2\right)\Bigg[\left(\frac{1}{k^2-m_1^2+i\varepsilon}\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{(k-q)^2-m_2^2+i\varepsilon}\right)\Bigg] \tag{2.35}$$

ile verilen $\Pi_a(q,\mathrm{T})$ terimini hesaplamaya çalışalım. Eşitlik (2.8) ve $\mathrm{m}_1=\mathrm{m}_2$ olduğu dikkate alınırsa $\Pi_a(q,\mathrm{T})$'nin imajiner kısmı,

$$\mathrm{Im}\,\Pi_a(q,\mathrm{T})=-8N_c\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1q_0-2m^2\right)$$
$$\times\left(-\frac{1}{4\omega_1\omega_2}\right)\mathrm{Re}\Bigg[\left(\frac{1}{k_0-\omega_1+i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0-q_0+\omega_2-i\delta_2}\right) \tag{2.36}$$
$$+\left(\frac{1}{k_0+\omega_1-i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0-q_0-\omega_2+i\delta_2}\right)\Bigg]$$

olur. Burada k_0 üzerinden integral alındığında

$$\mathrm{Im}\,\Pi_a(q,\mathrm{T})=N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1q_0-2m^2\right)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)$$
$$+N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1q_0-2m^2\right)\delta(q_0+\omega_1+\omega_2) \tag{2.37}$$

elde edilir. Burada $q_0 > 0$ için $\delta(q_0 + \omega_1 + \omega_2) = 0$ olur. Buna göre (2.37) eşitliği

$$\mathrm{Im}\,\Pi_a(q,\mathrm{T}) = N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \tag{2.38}$$

olur. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}\,\Pi_b(q,\mathrm{T}) = &-N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{n_1}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \\ &- N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{n_1}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 + \omega_1 - \omega_2), \end{aligned} \tag{2.39}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}\,\Pi_c(q,\mathrm{T}) = &-N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{n_2}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \\ &- N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{n_{21}}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 + \omega_1 - \omega_2), \end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}\,\Pi_d(q,\mathrm{T}) = &\; N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{2n_1 n_2}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \\ &+ N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{2n_1 n_2}{\omega_1 \omega_2} \left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + \omega_1 q_0 - 2m^2\right) \delta(q_0 + \omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \tag{2.41}$$

olarak bulunur. Ayrıca burada pseudoskaler çalışmasından farklı olarak $k_0 = \omega_1$ ve $k_0 - q_0 = \omega_2$ ise $\cos\theta = -\dfrac{q^2 - 2q_0\omega_1}{2|\mathbf{k}|\cdot|\mathbf{q}|}$ olmaktadır, yani integralde açıya bağlılık ortaya çıkmaktadır. Her bir terimin ayrı ayrı k_0 üzerinden integrali alınır ve $\Pi_1(q,\mathrm{T})$ termal korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmında yerine yazılırsa

$$\mathrm{Im}\,\Pi_1(q,\mathrm{T}) = L(q_0) + L(-q_0) \tag{2.42}$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned} L(q_0) = &\; N_C \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - m^2}{\omega_1 \omega_2} \left([(1-n_1)(1-n_2) + n_1 n_2\right] \\ &\times \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) - [(1-n_1)n_2 + (1-n_2)n_1]\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)) \end{aligned} \tag{2.43}$$

ile verilmektedir ve $n_1 = n(\omega_1)$, $n_2 = n(\omega_2)$, $\omega_1 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$, $\omega_1 = \sqrt{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 + m^2}$ olmaktadır. Fermi dağılım fonksiyonunu içermeyen terimler vakum katkılarını, Fermi dağılım fonksiyonunu içeren terimler ise ortam katkılarını göstermektedirler. Eşitlik (2.43)'ün farklı terimlerindeki delta fonksiyonları, ıraksaklığın ortadan kalktığı bölgeleri tanımlar ve $\Pi_1(q,\mathrm{T})$'nin imajiner kısmı tanım aralığını belirler [72]. Bir takım hesaplamalardan sonra sıfırdan farklı bir momentum değerinde $\rho_1(q_0^2,\mathrm{T}) = \frac{1}{\pi}\left[\mathrm{Im}\,\Pi_1(q_0^2,\mathrm{T})\right]\tanh\left(\frac{\beta q_0}{2}\right)$ ile verilen $\rho_1(q_0^2,\mathrm{T})$'nin yok olma $(\rho_{1,a})$ ve saçılma terimleri $(\rho_{1,s})$, $v(q_0^2) = \sqrt{1-4m^2/q_0^2(s)}$ olduğu dikkate alınarak aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\rho_{l,a} = -\frac{3q^2}{8\pi^2}(3-v^2)\left[v - \int_{-v}^{v} dx\, n_+(x)\right], \qquad 4m^2 + \mathbf{q}^2 \le q_0^2 \le \infty \tag{2.44}$$

$$\rho_{l,s} = \frac{3q^2}{16\pi^2}(3-v^2)\int_{v}^{\infty} dx\,[n_-(x) - n_+(x)]. \qquad q_0^2 \le \mathbf{q}^2 \tag{2.45}$$

Burada,

$$n_+(x) = n\left[\frac{1}{2}(q_0 + |\mathbf{q}|x)\right] \qquad \text{ve} \qquad n_-(x) = n\left[\frac{1}{2}(|\mathbf{q}|x - q_0)\right] \tag{2.46}$$

olarak tanımlanmıştır. Benzer şekilde $\Pi_2(q,\mathrm{T}) = u^\mu \Pi_{\mu\nu}(q,\mathrm{T})u^\nu$ fonksiyonu da hesaplanırsa $\mathrm{Im}\Pi_2(q,\mathrm{T})$'nin yok olma ve saçılma kısımları

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_{2,a} = N_c \int_{\omega_-}^{\omega_+} \frac{d\omega_1}{8\pi|\mathbf{q}|}(4q_0\omega_1 - q^2 - 4\omega_1^2) \\ \times(1 - n(\omega_1) - n(q_0-\omega_1) + 2n(\omega_1)n(q_0-\omega_1)),\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_{2,s} = N_c \int_{\omega_+}^{\infty} \frac{d\omega_1}{8\pi|\mathbf{q}|}(4q_0\omega_1 - q^2 - 4\omega_1^2) \\ \times 2n(\omega_1)n(q_0-\omega_1) - n(\omega_1) - n(q_0-\omega_1),\end{aligned} \tag{2.48}$$

olarak bulunur. Burada $\omega_{\pm} = \frac{1}{2}\left(q_0 \pm |\mathbf{q}| v\right)$.

Elde edilen bu sonuçlar Eşitlik (2.26) ve (2.27)'de yerine yazılırsa ρ_t'nin yok olma ve saçılma kısımları

$$\rho_{t,a} = \frac{3q^2}{32\pi^2} \int_{-v}^{v} dx \left(2 - v^2 + x^2\right)\left[1 - 2n_+(x)\right], \tag{2.49}$$

$$\rho_{t,s} = -\frac{3q^2}{32\pi^2} \int_{v}^{\infty} dx \left(2 - v^2 + x^2\right)\left[n_-(x) - n_+(x)\right] \tag{2.50}$$

olarak elde edilir. Sıfırdan farklı bir momentum değerinde ρ_l'nin yok olma kısmı örneğin $\rho_{l,a}$ ve onun saçılma kısmı $\rho_{l,s}$'de Denklem (2.49) ve (2.50)'ye benzer çıkmaktadır. Burada $\left(2 - v^2 + x^2\right)$ katsayısının yerine $2\left(1 - x^2\right)$ gelmektedir.

2.3. Tensör Akımlar İçin Spektral Yoğunluk

Tensör mezonlar için spektral yoğunluk ifadesini elde etmek amacı ile başlangıç noktası yine iki nokta korelasyon fonksiyonudur. Ancak tensör mezonlar için korelatör (1.4) eşitliğinden farklı olarak

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}(q,\mathrm{T}) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot(x-y)} Tr\left(\rho T\left(J_{\mu\nu}(x)\bar{J}_{\alpha\beta}(y)\right)\right), \tag{2.51}$$

şeklinde ifade edilir. Bunun nedeni ise tensor mezonlar için ara kesit akımının uzay-zamana göre türevler içermesidir. Bu nedenle korelatörde x ve y noktalarına ait iki akım kullanılmıştır. y'ye göre türevler alındıktan sonra eşitlikte $y = 0$ yazılacaktır. Korelatördeki $\rho = e^{-\beta H} / Tr(e^{-\beta H})$ KRD'nin termal yoğunluk matrisidir ve $\beta = 1/T$ olarak tanımlıdır. H ise KRD Hamiltonyenidir ve T zaman sıralama operatörüdür. $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ ve $K_2^*(1430)$ tensör mezonları için $J_{\mu\nu}(x)$ ara kesit akımları:

$$\begin{aligned} J_{\mu\nu}^{f_2}(x) = \frac{i}{2\sqrt{2}}\Big[&\bar{u}(x)\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu(x)u(x) + \bar{u}(x)\gamma_\nu \overleftrightarrow{D}_\mu(x)u(x) \\ &+ \bar{d}(x)\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu(x)d(x) + \bar{d}(x)\gamma_\nu \overleftrightarrow{D}_\mu(x)d(x)\Big] \end{aligned}, \tag{2.52}$$

$$J_{\mu\nu}^{a_2}(x)=\frac{i}{2\sqrt{2}}\Big[\bar{u}(x)\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu(x)u(x)+\bar{u}(x)\gamma_\nu\overleftrightarrow{D}_\mu(x)u(x) \\ -\bar{d}(x)\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu(x)d(x)-\bar{d}(x)\gamma_\nu\overleftrightarrow{D}_\mu(x)d(x)\Big], \tag{2.53}$$

ve

$$J_{\mu\nu}^{K_2^*}(x)=\frac{i}{2}\Big[\bar{s}(x)\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu(x)d(x)+\bar{s}(x)\gamma_\nu\overleftrightarrow{D}_\mu(x)d(x)\Big] \tag{2.54}$$

olarak ifade edilirler. Burada $\overleftrightarrow{D}_\mu(x)$; x'e göre eşzamanlı olarak hem soldan hem de sağdan etkiyen dörtlü türevi ifade etmektedir. Dörtlü türevin açık şekli aşağıda verildiği gibidir:

$$\overleftrightarrow{D}_\mu(x)=\frac{1}{2}\Big[\vec{D}_\mu(x)-\overleftarrow{D}_\mu(x)\Big]. \tag{2.55}$$

Burada,

$$\vec{D}_\mu(x)=\vec{\partial}_\mu(x)-i\frac{g}{2}\lambda^a A_\mu^a(x), \tag{2.56}$$

$$\overleftarrow{D}_\mu(x)=\overleftarrow{\partial}_\mu(x)+i\frac{g}{2}\lambda^a A_\mu^a(x), \tag{2.57}$$

şeklinde tanımlanır. λ^a ($a=\overline{1,8}$) Gell-Mann matrislerini ve $A_\mu^a(x)$ ise dış gluon alanlarını ifade etmektedir. Fock-Schwinger ayarı, $x^\mu A_\mu^a(x)=0$, göz önüne alınırsa bu alanlar gluon şiddet tensörü ile aşağıda verildiği gibi ifade edilir:

$$A_\mu^a(x)=\int_0^1 d\alpha\,\alpha x_\beta G_{\beta\mu}^a(\alpha x)=\frac{1}{2}G_{\beta\mu}^a(0)+\frac{1}{3}x_\eta x_\beta D_\eta G_{\beta\mu}^a(0)+\ldots. \tag{2.58}$$

Eşitlik (2.51) ile verilen korelasyon fonksiyonundan spektral yoğunluk ifadesini elde etmek için KRD toplam kurallarının temel ilkesine göre teorik yada KRD gösterimi olarak bilinen ve korelatörün kuark kütlesi, kuark/gluon kondensatları gibi KRD parametreleri cinsinden elde edilmesini sağlayan kısmı hesaplanır. Bu yöntem uzun mesafe (pertürbatif olmayan) ve kısa mesafe (pertürbatif) etkilerini birbirinden ayırmamıza yarayan Wilson operatör çarpım açılımı kullanılarak hesaplanır.

$$\Pi^{KRD}(q,\mathrm{T}) = \Pi^{pert}(q,\mathrm{T}) + \Pi^{non-pert}(q,\mathrm{T}). \tag{2.59}$$

Spektral yoğunluğu elde edebilmek için de düşük mertebeden pertürbasyon teorisinin kullanılması gerekmektedir. Termal korelasyon fonksiyonunun spektral gösterimi:

$$\Pi^{KRD}(q,\mathrm{T}) = \int ds \frac{\rho(s)}{s-q^2} + \Pi^{non-pert}, \tag{2.60}$$

ile verilir. Burada $\rho(s)$ spektral yoğunluğu gösterir ve korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı ile

$$\rho(s) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\left[\Pi^{pert}(s)\right], \tag{2.61}$$

şeklinde ifade edilir. Spektral yoğunluk ifadesini hesaplamak için ilk olarak korelasyon fonksiyonunda tensör mezonlar için ara kesit akımı yerine yazılır. Daha sonra Wick teoremini de uygulayarak aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned}\Pi^{f_2(a_2)}_{\mu\nu,\alpha\beta} = -\frac{i}{8}\int d^4x\, e^{iq\cdot(x-y)}\{&Tr\left[S_u(y-x)\gamma_\mu \vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_u(x-y)\gamma_\alpha\right.\\ &\left.+ S_d(y-x)\gamma_\mu \vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_d(x-y)\gamma_\alpha\right]\\ &+[\beta\leftrightarrow\alpha]+[\nu\leftrightarrow\mu]+[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu]\}\end{aligned} \tag{2.62}$$

ve

$$\begin{aligned}\Pi^{K_2^*}_{\mu\nu,\alpha\beta} = -\frac{i}{4}\int d^4x\, e^{iq\cdot(x-y)}\{&Tr\left[S_s(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_d(x-y)\gamma_\alpha\right]\\ &+[\beta\leftrightarrow\alpha]+[\nu\leftrightarrow\mu]+[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu]\}\end{aligned}. \tag{2.63}$$

İşlemlere devam edebilmek için koordinat uzayında hafif kuarklar için aşağıda verilen serbest kuark propagatörü $S_q^{serbest}(x-y)$ korelatörde yerine yazılır:

$$S_q^{serbest}(x-y) = i\frac{\not{x}-\not{y}}{2\pi^2(x-y)^4}\delta_{ij} - \frac{m_q}{4\pi^2(x-y)^2}\delta_{ij}. \tag{2.64}$$

Hesaplamalar için bir sonraki adım propagatör ifadelerini yerine yazdıktan sonra iz almak ve sonra da ortaya çıkan ifadelerdeki integralleri hesaplamaktır. Tensör

mezonlar için iz alınmadan önce x ve y 'ye göre türevler alınmış ve daha sonra $y=0$ yazılmıştır. İntegralleri hesaplamak için ilk olarak $1/\left(x^2\right)^n$ içeren terimler

$$\frac{1}{\left(x^2\right)^n}=i(-1)^{n+1}2^{D-2/n}\pi^{D/2}\frac{\Gamma(D/2-n)}{\Gamma(n)}\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}e^{-ip\cdot x}\left(-\frac{1}{p^2}\right)^{D/2-n} \tag{2.65}$$

formülü yardımıyla momentum uzayına dönüştürüldü $(x\to p)$ ve $x_\mu\to -i\frac{\partial}{\partial q_\mu}$ ifadesi ile yer değiştirildi. Dörtlü x üzerinden alınan integral dörtlü- p üzerinden integral almamıza yardımcı olacak Dirac Delta fonksiyonunu elde etmemizi sağladı. Açık şekilde ifade edilen tüm bu işlemler yapıldıktan sonra hafif f_2 , a_2 ve K_2^* tensör mezonları için spektral yoğunluk ifadeleri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$\rho^{f_2(a_2)}(s)=N_c\left(\frac{\left(m_u^2+m_d^2\right)s}{96\pi^2}+\frac{s^2}{160\pi^2}\right) \tag{2.66}$$

$$\rho^{K_2^*}(s)=N_c\left(\frac{m_{\mathrm{d}}m_{\mathrm{s}}s}{32\pi^2}+\frac{s^2}{160\pi^2}\right) \tag{2.67}$$

Burada $N_c=3$ renk sayısıdır. Eşitlik (2.66) ve (2.67) ile verilen spektral yoğunluk ifadelerini elde etmek için yapı olarak $\left(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta}+g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}\right)$'nın katsayıları göz önüne alınmıştır.

2.4. Hafif Mezonlar İçin Korelasyon Fonksiyonunun Fenomonolojik Kısmı

Daha önceki bölümlerde de bahsettiğimiz gibi korelasyon fonksiyonu KRD'nin genel yapısı çerçevesinde iki farklı yolla hesaplanabilir. Bu yollardan biri de korelatörün hadron kütlesi, bozunum sabiti gibi hadronik parametreler cinsinden hesaplanması mantığına dayalı fiziksel yada fenomonolojik kısım olarak adlandırılan gösterimdir. Korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmını hesaplamak için Eşitlik (1.4)'de (tensör mezonlar için Eşitlik (2.51)'de) verilen korelatör'deki ara kesit akımlarının arasına onunla aynı kuantum sayılarına sahip fiziksel ara durumların tam setleri

yerleştirilir. x'e göre integral alındıktan sonra (tensör mezonlar için integral x ve y'ye göre alınır) korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmı

$$\Pi = \frac{\langle 0|J(0)|PS(V)(T)\rangle\langle PS(V)(T)|\bar{J}(0)|0\rangle}{m^2_{PS(V)(T)} - q^2} + ... \tag{2.68}$$

şeklinde elde edilir. Burada noktalar $(...)$ yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları, $PS(V)(T)$ ise sırasıyla pseudoskaler, vektör ve tensör mezonları ifade etmektedir. $\langle 0|J(0)|PS(V)(T)\rangle$ matris elemanı vakumdan yaratılan mezonlar için f_H bozunum sabiti cinsinden pseudoskaler mezonlar için

$$\langle 0|J(0)|\mathrm{K}(\pi)\rangle = i\frac{f_{\mathrm{K}(\pi)} m^2_{\mathrm{K}(\pi)}}{m_{s(u)} + m_d}, \tag{2.69}$$

vektör mezonlar için

$$\langle 0|j_\mu(0)|K^*(\rho)\rangle = f_{K^*(\rho)} m_{K^*(\rho)} \varepsilon^{(\lambda)}_\mu, \tag{2.70}$$

ve tensör mezonlar için

$$\langle 0|j_{\mu\nu}(0)|K^*_2(f_2)(a_2)\rangle = f_{K^*_2(f_2)(a_2)} m^3_{K^*_2(f_2)(a_2)} \varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu}, \tag{2.71}$$

olarak verilir. Burada $\varepsilon^{(\lambda)}_\mu$ polarizasyon vektörünü, $\varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu}$ ise polarizasyon tensörünü ifade etmektedir ve $\varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu}$ için toplam aşağıda ifade edildiği gibidir:

$$\sum_\lambda \varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu} \varepsilon^{*(\lambda)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} T_{\mu\alpha} T_{\nu\beta} + \frac{1}{2} T_{\mu\beta} T_{\nu\alpha} - \frac{1}{3} T_{\mu\nu} T_{\alpha\beta}, \tag{2.72}$$

burada

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2_{K^*_2(f_2)(a_2)}}, \tag{2.73}$$

ile verilir. Polarizasyon vektörü $\varepsilon^{(\lambda)}_\mu$'nün toplamı ise

$$\sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon_{\nu}^{*(\lambda)} = -\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m^2_{K^*(\rho)}} \right), \tag{2.74}$$

şeklinde ifade edilir. Eşitlik (2.69-2.71) ifadeleri korelatörde yerine yazıldığında korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmı pseudoskaler, vektör ve tensör mezonlar için sırasıyla aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir:

$$\Pi^{\mathrm{K}(\pi)} = -\frac{f^2_{\mathrm{K}(\pi)} m^4_{\mathrm{K}(\pi)}}{\left(m_{s(d)} + m_{d(u)}\right)} \frac{1}{m^2_{\mathrm{K}(\pi)} - q^2}, \tag{2.75}$$

$$\Pi_{\mu\nu}^{K^*(\rho)} = \frac{f^2_{K^*(\rho)}}{m^2_{K^*(\rho)} - q^2} q_\mu q_\nu - \frac{f^2_{K^*(\rho)} m^2_{K^*(\rho)}}{m^2_{K^*(\rho)} - q^2} g_{\mu\nu}, \tag{2.76}$$

ve

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta} = \frac{f^2_{K_2^*(f_2)(a_2)} m^6_{K_2^*(f_2)(a_2)}}{m^2_{K_2^*(f_2)(a_2)} - q^2} \left\{ \frac{1}{2} \left(g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta} g_{\nu\alpha} \right) \right\} + \text{diğer yapılar.} \tag{2.77}$$

Vektör mezonlar için elde edilen Eşitlik (2.76) formülünde toplam kurallarını elde etmek için yapı olarak $g_{\mu\nu}$'nün katsayısı kullanılmıştır. Tensör mezonlar için ise $\left(g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta} g_{\nu\alpha}\right)$ yapısı seçilmiş ve korelatörde yalnızca bu yapı belirtilmiştir.

2.5. Pertürbatif Olmayan Katkılar ve Termal KRD Toplam Kuralları

Pertürbatif olmayan veya uzun mesafe katkılarının hesaplanması için spektral yoğunluk hesabında olduğu gibi korelatör kuark kütlesi, kuark ve gluon kondensatları gibi KRD parametreleri cinsinden elde edilir ve korelasyon fonksiyonunun KRD veya teorik kısmı olarak adlandırılır. Pertürbatif olmayan katkılar enerji yoğunluğunun termal ortalamasının yanı sıra kuark ve gluon kondensatlarının termal beklenen değerleri ile ifade edilir. Fiziksel nicelikler için termal toplam kurallarını elde etmek için pertürbatif olmayan katkıların da hesaplanması gerekir. Bu nedenle korelasyon fonksiyonunda aşağıda verilen koordinat uzayında tanımlı kuark propagatörü kullanılmıştır:

$$S_q^{non-pert}(x-y) = -\frac{\langle\bar{q}q\rangle}{12}\delta_{ij} - \frac{(x-y)^2}{192}m_0^2\langle\bar{q}q\rangle\left[1 - i\frac{m_q}{6}(\not{x}-\not{y})\right]\delta_{ij}$$
$$+\frac{i}{3}\left[(\not{x}-\not{y})\left(\frac{m_q}{16}\langle\bar{q}q\rangle - \frac{1}{12}\langle u\Theta^f u\rangle\right) + \frac{1}{3}\left(u\cdot(x-y)\not{u}\langle u\Theta^f u\rangle\right)\right]\delta_{ij} \qquad (2.78)$$
$$-\frac{ig_s}{32\pi^2(x-y)^2}G_{\mu\nu}\left((\not{x}-\not{y})\sigma^{\mu\nu} + \sigma^{\mu\nu}(\not{x}-\not{y})\right)\delta_{ij}$$

Burada $\langle\bar{q}q\rangle$ sıcaklığa bağlı kuark kondensatı, $\Theta^f_{\mu\nu}$ enerji momentum tensörünün fermiyonik kısmıdır ve u_μ ise dörtlü hızdır. Durgun referans sisteminde $u_\mu = (1,0,0,0)$ ve $u^2 = 1$ şeklinde tanımlanır. Tensör mezon hesabında katkısının çok küçük olmasından dolayı gluon alan şiddet tensörü içeren terimler ihmal edilmiştir (detaylı bilgi için [44, 46, 73] çalışmalarına bakınız).

Pseudoskaler ve vektör mezonlar için propagatör ifadesi yerine yazıldıktan sonra ortaya çıkan gluon alan şiddet tensörlerinin çarpımından ortaya çıkan $\langle G_{\mu\nu}G^{\alpha\beta}\rangle$ ifadesinin beklenen değerinin izi

$$\langle TrG_{\alpha\beta}G^{\mu\nu}\rangle = \frac{1}{24}\left(g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right)\langle G_{\lambda\sigma}G^{\lambda\sigma}\rangle$$
$$+\frac{1}{6}\left[g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu} - 2\left(u_\alpha u_\mu g_{\beta\nu} - u_\alpha u_\nu g_{\beta\mu} - u_\beta u_\mu g_{\alpha\nu}\right.\right. \qquad (2.79)$$
$$\left.\left.+u_\beta u_\nu g_{\alpha\mu}\right)\right]\langle u^\lambda\Theta^g_{\lambda\sigma}u^\sigma\rangle$$

bağıntısı kullanılarak hesaplanmıştır. Propagatör ifadelerinin korelatörde yerine yazılması ve izin alınması sonucunda pertürbatif olmayan katkıların elde edilmesi için son adım korelatördeki integrallerin hesaplanmasıdır. İntegrallerin hesaplanması için bölüm 2.3'de tensör mezonların spektral yoğunluk ifadesini elde ederken izlenen yolun aynısı takip edilmiştir. Yapılan hesaplamalar sonucunda incelenen tüm parçacıklar için pertürbatif olmayan katkılar aşağıda verildiği şekilde elde edilmiştir:

$$\Pi_K^{non-pert} = -\frac{m_d}{6q^2}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_s}{3q^2}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{g_s^2\langle G^2\rangle}{32\pi^2q^2} + \frac{m_d}{3q^2}\langle\bar{s}s\rangle - \frac{m_s}{6q^2}\langle\bar{s}s\rangle$$
$$-\frac{4}{9q^2}\langle u\Theta^f u\rangle - \frac{g_s^2}{24\pi^2q^2}\langle u\Theta^g u\rangle + \frac{16(q\cdot u)^2}{9q^4}\langle u\Theta^g u\rangle \qquad (2.80)$$
$$+\frac{g_s^2(q\cdot u)^2}{6\pi^2q^4}\langle u\Theta^g u\rangle$$

$$\Pi_\pi^{non-pert} = -\frac{m_d}{6q^2}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_u}{3q^2}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{g_s^2\langle G^2\rangle}{32\pi^2q^2} + \frac{m_d}{3q^2}\langle\bar{u}u\rangle - \frac{m_u}{6q^2}\langle\bar{u}u\rangle$$
$$+\frac{4}{9q^2}\langle u\Theta^f u\rangle - \frac{g_s^2}{24\pi^2q^2}\langle u\Theta^g u\rangle + \frac{g_s^2(q\cdot u)^2}{6\pi^2q^4}\langle u\Theta^g u\rangle \qquad (2.81)$$

$$\Pi_{K^*}^{non-pert} = \frac{m_0^2 m_d}{72q^4}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{m_s}{3q^2}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{g_s^2\langle G^2\rangle}{48\pi^2q^2} + \frac{m_0^2 m_s}{72q^4}\langle\bar{s}s\rangle - \frac{m_d}{3q^2}\langle\bar{s}s\rangle$$
$$-\frac{16(q\cdot u)^2}{9q^4}\langle u\Theta^f u\rangle + \frac{8}{9q^2}\langle u\Theta^f u\rangle \qquad (2.82)$$

$$\Pi_\rho^{non-pert} = \frac{m_0^2 m_d}{72q^4}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{m_d}{3q^2}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{g_s^2\langle G^2\rangle}{48\pi^2q^2} + \frac{m_0^2 m_u}{72q^4}\langle\bar{u}u\rangle - \frac{m_u}{3q^2}\langle\bar{u}u\rangle$$
$$+\frac{8}{9q^2}\langle u\Theta^f u\rangle - \frac{16(q\cdot u)^2}{9q^4}\langle u\Theta^f u\rangle \qquad (2.83)$$

$$\Pi_{f_2(a_2)}^{non-pert} = \frac{m_d m_0^2}{144q^2}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_u m_0^2}{144q^2}\langle\bar{u}u\rangle - \frac{2(q\cdot u)^2}{9q^2}\langle u\Theta^f u\rangle \qquad (2.84)$$

$$\Pi_{K_2^*}^{non-pert} = \frac{(6m_s - 5m_d)m_0^2}{144q^2}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{(6m_d - 5m_s)m_0^2}{144q^2}\langle\bar{s}s\rangle - \frac{2(q\cdot u)^2}{9q^2}\langle u\Theta^f u\rangle \qquad (2.85)$$

Burada $\langle G^2\rangle = \langle G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}\rangle$'dir. Çiftlenim sabiti g^2, $\Lambda_{\overline{MS}} = T_c/1{,}14(4)$ ve $T_c = 0{,}175$ GeV olmak üzere sıcaklığa bağlı olarak

$$g^{-2} = \frac{11}{8\pi^2}\ln\left(\frac{2\pi T}{\Lambda_{\overline{MS}}}\right) + \frac{51}{88\pi^2}\ln\left[2\ln\left(\frac{2\pi T}{\Lambda_{\overline{MS}}}\right)\right] \qquad (2.86)$$

şeklinde kullanılmıştır [20, 74].

Termal KRD toplam kurallarının elde edilmesi için son adım farklı iki yolla hesapladığımız korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik ve KRD kısmının birbirine eşitlenmesi ve eşitliğin her iki tarafına $Q^2 = -q^2$ 'ye göre Borel dönüşümünün uygulanmasıdır. Sonuç olarak incelenen mezonlar için bozunum sabitinin değerlerini elde edebileceğimiz KRD toplam kuralları pseudoskaler mezonlar için;

$$\frac{f_{K(\pi)}^2(T) m_{K(\pi)}^4(T)}{\left(m_{s(d)} + m_{d(u)}\right)^2} \exp\left(\frac{-m_{K(\pi)}^2(T)}{M^2}\right) = \int_{\left(m_{s(u)}+m_d\right)^2}^{s_0(T)} \rho_{K(\pi)}^{a,pert} \exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) ds + \int_0^{\left(m_{s(u)}-m_d\right)^2} \rho_{K(\pi)}^{s,pert}(s) \exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) ds + \hat{B}\Pi_{K(\pi)}^{non-pert} \tag{2.87}$$

vektör mezonlar için;

$$f_{K^*(\rho)}^2(T) m_{K^*(\rho)}^2(T) \exp\left(\frac{-m_{K^*(\rho)}^2(T)}{M^2}\right) = \int_{\left(m_{s(u)}+m_d\right)^2}^{s_0(T)} \rho_{K^*(\rho)}^{t,a}(s) \exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) ds + \int_0^{|\mathbf{q}|^2} \rho_{K^*(\rho)}^{s,a}(s) \exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) ds + \hat{B}\Pi_{K^*(\rho)}^{non-pert} \tag{2.88}$$

ve tensör mezonlar için

$$f_{K_2^*(f_2)(a_2)}^2(T) m_{K_2^*(f_2)(a_2)}^6(T) \exp\left(\frac{-m_{K_2^*(f_2)(a_2)}^2(T)}{M^2}\right) = \int_{\left(m_q+m_d\right)^2}^{s_0(T)} ds \rho_{K_2^*(f_2)(a_2)}(s) \exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi_{K_2^*(f_2)(a_2)}^{non-pert} \tag{2.89}$$

olarak elde edilmiştir. Burada M^2 Borel kütle parametresi ve $s_0(T)$ sıcaklığa bağlı süreklilik eşiğidir. $\hat{B}\Pi_{K(\pi)}^{non-pert}$, $\hat{B}\Pi_{K^*(\rho)}^{non-pert}$ ve $\hat{B}\Pi_{K_2^*(f_2)(a_2)}^{non-pert}$ ile verilen fonksiyonlar korelatörün KRD gösteriminin pertürbatif olmayan kısmının Borel dönüşümü altındaki şeklini ifade etmektedir ve incelenen mezonlar için bu fonksiyonlar aşağıda verildiği gibidir:

$$\hat{B}\Pi_{K}^{non-pert} = \frac{m_d}{6}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{m_s}{3}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_s}{6}\langle\bar{s}s\rangle - \frac{m_d}{3}\langle\bar{s}s\rangle + \frac{g^2\langle G^2\rangle}{32\pi^2} - \frac{4\langle u\Theta^f u\rangle}{3} - \frac{g^2\langle u\Theta^g u\rangle}{8\pi^2} \tag{2.90}$$

$$\hat{B}\Pi_{\pi}^{non-pert} = \frac{m_d}{6}\langle\bar{d}d\rangle - \frac{m_u}{3}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_u}{6}\langle\bar{u}u\rangle - \frac{m_d}{3}\langle\bar{u}u\rangle + \frac{g^2\langle G^2\rangle}{32\pi^2} - \frac{4\langle u\Theta^f u\rangle}{9} - \frac{g^2\langle u\Theta^g u\rangle}{8\pi^2} \tag{2.91}$$

$$\hat{B}\Pi_{K^*}^{non-pert} = \frac{m_0^2 m_d}{72M^2}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_s}{3}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_0^2 m_s}{72M^2}\langle\bar{s}s\rangle + \frac{m_d}{3}\langle\bar{s}s\rangle + \frac{g^2\langle G^2\rangle}{48\pi^2} + \frac{8\langle u\Theta^f u\rangle}{9} \tag{2.92}$$

$$\hat{B}\Pi_{\rho}^{non-pert} = \frac{m_0^2 m_d}{72M^2}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_d}{3}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_0^2 m_u}{72M^2}\langle\bar{u}u\rangle + \frac{m_u}{3}\langle\bar{u}u\rangle + \frac{g^2\langle G^2\rangle}{48\pi^2} + \frac{8\langle u\Theta^f u\rangle}{9} \tag{2.93}$$

$$\hat{B}\Pi_{f_2(a_2)}^{non-pert}(q) = \frac{m_d\, m_0^2}{144}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{m_u\, m_0^2}{144}\langle\bar{u}u\rangle \tag{2.94}$$

$$\hat{B}\Pi_{K_2^*}^{non-pert}(q) = \frac{(6m_s - 5m_d)m_0^2}{144}\langle\bar{d}d\rangle + \frac{(6m_d - 5m_s)m_0^2}{144}\langle\bar{s}s\rangle \tag{2.95}$$

Kütleler için toplam kuralları Denklem (2.87-2.89)'un her iki tarafının $-1/M^2$'ye göre türevinin alınarak ve bu ifadelerin birbirine bölünmesi ile aşağıdaki gibi elde edilir. Pseudoskaler mezonlar için,

$$m_{K(\pi)}^4(T) = \frac{\int_{(m_{s(u)}+m_d)^2}^{s_0(T)} ds\; s\; \rho_{K(\pi)}^{a,pert} e^{-s/M^2} + \int_0^{(m_{s(u)}-m_d)^2} ds\; s\, \rho_{K(\pi)}^{s,pert}(s) e^{-s/M^2}}{\int_{(m_{s(u)}+m_d)^2}^{s_0(T)} ds\; s\; \rho_{K(\pi)}^{a,pert} e^{-s/M^2} + \int_0^{(m_{s(u)}-m_d)^2} ds\; s\, \rho_{K(\pi)}^{s,pert}(s) e^{-s/M^2} + \hat{B}\Pi_{K(\pi)}^{non-pert}} \tag{2.96}$$

vektör mezonlar için,

$$m^2_{K^*(\rho)}(T)=\frac{\int_{(m_{s(u)}+m_d)^2}^{s_0(T)} ds\ s\left(\rho^{t,a}_{K^*(\rho)}(s)e^{-s/M^2}\right)+\int_0^{|\mathbf{q}|^2} ds\ s\left(\rho^{s,a}_{K^*(\rho)}(s)e^{-s/M^2}\right)ds+\psi^{non-pert}_{K^*(\rho)}(M^2,T)}{\int_{(m_{s(u)}+m_d)^2}^{s_0(T)} ds\ \rho^{t,a}_{K^*(\rho)}(s)e^{-s/M^2}+\int_0^{|\mathbf{q}|^2} ds\,\rho^{s,a}_{K^*(\rho)}(s)e^{-s/M^2}ds+\hat{B}\Pi^{non-pert}_{K^*(\rho)}} \quad (2.97)$$

ve tensör mezonlar için,

$$m^2_{K_2^*(f_2)(a_2)}(T)=\frac{\int_{(m_q+m_d)^2}^{s_0(T)} ds\ s\,\rho_{K_2^*(f_2)(a_2)}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)}{\int_{(m_q+m_d)^2}^{s_0(T)} ds\,\rho_{K_2^*(f_2)(a_2)}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)+\hat{B}\Pi^{non-pert}_{K_2^*(f_2)(a_2)}} \quad (2.98)$$

olarak elde edilir. Burada $\psi^{non-pert}_{K^*(\rho)}(M^2,T)$ ile verilen fonksiyon

$$\psi^{non-pert}_{K^*(\rho)}(M^2,T)=M^4\frac{d}{dM^2}\hat{B}\Pi^{non-pert}_{K^*(\rho)} \quad (2.99)$$

olarak tanımlanmıştır.

2.6. Toplam Kurallarının Nümerik Olarak İncelenmesi

Bu bölümde nümerik sonuçlar ve pseodoskaler K ve π, vektör K^* ve ρ, tensör f_2, a_2 ve K_2^* mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı değişimi incelenmiştir. Aynı zamanda sıfır sıcaklıkta kütle ve bozunum sabiti için elde ettiğimiz sonuçlar deneysel veriler [75-78] ve diğer yöntemlerden [44, 46, 75, 77-80] elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Nümerik hesaplamalar için giriş parametreleri Tablo 2.1 de verildiği gibi kullanılmıştır.

Kütle ve bozunum sabitlerinin değerlerini elde etmek için hem örgü [67, 68] hem de kiral pertürbasyon teorisinden [65] elde edilen enerji momentum tensörünün fermiyonik ve gluonik kısımları kullanılmıştır. Örgü teorisi kullanılarak elde edilen enerji yoğunluğunun termal ortalaması aşağıda ifade edildiği gibidir:

$$\langle\Theta\rangle = 2\langle\Theta^{f}\rangle = 6\times10^{-6}\exp[80(T-0{,}1)]. \tag{2.100}$$

Burada T ile gösterilen sıcaklık GeV birimi ile verilir ve yukarıda verilen ifade sadece 0,10 GeV $\leq T \leq$ 0,17 GeV bölgesinde geçerlidir. Burada belirtmemiz gerekir ki toplam enerji yoğunluğu örgü KRD teorisi için yalnızca $T \geq 100$ MeV değeri için mevcut iken aynı nicelik kiral pertürbasyon teorisi için $T \geq 0$ değerleri için hesaplanmıştır.

Tablo 2.1. Nümerik hesaplamalar için kullanılan giriş parametreleri

Parametreler	Değerler	Referanslar
m_u	$\left(2{,}3^{+0{,}7}_{-0{,}5}\right)$MeV	[27]
m_d	$\left(4{,}8^{+0{,}7}_{-0{,}3}\right)$MeV	[27]
m_s	(95 ± 5)MeV	[27]
$\langle 0\vert\bar{u}u\vert 0\rangle = \langle 0\vert\bar{d}d\vert 0\rangle$	$-(0{,}24\pm0{,}01)^3$ GeV^3	[81]
$\langle 0\vert\bar{s}s\vert 0\rangle$	$0{,}8\langle 0\vert\bar{u}u\vert 0\rangle$	[82]
$\left\langle 0\left\vert\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\right\vert 0\right\rangle$	$(0{,}012\pm0{,}004)$GeV^4	[55]

Kiral pertürbasyon teorisinde düşük enerji sınırında enerji yoğunluğunun termal ortalaması

$$\langle\Theta\rangle = \langle\Theta^{\mu}_{\mu}\rangle + 3p \tag{2.101}$$

ile verilir. Burada $\langle\Theta^{\mu}_{\mu}\rangle$ toplam enerji momentum tensörünün izi ve p basınçtır. Bu nicelikler aşağıda belirtildiği gibidir:

$$\langle\Theta^{\mu}_{\mu}\rangle = \frac{\pi^2}{270}\frac{T^8}{F_\pi^4}\ln\left(\frac{\Lambda_p}{T}\right) \tag{2.102}$$

$$p = 3T\left(\frac{m_\pi T}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{15T}{8m_\pi}+\frac{105T^2}{128m_\pi^2}\right)\exp\left(-\frac{m_\pi}{T}\right) \tag{2.103}$$

Burada $\Lambda_p = 0{,}275$ GeV, $F_\pi = 0{,}093$ GeV ve $\mathrm{m}_\pi = 0{,}14$ GeV değerleri kullanılmıştır.

Hesaplamalarımızı ilerletebilmek için ayrıca hafif kuark kondensatının sonlu sıcaklıktaki ifadesini bilmemiz gerekir. Kiral pertürbasyon teorisinde sıcaklığa bağlı kuark kondensatı iyi bir yaklaşıklıkla [65, 66]

$$\langle \bar{q}q \rangle = \langle 0|\bar{q}q|0\rangle \left[1 - 0{,}4\left(\frac{T}{T_c}\right)^4 - 0{,}6\left(\frac{T}{T_c}\right)^8 \right] \tag{2.104}$$

olarak ifade edilir. Burada $T_c = 0{,}175$ GeV değerine sahip kritik sıcaklıktır [6]. Aynı zamanda süreklilik eşiği de sıcaklığa bağlı bir ifadedir ve kuark kondansatı ile orantılı değeri [16]:

$$s_0(T) = s_0 \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\langle 0|\bar{q}q|0\rangle} \left(1 - \frac{\left(m_{q_1} + m_{q_2}\right)^2}{s_0} \right) + \left(m_{q_1} + m_{q_2}\right)^2, \tag{2.105}$$

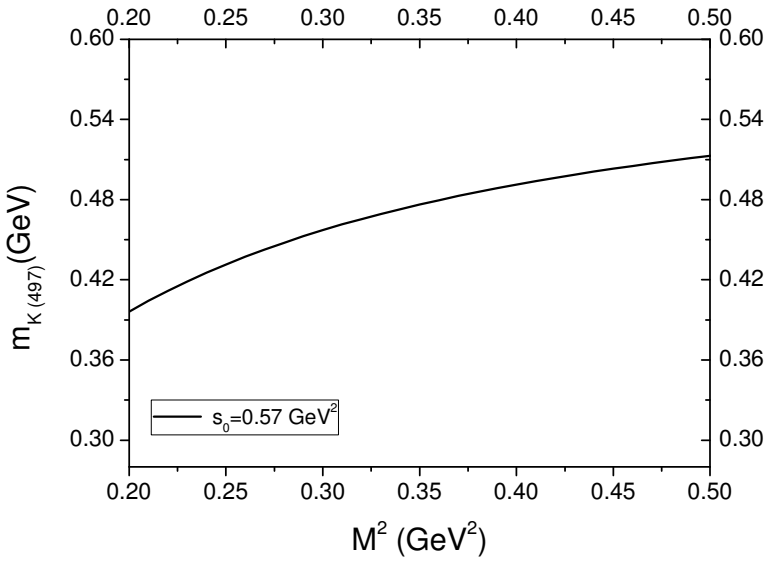
şeklindedir. Eşitliğin sağ tarafında verilen s_0 sıfır sıcaklıkta hadronik eşiktir: $s_0 = s_0(T=0)$. Süreklilik eşiği s_0 tam olarak keyfi bir parametre değildir ve seçilen ara kesit akımı ile aynı kuantum sayısına sahip ilk uyarılmış durumun enerjisi ile ilişkilidir. Hadronik eşik değerlerinin çalışma bölgeleri pseudoskaler K ve π mezonları için sırasıyla $s_0 = (0{,}36 - 0{,}40)$ GeV^2 ve $s_0 = (0{,}05 - 0{,}15)$ GeV^2, vektör K^* ve ρ mezonları için sırasıyla $s_0 = (1{,}6 - 1{,}8)$ GeV^2 ve $s_0 = (1{,}3 - 1{,}5)$ GeV^2, tensör f_2 , a_2 ve K_2^* mezonları için sırasıyla $s_0 = (2{,}2 - 2{,}5)$ GeV^2, $s_0 = (2{,}4 - 2{,}7)$ GeV^2 ve $s_0 = (3{,}0 - 3{,}3)$ GeV^2 olarak bulunmuştur. Farklı hadronik eşiği değerleri kullanılarak yaptığımız hesaplamalar ve çizdiğimiz grafiklerden, seçtiğimiz bu aralıklarda sonuçların bu parametreye bağlılığının oldukça az olduğu açıkça görülmektedir.

Ayrıca sıcaklığa bağlı gluon kondensatı, $\langle G^2 \rangle$, ifadesi için

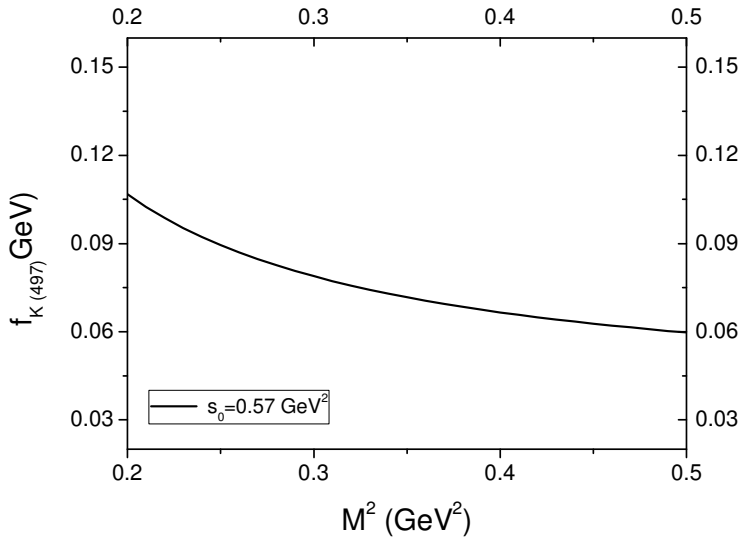
$$\left\langle G^2 \right\rangle = \frac{\left\langle 0 \middle| G^2 \middle| 0 \right\rangle}{\exp\left[12\left(\frac{T}{T_c} - 1{,}05\right)\right] + 1} \tag{2.106}$$

eşitliği kullanılmıştır [67, 68].

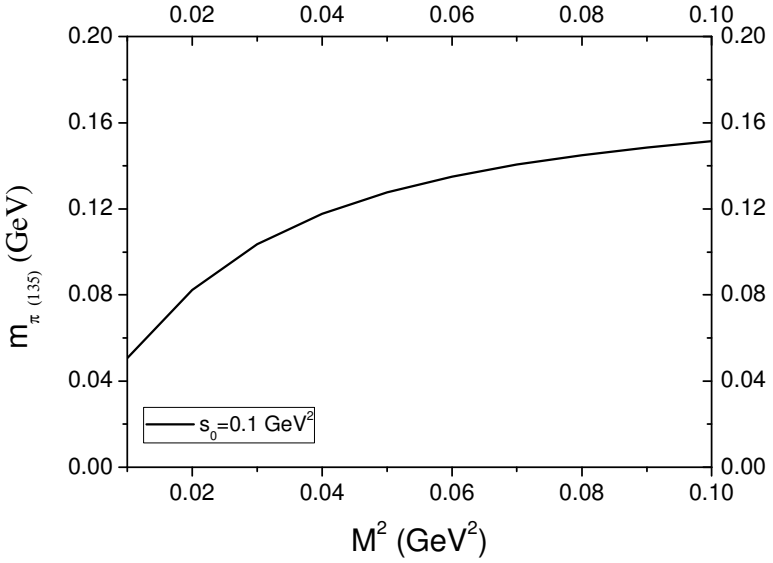
Aynı zamanda incelediğimiz fiziksel nicelikler elde ettiğimiz toplam kurallarında varolan ve keyfi bir parametre olan Borel kütle parametresi M^2'ye bağlı olmamalıdır. Bu parametrenin çalışma bölgesi bulunurken yalnızca süreklilik ve yüksek mertebeden gelen katkılar ihmal edilmemiş aynı zamanda pertürbatif olmayan katkı sağlayan yüksek boyutlu operatörlerinde katkısının çok küçük olduğu görülmüştür. Sonuç olarak tüm bu veriler göz önünde bulundurulduğunda Borel kütle parametresi için çalışma bölgeleri K ve π mezonları için sırasıyla 0,2 GeV^2 $\leq M^2 \leq$ 0,5 GeV^2 ve 0,01 GeV^2 $\leq M^2 \leq$ 0,10 GeV^2, K^* ve ρ mezonları için 1 GeV^2 $\leq M^2 \leq$ 4 GeV^2, f_2 , a_2 ve K_2^* mezonları için ise 1,4 GeV^2$\leq M^2 \leq$ 3,0 GeV^2 olarak elde edilmiştir. İncelenen fiziksel niceliklerin sıfır sıcaklıktaki değerleri için Borel parametresine bağlı değişimleri Şekil (2.2-2.9)'de gösterilmiştir.



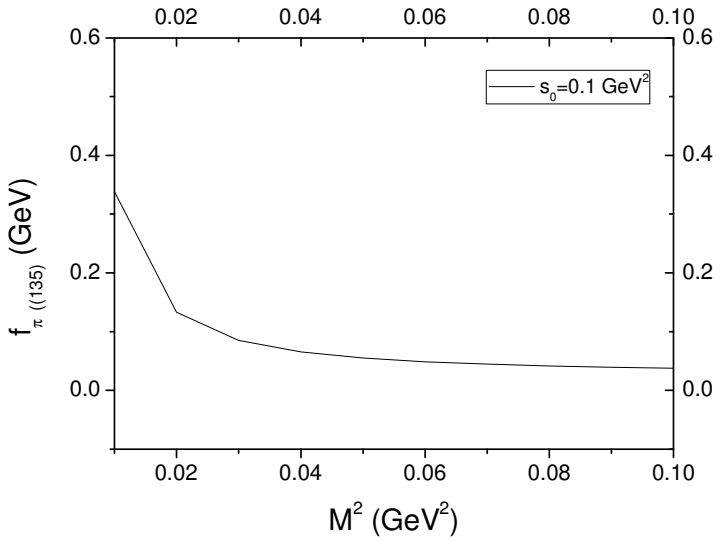
Şekil 2.2. Sıfır sıcaklıkta K(497) mezonunun kütle değerinin M^2'ye göre değişimi



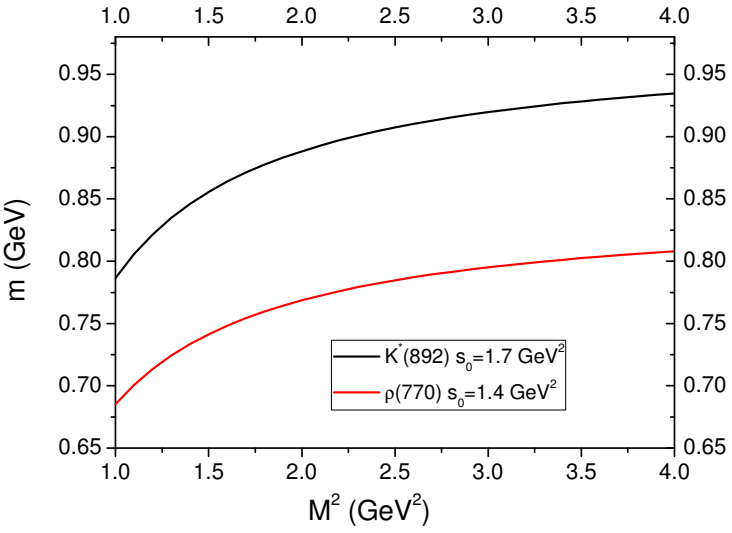
Şekil 2.3. Sıfır sıcaklıkta K(497) mezonunun bozunum sabiti değerinin M^2'ye göre değişimi



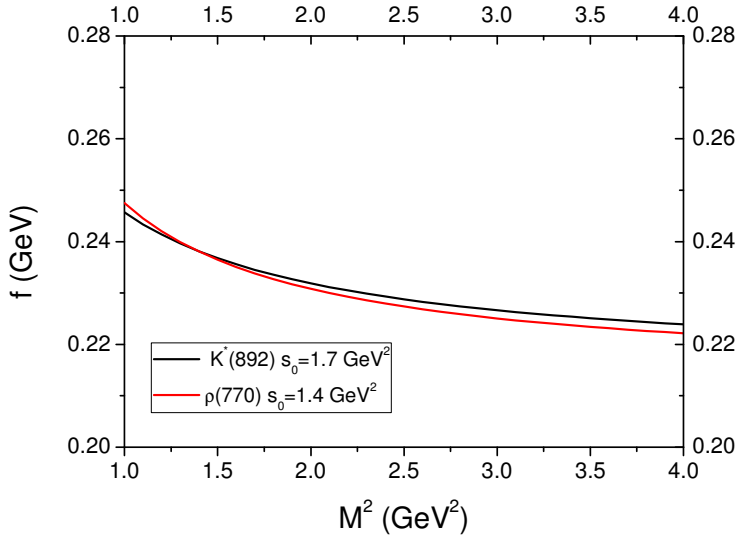
Şekil 2.4. $T = 0$ 'da $\pi(135)$ mezonunun kütle değerinin M^2'ye göre değişimi



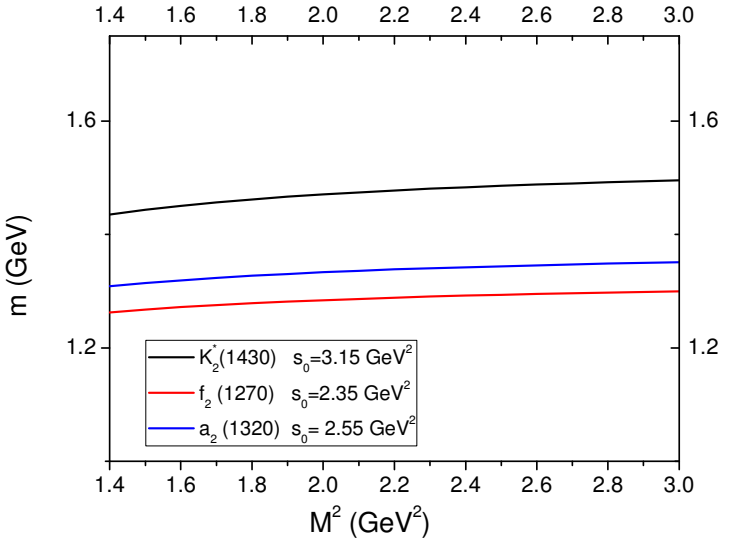
Şekil 2.5. $T = 0$ 'da π(135) mezonunun bozunum sabiti değerinin M^2'ye göre değişimi



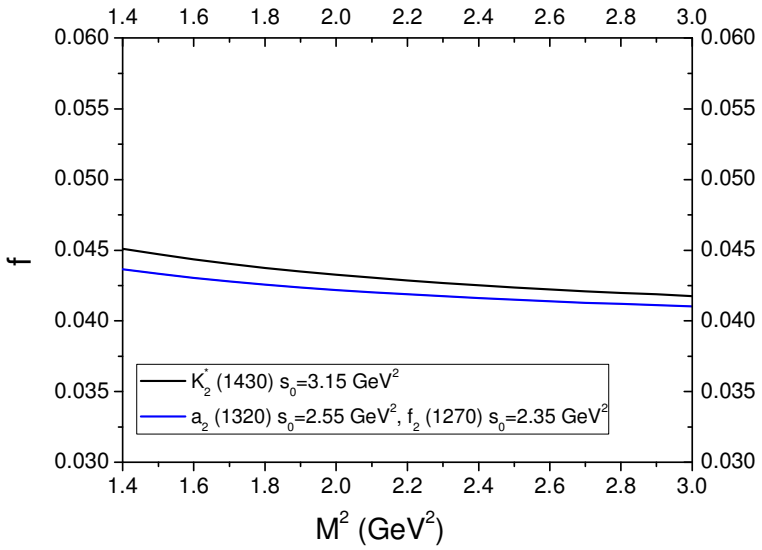
Şekil 2.6. Sabit süreklilik eşiği değerleri için $K^*(892)$ ve ρ(770) mezonlarının kütlelerinin T=0 sıcaklıkta M^2'ye göre değişimleri



Şekil 2.7. Sabit süreklilik eşiği değerleri için $K^{*}(892)$ ve $\rho(770)$ mezonlarının bozunum sabitlerinin $T = 0$ sıcaklıkta M^2'ye göre değişimleri



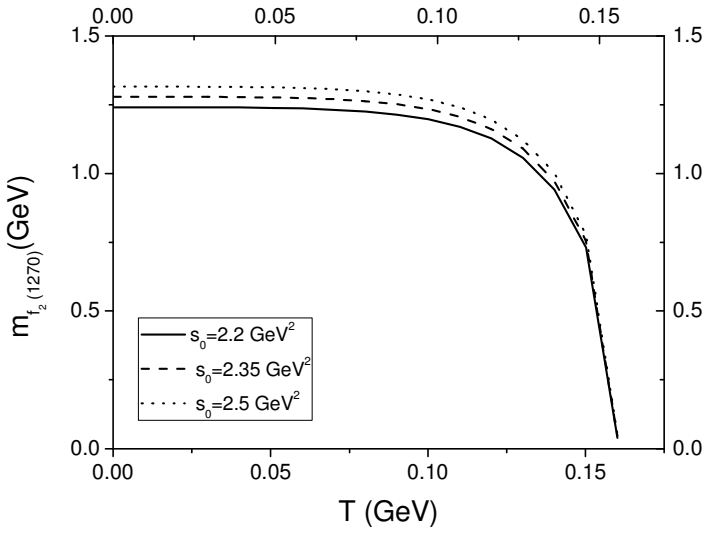
Şekil 2.8. Vakumda sabit süreklilik eşiği değerleri için $K_2^{*}(1430)$, $a_2(1320)$ ve $f_2(1270)$ mezonlarının kütlelerinin M^2'ye göre değişimleri



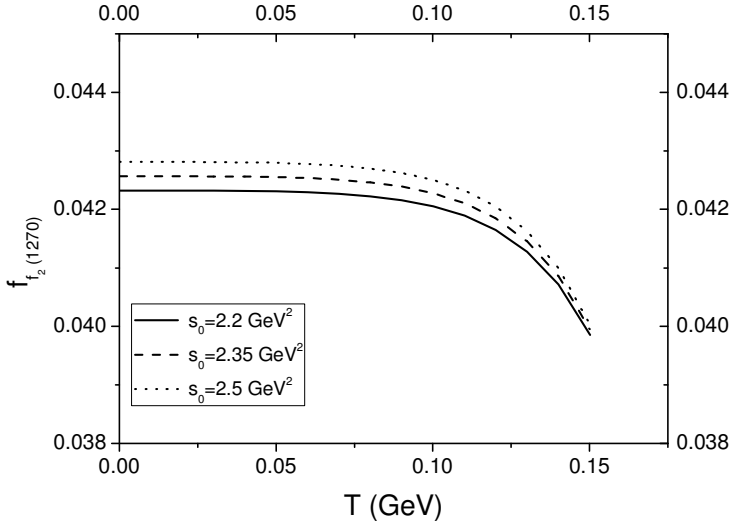
Şekil 2.9. Vakumda sabit süreklilik eşiği değerleri için $K_2^*(1430)$, $a_2(1320)$ ve $f_2(1270)$ mezonlarının bozunum sabitlerinin M^2'ye göre değişimleri

2.7. Hafif Mezonlar İçin Elde Edilen Sonuçlar

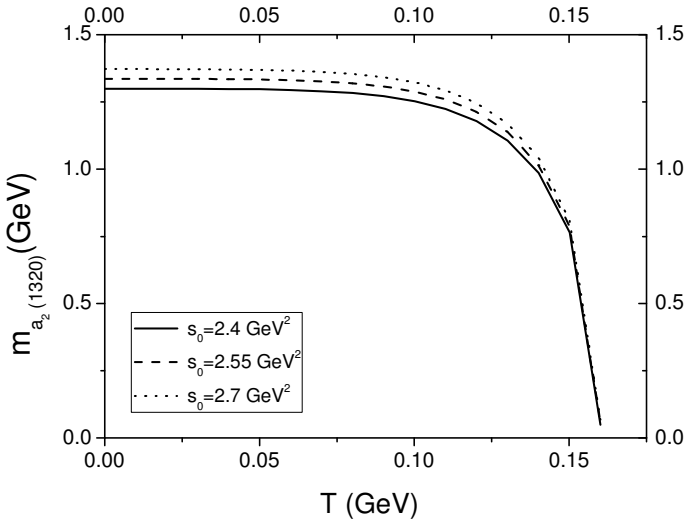
Pseudoskaler, vektör ve tensör mezonlar için kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı değerleri tüm bu yukarıda ifade edilen giriş parametreleri, sıcaklığa bağlı kuark ve gluon kondensat ifadeleri ve yine hadronik eşiğin sıcaklığa bağlı ifadesi dikkate alınarak elde edilmiş ve sonuçlar Şekil (2.10-2.23)'de gösterilmiştir. Grafiklerden de görüldüğü gibi sıcaklık 0,1 GeV değerinin altında iken belirtilen fiziksel niceliklerin değeri yaklaşık sabit, ancak bu noktadan sonraki sıcaklık değerlerinde sıcaklığın artması ile kütle değerlerinin azaldığı, bozunum sabiti değerlerinin ise vektör ve tensör mezonlar için azalırken pseudoskaler mezonlar için arttığı görülmektedir.



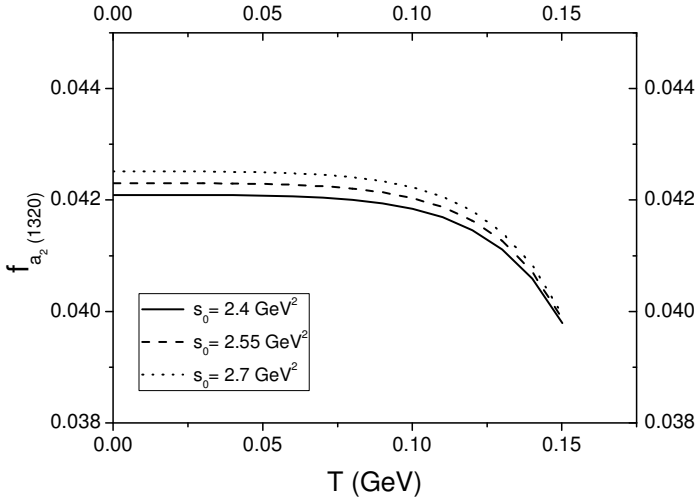
Şekil 2.10. $f_2(1270)$ mezonu için kütlenin sıcaklığa bağlılığı, M^2=2,2 GeV^2



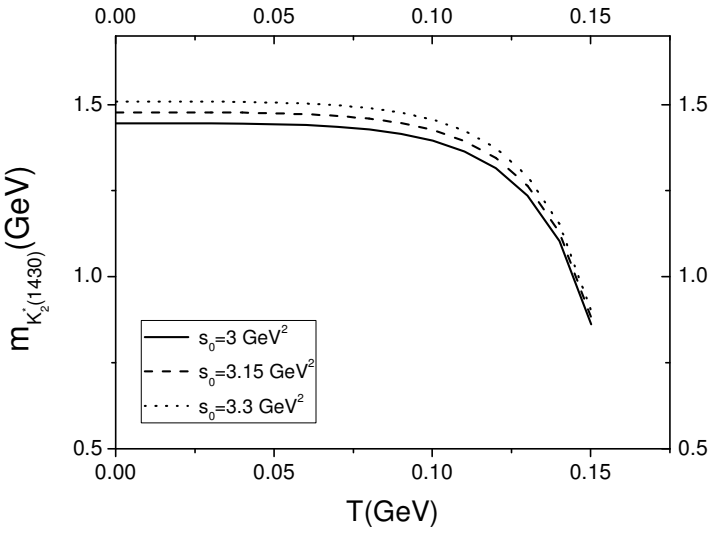
Şekil 2.11. $f_2(1270)$ mezonu için bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı, M^2=2,2 GeV^2



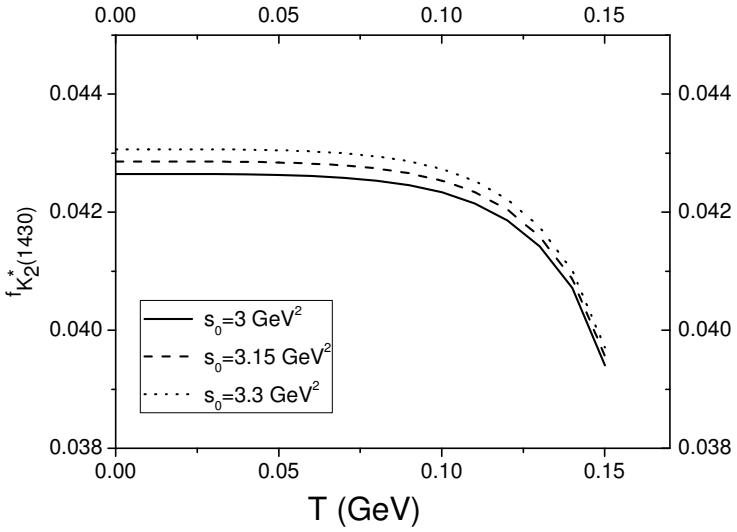
Şekil 2.12. $a_2(1320)$ mezonu için kütlenin sıcaklıkla değişimi, M^2=2,2 GeV^2



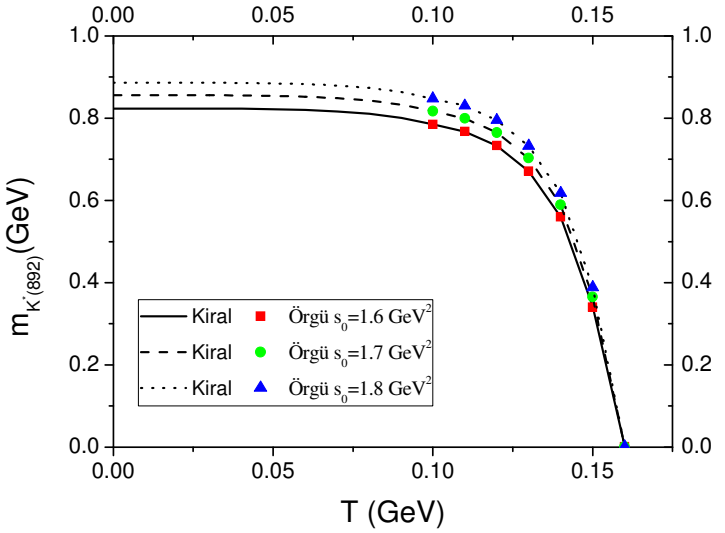
Şekil 2.13. $a_2(1320)$ mezonu için bozunum sabitinin sıcaklıkla değişimi, M^2=2,2 GeV^2



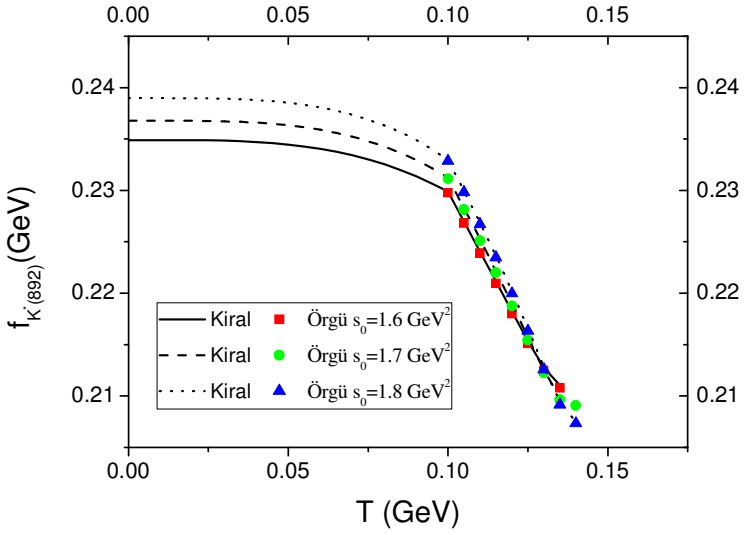
Şekil 2.14. $K_2^*(1430)$ mezonu için kütlenin sıcaklığa bağlı değişimi, M^2=2,2 GeV^2



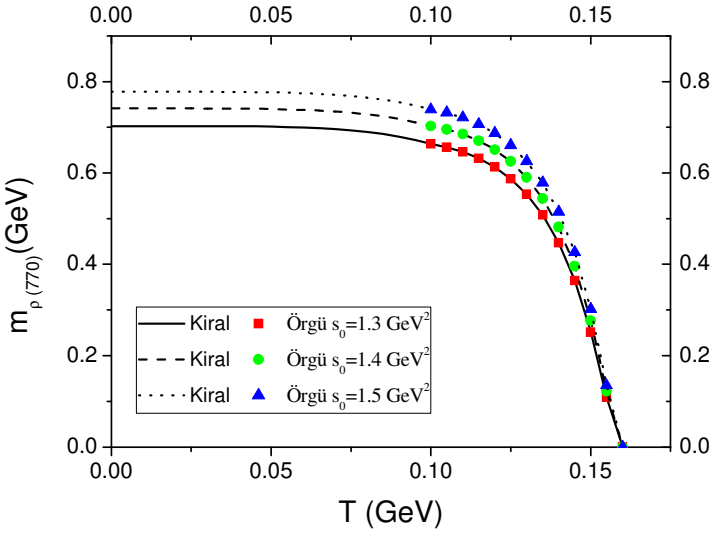
Şekil 2.15. $K_2^*(1430)$ mezonu için bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı değişimi, M^2=2,2 GeV^2



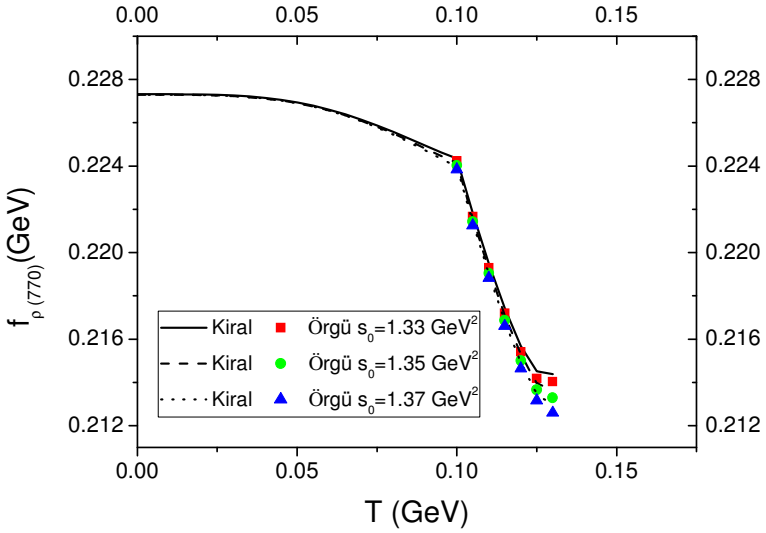
Şekil 2.16. $K^*(892)$ mezonu için M^2=1,5 GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı



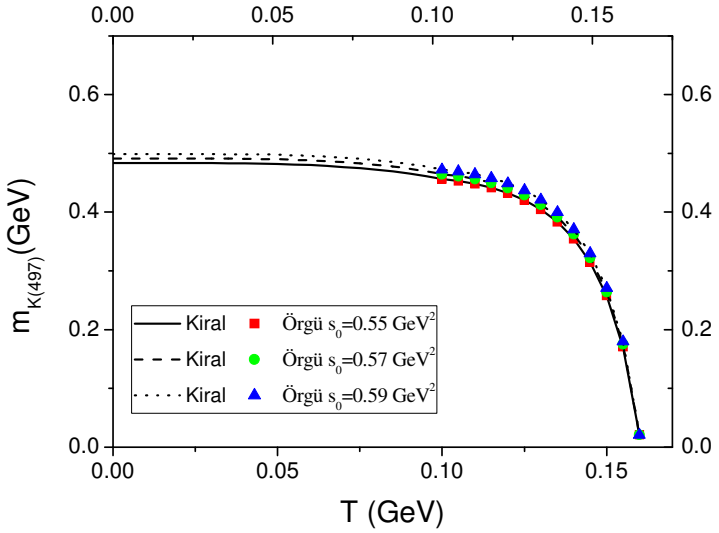
Şekil 2.17. $K^*(892)$ mezonu için M^2=1,5 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı



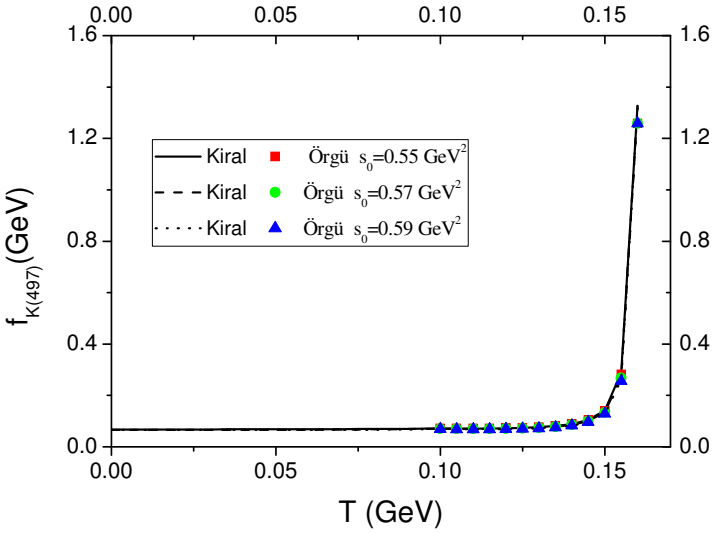
Şekil 2.18. ρ(770) mezonu için M^2=1,5 GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı



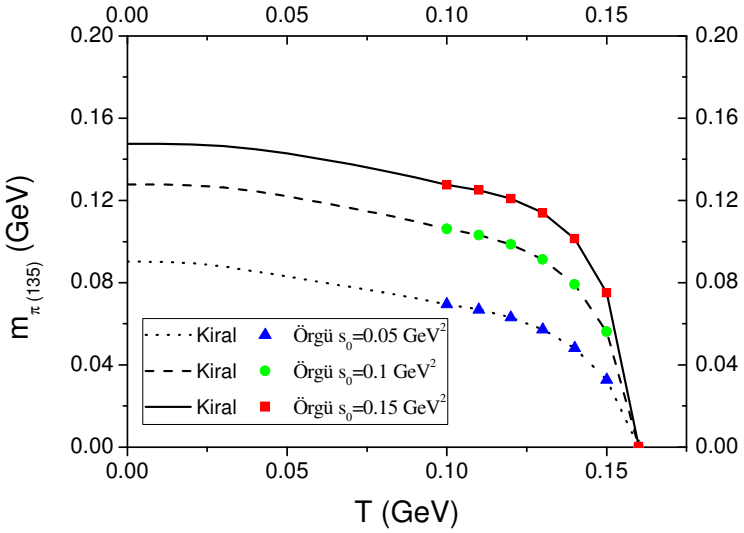
Şekil 2.19. ρ(770) mezonu için M^2=1,5 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı



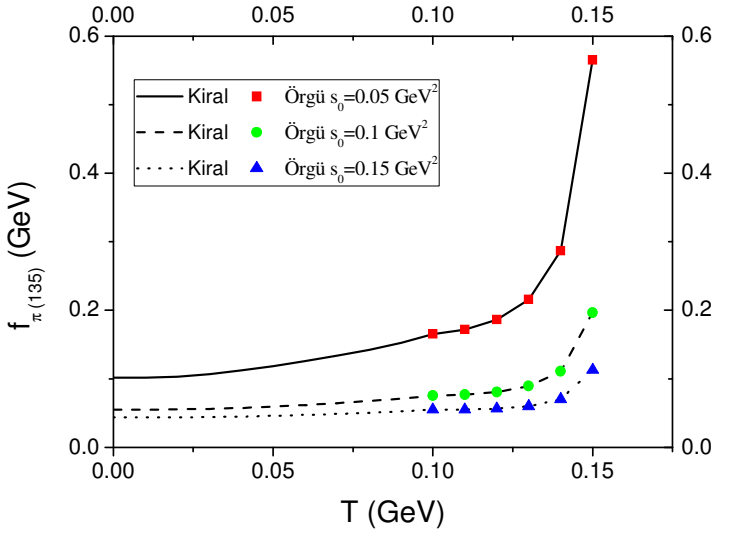
Şekil 2.20. K(497) mezonu için M^2=0,4 GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 2.21. K(497) mezonu için M^2=0,4 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 2.22. π(135) mezonu için M^2=0,05 GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 2.23. π(135) mezonu için M^2=0,05 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı

İncelenen parçacıklar için kütle değerlerinin sıcaklığa bağlılığını gösteren grafikler incelendiğinde kütle değerlerinin K ve π pseudoskaler mezonları için vakum değerinin %95'ine, K^* ve ρ vektör mezonları için vakum değerlerinin %99'una, f_2 , a_2 ve K_2^* tensör mezonları için ise sırasıyla vakum değerlerinin %96, %99 ve %40'ına kadar azaldığı görülmektedir. Bozunum sabiti değerleri ise grafiklerden de

açıkça görüldüğü gibi K^* ve ρ mezonları için sırasıyla vakum değerlerinin %11 ve %6'sına kadar azaldığı, f_2 , a_2 ve K_2^* mezonları için ise vakum değerlerinin %6'sına kadar azaldığı görülmüştür. Pseudoskaler mezon olan K ve π için ise bozunum sabiti değerlerinin sıcaklığın artması ile arttığı görülmüştür. Hafif kuark içeren bu mezonların bozunum sabiti değerlerindeki bu artış, kritik sıcaklık değerine ulaşıldığında bozunumlarının diğer mezonlara kıyasla daha önce olabileceği şeklinde yorumlanabilir. Aynı zamanda kritik sıcaklığa yakın bölgelerde kütle ve bozunum sabitinde görülen bu değişimler KGP faz geçişinin bir sinyali olarak da düşünülebilir. Son olarak elde ettiğimiz sonuçlar $T \to 0$ limitinde var olan deneysel veriler ve diğer yöntemlerden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar Tablo 2.2 ve 2.3'de kütle ve bozunum sabiti değerleri için ayrıntılı olarak verilmiştir.

Tablo 2.2. Tezde hafif pseudoskaler, vektör ve tensör mezonlar için elde edilen kütle sonuçlarının literatürde mevcut sonuçlarla karşılaştırılması

Mezon	Bizim Çalışma	Deneysel Sonuçlar	Diğer Yöntemlerin Sonuçları
$m_{K(497)}$ (GeV)	$0{,}491 \pm 0{,}007$	0,495 [76] $0{,}497672 \pm 0{,}000031$ [77]	0,496 [77]
$m_{\pi(135)}$ (GeV)	$0{,}121 \pm 0{,}02$	0,135 [76]	0.136 [77]
$m_{K^*(892)}$ (GeV)	$0{,}855 \pm 0{,}03$	$0{,}89159 \pm 0{,}00024$ [77]	0,887 [77] 0,807 [80]
$m_{\rho(770)}$ (GeV)	$0{,}740 \pm 0{,}03$	0,770 [76]	0,7683 [77]
$m_{f_2(1270)}$ (GeV)	$1{,}28 \pm 0{,}08$	$1{,}2751 \pm 0{,}0012$ [27]	1,25 [44]
$m_{a_2(1320)}$ (GeV)	$1{,}33 \pm 0{,}10$	$1{,}3183 \pm 0{,}0006$ [27]	1,25 [44]
$m_{K_2^*(1430)}$ (GeV)	$1{,}47 \pm 0{,}12$	$1{,}4256 \pm 0{,}0015$ [27]	$1{,}44 \pm 0{,}10$ [46] 1,424 [75]

Tablo 2.3. Tezde hafif pseudoskaler, vektör ve tensör mezonlar için elde edilen bozunum sabiti sonuçlarının literatürde mevcut sonuçlarla karşılaştırılması

Mezon	Bizim Çalışma	Deneysel	Diğer Yöntemlerin Sonuçları
$f_{K(497)}$ (GeV)	$0{,}066 \pm 0{,}5$	-	0,16 [79] 0,108 [55]
$f_{\pi(135)}$ (GeV)	$0{,}118 \pm 0{,}012$	0,93 [76,77]	0,132 [79] $0{,}127 \pm 0{,}015$ [42]
$f_{K^*(892)}$ (GeV)	$0{,}236 \pm 0{,}002$	-	0,225 [78]
$f_{\rho(770)}$ (GeV)	0,236	0,216 [78]	0,208 [78] $0{,}213 \pm 0{,}020$ [42]
$f_{f_2(1270)}$	$0{,}041 \pm 0{,}002$	-	0,040 [83]
$f_{a_2(1320)}$	$0{,}042 \pm 0{,}002$	-	-
$f_{K_2^*(1430)}$	$0{,}043 \pm 0{,}002$	-	$0{,}050 \pm 0{,}002$ [73]

Tablodan da açıkça görülmektedir ki hem deneysel hem de diğer yöntemler ile elde edilen sonuçlar ile bizim elde ettiğimiz sonuçlar belirsizlikler de göz önünde bulundurulduğunda oldukça uyumludur. Bozunum sabiti değerleri için yeterli deneysel çalışma bulunmamaktadır ve bizim elde ettiğimiz değerlerin gelecekte yapılacak olan deneylerle doğrulanması beklenmektedir.

3. AĞIR-HAFİF MEZONLARIN TERMAL ÖZELLİKLERİ

Geçtiğimiz yıllarda yapılan farklı bir çok deneyde uyarılmış tılsımlı mezonlar ve B mezonun hadronik bozunum kanalları rapor edilmiştir [84-94]. Çarpıştırıcılardaki enerji düzeylerinin ve dedektörlerin duyarlılığının artması ile de yeni birçok hadronun gözlemlenmesi beklenmektedir. $J^P = 2^{++}$ kuantum sayısına sahip ağır-hafif $D_2^*(2460)$ ve $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonları B mezonun yarıleptonik geçişlerinin incelendiği bu deneylerde rapor edilmiştir [90-92] ve 2011'de CERN'de LHCb işbirliği ile yapılan deney ile de $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonu $\overline{B}_s^0 \to D_{s2}^{*+} X\mu^- \overline{\nu}$ yarıleptonik geçişi ile doğrulanmıştır [94]. Bu bozunumların incelenmesi deneysel olarak oldukça az bilgiye sahip olduğumuz B mezonunun yarıleptonik geçişlerinin daha iyi anlaşılması ve toplam dallanma oranları hakkında bilgi edinebilmemiz adına oldukça önemlidir. Ağır iyon çarpışma deneylerinde elde edilen mezon parametrelerinin daha iyi anlaşılması ve analiz edilebilmesi için bu çalışmalara paralel teorik ve fenomonolojik çalışmaların yapılması ve birbirleri ile kıyaslanması büyük önem taşımaktadır. Bu zamana kadar tensör mezonların kütle, bozunum sabiti, güçlü ve elektromanyetik geçişleri hakkında sıfır sıcaklıkta farklı yöntemlerle yapılan çalışmalar [83, 95, 96] olmasına rağmen tensör mezonların termal özellikleri hakkında hala yeterli bilgi bulunmamaktadır. Bu amaçla çalışmamızın bu bölümünde tılsımlı kuark içeren ağır-hafif $D_2^*(2460)$ ve $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı KRD toplam kuralları metodu kullanılarak incelenmiştir. Hesaplamaların detaylarını vermeden önce yöntem ile ilgili kısa bir özet aşağıdaki gibi verilebilir.

Kütle ve bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı değişimini incelemek için aşağıda verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonu başlangıç noktasıdır:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}(q,\mathrm{T}) = i\int d^4x\, e^{iq.(x-y)} \left\langle T\left(J_{\mu\nu}(x)\bar{J}_{\alpha\beta}(y)\right)\right\rangle\Big|_{y=0} \tag{3.1}$$

Burada $J_{\mu\nu}(x)$ tensör mezonlar için ara kesit akımı, T sıcaklık ve T zaman sıralama operatörünü göstermektedir. Tensör mezonlar için ara kesit akımı uzay-zaman'a göre türevler içermektedir. Korelasyon fonksiyonunda da belirtildiği gibi y'ye göre türevler alındıktan sonra $y=0$ olarak alınacaktır. Termal dengedeki bir sistem için herhangi bir A operatörünün termal ortalaması:

$$\langle A \rangle = \frac{Tr(e^{-\beta H} A)}{Tr(e^{-\beta H})} \tag{3.2}$$

şeklinde tanımlanır. Burada H ; KRD Hamiltonyeni ve β sıcaklığın tersidir, $\beta = 1/T$. Tablo 1.1'de verilenden farklı olarak tensör mezonlar için $J_{\mu\nu}(x)$ ara kesit akımı

$$J_{\mu\nu}(x) = \frac{i}{2}\left[\bar{q}(x)\gamma_\mu \vec{D}_\nu(x)c(x) + \bar{q}(x)\gamma_\nu \vec{D}_\mu(x)c(x)\right] \tag{3.3}$$

şeklinde kullanılmıştır. Burada q, $D_2^*(D_{s2}^*)$ mezonları için u (s) kuark'ı, $\vec{D}_\mu(x)$ ise x'e göre eşzamanlı olarak hem soldan hem de sağdan etkiyen dörtlü türevi ifade etmektedir. Dörtlü türevin açık şekli aşağıda verildiği gibidir:

$$\vec{D}_\mu(x) = \frac{1}{2}\left[\vec{D}_\mu(x) - \overleftarrow{D}_\mu(x)\right]. \tag{3.4}$$

KRD toplam kurallarının genel yapısı gereğince, Eşitlik (3.1) ile verilen termal korelasyon fonksiyonu fenomonolojik (fiziksel kısım) ve teorik (KRD kısmı) olarak iki farklı yolla hesaplanabilir. Fenomonolojik gösterimde iki nokta termal korelasyon fonksiyonu hadron kütlesi, bozunum sabiti gibi hadronik parametreler cinsinden hesaplanır. Diğer taraftan aynı korelatör KRD gösteriminde kuark kütlesi, kuark ve gluon kondensatları gibi KRD parametreleri cinsinden elde edilir ve uzun ve kısa mesafe etkilerini birbirinden ayırmamıza yarayan OPE kullanılarak hesaplanır. Kütle ve bozunum sabiti gibi fiziksel niceliklerin elde edilebilmesi için Termal KRD toplam kuralları farklı iki yolla hesaplanan termal korelasyon fonksiyonunun aynı yapılarının katsayıları birbirlerine eşitlenerek elde edilir. Son olarak kuark-hadron ikilemi kullanılır ve yüksek mertebelerden ve süreklilikten gelen katkıları bastırmak

için elde edilen termal toplam kuralının her iki tarafına $Q^2 = -q^2$ 'ye göre Borel dönüşümü uygulanır.

3.1. Teorik Gösterimde Tensör Mezonlar İçin Korelasyon Fonksiyonu

Yukarıda da bahsettiğimiz gibi KRD kısmında korelasyon fonksiyonu öklidyen uzayında farklı boyuttaki operatörler için akımların zaman sıralı çarpımını açmamıza yarayan OPE kullanılarak hesaplanır. Aynı zamanda OPE kısa mesafe (pertürbatif) ve uzun mesafe (pertürbatif olmayan) katkılarını birbirinden ayırmamıza yardımcı olur. Pertürbatif olmayan katkılar enerji yoğunluğunun yanı sıra kuark ve gluon kondensatlarının termal beklenen değerleri ile ifade edilirken pertürbatif katkılar pertürbasyon teorisi kullanılarak hesaplanır. Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmını elde etmek için ilk olarak Eşitlik (3.3) ile verilen ara kesit akımını ve Eşitlik (3.4) ile verilen kovaryant dörtlü türevi korelatörde yerine yazılır ve Wick teoremi uygulanırsa korelatör için aşağıda verilen ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta} = -\frac{i}{16}\int d^4x e^{iq\cdot(x-y)}\{&Tr\left[\vec{D}_\beta(y)S_q(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)S_c(x-y)\gamma_\alpha\right.\\ &-S_q(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\nu(x)\vec{D}_\beta(y)S_c(x-y)\gamma_\alpha\\ &-\vec{D}_\beta(y)\vec{D}_\nu(x)S_q(y-x)\gamma_\mu S_c(x-y)\gamma_\alpha\\ &\left.+\vec{D}_\nu(x)S_q(y-x)\gamma_\mu\vec{D}_\beta(y)S_c(x-y)\gamma_\alpha\right]\\ &+[\beta\leftrightarrow\alpha]+[\nu\leftrightarrow\mu]+[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu]\}\end{aligned} \tag{3.5}$$

Bu ifadede yalnızca tam etkileşen terimler yazılmıştır. Normal çarpımdaki terimler vakumda sıfıra eşittir ancak bu terimler pertürbatif olmayan katkılar sağlar ve bu terimler propagatör ifadesi içerisinde göz önüne alınmıştır. Koordinat uzayında ağır kuark propagatörü $S_c(x-y)$ ve hafif kuark propagatörü $S_q(x-y)$ 'in hesaplamalarımızda kullandığımız ifadeleri:

$$S^{ij}{}_c(x-y) = \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4k e^{-ik\cdot(x-y)}\left\{\frac{\not{k}+m_c}{k^2-m_c^2}\delta_{ij}+....\right\} \tag{3.6}$$

ve

$$S_q^{ij}(x-y)=S_q^{serbest}(x-y)-\frac{\langle\bar{q}q\rangle}{12}\delta_{ij}+\frac{i}{3}\Bigg[(\not{x}-\not{y})\left(\frac{m_q}{16}\langle\bar{q}q\rangle-\frac{1}{12}\langle u\Theta^f u\rangle\right)$$
$$+\frac{1}{3}\left(u\cdot(x-y)\right)\not{u}\langle u\Theta^f u\rangle\Bigg]\delta_{ij}+\ldots \tag{3.7}$$

şeklindedir. Burada $\Theta_{\mu\nu}^f$ enerji momentum tensörünün fermiyonik kısmıdır ve u_μ ise ısı banyosunun dörtlü hızdır. Durgun referans sisteminde $u_\mu=(1,0,0,0)$ ve $u^2=1$ şeklinde tanımlıdır. Ayrıca belirtmek gerekirse katkısının çok küçük olmasından dolayı hesaplamalarımızda propagatörlerde var olan gluon kondensatının katkısı göz önüne alınmamıştır [73, 97, 98]. Hafif kuark propagatörü ifadesindeki serbest kısım:

$$S_q^{serbest}(x-y)=i\frac{\not{x}-\not{y}}{2\pi^2(x-y)^4}\delta_{ij}-\frac{m_q}{4\pi^2(x-y)^2}\delta_{ij} \tag{3.8}$$

şeklinde ifade edilir.

Hesaplamalarımızdaki bir sonraki adım propagatör ifadelerini korelatörde yerine yazmak, x ve y'ye göre türevleri uygulamaktır. Türevler alındıktan ve y=0 yazıldıktan sonra korelasyon fonksiyonu için aşağıdaki ifade elde edilmiştir:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}=\frac{1}{16}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{1}{k^2-m_c^2}\int d^4x e^{i(q-k)\cdot x}\Big\{\left[Tr\Gamma_{\mu\nu,\alpha\beta}\right]+\left[\beta\leftrightarrow\alpha\right]+\left[\nu\leftrightarrow\mu\right]$$
$$+\left[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu\right]\Big\} \tag{3.9}$$

Burada $\Gamma_{\mu\nu,\alpha\beta}$ ile verilen tensörel yapı

$$\Gamma_{\mu\nu,\alpha\beta}=k_\nu k_\beta\left[\frac{i\not{x}}{2\pi^2x^4}+\frac{m_q}{4\pi^2x^2}+\left(\frac{1}{12}+\frac{im_q\not{x}}{48}\right)\langle\bar{q}q\rangle-\left(\frac{i\not{x}}{36}-\frac{i}{9}u\cdot x\not{u}\right)\langle u\Theta^f u\rangle\right]$$
$$\times\gamma_\mu(\not{k}+m_c)\gamma_\alpha-ik_\nu\left[\frac{i}{2\pi^2}\left(\frac{\gamma_\beta}{x^4}-\frac{4x_\beta\not{x}}{x^6}\right)-\frac{m_qx_\beta}{2\pi^2x^4}+\frac{i\gamma_\beta m_q}{48}\langle\bar{q}q\rangle\right.$$
$$\left.-\left(\frac{i\gamma_\beta}{36}-\frac{i}{9}u_\beta\not{u}\right)\langle u\Theta^f u\rangle\right]\gamma_\mu(\not{k}+m_c)\gamma_\alpha+ik_\beta\left[\frac{i}{2\pi^2}\left(\frac{4x_\nu\not{x}}{x^6}-\frac{\gamma_\nu}{x^4}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{m_qx_\nu}{2\pi^2x^4}-\frac{i\gamma_\nu m_q}{48}\langle\bar{q}q\rangle+\left(\frac{i\gamma_\nu}{36}-\frac{i}{9}u_\nu\not{u}\right)\langle u\Theta^f u\rangle\right]\gamma_\mu(\not{k}+m_c)\gamma_\alpha$$

$$+\left[\frac{8i}{2\pi^2}\left(\frac{x_\beta x_\nu \not{x}}{x^8}+\frac{1}{2x^6}\left(\delta^\nu_\beta \not{x}-\gamma_\nu x_\beta+\gamma_\beta x_\nu\right)+\frac{x_\beta \gamma_\nu}{x^6}-\frac{4x_\beta x_\nu \not{x}}{x^8}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{\delta^\nu_\beta m_q}{2\pi^2 x^4}+\frac{2m_q x_\nu x_\beta}{\pi^2 x^6}\right]\gamma_\mu(\not{k}+m_c)\gamma_\alpha+[\beta\leftrightarrow\alpha]+[\nu\leftrightarrow\mu] \qquad (3.10)$$
$$+[\beta\leftrightarrow\alpha,\nu\leftrightarrow\mu]$$

şeklindedir. Yukarıdaki ifade de m_q ilgili parçacığın kütlesini, $\langle\bar{q}q\rangle$ ilgili kuarkın sıcaklığa bağlı kuark kondensatını, $\langle u\Theta^f u\rangle$ ise enerji momentum tensörünün fermiyonik kısmını ifade etmektedir.

3.2. Fenomonolojik Gösterimde Tensör Mezonlar İçin Korelasyon Fonksiyonu

Korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmını hesaplamak için (3.1)'de verilen korelatördeki ara kesit akımının arasına onunla aynı kuantum sayılarına sahip fiziksel ara durumların tam setlerini yerleştirilir. x'e ve y'ye göre integraller alındıktan ve $y=0$ yazıldıktan sonra korelasyon fonksiyonu

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}=\frac{\langle 0|j_{\mu\nu}(0)|D_2^*(D_{s2}^*)\rangle\langle D_2^*(D_{s2}^*)|\bar{j}_{\alpha\beta}(0)|0\rangle}{m^2_{D_2^*(D_{s2}^*)}-q^2}+... \qquad (3.11)$$

şeklinde elde edilir. Burada üç nokta $(...)$ yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları ifade eder. $|D_2^*(D_{s2}^*)\rangle$ hadronik durumu tam set durumundadır ve $\langle 0|j_{\mu\nu}(0)|D_2^*(D_{s2}^*)\rangle$ matris elemanı vakumdan yaratılan tensör mezon için $f_{D_2^*(D_{s2}^*)}$ bozunum sabiti cinsinden

$$\langle 0|j_{\mu\nu}(0)|D_2^*(D_{s2}^*)\rangle=f_{D_2^*(D_{s2}^*)}m^3_{D_2^*(D_{s2}^*)}\varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu} \qquad (3.12)$$

olarak yazılabilir. Burada $\varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu}$ polarizasyon tensörünü ifade etmektedir ve polarizasyon tensörü $\varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu}$ için toplam

$$\sum_\lambda \varepsilon^{(\lambda)}_{\mu\nu}\varepsilon^{*(\lambda)}_{\mu\nu}=\frac{1}{2}T_{\mu\alpha}T_{\nu\beta}+\frac{1}{2}T_{\mu\beta}T_{\nu\alpha}-\frac{1}{3}T_{\mu\nu}T_{\alpha\beta} \qquad (3.13)$$

şeklinde verilir ve $T_{\mu\nu}$ ise

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2_{D_2^*(D_{s2}^*)}} \tag{3.14}$$

ile tanımlanır. Yukarıda Eşitlik (3.12) ile verilen matris elemanı ve polarizasyon tensörü için toplam ifadeleri Eşitlik (3.11) denkleminde yerine yazılırsa son durumda korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmı için aşağıda verilen tensörel yapılar ortaya çıkmaktadır:

$$\begin{aligned} &A\left(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}\right) + B\, g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} + C\, q_\mu q_\nu q_\alpha q_\beta \\ &+ D\left(g_{\mu\alpha}q_\nu q_\beta + g_{\nu\beta}q_\mu q_\alpha + g_{\mu\beta}q_\nu q_\alpha + g_{\nu\alpha}q_\mu q_\beta\right) + E\left(g_{\mu\nu}q_\alpha q_\beta + g_{\alpha\beta}q_\mu q_\nu\right) \end{aligned} \tag{3.15}$$

Burada A, B, C, D ve E, $Q^2 = -q^2$ 'nin belirli fonksiyonlarıdır. Tensör mezonlar için katkı $q_\mu q_\alpha g_{\nu\beta}$ yapısının katsayısı olan D fonksiyonundan gelmektedir. Bu nedenle korelatör sadece toplam kurallarının elde ederken kullanacağımız yapı dikkate alınarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi^{D_2^*(D_{s2}^*)}_{\mu\nu,\alpha\beta} = \frac{f^2_{D_2^*(D_{s2}^*)} m^4_{D_2^*(D_{s2}^*))}}{m^2_{D_2^*(D_{s2}^*)} - q^2}\left\{-\frac{1}{2}q_\mu q_\alpha g_{\nu\beta}\right\} + \text{diğer yapılar.} \tag{3.16}$$

3.3. Fiziksel Nicelikler İçin Termal KRD Toplam Kuralları

Kütle ve bozunum sabiti değerlerini KRD toplam kurallarını kullanarak elde etmek için yukarıda hem fenomonolojik hem de KRD gösterimi ile hesapladığımız korelatörün seçilen yapıdaki katsayılarını birbirine eşitlememiz gerekir. Bu amaçla KRD gösteriminde korelasyon fonksiyonunun pertürbatif kısmı dispersiyon integrali ile aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$\Pi^{pert}(q,\mathrm{T}) = \int ds \frac{\rho(s)}{s - q^2} \tag{3.17}$$

burada $\rho(s)$ spektral yoğunluğu gösterir ve korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı ile $\rho(s) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\left[\Pi^{pert}(s)\right]$ şeklinde ifade edilir.

İncelenen parçacıklara ait spektral yoğunluk ifadelerini elde edebilmek için Eşitlik (3.1)'de verilen korelasyon fonksiyonunda varolan kuark propagatörleri ifadeleri yerine yalnızca serbest propagatör kısımları kullanılmıştır. İşlemleri devam ettirebilmek için daha sonraki adım korelatörün izini alarak ortaya çıkan integrallerin alınmasıdır. İntegrallerin alınabilmesi için ilk olarak korelatördeki x_μ ifadesi yerine

$$x_\mu \to -i\frac{\partial}{\partial q_\mu} \tag{3.18}$$

dönüşümü uygulandı. Daha sonra $1/(x^2)^n$ içeren terimler Eşitlik (2.65) yardımıyla momentum uzayına dönüştürüldü ($x \to p$). Dörtlü x üzerinden alınan integral dörtlü-k üzerinden integral almamıza yardımcı olacak Dirac Delta fonksiyonunu elde etmemizi sağladı. Son integral olan dörtlü-p üzerinden integrali

$$\frac{1}{A^\alpha B^\beta} = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\int_0^1 dx \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{[xA+(1-x)B]^{\alpha+\beta}} \tag{3.19}$$

ile verilen Feynman parametrizasyonu ve

$$\int d^4p \frac{(p^2)^\beta}{(p^2+L)^\alpha} = \frac{i\pi^2(-1)^{\beta-\alpha}\Gamma(\beta+2)\Gamma(\alpha-\beta-2)}{\Gamma(2)\Gamma(\alpha)[-L]^{\alpha-\beta-2}} \tag{3.20}$$

bağıntısı kullanılarak hesaplandı. Boyutsal düzenleme yapıldıktan sonra fenomonolojik kısmın elde edilmesinde kullanılan yapı da göz önüne alındığında D_2^* ve D_{s2}^* tensör mezonları için spektral yoğunluk ifadeleri

$$\rho_{D_2^*}(s) = -\frac{N_c}{640\pi^2 s^4}(m_c^2-s)^2(8m_c^6-4m_c^4 s-m_c^2 s^2+2s^3) \tag{3.21}$$

ve

$$\begin{aligned}\rho_{D_{s2}^*}(s) = -\frac{N_c}{1920\pi^2 s^4}(m_c^2-s)(&24m_c^8-36m_c^6 s+40m_c^5 m_s s+9m_c^4-20m_c^3 m_s s^2\\ &+9m_c^2 s^3+10m_c m_s s^3-6s^4)\end{aligned} \tag{3.22}$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada $N_c = 3$ renk sayısıdır. Pertürbatif olmayan katkıların hesaplanması için de pertürbatif hesap için izlediğimiz yolun aynısı takip edilmiştir ancak bu katkılar için kuark propagatöründeki pertürbatif olmayan terimler göz önüne alınmıştır.

Toplam kurallarını elde etmek için son adım momentum uzayındaki korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik ve KRD kısımlarının birbirlerine eşitleyerek $Q^2 = -q^2$'ye göre Borel dönüşümü uygulamaktır. Tüm bu işlemler yapıldıktan sonra bozunum sabiti için toplam kuralları

$$f^2_{D_2^*(D_{s2}^*)}(T) m^4_{D_2^*(D_{s2}^*)}(T) e^{-m^2_{D_2^*(D_{s2}^*)}(T)/M^2} = \int_{(m_q+m_c)^2}^{s_0(T)} ds \rho_{D_2^*(D_{s2}^*)}(s) e^{-s/M^2} + \hat{B}\Pi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)} \qquad (3.23)$$

olarak elde edilmiştir. Burada $s_0(T)$ sıcaklığa bağlı süreklilik eşiği ve M^2 Borel kütle parametresidir. $\hat{B}\Pi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)}$ ile verilen ifade korelatörün Borel dönüşümü altında KRD gösteriminin pertürbatif olmayan kısmını ifade etmektedir. D_2^* ve D_{s2}^* mezonları için pertürbatif olmayan katkılar aşağıda verildiği gibidir:

$$\begin{aligned}\hat{B}\Pi^{non-pert}_{D_2^*} = & -\frac{m_c \langle \bar{u}u \rangle}{48} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right) + \frac{\langle u\Theta^f u \rangle}{72} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right) \\ & - \frac{\left(-m_c^2 + M^2\right)\langle u\Theta^f u \rangle}{24M^2} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right)\end{aligned} \qquad (3.24)$$

ve

$$\begin{aligned}\hat{B}\Pi^{non-pert}_{D_{s2}^*} = & -\frac{m_c \langle \bar{s}s \rangle}{48} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right) + \frac{m_s \langle \bar{s}s \rangle}{96} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right) \\ & - \frac{m_s\left(-m_c^2 - M^2\right)\langle \bar{s}s \rangle}{96M^2} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right) + \frac{\langle u\Theta^f u \rangle}{72} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right) \\ & - \frac{\left(-m_c^2 + M^2\right)\langle u\Theta^f u \rangle}{24M^2} \exp\left(\frac{-m_c^2}{M^2}\right).\end{aligned} \qquad (3.25)$$

Sonuç olarak kütlenin sıcaklığa bağlı ifadesi Eşitlik (3.23)'ün $-1/M^2$'ye göre türevi alınarak ve çıkan sonuç ile Eşitlik (3.23)'ün birbirine oranlanması ile

$$m^2_{D_2^*(D_{s2}^*)}(T)=\frac{\int\limits_{(m_q+m_c)^2}^{s_0(T)} ds\ s\,\rho_{D_2^*(D_{s2}^*)}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)+\psi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)}(M^2,T)}{\int\limits_{(m_q+m_c)^2}^{s_0(T)} ds\,\rho_{D_2^*(D_{s2}^*)}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right)+\hat{B}\Pi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)}} \tag{3.26}$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada $\psi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)}(M^2,T)$ ile verilen fonksiyon aşağıda ifade edildiği gibidir:

$$\psi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)}(M^2,T)=M^4\frac{d}{dM^2}\hat{B}\Pi^{non-pert}_{D_2^*(D_{s2}^*)} \tag{3.27}$$

3.4. Tensör Mezonlar İçin Kütle ve Bozunum Sabitinin Nümerik Analizi

Bu bölümde D_2^* ve D_{s2}^* tensör mezonları için kütle ve bozunum sabitinin nümerik sonuçları ve bu niceliklerin sıcaklığa bağlı değişimi incelenecektir. Aynı zamanda elde ettiğimiz sonuçlar $T=0$ 'da varolan deneysel veriler [27] ve vakum toplam kuralları [83,96] ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılacaktır. Nümerik hesaplamalar için giriş parametreleri $m_s=0{,}12$ GeV, $m_c=\left(1{,}27^{+0{,}07}_{-0{,}09}\right)$ GeV [27], $\langle 0|\bar{u}u|0\rangle=-(0{,}24\pm 0{,}01)^3$ GeV^3 [81], $\langle 0|\vec{s}s|0\rangle=0{,}8\langle 0|\bar{u}u|0\rangle$ [82] olarak kullanılmıştır.

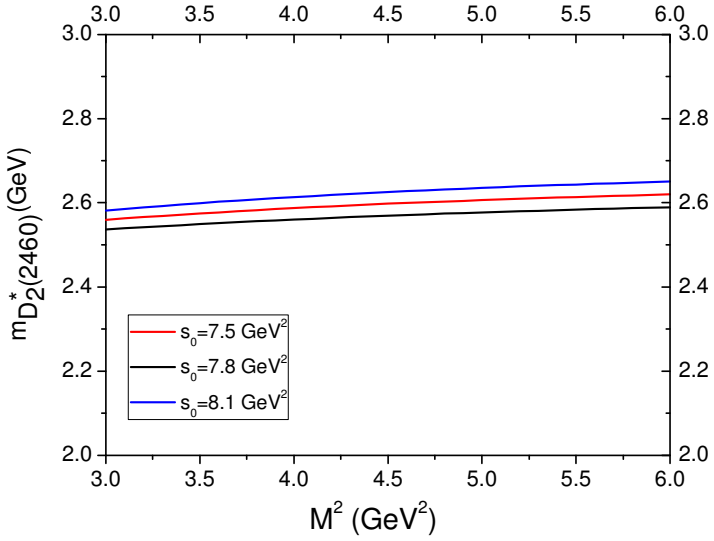
Kütle ve bozunum sabitlerinin değerlerini elde etmek için hem örgü teorisinden [67, 68] elde edilen ve 0,10 GeV $\le T \le$ 0,17 GeV bölgesinde geçerli olan, hem de kiral pertürbasyon teorisinden [65] elde edilen $T\ge 0$ bölgesi için hesaplanmış olan bölüm 2.6'da Eşitlik (2.100) ve (2.101) ile açık ifadelerinin verildiği enerji momentum tensörünün fermiyonik kısmına ait ifadeler kullanılmıştır. Aynı zamanda hesaplamalarımızın ilerleyebilmesi için Eşitlik (2.104) ile verilen Kiral Pertürbasyon teorisinde hesaplanmış sonlu sıcaklıkta hafif kuark kondensatı ifadesi ve yine sıcaklığa bağlı süreklilik eşiği ifadesi

$$s_0(T)=s_0\left[1-0{,}4\left(\frac{T}{T_c}\right)^4-0{,}6\left(\frac{T}{T_c}\right)^8\right]\left(1-\frac{(m_c+m_q)^2}{s_0}\right)+(m_c+m_q)^2 \tag{3.28}$$

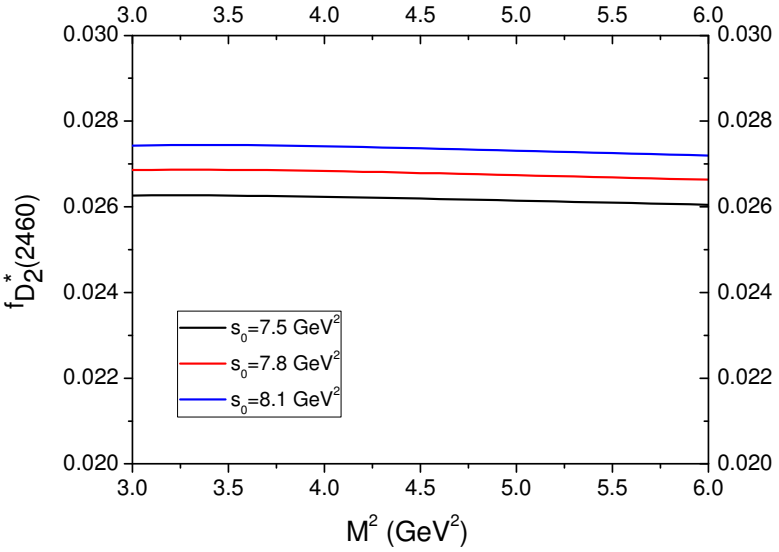
olarak kullanılmıştır. Burada eşitliğin sağ tarafında verilen s_0 sıfır sıcaklıkta hadronik eşiktir. Süreklilik eşiği tam olarak keyfi bir parametre değildir ve seçilen

ara kesit akımı ile aynı kuantum sayısına sahip ilk uyarılmış durumun enerjisi ile ilişkilidir. KRD toplam kuralları yaklaşımının standart işleyişine göre bu parametrenin çalışma bölgesi belirlenirken seçilen Borel çalışma bölgesi içerisinde bu parametreye bağlı nümerik sonuçların değişiminin az olduğu bölge göz önüne alınır. Bu özellikleri göz önünde bulundurarak hesaplamalarımızda hadronik eşik değerlerini D_2^* ve D_{s2}^* mezonları için sırasıyla $s_0 = (7{,}8 \pm 0{,}3)$ GeV^2 ve $s_0 = (9{,}1 \pm 0{,}3)$ GeV^2 olarak belirledik. Analizlerimiz bize gösterdi ki sonuçlarımızın bu parametreye bağlılığı seçtiğimiz bu bölgelerde oldukça azdır.

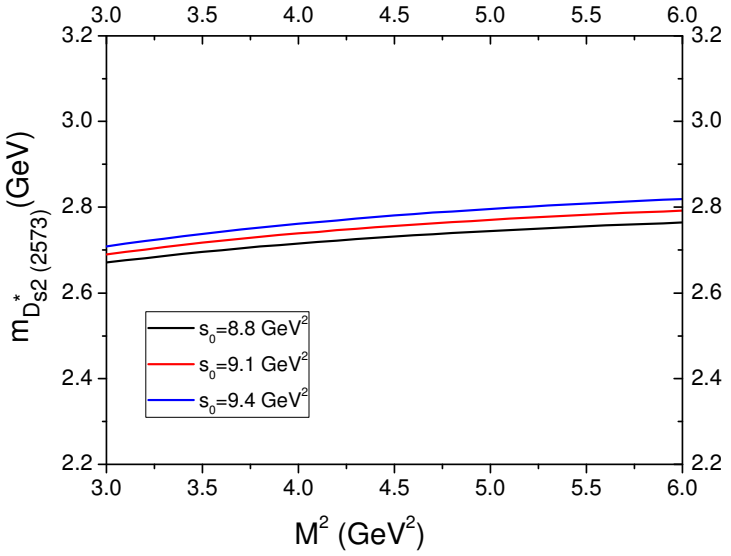
Önceki bölümde fiziksel nicelikler için elde edilen toplam kurallarından da açıkça görüldüğü gibi bu nicelikler keyfi ve fiziksel olmayan bir parametre olan Borel kütle parametresi M^2'yi içermektedir. Bu parametrenin çalışma bölgesi bulunurken yalnızca süreklilik ve yüksek mertebeden gelen katkılar ihmal edilmemiş, aynı zamanda pertürbatif olmayan katkı sağlayan yüksek boyutlu operatörlerin de katkısının çok küçük olduğu görülmüştür. Sonuç olarak tüm bu veriler göz önünde bulundurulduğunda Borel kütle parametresi için çalışma bölgesi $3GeV^2 \leq M^2 \leq 6\ GeV^2$ olarak elde edilmiştir. Nümerik hesaplamalar sonucunda görülmüştür ki yüksek mertebe ve süreklilikten gelen katkılar keyfi parametreler için seçilen bölgelerde toplam dispersiyon integrallerinin yaklaşık $\%10$'u kadardır. Sonuçlarımızın Borel kütle parametresine ne kadar bağlı olduğunu görmek için aşağıda $T = 0$'da süreklilik eşiğinin farklı değerleri için D_2^* ve D_{s2}^* mezonlarının kütle ve bozunum sabiti değerlerinin M^2'ye bağlı grafikleri Şekil (3.1-3.4)'de gösterilmiştir.



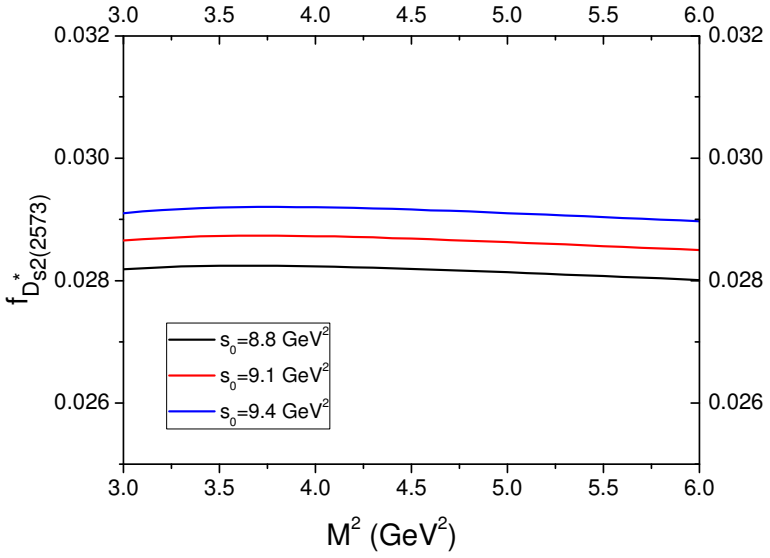
Şekil 3.1. T=0'da $D_2^*(2460)$ mezonunun kütlesinin M^2'ye bağlı değişimi



Şekil 3.2. T=0'da D_2*(2460) mezonunun bozunum sabitinin M^2'ye bağlı değişimi



Şekil 3.3. $D_{s2}^*(2573)$ mezonunun kütlesinin T=0'da bazı süreklilik eşiği değerleri için kütlesinin M^2'ye bağlılığı

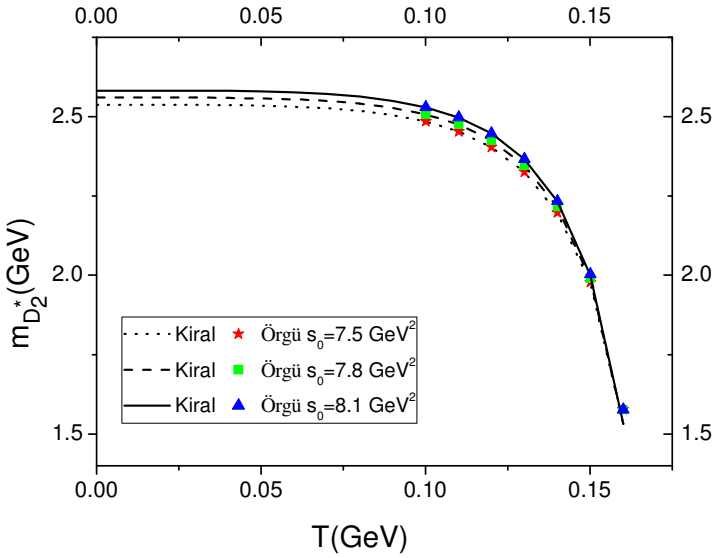


Şekil 3.4. $D_{s2}^*(2573)$ mezonunun T=0'da bazı süreklilik eşiği değerleri için bozunum sabitinin M^2'ye bağlılığı

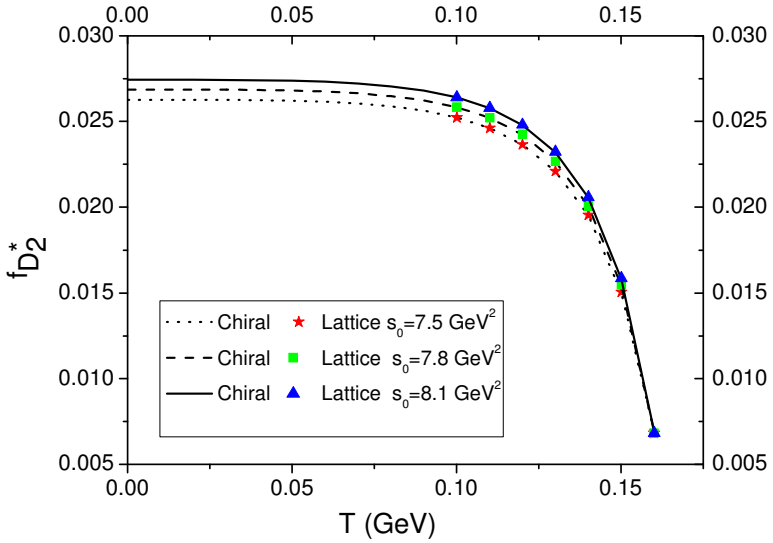
Grafiklerden, seçilen yapı ve yukarıda belirlenen Borel çalışma bölgeleri içinde sonuçlarımızın hemen hemen bu parametrelerden bağımsız olduğu görülmüştür.

Nümerik analizlerimiz aynı zamanda sırasıyla pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıların toplam katkıların yaklaşık %68 ve %32'si kadar olduğunu göstermektedir.

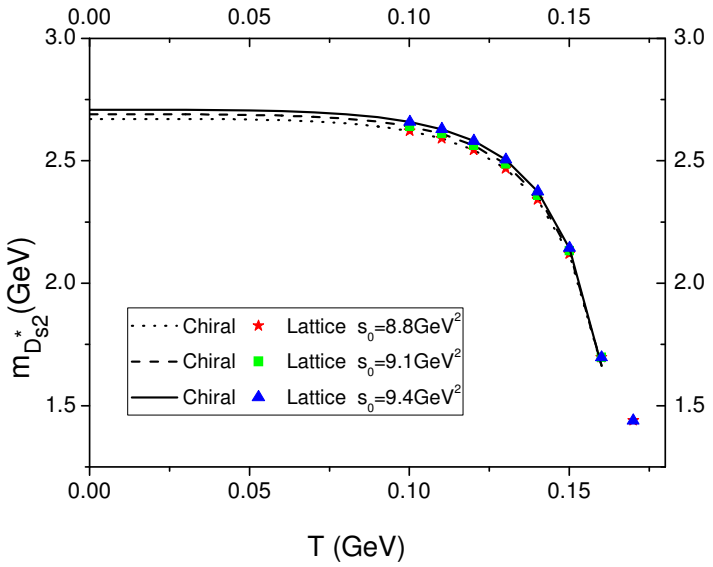
Ayrıca enerji yoğunluğu katkıları toplam pertürbatif olmayan katkıların %10'unu oluşturmaktadır. Pertürbatif olmayan kısımda katkıların kalanı eşitlik (2.104) ile verilen sıcaklığa bağlı kuark kondensatlarından gelmektedir. Tensör mezonlar için kütle ve bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı tüm bu yukarıda ifade edilen giriş parametreleri dikkate alınarak Şekil (3.5-3.8)'de verildiği gibi elde edilmiştir.



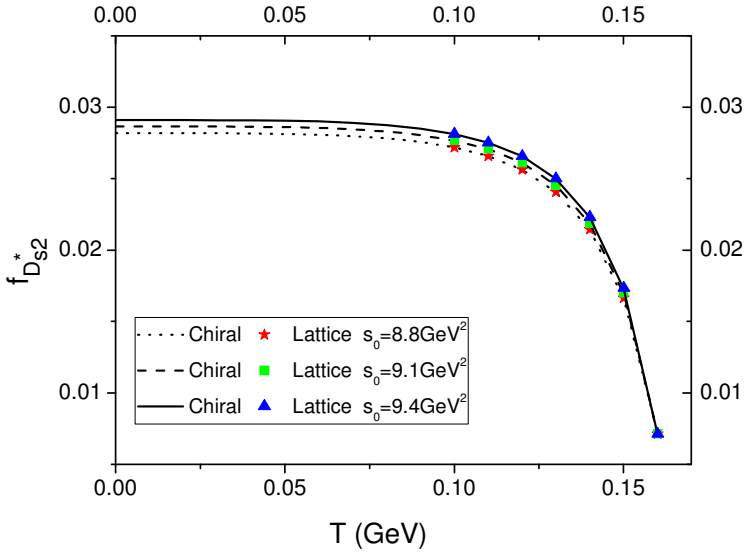
Şekil 3.5. $D_2^*(2460)$ mezonunun kütlesinin farklı s_0 değerlerinde M^2=3 GeV^2 değeri için sıcaklığa bağlılığı



Şekil 3.6. $D_2^*(2460)$ mezonunun bozunum sabitinin farklı s_0 değerlerinde M^2=3 GeV^2 değeri için sıcaklığa bağlılığı



Şekil 3.7. $D_{s2}^*(2573)$ mezonu için M^2=3 GeV^2 değerinde kütlesinin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 3.8. $D_{s2}^*(2573)$ mezonu için M^2=3 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı

Grafiklerden de görüldüğü gibi sıcaklık 0,1 GeV değerinin altında iken belirtilen fiziksel niceliklerin değeri yaklaşık sabit kaldığı, ancak bu noktadan sonraki sıcaklık değerlerinde sıcaklığın artması ile kütle ve bozunum sabiti değerlerinin azaldığı görülmektedir. Ayrıca çizilen grafikler incelendiğinde bozunum sabitlerinin vakum değerlerinin %25'ine kadar ve kütle değerlerinin ise D_2^* ve D_{s2}^* mezonları için sırasıyla vakum değerlerinin %39 ve %37'sine kadar azaldığı görülmektedir. Kütle ve bozunum sabiti değerlerinin kritik sıcaklık değerine yaklaştıkça gösterdiği bu değişim KGP faz geçişinin bir sinyali olarak düşünülebilir. Ayrıca grafiklerden görüldüğü gibi kütle ve bozunum sabiti değerleri için enerji yoğunluğunun hem kiral hem de örgü parametrizasyonu kullanılarak elde edilen sonuçları birbirleri ile uyumludur.

Son olarak elde ettiğimiz sonuçları var olan deneysel veriler ve $T \to 0$ limitinde vakum toplam kuralları kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırdık. Bu karşılaştırmada kullanılan veriler Tablo 3.1'de ayrıntılı olarak verilmiştir. Bizim elde ettiğimiz sonuçlar ile tabloda verilen sonuçlar arsındaki farklılıklar seçilen giriş parametrelerindeki belirsizlikler, süreklilik eşiği ve Borel parametresinin çalışma bölgelerinin belirlenmesindeki belirsizliklerden kaynaklanmaktadır. Bu belirsizlikler çerçevesinde tablodan da görüldüğü gibi tensör mezonlar için elde ettiğimiz kütle

değerleri deneysel veriler ve vakum toplam kuralları ile elde edilen değerlerle oldukça uyumludur. Bozunum sabiti için elde ettiğimiz değerlerin ise yine belirsizlikler çerçevesinde vakum toplam kuralları metodu ile elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Aynı zamanda bozunum sabiti için elde ettiğimiz değerlerin gelecekte yapılacak olan deneylerle doğrulanması beklenmektedir.

Tablo 3.1. $D_2^*(2460)$ ve $D_{s2}^*(2573)$ tensör mezonları için $T=0$ 'da elde edilen kütle ve bozunum sabiti değerlerinin literatürde mevcut verilerle karşılaştırılması

	Bizim Çalışma	Deney [27]	Vakum Toplam Kuralları Sonuçları
$m_{D_2^*(2460)}$ (GeV)	$2,55 \pm 0,46$	$2,4626 \pm 0,0007$	$2,53 \pm 0,45$ [83]
$f_{D_2^*(2460)}$	$0,027 \pm 0,013$	-	$0,0228 \pm 0,0068$ [83]
$m_{D_{s2}^*(2573)}$ (GeV)	$2,69 \pm 0,48$	$2,5719 \pm 0,0008$	$2,55 \pm 0,44$ [96]
$f_{D_{s2}^*(2573)}$	$0,029 \pm 0,014$	-	$0,023 \pm 0,011$ [96]

4. AĞIR-AĞIR VEKTÖR MEZONLARIN TERMAL ÖZELLİKLERİ

Ağır mezonların incelenmesi pertürbatif olmayan KRD'nin vakum özelliklerinin anlaşılması açısından önemli rol oynar. Özellikle sıcaklığa bağlı hadronik durumlarda bottonium $(b\bar{b})$ ve charmonium $(c\bar{c})$ gibi ağır kuarkonyaların parametrelerindeki değişim KRD vakumu ve KGP faz geçişi hakkında önemli bilgi verebilir. Son yirmi yıldır hem teorik hem de deneysel olarak sıcak ve yoğun KRD ortamında vektör mezonların hadronik özelliklerinin belirlenmesi oldukça önemli araştırma konularından birisi olmuştur. Renk perdelenmesinden dolayı J/ψ bastırma etkisinin KGP faz geçişinin önemli bir kanıtı olduğu düşünülmektedir [99]. Bu bastırma etkisi CERN'de süper proton senkroton'u (SPS) ve BNL'de rölativistik ağır iyon çarpıştırıcısında (RHIC) yapılan ağır iyon çarpışma deneylerinde deneysel olarak gözlemlenmiştir.

Vakumda ağır mezonların özellikleri KRD toplam kuralları, rölativistik olmayan potansiyel model, örgü teorisi, ağır kuark etkin teori ve kiral pertürbasyon teorisi gibi pertürbatif olmayan yöntemler kullanılarak literatürde geniş şekilde incelenmiştir. Ancak bu modellerin birçoğunun sonlu sıcaklıklara genelleştirilmesinde bazı zorluklarla karşılaşılır. OPE'yi, KRD Lagrangian'ını ve kuark hadron ikilemini temel alan KRD toplam kuralları hadron fiziğinde uygulanabilir ve sonlu sıcaklıklarda oldukça başarılı yöntemlerden birisidir. Bu nedenle çalışmamızın bu bölümünde ağır vektör kuarkonya olan $J/\psi\,(c\bar{c})$ ve $\Upsilon\ (b\bar{b})$ mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerindeki sıcaklığa bağlı değişim Termal KRD toplam kuralları çerçevesinde incelenmiştir. Spektral yoğunluk ifadesi termal kuark propagatörü kullanılarak bir ilmek yaklaşımında hesaplanmıştır. Kütle ve bozunum sabiti için toplam kuralları elde edilirken sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörler ve pertürbatif olmayan katkıların yanı sıra α_s mertebesindeki iki ilmek pertürbatif katkılarda göz önüne alınmıştır. Toplam kurallarının nümerik analizleri yapılmış, incelenen fiziksel niceliklerin sıcaklığa bağlı grafikleri çizilmiştir. Elde edilen sonuçlar $T \to 0$

limitinde deneysel veriler [41, 100, 101] ve diğer yöntemlerden bulunan sonuçlar ile karşılaştırılmıştır [101].

4.1. J/Ψ ve ϒ Ağır Vektör Mezonları İçin Wilson Açılımı

Bu bölümde termal iki nokta korelasyon fonksiyonunun pertürbatif ve pertürbatif olmayan kısımlarından gelen katkılar OPE yardımıyla hesaplanmıştır. İncelediğimiz $J/\psi\left(c\bar{c}\right)$ ve $\Upsilon\left(b\bar{b}\right)$ parçacıkları vektör akımları ile ifade edilirler. Vektör akımlar için spektral yoğunluk olarak ifade edilen pertürbatif katkılar bölüm 2.2'de $m_1 = m_2$ durumu için ayrıntılı olarak hesaplanmıştır ve elde edilen sonuçlar incelediğimiz durum için de geçerlidir. Sonuç olarak ağır vektör mezonlar için termal spektral yoğunluk ifadesi

$$\rho_{t,a}(s) = \frac{1}{8\pi^2} s\, v(s)\left(3 - v^2(s)\right)\left[1 - 2n\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right)\right] \tag{4.1}$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada $v(s) = \sqrt{1 - 4\mathrm{m}^2/s}$ 'nin olarak tanımlandığı hatırlanmalıdır. Pertürbatif olmayan katkılar için Şekil 1.1'de verilen (d) ve (e) diyagramları ve buna ek ilmekte alttan ve üstten iki gluonun çıktığı durumlar dikkate alınarak hesaplar yapılmıştır. Bildiğimiz gibi incelediğimiz parçacıklar ağır kuark içermektedir ve ağır kuarkların oluşturduğu kondensatların toplam kurallarına katkısı ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Bu nedenle (b) ve (c) diyagramlarından katkı gelmemektedir. Pertürbatif olmayan hesabı yapabilmek için $x^\mu A_\mu^a(x) = 0$ Fock-Schwinger ayarında bir $A_\mu^a(x)$ dış gluon alanı dikkate alındığında ortaya çıkan kuark propagatörünün pertürbatif olmayan terimleri

$$\begin{aligned} S^{aa'np}(k) = &-\frac{i}{4} g\left(t^c\right)^{aa'} G^c_{\kappa\lambda}(0) \frac{1}{\left(k^2 - m^2\right)^2}\left[\sigma_{\kappa\lambda}(\not{k} + m) + (\not{k} + m)\sigma_{\kappa\lambda}\right] \\ &-\frac{i}{4} g^2\left(t^c t^d\right)^{aa'} G^c_{\alpha\beta}(0) G^d_{\mu\nu}(0) \frac{\not{k} + m}{\left(k^2 - m^2\right)^5} \\ &\times\left(f_{\alpha\beta\mu\nu} + f_{\alpha\mu\beta\nu} + f_{\alpha\mu\nu\beta}\right)(\not{k} + m) \end{aligned} \tag{4.2}$$

şeklinde ifade edilir [102]. Burada $f_{\alpha\beta\mu\nu}$ ile verilen fonksiyonun açık şekli

$$f_{\alpha\beta\mu\nu} = \gamma_\alpha(\not k + m)\gamma_\beta(\not k + m)\gamma_\mu(\not k + m)\gamma_\nu \tag{4.3}$$

olarak yazılır. Ayrıca hesaplamalarımızı yapabilmek için $\langle TrG_{\alpha\beta}G_{\mu\nu}\rangle$ ifadesinin beklenen değerini bilmemiz gerekir. Sonlu sıcaklıkta Lorentz kovaryantlık özelliğinden yararlanarak bu beklenen değer aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}\langle Tr\,G_{\alpha\beta}G_{\mu\nu}\rangle = {} & \frac{1}{24}\left(g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right)\langle G^a_{\lambda\sigma}G^{a\lambda\sigma}\rangle + \frac{1}{6}\left[g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right. \\ & \left. - 2\left(u_\alpha u_\mu\, g_{\beta\nu} - u_\alpha u_\nu\, g_{\beta\mu} - u_\beta u_\mu\, g_{\alpha\nu} + u_\beta u_\nu\, g_{\alpha\mu}\right)\right]\langle u^\lambda \theta^g_{\lambda\sigma} u^\sigma\rangle\end{aligned} \tag{4.4}$$

Burada u_μ ısı banyosunun dört boyutlu hızıdır ve $\theta^g_{\lambda\sigma}$, KRD'de enerji momentum tensörünün gluonik kısmıdır. Hesaplamalarımız için gerekli olan ağır kuark propagatörünün pertürbatif olmayan terimleri sonlu sıcaklıkta,

$$\begin{aligned}S^{aa'non-pert}(k) = {} & -\frac{i}{4}g\left(t^c\right)^{aa'}G^c_{\kappa\lambda}\frac{1}{\left(k^2-m^2\right)^2}\left[\sigma_{\kappa\lambda}(\not k + m) + (\not k + m)\sigma_{\kappa\lambda}\right] \\ & + \frac{ig^2\delta^{aa'}}{3\left(k^2-m^2\right)^4}\left\{\frac{m\left(k^2+m\not k\right)}{4}\langle G^c_{\alpha\beta}G^{c\alpha\beta}\rangle + \frac{1}{3\left(k^2-m^2\right)}\left[m\left(k^2-m^2\right)\right.\right. \\ & \times\left(k^2 - 4(k\cdot u)^2\right) + \left(m^2-k^2\right)\left(-m^2+4(k\cdot u)^2\right)\not k \\ & \left.\left. + 4(k\cdot u)\left(m^2-k^2\right)^2\not u\right]\langle u^\alpha\theta^g_{\alpha\beta}u^\beta\rangle\right\}\end{aligned} \tag{4.5}$$

olarak elde edilir. Yukarıdaki propagatörün korelasyon fonksiyonunda yerine yazılarak yapılan basit, ama uzun hesaplamalar sonunda korelatörün pertürbatif olmayan kısmı

$$\begin{aligned}\Pi_t^{non-pert} = {} & \int_0^1 dx\left\{-\frac{\langle\alpha_s G^2\rangle}{72\pi\left[m^2+q^2(-1+x)x\right]^4}\left[6q^6(-1+x)^4x^4 + 6m^2q^4x^2\right.\right. \\ & \times(-1+x)^2\left(1-6x+6x^2\right) + m^6\left(5-32x+42x^2-20x^3+10x^4\right) \\ & \left. + m^4q^2x\left(-14+95x-140x^2+65^3+6x^4-2x^5\right)\right] \\ & - \frac{\alpha_s\langle u^\alpha\theta^g_{\alpha\beta}u^\beta\rangle}{54\pi\left[m^2+q^2(-1+x)x\right]^4}\left[x(-1+x)\left(4q^4x^2\left(1-3x+2x^2\right)^2\right.\right. \\ & + m^4\left(12-35x+21x^2+28x^3-14x^4\right) + m^2q^2x(-13+55x \\ & \left.\left.\left. -82x^2+36x^3+6x^4-2x^5\right)\right)\left(q^2-4(q\cdot u)^2\right)\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{4.6}$$

şeklinde bulunur. Burada $\left\langle G^2 \right\rangle = \left\langle G^c_{\alpha\beta} G^{c\alpha\beta} \right\rangle$'dır.

4.2. Korelasyon Fonksiyonunun Fiziksel Kısmı ve KRD Toplam Kuralları

Bu bölümde kütle ve bozunum sabiti için toplam kurallarını elde etmemizde ihtiyacımız olan korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmı hesaplanmıştır. Bu amaçla ilk olarak

$$\Pi_{\mu\nu}(q,\mathrm{T}) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x} Tr\left(\rho T\left(J_\mu(x) J_\nu^+(0)\right)\right) \tag{4.7}$$

eşitliği ile verilen iki nokta korelasyon fonksiyonundaki ara kesit akımlarının arasına onunla aynı kuantum sayılarına sahip $\left|V(q,\lambda)\right\rangle\left\langle V(q,\lambda)\right|$ ile verilen fiziksel ara durumların tam setleri yerleştirilir. Korelasyon fonksiyonundaki $\rho = e^{-\beta H} / Tr(e^{-\beta H})$ KRD'nin termal yoğunluk matrisidir ve $\beta = 1/T$ olarak tanımlıdır. H ise KRD Hamiltonyeni ve T zaman sıralama operatörüdür. $J_\mu(x)$ vektör mezonlar için ara kesit akımıdır ve ağır vektör mezonlar için $J_\mu(x) = :\overline{Q}(x)\gamma_\mu Q(x):$ olarak tanımlıdır. Burada Q sırasıyla J/ψ ve Υ mezonları için c ve b kuarkı ifade eder. Yukarıda verilen tam set durumları Eşitlik (4.7)'de verilen akımların arasına yerleştirilir ve x üzerinden integral alınırsa korelasyon fonksiyonu için fenomonolojik kısım

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \sum_\lambda \frac{\left\langle 0\left|J_\mu\right|V(q,\lambda)\right\rangle\left\langle V(q,\lambda)\left|J_\nu^+\right|0\right\rangle}{\mathrm{m}^2_{\mathrm{J}/\psi(\Upsilon)} - q^2} + ... \tag{4.8}$$

olarak elde edilir. Burada $\left|V(q,\lambda)\right\rangle$ hadronik durumların tam setini oluşturur ve noktalar uyarılmış vektör mezonların ve süreklilik durumlarının katkılarını göstermektedir. $\left\langle 0\left|J_\mu\right|V(q,\lambda)\right\rangle$ ile verilen matris elemanı bozunum sabitine bağlı olarak

$$\left\langle 0\left|J_\mu\right|V(q,\lambda)\right\rangle = f_{\mathrm{J}/\psi(\Upsilon)} m_{\mathrm{J}/\psi(\Upsilon)} \varepsilon_\mu^{(\lambda)} \tag{4.9}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\varepsilon_\mu^{(\lambda)}$ polarizasyon vektörüdür ve

$$\sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)^*} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)} = \frac{q_\mu q_\nu}{m_{\mathrm{J/\psi(Y)}}^2} - g_{\mu\nu} \tag{4.10}$$

olarak ifade edilir. Tüm eşitlikler yerine yazıldığında son durumda korelasyon fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu}\left(Q_0^2\right) = \frac{f_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 \, Q_0^4}{\left(m_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 + Q_0^2\right) m_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2} \tag{4.11}$$

Termal KRD toplam kurallarını elde etmek için yapmamız gereken son işlem, yeteri kadar büyük Q_0^2 değerinde $\Pi_l\left(q^2,\omega\right)$ yada $\Pi_t\left(q^2,\omega\right)$ için operatör çarpım açılımından elde edilen pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıların dispersiyon bağıntısı yardımı ile yukarıda elde edilen korelasyon fonksiyonunun fenomonolojik kısmına eşitlenmesidir. Nümerik sonuçlar elde edilirken referansın değiştirilmesi ve parçacığın durgun olduğu referans sistemine geçilerek $|\mathbf{q}| \to 0$ alınması gerekmektedir. Bu limitte Π_l ve Π_t fonksiyonları birbirleriyle ilişkili olduğundan termal KRD toplam kurallarını elde etmek için yalnızca birinin hesaplanması yeterlidir ve bizim hesaplamalarımızda Π_t fonksiyonu kullanılmıştır. Standart spektral gösterim kullanılırken spektral yoğunluğun $s \to \infty$ limitinde sıfıra yaklaşmaması durumunda korelasyon fonksiyonu için aşağıdaki yöntem kullanılır. Böyle bir durumda bu problemin üstesinden gelebilmek için $q^2 = 0$ 'da $\Pi_t\left(q^2,\omega\right)$'dan Taylor serisine açılımının ilk birkaç terimini çıkarmak gerekmektedir:

$$\Pi_t\left(q_0^2,|\mathbf{q}|\right) = \Pi_t(0) + \left(\frac{d\Pi_t}{dQ_0^2}\right)_{Q_0^2=0} Q_0^2 + Q_0^4 \int_0^{\infty} \frac{\rho_t(s)}{\left(s+Q_0^2\right)} ds \tag{4.12}$$

Korelasyon fonksiyonunun OPE gösterimi ve hadronik gösterimi birbirlerine eşitlendiğinde ve kuark-hadron ikilemi uygulandığında ağır vektör mezonlar için toplam kuralları

$$\frac{f_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 \, Q_0^4}{\left(m_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 + Q_0^2\right) m_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2} = Q_0^4 \int_{4m^2}^{s_0(T)} \frac{\left[\rho_{t,a}(s) + \rho_{\alpha_s}(s)\right]}{s^2\left(s+Q_0^2\right)} ds + \int_0^{|\mathbf{q}|^2} \frac{\rho_{t,s}}{s+Q_0^2} + \Pi_t^{non-pert} \tag{4.13}$$

olarak elde edilir. Burada kolaylık sağlaması açısından mezonun toplam bozunum genişliği ihmal edilmiştir. Yukarıda elde edilen toplam kurallarının iki tarafına Q_0^2'ye göre Borel dönüşümü uygulandığında toplam kurallarının son şekli:

$$f_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 m_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 \exp\left(\frac{-m_{J/\psi(Y)}^2}{M^2}\right) = \int_{4m^2}^{s_0(T)} ds\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) + \int_0^{|\mathbf{q}|^2} ds\,\rho_{t,s}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi_t^{non\text{-}pert} \tag{4.14}$$

olarak elde edilir. Daha önce de belirttiğimiz gibi nümerik analiz yapılırken parçacığın durgun olduğu referans sistemine yani $|\mathbf{q}| \to 0$ limitine geçilmiştir. Bu durumda saçılma kısmında integralin sınırları bir noktaya çekilir ve bu katkı sıfır olur. Böylece Eşitlik (4.14)'ün sağ tarafındaki ilk terimin katkısı sıfırdan farklı olur tek bir fonksiyon olur. Sonuç olarak Eşitlik (4.14)'ün sağ tarafındaki ikinci terimin ayrıntılı olarak incelenmesi gerekmektedir ve benzer incelemeler ayrıntılı bir şekilde [10, 57] çalışmalarında yapılmış ve

$$\lim_{|\mathbf{q}|\to 0} \int_0^{|\mathbf{q}|^2} ds\,\rho_{t,s}(s)\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) = 0 \tag{4.15}$$

olduğu görülmüştür. Yukarıdaki eşitlik de göz önünde bulundurulduğunda bozunum sabiti için toplam kurallarının son hali

$$f_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 m_{J/\psi(\mathrm{Y})}^2 \exp\left(\frac{-m_{J/\psi(Y)}^2}{M^2}\right) = \int_{4m^2}^{s_0(T)} ds\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(\frac{-s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi_{\mathrm{t}}^{\text{non-pert}} \tag{4.16}$$

olarak elde edilmiştir. Burada $\rho_{t,a}(s)$ bölüm 2.2'de ayrıntılı hesabının yapıldığı termal spektral yoğunluk ifadesidir. Ayrıca $\rho_{\alpha_s}(s)$ spektral yoğunluk için pertürbatif iki ilmekli α_s mertebesinde düzeltmeleri ifade eder ve sıfır sıcaklıkta bu düzeltme,

$$\rho_{\alpha_s}(s) = \alpha_s \frac{s}{6\pi^2} v(s)\left(3-v^2(s)\right)\left[\frac{\pi}{2v(s)} - \frac{1}{4}\left(3+v(s)\right)\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3}{4\pi}\right)\right] \tag{4.17}$$

olarak yazılabilir [104, 105]. Toplam kurallarındaki $\hat{B}\Pi_{\mathrm{t}}^{\text{non-pert}}$, korelasyon fonksiyonunun KRD kısmının pertürbatif olmayan katkılarının Borel dönüşümü altındaki ifadesidir ve aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir:

$$\begin{aligned}\hat{B}\Pi_{\mathrm{t}}^{\text{non-pert}} = \int_0^1 dx \frac{1}{144\pi \mathrm{M}^6 x^4 (-1+x)^4} \exp\left[\frac{m^2}{\mathrm{M}^2 x(-1+x)}\right] \Big\{ \langle \alpha_s G^2 \rangle \Big[12M^6 x^4 \\ \times(-1+x)^4 - m^6(1-2x)^2(-1-x+x^2) - 12m^2 M^4 x^2 (-1+x)^2 \\ \times(1-3x+3x^2) + m^4 M^2 x(-2+19x-32x^2+11x^3+6x^4-2x^5)\Big] \\ + 4\alpha_s \langle \theta^g \rangle \Big[-8M^6 x^3 (1-2x)^2 (-1+x)^3 + m^6 (1-2x)^2 (-1-x+x^2) \\ - 2m^2 M^4 x^2 (-1+x)^2 (-1-6x+8x^2-4x^3+2x^4) \\ + m^4 M^2 x(-2+3x-12x^2+31x^3-30x^4+10x^5)\Big]\Big\}. \end{aligned} \tag{4.18}$$

Burada $\theta^g = \theta_{00}^g$'dir.

Yapılan hesaplamalarda Eşitlik (4.17)'deki α_s güçlü etkileşme sabitinin yerine örgü teorisinde yapılan hesaplamalarla elde edilen sıcaklığa bağlı $\alpha(T) = 2{,}095(82)\dfrac{g^2(T)}{4\pi}$ ifadesi kullanılmıştır. Burada $T_c = 0{,}160$ GeV ve $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} = T_c / 1{,}14(4)$ olduğu dikkate alınırsa nümerik analiz için çiftlenim sabiti ifadesi

$$g^{-2}(T) = \frac{11}{8\pi^2}\ln\left(\frac{2\pi T}{\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}}\right) + \frac{51}{88\pi^2}\ln\left[2\ln\left(\frac{2\pi T}{\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}}}\right)\right] \tag{4.19}$$

olarak kullanılmıştır. Kütle için toplam kurallarını elde etmek amacıyla Eşitlik (4.16)'nın her iki tarafının $-1/M^2$'ye göre türevi alınır ve Eşitlik (4.16) ile elde edilen bu türev ifadesi birbirine oranlanırsa kütle için toplam kuralları,

$$m^2_{\mathrm{J}/\psi(\mathrm{Y})}(T) = \frac{\int_{4m^2}^{\mathrm{s}_0(T)} ds\, s\left[\rho_{t,a}(s) + \rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(\dfrac{-s}{M^2}\right) + \Pi_1^{\text{non-pert}}(M^2, T)}{\int_{4m^2}^{\mathrm{s}_0(T)} ds\left[\rho_{t,a}(s) + \rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(\dfrac{-s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi_{\mathrm{t}}^{\text{non-pert}}} \tag{4.20}$$

olarak elde edilir. Burada $\Pi_1^{non-pert}$ fonksiyonu;

$$\Pi_1^{non-pert}\left(M^2,T\right)=\mathrm{M}^4\frac{d}{d\mathrm{M}^2}\hat{B}\Pi_t^{np} \tag{4.21}$$

olarak ifade edilmektedir.

4.3. Ağır Mezonlar İçin Toplam Kurallarının Nümerik Analizi

Bu bölümde J/Ψ ve Υ mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı değişimi incelenmiştir. Bu fiziksel niceliklerin diğer yöntemlerle hesaplanan sonuçlarla kıyaslanabilmesi için elde edilen sonuçların $T\to 0$ limitindeki vakum değerleri de hesaplanmıştır. Nümerik hesaplamaların yapılabilmesi için sıfır sıcaklıkta kuark kütleleri için $\mathrm{m_b}=(4{,}7\pm 0{,}1)$ GeV ve $\mathrm{m}_c=(1{,}3\pm 0{,}05)$ GeV değerleri, gluon kondensatı için ise $\left\langle 0\left|\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\right|0\right\rangle=(0{,}012\pm 0{,}004)$ GeV^4 değeri kullanılmıştır.

Bu çalışmada da yine enerji yoğunluğunun gluonik kısmı için hem (2.100) formülü ile verilen örgü KRD teorisinden hem de (2.101-2.103) formülleri ile verilen kiral pertürbasyon teorisinden elde edilen ifadeler kullanılmıştır. Ayrıca ağır mezonlar için süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlı ifadesi:

$$s_0(T)=s_0\left[1-\left(\frac{T}{T_c^*}\right)^8\right]+4\mathrm{m}^2\left(\frac{T}{T_c^*}\right)^8 \tag{4.22}$$

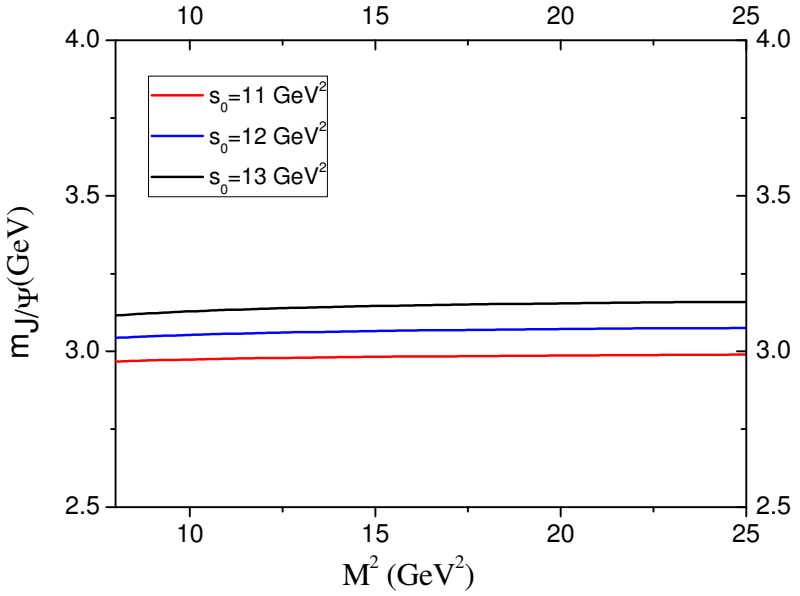
ve yine sıcaklığa bağlı gluon kondensatı $\left\langle G^2\right\rangle$ ifadesi

$$\left\langle G^2\right\rangle=\frac{\left\langle 0\left|G^2\right|0\right\rangle}{\exp\left[12\left(\frac{T}{T_c}-1{,}05\right)\right]+1} \tag{4.23}$$

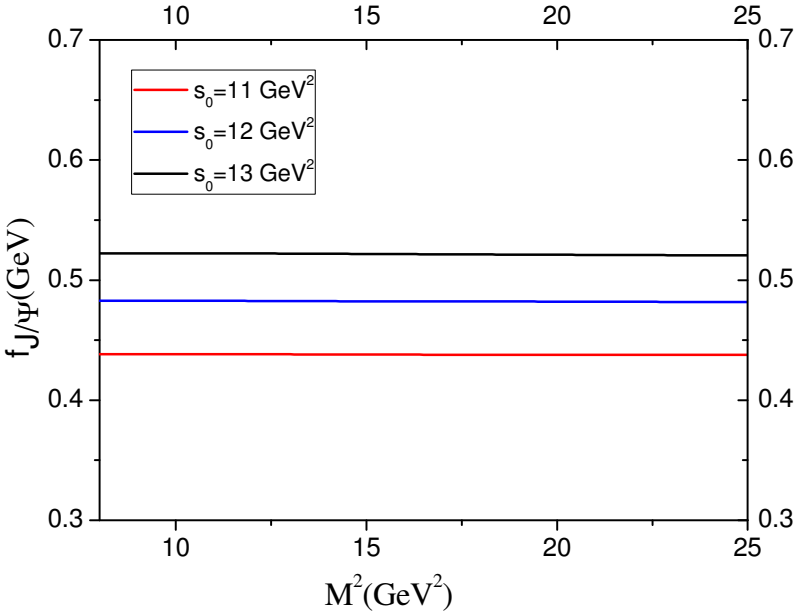
olarak kullanılmıştır.

Kütle ve bozunum sabitleri değerlerinin belirlenmesi için toplam kurallarında s_0 süreklilik eşiği ve M^2 Borel kütle parametresinin çalışma bölgelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Özellikle Borel parametresi fiziksel bir nicelik değildir. Sonuç olarak

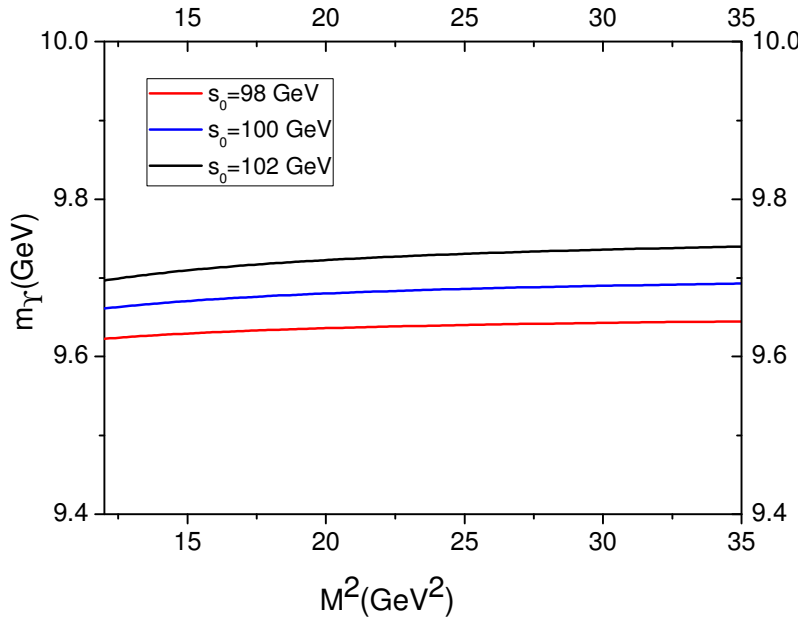
çalışma bölgeleri belirlenirken kütle ve bozunum sabiti değerlerinin bu parametrelere en az bağlı olduğu bölgenin bulunması gerekir. Süreklilik eşiği s_0 tamamen keyfi bir parametre değildir, ara akımlar gibi aynı kuantum sayılarına sahip ilk uyarılmış durumun enerjisine bağlıdır. Yapılan nümerik incelemeler sonucunda J/Ψ vektör mezonu için süreklilik eşiğinin $s_0 = (11-13)$ GeV^2 ve Υ vektör mezonu için ise $s_0 = (98-102)$ GeV^2 çalışma bölgesi aralıklarında oldukları görülmüştür. Borel kütle parametresi M^2 sürekli durumlardan ve yüksek boyutlu operatörlerden gelen katkıların değerinin küçük olması ile belirlenir. Sonuç olarak Borel parametresi çalışma bölgesi J/Ψ için 8 GeV$^2 \leq M^2 \leq$ 25 GeV^2 ve Υ için 12 GeV$^2 \leq M^2 \leq$ 35 GeV^2 olarak bulunmuştur. Elde edilen çalışma aralıklarında farklı s_0 değerleri için J/Ψ ve Υ mezonlarının kütle ve bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı Şekil (4.1-4.4) ile verilen grafiklerde aşağıdaki gibi elde edilmiştir:



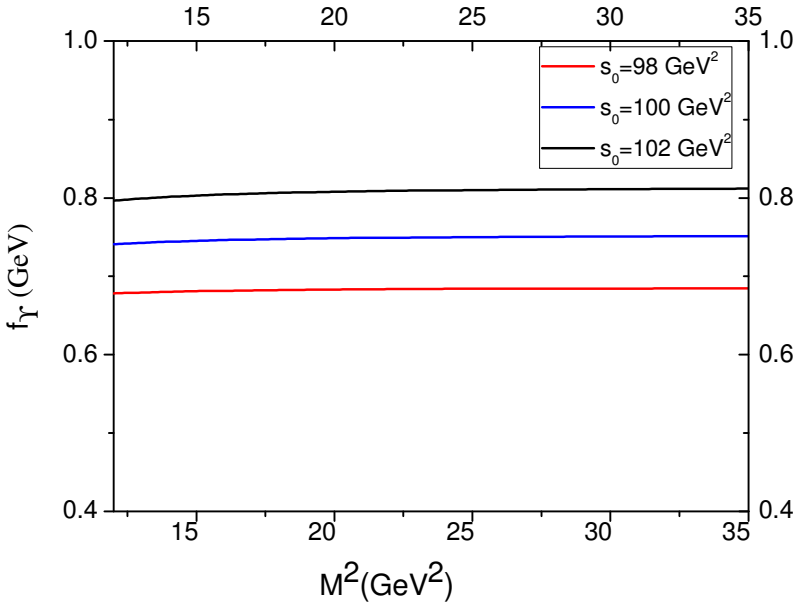
Şekil 4.1. Sıfır sıcaklıkta J/Ψ mezonu için kütlenin Borel parametresi M^2'ye bağlılığı



Şekil 4.2. Sıfır sıcaklıkta J/Ψ mezonu için bozunum sabitinin Borel parametresi M^2'ye bağlılığı



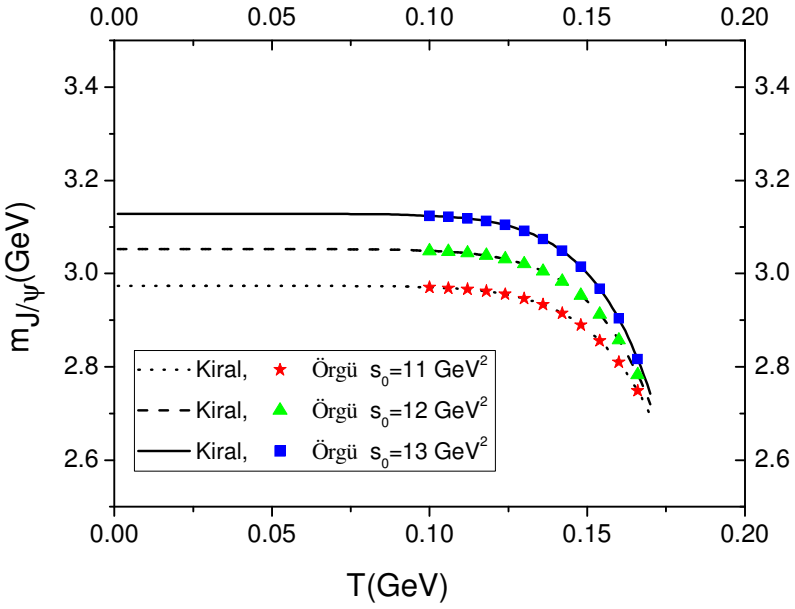
Şekil 4.3. Υ mezonu için sıfır sıcaklıkta kütlenin M^2'ye bağlılığı



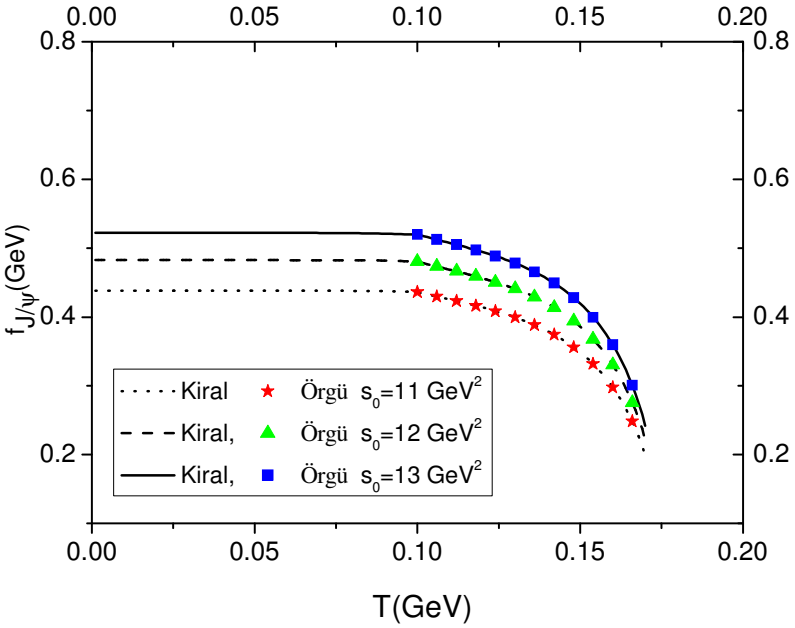
Şekil 4.4. Υ mezonu için sıfır sıcaklıkta bozunum sabitinin M^2'ye bağlılığı

Grafiklerden de görüldüğü gibi kütle ve bozunum sabitleri için belirlenen uygun çalışma aralığında Borel parametresine bağlılık oldukça azdır. Ayrıca farklı s_0 süreklilik eşiği değerlerinde de elde edilen sonuçların değişimin az olduğu görülmektedir.

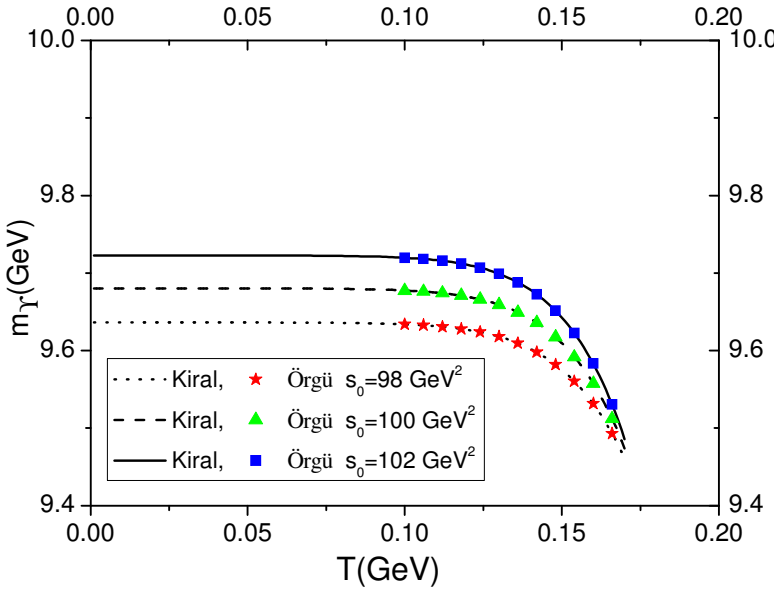
Son olarak J/Ψ ve Υ vektör mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığını görebilmek için Şekil (4.5-4.8) ile verilen grafikler çizilmiştir. Grafiklerin çizilmesinde hem Kiral pertürbasyon teorisinden hem de Örgü KRD'den elde edilen enerji yoğunluğu ifadeleri kullanılarak kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı grafikleri çizilmiştir. Ayrıca grafikler çizilirken s_0 'ın farklı değerleri kullanılmış ancak Borel kütle parametresi M^2 çizilen grafikler için sabit tutulmuştur.



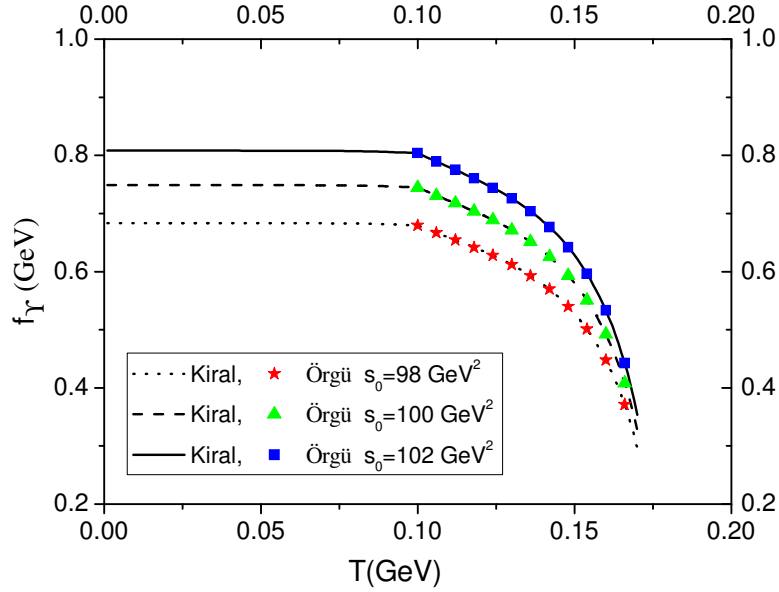
Şekil 4.5. J/Ψ mezonu için M^2=10 GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 4.6. J/Ψ mezonu için M^2=10 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 4.7. Υ mezonu için M^2=20 GeV^2 değerinde kütlenin sıcaklığa bağlılığı



Şekil 4.8. Υ mezonu için M^2=20 GeV^2 değerinde bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı

Çizilen grafikler incelendiğinde kütle ve bozunum sabiti değerlerinin $T \cong 100$ MeV'e kadar sıcaklığa bağlı değişiminin hemen hemen hiç olmadığı, yani aynı kaldığı, ancak bu noktadan sonra sıcaklığın artması ile azaldığı görülmüştür. Bozunum sabiti değerlerinin sıfır sıcaklıktaki değerlerinin yaklaşık %45 'ine

yaklaşırken, J/Ψ mezonun kütlesi vakum değerinin %12 'sine ve Υ mezonun kütlesinin ise vakum değerinin %2,5 'ğuna kadar azaldığı grafiklerden görülmektedir. Kütle ve bozunum sabitlerinin kritik sıcaklığa yakın bölgede gösterdiği bu değişim KGP faz geçişinin bir sinyali olarak düşünülebilir.

Kütle ve bozunum sabiti değerlerinin sıcaklığa bağlı grafiklerinden $T = 0$ sıcaklıkta elde edilen sonuçlar Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de deneysel ve diğer pertürbatif olmayan teorik yöntemlerle yapılan hesaplamalardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak verilmiştir. Elde ettiğimiz ve tabloda verilen belirsizlikler, hem girilen giriş parametrelerindeki belirsizliklere hem de yardımcı parametreler için çalışma bölgelerinin belirlenmesindeki belirsizliklere bağlı olarak elde edilmiştir.

Tablo 4.1. J/Ψ ve Υ vektör mezonlarının leptonik bozunum sabitleri değerlerinin literatürde var olan çalışmalarla karşılaştırılması

	$f_{J/\psi}$ (MeV)	f_{Υ} (MeV)
Sunulan Çalışma	481 ± 36	746 ± 62
Örgü Teorisi [100, 101]	399 ± 4	-
Deneysel [100, 101]	409 ± 15	708 ± 8
Potansiyel Model [100]	400 ± 45	685 ± 30
Rölativistik Olmayan Kuark Modeli [101]	423	716

Tablo 4.2. J/Ψ ve Υ vektör mezonlarının kütlelerinin literatürde var olan çalışmalarla karşılaştırılması

	$m_{J/\psi}$ (GeV)	m_{Υ} (GeV)
Sunulan Çalışma	$3{,}05 \pm 0{,}08$	$9{,}68 \pm 0{,}25$
Deneysel [41]	$3{,}096916 \pm 0{,}000011$	$9{,}46030 \pm 0{,}00026$

Bozunum sabiti ve kütle değerleri için verilen sonuçlar deneysel ve diğer yaklaşımların tahminlerinden biraz farklı olmasına rağmen belirsizlikler dikkate alındığında elde edilen sonuçlar deneysel verilerle olduğu kadar diğer yöntemlerden elde edilen değerlerle de oldukça tutarlıdır.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tez çalışmasında bazı hafif-hafif, ağır-hafif ve ağır-ağır pseudoskaler, vektör ve tensör mezonların kütle ve bozunum sabitlerinin termal özellikleri KRD toplam kuralları yöntemiyle sonlu sıcaklıklarda incelenmiştir. Tez çalışmasında elde edilen sonuçlar ise aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Tezin ilk bölümünde hafif kuarkları içeren pseudoskaler $K(497)$ ve $\pi(135)$, vektör $K^*(892)$ ve $\rho(770)$, tensör $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ ve $K_2^*(1430)$ mezonları için pertürbatif katkıları içeren spektral yoğunluk ifadeleri OPE kullanılarak hesaplanmıştır. Spektral yoğunluk ifadelerini elde etmek için korelasyon fonksiyonunda termal kuark propagatörü $m_1 = m_2$ ve $m_1 \neq m_2$ durumlarında pseudoskaler ve vektör akımlar için yazılmış, yapılan hesaplamalar sonucunda pseudoskaler ve vektör mezonlar için spektral yoğunluk ifadelerinin yok olma ve saçılma kısımları elde edilmiştir. Tensör mezonlar için ise spektral yoğunluk ifadeleri vakumda hesaplanmıştır.

2. Sonlu sıcaklıklarda Lorentz invaryantlığı sağlamak amacıyla tanımlanan dört boyutlu hız vektörü u^μ'nün kullanılması ile ortaya çıkan $\mathrm{d} = 4$ boyuta sahip olan enerji momentum tensörünün fermiyonik ve gluonik kısımları olan $\langle u\Theta^f u\rangle$ ve $\langle u\Theta^g u\rangle$ dikkate alınarak $K(497)$, $\pi(135)$, $K^*(892)$, $\rho(770)$, $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ ve $K_2^*(1430)$ hafif mezonları için pertürbatif olmayan katkılar hesaplanmış ve Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. İncelenen parçacıklar için kütle ve bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı değişimini gösteren grafikler çizilmiş ve bu grafiklerden sıcaklığın 0,1 GeV değerine kadar belirtilen fiziksel nicelikler için elde edilen değerlerin neredeyse sabit olduğu ancak bu noktadan sonraki sıcaklık değerlerinde sıcaklığın artması ile kütle değerlerinin azaldığı, bozunum sabiti değerlerinin ise vektör ve tensör mezonlar için azalırken pseudoskaler mezonlar için arttığı görülmektedir. Kritik sıcaklığa yakın bölgede gerçekleşen bu değişimlerin KGP faz geçişinin bir işareti olabileceği düşünülmektedir. Aynı zamanda kütle ve

bozunum sabiti için elde ettiğimiz sonuçların hafif tensör mezonların zayıf bozunum parametreleri ve diğer hadronlarla olan güçlü çiftlenimlerinin yanı sıra elektromanyetik özelliklerinin teorik olarak tanımlanmasında kullanılabileceği düşünülmektedir. Ayrıca, termal özellikler için elde edilen sonuçların ileride yapılacak olan ağır iyon çarpışma deneylerinin analizi için faydalı olabileceği düşünülmektedir.

3. Tılsımlı kuark içeren ağır-hafif tensör $D_2^*(2460)$ ve $D_{s2}^*(2573)$ mezonlarının kütle bozunum sabitlerinin sıcaklıkla değişimi iki nokta korelasyon fonksiyonu kullanılarak Termal KRD toplam kuralları çerçevesinde incelenmiştir. Korelasyon fonksiyonu öncelikle kısa mesafe (pertürbatif) ve uzun mesafe (pertürbatif olmayan) katkılarını birbirinden ayırarak, hesaplamamıza yardımcı olan Wilson açılımı kullanılarak hesaplanmıştır ve tensör mezonlar için sonlu sıcaklıklardaki ilave operatörlerin de katkısı dikkate alınarak toplam kuralları elde edilmiştir. Yapılan nümerik analizler sonucunda sırasıyla pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıların toplam temel durum katkılarının yaklaşık %68 ve %32'si kadar olduğu görülmüştür. Ayrıca enerji yoğunluğu katkıları toplam pertürbatif olmayan katkıların %10'unu oluşturmaktadır. Pertürbatif olmayan kısımda katkıların kalanı sıcaklığa bağlı kuark kondensatlarından gelmektedir. Ayrıca incelenen parçacıklar için kütle ve bozunum sabiti değerlerinin sıcaklığa bağlılığını veren grafikler incelendiğinde bozunum sabitlerinin vakum değerlerinin %25'ine kadar ve kütle değerlerinin ise D_2^* ve D_{s2}^* mezonları için sırasıyla vakum değerlerinin %39 ve %37'sine kadar azaldığı görülmektedir. Kütle ve bozunum sabiti için elde ettiğimiz vakum değerlerinin ise diğer pertürbatif olmayan yöntemlerden elde edilen sonuçlar ve deneysel verilerle uyumlu olduğu görülmüştür.

4. Tez çalışmasında son olarak KGP faz geçişi hakkında önemli bilgiler vermesi açısından oldukça büyük bir öneme sahip olan ağır kuarkonya durumlardan bottonium $J/\Psi\ (b\bar{b})$ ve charmonium $\Upsilon(c\bar{c})$'un parametrelerindeki sıcaklığa bağlı değişimi Termal KRD çerçevesinde incelenmiştir. Hesaplamalarda sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında termal kuark propagatörü kullanılarak spektral yoğunluk ifadesi bir ilmekli yaklaşımda hesaplanarak pertürbatif katkılar elde edilmiştir. Ayrıca α_s mertebesindeki iki ilmekli pertürbatif katkılarda dikkate alınmıştır. Pertürbatif

olmayan katkılar için $T = 0$ durumuna ilaveten ortaya çıkan yeni pertürbatif olmayan operatörler de göz önüne alınarak kütle ve bozunum sabiti için Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Nümerik analiz kısmında enerji yoğunluğunun kiral ve örgü KRD teorisinden elde edilen ifadeleri kullanılarak incelenen fiziksel nicelikler ayrı ayrı hesaplanmış ve bu fiziksel niceliklerin sıcaklığa bağlı değişimi elde edilmiştir. Kütle ve bozunum sabiti için çizilen grafikler incelendiğinde $T \cong 100$ MeV'e kadar sıcaklığa bağlı değişiminin hemen hemen hiç olmadığı, ancak bu noktadan sonra sıcaklığın artması ile kritik sıcaklıkta kütle ve bozunum sabiti değererinin azaldığı görülmüştür. Bozunum sabiti değerlerinin sıfır sıcaklıktaki değerlerinin yaklaşık $\%45$'ine yaklaşırken, J/Ψ mezonun kütlesi vakum değerinin $\%12$'sine ve Υ mezonun kütlesinin ise vakum değerinin $\%2{,}5$'ine kadar azaldığı grafiklerden görülmektedir. Kütle ve bozunum sabitlerinin kritik sıcaklığa yakın bölgede gösterdiği bu değişim KGP faz geçişinin bir sinyali olarak düşünülebilir.

Tez çalışması kapsamında elde edilen tüm sonuçların diğer pertürbatif olmayan yaklaşımların öngörüleri ile ve var olan deneysel verilerle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca teorik olarak elde edilen bu sonuçların ağır iyon çarpışma deneylerinin daha iyi yorumlanabilmesi açısından önemli olabileceği düşünülmektedir ve özellikle bozunum sabiti için elde ettiğimiz sonuçların gelecekte yapılacak olan deneylerde yönlendirici olması ve doğrulanması beklenmektedir.

KAYNAKLAR

[1] Huang K., *Quarks, Leptons&Gauge Fields*, World Scientific, Massachusetts, U.S.A., 1992.

[2] ATLAS Collaboration, Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B,* 2012, **1,** 716.

[3] CMS Collaboration, Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, *Phys. Lett. B*, 2012, **30,** 716.

[4] Gell-Mann M., A Schematic Model of Baryons and Mesons, *Phys. Lett.,* 1964, ***8,*** 214-215.

[5] Yang C. N., Mills R. L., Conversation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, *Phys. Rev.,* 1954, **96**, 1, 191-195.

[6] Yagi K., Hatsuda T., Miake Y., *Quark Gluon Plasma: From Big Bang to Little Bang*, 1st ed., Cambridge University Press, Cambridge, 2005.

[7] Veliev E.V., Yılmazkaya J., Quark-Gluon Plasma Signals, *Eur. J. Phys.,* 2003, **24**, 341-349.

[8] Thoma M. H., New Developments and Applications of Thermal Field Theory, arxiv, http://arxiv.org/abs/0010164v1, (Ziyaret tarihi:28 Eylül 2011).

[9] Hatsuda T., Koike Y. and Lee S. H., Finite-temperature QCD sum rules reexamined: ρ , ω and A_1 mesons, *Nucl. Phys. B*, 1993, **394**, 221-264.

[10] Mallik S. and Mukherjee K., QCD sum rules at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 1998, **58**, 096011.

[11] Mallik S. and Mukherjee K., Rho parameters from odd and even chirality, thermal QCD sum rules, *Phys. Rev. D,* 2000, **61**, 116007.

[12] Mallik S., Nyffeler A., QCD sum rules for ρ mesons in nuclear matter, *Phys. Rev. C,* 2001, **63**, 065204.

[13] Mallik S., Sarkar S., Thermal QCD sum rules for mesons, *Phys.Rev. D*, 2002, **66**, 056008.

[14] Veliev E. V., Operator product expansion for the thermal correlator of scalar currents, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.,*2008, **35**, 035004.

[15] Veliev E. V., Aliev T. M., Thermal QCD sum rules for $\sigma(600)$ Meson, *J. Phys. G*, 2008, **35**, 125002.

[16] Dominguez C. A., Loewe M., Rojas J. C., Heavy-light quark pseudoscalar and vector mesons at finite temperature, *JHEP*, 2007, **08**, 040.

[17] Veliev E. V., Kaya G., Leptonic decay constants of D_s and B_s Mesons at finite temperature, *Eur. Phys. J. C,* 2009, **63**, 87-91.

[18] Veliev E. V., Kaya G., The mass and leptonic decay constant of $D_{s0}(2317)$ meson in the framework of thermal QCD sum rules, *Act. Phys. Pol. B,* 2010, **41**, 1905-1906.

[19] Klingl F., Kim S., Lee S. H., Morath P. and Weise W., Masses of J/Ψ and η_c in the nuclear medium: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**, 3396-3399.

[20] Morita K., Lee S. H., Critical behavior of charmonia across the phase transition: A QCD sum rule approach, *Phys. Rev. C,* 2008, **77**, 064904.

[21] Morita K., Lee S. H., Heavy quarkonium correlators at finite temperature: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. D,* 2010, **82**, 054008.

[22] Veliev E. V., Sundu H., Azizi K., Bayar M., Scalar quarkonia at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 2010, **82**, 056012.

[23] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Türkan A., Thermal QCD sum rules study of vector charmonium and bottomonium states, *Eur. Phys. J. A,* 2011, **47**, 110-118.

[24] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Aksit N., Investigation of heavy-heavy pseudoscalar mesons in thermal QCD Sum Rules, *J. Phys. G*, 2012, **39**, 015002.

[25] Dominguez C. A., Loewe M., Rojas J. C, Zhang Y., Charmonium in the vector channel at finite temperature from QCD sum rules, *Phys. Rev. D,* 2010, **81**, 014007.

[26] Marciano W. J., Precise determination of $|V_{us}|$ from lattice calculations of pseudoscalar decay constants, *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**, 231803.

[27] Beringer J. et al. (Particle Data Group), Review of particle physics, *Phys. Rev. D,* 2012, **86**, 010001.

[28] Rosner J. L. and Stone S., Leptonic decays of charged pseudoscalar mesons, http://arxiv.org/abs/1309.1924, (Ziyaret tarihi:26 Mayıs 2014).

[29] Dowdall R., Davies C., Lepage G. and McNeile C., V_{us} from π and K decay constants in full lattice QCD with physical u, d, s and c quarks, *Phys. Rev. D,* 2013, **88**, 074504.

[30] Bazavov A. et al. (MILC Collaboration), Leptonic decay-constant ratio f_{K^+}/f_{π^+} from lattice QCD with physical light quarks, *Phys. Rev. Lett.,* 2013, **110**, 172003.

[31] Towner I. S. and Hardy J. C., Superallowed $0^+ \to 0^+$ nuclear β decays: A new survey with precision tests of the conserved vector current hypothesis and the Standard model, *Phys. Rev. C*, 2009, **79**, 055502.

[32] Lee B., *Chiral dynamics*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1972.

[33] Machleidt R. and Entem D., Chiral effective field theory and nuclear forces, *Phys. Rept.*, 2011, **1**, 503.

[34] Farrar G. R. and Jackson D. R., The pion form factor, *Phys. Rev. Lett.*, 1979, **43**, 246.

[35] Lepage G. P. and Brodsky S. J., Exclusive processes in perturbative quantum chromodynamics, *Phys. Rev. D*, 1980, **22**, 2157.

[36] Alkofer R., Bender A. and Roberts C. D., Pion loop contribution to the electromagnetic pion charge radius, *Int. J. Mod.Phys. A*, 1995, **10**, 3319.

[37] Maris P. and Tandy P. C., The π, K^+ and K^0 elektromagnetic form factors, *Phys. Rev. C,* 2000, **62**, 055204.

[38] Chang L. et al., Imaging dynamical chiral symmetry breaking: pion wave function on the light front, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, **110**, 132001.

[39] Blin A., Hiller B. and Schaden M., Electromagnetic form factors in the Nambu-Jona-Lasino model, *Z. Phys. A*, 1988, **75**, 331.

[40] Bernard V. and Meissner U. G., Electromagnetic structure of the pion and kaon, *Phys. Rev. Lett.*, 1988, **61**, 2296.

[41] Nakamura K. et al. (Particle Data Group), Review of particle physics, *J. Phys. G,* 2010, **37**, 075021.

[42] Colangelo P., Khodjamirian A., QCD Sum Rules, a Modern Perspective, *In:at the frontier of particle physics*, Editor: Shifman M., World Scientific, Singapore, 1495-1576, 2001.

[43] Gökalp A., Yilmaz O., Coupling constnt $g_{\rho\sigma\gamma}$ as derived from QCD sum rule, *Phys. Rev. D,* 2001, **64**, 034012.

[44] Aliev T. M., Shifman M. A., Old tensor mesons in QCD sum rules, *Phys. Lett. B,* 1982, **112**, 401.

[45] Lee F. X., Moerschbacher S., Wilcox W., Magnetic moments of vector, axial and tensor mesons in lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 2008, **78**, 094502.

[46] Aliev T. M., Azizi K., Bashiry V., On the Mass and Decay Constant of $K_2^*(1430)$ Tensor Meson, *J. Phys. G*, 2010, **37**, 025001.

[47] Aliev T. M., Azizi K., Savcı M., Magnetic dipole moment of the light tensor mesons in light cone QCD sum rules, *J. Phys. G*: *Nucl. Part. Phys.,* 2010, **37**, 075008.

[48] Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics theoretical foundations, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 385-447.

[49] Azizi K., Türkan A., Veliev E. V., Sundu H., Thermal properties of light tensor mesons via QCD sum rules, http://arxiv.org/abs/1410.5237 (Ziyaret tarihi:20 Ekim 2014)

[50] Azizi K., Sundu H., Türkan A., Veliev E. V., Thermal properties of $D_2^*(2460)$ and $D_{s2}^*(2573)$ tensor mesons using QCD sum rules, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.,* 2014, **41**, 035003.

[51] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Türkan A., Thermal QCD sum rules study of vector charmonium and bottomonium states, *Eur. Phys. J. A,* 2011, **47**, 110-118.

[52] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Türkan A., Decay Constants of Heavy Vector Mesons at Finite Temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.,* 2012, **347,** 012034.

[53] Gell-Mann M., A schematic model of baryons and mesons, *Phys. Lett.,* 1964, **8**, 214-215.

[54] Politzer H. D., Reliable Perturbative Results For Strong Interactions, *Phy. Rev. Lett*, 1973, **30**, 1346-1349.

[55] Shifman M.A., Vainshtein A.I. and Zakharov V.I., QCD and resonance physics Applications, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 448.

[56] Ioffe B. L., Calculation of Baryon Masses in Quantum Chromodynamics, *Nucl. Phys. B*, 1981, **188**, 317-341.

[57] Bochkarev A. I. and Shaposhnikov M. E., The spectrum of hot hadronic matter and finite-temperature QCD sum rules, *Nucl. Phys. B*, 1986, **268**, 220.

[58] Azizi K., Properties of light and heavy baryons in lihgt cone QCD sum rules formalism, Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2009, 238702.

[59] Özpineci A., *Lectures given in "Lectures on QCD sum rules"*, Eylül 2009, Feza Gursey Enstitüsü.

[60] Kalashnikov O.K., QCD at Finite Temperature, *Fortsch. Phys.*, 1984, ***32,*** *10*, 525-583.

[61] Wilson K. G., Non-Lagrangian Models of Current Algebra, *Phys. Rev. D*, 1969, **179**, 1499-1512.

[62] Mallik S., Operator product expansion at finite temperature, *Phys. Lett. B*, 1998, **416**, 373-378.

[63] Eletsky V. L. and Ioffe B. L., Meson Masses in Nuclear Matter, *Phys. Rev. Lett.,* 1997, **78**, 1010.

[64] Das A., Finite Temperature Field Theory, *Cambridge University Press*, Cambridge, England,World Scientific, 1999.

[65] Gerber P., Leutwyler H., Hadrons below the chiral phase transition, *Nucl. Phys. B*, 1989, **321**, 387-429.

[66] Gasser J. and Leutwyler H., Light quarks at low temperatures, *Phys. Lett. B*, 1987, **184**, 83.

[67] Cheng M., et al., QCD equation of state with almost physical quark masses, *Phys. Rev. D*, 2008, **77**, 014511.

[68] Miller D. E., Lattice QCD Calculation for the Physical Equation of State, *Phys. Rept.*, 2007, **443**, 55-96.

[69] Morita K., Lee S. H., Heavy quarkonium correlators at finite temperature: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. D,* 2010, **82**, 054008.

[70] Kobes R. L. and Semenoff G. W., Discontinuities of Green Functions in Field Theory at Finite Temperature and Density, *Nucl. Phys. B,* 1985, **260**, 714-746.

[71] Sarkar S., Patra B. K., Menon V. J., Mallik S., Spectral representation at finite temperature, *Indian J. Phys*. A, 2002, **76**, 385-391.

[72] Bellac M. L., *Thermal field theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

[73] Wang Z. G., Liu Z. C., Zhang X. H., Analysis of the $Y(4140)$ and related molecular states with QCD sum rules, *Eur. Phys. J. C*, 2009, **64**, 373.

[74] Kaczmarek O., Karsch F., Zantow F., Petreczky P., Static quark-antiquark free energy and the running coupling at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 2004, **70**, 074505.

[75] Ebert D., Faustov R. N. and Galkin V. O., Mass spectra regge trajectories of light mesons in the relativistic quark model, *Phys. Rev. D*, 2009, **79**, 114029.

[76] R. M. Barnett et al., Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D*, 1996, **54**, 1.

[77] Volkov M. K., The pseudoscalar and vector excited mesons in the U(3)*U(3) chiral model, *Phys.Atom.Nucl.*, 1997, **60**, 1920-1929.

[78] Maris P., Tandy P. C., Bethe-Salpeter Study of Vector Meson Masses and Decay Constants, *Phys.Rev. C,* 1999, **60**, 055214.

[79] Jenkins E., Manohar A. V., Wise M. B., Chiral Perturbation Theory for Vector Mesons, *Phys.Rev.Lett.*, 1995, **75**, 2272-2275.

[80] Juraev O. M., Nasyrov T. Z., Ablakulov Kh., Kuranov B. N., The quark potential model for vector mesons and their decay constants, http://arxiv.org/abs/hep-ph/9810212 (Ziyaret tarihi: 13 Ağustos 2014).

[81] Ioffe B. L., QCD at low energies, *Prog. Part. Nucl. Phys.,* 2006, **56**, 232.

[82] Narison S., c,b quark masses and $f_{D_{(s)}}$, $f_{B_{(s)}}$ decay constants from pseudoscalar sum rules in full QCD to order α_s^2, *Phys. Lett. B*, 2001, **520**, 115; Open charm and beauty chiral multiplets in QCD, *Phys. Lett. B*, 2005, **605**, 319.

[83] Sundu H., Azizi K., Mass and decay constants of the $D_2^*(2460)$ tensor meson, *Eur. Phys. J. A*, 2012, **48**, 81.

[84] Aubert B. et al. (BaBar Collaboration), Measurement of the branching fractions of $\overline{B} \to D^{**}\ell^-\overline{\nu}_\ell$ decays in events tagged by a fully reconstructed B meson, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**, 261802.

[85] Aubert B. et al. (BaBar Collaboration), Measurement of semileptonic B decays into orbitally excited charmed mesons, *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **103**, 051803.

[86] Liventsev D. et al. (Belle Collaboration), Study of $B \to D^{**}\ell\nu$ with full reconstruction tagging, *Phys. Rev. D*, 2008, **77**, 091503.

[87] Apel W. D. et al. (Serpukhov-CERN Collaboration), Observation of a spin 4 neutral meson with 2 GeV mass decaying in pi0 pi0, *Phys. Lett. B*, 1975, **57**, 398.

[88] Longacre R. S. et. al., *Phys. Lett. B*, 1986, **177**, 223.

[89] Doser M. et al. (ASTERIX Collaboration), $\overline{P}P$ annihilation into $K^0\overline{K}^0$ in hydrogen gas, *Phys. Lett. B*, 1988, **215**, 792.

[90] Kubota Y. et al. (CLEO Collaboration), Observation of a new charmed strange meson, *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **72**, 1972.

[91] Avery P. et al. (CLEO Collaboration), Production and decay of $D_1(2420)^0$ and $D_2^*(2460)^0$, *Phys. Lett. B*, 1994, **331**, 236.

[92] Bergfeld T. et al. (CLEO Collaboration), Observation of $D_1^+(2420)$ and $D_2^{*+}(2460)$, *Phys.Lett. B*, 1994, **340**, 194.

[93] Ablikim M. et al. (BES Collaboration), Resonances in $J/\psi \to \varphi\pi^+\pi^-$ and φK^+K^-, *Phys. Lett. B*, 2005, **607**, 243.

[94] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), First obsevation of $\overline{B}_s^0 \to D_{s2}^{*+} X\mu^-\overline{\nu}$ decays, *Phys. Lett. B*, 2011, **698**, 14.

[95] Godfrey S., Properties of the charmed P-wave mesons, *Phys. Rev. D*, 2005, **72**, 054029.

[96] Azizi K., Sundu H., Süngü J. Y., Yinelek N., Properties of $D_{s2}^*(2573)$ charmed- strange tensor meson, *Phys. Rev. D*, 2013, **88**, 036005.

[97] Wang Z. G., Analysis of $\Upsilon(2175)$ as a tetraquark state with QCD sum rules, *Nucl. Phys. A*, 2007, **791**, 106.

[98] Wang Z. G., Yang W. M. and Wan S. L., Analysis the 0^{++} nonet mesons as four-quark states with the QCD sum rules, *J. Phys. G*, 2005, **31**, 971.

[99] Matsui T., Satz H., J/ψ suppression by quark-gluon plasma formation, *Phys. Lett. B*, 1986, **178**, 416.

[100] Kiselev V. V., Likhoded A. K., Pakhomova O. N., Saleev V. A., Leptonic constants of heavy quarkonia in potential approach of NRQCD, *Phys. Rev. D*, 2002, **65**, 034013.

[101] Lakhina O., Swanson E. S., Dynamic properties of charmonium, *Phys. Rev. D*, 2006, **74**, 014012.

[102] Reinders L. J., Rubinstein H., Yazaki S., Hadron properties from QCD sum rules, *Phys. Rep.*, 1985, **127**, 1-97.

[103] Kapusta J. I., *Finite Temperature Field Theory,* Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[104] Gross D. J., Wilczek F., Ultraviolet Behaviour of Non-Abelian Gauge Theories, *Phys. Rev. Lett.,* 1973, **30**, 1343-1346; Politzer H. D., Reliable Perturbative Results for Strong Inteactions, *Phys. Rev. Lett.,* 1973, **30**, 1346.

[105] Barnes T., Close F. E., Lipkin H. J., Implications of a DK molecule at 2.32 GeV, *Phys. Rev. D,* 2003, **68**, 054006.

KİŞİSEL YAYINLAR VE ESERLER

[1] Azizi K., Sundu H., **Türkan A.**, Veliev E. V., Thermal properties of $D_2^*(2460)$ and $D_{s2}^*(2573)$ tensor mesons using QCD sum rules, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 2014 , **41**, 035003.

[2] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., **Türkan A.**, Thermal QCD sum rules study of vector charmonium and bottomonium states, *Eur. Phys. J. A*, 2011, **47**, 110-118.

[3] Veliev E. V., Kaya G., **Türkan A.**, Yazıcı E., Improved Hilbert Moment Thermal QCD sum rules for meson and stability with respect to moment parameter, *Turk. J. Phys.*, DOI: 10.3906/fiz-1207-14.

[4] Azizi K., **Türkan A.**, Veliev E. V., Sundu H., Thermal properties of light tensor mesons via QCD sum rules, 2014, arXiv:1410.5237 [hep-ph].

[5] Azizi K., **Türkan A.**, Sundu H., Veliev E. V., Thermal behaviors of light unflavored tensor mesons in the framework of QCD sum rule, *J. Phys.: Conf. Ser.,* 2014, **562**, 012016.

[6] Azizi K., Sundu H., **Türkan A.**, Veliev E. V., Decay constants of the charmed tensor mesons at finite temperature, XIth Quark Confinement and the Hadron Spectrum, Saint-Petersburg State University, Russia, 8-12 September, 2014.

[7] Veliev E. V., **Türkan A.**, Akşit N., Improved sum rules for light mesons and thermal hadronic threshold, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **348**, 012015.

[8] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., **Türkan A.**, Decay Constants of Heavy Vector Mesons at Finite Temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.,* 2012, **347**, 012034.

[9] Veliev E. V., Kaya G., **Türkan A.**, Thermal Behaviors of the Heavy Strange Mesons, *Türk Fizik Derneği 28. Uluslararası Fizik Kongresi*, Bodrum, Türkiye, 6-9 Eylül 2011.

[10] Veliev E. V., Kaya G., **Tunçel A.**, The Contribution of Two-Loop Perturbative Correction to Heavy-Light Mesons Parameters at Finite Temperature, *Türk Fizik Derneği 26. Uluslararası Fizik Kongresi,* Bodrum, Türkiye, 24-27 Eylül 2009.

ÖZGEÇMİŞ

Arzu Türkan, 1984 yılında Yozgat Akdağmadeni'nde doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladıktan sonra 2001 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nde başladığı yüksek öğrenimini 2005 yılında tamamladı. Aynı yıl Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Fizik Öğretmenliği Tezsiz Yüksek Lisans Programı'nda başladığı lisansüstü öğrenimini 2007 yılında tamamladı. Akabinde Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda Tezli Yüksek Lisans öğrenimine başladı ve eğitimini 2010 yılında başarı ile tamamlayarak aynı yıl Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda Doktora öğrenimine başladı.