İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK KATLI YAPILARDA ÜNİFORM OLMAYAN BURULMA ETKİLERİNİN HESABI İÇİN BİR YÖNTEM

DOKTORA TEZİ

Tuncay AYDOĞUŞ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

EYLÜL 2014

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK KATLI YAPILARDA ÜNİFORM OLMAYAN BURULMA ETKİLERİNİN HESABI İÇİN BİR YÖNTEM

DOKTORA TEZİ

Tuncay AYDOĞUŞ
(501062009)

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Y. Alpay ÖZGEN

EYLÜL 2014

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün **501062009** numaralı Doktora Öğrencisi **Tuncay AYDOĞUŞ**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"ÇOK KATLI YAPILARDA ÜNİFORM OLMAYAN BURULMA ETKİLERİNİN HESABI İÇİN BİR YÖNTEM "** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Prof. Dr. Y. Alpay ÖZGEN** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Prof. Dr. Metin AYDOĞAN** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Doç. Dr. Canan GİRGİN Yıldız Teknik Üniversitesi	.....
	Prof. Dr. Gülay Altay Boğaziçi Üniversitesi	.....
	Prof. Dr. Güliz BAYRAMOĞLU İstanbul Teknik Üniversitesi	.....

Teslim Tarihi : **18 Temmuz 2014**
Savunma Tarihi : **10 Eylül 2014**

Eşime ve kızıma,

ÖNSÖZ

Doktora, yüksek lisans ve lisans süresince her türlü desteği sağlayan tez danışmanım Prof. Dr. Alpay ÖZGEN'e ve Doç. Dr. Güliz BAYRAMOĞLU'na, tez çalışması sürecinde değerli katkılarını esirgemeyen Prof. Dr. Metin AYDOĞAN'a ve Doç. Dr. Canan GİRGİN'e teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince yardımlarını esirgemeyen başta Dr. Ali Cihan PAY olmak üzere ENKA Teknik ailesine, CONSTEEL programı teminini sağlayan Caner AVCI'ya, ANSYS desteği için Ahmet DAĞ'a teşekkürü borç bilirim.

Her zaman maddi, manevi desteği ile hep yanımda olan sevgili fedakâr eşim Gül SERDAR AYDOĞUŞ'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Eylül, 2014

Tuncay AYDOĞUŞ
(İnşaat Yüksek Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ..... vii
İÇİNDEKİLER ix
SEMBOLLER xi
ÇİZELGE LİSTESİ xiii
ŞEKİL LİSTESİ xv
ÖZET xix
SUMMARY xxi
1. GİRİŞ.. 1
1.1 Tezin Amacı 1
1.2 Literatür Araştırması 2
2. ÇOK KATLI YÜKSEK YAPILARDA TAŞIYICI SİSTEMLER 7
2.1 Genel 7
2.2 Çok Katlı Yüksek Yapılarda Taşıyıcı Sistemlerin Sınıflandırılması 7
2.3 Çok Katlı Yüksek Yapı Taşıyıcı Sistemlerinin İrdelenmesi 12
2.3.1 Rijit çerçeveli sistemler 12
2.3.1.1 Rijit çerçeveli çelik sistemler 13
2.3.1.2 Rijit çerçeveli betonarme sistemler 14
2.3.2 Düşey çaprazlı, mafsallı çerçeve sistemler 14
2.3.3 Perde ve mafsallı çerçeve sistemler 15
2.3.4 Perde (ya da çelik çaprazlı) ve çerçeve etkileşimli sistemler 15
2.3.4.1 Çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli sistemler 15
2.3.4.2 Betonarme perde ve rijit çerçeve etkileşimli sistemler 18
2.3.4.2.1 Betonarme perde ve rijit çelik çerçeve etkileşimli sistemler 18
2.3.4.2.2 Betonarme perde ve betonarme çerçeve etkileşimli sistemler 18
2.3.5 Rijit katlı sistemler 19
2.3.6 Tüp sistemler 21
2.3.6.1 Cephe çerçeveli tüp sistemler 21
2.3.6.1.1 Cephe çerçeveli çelik tüp sistemler 21
2.3.6.1.2 Cephe çerçeveli betonarme tüp sistemler 23
2.3.6.2 Cephe çaprazlı tüp sistemler 24
2.3.6.2.1 Cephe çaprazlı çelik tüp sistemler 24
2.3.6.2.2 Cephe çaprazlı betonarme tüp sistemler 24
2.3.6.3 Tüp demeti sistemler 25
2.3.6.3.1 Çelik tüp demeti sistemler 25
2.3.6.3.2 Betonarme tüp demeti sistemler 26
2.3.6.4 Tüp içinde tüp sistemler 27
2.3.6.5 Diyagonal örgülü tüp sistemler 28
2.3.6.5.1 Diyagonal örgülü çelik tüp sistemler 28
2.3.6.5.2 Diyagonal örgülü betonarme tüp sistemler 28
2.3.7 Çelik uzay sistemler 29
2.3.8 Süper çerçeve sistemler 30

2.3.8.1 Çelik süper çerçeve sistemler 30
2.3.8.2 Betonarme süper çerçeve sistemler 30
2.3.9 Dış-iskelet sistemler 30
3. BURULMA 33
3.1 Burulma kavramı 33
3.2 Üniform Burulma 34
3.2.1 Genel 34
3.2.2 Dolu kesitler 37
3.2.3 İnce dikdörtgen kesitler 38
3.2.4 İnce cidarlı açık kesitler 39
3.2.5 İnce cidarlı kapalı kesitler 40
3.3 Üniform Olmayan Burulma 43
3.4 Üniform olmayan burulma diferansiyel denkleminin detaylı çözümü 44
3.4.1 Tekil burulma momenti etkisi durumu için çözüm 44
3.4.2 Üniform yayılı burulma momenti etkisi durumu için çözüm 47
3.5 Kesit Tesirleri 51
3.6 Sınır Ve Süreklilik Şartları 51
4. EĞİLME VE BURULMA ETKİSİNE MARUZ SİSTEMLER İÇİN MATEMATİKSEL İFADELER 53
4.1 Giriş 53
4.2 Üniform Yayılı Burulma Momenti Etkisindeki Basit Kiriş 53
4.3 Üniform Yayılı Burulma Momenti Etkisindeki Konsol Eleman 56
4.4 Konsol Ucundaki Tekil Burulma Momenti Etkisindeki Konsol Eleman 59
4.5 Açıklıktaki Tekil Burulma Momenti Etkisindeki Konsol Eleman 62
4.6 Farklı Konum Ve Büyüklüklerdeki Tekil Burulma Momentleri Etkisindeki Konsol Elemanlar İçin Önerilen Yöntem 66
4.7 Enkesiti Değişken Sistemlerin Taşıma Matrisi Yöntemi İle Çözümü 69
5. FARKLI MODELLER VE BİLGİSAYAR PROGRAMLARIYLA KARŞILAŞTIRMA 75
5.1 Taranath'ın Yapı Modeli Üzerinde Karşılaştırma 75
5.2 Smith Ve Coull'un Bağ Kirişsiz Yapı Modeli Üzerinde Karşılaştırma 84
5.3 Smith Ve Coull'un Bağ Kirişli Yapı Modeli Üzerinde Karşılaştırma 104
5.4 ANSYS Ve CONSTEEL Programları İle Karşılaştırma 111
6. SONUÇ 129
KAYNAKLAR 131
EKLER 137
ÖZGEÇMİŞ 147

SEMBOLLER

$\mathbf{A}$	**:** Enkesit alanı
$\mathbf{A_e}$	**:** Enkesit kapalı alanı
$\mathbf{b}$	**:** Eleman genişliği
$\mathbf{C}$	**:** Kesit ağırlık merkezi
$\mathbf{E}$	**:** Elastisite modülü
$\mathbf{e}$	**:** Ağırlık merkezi ile kayma merkezi arasındaki mesafe
$\mathbf{E.I_w}$	**:** Çarpılma rijitliği
$\mathbf{G}$	**:** Kayma modülü
$\mathbf{G.I_t}$	**:** Burulma rijitliği
$\mathbf{h_k}$	**:** Kat yüksekliği
$\mathbf{I_w}$	**:** Çarpılma mukavemeti
$\mathbf{I_t}$	**:** Burulma mukavemeti
$\mathbf{I_x}$, $\mathbf{I_y}$	**:** Kesit atalet momentleri
$\boldsymbol{\upsilon}$	**:** Poisson oranı
$\mathbf{n_s}$	**:** Kat adeti
$\mathbf{S_x}$, $\mathbf{S_y}$	**:** Kesit statik momentleri
$\mathbf{q}$	**:** Yayılı yük
$\mathbf{S}$	**:** Kesit kayma merkezi
$\mathbf{S_w}$	**:** Eleman birim çarpılmaları
$\mathbf{T_t}$	**:** St. Venant burulması momenti
$\mathbf{T_w}$	**:** Vlasov çarpılma burulması momenti
$\mathbf{T_{wm}}$	**:** Bimoment
$\mathbf{T_z}$	**:** Tekil burulma momenti
$\mathbf{t_z}$	**:** Uniform yayılı burulma momenti
$\mathbf{t}$	**:** Eleman et kalınlığı
$\mathbf{x_{gc}}$, $\mathbf{y_{gc}}$	**:** Ağırlık merkezinin konumu
$\mathbf{w_s}$	**:** Birim çarpılmalar
$\mathbf{z_i}$	**:** i. katın temel üstünden olan yüksekliği
$\boldsymbol{\phi}$	**:** Burulma dönmesi
$\boldsymbol{\phi'}$	**:** Birim dönme
$\mathbf{Q_i}$	: i. kata etkiyen tekil yatay kuvvet
$\boldsymbol{\phi_G}$	**:** Diferansiyel denklemin genel çözümü
$\boldsymbol{\phi_H}$	**:** Diferansiyel denklemin homojen çözümü
$\boldsymbol{\phi_P}$	**:** Diferansiyel denklemin özel çözümü
$\boldsymbol{\sigma_w}$	**:** Çarpılma nedeniyle meydana gelen normal gerilmeler
$\boldsymbol{\sigma_b}$	**:** Eğilme nedeniyle meydana gelen normal gerilmeler
$\boldsymbol{\tau_b}$	**:** Eğilme nedeniyle meydana gelen kayma gerilmeleri
$\boldsymbol{\tau_t}$	**:** Burulma nedeniyle meydana gelen kayma gerilmeleri
$\boldsymbol{\tau_w}$	**:** Çarpılma nedeniyle meydana gelen kayma gerilmeleri

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Harici taşıyıcı sistemler (yatay taşıyıcı sistemler cephelerde).. 9
Çizelge 2.2 : Dahili taşıyıcı sistemler (yatay taşıyıcı sistemler binaların içinde)..... 10
Çizelge A.1 : MATHCAD'de hazırlanan programa ait akış şeması.... 138

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : F. Khan'a göre betonarme yüksek yapıların sınıflandırılması. 8
Şekil 2.2 : F. Khan'a göre çelik yüksek yapıların sınıflandırılması. 8
Şekil 2.3 : Dahili taşıyıcı sistemler [39]. 11
Şekil 2.4 : Harici taşıyıcı sistemler [39]. 12
Şekil 2.5 : Yatay yükler altında rijit çerçeveli yapıların davranışı [40]..... 13
Şekil 2.6 : Home Insurance (Chicago) [42], Business Men's Assurance Tower [43] , Ignalls Building (Ohio) [44] binaları..... 13
Şekil 2.7 : Düşey çaprazlar ile yatay yüklerin aktarılması [40]..... 14
Şekil 2.8 : Düşey çaprazlar ile düşey yüklerin aktarılması [40]. 14
Şekil 2.9 : 77 West Wacker Drive (Chicago) [46] ve Casselden Place (Melbourne) binaları [47]..... 15
Şekil 2.10 : Çelik çaprazlı çerçeveli sisteme ait kat planı örneği [40]. 16
Şekil 2.11 : Eğilme, kayma, eğilme + kayma yerdeğiştirme şekilleri [40]. 16
Şekil 2.12 : Empire State ve Seagram Building binaları (New York) [49]. 17
Şekil 2.13 : The Torre Mayor (Mexico) binasında çapraz [51] ve sönümleyici uygulaması [52]..... 17
Şekil 2.14 : 311 South Wacker binası [53] ve Cook Country idare binası (Chicago) [54]..... 18
Şekil 2.15 : Rijit katlı sistem uygulamaları [40]..... 19
Şekil 2.16 : Jin Mao binası (Shanghai) [55] ve The AT & T binası (New York) [56]..... 20
Şekil 2.17 : Taipei 101 binası 10. kat ve 32. kat planları [40]..... 20
Şekil 2.18 : Taipei 101 binası (Taipei) düşey kesiti ve fotoğrafı [58]..... 21
Şekil 2.19 : Tipik cephe çerçeveli tüp sistem kat planı [40]..... 21
Şekil 2.20 : Petronas Twin Towers (Kuala Lumpur) binası üç boyutlu modeli ve tipik kat planı [60]..... 22
Şekil 2.21 : Örnek mimari kat planı, kafes kirişlerin yerleşimi ve perspektif görünüşü [40]..... 22
Şekil 2.22 : Çelik çerçeveli kirişli sistemlerde yatay yük akışı. 23
Şekil 2.23 : Komşu iki aksın davranışına bağlı tüm sistemin davranışı [40]. 23
Şekil 2.24 : AON Center [61] ve Water Tower Place [62] binaları (Chicago). 24
Şekil 2.25 : John Hancock [63] ve Onterie Center [64] binaları (Chicago). 25
Şekil 2.26 : Sears Tower binası (Chicago) [65]..... 25
Şekil 2.27 : Sears Tower binası (Chicago) basitleştirilmiş sistem teşkili şeması [66]..... 26
Şekil 2.28 : Burj Khalifa binası (Dubai) tipik kat planı çizimi ve analiz modeli görüntüsü [70]..... 27
Şekil 2.29 : Burj Khalifa binası inşaat aşaması ve bugünkü durumu [67]. 27
Şekil 2.30 : Hearst Tower binası (New York) dış [73] ve iç görünümü [74]. 28
Şekil 2.31 : O-14 binası (Dubai) dış, iç ve inşaat fotoğrafları [75]. 29

Şekil 2.32 : Bank of China Tower (Hong Kong) binası geometrisinin modüler gösterimi [76]..... 29
Şekil 2.33 : Bank of ChinaTower (Hong Kong) [78] ve Parque Central Complex ikiz yapıları (Caracas) [79]..... 30
Şekil 2.34 : CCTV Headquarters binası (Pekin) [81]. 31
Şekil 2.35 : Hotel de las Artes binası (Barselona) [82]. 31
Şekil 3.1 : Burulma geometrisi. 33
Şekil 3.2 : Üniform burulma durumu, sabit burulma momenti ve çarpılmaya karşı serbest uçlar..... 33
Şekil 3.3 : Üniform olmayan burulma durumu, değişken burulma momenti. 34
Şekil 3.4 : Üniform olmayan burulma durumu, çarpılmaya karşı tutulu uç. 34
Şekil 3.5 : Burulma sonucu oluşan çarpılma şekil değiştirmeleri [84]. 35
Şekil 3.6 : Enine yüklü membran [84]. 35
Şekil 3.7 : Kayma gerilmelerinin dağılımı [84]. 36
Şekil 3.8 : Çarpılma şekil değiştirmeleri [84]. 36
Şekil 3.9 : Kayma gerilmesi dağılımı [84]. 38
Şekil 3.10 : Açık kesit [84]. 39
Şekil 3.11 : Açık kesit [84]. 40
Şekil 3.12 : Açık kesitte çarpılma burulması [84]. 41
Şekil 3.13 : Kapalı kesitte kesitte üniform burulma [84]. 41
Şekil 3.14 : Burulma kaynaklı çarpılma yerdeğiştirmeleri [84]. 42
Şekil 3.15 : Kayma kaynaklı çarpılma yerdeğiştirmeleri [84]. 42
Şekil 3.16 : Dikkate alınan gerilmeler, [10]..... 44
Şekil 3.17 : Çatal mesnet örnekleri. 52
Şekil 4.1 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki basit kiriş. 53
Şekil 4.2 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki basit kirişte burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 55
Şekil 4.3 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki basit kirişte eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 56
Şekil 4.4 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki konsol eleman. 56
Şekil 4.5 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki konsol elemanda burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 58
Şekil 4.6 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki konsol elemanda eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 59
Şekil 4.7 : Konsol ucundaki tekil burulma momenti etkisindeki konsol kiriş. 59
Şekil 4.8 : Konsol ucundaki tekil burulma momenti etkisindeki elemanda burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 60
Şekil 4.9 : Konsol ucundaki tekil burulma momenti etkisindeki elemanda eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 61
Şekil 4.10 : Açıklıktaki tekil burulma momenti etkisindeki konsol kiriş. 62
Şekil 4.11 : Açıklıktaki tekil burulma momenti etkisindeki konsol elemanda burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 64
Şekil 4.12 : Açıklıktaki tekil yük etkisindeki konsol elemanda eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı..... 65
Şekil 4.13 : Farklı konum ve büyüklükteki tekil burulma momentleri etkisindeki konsol eleman..... 66
Şekil 4.14 : Enkesiti değişken çubuk eleman ve düğüm noktası numaraları..... 69
Şekil 4.15 : Yükleme durumu 70
Şekil 5.1 : Tipik kat planı..... 75
Şekil 5.2 : Taranath'ın yayılı yük kabulü ve önerilen tekil yük yükleme durumları.. 76

Şekil 5.3 : Burulma dönmelerinin karşılaştırılması. 83
Şekil 5.4 : Bimomentlerin karşılaştırılması. 83
Şekil 5.5 : Enkesitin birim çarpılma diyagramı. 84
Şekil 5.6 : Çarpılma normal gerilmelerinin σw karşılaştırılması. 84
Şekil 5.7 : Smith ve Coull'un yayılı yük kabulü ve önerilen tekil yük yükleme 85
durumları. 85
Şekil 5.8 : Smith ve Coull'un bağ kirişsiz yapı modeli tipik kat planı. 85
Şekil 5.9 : MATHCAD programından alınan enkesit çizimi. 86
Şekil 5.10 : MATHCAD programından alınan ağırlık ve kayma merkezlerini gösteren enkesit çizimi..... 91
Şekil 5.11 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan normal σw gerilmelerinin dağılımı. 94
Şekil 5.12 : Tabanda çarpılma nedeniyle τw oluşan kayma gerilmesi dağılımı ve yönleri..... 95
Şekil 5.13 : Tabanda burulma nedeniyle oluşan τt kayma gerilmesi dağılımı ve yönü..... 96
Şekil 5.14 : Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σb normal gerilmelerinin dağılımı. . 97
Şekil 5.15 : Tabanda çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan normal gerilmeler ile bileşke normal gerilme dağılımları..... 98
Şekil 5.16 : Eğilme nedeniyle oluşan τb kayma gerilmesi dağılımı hesabı için tanımlanan parçalar..... 98
Şekil 5.17 : Eğilme nedeniyle oluşan τb kayma gerilmeleri dağılımı..... 99
Şekil 5.18 : Burulma dönmesi açılarının karşılaştırılması..... 100
Şekil 5.19 : MATHCAD'den elde edilen birim çarpılma diyagramı..... 101
Şekil 5.20 : Bimomentlerin karşılaştırılması. 101
Şekil 5.21 : Çarpılma normal gerilmelerinin (σw) karşılaştırılması. 102
Şekil 5.22 : Eğilme normal gerilmelerinin (σb) karşılaştırılması. 103
Şekil 5.23 : Çarpılma / eğilme normal gerilmlesi oranları σw/σb 103
Şekil 5.24 : Smith ve Coull'un bağ kirişli yapı modeli tipik kat planı..... 104
Şekil 5.25 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σw normal gerilmelerinin dağılımı. 107
Şekil 5.26 : Burulma dönmesi açılarının karşılaştırılması..... 108
Şekil 5.27 : Bimomentlerin karşılaştırılması. 109
Şekil 5.28 : σw çarpılma normal gerilmelerinin karşılaştırılması. 109
Şekil 5.29 : Çarpılma / eğilme normal gerilmesi oranları σw/σb..... 110
Şekil 5.30 : Bağ kirişli ve bağ kirişsiz durumlarda bimomentlerin karşılaştırılması. 110
Şekil 5.31 : Bağ kirişli ve bağ kirişsiz durumlarda σw çarpılma normal gerilmelerinin karşılaştırılması..... 111
Şekil 5.32 : Eleman enkesiti ve yükleme durumu. 113
Şekil 5.33 : MATHCAD programından alınan enkesit çizimi. 114
Şekil 5.34 : MATHCAD programından alınan ağırlık (mavi nokta) ve kayma (siyah nokta) merkezlerini gösteren enkesit çizimi..... 116
Şekil 5.35 : CONSTEEL'den elde edilen bimoment grafiği..... 118
Şekil 5.36 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σw normal gerilmelerinin dağılımı. 119
Şekil 5.37 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan kayma gerilmesi dağılımı ve yönü. 120
Şekil 5.38 : Tabanda burulma nedeniyle oluşan τt kayma gerilmesi dağılımı ve yönü..... 120

Şekil 5.39 : CONSTEEL'den elde edilen V, M diyagramı. 121
Şekil 5.40 : Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σb normal gerilmelerinin dağılımı. 122
Şekil 5.41 : Tabanda çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan normal gerilmeler ile bileşke normal gerilme dağılımları..... 123
Şekil 5.42 : Eğilme nedeniyle oluşan τb kayma gerilmesi dağılımı..... 124
Şekil 5.43 : CONSTEEL yükleme ve şekil değiştirme görüntüleri. 125
Şekil 5.44 : ANSYS modelinde şekil değiştirme görüntüsü..... 125
Şekil 5.45 : MATHCAD'den elde edilen birim çarpılma diyagramı. 126
Şekil 5.46 : Bimomentlerin karşılaştırılması. 126
Şekil 5.47 : σw çarpılma normal gerilmelerinin karşılaştırılması. 127
Şekil 5.48 : ANSYS normal gerilme dağılımı 128
Şekil 5.49 : σw çarpılma + σb eğilme normal gerilmelerinin karşılaştırılması..... 128
Şekil B.1: Statik sistem ve çubuk enkesit tanımlamaları..... 140
Şekil B.2: Enkesit çizimi 141
Şekil B.3: Kayma ve ağırlık merkezi konumu..... 145
Şekil B.4: Birim çarpılma diyagramı..... 145

ÇOK KATLI YAPILARDA ÜNİFORM OLMAYAN BURULMA ETKİLERİNİN HESABI İÇİN BİR YÖNTEM

ÖZET

Bu çalışmada, yüksek yapılarda yatay yükler etkisinde oluşan Vlasov uniform olmayan burulması nedeniyle taşıyıcı yapı elemanlarında meydana gelen tesirlerin belirlenmesi için bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemde, mevcut yöntemlerde yapılan yapıya yüksekliği boyunca uniform yayılı bir yatay yük etkimesi kabulü yerine, daha gerçekçi olan kat seviyelerinde farklı büyüklüklere sahip yatay yüklerin etkimesi kabulü yapılmıştır. Önerilen yöntemde, herhangi bir enkesitin kesit özelliklerinin hesaplandığı ve birim çapılma diyagramının çizildiği bir algoritma hazırlanmış ve bu algoritma MATHCAD programında yazılarak zaman alıcı diferansiyel denklem çözümlerine gerek kalmadan kısa sürede sonuçların elde edilmesi sağlanmıştır. Yöntem Taranath, Smith ve Coull'un çalışmaları ile karşılaştırılmış, yöntemin hassaslığını tespit için konsol bir kiriş ele alınarak ANSYS ve CONSTEEL analiz programlarıyla karşılaştırma yapılmıştır.

Çalışmanın birinci bölümünde, konu hakkında tanıtıcı bilgiler verilerek amacı anlatılmıştır. Ayrıca, çalışma konusu ile ilgili olarak günümüze kadar yapılmış olan çalışmaların literatür araştırmaları kısaca açıklanmıştır.

İkinci bölümde, çok katlı yüksek yapılarda kullanılan taşıyıcı sistemler hakkında özet bilgiler verilmiştir. Çok katlı taşıyıcı sistemlerin sınıflandırılmasının eskiden ve günümüzde nasıl yapıldığı, sınıflandırmada hangi ölçütlerin dikkate alındığı açıklanmıştır. Ayrıca, dünyada uygulaması yapılmış farklı yüksek bina taşıyıcı sistemleri için yapı örnekleri resimlerle desteklenerek verilmiştir.

Üçüncü bölümde, burulma kavramı detaylı olarak anlatılarak çalışmanın teorik altyapısı oluşturulmuştur. Burulma tipleri ve farklı kesitlerdeki etkisi incelenmiştir. Ayrıca, uniform olmayan burulma durumu için genel diferansiyel denklemlerin elde edilişi, diferansiyel denklemlerin çözümünün yapılabilmesi için bilinmesi gereken genel sınır ve süreklilik şartları detaylı olarak verilerek, uniform yayılı yüklere maruz taşıyıcı sistemler ve tekil yüklere maruz taşıyıcı sistemler için diferansiyel denklem çözümleri yapılmıştır.

Dördüncü bölümde, enkesiti değişken olmayan taşıyıcı sistemlerde farklı yükleme durumları altında oluşan burulma dönmesi, bimoment, St. Venant burulması momenti, Vlasov burulması momenti, eğilme momenti, kesme kuvveti, eğilme dönmesi ve eğilme yerdeğiştirmelerin elde edilebilmesi için gerekli matematiksel ifadeler detaylı olarak verilmiş ve her birinin taşıyıcı sistem üzerindeki dağılımı grafiklerle gösterilmiştir. Bu bölümde öncelikle uniform yayılı yüke ve dolayısıyla uniform yayılı burulma momentine maruz enkesiti sabit bir basit kirişe ait çözümler verilmiştir. Devamında yine uniform yayılı yüke ve dolayısıyla uniform yayılı burulma momentine maruz enkesiti sabit bir konsol elemana ait çözümler verilmiştir. Bu şekilde bir yüklemeye maruz konsol eleman, yüksek yapılarda şimdiye kadar genel olarak kabul edilmiş bir sistemdir. Beşinci bölümde işlenen Taranath, Smith ve

Coull yapı modelleri bu tipte bir sistemi kullanmışlardır. Gerçekte yüksek yapılara etkiyen yüklerin değişken konumda ve büyüklükte olduğu kabulüne dayanarak konsol eleman üzerine rastgele konum ve büyüklüklerde tekil yükler ve dolayısıyla tekil burulma momentleri etkitilmiştir. Bunun için aşama aşama çözümler verilmiştir. Öncelikle, ucunda tekil yüke ve dolayısıyla tekil burulma momentine maruz bir konsol eleman ele alınmıştır. Devamında konsol elemanın ucundaki tekil yükün konumu değiştirilerek açıklıkta rastgele bir konuma getirilmiş ve bu duruma ait çözümler sunulmuştur. Son olarak; tekil yüklerin konumlarının ve büyüklüklerinin gerçekteki gibi değişken olması ele alınarak, konsol eleman üzerine rastgele konum ve büyüklüklerde tekil yükler ve dolayısıyla tekil burulma momentleri etkitilmiştir. Bu duruma ait burulma dönmesi, bimoment, St. Venant burulması momenti, Vlasov burulması momenti, eğilme momenti, kesme kuvveti, eğilme dönmesi ve yerdeğiştirmelerinin elde edilebilmesi için gerekli matematiksel ifadelerin tamamı detaylı olarak verilmiş ve her birinin taşıyıcı sistem üzerindeki dağılımı grafiklerle gösterilmiştir. Bu sayede yüksek yapılarda yapı yüksekliğince eşit ve yayılı olarak etkiyen ve gerçeğe daha uzak olan bir kabul yerine gerçeğe daha yakın ve uluslararası standartlardaki yük kabulleriyle daha uyumlu olan her kata farklı büyüklükte yatay yük etkimesi durumları için bir yöntem sunulmuştur.

Beşinci bölümde; çok katlı yapılarda uniform olmayan burulma nedeniyle oluşan tesirlerin belirlenmesi için sunulan yöntem öncelikle 55 m yüksekliğindeki Taranath yapı modeline uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Taranath'ın bulduğu sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Devamında önerilen yöntem 70 m yüksekliğindeki Smith ve Coull'un sırasıyla bağ kirişsiz ve bağ kirişli yapı modellerine ayrı ayrı uygulanmıştır. Önerilen yöntem kullanılarak her iki bağ kirişsiz ve bağ kirişli modelden elde edilen sonuçlar Smith ve Coull'un bulduğu sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar aynı grafik üzerinde gösterilerek farklılığın daha görsel biçimde anlatılması sağlanmıştır. Aynı bölümde bağ kirişsiz ve bağ kirişli iki model kendi aralarında da kıyaslanarak, bağ kirişinin bulunmasının burulma nedeniyle oluşan çarpılma değerleri üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Bu bölümde son olarak, önerilen yöntemi esas alan MATHCAD programında hazırlanan algoritma anlatılmıştır. Hazırlanan algoritmanın hassaslığı ANSYS ve CONSTEEL analiz programları kullanılarak belirlenmiştir. Önerilen yönteme göre MATHCAD'de hazırlanan programın verdiği sonuçlar ilgili analiz programlarının verdiği sonuçlarla karşılaştırıldığında, aradaki farkın çok az olduğu gösterilmiştir.

Yapılan çalışmanın sonucunda elde edilen sonuçlar değerlendirilerek sonuç bölümünde kısaca özetlenmiştir.

A METHOD TO DETERMINE THE EFFECTS OF NONUNIFORM TORSION ON MULTISTORY BUILDINGS

SUMMARY

In this paper, a method is presented to determine the effects of Vlasov nonuniform torsion caused by horizontal loads on structural systems of tall buildings. In this method, a realistic assumption is made that the variable horizontal loads act at each story level instead of a uniform lateral load along the height of building.

For the presented method, an algorithm is prepared in software MATHCAD in which the cross-sectional characteristics are calculated and the sectorial coordinate diagram is plotted. The results can be obtained in a short time, hence it is not needed to solve the time consuming differential equations.

The method is compared with the studies of Taranath and Smith & Coull, and is also compared with the software's ANSYS and CONSTEEL by modeling as a cantilever beam to check the accuracy of the algorithm.

In the first chapter, general description and the aim of the subject study is presented. In addition, the major literature related to the subject is also explained and addressed in detail.

In the second chapter, structural systems of tall buildings are briefly explained. Since the classification of the structural systems of tall buildings changed during time, the history of this change and classification criteria are also presented. Finally, the classified structural systems are summarized and presented with the images of the buildings.

In the third chapter; the basics of the torsion theory is explained in detail, which makes the basis for the method developed and proposed during the study. Torsion types, differences between these torsion types, general form of differential equations, and the boundary conditions of the systems are given. Moreover; differential equations are solved and presented for two specific cases; the torsion occurred under uniformly distributed loads and the torsion occurred under point loads.

Differential equations are solved with the following assumptions;

- The material is elastic, isotropic, and obeys Hooke's Law
- The beam is straight before loading and there is no local buckling or other deformation of the cross section
- The longitudinal stress and in-plane shear stress in an element of the beam are the only significant stresses.
- The loads are conservative, i.e. they act in their original direction and position throughout the loading
- The deformations are sufficiently small that the usual assumption about curvature can be made

In the fourth chapter, mathematical functions such as the torsional rotation, bimoment, St. Venant torsion moment, Vlasov torsion moment, bending moment, bending rotation, shear force and bending deflection are derived and presented for five systems in which their member sections are constant along the system. The analyzed systems are summarized below;

- Simply supported beam with uniformly distributed load
- Cantilever member with uniformly distributed load
- Cantilever member with single point load at free end
- Cantilever member with single point load along the member
- Cantilever member with multiple varying point loads along the member

The last method, cantilever member with multiple varying point loads along the member, is proposed as an enhanced alternative for the effect of non-uniform torsion on the analysis of the tall buildings.

In the fifth chapter, the proposed method is compared with the models available in the literature and verified with two analysis softwares namely ANSYS and CONSTEEL.

First, Taranath's 55 m height and 15-story reinforced concrete building model is solved with the proposed method and the results are compared with Taranath's solution under uniformly distributed load assumption. It is found that the difference of the warping normal stresses calculated by the proposed method and Taranath's method is approximately 10 %.

Second, Smith and Coull's 70 m height with 20-story reinforced concrete building models are solved with the proposed method and the results are compared with Smith and Coull's solution under two system types, tube with connecting beam and tube without connecting beam. In addition, to be able to reflect the effect of beams on the warping of the tube, these two models are compared and results are presented with the proposed model. It is found that the warping normal stresses of the model with connecting beam are calculated approximately the half of the warping normal stresses of the model without connecting beam.

In the final part of the chapter, the accuracy of the proposed method is checked with two analysis softwares ANSYS and CONSTEEL.

In order to compare the results, 10 m cantilever steel beam is modeled and analyzed with both the proposed method and the analysis softwares. The loads, which vary along the height, are applied to the beam on 1 m intervals. The calculated bimoment values are found to be within 0.1% of CONSTEEL and proposed method. The warping normal stresses calculated using proposed method is 1.5% smaller than the results obtained from CONSTEEL. Therefore, the proposed method provides valuable and thorough analysis results.

Finally, evaluation of the numerical results is summarized in the sixth chapter in detail.

As a summary, there is a significant increase in the construction of the high-rise structures all around the world including Turkey. Most of the commercially available analysis and design softwares do not consider the effect of non-uniform torsion on the structures. Therefore, as shown in the subject study, the effect of non-uniform torsion on these structures can be taken into account by using the proposed method along with the program presented in MATHCAD.

For future research, the author believes that the MATHCAD program developed in the subject study with the proposed method can be enhanced by including the effect of varying cross section of the members along the height as well as calculated specific earthquake loading.

1. GİRİŞ

İnsanoğlu antik çağlardan beri sosyal konumlarından dolayı herkese görülebilir olmak için yüksek yapılara ilgi duymuştur. Yüksek yapıları yapanlar toplum içinde büyük saygı görmüşler ve onların yapıları efsanelerin konuları olmuştur. Bu yapılardan bazıları dünyanın yedi harikası olarak adlandırılmıştır. Dünyanın yedi harikası olarak isimlendirilen yapılar, Efes'teki Artemis Tapınağı, İskenderiye Feneri, Halikarnas Mozolesi, Babil'in Asma Bahçeleri, Rodos Heykeli, Zeus Heykeli ve Mısır'daki Keops Piramiti'dir.

Günümüzde dünyada kullanımı oldukça yaygınlaşan çok katlı yüksek yapılar statik, mimari, işletme, ekonomi ve görsellik açılarından değişik şekillerde tasarlanmakta ve uygulanmaktadır.

Yapı mühendisliğinde yüksek yapı kavramı, rüzgar ve deprem yüklerinin başlıca etken yanal yük olduğu taşıyıcı sistemlerdir. Yüksekliklerinin oldukça fazla olması nedeniyle normal yükseklikteki taşıyıcı sistemlere oranla gerek yapım, gerekse de statik hesap yöntemi büyük önem arz etmektedir.

Normal yükseklikteki yapılarda etkili olmayabilen yerdeğiştirmeler, titreşimler ve stabilite bozuklukları yüksek yapılarda göz ardı edilemeyecek mertebelerde olabilmektedir.

1.1 Tezin Amacı

Literatürde yüksek yapılar ile ilgili olarak genel olarak üniform yayılı yatay yüklerden oluşan burulma ve bu burulmadan meydana gelen çarpılma etkileri incelenmiştir. Yapılarda, üniform yayılı yatay yük etkisinden oluşan üniform yayılı burulma momentlerinin açık enkesitlerde meydana getirdiği kesit tesirlerini veren yaklaşımlar farklı kaynaklarda yer almaktadır.

Gerçekte ve uluslararası yapı standartlarında yükler, mevcut üniform yayılı yük varsayımıyla uyuşmamakta, yapı yüksekliğince eşit ve yayılı olarak etkimemektedir. Örneğin yüksek yapılarda yapı yüksekliğince cephelere etkiyen rüzgar yükü, cephe düşey taşıyıcı elemanları tarafından ana taşıyıcı sisteme kat seviyelerinden tekil olarak etkimektedir. Ayrıca uluslararası ya da ulusal standart ve yönetmeliklere göre deprem yükü her katta farklı büyüklükte etkimektedir.

Bu çalışmada, yüksek yapılarda yatay yükler etkisinde oluşan, Vlasov üniform olmayan burulması nedeniyle taşıyıcı yapı elemanlarda oluşan tesirlerin belirlenmesi için bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemde, mevcut yöntemlerde yapılan yapıya yüksekliği boyunca üniform yayılı yatay yük etkimesi kabulü yerine, daha gerçekçi olan kat seviyelerinde farklı büyüklüklere sahip yatay yüklerin etkimesi kabulü yapılmıştır.

1.2 Literatür Araştırması

Yüksek yapılardaki burulma problemini incelemek için öncelikle burulma kavramı ile ilgili yapılmış olan çalışmalar incelenmiştir.

Yapı mekaniğinde burulma kavramı, belki de en az bilinen ya da en az anlaşılan konulardan biridir. Burulma kavramı yaklaşık onsekizinci yüzyılın başından itibaren bilim adamları tarafından incelenmektedir.

Burulma ile ilgili ilk çalışmalar Fransız fizikçi Charles Augustin de Coulomb (1736–1806) tarafından yapılmıştır. Coulomb'un (1736–1806) teorisine göre burulmaya maruz dairesel kesitli çubuklarda, şekil değiştirme sonrası enkesitin düzlem kaldığı ve çarpılma şekil değiştirmesi olmadan kendi ekseni etrafında döndüğü kabul edilir. Enkesitin herhangi bir noktasında kayma gerilmesi kesit yarıçapına diktir ve burulma sabiti kesitin polar atalet momentine eşittir [1].

Louis Henri Navier (1785–1836) enkesiti dairesel olmayan prizmatik çubuklarda, burulma altında en büyük kayma gerilmelerinin kesit ağırlık merkezinden en uzak noktalarda meydana geldiğini göstermiştir [2].

1855'de burulma teorisinin ilkeleri Adhemar Jean-Claude Barre de Saint-Venant (1797–1886) tarafından açıklanmıştır. St. Venant, burulmaya maruz prizmatik bir çubuğun kesit düzleminin değişmeyeceğini belirtmiştir. St. Venant'ın teorisi "üniform burulma" olarak isimlendirilmektedir [3].

1930’larda Vlasov tarafından üniform olmayan burulma kavramını içeren burulma teorisi geliştirilmiştir [4]. Hoogenboom ve Borgart'a [5] göre bu teori “çarpılma burulması” ya da “üniform olmayan burulma” olarak isimlendirilmektedir.

1944'de von Karman ile Christensen kapalı kesitler için bir teori geliştirmişlerdir [6].

1954'de ise Benscoter kapalı kesitler için daha hassas bir teoriyi geliştirmiştir [7].

Son 10 yılda üniform olmayan burulmaya ilave olarak lineer olmayan elastik üniform olmayan burulma kavramı ile ilgili çalışmalar yapılmaya başlanmıştır, bu konuda 2005 yılında Trahair [8] detaylı bir çalışma yayınlamıştır.

Burulma etkisindeki elemanlarda oluşan tesirlerin dağılımını içeren diferansiyel denklemlerle ilgili günümüze kadar pek çok farklı çalışma yapılmıştır. Özellikle Galambos'un [9] vermiş olduğu diferansiyel denklemler yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca farklı statik sistemler için Murray [10] tarafından da diferansiyel denklemler verilmiştir. AISC’de çelik yapılarda karşılaşılabilecek bazı durumlar için burulma ifadeleri yer almaktadır [11].

Üniform olmayan burulmaya maruz açık kesitlerde oluşan gerilmelerin dağılımı Galambos [9], Murray [10], Smith ve Coull [12], Taranath [13], Saade, Espion ve Warzee [14] tarafından incelenmiş ve dağılıma ilişkin çözümler üretilmiştir.

Hem St. Venant burulması, hem de Vlasov çarpılma burulması etkisindeki sürekli sistemlerde çarpılma momentinin dağılımı için iteratif bir çalışma Medwadowski [15] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada burulma momentlerine maruz sürekli bir kren kirişi ele alınmış, bilinen moment dağılımı yöntemine benzer bir yöntem önerilmiştir.

Son yüzyılda, özellikle Amerika'da, yüksek yapı yapımına hız verilmesi sonucunda yüksek yapılar ile ilgili çalışmalara da ağırlık verilmiştir. Son çeyrek yüzyılda ise burulma etkisinin çok katlı yüksek yapılardaki etkileri incelenmeye başlanmıştır.

Çok katlı yüksek yapılardaki burulma problemi ile ilgili ilk kapsamlı çalışma Smith ve Coull [12] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada yatay yük taşıyıcı sistemleri çekirdekten oluşan yüksek yapılar ele alınmıştır. Çalışmada, üniform yayılı yatay yüklerden oluşan burulmadan meydana gelen çarpılmanın tespiti ve bu çarpılma nedeniyle çekirdekte oluşan sekonder gerilmelerin tayini için yöntemler sunulmuştur.

Coull [16] burulmaya maruz yüksek yapıların çekirdeklerinde oluşan çarpılma gerilmelerinin temel deformasyonundan nasıl etkilendiğine ilişkin yaklaşık bir yöntem tanımlamıştır. Çalışmada çekirdeğin çökmelerin düşey yüklerle orantılı olarak meydana geldiği bir elastik temel üzerine oturduğu kabul edilmiştir.

Vasquez ve Riddell [17] çok katlı yapılardaki çekirdek elemanları ince cidarlı elemanlar olarak ele almışlar, ince cidarlı açık kesitlerde çarpılma nedeniyle oluşan şekil değiştirme etkisini de içeren bir rijitlik matrisi önermişlerdir.

Jolissaint ve Chen [18] rijit çerçevelerin üniform ve üniform olmayan çarpılma burulmalarını incelemişler, burulma dönmesinin fonksiyonu için bir diferansiyel denklem önermişlerdir.

İnce cidarlı çekirdeklerden oluşan bina çerçevelerinin lineer olmayan inelastik analizine ilişkin bir çalışma Shanmugam, Liew ve Chen [19] tarafından yayınlanmıştır. Bu çalışmada ince cidarlı çekirdeklerden oluşan taşıyıcı sistemlerin ikinci mertebe elasto-plastik analizi hem stabilite, hem de plastisite kavramlarını kapsayacak şekilde ele alınmıştır.

Parv ve Nicoreac [20] merkezi çekirdek sistemli yüksek yapıların global analizi için eşdeğer kolon teorisini esas alan yaklaşık bir yöntem sunmuşlardır. Yapının geometrik ve rijitlik özelliklerinin bilinmesi durumunda eşdeğer kolon teorisi uygulanarak yapıda oluşan yerdeğiştirmelerin, dönmelerin, kritik yükün, kesme kuvvetlerinin, eğilme ve burulma momentlerinin bulunabileceğini belirtmişlerdir. Yaklaşık yöntem kullanılarak elde edilen sonuçlar sonlu elemanlar yöntemini kullanan Autodesk Robot Structural Analysis ve ANSYS programından elde edilen sonuçlarla kıyaslanarak önerilen yöntemin hassaslığını belirlemeye çalışmışlardır.

Mohri, Damil ve Ferry [21] aşırı burulmaya maruz açık kesitli ince cidarlı kirişlerin davranışını incelemişlerdir. Burulma açısının büyüklüğü ile ilgili herhangi bir kabul yapmadan elastik davranış durumu için denge denklemleri türetmişlerdir. Bu model aynı çerçevede üç boyutlu, iki düğüm noktalı ve düğüm noktasında yedi serbestlikli kirişlere uygulanabilecek bir sonlu eleman formülasyonuna genişletilmiştir. Önerilen yöntemin asimetrik kesite sahip kirişlerin lineer olmayan davranışının ve dallanma burkulmasının tahmininde etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Farklı yükseklikteki yüksek perde duvarlı yapılarda yanal yük etkilerini inceleyen Carpinteri, Corrado, Lacidogna ve Commarano [22] bir tane üç boyutlu formülasyon

önermişlerdir. Çalışmada yöntem açık ince cidarlı enkesite sahip çaprazların her türlü kombinasyonunu kapsayacak şekilde genişletilmiştir. Yöntem Timoschenko-Vlasov çarpılma diyagramı teorisini esas almıştır.

Carpinteri, Lacidogna ve Puzzi [23], [22]'de önerilen formülasyonu esas alarak döşemelerin kendi düzlemlerinde şekil değiştirmedikleri kabülüyle üç boyutlu yapıların yatay yük dağılımına ilişkin bir yöntem önermişlerdir. Önerdikleri yöntem büyük basitleştirmeler yapmadan yapıyı oluşturan karmaşık kesitli elemanların burulma rijitliklerinide dikkate alarak güncel çapraz tiplerini de içeren yüksek yapıların analizine imkan vermektedir.

Carpinteri, Lacidogna ve Cammarano [24], [23]'da önerilen yüksek yapılardaki yerdeğiştirmeleri ve yük dağılımlarını belirleyen yöntemi İtalya Turin'deki 39 katlı ve 166 m yüksekliğindeki Intesa Sanpaolo Tower yapısının modeline uygulayarak yöntemin doğruluğunu ve verimliliğini değerlendirmişlerdir. Elde ettikleri sonuçları yapının sonlu elemanlar kullanılarak elde edilen analiz sonuçlarıyla kıyaslamışlardır. Sonlu elemanlar modeli yaklaşık 10.000 serbestlik derecesini dikkate almasına rağmen önerilen yöntemle her kat için 3 adet olmak üzere toplam 117 adet serbestlik derecesi kullanılarak sonlu elemanlar ile yaklaşık aynı sonuçları elde etmişlerdir.

St. Venant ve çarpılma burulmasına maruz açık kesitler için bir sonlu eleman formülasyonu Mohareb ve Nowzartash [25] tarafından gösterilmiştir. Bu formülün çelik yapılarda yaygın olarak kullanılan ince cidarlı prizmatik açık kesitlere uygulanabildiğini belirtmişlerdir.

Prokic [26] açık ya da kapalı kesitli ince cidarlı kirişlerin geometrik özelliklerinin belirlenmesi için bir bilgisayar programı önermiştir.

Tekli ya da çoklu bağlantılı kesiti rastgele değişen çubukların üniform olmayan burulmaları için Sapountzakis ile Mokos [27] bir sınırlı eleman yöntemi geliştirmişlerdir. Geliştirilen yöntem eleman boyunca değişken burulma ve çarpılma rijitliklerini dikkate almaktadır.

Brown ve Burgoyne [28] öncelikle eleman boyunca değişken burulmaya maruz iki simetri eksenli elastik prizmatik bir elemanın lineer davranışını incelemişlerdir. Devamında asimetrik kesite sahip elemanların üniform olmayan elastik burulma ve eğilmeleri ile ilgili çalışma yapmışlardır. Brown ve Burgoyne ikinci çalışmalarında ilk çalışmalarından farklı olarak eğilme etkisini de dikkate almışlardır [29].

Fatmi [30] izotropik elastik malzemeden yapılmış homojen kesitler için üniform olmayan çarpılmayı içeren bir kiriş teorisi geliştirmişlerdir. Üniform olmayan çarpılma burulma ve kesme kuvveti etkisini içermektedir Araştırmacı bu çalışmanın devamında, farklı bir çalışmada, teorisini analitik ve sayısal uygulamalarla desteklemiştir [31].

Betonarme ince cidarlı kesitlerin optimum boyutlandırılması için bir algoritma sunan Al-Mosawi ve Saka [32], ribbeli C kesit üzerinde çalışmışlardır. Burada Vlasov çarpılma burulmasını da dikkate alacak şekilde hazırlanan optimizasyon algoritmasının lineer olmayan problemlerin çözümünde etkili olduğu gösterilmiştir.

Scott, Farnsworth, Jackson ve Clark [33] yüksek yapılarda karmaşık geometrinin yapıya olan etkilerini incelemişlerdir. Çalışmada çekirdeklerin burulma etkisinden en az seviyede etkilenmeleri için yapılabilecekler hakkında önerilerde bulunmuşlardır.

Hoenderkamp ve Smith [34] burulmaya maruz çok katlı yüksek yapılarda oluşan tesirlerin basit şekilde bulunabilmesi için yaklaşık bir yöntem sunmuşlardır. Çalışma önerilen bir yüksek yapının ön tasarımının hızlı biçimde yapılabilmesi için her bir elemanda oluşan tesirlerin çabuk bulunmasına olanak sağlamayı hedeflemiştir.

Hoenderkamp [35] yatay yüklere maruz çok katlı çekirdekli asimetrik yapı sistemlerinin burulma etkilerini de dikkate alacak şekilde analizi için basitleştirilmiş bir yöntem geliştirmiştir.

Cheung [36] çok katlı yüksek yapıların statik ve dinamik yükler altında burulma davranışının bulunmasına için gerekli olan dışmerkezlik kavramı ile ilgili çalışma sunmuştur.

Sarvghad-Moghadam [37] çok katlı asimetrik yapıların deprem yükleri etkisinde burulma davranışı ile ilgili çalışmalar yapmışlardır.

2. ÇOK KATLI YÜKSEK YAPILARDA TAŞIYICI SİSTEMLER

2.1 Genel

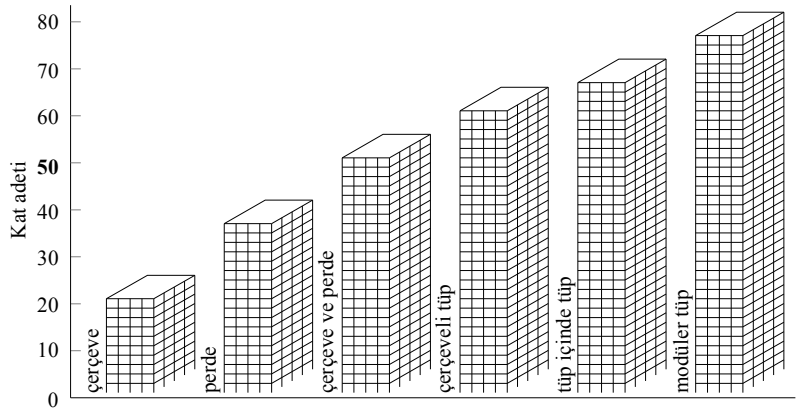
Yüksek yapılarda deprem ve rüzgar yükleri en az düşey yükler kadar etkili olmaktadır. Yapısal olmayan elemanların ve cephe kaplama elemanlarında kullanılan malzemelerin gevrek nitelikte olabilmesi sebebiyle, bu malzemelerin zarar görmesinin engellenmesi ve binanın kullanılabilirliğinin korunması bakımından yapıların yatay yerdeğiştirmelerine değişik standartlar ve bilim adamları tarafından birbirinden farklı değerlerde olsa bile sınırlamalar getirilmesi önerilmiştir. Söz konusu yatay yüklerin düşey yüklerle beraber zemine güvenli bir biçimde aktarılması için taşıyıcı sistemlerin doğru biçimde seçilmesi, tasarlanması ve boyutlandırılması gerekmektedir.

Günümüze kadar yüksek yapılarda değişik tipte taşıyıcı sistemler uygulanmıştır. Bu yapılar yapısal taşıyıcı elemanlarında kullanılan malzemeler açısından üç ana grupta incelenebilir: Betonarme yapılar, çelik yapılar ve karma yapılar.

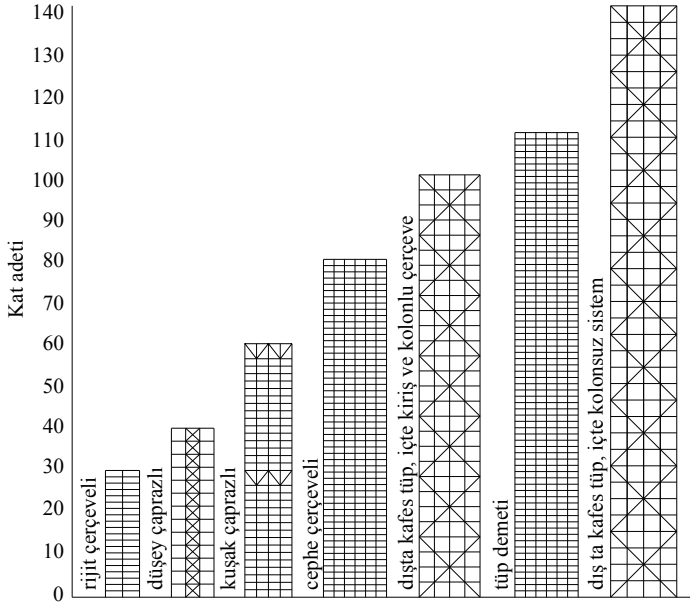
2.2 Çok Katlı Yüksek Yapılarda Taşıyıcı Sistemlerin Sınıflandırılması

Yüksek yapılardaki taşıyıcı sistemler farklı ölçütlere göre sınıflandırılmaktadır. Bu ölçütler taşıyıcı sistem malzemesi ve yükseklik olabilmektedir.

Yüksekliğe göre taşıyıcı sistemlerin sınıflandırılması tüp sistemleri geliştiren Fazlur Khan tarafından yapılmıştır. [38]. Khan'a göre yüksek yapıların taşıyıcı sistemlerine göre sınıflandırılması betonarme yapılar için Şekil 2.1'de, çelik yapılar için ise Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2.1 : F. Khan'a göre betonarme yüksek yapıların sınıflandırılması.



Şekil 2.2 : F. Khan'a göre çelik yüksek yapıların sınıflandırılması.

Günümüzün sistemleri ile, Khan'ın yaptığı sınıflandırmalardan farklı sınıflandırmalar gündeme getirilmiştir. Ali ve Moon [39] taşıyıcı sistemleri, yatay yük taşıyıcı sistemlerin bina içindeki dağılımına göre sınıflandırmıştır.

Taşıyıcı sistemler dahili yapılar ve harici yapılar olarak iki ayrılmıştır. Dahili yapılar olarak sınıflandırılan sistemlerde yatay yük taşıyıcı sistemler binanın iç kısmında yoğunlaşmıştır. Benzer şekilde yatay taşıyıcı sistemlerin yapı çevresinde yoğunlaştığı sistemler de harici sistemler olarak nitelendirilmiştir. Bu sınıflandırmada karıştırılmaması gereken husus mesela harici sistem olarak sınıflandırılan bir yapıda yapı geneline göre daha az sayıda olan yatay taşıyıcı sistemler yapının iç bölgesinde yer alabilir. Tam tersi durumda da, yani dahili sistem olarak nitelendirilen sistemlerde sayıları daha az olan yatay taşıyıcı sistemler yapı çevresinde olabilir.

Çizelge 2.1'de harici sistemlere, Çizelge 2.2'de ise dahili sistemlere ait sınıflandırma verilmiştir.

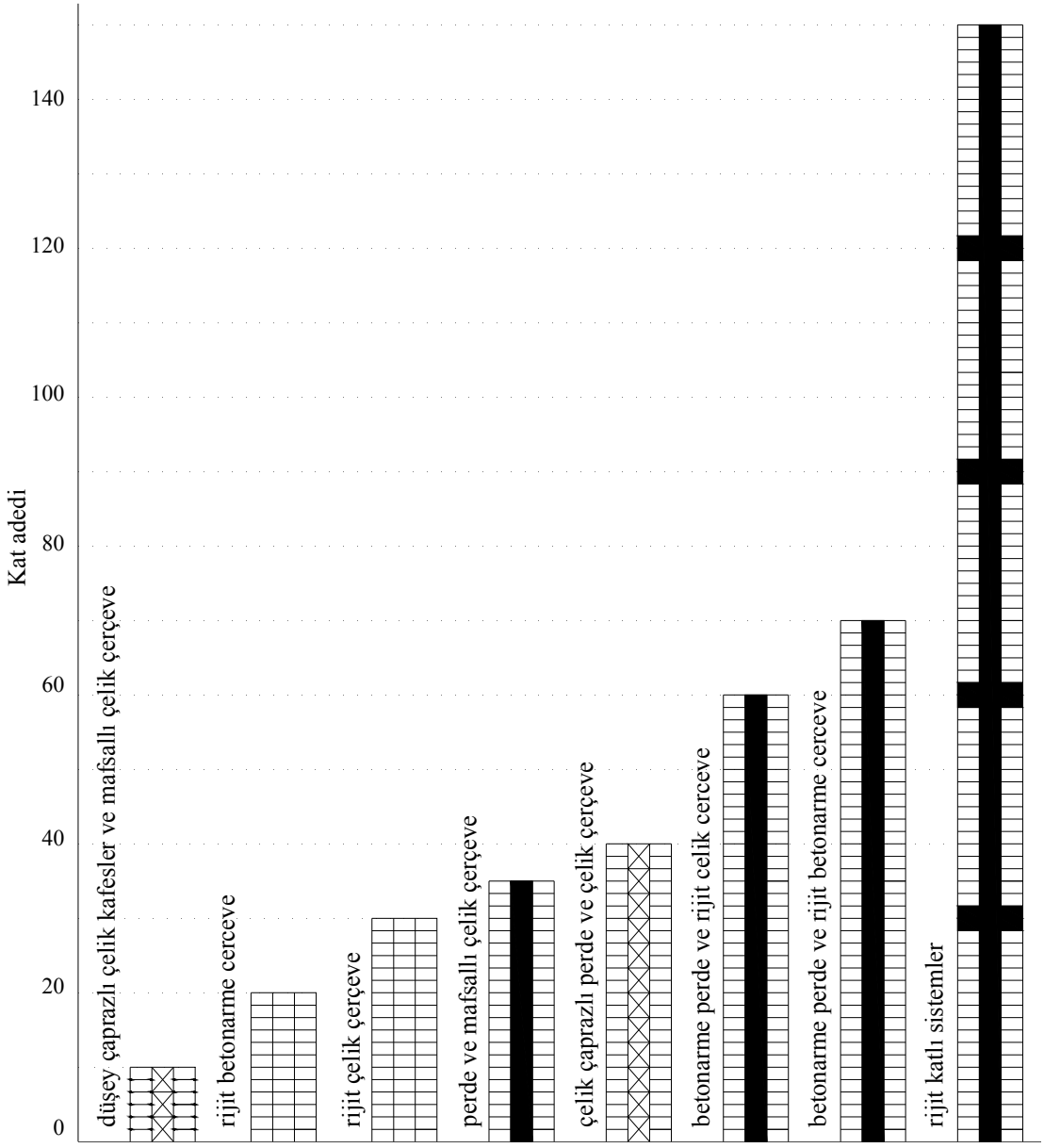
Çizelge 2.1 : Harici taşıyıcı sistemler (yatay taşıyıcı sistemler cephelerde) [39].

Sınıf	**Alt sınıf**	**Malzeme / biçim**	**Ekonomik kat adedi**	**Bina örnekleri**
Tüp sistemler	cephe çerçeveli tüp sistemler	çelik	80	AON Center
		betonarme	60	Water Tower Place
	cephe çerçeveli çaprazlı tüp sistemler	çelik	100 (iç kolonlu) 150 (iç kolonsuz)	John Hancock Center
		betonarme	100	Onterie Center, 780 Third Avenue
	tüp demeti sistemler	çelik	110	Sears Tower
		betonarme	110	Carnegie Hall Tower
	tüp içinde tüp sistemler	cepheler tüp (çelik ya da betonarme) ve içeride tüp (çelik ya da betonarme)	80	181 West Madison Street
	diyagonal örgülü tüp sistemler	çelik	100	Hearst Binası, 30 St Mary Axe
		betonarme	60	O-14
çelik uzay sistemler	-	çelik	150	Bank of China
süper çerçeve sistemler	-	çelik	160	Chicago World Trade Center
		betonarme	100	Parque Central Tower
dış-iskelet sistemler	-	çelik	100	Hotel de las Artes

Çizelge 2.2 : Dahili taşıyıcı sistemler (yatay taşıyıcı sistemler binaların içinde) [39].

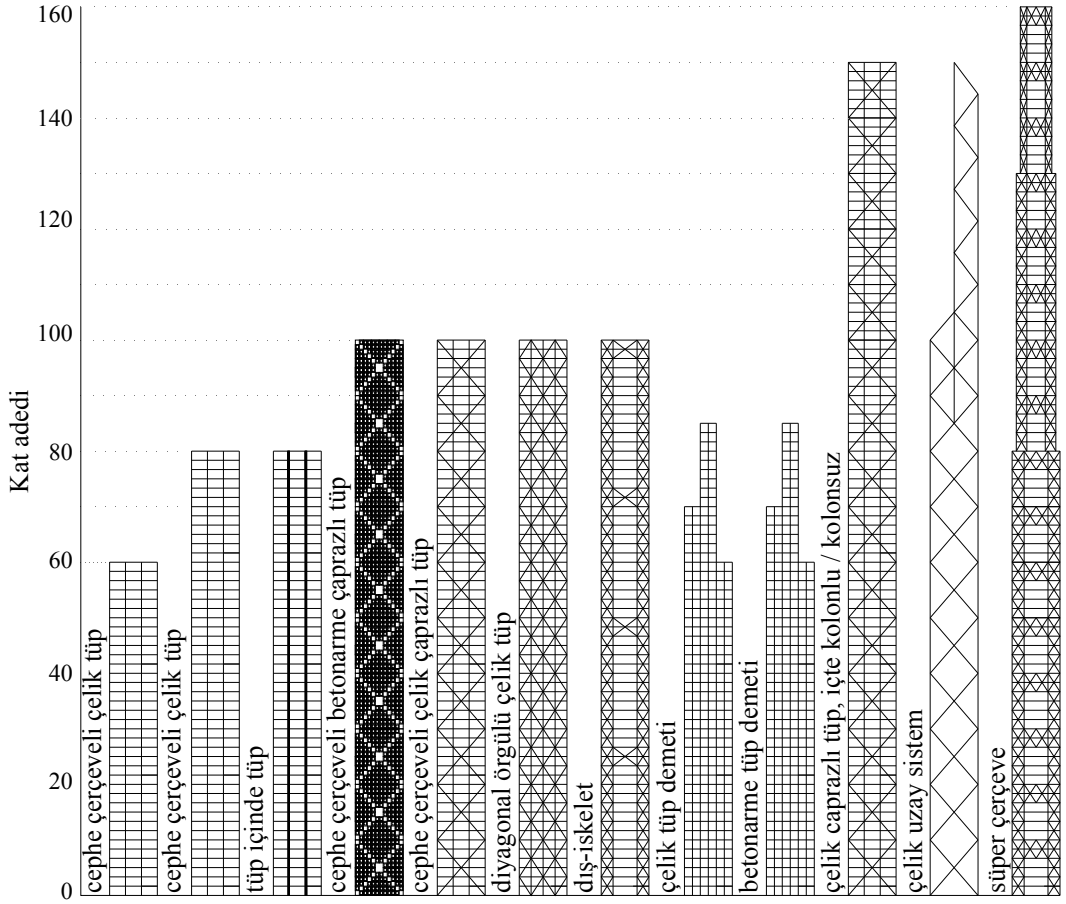
Sınıf	Alt sınıf	Malzeme / tip	Ekonomik kat adedi	Bina örnekleri
rijit çerçeveli sistemler	-	çelik	30	Business Men's Assurance Tower, Seagram Building, 30. kat ve yukarısı
		beton	20	Ignalls Building
düşey çaprazlı, mafsallı çerçeve sistemler	-	düşey çaprazlı çelik kafesler ve mafsallı çelik çerçeveler	10	alçak katlı binalar
perde ve mafsallı çerçeve sistemler	-	perde ve mafsallı çelik çerçeve	35	77 West Wacker Drive, Casselden Place
Perde (yada çelik çapraz) ve çerçeve etkileşimli sistemler	çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve	çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve	40	Empire State, Seagram Building (17 ile 29. katlar arası)
	betonarme perde ve rijit çerçeve	betonarme perde ve rijit çelik çerçeve	60	Seagram Building, 17. kata kadar
		betonarme perde ve betonarme çerçeve	70	311 South Wacker Drive, Cook County idare binası
Rijit katlı sistemler	-	kafes sistem çekirdek, yatay çıkan taşıyıcılar ve dış kolonlar	150	Taipei 101, Jin Mao

Şekil 2.3'te yüksek yapıların dahili taşıyıcı sistemlerinin sınıflandırılması resimlerle verilmiştir.



Şekil 2.3 : Dahili taşıyıcı sistemler [39].

Şekil 2.4'te yüksek yapıların harici taşıyıcı sistemlerinin sınıflandırılması resimlerle verilmiştir.



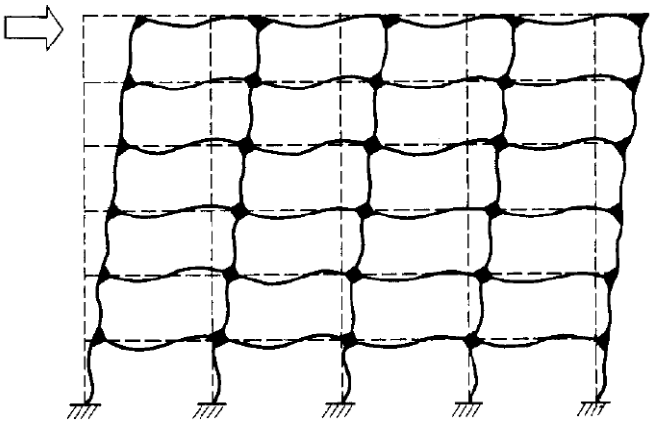
Şekil 2.4 : Harici taşıyıcı sistemler [39].

2.3 Çok Katlı Yüksek Yapı Taşıyıcı Sistemlerinin İrdelenmesi

2.3.1 Rijit çerçeveli sistemler

Rijit çerçeveli yapı sistemi genel olarak yapılarda belki de en yaygın kullanılan taşıyıcı sistemdir. Birbirlerine yeterli rijitlikteki birleşimlerle bağlanmış kolon ve kirişlerden oluşan bu tip sistemlerde yatay yükler kolonlar tarafından zemine aktarılmaktadır. Şekil 2.5'te rijit çerçeveli yapıların yatay yükler altında davranışı gösterilmiştir.

Rijit çerçeveli yapılarda düğüm noktalarının istenen rijitliği sağlayacak şekilde tasarlanmış ve uygulanmış olması önemli bir husustur.

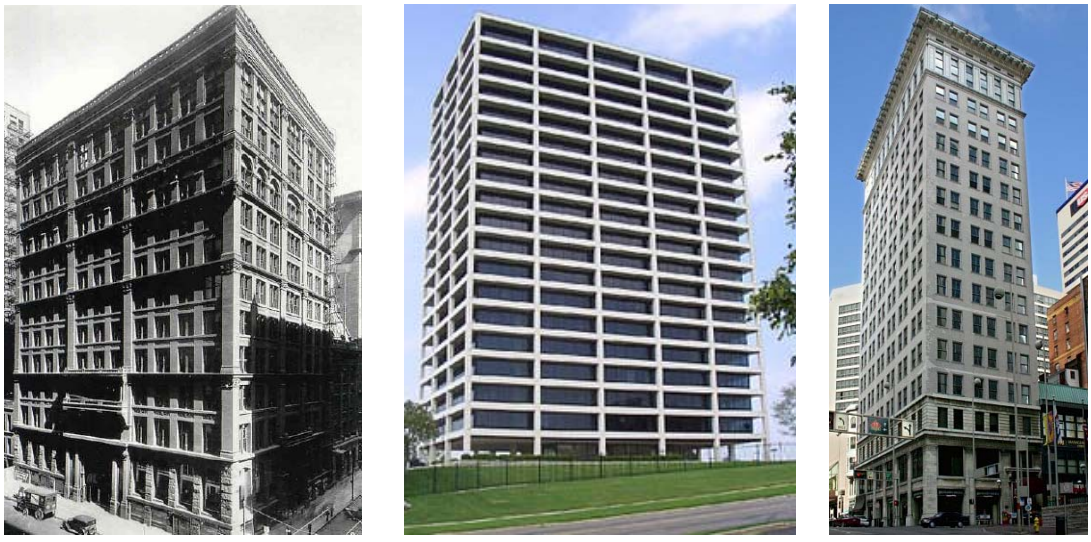


Şekil 2.5 : Yatay yükler altında rijit çerçeveli yapıların davranışı [40].

2.3.1.1 Rijit çerçeveli çelik sistemler

Rijit çerçeveli çelik taşıyıcı sistemlerin isimlendirilmesi son zamanlarda moment aktaran çelik sistemler olarak görülmektedir. Bunun nedeni yanal yükler altında bu tip taşıyıcı sistemlerin düşey çaprazlı çerçeveli sistemlere oranla daha fazla deformasyona izin vermesidir [41].

Şekil 2.6'da rijit çerçeveli iki çelik yapı örneği verilmiştir. Bunlardan birincisi 1885'de Chicago kentinde yapılmış ve çeliğin çok katlı yapılarda ilk kullanıldığı, aynı zamanda rijit çerçeveli bir yapı olan Home Insurance binasıdır. Diğeri ise 1961'de yapılan 19 katlı Business Men's Assurance (BMA) Tower binasıdır.



Şekil 2.6 : Home Insurance (Chicago) [42], Business Men's Assurance Tower [43], Ignalls Building (Ohio) [44] binaları.

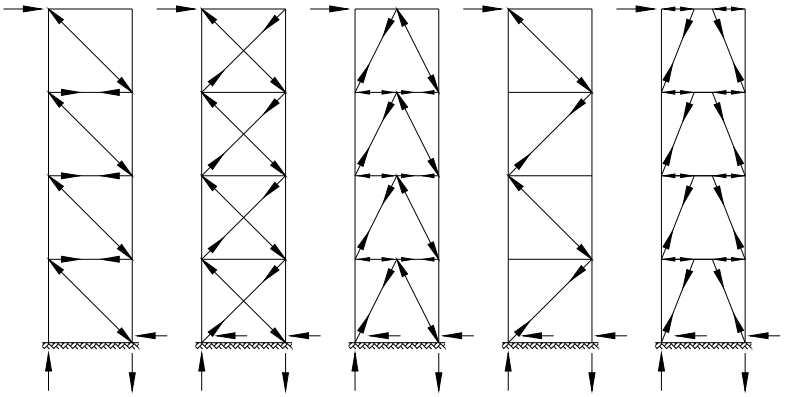
2.3.1.2 Rijit çerçeveli betonarme sistemler

Şekil 2.6'da rijit çerçeveli betonarme yapı olan Ignalls Building yapısının fotoğrafı verilmiştir. Bu yapı 1903 yılında Ohio Cicinnati'de inşa edilen dünyanın ilk betonarme gökdelenidir [45]. Yapı toplam 15 katlı olup günümüzde hala kullanılmaktadır [44].

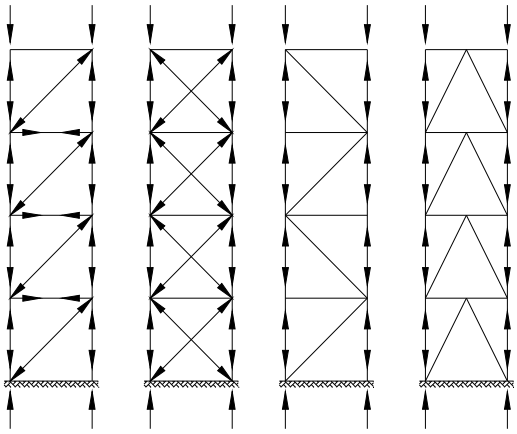
2.3.2 Düşey çaprazlı, mafsallı çerçeve sistemler

Düşey çaprazlı çelik kafesler ile mafsallı çelik çerçevelerin birlikte kullanılması ile elde edilen sistem yaklaşık 10 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Bu tip yapı sisteminde çaprazlar sebebiyle rijit çerçeveli sistemlere oranla yüksekliği daha az kirişler kullanılabilmektedir. Bu sistemlerde çapraz birleşimleri pek ekonomik olmayabilir. Yapı iç mekanlarının tasarımı çaprazlar nedeniyle kısıtlanabilmektedir.

Düşey çaprazlar değişik şekillerde teşkil edilmektedir. Farklı tip düşey çaprazlarla yatay yükün zemine aktarılışı Şekil 2.7'de, düşey yükün aktarılışı ise Şekil 2.8'de gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : Düşey çaprazlar ile yatay yüklerin aktarılması [40].



Şekil 2.8 : Düşey çaprazlar ile düşey yüklerin aktarılması [40].

2.3.3 Perde ve mafsallı çerçeve sistemler

Betonarme perdeler ile mafsallı çelik çerçevelerin birlikte kullanıldığı taşıyıcı sistemdir. Yatay yükler betonarme perdeler tarafından taşınır. Yaklaşık 35 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Yapı iç mekanlarının tasarımı perdeler nedeniyle kısıtlanabilmektedir.



Şekil 2.9 : 77 West Wacker Drive (Chicago) [46] ve Casselden Place (Melbourne) binaları [47].

Şekil 2.9'da bu tip bir taşıyıcı sisteme sahip olan, 77 West Wacker Drive binası olarak da bilinen United Building binası ile Casselden Place binasına ait fotoğraflar verilmiştir. Chicago'da yapımı 1992'de tamamlanan ve 51 katlı ofis binası olarak tasarlanan 77 West Wacker Drive binası 204 m yüksekliğe sahiptir [46]. Melbourne'da 1992 yılında 43 katlı olarak inşa edilen Casselden Place binası 166 m yüksekliğe sahiptir [48].

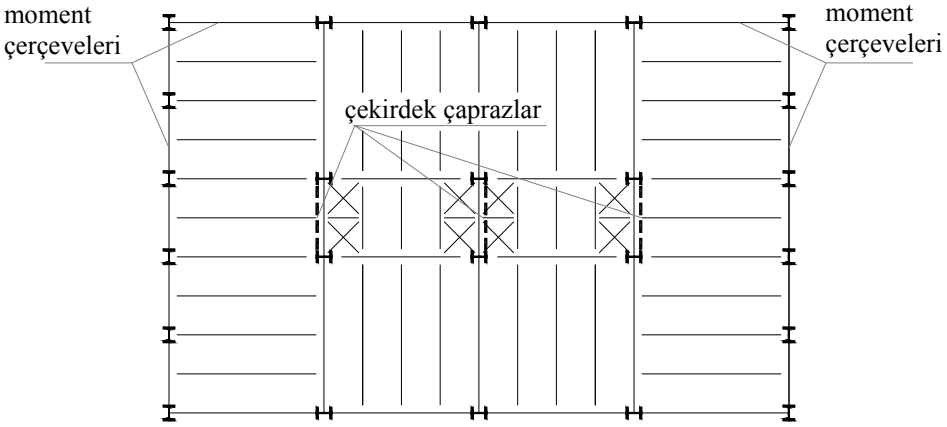
2.3.4 Perde (ya da çelik çaprazlı) ve çerçeve etkileşimli sistemler

2.3.4.1 Çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli sistemler

Rijit çerçeveli yapı sistemleri büyük yatay yerdeğiştirmeler sebebiyle fazla katlı yapılamamaktadır. Genelde yaklaşık 30 kat civarında yapılabilen rijit çerçeveli yapılar deprem bölgelerinde ancak 20 kat civarında yapılabilmektedir. Yatay yerdeğiştirmeleri azaltarak daha yüksek yapılar yapabilmek için çaprazlı çerçeve sistemler kullanılmaktadır.

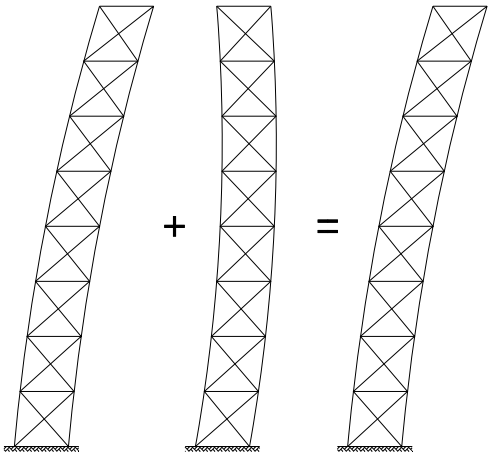
Bu tip çelik taşıyıcı sistemler çapraz ve çerçeve etkileşimi ile yanal yükleri taşımaktadırlar. Yaklaşık 40 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].

Çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli sisteme ait örnek bir kat planı Şekil 2.10'da verilmiştir.



Şekil 2.10 : Çelik çaprazlı çerçeveli sisteme ait kat planı örneği [40].

Çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli sistemlerde düşey yükler çerçeveler, yatay yükler ise düşey çaprazlarla zemine aktarılmaktadır. Şekil 2.11'de çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli sistemlerin yatay yükler altında davranışı gösterilmiştir.



Şekil 2.11 : Eğilme, kayma, eğilme + kayma yerdeğiştirme şekilleri [40].

Çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli sistemlere 1932'de New York'ta inşa edilen Empire State binası ile 1958'de yine New York'ta inşa edilen Seagram Building binası örnek gösterilebilir.

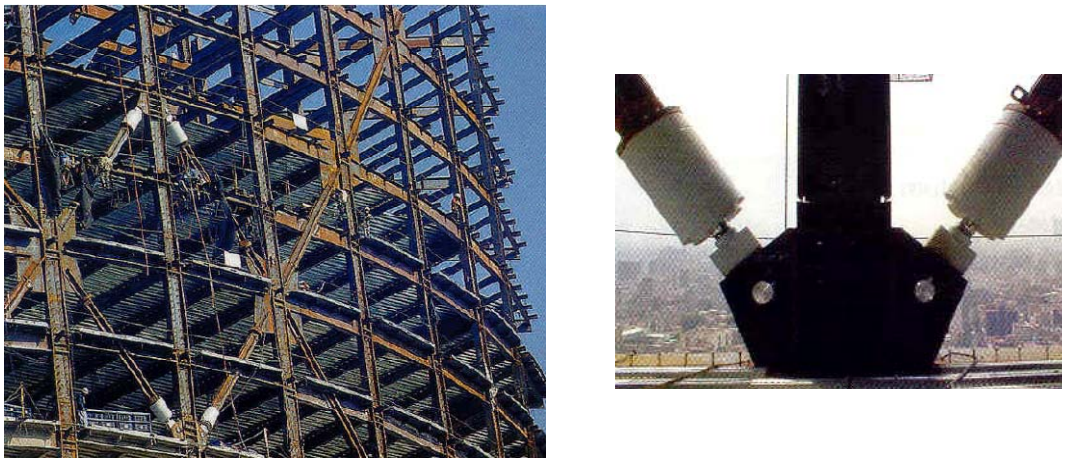
Şekil 2.12'de fotoğrafları verilen Empire State ve Seagram Building binaları çelik çaprazlı perde ve çelik çerçeve etkileşimli taşıyıcı sisteme sahip binalardır.

Empire State binası 102 katlı olarak inşa edilmiş olup halen hizmet vermektedir. Yapı yüksekliği toplam 432 m olup 1972 yılında World Trade Center binasının inşasına kadar dünyanın en yüksek yapısı unvanına sahipti. Seagram Building binası ise157 m yüksekliğe sahip olup yapının 17. katı ile 29. katı arasında bu taşıyıcı sistem kullanılmıştır. Yapının 17. katına kadar ise çelik çaprazlı perdeler yerine betonarme perdeler kullanılmıştır.



Şekil 2.12 : Empire State ve Seagram Building binaları (New York) [49].

2004'de Mexico'da inşa edilmiş 57 katlı 225 m yükseklikteki The Torre Mayor binası bir başka örnek olarak verilmiştir. Bu yapı yapıldığı tarihte Mexico'nun ve Güney Amerika'nın en yüksek yapısı olmuştur [50]. Şekil 2.13'te The Torre Mayor binasında çapraz ve sönümleyici uygulamasına ait fotoğraflar verilmiştir.



Şekil 2.13 : The Torre Mayor (Mexico) binasında çapraz [51] ve sönümleyici uygulaması [52].

2.3.4.2 Betonarme perde ve rijit çerçeve etkileşimli sistemler

Betonarme perdeler ile çelik ya da betonarme çerçeveler birlikte kullanılabilmektedir. Bu nedenle bu tip sistemler ikiye ayrılmıştır.

2.3.4.2.1 Betonarme perde ve rijit çelik çerçeve etkileşimli sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemlerde yanal yükler betonarme perdeler ve rijit çelik çerçevelerle taşınmaktadır. Yaklaşık 60 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Yapı iç mekanlarının tasarımı perdeler nedeniyle kısıtlanabilmektedir. Bu tip yapılara bir önceki sistemde örnek verilen Seagram Building binasının ilk 16 katı verilebilir.

2.3.4.2.2 Betonarme perde ve betonarme çerçeve etkileşimli sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemlerde yanal yükler betonarme perdeler ve betonarme çerçevelerle taşınmaktadır. Yaklaşık 70 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Yapı iç mekanlarının tasarımı perdeler nedeniyle kısıtlanabilmektedir. Bu tip yapılara Şekil 2.14'te fotoğrafları verilen 311 South Wacker binası ile Cook Country idare binası örnek gösterilebilir.

311 South Wacker binası 1990 yılında Chicago'da 65 katlı olarak inşa edilmiş olup ofis olarak kullanılmaktadır. Yapı yüksekliği toplam 292,9 m'dir.

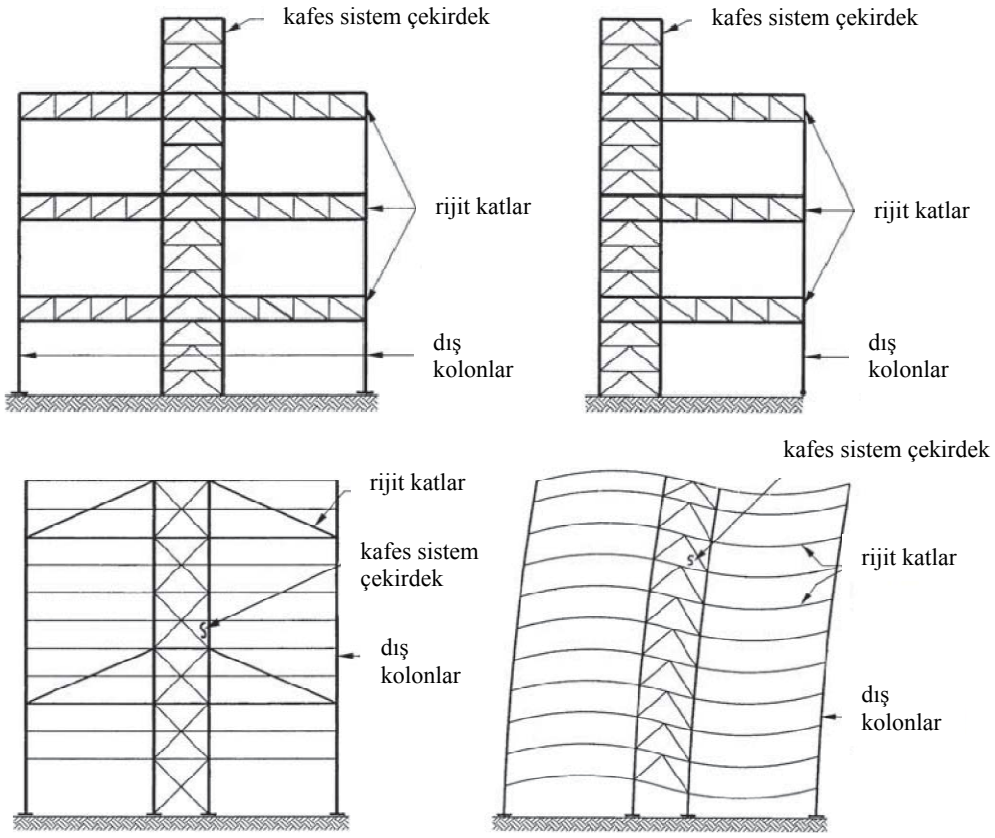


Şekil 2.14 : 311 South Wacker binası [53] ve Cook Country idare binası (Chicago) [54].

2.3.5 Rijit katlı sistemler

Yaklaşık 40 katın üzerindeki yüksekliğe sahip çapraz ya da çerçevelerden oluşan yapılarda yatay yükleri karşılamak ekonomik olmamakta ve mimari istekleri karşılayamamaktadır. Bu durumda sistemin belli katlarında kat yüksekliğinde kafes kirişler teşkil edilerek yapının yatay rijitliği artırılarak yanal yerdeğiştirmeler daha az mertebelere çekilmektedir. Yaklaşık 150 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].

Rijit katlar yapının yanal rijitliğini arttırsa da kesme kuvvetinin karşılanmasına bir katkısı yoktur, kesme kuvvetleri çekirdek ile karşılanmaktadır. Bu tip sistemlerde farklı teşkiller yapılabilmektedir. Şekil 2.15'te sırasıyla çekirdekli sistem, tek taraflı sistem, çaprazlı sistem ve döşeme kirişli sistem tipleri gösterilmiştir.



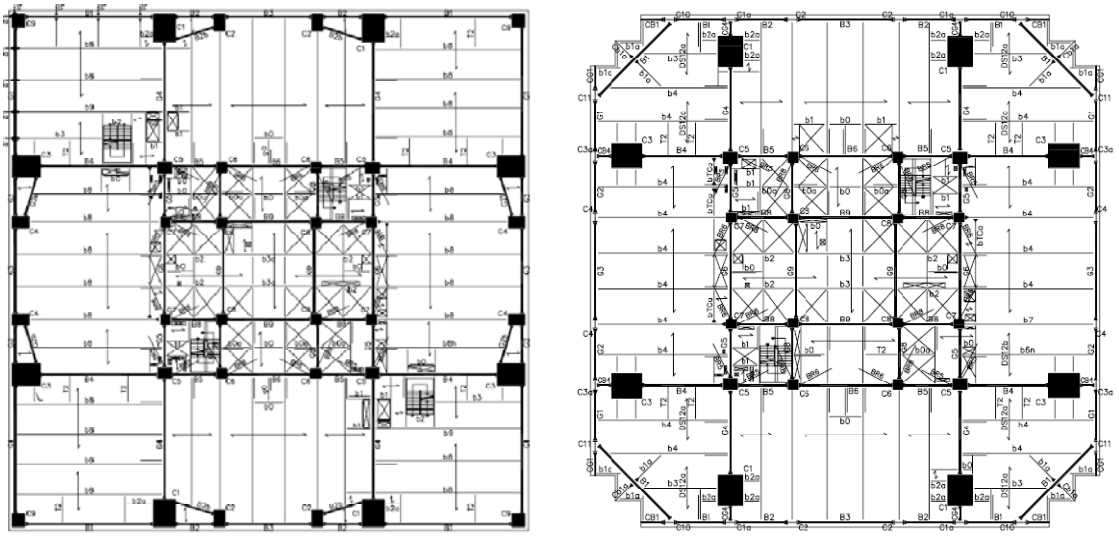
Şekil 2.15 : Rijit katlı sistem uygulamaları [40].

Bu tip sisteme sahip yapılara Şekil 2.16'da fotoğrafı verilen Shanghai'da 1999'da inşa edilmiş olan 88 katlı ve 421 m yüksekliğe sahip Jin Mao binası ile yine Şekil 2.16'da fotoğrafı verilen günümüzde Sony Building olarak isimlendirilen 1984'de New York'ta inşa edilen 197 m yükseklikli ve 37 katlı AT & T Building binası örnek olarak gösterilebilir.

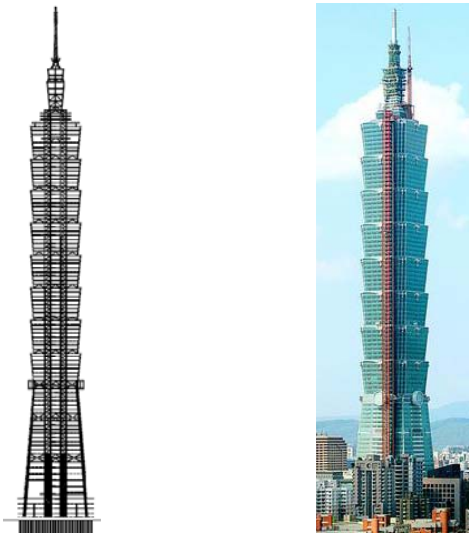



Şekil 2.16 : Jin Mao binası (Shanghai) [55] ve The AT & T binası (New York) [56].

Ayrıca bu tip yapılara en güzel örnek Taiwan'da 101 katlı olarak inşa edilmiş olan 509 m yüksekliğe sahip Taipei 101 binasıdır. Yapı kullanıma açıldığı tarihte dünyanın en yüksek yapısı unvanını almıştır [57]. Söz konusu yapının Şekil 2.17'de tipik kat planları, Şekil 2.18'de sistem boykesiti ve fotoğrafı verilmiştir.



Şekil 2.17 : Taipei 101 binası 10. kat ve 32. kat planları [40].



Şekil 2.18 : Taipei 101 binası (Taipei) düşey kesiti ve fotoğrafı [58]

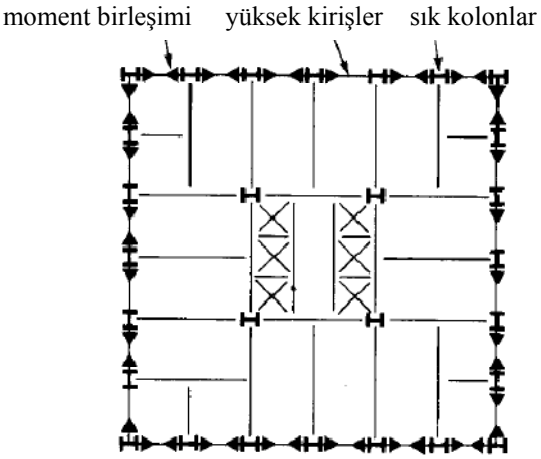
2.3.6 Tüp sistemler

2.3.6.1 Cephe çerçeveli tüp sistemler

2.3.6.1.1 Cephe çerçeveli çelik tüp sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemlerde yanal yükler bina çevresinde düzenlenen taşıyıcı elemanlarla taşınmaktadır; yaklaşık 80 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].

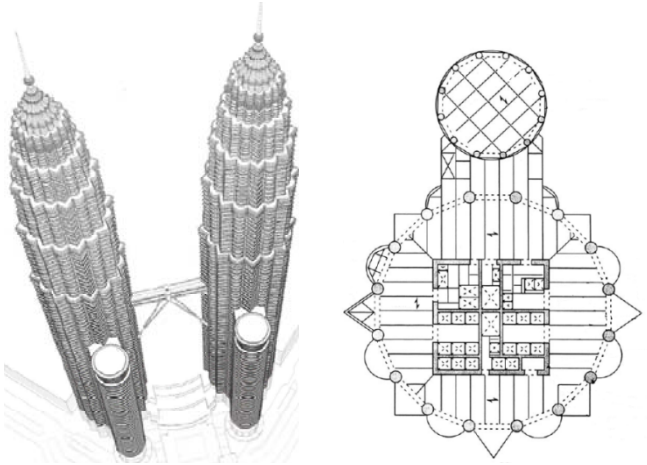
Cephede sık aralıklı kolonlar ve yüksek parapet kirişlerinden oluşan tüp sistem oldukça etkin bir sistemdir. 1961'de Khan tarafından geliştirilen bu sistemde yatay yüke karşı iki farklı çalışma şekli oluşur. Yatay yüke paralel iki cephe duvarı yaklaşık olarak çerçeve davranışı göstermekte, bu yükler kiriş ve kolonların eğilmesi ile karşılanmakta ve bina tümüyle konsol bir davranış sergilemektedir [59] .



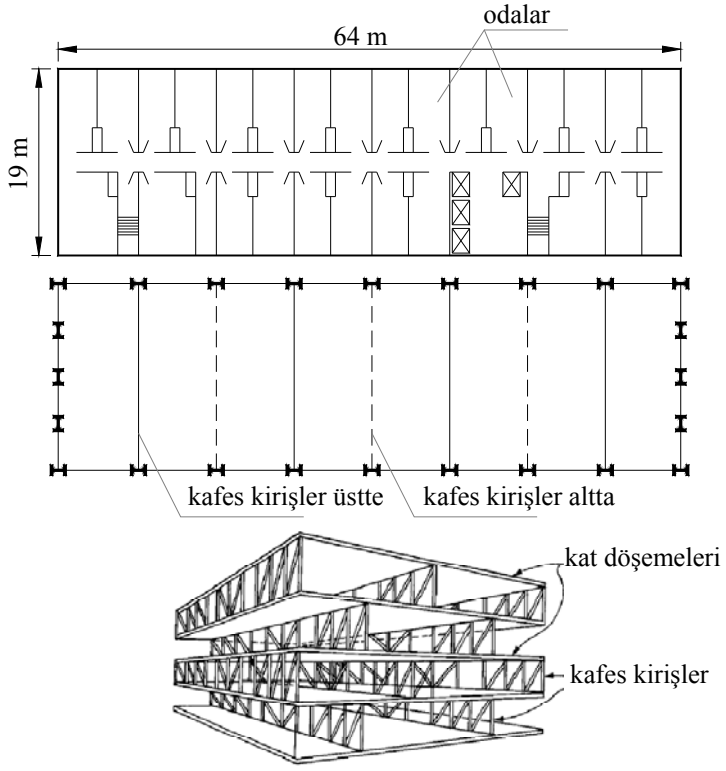
Şekil 2.19 : Tipik cephe çerçeveli tüp sistem kat planı [40].

Bu tip sistemlere örnek olarak Şekil 2.24'te fotoğrafı verilen AON Center binası gösterilebilir. AON Center binası 83 katlı olarak 1973'te Chicago'da inşa edilmiş olup halen kullanılmaktadır. Yapı yüksekliği toplam 346 m'dir.

Şekil 2.20'de üç boyutlu modeli ile tipik kat planı verilen Petronas Twin Towers binası 88 katlı olarak 1994'de Malezya Kuala Lumpur 'da inşa edilmiş olup halen kullanılmaktadır. Yapı yüksekliği toplam 451,9 m'dir.



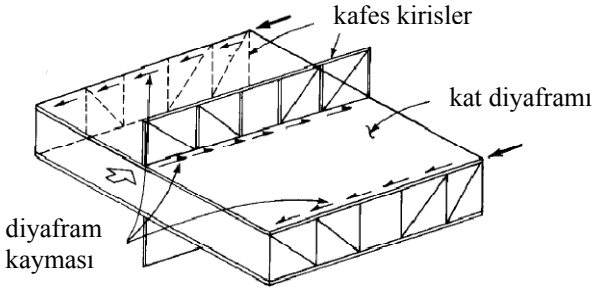
Şekil 2.20 : Petronas Twin Towers (Kuala Lumpur) binası üç boyutlu modeli ve tipik kat planı [60].



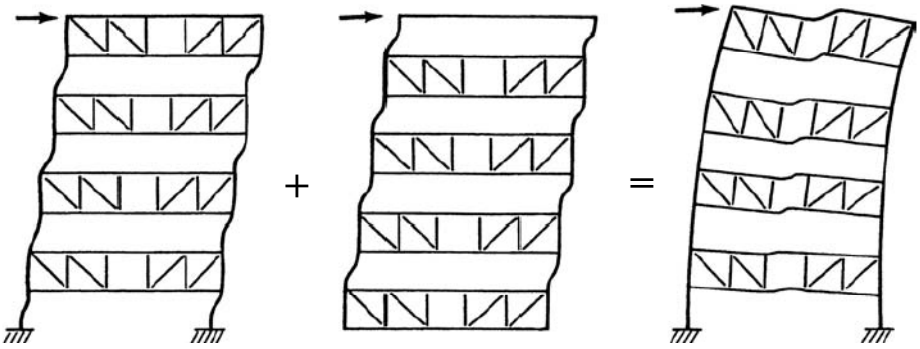
Şekil 2.21 : Örnek mimari kat planı, kafes kirişlerin yerleşimi ve perspektif görünüşü [40].

Cephe çerçeveli ve şaşırtmalı yatay kafeslerden teşkil edilen sistemlerde ise yapı dış cephesinde kolonlar ile bu kolonları karşılıklı birbirine bağlayan ve aynı zamanda düşey yükleri kolonlara aktaran kafes kirişlerden oluşmaktadır. Şekil 2.21'de bu sistemin kullanıldığı bir otel binası örnek olarak verilmiştir.

Döşemeler kısa doğrultuda bir diyafram gibi davranarak yükleri kafes kirişlere, şaşırtmalı olarak düzenlenen kafes kirişler yatay yükleri kolonlara aktarmaktadır. Bu sayede kolonlarda bir eğilme momenti oluşmamaktadır. Şekil 2.22 ve Şekil 2.23'te sistemin yatay yük davranışı açıklanmıştır.



Şekil 2.22 : Çelik çerçeveli kirişli sistemlerde yatay yük akışı.



Şekil 2.23 : Komşu iki aksın davranışına bağlı tüm sistemin davranışı [40].

2.3.6.1.2 Cephe çerçeveli betonarme tüp sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemlerde yanal yükler, bina çevresinde düzenlenen taşıyıcı elemanlarla taşınmaktadır; yaklaşık 80 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].

Bu tip sistemlere örnek olarak Şekil 2.24'te fotoğrafı verilen Water Tower Place binası gösterilebilir. Water Tower Place binası 78 katlı olarak 1975'te Chicago'da inşa edilmiş olup halen kullanılmaktadır. Yapı yüksekliği toplam 262 m'dir.




Şekil 2.24 : AON Center [61] ve Water Tower Place [62] binaları (Chicago).

2.3.6.2 Cephe çaprazlı tüp sistemler

2.3.6.2.1 Cephe çaprazlı çelik tüp sistemler

Daha yüksek yapılar için cephe çerçeveli tüp sistemlere çaprazlar eklenerek yatay yüklere karşı yapıların rijitlikleri arttırılmıştır. Bu sayede cephe kolonları daha geniş aralıklarla teşkil edilebilmektedir. Çaprazlar genellikle 45° civarı teşkil edilerek dış cephe kolonlarının bağ kirişleri ile beraber çalışması sağlanarak cephede çaprazlı çerçeve oluşturulur [12]. Bu şekilde çaprazların eklenmesiyle tüpteki kesme kuvveti değerleri azalmakta ve çerçeveli tüpün konsol şekilde davranması sağlanmaktadır.

Söz konusu sistem, eğer kolonlar bina iç kısımlarında teşkil edilirse 100, dış kısımda teşkil edilirse 150 kat civarı ekonomik olmaktadır. Cephe çerçeveli tüp sistemlere oranla daha geniş kolon aralıklarına izin vermektedir [39].

Chicago'da 1969'da inşası tamamlanmış olan 100 katlı John Hancock binası bu tip bir taşıyıcı sisteme sahiptir. Şekil 2.25'te fotoğrafı verilmiş olan yapının yüksekliği toplam 344 m'dir ve halen kullanılmaktadır.

2.3.6.2.2 Cephe çaprazlı betonarme tüp sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemler cephe çaprazlı çelik tüp sistemler ile benzer özelliklere sahip olup 100 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].




Şekil 2.25 : John Hancock [63] ve Onterie Center [64] binaları (Chicago).

Şekil 2.25'te fotoğrafı verilmiş olan Onterie Center binası Chicago'da 50 katlı olarak 1986'da inşa edilmiştir ve cephe çaprazlı betonarme tüp sisteme sahiptir. Yapı yüksekliği toplam 174 m'dir.

2.3.6.3 Tüp demeti sistemler

2.3.6.3.1 Çelik tüp demeti sistemler

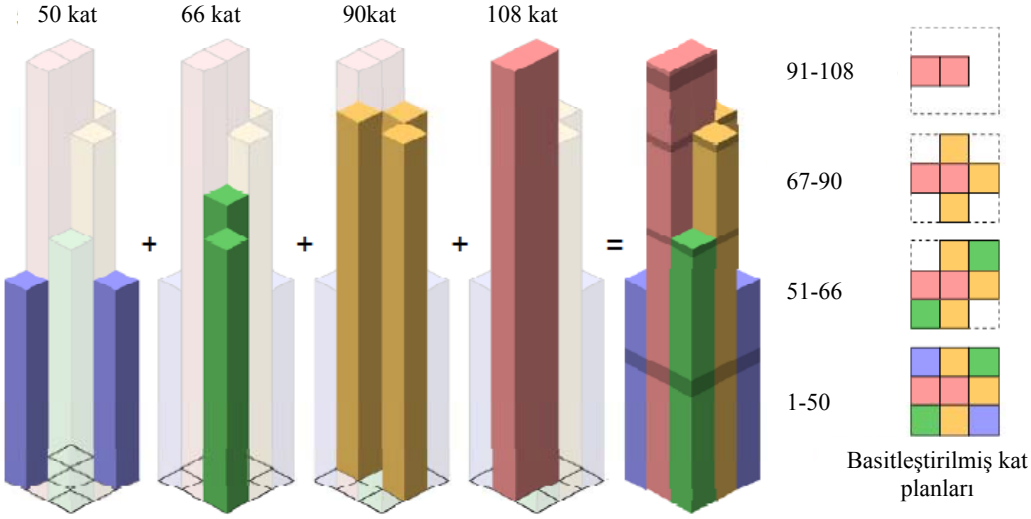
Farklı yüksekliklere sahip bir dizi tüp sisteminin kayma gecikmesini engellemek için bir araya getirilmesi ile oluşturulan sistemlerdir [13]. Söz konusu sistemler 110 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Tüp demeti nedeniyle iç mekan tasarımı kısıtlanır.

Şekil 2.26'da fotoğrafı ve Şekil 2.27'de basitleştirilmiş sistem teşkili şeması verilen Sears Tower binası Chicago'da 1974 yılında inşa edilmiş olup 527 m yüksekliğe sahiptir. Binanın günümüzdeki adı Willis Tower'dır. Yapı 108 kattan oluşmaktadır.



Şekil 2.26 : Sears Tower binası (Chicago) [65].

Yapı rüzgar yüklerine karşı tabandan ankastre bir konsol sistem gibi davranış gösterir. Toplamda daha geniş bir tüp elde etmek için yükseklikleri farklı 9 adet tüp bir araya demet şeklinde toplanmıştır. Her tüpün kolonları yaklaşık 4,58 m'de bir rijit kirişlerle birbirlerine bağlanmıştır. İki komşu tüp, bir kiriş ve kolon setini ortak kullanmaktadır. Tüm kolon kiriş birleşimleri komple kaynaklı olarak teşkil edilmiştir.



Şekil 2.27 : Sears Tower binası (Chicago) basitleştirilmiş sistem teşkili şeması [66].

2.3.6.3.2 Betonarme tüp demeti sistemler

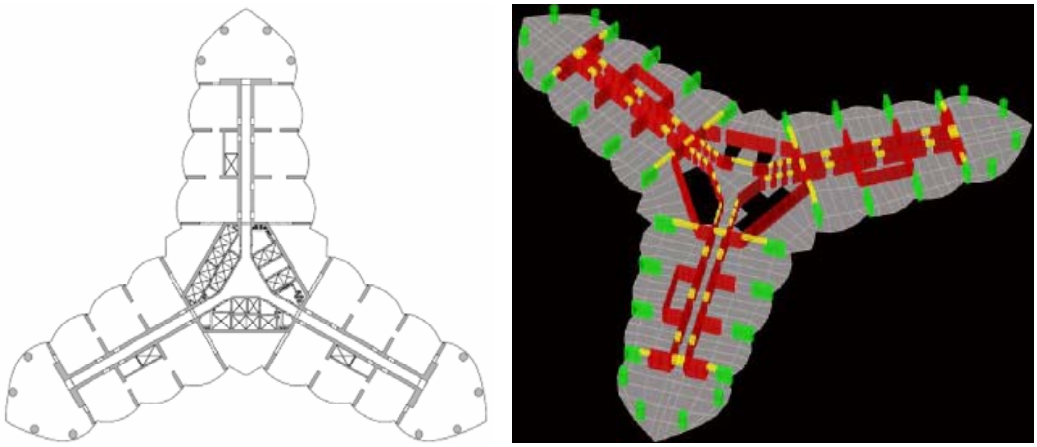
Bu tip taşıyıcı sistemler cephe çaprazlı çelik tüp sistemlerle benzer özelliklere sahip olup 110 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].

Dünyanın en yüksek yapısı unvanına sahip olan Burj Khalifa (Dubai) binası tüp demeti sistemine sahip bir yapıdır. Yapının toplam yüksekliği 829,9 m'dir [67].

Yapı dünyada ilk defa betonarme kütle üzerine çelik taşıyıcı sistemle devam edilen yüksek yapı özelliğine sahiptir [68].

Yapının tasarımcıları hem kuledeki rüzgar etkilerini azaltmak hem de yapıyı basit tutup hızlı inşa edilebilir yapmak için planda Y şeklinde bir tasarım seçmişlerdir [69].

Kendiliğinden yerleşen beton temel sisteminde C60 üstyapıda ise C60-C80 kullanılmıştır [49]. Yapının kat planı çizimi ve ETABS analiz modelinden alınan kat planı görüntüsü Şekil 2.28'de verilmiştir.



Şekil 2.28 : Burj Khalifa binası (Dubai) tipik kat planı çizimi ve analiz modeli görüntüsü [70].

Şekil 2.29'da ise aynı yapının inşaat aşaması ve bugünkü durumuna ilişkin fotoğrafları verilmiştir.



Şekil 2.29 : Burj Khalifa binası inşaat aşaması ve bugünkü durumu [67].

2.3.6.4 Tüp içinde tüp sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemler dışta cephe çerçeveli tüp sistemi, içte ise çekirdek çerçeveli tüp sisteminden oluşmaktadır. Her iki taşıyıcı sistem hem betonarme, hem de çelik olmaktadır. Yaklaşık 80 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Çekirdek nedeniyle iç mekan tasarımında kısıtlama söz konusudur.

Bu tip sistemlere Chicago'da bulunan 181 West Madison Street binası örnek gösterilebilir. Söz konusu yapı 50 katlı olup 207 m yüksekliğe sahiptir.

2.3.6.5 Diyagonal örgülü tüp sistemler

Son zamanlarda, cephe çaprazlarının yapısal etkinlik ve estetik için kullanımı yüksek yapıların mimar ve yapısal tasarımcılarının yeniden ilgisini diyagonal örgülü tüp sistemlerin üzerinde toplamıştır [71].

2.3.6.5.1 Diyagonal örgülü çelik tüp sistemler

Diyagonal örgülü çelik tüp sistemler ile geleneksel cephe çaprazlı tüp sistemlerin farkı; bu tip sistemlerde hemen hemen tüm alışılagelmiş düşey kolonların iptal edilmesidir [71].

Kayma deformasyonunu azaltmada, diyagonal örgülü tüp sistemler kesme kuvvetlerini çaprazlardaki eksenel yükle taşımaları sebebiyle, kesme kuvvetlerini kolonlar ve kirişlerdeki eğilme ile taşıyan çaprazsız çerçeve tüp sistemlere oranla daha etkindir [39].Bu sistem ile yüksek yapılarda çelik kullanımı %20-30 arasında azaltılabilir [72].

Bu tip sisteme sahip en bilinen çelik yapı New York'taki 182 m yüksekliğinde Hearst Tower binasıdır (2003-2006) (Şekil 2.30).

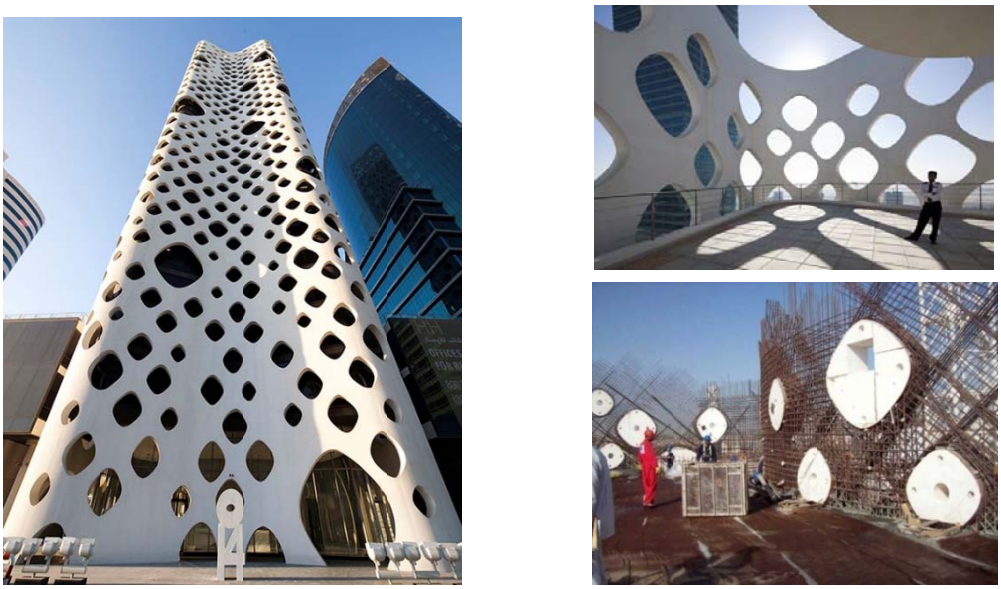




Şekil 2.30 : Hearst Tower binası (New York) dış [73] ve iç görünümü [74].

2.3.6.5.2 Diyagonal örgülü betonarme tüp sistemler

Kalıp ve işçiliği pahalı olup inşaat hızı yavaştır. Şekil 2.31'de fotoğrafları verilen Dubai'de 22 katlı olarak inşa edilen O-14 yapısı diyagonal örgülü betonarme tüp sisteme sahiptir.

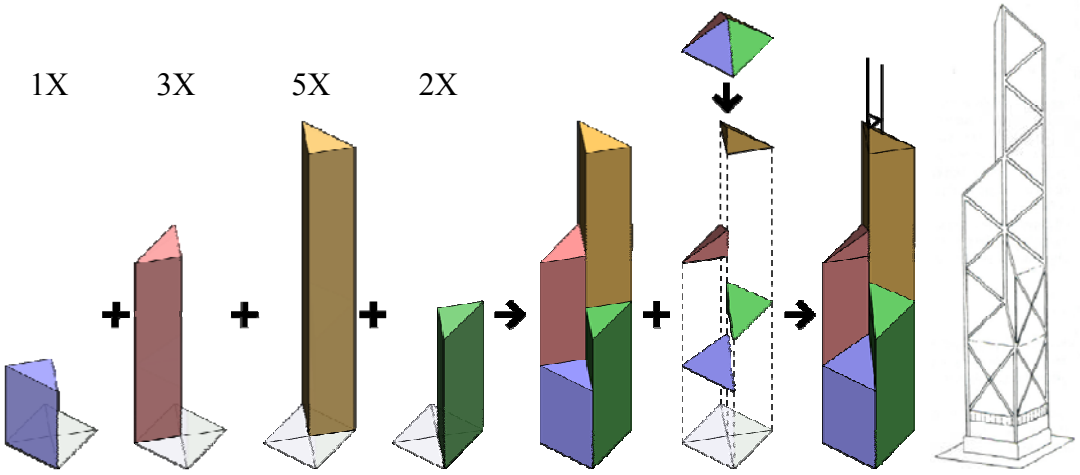


Şekil 2.31 : O-14 binası (Dubai) dış, iç ve inşaat fotoğrafları [75].

2.3.7 Çelik uzay sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemler ana taşıyıcı elemanları hem düşey, hem de yatay yük taşıyan üç boyutlu üçgen formda oluşturulan çerçevelerle teşkil edilmiş çelik uzay sistemdir [12]. Görüntü uzay çerçeveler nedeniyle kısıtlanabilmektedir [39]. Yaklaşık 150 kat civarı ekonomik olmaktadır [39].

Şekil 2.32'de taşıyıcı sistem modüler gösterimi ve Şekil 2.34'te fotoğrafı verilen, 76 katlı olarak 1989'da Hong Kong'da inşa edilen Bank of China Tower binasının taşıyıcı sistemi çelik uzay sistemdir. Yapı toplam yüksekliği 367,4 m'dir. Yapı ofis olarak kullanılmaktadır.



Şekil 2.32 : Bank of China Tower (Hong Kong) binası geometrisinin modüler gösterimi [76].

2.3.8 Süper çerçeve sistemler

2.3.8.1 Çelik süper çerçeve sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemler daha yüksek çelik yapı yapma imkanı sunmaktadır. Yaklaşık 160 kat civarı ekonomik olmaktadır. Binanın şekli neredeyse tamamen taşıyıcı sisteme bağlıdır [45].

Bu tip taşıyıcı sistemlere örnek olarak, inşası gerçekleşemeyip öneri aşamasında kalan Chicago World Trade Center binası projesi gösterilebilir. Yapı 762 m yüksekliğinde ve 210 katlı olacak şekilde planlanmıştır [77].

2.3.8.2 Betonarme süper çerçeve sistemler

Bu tip taşıyıcı sistemler daha yüksek betonarme yapı yapma imkanı sunmaktadır. Yaklaşık 100 kat civarı ekonomik olmaktadır [39]. Binanın şekli neredeyse tamamen taşıyıcı sisteme bağlıdır [45].

Bu tip taşıyıcı sistemlere örnek olarak Şekil 2.34'te fotoğrafı verilen, 1983 yılında Caracas'da açılan 262,5 m yüksekliğe sahip olan Parque Central Complex ikiz yapıları gösterilebilir.



Şekil 2.33 : Bank of ChinaTower (Hong Kong) [78] ve Parque Central Complex ikiz yapıları (Caracas) [79].

2.3.9 Dış-iskelet sistemler

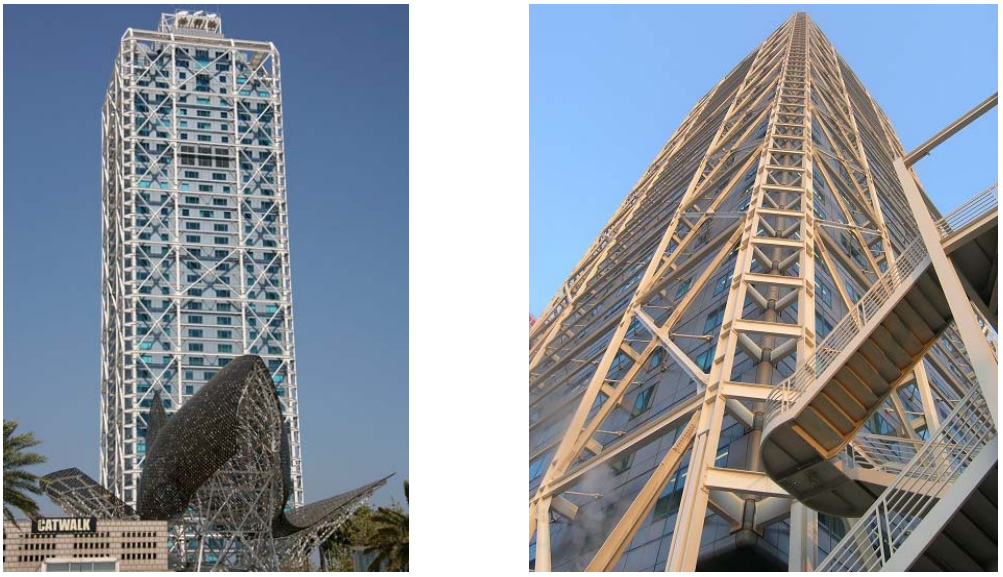
Bu tip taşıyıcı sistemlerde yapı cephesinde oluşturulan diyagonal örgülü dış-iskelet sistem, düşey ve yatay yükleri taşır.

Şekil 2.35'te fotoğrafı ve inşaat durumuna ilişkin görüntüsü verilen Pekin'de 2004 yılında inşasına başlanan ve 2012 yılında tamamlanan CCTV Headquarters binası 234 m yüksekliğe sahip 54 katlı tipik bir dış-iskelet sistemli yapıdır [80].



Şekil 2.34 : CCTV Headquarters binası (Pekin) [81].

Aynı şekilde 1992 yılında Barselona 'da inşa edilen Hotel de las Artes binası çelik dış-iskelet sistemine sahiptir. Şekil 2.36'da binaya ait fotoğraflar verilmiştir.

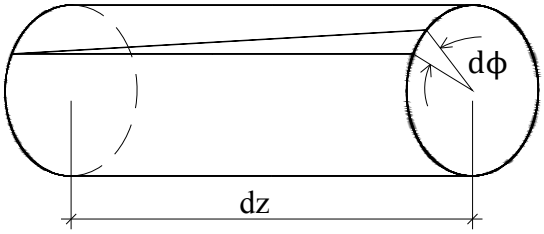


Şekil 2.35 : Hotel de las Artes binası (Barselona) [82].

3. BURULMA

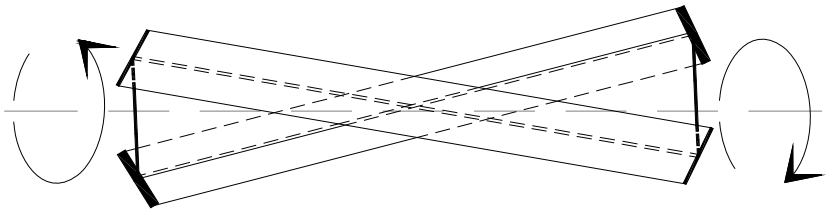
3.1 Burulma kavramı

Burulma kavramı "üniform burulma" ve "üniform olmayan burulma" olarak ikiye ayrılır. Bir kiriş enkesitinin dönmesinin kiriş ekseni doğrultusundaki ϕ bileşenine "burulma dönmesi" denir. Şekil 3.1'deki gibi dz boyunda bir elemanın sağ kesitinin sol kesitine göre dönmesi $d\phi$ olduğuna göre $\phi' = {}^{d\phi}/_{dz}$'e "birim dönme" denir.

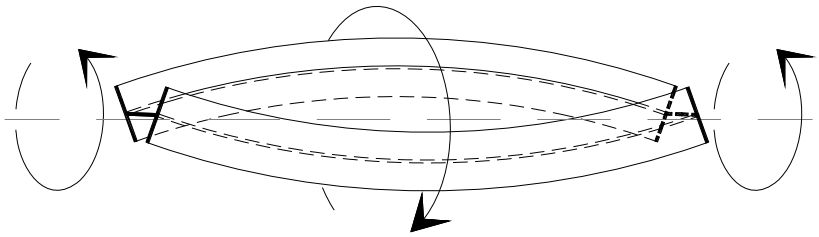


Şekil 3.1 : Burulma geometrisi.

St. Venant burulması halinde çubuk boyunca ϕ' birim dönmesi ve boyuna çarpılma yerdeğiştirmeleri sabittir, bu nedenle bu çeşit burulmaya "üniform burulma" denir [3]. Bu durumda burulmanın etkidiği herhangi bir kesitte yayılı kayma gerilmeleri oluşur [83]. Şekil 3.2'deki gibi, iki ucu çarpılmaya karşı serbest bir kirişin uçlarına ters yönde sabit burulma momenti uygulanırsa, bu kirişte üniform burulma oluşur. Birim dönmeyi etkileyen burulma rijitliği $G.I_t$ olarak tanımlanır.

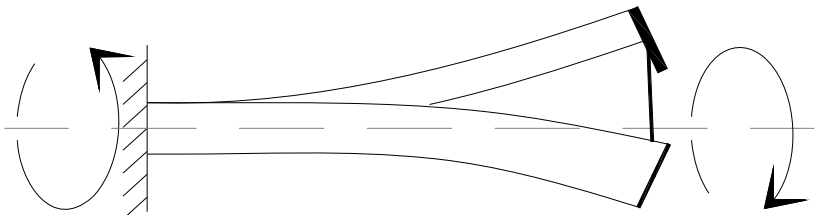


Şekil 3.2 : Üniform burulma durumu, sabit burulma momenti ve çarpılmaya karşı serbest uçlar.



Şekil 3.3 : Üniform olmayan burulma durumu, değişken burulma momenti.

Vlasov'un teorisine göre ise ϕ' birim dönmesi kiriş boyunca değişkendir, bu nedenle bu çeşit burulmaya "üniform olmayan burulma" denir. Şekil 3.3'teki gibi değişken burulma momenti durumunda veya Şekil 3.4'teki gibi bir ucu çarpılmaya karşı tutulu bir kirişin uçlarına ters yönde burulma momentinin uygulanması durumunda bu kirişte üniform olmayan burulma oluşur. Bu durumda çarpılma yerdeğiştirmeleri eleman boyunca değişkendir. Ayrıca üniform burulmadan kaynaklanan kayma gerilmelerine ilave kayma gerilmeleri oluşur. İlave kayma gerilmeleri ile ilişkili eleman rijitliği çarpılma rijitliği $E.I_w$ ile orantılıdır.



Şekil 3.4 : Üniform olmayan burulma durumu, çarpılmaya karşı tutulu uç.

Deformasyondan önce düzlem olan enkesitler, kirişin burulma deformasyonu sonucu genellikle düzlem kalmaz. Enkesit noktaları, burulma sonucu enkesit düzlemine dik olmak üzere, farklı deplasmanlar yapar. Buna "enkesit çarpılması" denir. Enkesit çarpılmaları çubuk boyunca, üniform burulma halinde aynı olup, üniform olmayan burulma halinde farklıdır.

3.2 Üniform Burulma

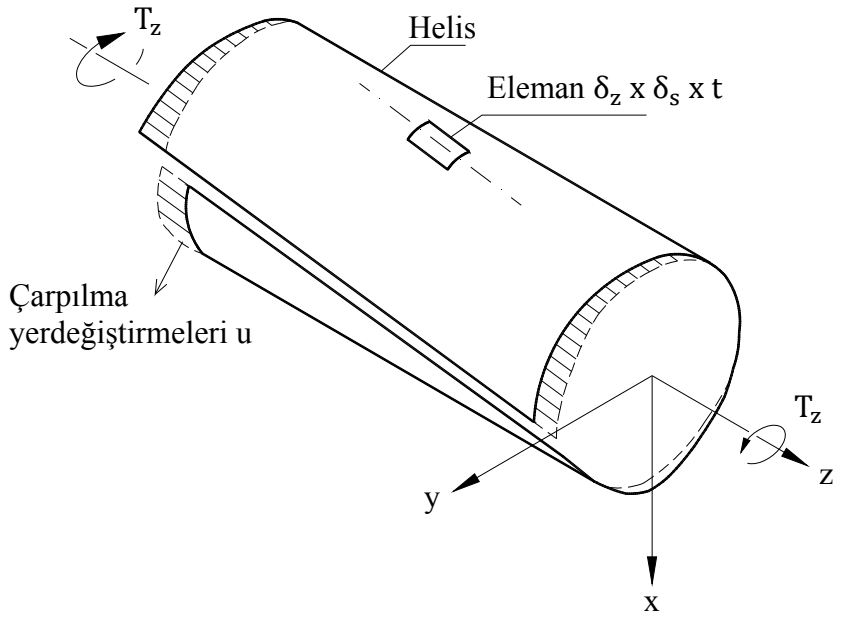
3.2.1 Genel

Üniform burulma (St. Venant burulması) halinde eleman boyunca birim dönme değeri ϕ' sabittir. Bu durum Şekil 3.2'deki gibi iki ucu çarpılmaya karşı serbest bir kirişin uçlarına ters yönde T_z sabit burulma momenti uygulanırsa oluşur; bu şekilde burulma momentinin uygulandığı Şekil 3.5'teki gibi bir elemanda,

a) Burulma eksenine paralel olan çizgiler helis şekline dönüşür,

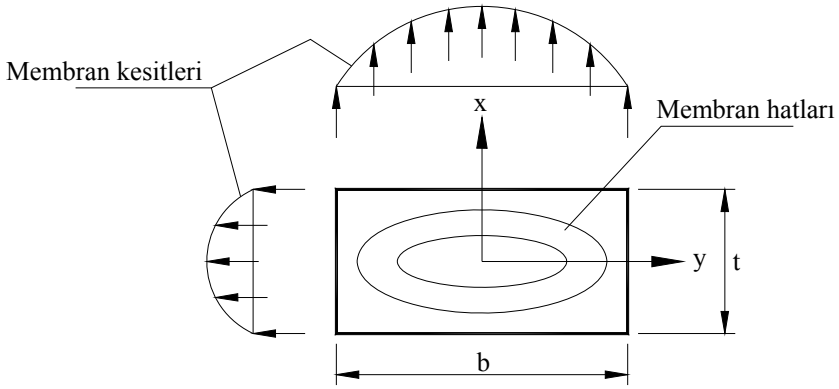
b) Kesitlerde rijit bir şekilde burulma ekseni etrafında ϕ açısı kadar dönme meydana gelir ve

c) Kesitler düzlemleri dışına çarpılır, çarpılma şekil değiştirmeleri (u) eleman boyunca sabit kalır.

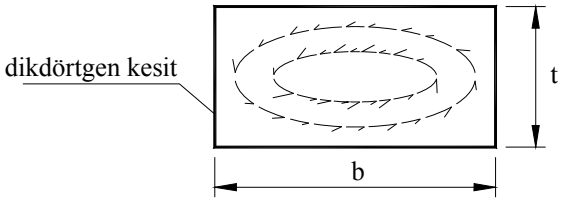


Şekil 3.5 : Burulma sonucu oluşan çarpılma şekil değiştirmeleri [84].

Burulma momenti T_z 'nin etkidiği herhangi bir kesitte, kesit düzleminde τ_{zy}, τ_{zx} kayma gerilmeleri oluşur. Bu kayma gerilmelerinin dağılımı Şekil 3.6'da gösterilen dikdörtgen bir kesitte Prandtl'ın membran benzeşimi ile açıklanabilir [84].



Şekil 3.6 : Enine yüklü membran [84].

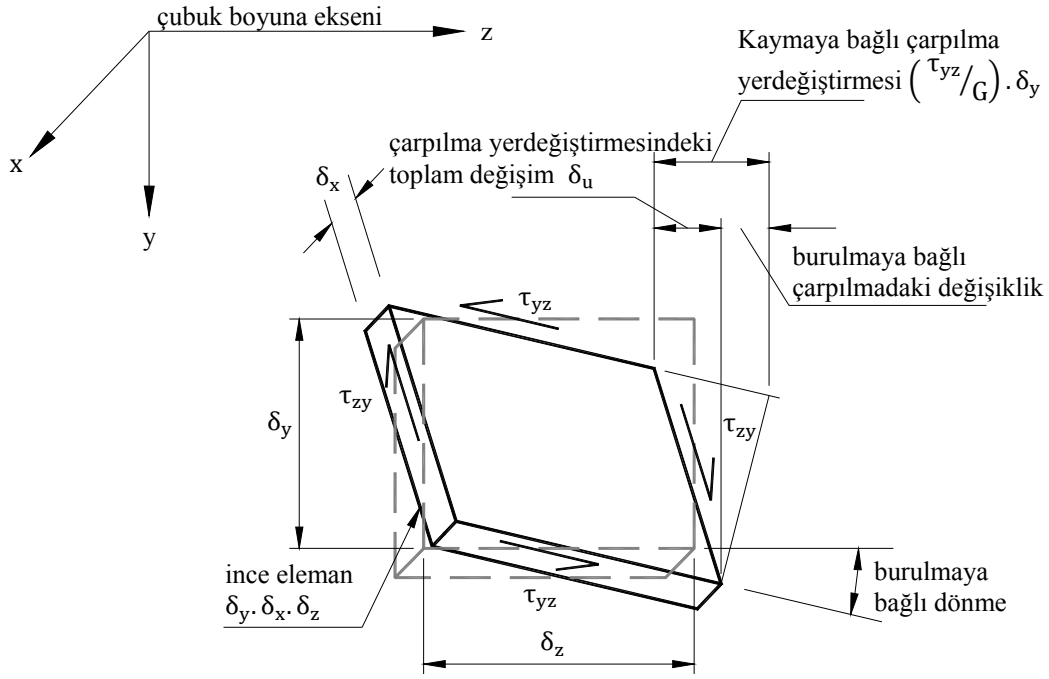


Şekil 3.7 : Kayma gerilmelerinin dağılımı [84].

Gerilme dağılımı, θ'nın sabit kalması durumunda (3.1)'in çözümü ile elde edilir:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial_y{}^2\theta}+\frac{\partial^2\theta}{\partial_x{}^2\theta}=-2G\frac{d\phi}{dz} \tag{3.1}$$

$$\tau_{zx}=\tau_{xz}=-\frac{\partial\theta}{\partial y}$$
$$\tau_{zy}=\tau_{yz}=-\frac{\partial\theta}{\partial x} \tag{3.2}$$



Şekil 3.8 : Çarpılma şekil değiştirmeleri [84].

3.2.2 Dolu kesitler

Denklem (3.1) ve (3.3)'ün kapalı form çözümü bazı çok basit kesitler dışındakiler için genel olarak elde edilebilir değildir. Yarıçapı R olan dairesel bir dolu kesit için çözüm

$$\theta = \frac{G}{2}\frac{d\phi}{dz}(R^2 - y^2 - x^2) \tag{3.3}$$

şeklindedir. Bu ifade denklem 3.2'ye uygulanırsa, yarıçapın $r = \sqrt{y^2 + x^2}$ 'e eşit olduğu durumda çevresel kayma gerilmeleri olan

$$\tau = Gr\frac{d\phi}{dz} \tag{3.4}$$

şeklinde olur. Bu kayma gerilmelerinin burulma momenti

$$T_t = \int_0^R \tau_t(2\pi r)dr \tag{3.5}$$

olur. Bu ifade daha basit şekilde

$$T_t = GI_t\frac{d\phi}{dz} \tag{3.6}$$

olur. Burada I_t burulma mukavemeti olup,

$$I_t = \frac{\pi R^4}{2} \tag{3.7}$$

ya da

$$I_t = \frac{A^4}{4\pi(I_y + I_x)} \tag{3.8}$$

ifadeleri ile bulunur.

(3.4) bağıntısından en büyük kayma gerilmesi

$$\tau_{t,max} = \frac{T_t}{I_t} \tag{3.9}$$

olarak elde edilir.

3.2.3 İnce dikdörtgen kesitler

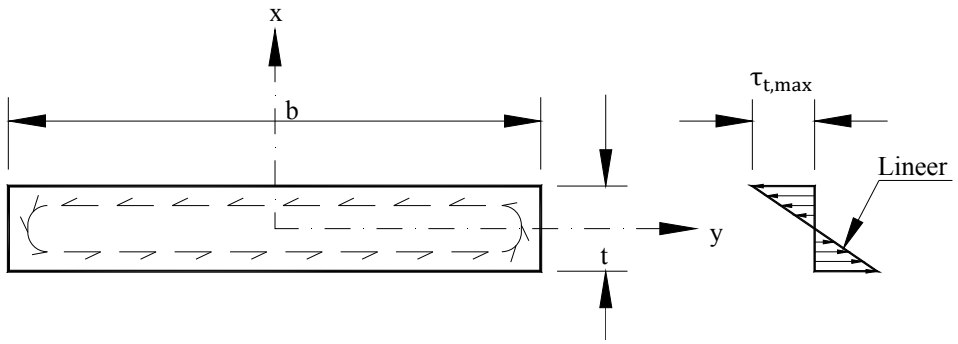
Çok ince dikdörtgen kesit için gerilme fonksiyonu θ yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\theta \approx G\frac{d\phi}{dz}\left(\frac{t^2}{4} - x^2\right) \tag{3.10}$$

Kayma gerilmeleri (3.3)'ün (3.11)'de uygulanmasıyla,

$$\tau_{zy} = -2xG\frac{d\phi}{dz} \tag{3.11}$$

şeklinde elde edilir. Kayma gerilmeleri Şekil 3.9'da gösterildiği gibi lineer dağılım göstermektedir.



Şekil 3.9 : Kayma gerilmesi dağılımı [84].

τ_{zy} kayma gerilmelerinin burulma momenti etkisi bu gerilmelerin x ekseni etrafında entegre edilmesiyle elde edilir. Bu burulma momenti toplam burulma momentinin yarısıdır.

$$\int_{-t/2}^{t/2} \tau_{zy} b x dz = G\frac{bt^3}{6}\frac{d\phi}{dz} \tag{3.12}$$

Burulma momentinin diğer yarısını, ince dikdörtgen kesitin uçlarına yakın bölgede en büyük değerine ulaşan τ_{zx} kayma gerilmeleri oluşturur.

τ_{zy} kayma gerilmeleri, b genişliğine oranla daha küçük bir uzunluk olan t kalınlığına etkimesine rağmen $t/2$ yerine $b/2$ gibi daha büyük bir moment kolu olması sebebiyle burulma momentine aynı katkıda bulunur. Burulma mukavemeti

$$I_t \cong \frac{bt^3}{3} \qquad \textbf{(3.13)}$$

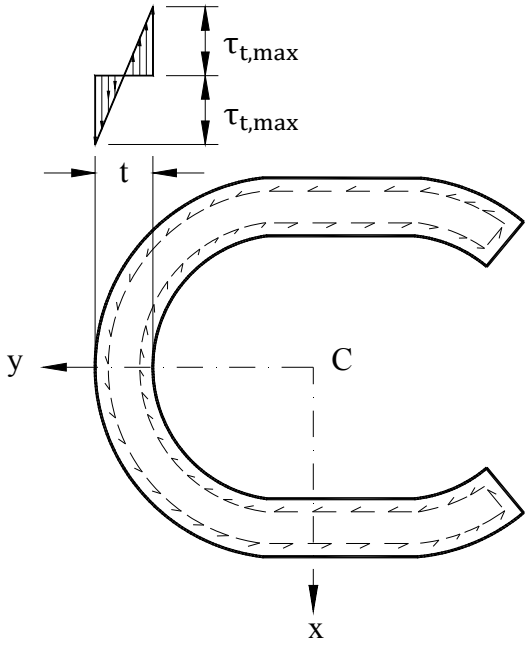
alınarak toplam burulma momenti değeri (3.6) bağıntısından elde edilebilir. Aynı sonuç (3.10) bağıntısının doğrudan (3.3)'te kullanılmasıyla da elde edilebilir. Denklem (3.11)'e göre en büyük kayma gerilmeleri uzun kenarın ortasında meydana gelir ve değeri

$$\tau_{t,max} \cong \frac{T_t t}{I_t} \qquad \textbf{(3.14)}$$

bağıntısından bulunur.

3.2.4 İnce cidarlı açık kesitler

İnce cidarlı açık kesitlerde gerilme dağılımı Şekil 3.10'da gösterildiği gibi ince dikdörtgen kesitlere çok benzerdir. Bu nedenle, kayma gerilmeleri kesitin cidarlarına paraleldir ve kalınlık boyunca lineer olarak değişir. Bu kabul, uçlar dışında kesit boyunca geçerlidir.



Şekil 3.10 : Açık kesit [84].

Bu benzerlik sebebiyle burulma mukavemeti yaklaşık olarak

$$I_t \cong \sum \frac{bt^3}{3} \qquad \textbf{(3.15)}$$

bağıntısı kullanılarak bulunur.

Burada

b: kesitin ortasından geçen çizginin boyu

t: her kesit için kalınlıktır.

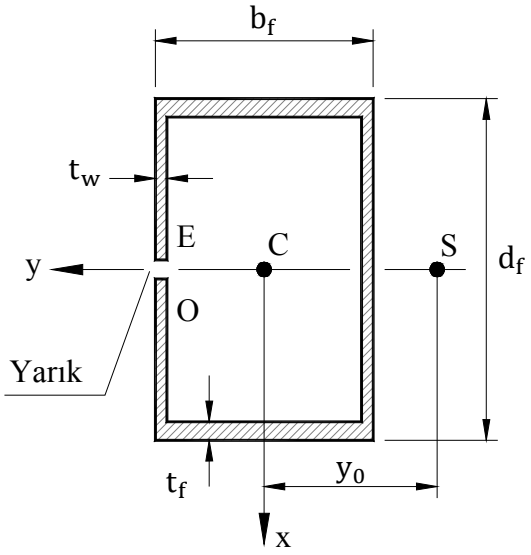
En büyük kayma gerilmesi değeri (3.16) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$\tau_{t,max} \cong \frac{T_t t_{max}}{I_t} \qquad \textbf{(3.16)}$$

3.2.5 İnce cidarlı kapalı kesitler

İnce cidarlı kapalı kesitlerin burulma davranışı, ince kesitli açık kesitlerin burulma davranışından az farklıdır. Burulma rijitliğinde ve dayanımında belirgin artışlar söz konusudur. Kayma gerilmeleri sabittir ve sabit bir kayma akımı söz konusudur.

Kayma akımına, kapalı kesitteki boyuna şekil değiştirmelerindeki süreksizliği engellemek için gerek vardır. Bunu göstermek için Şekil 3.11'de gösterildiği gibi yarık bir dikdörtgen tüp ele alınır. Burada açık kesitin cidarının ortası mesnetlenmemiştir ve bu yüzeyin çarpılma şekil değiştirmeleri elemanın burulmasından kaynaklanır.



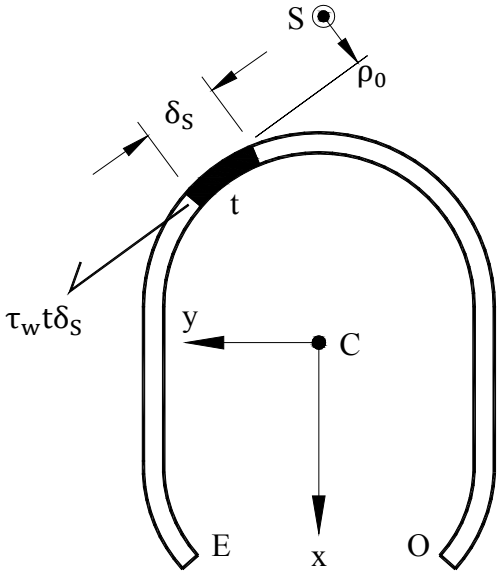
Şekil 3.11 : Açık kesit [84].

Burulma nedeniyle oluşan çarpılma şekil değiştirmelerinin dağılımı Şekil 3.12'de gösterilmiştir. Yarıktaki rölatif çarpılma yerdeğiştirmesi

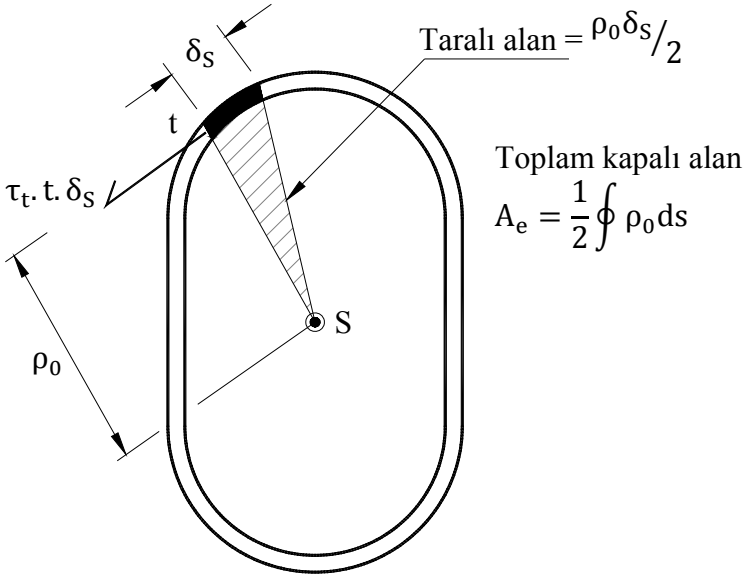
$$u_E - u_O = -\frac{d\phi}{dx}\int_0^E \rho_0 ds \qquad \textbf{(3.17)}$$

bağıntısından bulunabilir.

Burada ρ_0 kesitin kayma merkezinde geçen burulma ekseni ile cidarın ortasına teğet olan mesafedir.

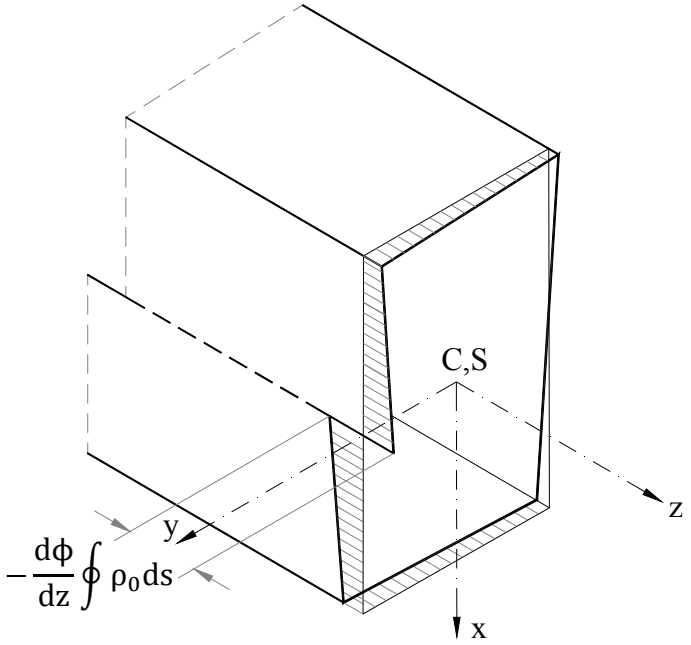


Şekil 3.12 : Açık kesitte çarpılma burulması [84].

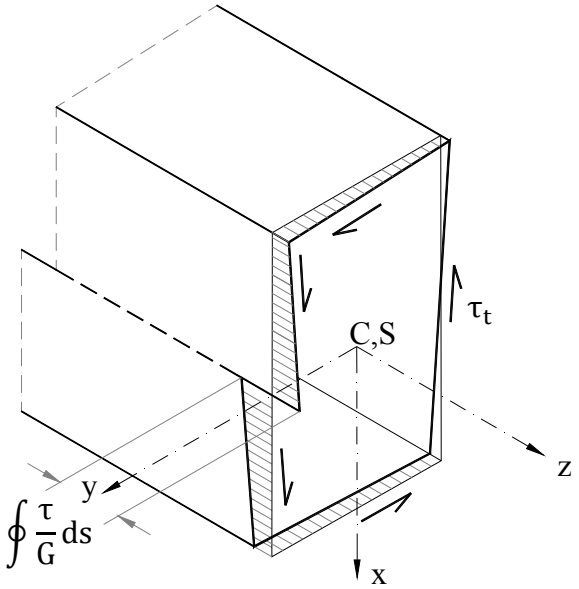


Şekil 3.13 : Kapalı kesitte kesitte üniform burulma [84].

Tüpün yarık olmadığı durumda; bu rölatif çarpılma yerdeğiştirmeleri oluşmaz. Bu durumda Şekil 3.14'te gösterilen burulmadan kaynaklanan rölatif yerdeğiştirme cidar yüzeyindeki kayma zorlamasından kaynaklanan Şekil 3.15'te gösterilen çarpılma yerdeğiştirmeleri ile dengelenir ve toplam rölatif çarpılma yerdeğiştirmesi sıfır olur. Kayma zorlaması kapalı kesit çevresinde sabit kayma akımından ($\tau_t t$) oluşur. Kayma akımı;



Şekil 3.14 : Burulma kaynaklı çarpılma yerdeğiştirmeleri [84].



Şekil 3.15 : Kayma kaynaklı çarpılma yerdeğiştirmeleri [84].

$$\tau_t . t = \frac{T_t}{2A_e} \qquad \textbf{(3.18)}$$

ile bulunur. Burada A_e Şekil 3.13'te gösterildiği gibi kapalı alanı ifade etmektedir.

Burulma mukavemeti

$$I_t = \frac{4{A_e}^2}{\oint \frac{1}{t} ds} \tag{3.19}$$

en büyük kayma gerilmesi ise

$$\tau_{t,maks} = \frac{T_t}{2A_e t_{min}} \tag{3.20}$$

olarak bulunur.

3.3 Üniform Olmayan Burulma

Bu burulma halinde ϕ' birim dönmesi kiriş boyunca sabit değil, değişkendir. Burulma momenti üniform burulma ve çarpılma burulmasının toplamına eşittir.

$$T_z = T_t + T_w \tag{3.21}$$

Üniform olmayan burulmanın diferansiyel denklemi

$$T_z = GI_t \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \tag{3.22}$$

olur. Bu denklemin genel çözümü

$$\phi = p(z) + A_1 e^{z/\lambda} + A_2 e^{-z/\lambda} + A_3 \tag{3.23}$$

şeklindedir. Burada

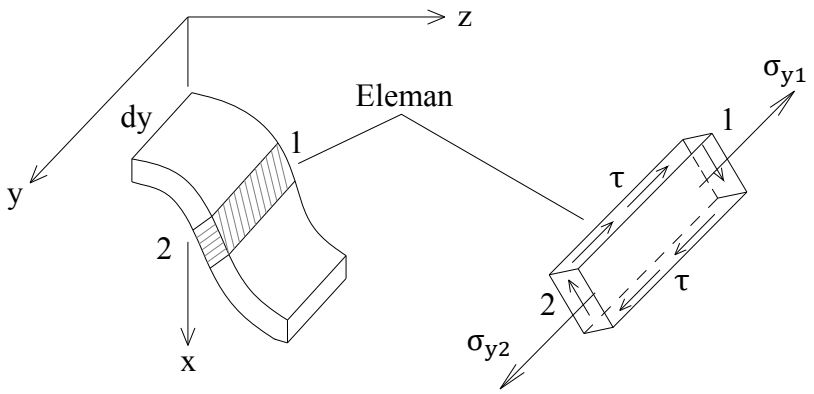
$$\lambda^2 = \frac{EI_w}{GI_t} \tag{3.24}$$

ifadesine eşittir ve A_1, A_2, A_3 ifadeleri sınır koşullarından bulunan sabitlerdir. Kiriş üzerindeki burulma momentinin değişimine bağlı $p(z)$ ise özel integraldir.

3.4 Üniform olmayan burulma diferansiyel denkleminin detaylı çözümü

Üniform olmayan burulmanın diferansiyel denkleminin çözümü bu bölümde detaylı biçimde açıklanmıştır. Üniform olmayan burulmanın diferansiyel denklemi, tekil burulma momenti etkisi durumu ve üniform yayılı burulma momenti etkisi durumu için ayrı ayrı çözülmüştür. Diferansiyel denklemin elde edilişinde aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

- Malzeme elastik ve izotropiktir, Hooke yasasına uyar.
- Eleman yüklenmeden önce doğrusaldır; yüklemede yerel burkulma meydana gelmez, enkesit şekil değiştirmez.
- Elemanda σ_y normal gerilmesi ve enkesit düzleminde τ_{ys} kayma gerilmesi önemli gerilmelerdir. σ_x, σ_z gerilmeleri ve ε_x, ε_z birim boy değiştirmeleri, açık enkesitlerde düzlemde γ_{zx}, γ_{zy}, γ_{xy} birm kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilir (Şekil 3.16). Kapalı enkesitlerde her bir gözde boyuna dislokasyon meydana gelmez, düzlemde birim kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilmez.



Şekil 3.16 : Dikkate alınan gerilmeler, [10].

- Yükler konservatiftir, orjinal doğrultu ve pozisyonunu korur.
- Şekil değiştirmeler yeteri kadar küçüktür, dolayısıyla eğrilik bağıntısı lineerdir.

3.4.1 Tekil burulma momenti etkisi durumu için çözüm

Tekil burulma momenti etkisinde üniform olmayan burulmaya ait diferansiyel denklem (3.21) ve (3.22) ifadelerini kullanarak (3.25)'teki gibi elde edilir.

$$T_z = GI_t\phi' - EI_w\phi''' \tag{3.25}$$

$$\phi''' - \frac{GI_t}{EI_w}\phi' = \frac{-T_z}{EI_w} \tag{3.26}$$

Bu diferansiyel denklem üçüncü mertebeden homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir. Bu tip diferansiyel denklemin genel çözümü; homojen çözüm ve özel çözüm olarak adlandırılan iki ayrı çözümün toplamından oluşmaktadır.

$$\phi_G = \phi_H + \phi_P \tag{3.27}$$

Burada

ϕ_G: genel çözümü,

ϕ_H: homojen çözümü,

$\phi_{P:}$ özel çözümü ifade etmektedir.

Homojen çözümün bulunması:

$$\phi''' - \frac{GI_t}{EI_w}\phi' = 0 \tag{3.28}$$

(3.24) ifadesi (3.28)'de yerine yazılırsa

$$\phi''' - \lambda^2\phi' = 0 \tag{3.29}$$

elde edilir.

Bu denklem üçüncü mertebeden sabit katsayılı bir denklemdir. Bu tip denklemlerin kökü $\phi_H = e^{rz}$ şeklinde seçilir.

$$\begin{aligned} \phi_H &= e^{rz} \\ \phi_H' &= re^{rz} \\ \phi_H'' &= r^2e^{rz} \\ \phi_H''' &= r^3e^{rz} \end{aligned} \tag{3.30}$$

(3.30) ifadeleri (3.29)'da yerine yazılırsa

$r^3e^{rz} - \lambda^2re^{rz} = 0$

$r(r^2 - \lambda^2)e^{rz} = 0$

$$r(r^2 - \lambda^2) = 0 \qquad \textbf{(3.31)}$$

olur. (3.30) denkleminin kökleri

$r_1 = 0$ ve

$$r^2 - \lambda^2 = 0 \qquad \textbf{(3.32)}$$

bağıntısından

$r_2 = \lambda$ ve $r_3 = -\lambda$ olarak elde edilir.

Buradan homojen çözüm

$$\phi_H = C_1 e^0 + C_2 e^{\lambda z} + C_3 e^{-\lambda z}$$

$$\phi_H = C_1 + C_2 e^{\lambda z} + C_3 e^{-\lambda z} \qquad \textbf{(3.333)}$$

olarak bulunur. Burada C_1, C_2 ve C_3 terimleri sabitleri ifade etmektedir.

Özel çözümün bulunması:

$$\phi''' - \frac{GI_t}{EI_w}\phi' = \frac{-T_z}{EI_w} \qquad \textbf{(3.34)}$$

(3.24) ifadesi kullanılırsa

$$\phi''' - \lambda^2\phi' = \frac{-T_z}{EI_w} \qquad \textbf{(3.35)}$$

elde edilir.

Bu denklem üçüncü mertebeden sabit katsayılı bir denklemdir. Bu tip denklemlerin kökü $\left(-T_z/EI_w\right)$ ifadesinin sabit olması sebebiyle $\phi_P = Az$ şeklinde seçilir.

$$\left.\begin{array}{l} \phi_P = Az \\ \phi_P{}' = A \\ \phi_P{}'' = 0 \\ \phi_P{}''' = 0 \end{array}\right\} \qquad \textbf{(3.36)}$$

(3.37) ifadeleri (3.35)'te yerine yazılırsa

$$0 - \lambda^2 A = \frac{-T_z}{EI_w} \tag{3.37}$$

A terimi (3.38)'deki gibi elde edilir.

$$A = \frac{T_z}{\lambda^2 EI_w} \tag{3.38}$$

A terimi yerine yazılırsa, özel çözüm

$$\phi_P = \frac{T_z}{\lambda^2 EI_w} z \tag{3.39}$$

olarak bulunur.

Sonuçta üniform olmayan burulmaya ait tekil burulma momenti etkisi durumu için diferansiyel denklemin çözümü

$$\phi(z) = C_1 + C_2 e^{\lambda z} + C_3 e^{-\lambda z} + \frac{T_z}{\lambda^2 EI_w} z \tag{3.40}$$

olarak elde edilir. Burada C_1, C_2 ve C_3 ifadeleri sabitlerdir.

Üniform olmayan burulmaya ait tekil burulma momenti etkisi durumu için diferansiyel denklemin çözümü

$$\left.\begin{aligned} \cosh(x) &= \frac{e^z + e^{-z}}{2} \\ \sinh(x) &= \frac{e^z - e^{-z}}{2} \end{aligned}\right\} \tag{3.41}$$

ifadeleri yazılarak

$$\phi(z) = A + B\cosh(\lambda z) + C\sinh(\lambda z) + \frac{T_z}{\lambda^2 EI_w} z \tag{3.42}$$

şeklinde elde edilir. Burada A, B ve C terimleri sabitleri ifade etmektedir.

3.4.2 Üniform yayılı burulma momenti etkisi durumu için çözüm

Üniform yayılı burulma momenti etkisinde üniform olmayan burulmaya ait diferansiyel denklem (3.21) bağıntısı kullanılarak (3.43)'teki gibi yazılır.

Birim boydaki burulma

$$-t_z = \frac{d}{dz} T_z \tag{3.43}$$

olduğuna göre

$$T_z = GI_t \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \tag{3.44}$$

(3.44) bağıntısının türevinin alınması ile

$$t_z = EI_w \frac{d^4\phi}{dz^4} - GI_t \frac{d^2\phi}{dz^2} \tag{3.45}$$

olarak elde edilir.

$$t_z = EI_w \phi^{IV} - GI_t \phi''$$

$$\frac{t_z}{EI_w} = \phi^{IV} - \frac{GI_t}{EI_w} \phi''$$

$$\frac{t_z}{EI_w} = \phi^{IV} - \lambda^2 \phi'' \tag{3.46}$$

Bu diferansiyel denklem dördüncü mertebeden homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir. Bu tip diferansiyel denklemin genel çözümü; homojen çözüm ve özel çözüm olarak adlandırılan iki ayrı çözümün toplamından oluşmaktadır.

$$\phi_G = \phi_H + \phi_P \tag{3.47}$$

Burada

ϕ_G: genel çözümü,

ϕ_H: homojen çözümü,

$\phi_{P:}$ özel çözümü ifade etmektedir.

Homojen çözümün bulunması:

$$\phi^{IV} - \frac{GI_t}{EI_w}\phi'' = 0 \qquad \textbf{(3.48)}$$

bağıntısında (3.24) ifadesi yerine yazılırsa

$$\phi^{IV} - \lambda^2\phi'' = 0 \qquad \textbf{(3.49)}$$

elde edilir.

Bu denklem üçüncü mertebeden sabit katsayılı bir denklemdir. Bu tip denklemlerin kökü $\phi_H = e^{r.z}$ şeklinde seçilir.

$$\begin{aligned} \phi_H &= e^{rz} \\ \phi_H' &= re^{rz} \\ \phi_H'' &= r^2e^{rz} \\ \phi_H''' &= r^3e^{rz} \\ \phi_H^{IV} &= r^4e^{rz} \end{aligned} \qquad \textbf{(3.50)}$$

ifadeleri (3.49)'da yerine yazılırsa,

$r^4e^{rz} - \lambda^2r^2e^{rz} = 0$

$r^2(r^2 - \lambda^2)e^{rz} = 0$

$$r^2(r^2 - \lambda^2) = 0 \qquad \textbf{(3.51)}$$

bağıntısı elde edilir. (3.51) denkleminin kökleri

$r_{1,2} = 0$ (katlı kök)

$$r^2 - \lambda^2 = 0 \qquad \textbf{(3.52)}$$

$r_3 = \lambda$ ve $r_4 = -\lambda$ olarak bulunur.

Buradan homojen çözüm

$\phi_H = C_1e^0 + C_2xe^0 + C_3e^{\lambda z} + C_4e^{-\lambda z}$

$$\phi_H = C_1 + C_2z + C_3e^{\lambda z} + C_4e^{-\lambda z} \qquad \textbf{(3.53)}$$

olarak bulunur. Burada C_1, C_2 ve C_3 ifadeleri sabitlerdir.

Özel çözümün bulunması:

(3.49) denklemi dördüncü mertebeden sabit katsayılı bir denklemdir. Bu tip denklemlerin kökü $\left({t_z}/{EI_w}\right)$ idadesinin sabit olması sebebiyle;

$\phi_P = Az^2 + Bx$ şeklinde seçilir.

$$\begin{aligned} \phi_p &= Az + Bx \\ \phi_p' &= 2Az + B \\ \phi_p'' &= 2A \\ \phi_p''' &= 2 \\ \phi_p{}^{IV} &= 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(3.54)}$$

ifadeleri (3.49)'da yerlerine yazılırsa

$$0 - 2A\lambda^2 = \frac{t_z}{EI_w}$$

$$A = -\frac{t_z}{2\lambda^2 EI_w} \qquad \textbf{(3.55)}$$

Buradan özel çözüm

$$\phi_p = -\frac{t_z}{2\lambda^2 EI_w} z \qquad \textbf{(3.56)}$$

olarak bulunur.

Sonuçta üniform olmayan burulmaya ait üniform yayılı burulma momenti etkisi durumu için diferansiyel denklemin çözümü

$$\phi(z) = \phi_H = C_1 + C_2 z + C_3 e^{\lambda.z} + C_4 e^{-\lambda z} - \frac{t_z}{2\lambda^2 EI_w} z^2 \qquad \textbf{(3.57)}$$

olarak elde edilir.

Burada C_1, C_2, C_3 ve C_4 ifadeleri sabitlerdir. Üniform olmayan burulmaya ait üniform yayılı burulma momenti etkisi durumu için diferansiyel denklemin çözümü (3.41) ifadeleri kullanılarak

$$\phi(z) = A + Bz + C\cosh(\lambda z) + D\sinh(\lambda z) - \frac{t_x}{\lambda^2 EI_w} z^2 \qquad \textbf{(3.58)}$$

şeklinde ifade edilir. Burada A, B, C ve D terimleri sabitleri ifade etmektedir.

3.5 Kesit Tesirleri

Diferansiyel denklem çözümleri elde edildikten sonra kesit tesirleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} T_t(z) &= GI_t\phi'(z) \\ T_{wm}(z) &= EI_w\phi''(z) \\ T_w(z) &= -EI_w\phi'''(z) \\ T_z(z) &= GI_t\phi'(z) - EI_w\phi'''(z) \end{aligned} \qquad \textbf{(3.59)}$$

Burada

EI_w: çarpılma rijitliği

GI_t: burulma rijitliği

$\phi(z)$: toplam dönme

$T_t(z)$: St. Venant burulması momenti

$T_{wm}(z)$: bimoment

$T_w(z)$: çarpılma burulması momenti

$T_z(z)$: toplam burulma momentidir.

3.6 Sınır Ve Süreklilik Şartları

Burulma diferansiyel denkleminin genel çözümünde integral sabitleri, sınır veya süreklilik şartlarıyla belirlenir.

Bu şartlar:

Çatal mesnet halinde sınır şartları: $\phi = 0$

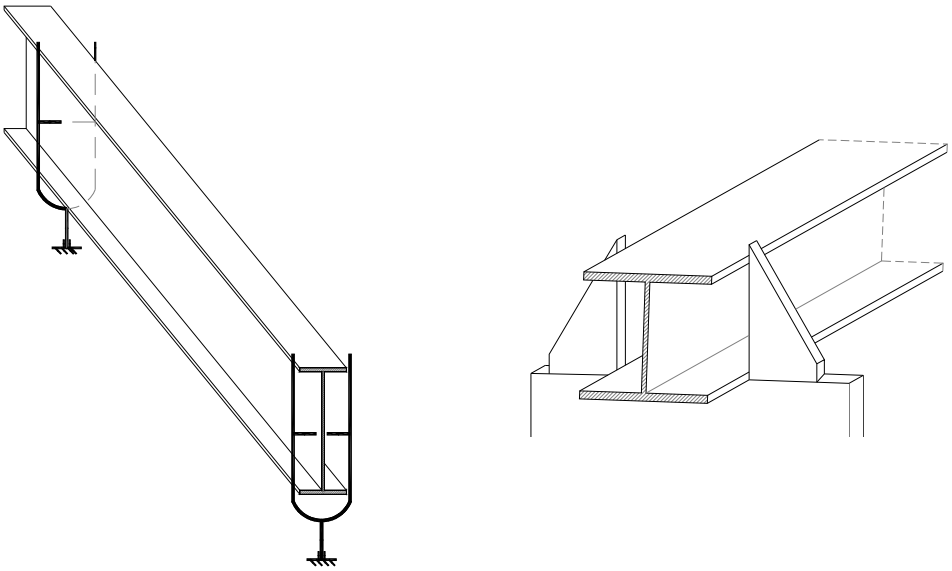
Uç kesitler çarpılmaya karşı serbest ise: $\phi'' = 0$, $(T_w = 0,\ \sigma_w = 0)$

Uç kesitler çarpılmaya karşı tutulmuş veya tam ankastre ise: $\phi' = 0$

Çatal mesnetli sürekli kiriş halinde mesnetlerde: $\begin{cases} \phi = 0 \\ \phi'_{sol} = \phi'_{sağ} \\ \phi''_{sol} = \phi''_{sağ} \left(T_{w,sol} = T_{w,sag}\right) \end{cases}$

Herhangi bir kirişte açıklık kesitlerinde : $\begin{cases} \phi_{sol} = \phi_{sağ} \\ \phi'_{sol} = \phi'_{sağ} \\ \phi''_{sol} = \phi''_{sağ} \end{cases}$

Kiriş eksenine dik yerdeğiştirmeye ve burulma dönmesine olanak vermeyen, buna karşın eğilme dönmesinin serbest olduğu mesnetlere "çatal mesnet" denir [85]. Şekil 3.17'de çatal mesnet örnekleri gösterilmiştir.



Şekil 3.17 : Çatal mesnet örnekleri.

4. EĞİLME VE BURULMA ETKİSİNE MARUZ SİSTEMLER İÇİN MATEMATİKSEL İFADELER

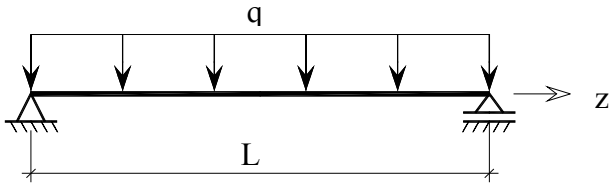
4.1 Giriş

Bu bölümde farklı yüklemelere maruz farklı statik sistemler için çökme, eğilme dönmesi, eğilme, kesme, burulma dönmesi, St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerlerinin elde edilmesinde kullanılacak olan matematiksel ifadelere yer verilmiştir. Basit kiriş yaklaşımından başlanarak ilerideki bölümlerde yüksek yapı çözümlerinde kullanılacak olan konsol kiriş sistemlerinin çözümlerine geçilmiştir.

Bu bölümde her bir durum için matematiksel ifadelerin açık biçimde verilmesinin sebebi özellikle burulma etkisine maruz elemanların tasarımında, günümüzde yapı mühendisliğinde tasarımda sıkça kullanılan analiz programlarının yeterli olmayışıdır. Bu eksikliğin ihmal edilmemesi gerektiği ve yapı mühendisinin matematiksel ifadeleri kullanarak daha hassas sonuçları tasarım aşamasında elde edebilmesi amaçlanmıştır.

Son bölümde ise farklı konumdaki katlara kat seviyesinden etkiyen farklı büyüklükteki yatay tekil yükler altında oluşan eğilme ve burulma ile ilgili tesirlerin bulunmasına ilişkin önerilen matematiksel ifadeler detaylı biçimde verilmiştir. Sonraki bölümlerde teorik alt yapısı bu bölümde verilen önerinin farklı modeller üzerinde uygulamaları gösterilmiştir.

4.2 Üniform Yayılı Burulma Momenti Etkisindeki Basit Kiriş



Şekil 4.1 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki basit kiriş.

q üniform yayılı yükü ve dolayısıyla t_z üniform yayılı burulma momenti etkisindeki, statik sistemi Şekil 4.1'de verilen bir basit kiriş eleman için burulma fonksiyonları (4.1) bağıntılarında verilmiştir. t_z üniform yayılı burulma momenti, q yayılı yükü ile ağırlık ve kayma merkezleri arasındaki mesafenin çarpımına eşittir.

$$A1 = \tanh\left(\frac{\lambda L}{2}\right)\sinh(\lambda z)$$

$$A2 = \tanh\left(\frac{\lambda L}{2}\right)\cosh(\lambda z)$$

$$\phi(z) = \frac{t_z}{GI_t\lambda^2}\left[\frac{\lambda^2 L^2}{2}\left(\frac{z}{L} - \frac{z^2}{L^2}\right) + \cosh(\lambda z) - A1 - 1\right]$$

$$\phi'(z) = \frac{t_z}{GI_t\lambda}\left[\frac{\lambda L}{2}\left(1 - \frac{2z}{L}\right) + \sinh(\lambda z) - A2\right] \qquad \textbf{(4.1)}$$

$$\phi''(z) = \frac{t_z}{GI_t}\left[-1 + \cosh(\lambda z) - A1\right]$$

$$\phi'''(z) = \frac{t_z\lambda}{GI_t}\left[\sinh(\lambda z) - A2\right]$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$F_0(z_i) = \frac{GI_t}{t_z}\phi(z)$$

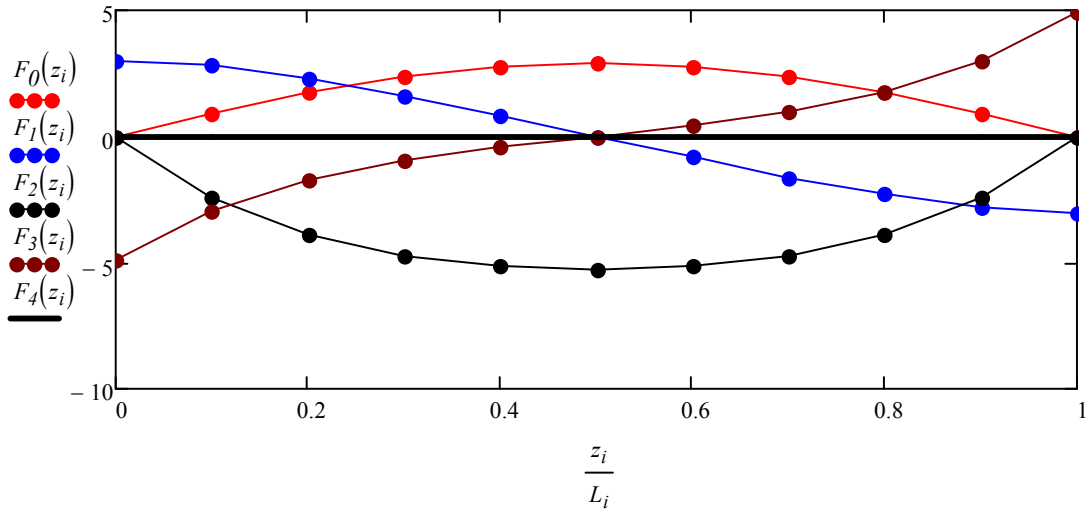
$$F_1(z_i) = \frac{GI_t}{t_z}\phi'(z)$$

$$F_2(z_i) = \frac{GI_t}{t_z}\phi''(z) \qquad \textbf{(4.2)}$$

$$F_3(z_i) = \frac{GI_t}{t_z}\phi'''(z)$$

Burulma ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.2) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.2'de aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.

Burada $F_0(z_i)$ burulma dönmesinin, $F_1(z_i)$ St. Venant burulması momentinin, $F_2(z_i)$ bimomentin, $F_3(z_i)$ çarpılma burulması momentinin eleman boyunca değişimini veren fonksiyonlardır.



Şekil 4.2 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki basit kirişte burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

$$y(z) = \frac{q}{EI}\left(\frac{z^4}{24} - \frac{Lz^3}{12} + \frac{L^3}{24}z\right)$$

$$y'(z) = \frac{q}{EI}\left(\frac{z^3}{6} - \frac{Lz^2}{4} + \frac{L^3}{24}\right)$$

$$y''(z) = \frac{q}{EI}\left(\frac{z^2}{2} - \frac{Lz}{2}\right) \qquad \textbf{(4.3)}$$

$$y'''(z) = \frac{q}{EI}\left(z - \frac{L}{2}\right)$$

Şekil 4.1'deki basit kiriş eleman için eğilme fonksiyonları (4.3) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

Burada $y(z)$ yerdeğiştirmeyi, $y'(z)$ eğilme dönmesini veren fonksiyonlardır.

$$M = -EIy''(z)$$

$$V = -EIy'''(z) \qquad \textbf{(4.4)}$$

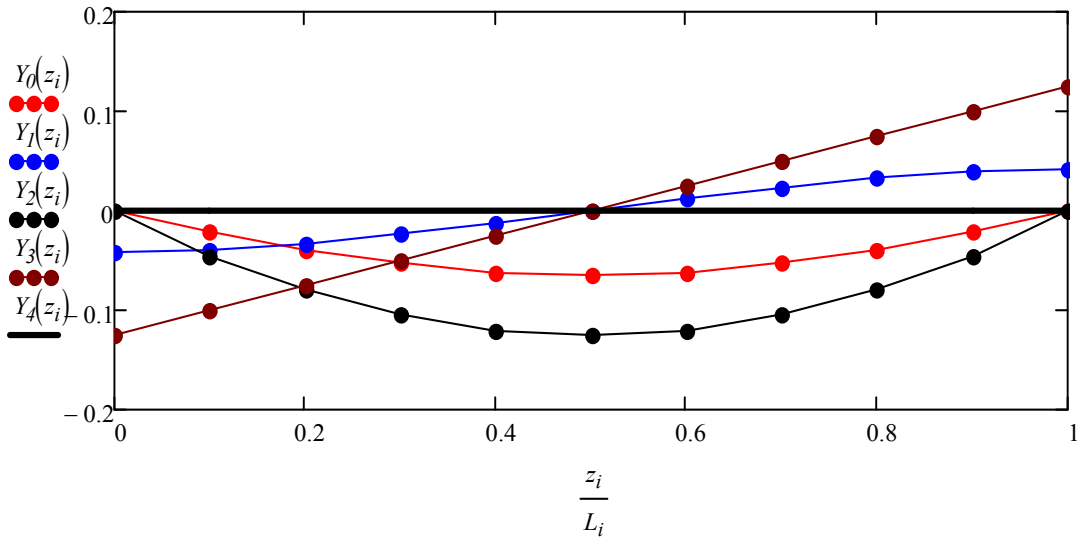
$$q = EIy^{IV}(z)$$

M eğilme momenti, V kesme kuvveti ve q yayılı yükü (4.4) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

Eğilme ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.5) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.3'te aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.

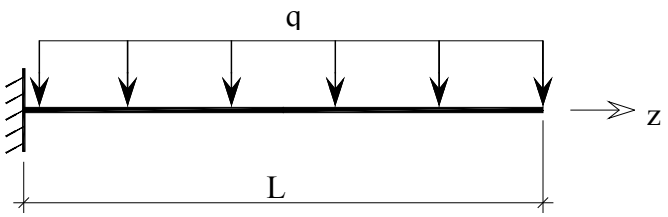
$$Y_0(z_i) = EIy(z)$$
$$Y_1(z_i) = EIy'(z)$$
$$Y_2(z_i) = EIy''(z) \qquad \textbf{(4.5)}$$
$$Y_3(z_i) = EIy'''(z)$$

Burada $Y_0(z_i)$ çökmenin, $Y_1(z_i)$ eğilme dönmesinin, $Y_2(z_i)$ eğilme momentinin, $Y_3(z_i)$ kesme kuvvetinin eleman boyunca değişimini veren fonksiyonlardır.



Şekil 4.3 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki basit kirişte eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

4.3 Üniform Yayılı Burulma Momenti Etkisindeki Konsol Eleman



Şekil 4.4 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki konsol eleman.

q üniform yayılı yükü ve dolayısıyla t_z üniform yayılı burulma momenti etkisindeki, statik sistemi Şekil 4.4'te verilen bir konsol eleman üzerinde herhangi bir z konumunda oluşan burulma ile ilgili değerleri veren fonksiyonlar (4.6) bağıntılarında

verilmiştir. t_z üniform yayılı burulma momenti, q yayılı yükü ile ağırlık ve kayma merkezleri arasındaki mesafenin çarpımına eşittir.

$$A1 = \lambda L \sinh(\lambda L) + 1$$

$$A2 = \lambda L \sinh(\lambda z)$$

$$A3 = \lambda L \cosh(\lambda z)$$

$$\phi(z) = \frac{t_z}{GI_t\lambda^2}\left\{\frac{A1(\cosh(\lambda z)-1)}{\cosh(\lambda L)} - A2 + (\lambda L)^2\left[\frac{z}{L} - \frac{(z/L)^2}{2}\right]\right\}$$

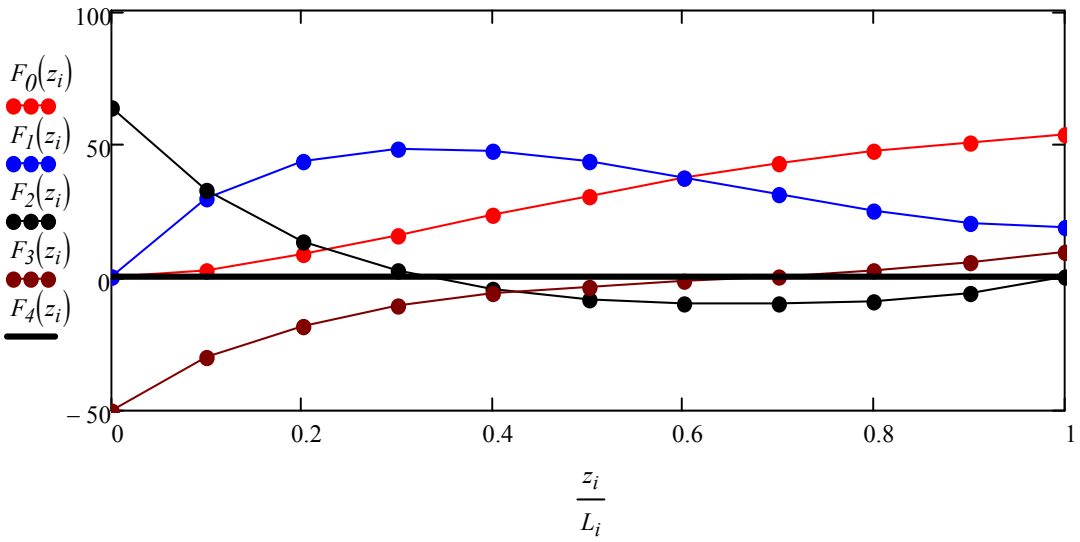
$$\phi'(z) = \frac{t_z}{GI_t\lambda}\left\{\frac{A1\sinh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)} - A3 + (\lambda L)\left[1 - \frac{z}{L}\right]\right\} \qquad \textbf{(4.6)}$$

$$\phi''(z) = \frac{t_z}{GI_t}\left[\frac{A1\cosh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)} - A2 - 1\right]$$

$$\phi'''(z) = \frac{t_z\lambda}{GI_t}\left[\frac{A1\sinh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)} - A3\right]$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

Burulma ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.2) bağıntılarında (4.6) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.5'te aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.5 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki konsol elemanda burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

Şekil 4.4'teki bir konsol eleman üzerinde herhangi bir z konumunda oluşan eğilme ile ilgili değerleri veren eğilme fonksiyonları (4.7) bağıntılarında verilmiştir.

$$y(z) = -\frac{qz^2}{24EI}(z^2 + 6L^2 - 4Lz)$$

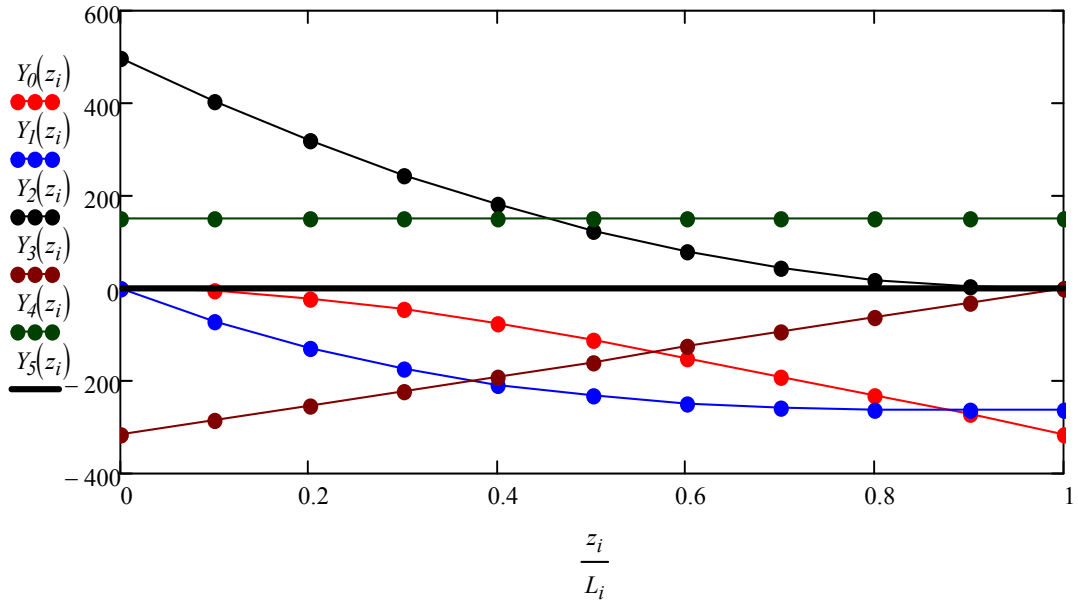
$$y'(z) = -\frac{q.z}{6EI}(z^2 + 3L^2 - 3Lz)$$

$$y''(z) = \frac{q}{2EI}(z^2 + L^2 - 2Lz) \qquad \textbf{(4.7)}$$

$$y'''(z) = \frac{q}{EI}(z - L)$$

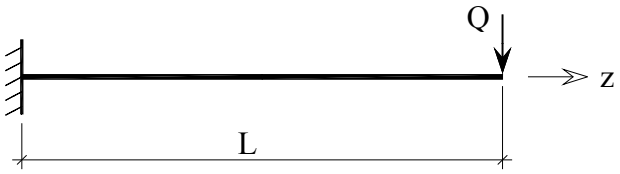
$$y^{iv}(z) = \frac{q}{EI}$$

Eğilme ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.5) bağıntılarında (4.7) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.6'da aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.6 : Üniform yayılı burulma momenti etkisindeki konsol elemanda eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

4.4 Konsol Ucundaki Tekil Burulma Momenti Etkisindeki Konsol Eleman



Şekil 4.7 : Konsol ucundaki tekil burulma momenti etkisindeki konsol kiriş.

Statik sistemi Şekil 4.7'de verilen, bir konsol taşıyıcı elemanda uç noktada etkiyen Q tekil kuvvetinden dolayı eleman üzerinde herhangi bir z konumunda oluşan burulma ile ilgili değerleri veren fonksiyonlar (4.8) ve (4.9) bağıntılarında verilmiştir. T_z tekil burulma momenti, Q tekil yükü ile ağırlık ve kayma merkezleri arasındaki mesafenin çarpımına eşittir.

$$\phi(z) = \frac{T_z}{\lambda G I_t}\left\{\tanh(\lambda L)\left[\cosh(\lambda z) - 1\right] - \sinh(\lambda z) + \lambda x\right\} \qquad \textbf{(4.8)}$$

$$\phi'(z) = \frac{T_z}{G I_t}\left[\tanh(\lambda L)\sinh(\lambda z) - \cosh(\lambda z) + 1\right]$$

$$\phi''(z) = \frac{T_z\lambda}{GI_t}\left[\tanh(\lambda L)\cosh(\lambda z) - \sinh(\lambda z)\right]$$

$$\phi'''(z) = \frac{T_z\lambda^2}{GI_t}\left[\tanh(\lambda L)\sinh(\lambda x) - \cosh(\lambda z)\right] \qquad \textbf{(4.9)}$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

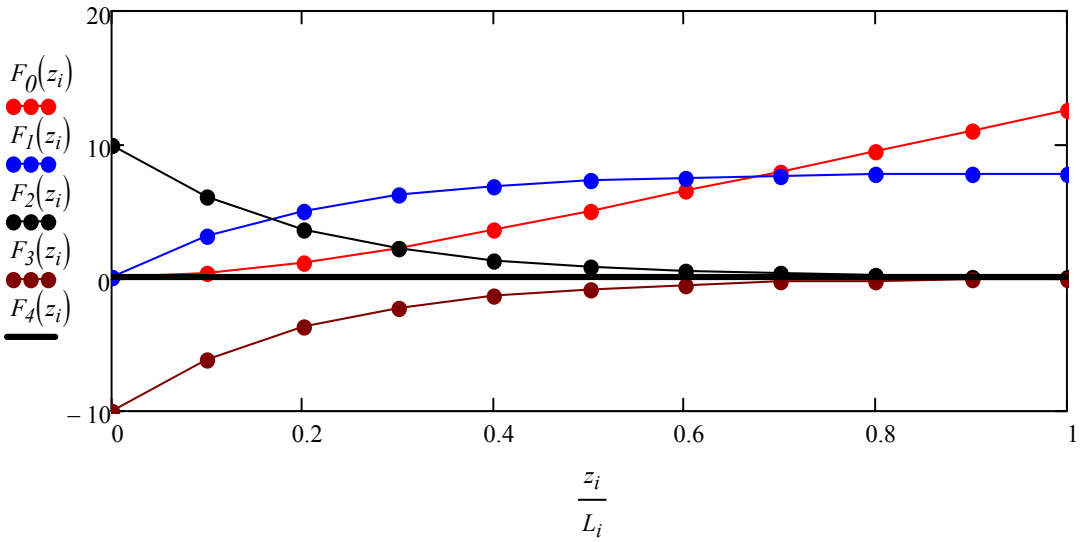
$$F_0(z_i) = \frac{GI_t}{T_z}\phi(z)$$

$$F_1(z_i) = \frac{GI_t}{T_z}\phi'(z)$$

$$F_2(z_i) = \frac{GI_t}{T_z}\phi''(z) \qquad \textbf{(4.10)}$$

$$F_3(z_i) = \frac{GI_t}{T_z}\phi'''(z)$$

(4.11) bağıntılarında $F_0(z_i)$ burulma dönmesinin, $F_1(z_i)$ St. Venant burulması momentinin, $F_2(z_i)$ bimomentin, $F_3(z_i)$ çarpılma burulması momentinin eleman boyunca değişimini veren fonksiyonlardır.



Şekil 4.8 : Konsol ucundaki tekil burulma momenti etkisindeki elemanda burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

Burulma ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.10) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.8'de aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.

Şekil 4.7'deki konsol elemanda uç noktada etkiyen Q tekil kuvvetinden dolayı eleman üzerinde herhangi bir z konumunda oluşan eğilme ile ilgili değerleri veren eğilme fonksiyonları (4.11) bağıntılarında verilmiştir. M eğilme momenti ve V kesme kuvveti değerleri (4.11) bağıntılarının (4.4) bağıntılarında kullanılmasıyla elde edilir.

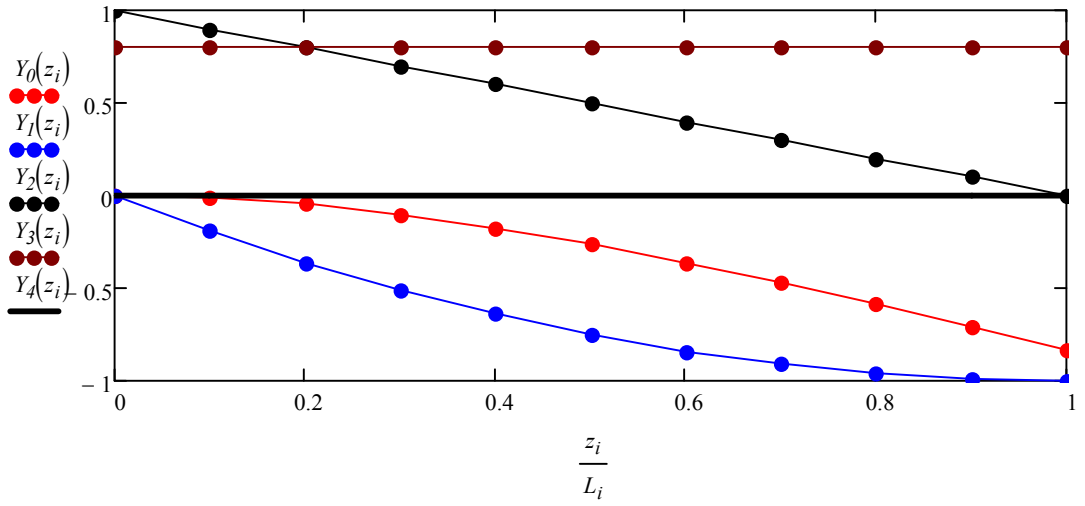
$$y(z) = -\frac{Qz^2}{6EI}(3L - z)$$

$$y'(z) = -\frac{Qz}{2EI}(2L - z) \qquad \textbf{(4.11)}$$

$$y''(z) = -Q(L - z)$$

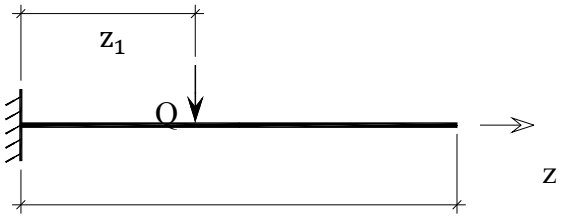
$$y'''(z) = Q$$

Eğilme ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.5) bağıntılarında (4.11) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.9'da aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.9 : Konsol ucundaki tekil burulma momenti etkisindeki elemanda eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

4.5 Açıklıktaki Tekil Burulma Momenti Etkisindeki Konsol Eleman



Şekil 4.10 : Açıklıktaki tekil burulma momenti etkisindeki konsol kiriş.

Statik sistemi Şekil 4.10'da verilen, bir konsol taşıyıcı sistemde herhangi bir z_1 noktasında etkiyen Q tekil kuvvetinden dolayı eleman üzerinde herhangi bir z konumunda oluşan burulma ile ilgili değerleri veren fonksiyonlar (4.12), (4.13) ve (4.14) bağıntılarında verilmiştir. T_z tekil burulma momenti, Q tekil yükü ile ağırlık ve kayma merkezleri arasındaki mesafenin çarpımına eşittir.

$0 \leq z \leq z_1$durumu:

$$A1 = \sinh\left[\lambda(L - z_1)\right] - \sinh(\lambda L)$$

$$A2 = \lambda(z - z_1) + \sinh\left[\lambda(z - z_1)\right]$$

$$A3 = \sinh(\lambda z)\cosh(\lambda L)$$

$$A4 = 1 - \cosh(\lambda z)$$

$$\phi(z) = \frac{T_z}{\lambda G I_t}\left\{\lambda . z - \frac{\sinh(\lambda z)\cosh(\lambda L) - \left[1 - \cosh(\lambda z)\right]A1}{\cosh(\lambda L)}\right\} \quad \textbf{(4.12}$$

$$\phi'(z) = \frac{T_z}{G I_t}\left[1 - \cosh(\lambda z) - \frac{A1\sinh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)}\right]$$

$$\phi''(z) = \frac{T_z}{\lambda G I_t}\left[\sinh(\lambda z) + \frac{A1\cosh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)}\right]$$

$$\phi'''(z) = \frac{T_z}{G I_t}\left[\cosh(\lambda z) + \frac{A1\sinh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)}\right] \quad \textbf{(4.13}$$

$z_1 \leq z \leq L$ durumu:

$$\phi(z) = \frac{T_z}{\lambda G I_t}\left\{\lambda z - \frac{A3 - \left[1 - \cosh(\lambda z)\right] A1}{\cosh(\lambda L)} - A2\right\}$$

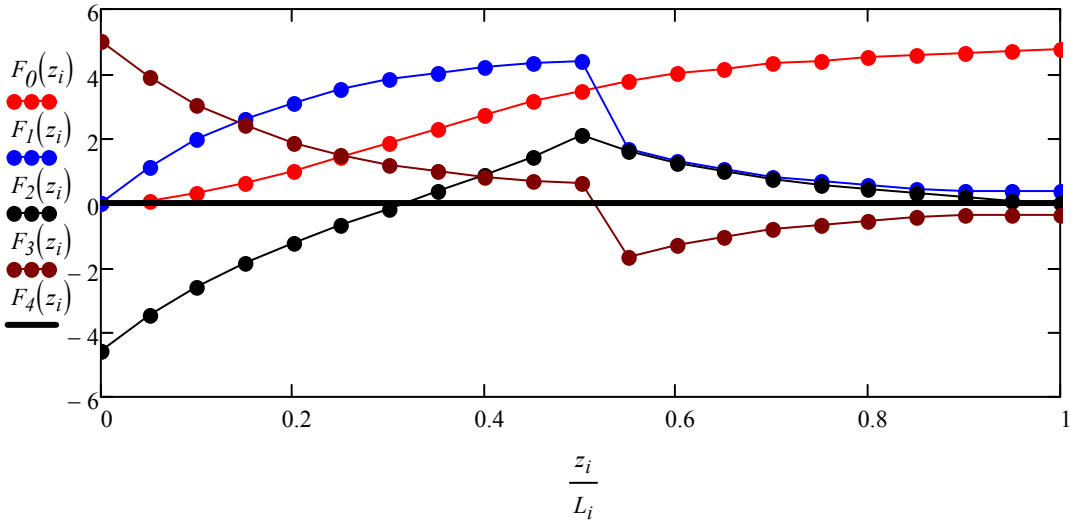
$$\phi'(z) = \frac{T_z}{G I_t}\left\{A4 - \frac{A1\sinh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)} - 1 + \cosh\left[\lambda(z - z_1)\right]\right\}$$

$$\textbf{(4.14)}$$

$$\phi''(z) = \frac{T_z}{\lambda G I_t}\left\{\sinh(\lambda z) + \frac{A1\cosh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)} - \sinh\left[\lambda(z - z_1)\right]\right\}$$

$$\phi'''(z) = \frac{T_z}{G I_t}\left\{\cosh(\lambda z) + \frac{A1\sinh(\lambda z)}{\cosh(\lambda L)} - \cosh\left[\lambda(z - z_1)\right]\right\}$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.



Şekil 4.11 : Açıklıktaki tekil burulma momenti etkisindeki konsol elemanda burulma ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

Burulma ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.10) bağıntılarında (4.13) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.11'de aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.

Şekil 4.10'daki konsol taşıyıcı elemanın herhangi bir z_1 noktasında etkiyen Q tekil kuvvetinden dolayı eleman üzerinde herhangi bir z konumunda oluşan eğilme ile ilgili değerleri veren eğilme fonksiyonları (4.15) ve (4.16) bağıntılarında verilmiştir:

$$y(z) = \begin{cases} z_1 \geq z & \rightarrow \quad \frac{Qz^2}{6EI}(3z_1 - z) \\ z_1 \leq z & \rightarrow \quad \frac{Qz_1{}^2}{6EI}(3z - z_1) \end{cases}$$

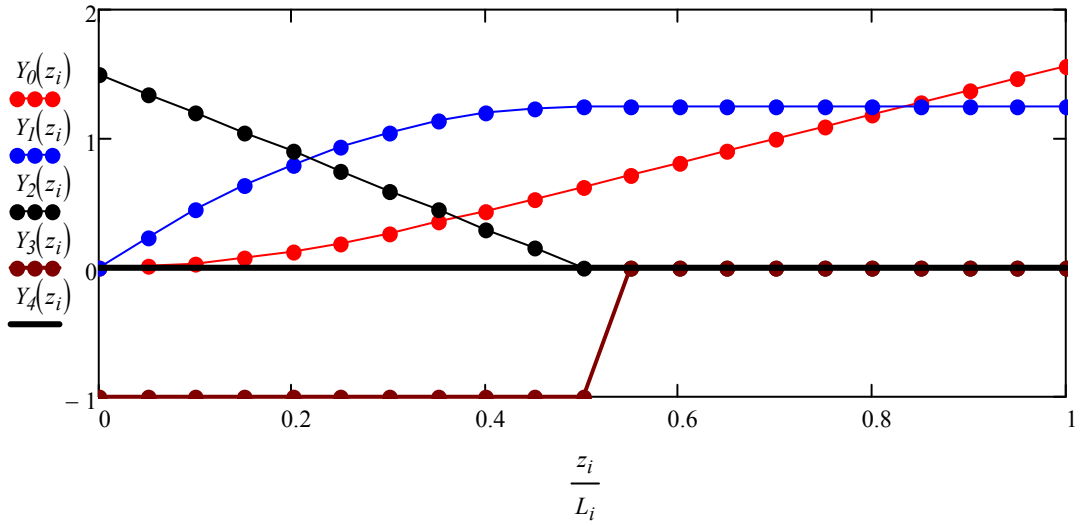
$$y'(z) = \begin{cases} z_1 \geq z & \rightarrow \quad \frac{Qz}{2EI}(2z_1 - z) \\ z_1 \leq z & \rightarrow \quad \frac{Qz_1{}^2}{2EI} \end{cases} \qquad \textbf{(4.15)}$$

$$y''(z) = \begin{cases} z_1 \geq z & \rightarrow \quad \frac{Q}{EI}(z_1 - z) \\ z_1 \leq z & \rightarrow \quad \frac{Qz_1}{EI} \end{cases}$$

$$y'''(z) = \begin{cases} z_1 \geq z & \rightarrow & -\frac{Q}{EI} \\ z_1 \leq z & \rightarrow & 0 \end{cases} \qquad \textbf{(4.16)}$$

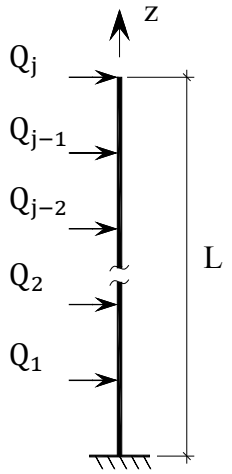
M eğilme momenti ve V kesme kuvveti değerleri (4.15) ve (4.16) bağıntılarının (4.4) bağıntılarında kullanılmasıyla elde edilir.

Eğilme ile ilgili değerlerin eleman boyunca değişimi (4.5) bağıntılarında (4.15) ve (4.16) bağıntıları kullanılarak Şekil 4.12'de aynı grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.12 : Açıklıktaki tekil yük etkisindeki konsol elemanda eğilme ile ilgili tesirlerin çubuk boyunca dağılımı.

4.6 Farklı Konum Ve Büyüklüklerdeki Tekil Burulma Momentleri Etkisindeki Konsol Elemanlar İçin Önerilen Yöntem



Şekil 4.13 : Farklı konum ve büyüklükteki tekil burulma momentleri etkisindeki konsol eleman.

Statik sistemi Şekil 4.13'te verilen, bir konsol taşıyıcı sistemde j. noktada etkiyen Q_j tekil yükünden dolayı i. noktada oluşan burulma fonksiyonları (4.17) ve (4.18) bağıntılarında verilmiştir. T_z tekil burulma momenti, Q_j tekil yükü ile ağırlık ve kayma merkezleri arasındaki mesafenin çarpımına eşittir.

$$A1 = \sinh(\lambda z_i)\cosh(\lambda L)$$

$$A2 = \left[1 - \cosh(\lambda z_i)\right]$$

$$A3 = \left\{\sinh\left[\lambda\left(L - z_j\right)\right] - \sinh(\lambda L)\right\}$$

$$A4 = -\left[\lambda\left(z_i - z_j\right)\right] + \sinh\left[\lambda(z_i - z_j)\right]$$

$$A5 = \cosh\left[\lambda\left(z_i - z_j\right)\right]$$

$$A6 = \sinh\left[\lambda\left(z_i - z_j\right)\right]$$

$$\phi_{ij}(z) = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_{zj}}{\lambda GI_t}\left[\lambda z_i - \dfrac{A1 - A2A3}{\cosh(\lambda L)}\right] \\ i > j \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_{zj}}{\lambda GI_t}\left[\lambda z_i - \dfrac{A1 - A2A3}{\cosh(\lambda L)} + A4\right] \end{cases}$$

$$\phi_i(z) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \phi_{ij}(z)$$

$$\phi'_{ij}(z) = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_{zj}}{GI_t}\left[A2 - \dfrac{A3\sinh(\lambda z_i)}{\cosh(\lambda L)}\right] \\ i > j \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_{zj}}{GI_t}\left[\dfrac{A2 - A3\sinh(\lambda z_i)}{\cosh(\lambda L)} - 1 + A5\right] \end{cases} \qquad \textbf{(4.17)}$$

$$\phi'_i(z) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \phi'_{ij}(z)$$

$$\phi''_{ij}(z) = \begin{cases} i \le j \ \rightarrow \ \dfrac{T_{zj}}{\lambda GI_t}\left[\dfrac{\sinh(\lambda z_i) + A3\cosh(\lambda z_i)}{\cosh(\lambda L)}\right] \\ i > j \ \rightarrow \ \dfrac{T_{zj}}{\lambda GI_t}\left[\dfrac{\sinh(\lambda z_i) + A3\cosh(\lambda z_i)}{\cosh(\lambda L)} - A6\right] \end{cases}$$

$$\phi''_i(z) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \phi''_{ij}(z)$$

$$\phi'''_{ij}(z) = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_{zj}}{GI_t}\left[\cosh(\lambda z_i) + \dfrac{A3\sinh(\lambda z_i)}{\cosh(\lambda L)}\right] \\ i > j \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_{zj}}{GI_t}\left[\dfrac{\cosh(\lambda z_i) + A3\sinh(\lambda z_i)}{\cosh(\lambda L)} - A5\right] \end{cases} \qquad \textbf{(4.18)}$$

$$\phi'''_i(z) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\phi'''_{ij}(z)$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

Statik sistemi Şekil 4.13'te verilen, bir konsol taşıyıcı sistemde j. noktada etkiyen Q_j tekil yükünden dolayı i. noktada oluşan eğilme fonksiyonları (4.19) ve (4.20) bağıntılarında verilmiştir.

$$y_{i,j} = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad \dfrac{Q_j z_i^{\,2}}{6EI_x}(3z_j - z_i) \\ i > j \quad \rightarrow \quad \dfrac{Q_j z_j^{\,2}}{6EI_x}(3z_i - z_j) \end{cases}$$

$$y = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} y_{i,j} \qquad \textbf{(4.19)}$$

$$y'_{i,j} = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad \dfrac{Q_j z_i}{2EI_x}(2z_j - z_i) \\ i > j \quad \rightarrow \quad \dfrac{Q_j z_j^{\,2}}{2EI_x} \end{cases}$$

$$y' = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} y'_{i,j}$$

$$y''_{i,j} = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad \dfrac{Q_j}{EI_x}\left(z_j - z_i\right) \\ i > j \quad \rightarrow \quad \dfrac{Q_j z_j}{EI_x} \end{cases}$$

$$y'' = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} y''_{i,j} \qquad \textbf{(4.20)}$$

$$y'''_{i,j} = \begin{cases} i \le j \quad \rightarrow \quad -\dfrac{Q_j}{EI_x} \\ i > j \quad \rightarrow \quad 0 \end{cases}$$

$$y''' = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} y'''_{i,j}$$

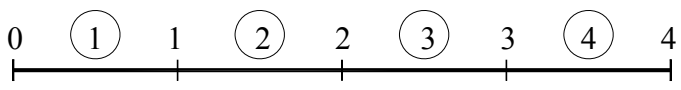
M eğilme momenti ve V kesme kuvveti değerleri (4.19) ve (4.20) bağıntılarının (4.4) bağıntılarında kullanılmasıyla elde edilir.

4.7 Enkesiti Değişken Sistemlerin Taşıma Matrisi Yöntemi İle Çözümü

Bir önceki bölümde önerilen yöntem, kesitin sabit kaldığı sistem boyunca süreklilik gösterdiği durumlar için geçerlidir. Ancak kesitin değişken olması durumunda bu yöntem yetersiz kalmaktadır. Bu gibi durumlarda taşıma matrisi yöntemi kullanılarak sistemin üniform olmayan burulma durumu için çözümü elde edilebilir.

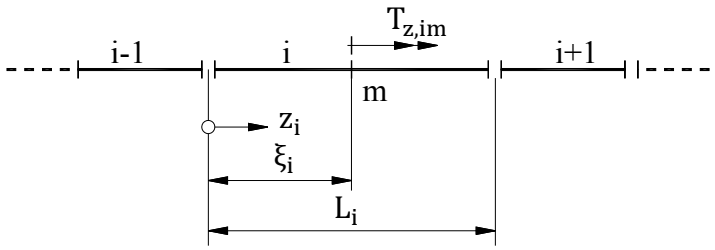
Taşıma matrisi yöntemi ilk kez 1956'da Holzer Van Dungen tarafından burulmaya maruz kapalı kesitlerin analizi için kullanılmıştır [86].

Aşağıda taşıma matris yönteminin esasları Şekil 4.14'te verilen dört parçalı bir eleman için açıklanmıştır. Çalışmada taşıma matrisi ile ilgili genel bilgiler verilmiştir, taşıma matrisi ile ilgili detaylı bilgi [87]'den elde edilebilir.



Şekil 4.14 : Enkesiti değişken çubuk eleman ve düğüm noktası numaraları

Şekil 4.15'te yükleme durumu gösterilmiştir.



Şekil 4.15 : Yükleme durumu

Bir i. çubuk elemanında uç dönmeleri, uç dönmelerinin birinci türevleri, bimomentleri ve çarpılma burulması momentleri arasında

$$\boldsymbol{\psi_{i,i-1} = A_i \psi_{i-1,i} - A_{i0}} \qquad \textbf{(4.21)}$$

ilişkisi vardır.

Burada $\mathbf{A_i}$ alan matrisi, $\mathbf{A_{i0}}$ yük vektörüdür. $\mathbf{A_i}$ matrisi diferansiyel denklemin homojen çözümüne, $\mathbf{A_{i0}}$ vektörü özel çözümüne karşı gelir.

$I_{t,0}$ keyfi bir burulma mukavemeti olmak üzere

$$\boldsymbol{\psi_{i-1,i}} = \begin{bmatrix} GI_{t,0}\phi_{i-1,i} \\ GI_{t,0}\phi'_{i-1,i} \\ T_{wm_{i-1,i}} \\ T_{w_{i-1,i}} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.22)}$$

$$\boldsymbol{\psi_{i,i-1}} = \begin{bmatrix} GI_{t,0}\phi_{i,i-1} \\ GI_{t,0}\phi'_{i,i-1} \\ T_{wm_{i,i-1}} \\ T_{w_{i,i-1}} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.23)}$$

yazılırsa $\mathbf{A_i}$ matrisinin elemanları

$$A1 = \frac{1}{\lambda_i}\sinh(\lambda_i z_i)$$

$$A2 = \cosh(\lambda_i z_i)$$

$$A3 = -\frac{I_{t,i}}{I_{t,0}}\frac{1}{\lambda_i}\sinh(\lambda_i z_i)$$

$$B1 = \frac{I_{t,0}}{I_{t,i}}\left[1 - \cosh(\lambda_i z_i)\right]$$

$$B2 = -\frac{I_{t,0}}{I_{t,i}}\lambda_i \sinh(\lambda_i z_i)$$

$$B3 = \cosh\lambda_i z$$

$$C1 = \frac{I_{t,0}}{I_{t,i}}\left[z_i - \frac{1}{\lambda_i}\sinh(\lambda_i z_i)\right]$$

$$C2 = \frac{I_{t,0}}{I_{t,i}}\left[z_i - \frac{1}{\lambda_i}\cosh(\lambda_i z_i)\right]$$

$$C3 = \frac{1}{\lambda_i}\sinh(\lambda_i z_i)$$

'dir ve

$$\mathbf{A_i} = \begin{bmatrix} 1 & A1 & B1 & C1 \\ 0 & A2 & B2 & C2 \\ 0 & A3 & B3 & C3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olur. Yük vektörünün elemanları ise

$z_i < \xi_{im}$ durumu için

$$\mathbf{A_{i0,m}} = 0 \qquad \textbf{(4.24)}$$

$z_i \geq \xi_{im}$ durumu için

$$\mathbf{A_{i0,m}} = T_{z,im}\begin{bmatrix} I_{t,0}/I_{t,i}\left\{z_i - \xi_{im} - 1/\lambda_i \sinh\left[\lambda(z_i - \xi_{im})\right]\right\} \\ I_{t,0}/I_{t,i}\left\{1 - \cosh\left[\lambda(z_i - \xi_{im})\right]\right\} \\ 1/\lambda_i \sinh\left[\lambda(z_i - \xi_{im})\right] \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.25)}$$

olur.

$i + 1$ çubuk elemanına geçişte aşağıdaki süreklilik koşulları sağlanmalıdır:

$$\begin{aligned} \phi_{i,i-1} &= \phi_{i,i+1} \\ \phi'_{i,i-1} &= \phi'_{i,i+1} \\ T_{wm_{i,i-1}} &= T_{wm_{i,i+1}} \\ T_{w_{i,i-1}} &= T_{w_{i,i+1}} \end{aligned} \qquad \textbf{(4.26)}$$

Bu süreklilik koşulları göz önünde tutularak dört parçalı bir elemanın sol ucundan başlanarak alttaki bağıntılar yazılır:

$$\boldsymbol{\psi_{1,0} = A_1 \psi_{0,1} - A_{1,0}}$$

$$\boldsymbol{\psi_{2,1} = A_2 \psi_{1,2} - A_{2,0}}$$

$$\boldsymbol{\psi_{3,2} = A_3 \psi_{2,3} - A_{3,0}}$$

$$\boldsymbol{\psi_{4,3} = A_4 \psi_{3,4} - A_{4,0}}$$

$$\boldsymbol{\psi_{i,i-1} = \psi_{i,i+1}} \qquad \textbf{(4.27)}$$

olduğuna göre

$i = 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\psi_{1,0} = \psi_{1,2}}$

$i = 2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\psi_{2,1} = \psi_{2,3}}$

$i = 3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\psi_{3,2} = \psi_{3,4}}$

$$\mathbf{A_1\psi_{0,1} - A_{1,0} = \left(\psi_{2,1} + A_{2,0}\right)\frac{1}{A_2}}$$

$$\mathbf{A_1A_2\psi_{0,1} - A_{1,0}A_2 - A_{2,0} = \psi_{2,1}}$$

$$\mathbf{\psi_{2,3} = \left(\psi_{3,2} + A_{3,0}\right)\frac{1}{A_3}}$$

$$\mathbf{A_1A_2\psi_{0,1} - A_{1,0}A_2 - A_{2,0} = \left(\psi_{3,2} + A_{3,0}\right)\frac{1}{A_3}}$$

$$\mathbf{\psi_{3,2} = A_1A_2A_3\psi_{0,1} - A_{1,0}A_2A_3 - A_{2,0}A_3 - A_{3,0} = \left(\psi_{4,3} + A_{4,0}\right)\frac{1}{A_4}}$$

$$\mathbf{\psi_{4,3} = A_1A_2A_3A_4\psi_{0,1} - A_{1,0}A_2A_3A_4 - A_{2,0}A_3A_4 - A_{3,0}A_4 - A_{4,0}}$$

elde edilir. Burada

$$\mathbf{A = A_1A_2A_3A_4}$$

$$\mathbf{A^0 = A_2A_3A_4A_{1,0} + A_3A_4A_{2,0} + A_4A_{3,0} + A_{4,0}}$$

olduğuna göre

$$\mathbf{\psi_{4,3} = A\psi_{0,1} - A^0}$$

elde edilir. Burada **A** taşıma matrisi olarak isimlendirilir. n parçalı bir elemanda

$$\mathbf{A = A_1A_2A_3 \ldots A_{n-1}A_n} \qquad \textbf{(4.28)}$$

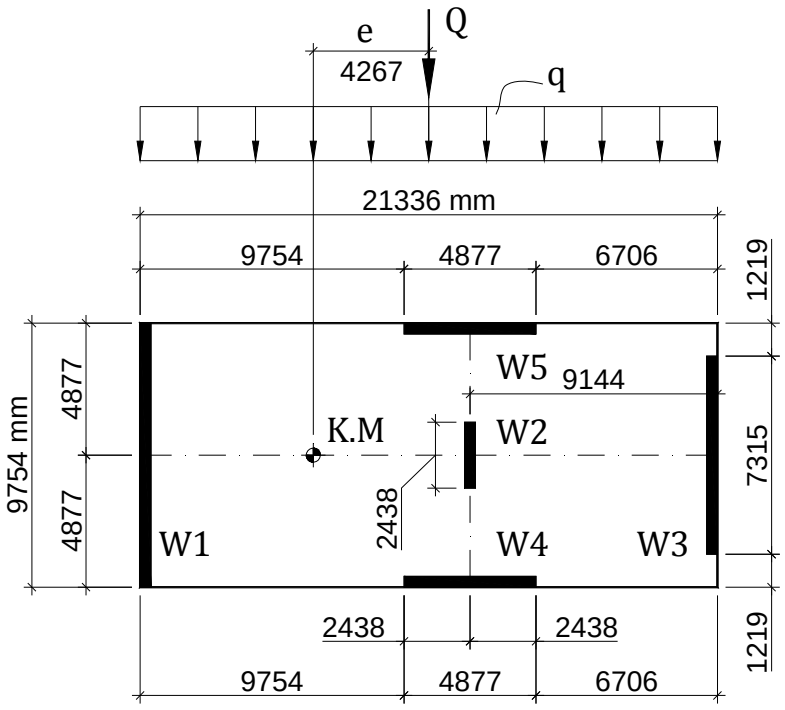
$$\mathbf{A^0 = A_2A_3 \ldots A_nA_{1,0} + A_3A_4 \ldots A_nA_{2,0} + \ldots + A_nA_{n-1,0} + A_{n,0}} \qquad \textbf{(4.29)}$$

olur. Sınır koşulları kullanılarak $\mathbf{\psi_{n,n-1}}$ ve sırasıyla $\mathbf{\psi_{n-1,n-2}}$, $\mathbf{\psi_{n-2,n-3}}$ bilinmeyenleri elde edilir.

5. FARKLI MODELLER VE BİLGİSAYAR PROGRAMLARIYLA KARŞILAŞTIRMA

5.1 Taranath'ın Yapı Modeli Üzerinde Karşılaştırma

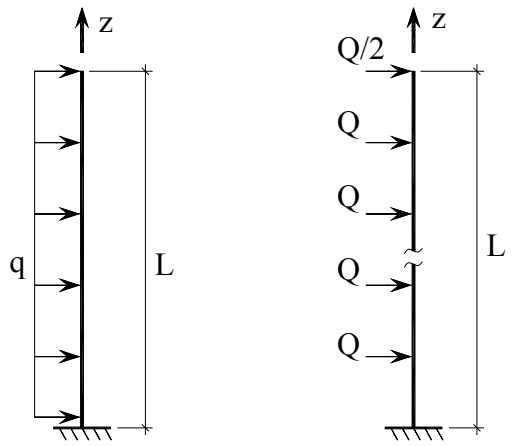
Bu bölümde Taranath [13] tarafından incelenmiş olan, 15 eşit yükseklikte kata sahip, yaklaşık 55 m yüksekliğinde betonarme bir yapı modeli ele alınmıştır. Taranath tipik kat planı Şekil 5.1'de verilen yapıyı, Şekil 5.2'de gösterildiği gibi üniform yayılı yatay yük kabulüyle çözmüştür. Söz konusu yapıda diyafram etkisinin döşeme tarafından sağlandığı kabul edilmiştir. Yatay yükler, planda farklı konumlarda teşkil edilmiş farklı enkesitlerdeki perdeler tarafından zemine aktarılmaktadır.



Şekil 5.1 : Tipik kat planı.

Şekil 5.1'de gösterildiği gibi yapıya etkiyen q yayılı yükünün bina genişliği ve kat yüksekliğiyle çarpımından elde edilen Q tekil yükü kat döşemesinin ağırlık merkezinden etkimektedir. Ağırlık merkezi ile şekilde K.M ile gösterilen kayma merkezi arasındaki e mesafesi kadar bir dışmerkezlik bulunmaktadır. Çözüm, bu

dışmerkezlik mesafesi ile Q yükünün çarpımından elde edilen burulma momenti altında gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5.2 : Taranath'ın yayılı yük kabulü ve önerilen tekil yük yükleme durumları.

Yapı malzemesinin E elastisite modülü ve G kayma modülü

$E = 2{,}3G$

$G = 10790$ MPa'dır.

Yapı yüksekliğince üniform yayılı q yükü

$q \cong 1{,}2\ kN/m^2$'dir.

Yapıdaki perdelerin kalınlıkları aynı olup

$t_d = 304{,}8$ mm'dir.

Kayma merkezinin konumu (5.1) ve (5.2) bağıntıları kullanılarak

$$\sum I_x = I_{x,(W1)} + I_{x,(W2)} + I_{x,(W3)} \qquad \textbf{(5.1)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum I_x x}{\sum I_x} \qquad \textbf{(5.2)}$$

$$\sum I_x = \left(304{,}8\frac{9754^3}{12} + 304{,}8\frac{2438^3}{12} + 304{,}8\frac{7315^3}{12}\right)10^{12}\ m^4$$

$$\sum I_x = 23{,}57 + 0{,}37 + 9{,}95\ m^4$$

$$\sum I_x = 33{,}9\ m^4$$

$$\bar{x} = \frac{23{,}57.0 + 0{,}37.(21{,}336 - 9{,}144) + 9{,}95.21{,}336}{33{,}9}$$

$\bar{x} \cong 6{,}4$ m

olarak, kayma merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki dışmerkezlik ise

$$e = \frac{21{,}336}{2} - 6{,}4 = 4{,}268 \text{ m}$$

olarak bulunur.

t_z yapı yüksekliğince unifom yayılı burulma momenti değeri q yayılı yükünün, L bina genişliği ve dışmerkezlik ile çarpımına eşittir.

$$t_z = qLe \tag{5.3}$$

$t_z = 1{,}2.21{,}336.4{,}268 \cong 109 \text{ kNm/m}$

Çarpılma mukavemeti çarpım tablosu yardımıyla,

$$I_w = \frac{2}{3}.\frac{9{,}754}{2}.31{,}2^2.0{,}3048 + \frac{2}{3}.\frac{2{,}438}{2}.7{,}1^2.0{,}3048 + \frac{2}{3}.\frac{7{,}315}{2}.54{,}6^2.0{,}3048$$
$$+ \frac{2}{3}.\frac{4{,}877}{2}.11{,}9^2.0{,}3048 + \frac{2}{3}.\frac{4{,}877}{2}.11{,}9^2.0{,}3048$$

$I_w = 3333 \text{ m}^6$

olarak elde edilir.

Burulma mukavemeti (5.4) bağıntısı kullanılarak

$$I_t = \sum bt^3 \tag{5.4}$$

$I_t = 0{,}3048^3(9{,}754 + 4{,}877 + 4{,}877 + 2{,}438 + 7{,}315)$

$I_t = 0{,}83 \text{ m}^4$

olarak bulunur.

Taranath'ın yapı yüksekliğince üniform yayılı burulma momenti kabulüyle burulma fonksiyonları (4.6) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$z = \begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\Bigg\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad \phi = \begin{matrix}0\\0{,}118\\0{,}447\\0{,}958\\1{,}62\\2{,}409\\3{,},301\\4{,}273\\5{,}309\\6{,}391\\7{,}505\\8{,}641\\9{,}79\\10{,}94\\12{,}1\\13{,}25\end{matrix}\Bigg\} 10^{-4}\ \mathrm{rad}, \qquad \phi' = \begin{matrix}0\\0{,}63\\1{,}16\\1{,}62\\2{,}00\\2{,}31\\2{,}56\\2{,}75\\2{,}90\\3{,}01\\3{,}08\\3{,}13\\3{,}15\\3{,}16\\3{,}16\\3{,}16\end{matrix}\Bigg\} 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-1}$$

$$z = \begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\Bigg\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad \phi'' = \begin{matrix}18{,}4\\15{,}86\\13{,}51\\11{,}36\\9{,}408\\7{,}642\\6{,}064\\4{,}67\\3{,}46\\2{,}431\\1{,}582\\0{,}912\\0{,}419\\0{,}103\\0{,}037\\0\end{matrix}\Bigg\} 10^{-7}\ \mathrm{m}^{-2}, \quad \phi''' = \begin{matrix}7{,}23\\6{,}68\\6{,}14\\5{,}609\\5{,}086\\4{,}57\\4{,}061\\3{,}558\\3{,}06\\2{,}567\\2{,}077\\1{,}59\\1{,}105\\0{,}623\\0{,}141\\0\end{matrix}\Bigg\} 10^{-8}\ \mathrm{m}^{-3}$$

$$z = \begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\Bigg\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad T_t = \begin{matrix}0\\56\\104\\145\\179\\207\\229\\246\\260\\269\\276\\280\\282\\283\\283\\283\end{matrix}\Bigg\}\ \mathrm{kNm}, \quad T_{wm} = \begin{matrix}152200\\131200\\111800\\94000\\77820\\63210\\50160\\38630\\28620\\20110\\13090\\7541\\3464\\850\\-304\\0\end{matrix}\Bigg\}\ \mathrm{kNm}^2$$

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\right\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad T_w = \left.\begin{matrix}-5980\\-5526\\-5079\\-4640\\-4207\\-3781\\-3359\\-2943\\-2531\\-2123\\-1718\\-1315\\-914\\-515\\-117\\283\end{matrix}\right\} \mathrm{kNm}, \qquad T_z = \left.\begin{matrix}5980\\5581\\5183\\4784\\4385\\3987\\3588\\3189\\2791\\2392\\1993\\1595\\1196\\798\\399\\0\end{matrix}\right\} \mathrm{kNm}$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

Çarpılma normal gerilmeleri (5.5) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\sigma_w = \frac{T_{wm} w_s}{I_w} \qquad \textbf{(5.5)}$$

$$\sigma_{w,(W1)} = \frac{152200.31{,}2}{3333} = 1424\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{w,(W2)} = \frac{152200.7{,}1}{3333} = 324\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{w,(W3)} = \frac{152200.54{,}6}{3333} = 2493\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{w,(W4)} = \frac{152200.11{,}9}{3333} = 543\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{w,(W5)} = \frac{152200.11{,}9}{3333} = 543\ \mathrm{MPa}$$

Yapı yüksekliğince etkiyen üniform yayılı burulma momenti yerine, yapıya kat seviyelerinde etkiyen tekil burulma momentlerini esas alan önerilen yönteme göre burulma ile ilgili değerler (4.14) ve (4.15) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

T_z kat seviyelerinden tekil olarak etkiyen burulma momentinin tespiti için öncelikle katlara gelen Q kat kesme kuvvetleri, q üniform yayılı yükünün L bina genişliği ve h_k kat yüksekliği ile çarpımından elde edilir.

$$h_k = \frac{55}{15}\ \text{m}$$

$$L = 21{,}336\ \text{m}$$

$$Q = q.\,L.\,h_k \qquad \textbf{(5.6)}$$

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\right\} \frac{55}{15}\ \text{m} \quad \rightarrow \quad Q = \left.\begin{matrix}0\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\93{,}88\\46{,}94\end{matrix}\right\} \text{kN}$$

Kat kesme kuvvetinin dışmerkezlik ile çarpımından tekil burulma momenti değeri elde edilir.

$$T_z = Qe \qquad \textbf{(5.7)}$$

$$T_z = 93{,}88.4{,}268 = 400{,}7\ \text{kNm}$$

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\right\} \frac{55}{15}\ \text{m} \quad \rightarrow \quad \phi = \left.\begin{matrix}0\\0{,}12\\0{,}45\\0{,}97\\1{,}64\\2{,}44\\3{,}34\\4{,}33\\5{,}38\\6{,}47\\7{,}6\\8{,}75\\9{,}91\\11{,}1\\12{,}3\\12{,}5\end{matrix}\right\} 10^{-4}\ \text{rad}, \quad \rightarrow \quad \phi' = \left.\begin{matrix}0\\0{,}63\\1{,}18\\1{,}63\\2{,}02\\2{,}33\\2{,}58\\2{,}78\\2{,}93\\3{,}04\\3{,}12\\3{,}16\\3{,}18\\3{,}19\\3{,}20\\2{,}96\end{matrix}\right\} 10^{-5}\ \text{m}^{-1}$$

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\right\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad \phi'' = \left.\begin{matrix}18{,}5\\16{,}0\\13{,}6\\11{,}4\\9{,}46\\7{,}69\\6{,}10\\4{,}70\\3{,}48\\2{,}44\\1{,}59\\0{,}914\\0{,}418\\0{,}102\\0{,}038\\0\end{matrix}\right\} 10^{-7}\ \mathrm{m}^{-2}, \qquad \phi''' = \left.\begin{matrix}7{,}02\\6{,}50\\6{,}41\\5{,}88\\5{,}35\\4{,}83\\4{,}32\\3{,}81\\3{,}13\\2{,}82\\2{,}33\\1{,}84\\1{,}35\\0{,}87\\0{,}38\\0\end{matrix}\right\} 10^{-8}\ \mathrm{m}^{-3}$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\right\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad T_t = \left.\begin{matrix}0\\60\\111\\155\\192\\222\\247\\267\\282\\293\\301\\306\\310\\311\\311\\319\end{matrix}\right\} \mathrm{kNm}, \qquad T_{wm} = \left.\begin{matrix}161900\\140200\\120100\\101600\\84800\\69540\\55830\\43660\\33010\\23860\\16210\\10003\\5333\\2096\\319\\0\end{matrix}\right\} \mathrm{kNm}^2$$

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15\end{matrix}\right\} \frac{55}{15}\ \mathrm{m} \rightarrow T_w = \left.\begin{matrix}-5974\\-5915\\-5465\\-5023\\-4588\\-4159\\-3736\\-3318\\-2905\\-2495\\-2089\\-1685\\-1284\\-885\\-486\\-478\end{matrix}\right\} \mathrm{kNm}, \quad T_z = \left.\begin{matrix}5974\\5975\\5576\\5178\\4780\\4381\\3983\\3585\\3187\\2788\\2390\\1991\\1594\\1196\\797\\797\end{matrix}\right\} \mathrm{kNm}$$

σ_w çarpılma normal gerilmeleri (5.5) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\sigma_{w,(W1)} = \frac{161900.31{,}2}{3333} = 1515\ \mathrm{MPa}$$

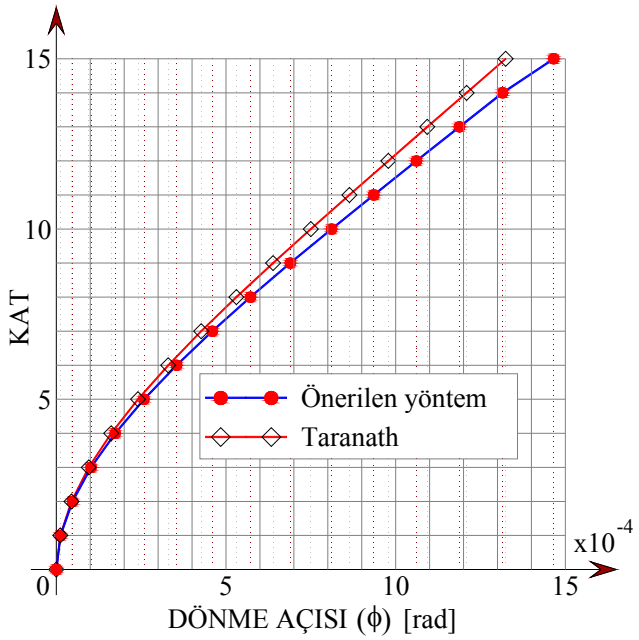
$$\sigma_{w,(W2)} = \frac{161900.7{,}1}{3333} = 345\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{w,(W3)} = \frac{161900.54{,}6}{3333} = 2652\ \mathrm{MPa}$$

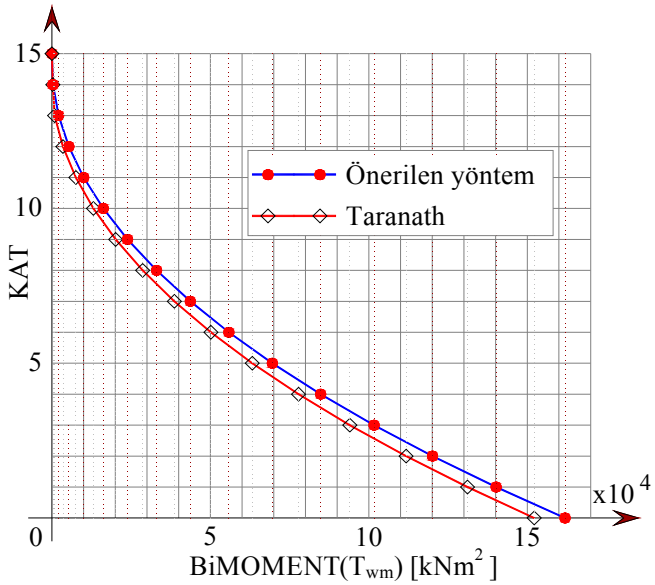
$$\sigma_{w,(W4)} = \frac{161900.11{,}9}{3333} = 578\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{w,(W5)} = \frac{161900.11{,}9}{3333} = 578\ \mathrm{MPa}$$

Önerilen yöntemle yapılan çözüm sonucunda elde edilen burulma dönmesi değerleri ile Taranath'ın [13] bulmuş olduğu burulma dönmesi değerleri Şekil 5.3'te aynı grafik üzerinde gösterilerek karşılaştırılmıştır. Elde edilen burulma dönmesi değerleri incelendiğinde, önerilen yöntemle edilen değerlerin Taranath'ın bulmuş olduğu değerlerden ortalama %7,7 oranında daha büyük olduğu görülmüştür.



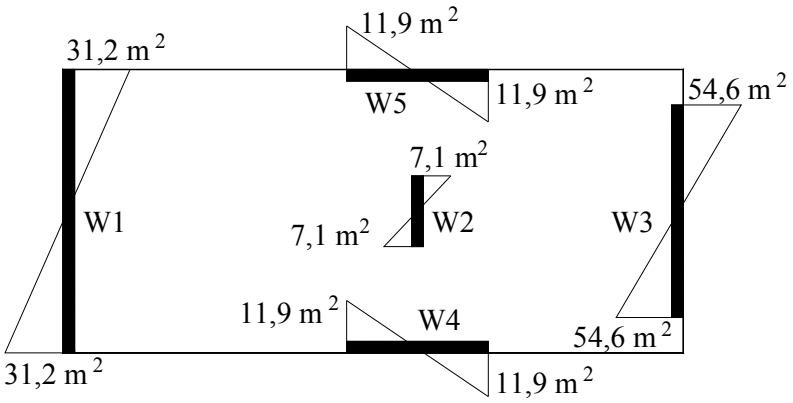
Şekil 5.3 : Burulma dönmelerinin karşılaştırılması.



Şekil 5.4 : Bimomentlerin karşılaştırılması.

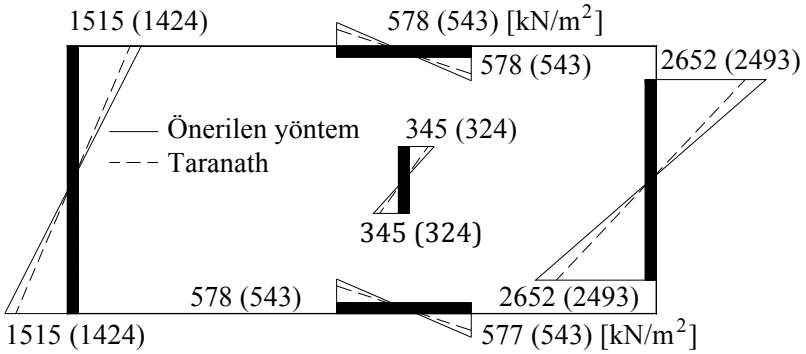
Burulma dönmesi fonksiyonunun ikinci mertebe türevinin, çarpılma rijitliği ile çarpımından bimomentler elde edilmiştir. Şekil 5.4'te hem önerilen yöntemle bulunan, hem de Taranath'ın bulmuş olduğu bimomentlerin yapı yüksekliğince dağılımları grafik üzerinde gösterilmiştir. Önerilen yöntemle edilen değerlerin Taranath'ın bulmuş olduğu değerlerden %6,4 ~ %11,3 kadar büyük olduğu görülmüştür.

Perdelerde burulma nedeniyle oluşacak normal gerilmelerin tespiti için öncelikle enkesitin Şekil 5.5'te verilen birim çarpılma diyagramı elde edilmiştir.



Şekil 5.5 : Enkesitin birim çarpılma diyagramı.

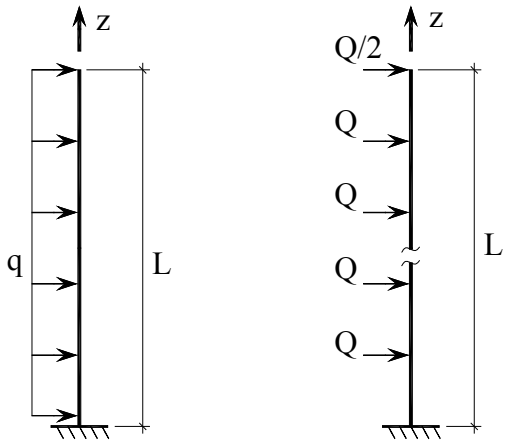
Burulma momenti etkisinde taşıyıcı sistemin dipten ankastre olması nedeniyle yapı elemanlarında çarpılma gerilmeleri oluşur. Önerilen yöntemle hesaplanan çarpılma gerilmeleri, Taranath'ın [13] bulmuş olduğu σ_w çarpılma normal gerilmeleriyle Şekil 5.6'da karşılaştırılmıştır. Yapı tabanındaki taşıyıcı elemanlarda oluşan çarpılma normal gerilmesi değerlerinin Taranath'ın bulduğu değerlerden yaklaşık olarak %6,4 mertebesinde daha büyük olduğu görülmüştür. İki yöntemin kullanılmasıyla elde edilen burulma dönmelerinin, bimomentlerin ve çarpılma normal gerilmelerinin farklılık göstermesi; Taranath'ın burulma momenti etkisini üniform yayılı olarak göz önüne almasından, önerilen yöntemde ise kat seviyelerinde etkiyen tekil burulma momentleri olarak dikkate alınmasından kaynaklanmaktadır.



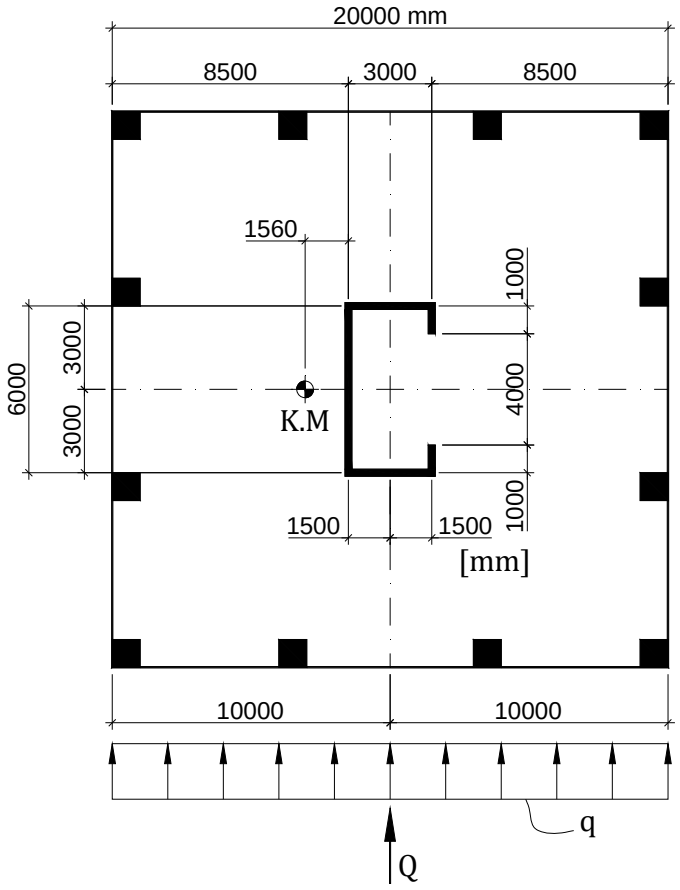
Şekil 5.6 : Çarpılma normal gerilmelerinin (σ_w) karşılaştırılması.

5.2 Smith Ve Coull'un Bağ Kirişsiz Yapı Modeli Üzerinde Karşılaştırma

Bu bölümde Smith ve Coull [12] tarafından incelenmiş olan 20 eşit yükseklikte kata sahip, yaklaşık 70 m yüksekliğinde betonarme bir yapı ele alınmıştır. Tipik kat planı Şekil 5.8'de verilen yapı, Şekil 5.7'de gösterildiği gibi üniform yayılı yatay yük kabulüyle çözülmüştür.



Şekil 5.7 : Smith ve Coull'un yayılı yük kabulü ve önerilen tekil yük yükleme durumları.



Şekil 5.8 : Smith ve Coull'un bağ kirişsiz yapı modeli tipik kat planı.

Söz konusu yapıda diyafram etkisinin döşeme tarafından sağlandığı kabul edilmiştir. Yatay yükler çekirdekte teşkil edilmiş olan açık enkesitli perde tarafından taşınmaktadır. Hesaplarda Smith ve Coull'un kabullerine uyulmuş olup perde enkesitinin yapı yüksekliğince değişmeden devam ettiği varsayılmıştır.

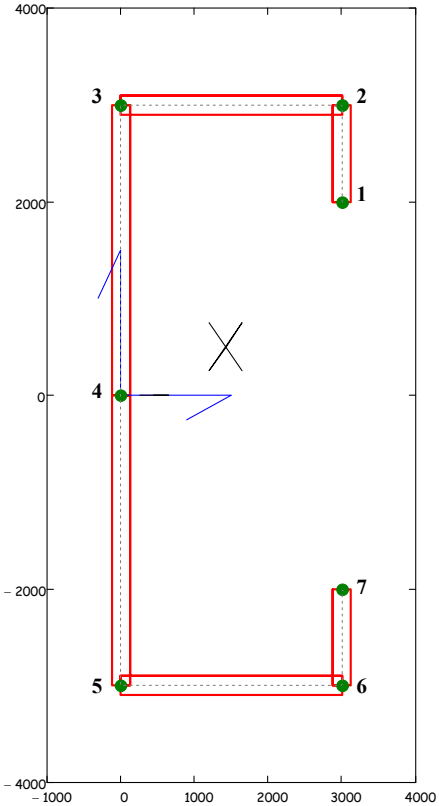
Yapı malzemesinin elastisite modülü ve kayma modülü

$E = 20000$ MPa

$G = 9000$ MPa'dır.

i çizimi MATHCAD programından alınan Şekil 5.9'daki çekirdek perdesi enkesitinin her bir düğüm noktasına, x ve y ise her bir düğüm noktasının koordinatlarına karşı gelmektedir. t perde kalınlığı 250 mm olup yapı yüksekliğince sabittir.

$$i = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 3000 \\ 3000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3000 \\ 3000 \end{pmatrix} \text{ mm} \quad y = \begin{pmatrix} 2000 \\ 3000 \\ 3000 \\ 0 \\ -3000 \\ -3000 \\ -2000 \end{pmatrix} \text{ mm}$$



Şekil 5.9 : MATHCAD programından alınan enkesit çizimi.

Q kat kesme kuvveti ve etkidiği katın temel üstünden olan z mesafesi altta verilmiştir.

$$z = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{pmatrix} 3{,}5\ \text{m} \qquad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} 35\ \text{kN}$$

$i = 1 \ldots n - 1$

n düğüm noktası adedini göstermek üzere kesiti oluşturan her bir parçanın dA_i enkesit alanı

$$dA_i = \left[t\sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \right] \qquad \textbf{(5.8)}$$

olarak bulunur. Kesit özellikleri (5.9)...(5.19) bağıntıları ile bulunur.

A enkesit alanı

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} dA_i \qquad \textbf{(5.9)}$$

$A = 3{,}5.\ 10^6\ \text{mm}^2$

S_x ve S_y statik momentleri

$$S_x = \sum_{i=1}^{n-1} \left(y_i + y_{i-1} \right) \frac{dA_i}{2} \qquad \textbf{(5.10)}$$

$$S_y = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i + x_{i-1}) \frac{dA_i}{2}$$

$S_x = 0\ mm^3$

$S_y = 3{,}75\ m^3$

x_{gc} ve y_{gc} ağırlık merkezinin koordinatları

$$x_{gc} = \frac{S_y}{A}$$
$$y_{gc} = \frac{S_x}{A} \qquad \textbf{(5.11)}$$

$x_{gc} = 1071\ mm$

$y_{gc} = 0\ mm$

I_x, I_y, ve I_{xy} atalet momentleri

$$I_{x0} = \sum_{i=1}^{n-1} [{y_i}^2 + {y_{i-1}}^2 + y_i y_{i-1}] \frac{dA_i}{3}$$

$$I_x = I_{x0} - A{y_{gc}}^2$$

$$I_{y0} = \sum_{i=1}^{n-1} [{x_i}^2 + {x_{i-1}}^2 + x_i x_{i-1}] \frac{dA_i}{3} \qquad \textbf{(5.12)}$$

$$I_y = I_{y0} - A.{x_{gc}}^2$$

$$I_{xy0} = \sum_{i=1}^{n-1} [2x_{i-1}y_{i-1} + 2x_i y_i + x_{i-1}y_i + x_i y_{i-1}] \frac{dA_i}{6}$$

$$I_{xy} = I_{xy0} - \frac{S_x S_y}{A}$$

$I_x = 21{,}167\ m^4$

$I_y = 4{,}982\ m^4$

$I_{xy} = 0\ mm^4$

w_i birim çarpılmalar

$w_0 = 0\ mm^2$

$$w_{0_i} = x_{i-1}y_i - x_i y_i - 1$$
$$w_i = w_{i-1} + w_{0_i} \quad \textbf{(5.13)}$$

w_{ort} ortalama birim çarpılma

$$I_\omega = \sum_{i=1}^{n-1} \left[(w_{i-1} + w_i) \frac{dA_i}{2} \right]$$
$$w_{ort} = \frac{I_\omega}{A} \quad \textbf{(5.14)}$$

$w_{ort} = 12\ m^2$

x_{sc} ve y_{sc} kayma merkezleri (5.15) ve (5.16) bağıntıları kullanılarak

$$w = \sum_{i=1}^{n-1} \left[(2x_{i-1}w_{i-1} + 2x_i w_i + x_{i-1}w_i + x_i w_{i-1}) \frac{dA_i}{6} \right]$$

$$S_w = \left(\frac{w_{i-1} + w_i}{2} - w_{ort} \right) dA_i$$

$$I_{xw0} = \sum_{i=1}^{n-1} \left[(2x_{i-1}w_{i-1} + 2x_i w_i + x_{i-1}w_i + x_i w_{i-1}) \frac{dA_i}{6} \right]$$

$$I_{xw} = I_{xw0} - \frac{S_y I_\omega}{A}$$
$$I_{yw0} = \sum_{i=1}^{n-1} \left[(2y_{i-1}w_{i-1} + 2y_i w_i + y_{i-1}w_i + y_i w_{i-1}) \frac{dA_i}{6} \right] \quad \textbf{(5.15)}$$

$$I_{yw} = I_{yw0} - \frac{S_x I_\omega}{A}$$

$$I_{ww0} = \sum_{i=1}^{n-1} \left[({w_i}^2 + {w_{i-1}}^2 + w_i w_{i-1}) \frac{dA_i}{3} \right]$$

$$I_{ww} = I_{ww0} - \frac{{I_\omega}^2}{A}$$

$$x_{sc} = \frac{I_{yw}I_y - I_{xw}I_{xy}}{I_x I_y - {I_{xy}}^2}$$

$$y_{sc} = \frac{-I_{xw}I_x - I_{yw}I_{xy}}{I_x I_y - {I_{xy}}^2} \qquad \textbf{(5.16)}$$

$x_{sc} = -1571\text{mm}$

$y_{sc} = 0\ \text{mm}$

olarak elde edilir.

w_s kayma merkezinin konumuna göre birim çarpılmalar

$$w_{s_i} = w_i - w_{ort} + y_{sc}(x_i - x_{gc}) - x_{sc}(y_i - y_{gc}) \qquad \textbf{(5.17)}$$

$$w_s = \begin{pmatrix} -8{,}858 \\ -4{,}287 \\ 4{,}713 \\ 0 \\ -4{,}713 \\ 4{,}287 \\ 8{,}858 \end{pmatrix} \text{m}^2$$

S_w eleman birim çarpılmaları

$j = 1 \ldots n$

$$S_{w_i} = \sum_{j=1}^{i} \left[\left(w_{s_j} + w_{s_{j-1}} \right) dA_j \right] \qquad \textbf{(5.18)}$$

$$S_w = \begin{pmatrix} 0 \\ -3{,}286 \\ -2{,}968 \\ 0{,}567 \\ -2{,}968 \\ -3{,}286 \\ 0 \end{pmatrix} \text{m}^4$$

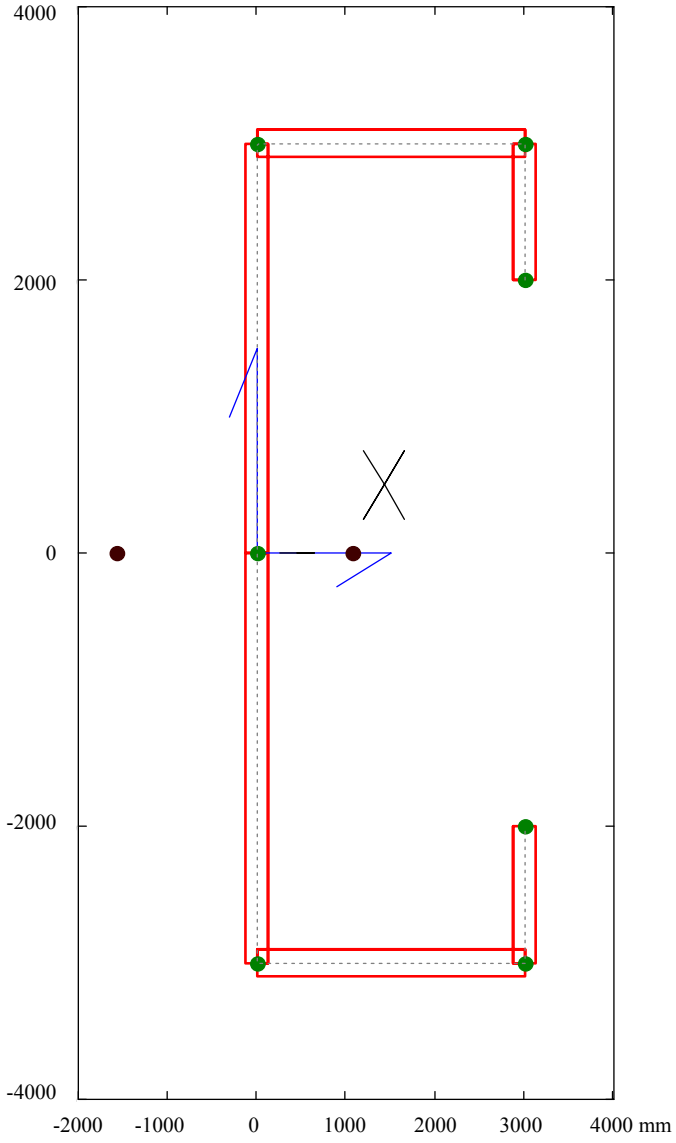
$$I_w = I_{ww} + y_{sc}I_{xw} - x_{sc}I_{yw} \qquad \textbf{(5.19)}$$

$I_w = 43{,}769\text{m}^6$

$$I_t = \sum_{i=1}^{n-1} \left[dA_i \frac{t_i^2}{3} \right] \qquad \textbf{(5.20)}$$

$I_t = 0{,}073 m^4$

MATHCAD programında hazırlanan algoritma yardımıyla Şekil 5.10'da gösterilen ağırlık ve kayma merkezini içeren enkesit çizimi elde edilmiştir.



Şekil 5.10 : MATHCAD programından alınan ağırlık ve kayma merkezlerini gösteren enkesit çizimi.

Önerilen yönteme göre burulma ile ilgili değerler (4.14) ve (4.15) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ z = 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{matrix} \Bigg\} 3{,}5\ \text{m} \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} 0 \\ 0{,}0003 \\ 0{,}0010 \\ 0{,}0021 \\ 0{,}0036 \\ 0{,}0053 \\ 0{,}0072 \\ 0{,}0093 \\ 0{,}011 \\ 0{,}014 \\ \phi = 0{,}016 \\ 0{,}018 \\ 0{,}021 \\ 0{,}023 \\ 0{,}025 \\ 0{,}028 \\ 0{,}030 \\ 0{,}032 \\ 0{,}034 \\ 0{,}036 \\ 0{,}04 \end{matrix} \Bigg\} \text{rad}, \qquad \begin{matrix} 0 \\ 0{,}15 \\ 2{,}69 \\ 3{,}70 \\ 4{,}53 \\ 5{,}20 \\ 5{,}72 \\ 6{,}10 \\ 6{,}39 \\ 6{,}57 \\ \phi' = 6{,}67 \\ 6{,}67 \\ 6{,}70 \\ 6{,}67 \\ 6{,}61 \\ 6{,}51 \\ 6{,}39 \\ 6{,}16 \\ 6{,}06 \\ 6{,}00 \\ 6{,}41 \end{matrix} \Bigg\} 10^{-4}\ \text{m}^{-1}$$

$$\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ z = 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{matrix} \Bigg\} 3{,}5\ \text{m} \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} 4{,}521 \\ 3{,}820 \\ 3{,}190 \\ 2{,}628 \\ 2{,}126 \\ 1{,}681 \\ 1{,}288 \\ 0{,}944 \\ 0{,}646 \\ 0{,}391 \\ \phi'' = 0{,}177 \\ -0{,}001 \\ 0{,}138 \\ 0{,}241 \\ 0{,}309 \\ 0{,}343 \\ 0{,}343 \\ 0{,}310 \\ 0{,}241 \\ 0{,}139 \\ 0 \end{matrix} \Bigg\} 10^{-5}\ \text{m}^{-2}, \qquad \begin{matrix} 2{,}06 \\ 1{,}951 \\ 1{,}753 \\ 1{,}571 \\ 1{,}403 \\ 1{,}248 \\ 1{,}103 \\ 0{,}968 \\ 0{,}842 \\ 0{,}723 \\ \phi''' = 0{,}609 \\ 0{,}502 \\ 0{,}398 \\ 0{,}297 \\ 0{,}199 \\ 0{,}101 \\ 0{,}005 \\ -0{,}092 \\ -0{,}191 \\ -0{,}291 \\ -0{,}375 \end{matrix} \Bigg\} 10^{-6}\ \text{m}^{-3}$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$\left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\z=10\\11\\12\\13\\14\\15\\16\\17\\18\\19\\20\end{matrix}\right\}3{,}5\ \text{m}\quad\rightarrow\quad \left.\begin{matrix}0\\96\\176\\243\\298\\341\\375\\401\\419\\431\\438\\440\\438\\433\\427\\420\\412\\405\\398\\394\\421\end{matrix}\right\}\text{kNm},\qquad \left.\begin{matrix}-39{,}6\\-33{,}5\\-27{,}9\\-23{,}0\\-18{,}6\\-14{,}7\\-11{,}3\\-8{,}3\\-5{,}7\\-3{,}5\\-1{,}6\\-0{,}01\\1{,}2\\2{,}1\\2{,}7\\3{,}0\\3{,}0\\2{,}7\\2{,}1\\1{,}2\\0\end{matrix}\right\}10^3\ \text{kNm}^2$$

$$\left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\z=10\\11\\12\\13\\14\\15\\16\\17\\18\\19\\20\end{matrix}\right\}3{,}5\ \text{m}\quad\rightarrow\quad \left.\begin{matrix}-1803\\-1708\\-1535\\-1375\\-1228\\-1092\\-966\\-848\\-737\\-633\\-534\\-439\\-348\\-260\\-174\\-89\\-4{,}2\\81\\167\\255\\328\end{matrix}\right\}\text{kNm},\qquad \left.\begin{matrix}-1803\\-1612\\-1359\\-1132\\-930\\-751\\-591\\-447\\-318\\-202\\-96\\1\\90\\173\\253\\331\\408\\486\\565\\649\\749\end{matrix}\right\}\text{kNm}$$

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w çarpılma normal gerilmeleri (5.5) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\sigma_{w,1}=\frac{39600.8{,}858}{43{,}796}=-8010\ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{w,2} = \frac{39600.4{,}287}{43{,}796} = -3877\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,3} = \frac{39600.4{,}713}{43{,}796} = 4261\ \mathrm{kN/m^2}$$

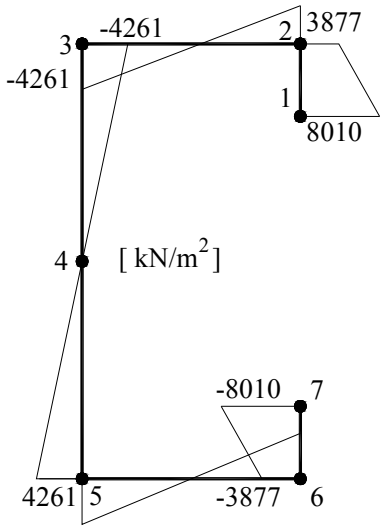
$$\sigma_{w,4} = \frac{39600.0}{43{,}796} = 0\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,5} = \frac{39600.4{,}713}{43{,}796} = -4261\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,6} = \frac{39600.4{,}287}{43{,}796} = 3877\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,7} = \frac{39600.8{,}858}{43{,}796} = 8010\ \mathrm{kN/m^2}$$

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w normal gerilmelerinin kesitteki dağılımı Şekil 5.11'de verilmiştir.



Şekil 5.11 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan normal σ_w gerilmelerinin dağılımı.

Tabanda çarpılma kayma gerilmeleri (5.21) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$\tau_w = \frac{ES_{w_i}\phi'''}{t_{min}} \qquad \textbf{(5.21)}$$

$$\tau_{w,1} = \frac{20000.0.(2{,}06.10^{-15})}{250} = 0\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{w,2} = \frac{20000.3{,}286.10^{12}.(2{,}06.10^{-15})}{250} = -541{,}5\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{w,3} = \frac{20000.2{,}968.(2{,}06.10^{-6})}{250} = -489{,}1\ \mathrm{kN/m^2}$$

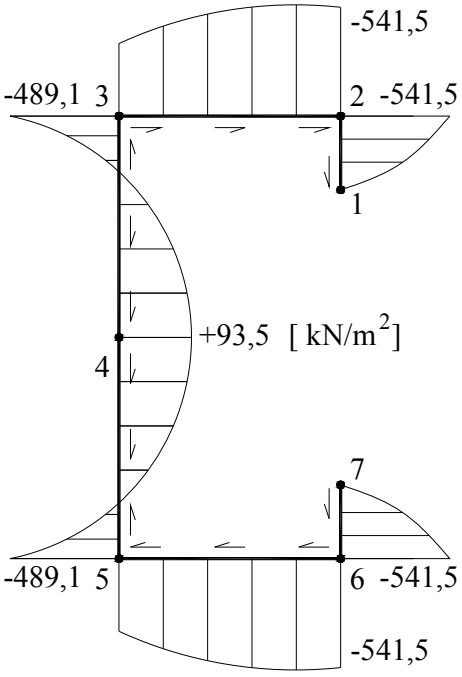
$$\tau_{w,4} = \frac{20000.0{,}567.(2{,}06.10^{-6})}{250} = +93{,}5\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{w,5} = \frac{20000.2{,}968.(2{,}06.10^{-6})}{250} = -489{,}1\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{w,6} = \frac{20000.3{,}286.(2{,}06.10^{-6})}{250} = -541{,}5\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{w,7} = \frac{20000.0.(2{,}06.10^{-6})}{250} = 0\ \mathrm{kN/m^2}$$

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan τ_w kayma gerilmelerinin kesitteki dağılımı ve yönleri Şekil 5.12'de verilmiştir.



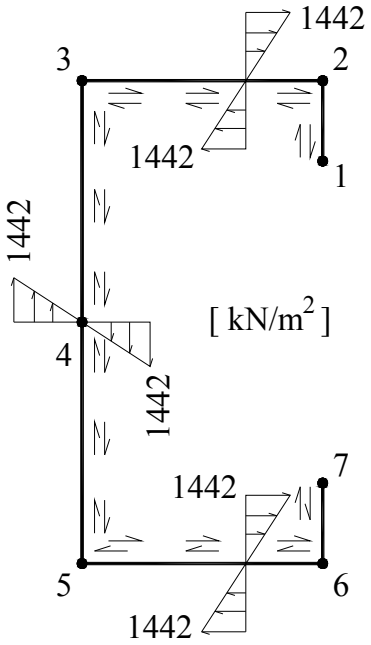
Şekil 5.12 : Tabanda çarpılma nedeniyle τ_w oluşan kayma gerilmesi dağılımı ve yönleri.

Tabanda burulma kayma gerilmeleri (5.22) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$\tau_t = Gt_{min}\phi' \qquad \textbf{(5.22)}$$

$$\tau_t = 9000.250.6{,}41.10^{-4} = 1442\ \mathrm{kN/m^2}$$

Tabanda burulma nedeniyle oluşan τ_t kayma gerilmelerinin kesitteki dağılımı ve yönleri Şekil 5.13'te verilmiştir.



Şekil 5.13 : Tabanda burulma nedeniyle oluşan τ_t kayma gerilmesi dağılımı ve yönü.

Eğilme ile ilgili değerler (4.16) ve (4.17) bağıntılarının (4.4) bağıntılarında kullanılmasıyla elde edilir.

$$\left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\z=10\\11\\12\\13\\14\\15\\16\\17\\18\\19\\20\end{matrix}\right\}3{,}5\ \text{m} \quad\rightarrow\quad y=\left\{\begin{matrix}0\\0{,}0004\\0{,}0013\\0{,}003\\0{,}005\\0{,}008\\0{,}010\\0{,}014\\0{,}017\\0{,}021\\0{,}025\\0{,}029\\0{,}034\\0{,}038\\0{,}043\\0{,}047\\0{,}052\\0{,}057\\0{,}061\\0{,}066\\0{,}075\end{matrix}\right\}\text{m},\quad M=\left\{\begin{matrix}24500\\2211\\19845\\17701\\15680\\13781\\12005\\10351\\8820\\7411\\6125\\4961\\3920\\3001\\2205\\1531\\980\\551\\245\\61\\0\end{matrix}\right\}\text{kNm},\quad V=\left\{\begin{matrix}682{,}5\\647{,}5\\612{,}5\\577{,}5\\542{,}5\\507{,}5\\472{,}5\\437{,}5\\402{,}5\\367{,}5\\332{,}5\\297{,}5\\262{,}5\\227{,}5\\192{,}5\\157{,}5\\122{,}5\\87{,}5\\52{,}5\\17{,}5\\0\end{matrix}\right\}\text{kN}$$

Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σ_b normal gerilmeleri (5.23) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$\sigma_b = \frac{M(y_i - y_{gc})}{I_x} \qquad \textbf{(5.23)}$$

$$\sigma_{b,1} = \frac{24500.2{,}0}{21{,}167} = -2315\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{b,2} = \frac{24500.3{,}0}{21{,}167} = -3472\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{b,3} = \frac{24500.3{,}0}{21{,}167} = -3472\ \mathrm{kN/m^2}$$

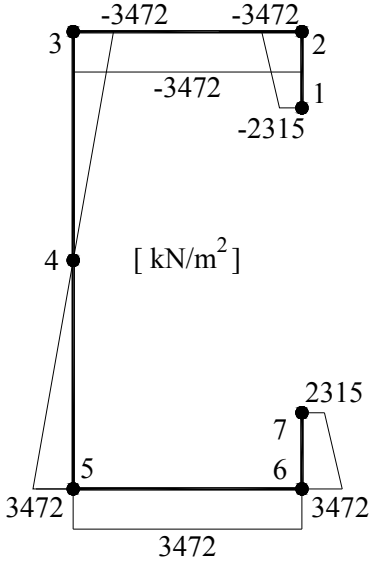
$$\sigma_{b,4} = \frac{24500.0}{21{,}167} = 0\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{b,5} = \frac{24500.3{,}0}{21{,}167} = 3472\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{b,6} = \frac{24500.3{,}0}{21{,}167} = -3472\ \mathrm{kN/m^2}$$

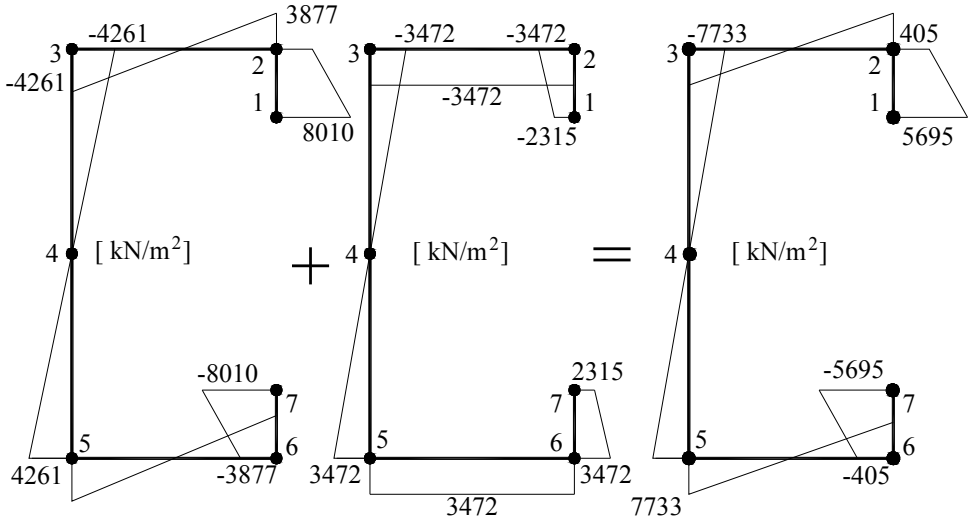
$$\sigma_{b,7} = \frac{24500.2{,}0}{21{,}167} = 2315\ \mathrm{kN/m^2}$$

Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σ_b normal gerilmelerinin kesitteki dağılımı Şekil 5.14'te verilmiştir.

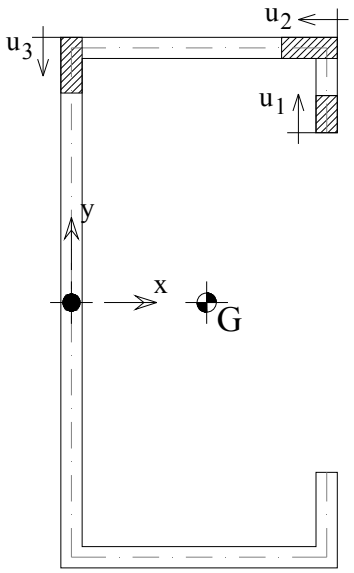


Şekil 5.14 : Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σ_b normal gerilmelerinin dağılımı.

Tabanda çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan σ_w ve σ_b normal gerilmeleri ile bunların toplamı Şekil 5.15'te verilmiştir.



Şekil 5.15 : Tabanda çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan normal gerilmeler ile bileşke normal gerilme dağılımları.



Şekil 5.16 : Eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmesi dağılımı hesabı için tanımlanan parçalar.

Tabanda eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmeleri Şekil 5.16 kullanılarak (5.24) bağıntısı ile bulunur.

$$\tau_b = -\frac{VS_x}{tI_x} \qquad \textbf{(5.24)}$$

$$\tau_{b,u_1} = -\frac{V\left(-tu_1\,{}^{u_1}/_{2}\right)}{tI_x} = \frac{Vu_1{}^2}{2I_x}$$

$$\tau_{b,1} = \frac{682{,}5.0^2}{2.21{,}167} = 0\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{b,2} = \frac{682{,}5.\,1{,}0^2}{2.21{,}167} = 258\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{b,u_2} = -\frac{V(-1000.500t - 3000tu_2)}{tI_x}$$

$$\tau_{b,3} = \frac{682{,}5.\,(1{,}0.0{,}5 + 3{,}0.3{,}0)}{21{,}167} = 306{,}3\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{b,u_3} = -\frac{V.\left(-1000.500t - 3000.3000t - \left(3000 - {}^{u_3}/_2\right)tu_3\right)}{tI_x}$$

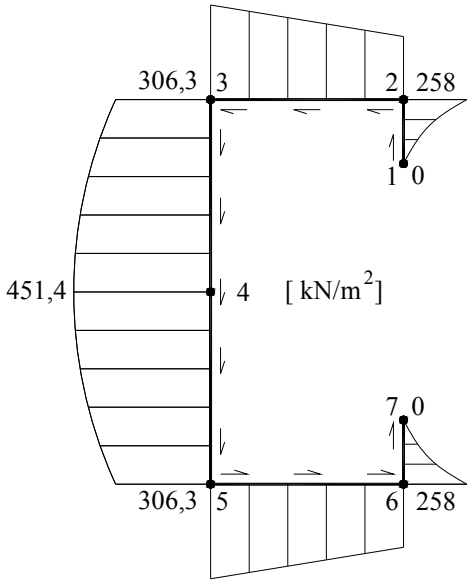
$$\tau_{b,u_4} = \frac{682{,}5.\,(1{,}0.0{,}5 + 3{,}0.3{,}0 + 3{,}0.1{,}5)}{21{,}167} = 451{,}4\ \mathrm{kN/m^2}$$

$\tau_{b,1} = \tau_{b,7}$

$\tau_{b,2} = \tau_{b,6}$

$\tau_{b,3} = \tau_{b,5}$

Tabanda eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmelerinin kesitteki dağılımı ve yönleri Şekil 5.17'de verilmiştir.



Şekil 5.17 : Eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmeleri dağılımı.

Tabanda burulma, çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan kayma gerilmelerinin toplamı τ kayma gerilmeleri (5.25) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$\tau = \tau_t + \tau_w + \tau_b \qquad \textbf{(5.25)}$$

$\tau_1 = 1472 + 0 + 0 = 1472\ \mathrm{kN/m^2}$

$\tau_2 = 1472 + 541{,}5 - 258 = 1755{,}5\ \mathrm{kN/m^2}$

$\tau_3 = 1472 + 489{,}1 - 306{,}3 = 1654{,}8\ \mathrm{kN/m^2}$

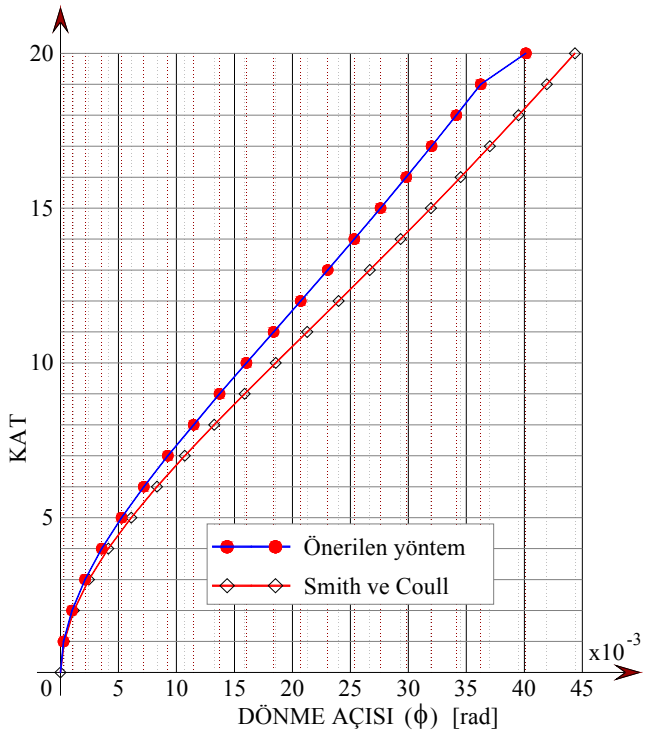
$\tau_4 = 1472 - 93{,}5 + 451{,}4 = 1829{,}9\ \mathrm{kN/m^2}$

$\tau_5 = 1472 + 489{,}1 - 306{,}3 = 1654{,}8\ \mathrm{kN/m^2}$

$\tau_6 = 1472 + 541{,}5 - 258 = 1755{,}5\ \mathrm{kN/m^2}$

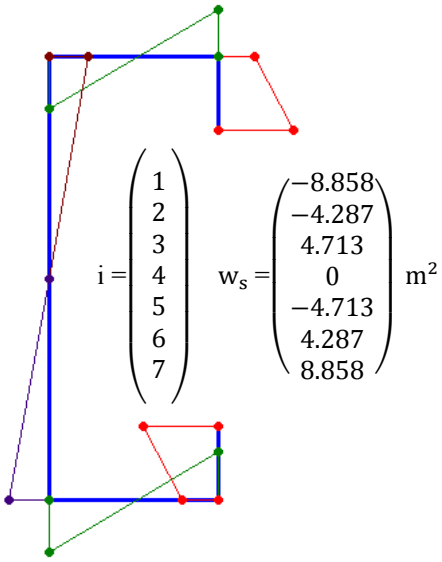
$\tau_7 = 1472 + 0 + 0 = 1472\ \mathrm{kN/m^2}$

Önerilen yöntemle yapılan çözüm sonucunda elde edilen burulma dönmesi değerleriyle Smith ve Coull'un [12] bulmuş olduğu burulma dönmesi değerleri Şekil 5.18'de aynı grafik üzerinde gösterilmiştir. Önerilen yöntemle elde edilen burulma dönmesi değerlerinin Smith ve Coull'un bulmuş olduğu değerlerden %10 mertebesinde daha küçük olduğu görülmektedir.



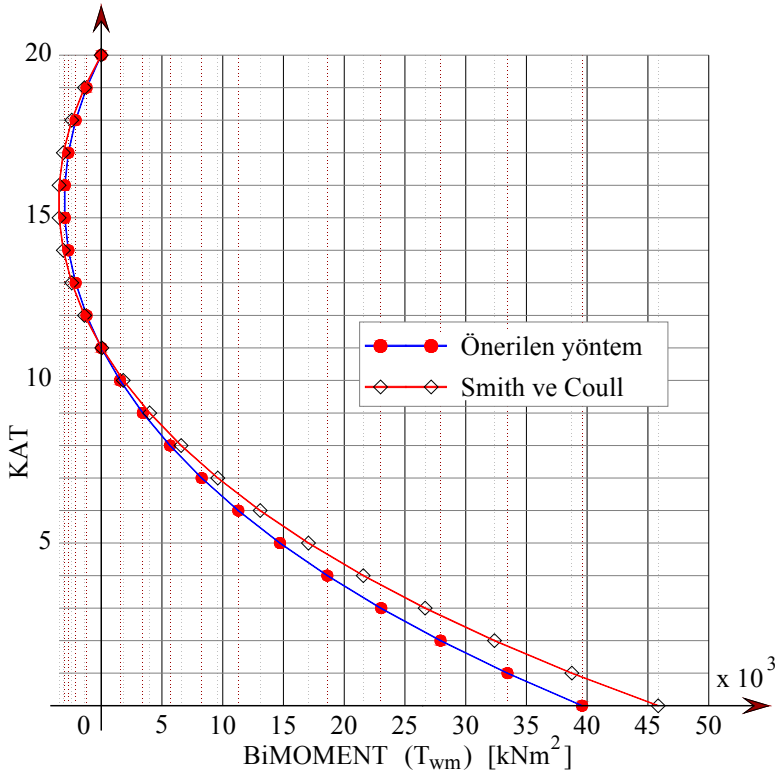
Şekil 5.18 : Burulma dönmesi açılarının karşılaştırılması.

Çarpılma gerilmelerinin elde edilebilmesi için gerekli olan birim çarpılma diyagramı değerleri MATHCAD'de [88] hazırlanan bir programla hesaplanmış ve aynı programda Şekil 5.19'da verilen diyagram çizdirilmiştir.



Şekil 5.19 : MATHCAD'den elde edilen birim çarpılma diyagramı.

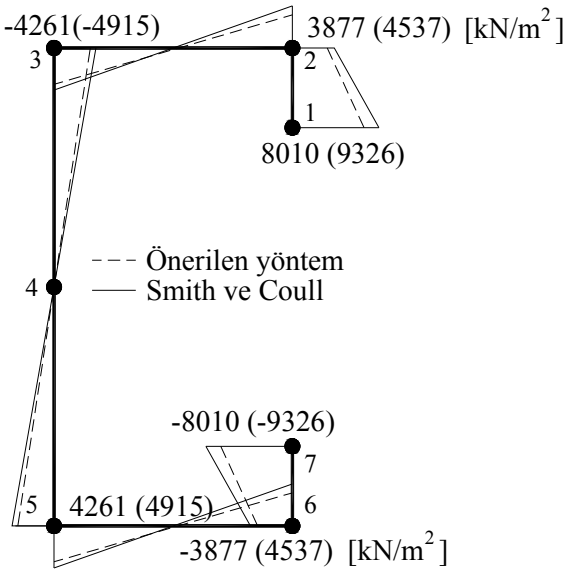
Şekil 5.20'de hem önerilen yöntemle hesaplanan, hem de Smith ve Coull'un [12] bulduğu bimomentlerin yapı yüksekliğince dağılımları gösterilmiştir.



Şekil 5.20 : Bimomentlerin karşılaştırılması.

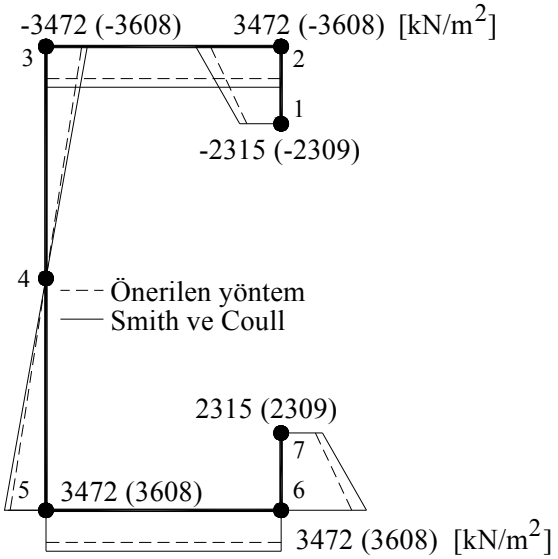
Şekil 5.21'de verilen her iki yönteme göre elde edilen çarpılma normal gerilmesi değerleri incelendiğinde, önerilen yöntemle edilen değerlerin Smith ve Coull'un [12] bulmuş olduğu değerlerden ortalama %8,6 oranında daha küçük kaldığı görülmüştür. Bu durumda aradaki farkın önemsenmeyecek mertebede olmayıp, tam tersine

özellikle irdelemeyi gerektirecek seviyede olduğu ortaya çıkmıştır. Aradaki fark, önerilen yöntemde, Smith ve Coull'un yapı yüksekliğince üniform yayılı yük nedeniyle oluşan üniform yayılı burulma momenti kabulü yerine, kat seviyelerinde etkiyen tekil yükler nedeniyle oluşan tekil burulma momentleri kabulünün dikkate alınmasından kaynaklanmaktadır.



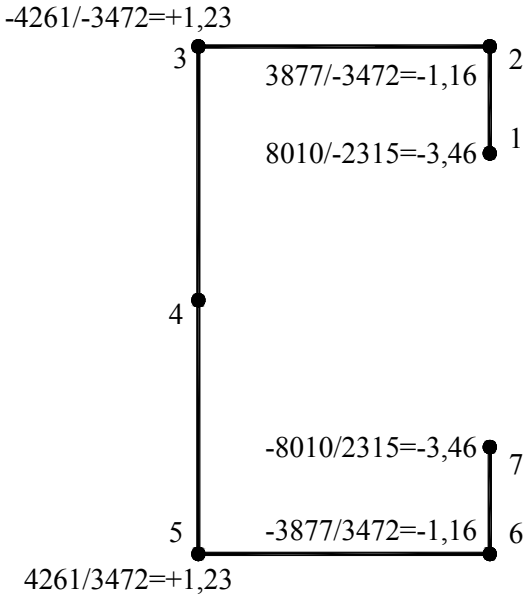
Şekil 5.21 : Çarpılma normal gerilmelerinin (σ_w) karşılaştırılması.

Şekil 5.22'de her iki kabule göre yapı tabanında ele alınan kesitte oluşan σ_b eğilme normal gerilmesi değerleri verilmiştir. Yapı yüksekliğince etkiyen üniform yayılı yükten oluşan eğilme momenti ile kat seviyelerinde etkiyen tekil yüklerden oluşan eğilme momenti değerlerinin birbirinden farklı olması sonucunda, eğilme gerilmeleri arasında küçük farklar meydana gelmektedir. Eğilme momentleri arasındaki oran yapı yüksekliğine ve etkiyen yükün büyüklüğüne bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 5.22 : Eğilme normal gerilmelerinin (σ_b) karşılaştırılması.

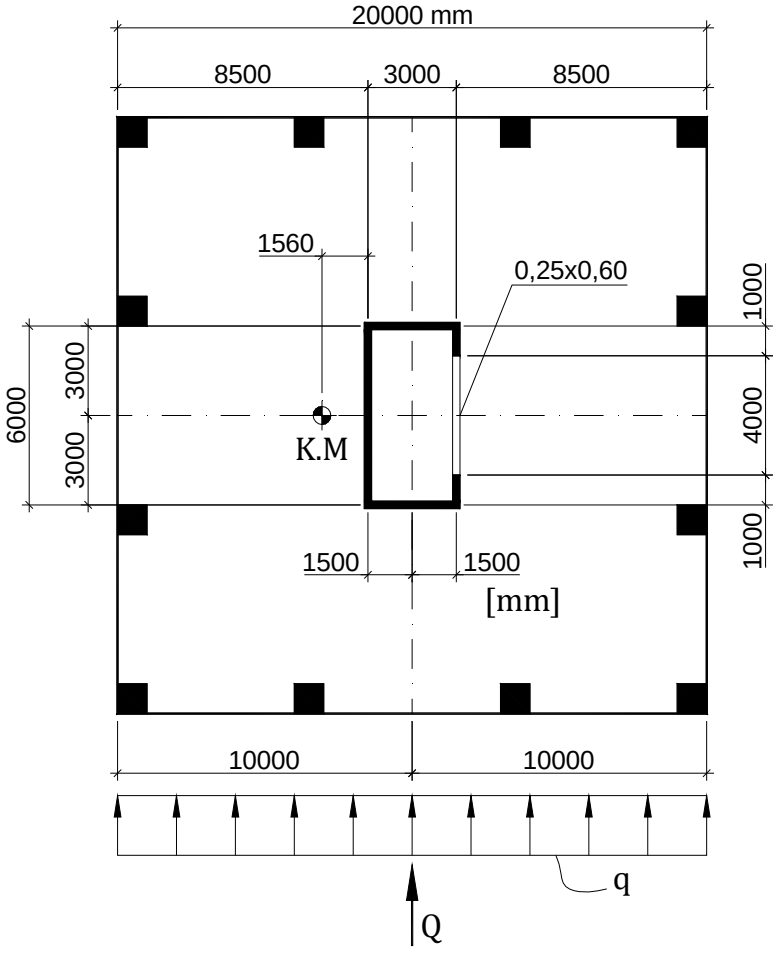
Çarpılma normal gerilmelerinin ele alınan 20 katlı bir yapıda eğilme normal gerilmelerine oranla ne kadar etkili olduğunu göstermek için Şekil 5.23'te çarpılma gerilmelerinin eğilme gerilmelerine oranları σ_w/σ_b verilmiştir. Buna göre çarpılma gerilmelerinin ihmal edilemeyecek mertebelerde olduğu, aksine özellikle dikkate alınması gerektiği sonucuna varılmıştır. Kesitte oluşan çarpılma gerilmeleri, yapı yüksekliğinin, yapıya etkiyen yatay yükün ve kayma merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki mesafenin artması sonucu artan burulma momentine bağlı olarak artış göstermektedir.



Şekil 5.23 : Çarpılma / eğilme normal gerilmlesi oranları σ_w/σ_b .

5.3 Smith Ve Coull'un Bağ Kirişli Yapı Modeli Üzerinde Karşılaştırma

Bu bölümde bir önceki bölümde Smith ve Coull [12] tarafından incelenmiş olan 20 eşit yükseklikte kata sahip, yaklaşık 70 m yüksekliğinde betonarme bir yapı ele alınmıştır. Önceki bölümden farklı olarak hesaplarda kat seviyelerinde teşkil edilmiş olan bağ kirişleri hesaplarda dikkate alınmıştır. Yapı tipik kat planı Şekil 5.24'te verilmiştir.



Şekil 5.24 : Smith ve Coull'un bağ kirişli yapı modeli tipik kat planı.

Bağ kirişli durumda kesit özelliklerinden sadece burulma mukavemeti I_t değeri değişir. Burulma mukavemeti (5.26) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$I_t = \sum_{i=1}^{\text{rows}(x)-1} \left[dA_i \frac{{t_i}^2}{3} \right] + \frac{12 E I_b \Omega^2}{G h_s {L_b}^3} \qquad \textbf{(5.26)}$$

Burada I_b bağ kirişi atalet momenti, L_b bağ kirişi uzunluğu ve h_k kat yüksekliğidir. Ω değeri ise kesitin kapattığı alanın iki katına karşı gelmektedir.

$$I_b = 0{,}25.\frac{0{,}6^3}{12} = 0{,}045\ m^4$$

$$\Omega = 2.3{,}0.6{,}0 = 36{,}0\ m^2$$

$$h_k = 3{,}5\ m$$

$$L_b = 4{,}0\ m$$

$$I_t = 0{,}073 + \frac{12.2{,}0.10^7.0{,}045.36{,}0^2}{0{,}9.10^7.3{,}5.4{,}0^3} = 0{,}767\ m^4$$

Önerilen yönteme göre burulma ile ilgili değerler (4.14) ve (4.15) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

z		ϕ	ϕ'
0		0	0
1		0,00011	5,823
2		0,00039	9,734
3		0,00073	12,245
4		0,00123	13,731
5		0,00173	14,468
6		0,00224	14,656
7		0,00275	14,446
8		0,00325	13,946
9		0,00373	13,240
10	3,5 m →	0,00417 rad,	12,388 $10^{-5}\ m^{-1}$
11		0,00459	10,429
12		0,00497	6,70
13		0,00532	9,391
14		0,00563	8,350
15		0,00590	7,350
16		0,00614	6,409
17		0,00635	5,571
18		0,00653	4,883
19		0,00670	4,410
20		0,00709	4,891

$$
\begin{matrix}
0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ z = 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20
\end{matrix}
\Bigg\} 3{,}5\ \mathrm{m} \rightarrow
\begin{matrix}
\phi'' = \\
\end{matrix}
\begin{matrix}
-1{,}995 \\ -1{,}359 \\ -0{,}894 \\ -0{,}553 \\ -0{,}303 \\ -0{,}121 \\ 0{,}012 \\ 0{,}009 \\ 0{,}179 \\ 0{,}228 \\ 0{,}262 \\ 0{,}285 \\ 0{,}297 \\ 0{,}301 \\ 0{,}296 \\ 0{,}283 \\ 0{,}259 \\ 0{,}224 \\ 0{,}172 \\ 0{,}100 \\ 0
\end{matrix}
\Bigg\} 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-2},\ \phi''' =
\begin{matrix}
2{,}06 \\ 1{,}601 \\ 1{,}187 \\ 0{,}883 \\ 0{,}660 \\ 0{,}496 \\ 0{,}376 \\ 0{,}287 \\ 0{,}221 \\ 0{,}171 \\ 0{,}132 \\ 0{,}101 \\ 0{,}075 \\ 0{,}052 \\ 0{,}028 \\ 0{,}001 \\ -0{,}030 \\ -0{,}070 \\ -0{,}121 \\ -0{,}189 \\ -0{,}280
\end{matrix}
\Bigg\} 10^{-6}\ \mathrm{m}^{-3}
$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$
\begin{matrix}
0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ z = 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20
\end{matrix}
\Bigg\} 3{,}5\ \mathrm{m} \rightarrow \mathrm{T_t} =
\begin{matrix}
0 \\ 482 \\ 672 \\ 846 \\ 948 \\ 999 \\ 1012 \\ 998 \\ 963 \\ 915 \\ 856 \\ 790 \\ 720 \\ 649 \\ 577 \\ 508 \\ 443 \\ 385 \\ 338 \\ 305 \\ 338
\end{matrix}
\Bigg\} \mathrm{kNm},\ \mathrm{T_{wm}} =
\begin{matrix}
-17{,}5 \\ -11{,}9 \\ -7{,}8 \\ -4{,}8 \\ -2{,}7 \\ -1{,}1 \\ 0{,}11 \\ 0{,}95 \\ 1{,}56 \\ 2{,}00 \\ 2{,}30 \\ 2{,}49 \\ 2{,}60 \\ 2{,}63 \\ 2{,}59 \\ 2{,}48 \\ 2{,}27 \\ 1{,}96 \\ 1{,}51 \\ 0{,}88 \\ 0
\end{matrix}
\Bigg\} 10^3\ \mathrm{kNm^2},\ \mathrm{T_w} =
\begin{matrix}
-1803 \\ -1401 \\ -1039 \\ -773 \\ -578 \\ -435 \\ -329 \\ -251 \\ -193 \\ -150 \\ -116 \\ -88{,}8 \\ -66{,}0 \\ -45{,}2 \\ -24{,}2 \\ -1{,}1 \\ 26 \\ 61 \\ 106 \\ 166 \\ 245
\end{matrix}
\Bigg\} \mathrm{kNm}
$$

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w çarpılma normal gerilmeleri (5.3) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\sigma_{w,1} = \frac{17462.8{,}858}{43{,}796} = -3532\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,2} = \frac{17462.4{,}287}{43{,}796} = -1710\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,3} = \frac{17462.4{,}713}{43{,}796} = 1879\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,4} = \frac{17462.0}{43{,}796} = 0\ \mathrm{kN/m^2}$$

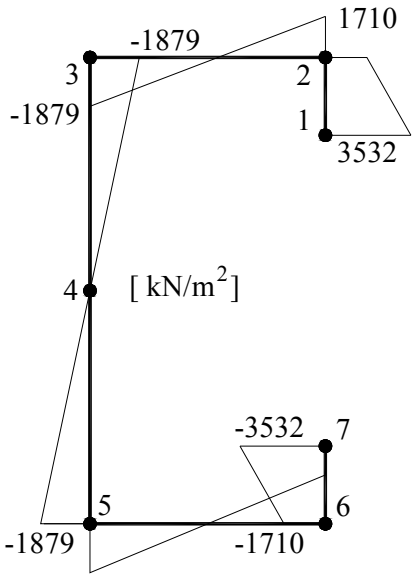
$$\sigma_{w,5} = \frac{17462.4{,}713}{43{,}796} = -1879\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{w,6} = \frac{17462.4{,}287}{43{,}796} = 1710\ \mathrm{kN/m^2}$$

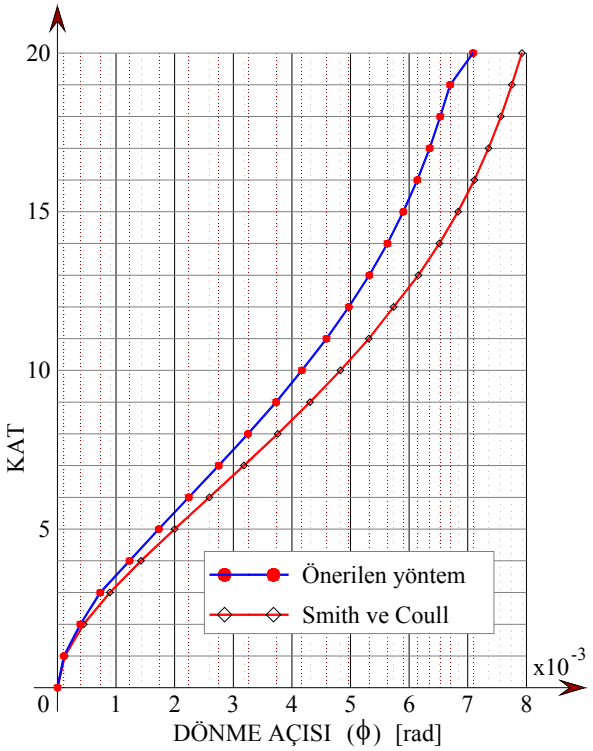
$$\sigma_{w,7} = \frac{17462.8{,}858}{43{,}796} = 3532\ \mathrm{kN/m^2}$$

olarak bulunmuştur.

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w normal gerilmelerinin kesitteki dağılımı Şekil 5.25'te verilmiştir.



Şekil 5.25 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w normal gerilmelerinin dağılımı.

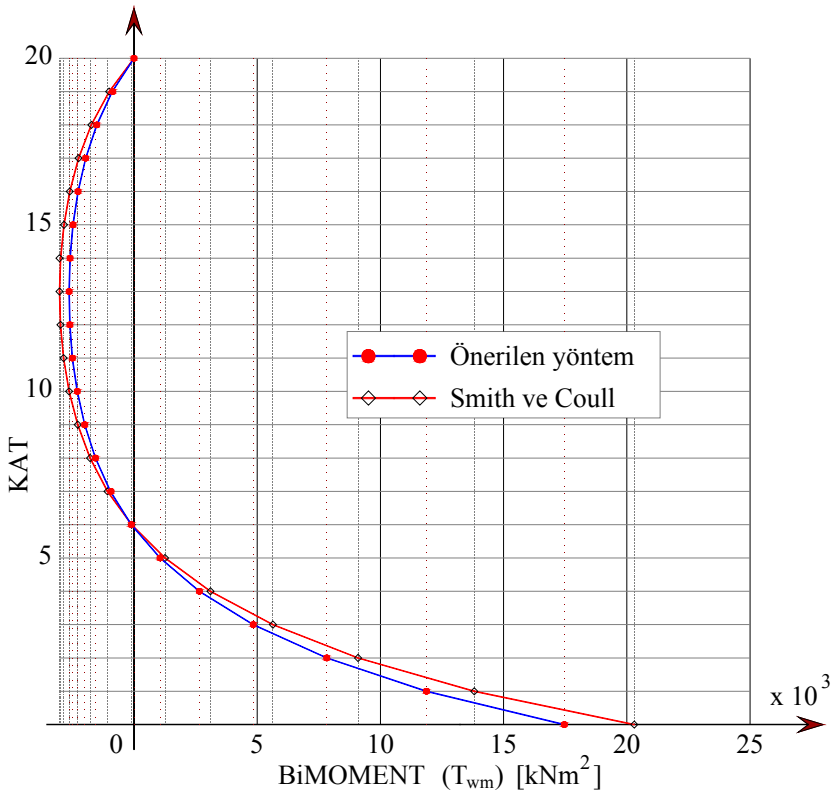


Şekil 5.26 : Burulma dönmesi açılarının karşılaştırılması.

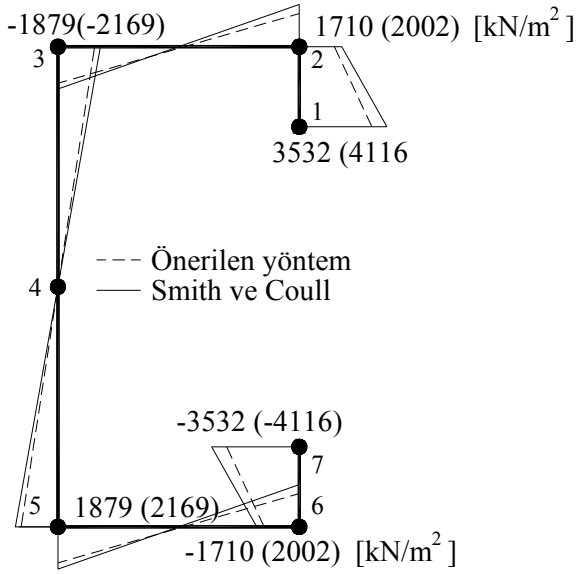
Önerilen yöntemle yapılan çözüm sonucunda elde edilen değerlerin Smith ve Coull'un [12] bulmuş olduğu burulma dönmesi değerleri Şekil 5.26'da aynı grafik üzerinde gösterilmiştir. Önerilen yöntemle elde edilen değerlerin Smith ve Coull'un bulmuş olduğu değerlerden %12-15 arasında değişen mertebede daha küçük olduğu görülmüştür.

Şekil 5.27'de hem önerilen yöntemle hesaplanan, hem de Smith ve Coull'un [12] bulduğu bimomentlerin yapı yüksekliğince dağılımları gösterilmiştir.

Şekil 5.28'de verilen her iki yönteme göre elde edilen σ_w çarpılma normal gerilmesi değerleri incelendiğinde, önerilen yöntemle edilen değerlerin Smith ve Coull'un bulmuş olduğu değerlerden ortalama %16,3 oranında daha küçük kaldığı görülmüştür. Aradaki fark, önerilen yöntemde, Smith ve Coull'un yapı yüksekliğince üniform yayılı yük nedeniyle oluşan üniform yayılı burulma momenti kabulü yerine kat seviyelerinde etkiyen tekil yükler nedeniyle oluşan tekil burulma momentleri kabulünün dikkate alınmasından kaynaklanmaktadır. %16,3 oranı açık kesitlerde %8,6 mertebesinde bulunmuştu. Bağ kirişli durumda farkın bağ kirişsiz duruma göre yaklaşık iki kat arttığı görülmüştür.

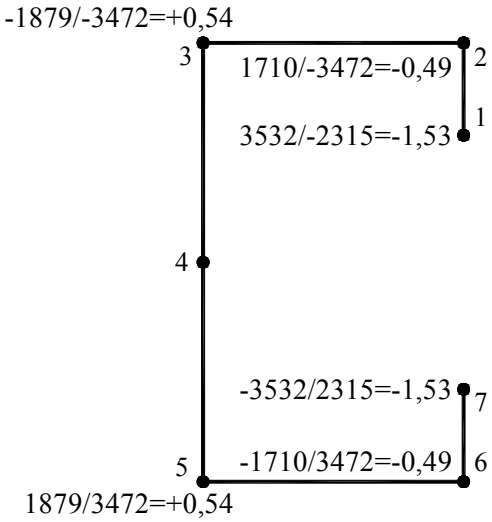


Şekil 5.27 : Bimomentlerin karşılaştırılması.



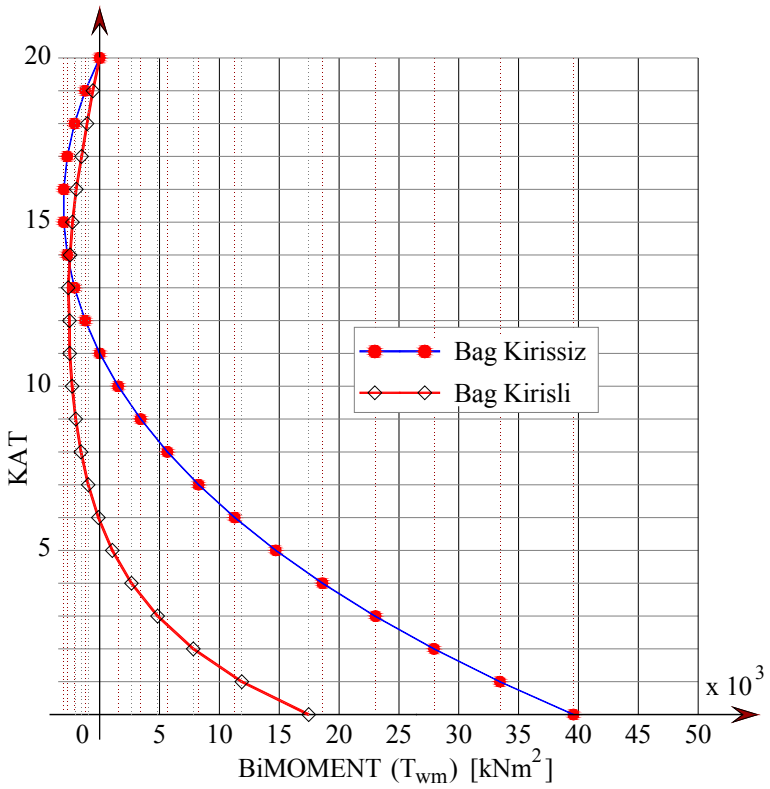
Şekil 5.28 : σ_w çarpılma normal gerilmelerinin karşılaştırılması.

Şekil 5.29'da çarpılma normal gerilmelerinin eğilme gerilmelerine oranları (σ_w/σ_b) verilmiştir.



Şekil 5.29 : Çarpılma / eğilme normal gerilmesi oranları (σ_w/σ_b).

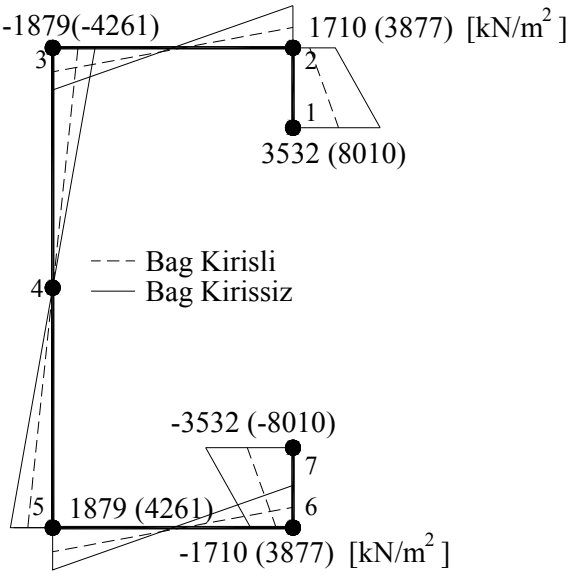
Şekil 5.29'daki grafik incelendiğinde bağ kirişsiz çözümdeki gibi çarpılma gerilmelerinin ihmal edilemeyecek mertebelerde olduğu, aksine, özellikle dikkate alınması gerektiği sonucu perçinlenmiştir. Kesitte oluşan çarpılma gerilmeleri, yapı yüksekliğinin, yapıya etkiyen yatay yükün ve kayma merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki mesafenin artması sonucu artan burulma momentine bağlı olarak artış göstermektedir.



Şekil 5.30 : Bağ kirişli ve bağ kirişsiz durumlarda bimomentlerin karşılaştırılması.

Bağ kirişli durum ve bağ kirişsiz durumda oluşan bimoment değerleri önerilen yönteme göre hesaplanmış ve aynı grafik üzerinde Şekil 5.30'da gösterilmiştir.

Bağ kirişli ve bağ kirişsiz durumda tabanda çarpılma nedeniyle kesitte oluşan σ_w normal gerilme değerleri önerilen yönteme göre hesaplanmış ve aşağıda aynı grafik üzerinde Şekil 5.31'de gösterilmiştir. Grafiklerden de açıkça görüldüğü gibi bağ kirişinin olması durumunda çarpılma nedeniyle oluşan normal gerilme değerleri bağ kirişsiz durumda oluşan gerilmelerin yarısından daha az olmaktadır.



Şekil 5.31 : Bağ kirişli ve bağ kirişsiz durumlarda σ_w çarpılma normal gerilmelerinin karşılaştırılması.

5.4 ANSYS Ve CONSTEEL Programları İle Karşılaştırma

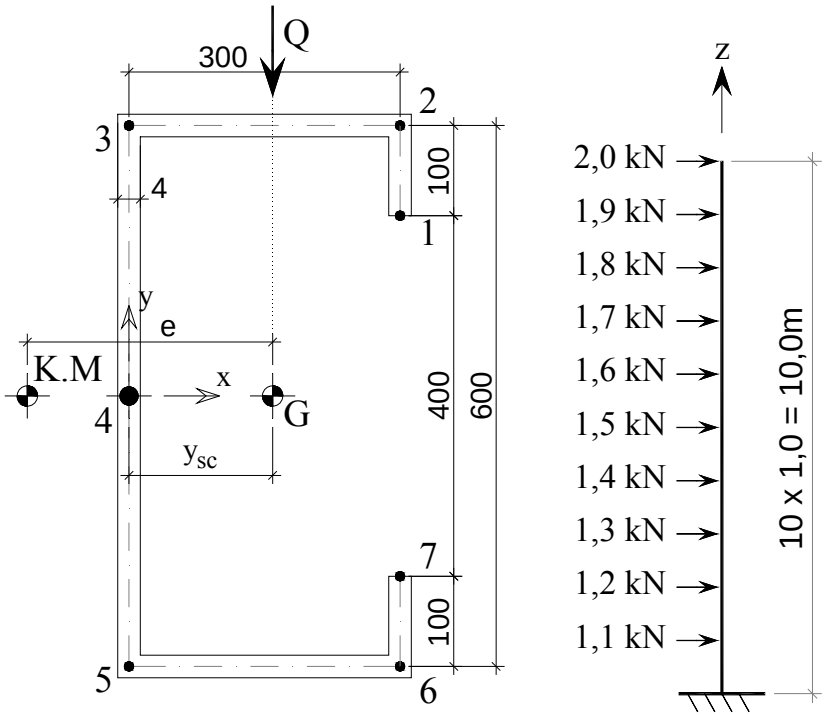
Önerilen yönteme göre hazırlanan algoritma, pratik programlamaya olanak veren MATHCAD'de [88] programlanmıştır. Bu program sayesinde farklı geometriye sahip enkesitlerin tüm kesit değerleri ve birim çarpılmalar elde edilebilmektedir. Ayrıca n adet farklı büyüklükteki yükün n adet farklı konumdan etkimesi durumunda bir kesitte oluşan hem eğilme, hem de burulma tesirleri, aynı zamanda eğilme ve burulma nedeniyle oluşan yerdeğiştirmeler de bulunabilmektedir.

MATHCAD'de [88] hazırlanan algoritmayla kesit geometrisinin asal eksen takımına göre ölçekli olarak çizilebilmesi, çizilen kesit üzerinde ağırlık merkezinin ve kayma merkezinin konumlarının gösterilebilmesi, kesitin birim çarpılma diyagramının ölçekli olarak çizilebilmesi, eğilme ve çarpılma normal gerilmesi diyagramlarının hem ayrı ayrı, hem de toplam şeklinde çizilebilmesi ve sonuçların görsel olarak da elde edilebilmesi sağlanmaktadır.

Diğer taraftan, yapı mühendisliğinde analiz ve tasarım amaçlı kullanılan programların büyük bir bölümü sekonder tesirler olarak da nitelendirilen burulma ve çarpılma kaynaklı etkilerin hesabında yetersiz kalmaktadır. MATHCAD'de hazırlanan program CONSTEEL [89] ve ANSYS [90] programları kullanılarak kontrol edilmiş, bu şekilde yapılan çalışmanın doğruluk derecesi değerlendirilebilmiştir.

Karşılaştırmada kullanılan her iki program yardımıyla da, çok katlı bir yapının modellenmesi ve bir elemanda çarpılma nedeniyle oluşan tesirlerin elde edilmesi pek kolay olmamaktadır. Bu nedenle çok katlı bir yapı yerine konsol bir eleman ele alınmıştır. Konsol elemanda çarpılma etkilerini net görebilmek için kayma merkezi ile ağırlık merkezinin çakışmadığı, Şekil 5.32'de boyutları verilen ince cidarlı bir eleman seçilmiştir. Çubuk elemanın enkesiti Smith ve Coull'un [12] incelediği yapının çekirdek enkesitidir.

Çubuk eleman, Şekil 5.32'deki gibi farklı noktalarda farklı büyüklükteki tekil yükler ile yüklenmiştir. Yükler şekilde görüldüğü gibi enkesitin ağırlık merkezine etkitilmiştir. Yapı mühendisliğinde kullanılan programlardan farklı olarak gerek ANSYS, gerek CONSTEEL, gerekse de MATHCAD'de hazırlanan algoritmada, enkesitin kayma merkezinin konumu bulunarak kayma merkezi ile ağırlık merkezinin çakışmamasından kaynaklı burulma momenti dikkate alınabilmektedir.



Şekil 5.32 : Eleman enkesiti ve yükleme durumu.

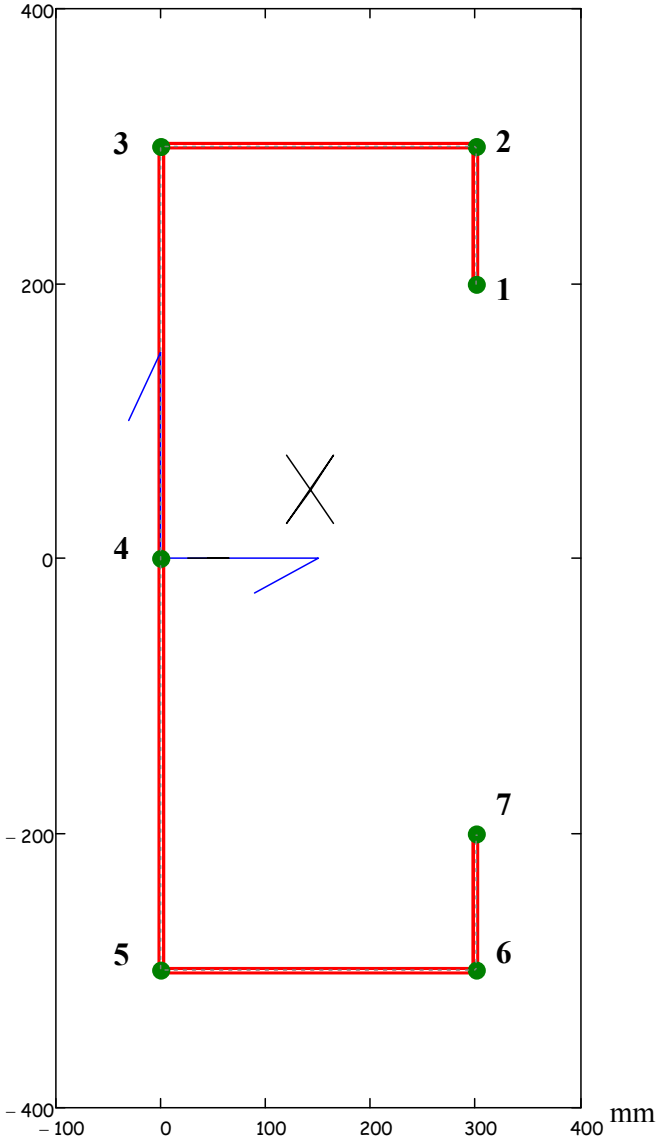
Çubuk eleman malzemesinin elastisite modülü ve kayma modülü

$E = 200000$ MPa

$G = 76923$ MPa'dır.

i çizimi MATHCAD programından alınan Şekil 5.33'teki çubuk enkesitinin her bir düğüm noktasına, x ve y ise her bir düğüm noktasının koordinatlarına karşı gelmektedir. t kesit et kalınlığı 4 mm olup çubuk boyunca sabittir.

$$i = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 300 \\ 300 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 300 \end{pmatrix} \text{ mm} \quad y = \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 300 \\ 0 \\ -300 \\ -300 \\ -200 \end{pmatrix} \text{ mm}$$



Şekil 5.33 : MATHCAD programından alınan enkesit çizimi.

Q tekil kuvveti ve etkidiği noktanın çubuk elemanın başlangıcına olan z mesafesi altta verilmiştir.

$$z = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ m} \qquad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 1{,}1 \\ 1{,}2 \\ 1{,}3 \\ 1{,}4 \\ 1{,}5 \\ 1{,}6 \\ 1{,}7 \\ 1{,}8 \\ 1{,}9 \\ 2{,}0 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

Kesit özellikleri (5.8)...(5.19) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$A = 5600\ \text{mm}^2$

$x_{gc} = 107{,}143\ \text{mm}$

$y_{gc} = 0\ \text{mm}$

$I_x = 3{,}387.10^8\ \text{mm}^4$

$I_y = 7{,}971.10^7\ \text{mm}^4$

$x_{sc} = -157{,}087\ \text{mm}$

$y_{sc} = 0\ \text{mm}$

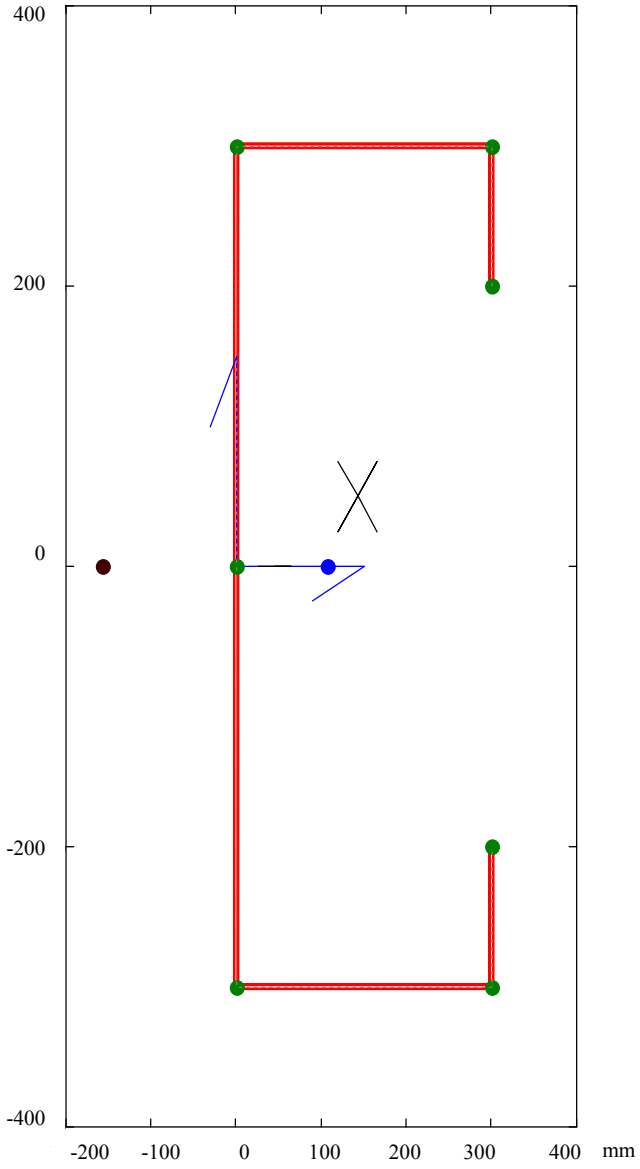
$I_w = 7{,}003.10^{12}\ \text{mm}^6$

$I_t = 2{,}987.10^4\ \text{mm}^4$

$$w_s = \begin{pmatrix} -0{,}089 \\ -0{,}043 \\ -0{,}047 \\ 0 \\ -0{,}047 \\ -0{,}043 \\ -0{,}089 \end{pmatrix} 10^6\ \text{mm}^2$$

$$S_w = \begin{pmatrix} 0 \\ -5{,}258 \\ -4{,}748 \\ 0{,}9071 \\ -4{,}748 \\ -5{,}258 \\ 0 \end{pmatrix} 10^{-5}\ \text{m}^4$$

MATHCAD programında hazırlanan algoritma yardımıyla Şekil 5.34'te gösterilen ağırlık ve kayma merkezini içeren enkesit çizimi elde edilmiştir.



Şekil 5.34 : MATHCAD programından alınan ağırlık (mavi nokta) ve kayma (siyah nokta) merkezlerini gösteren enkesit çizimi.

Önerilen yönteme göre burulma ile ilgili değerler (4.14) ve (4.15) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$z = \begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}\Bigg\} \text{ m} \quad \rightarrow \quad \phi = \begin{matrix}0{,}522\\0{,}385\\0{,}325\\0{,}266\\0{,}209\\0{,}155\\0{,}106\\0{,}063\\0{,}03\\0{,}008\\0\end{matrix}\Bigg\} \text{ rad}, \qquad \phi' = \begin{matrix}0{,}073\\0{,}06\\0{,}06\\0{,}058\\0{,}056\\0{,}052\\0{,}046\\0{,}038\\0{,}028\\0{,}015\\0\end{matrix}\Bigg\} \text{ m}^{-1}$$

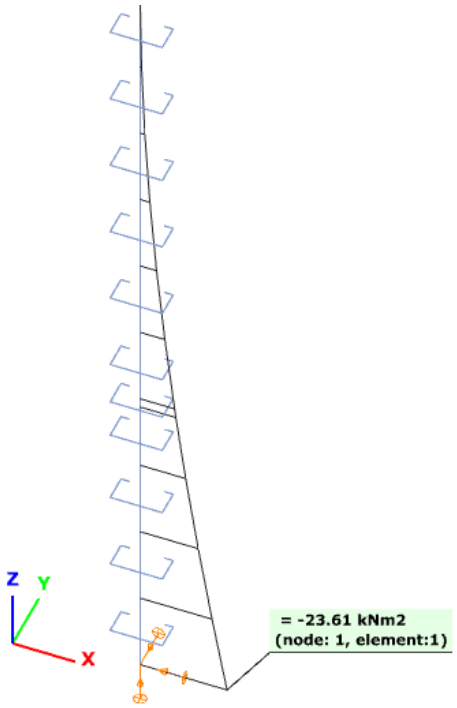
$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}\right\} \text{m} \quad \rightarrow \quad \phi'' = \left.\begin{matrix}0\\0{,}0003\\0{,}0009\\0{,}003\\0{,}003\\0{,}005\\0{,}007\\0{,}009\\0{,}011\\0{,}014\\0{,}017\end{matrix}\right\} \text{m}^{-2}, \quad \phi''' = \left.\begin{matrix}0\\0{,}0006\\0{,}0010\\0{,}0013\\0{,}0016\\0{,}0019\\0{,}0022\\0{,}0024\\0{,}0027\\0{,}0029\\0{,}0030\end{matrix}\right\} \text{m}^{-3}$$

St. Venant burulması momenti, bimoment, çarpılma burulması momenti ve toplam burulma momenti değerleri (3.59) bağıntıları kullanılarak elde edilir.

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}\right\} \text{m} \quad \rightarrow \quad T_t = \left.\begin{matrix}0{,}168\\0{,}139\\0{,}137\\0{,}134\\0{,}128\\0{,}119\\0{,}106\\0{,}088\\0{,}065\\0{,}035\\0\end{matrix}\right\} \text{kNm}, \quad T_{wm} = \left.\begin{matrix}0\\0{,}39\\1{,}282\\2{,}653\\4{,}477\\6{,}731\\9{,}393\\12{,}44\\15{,}851\\19{,}605\\23{,}683\end{matrix}\right\} \text{kNm}^2$$

$$z = \left.\begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}\right\} \text{mm} \quad \rightarrow \quad T_w = \left.\begin{matrix}-0{,}889\\-0{,}892\\-1{,}369\\-1{,}821\\-2{,}250\\-2{,}656\\-3{,}039\\-3{,}400\\-3{,}740\\-4{,}060\\-4{,}096\end{matrix}\right\} \text{kNm}, \quad T_z = \left.\begin{matrix}1{,}057\\1{,}031\\1{,}506\\1{,}955\\2{,}378\\2{,}775\\3{,}145\\3{,}488\\3{,}805\\4{,}095\\4{,}096\end{matrix}\right\} \text{kNm}$$

Şekil 5.35'te CONSTEEL programından elde edilen kesme ve eğilme diyagramları verilmiştir.



Şekil 5.35 : CONSTEEL'den elde edilen bimoment grafiği.

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w çarpılma normal gerilmeleri (5.3) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\sigma_{w,1} = \frac{23{,}683.0{,}089}{7{,}003.10^{-6}} = 300 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{w,2} = \frac{23{,}683.0{,}043}{7{,}003.10^{-6}} = 145 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{w,3} = \frac{23{,}683.0{,}047}{7{,}003.10^{-6}} = -160 \text{ MPa}$$

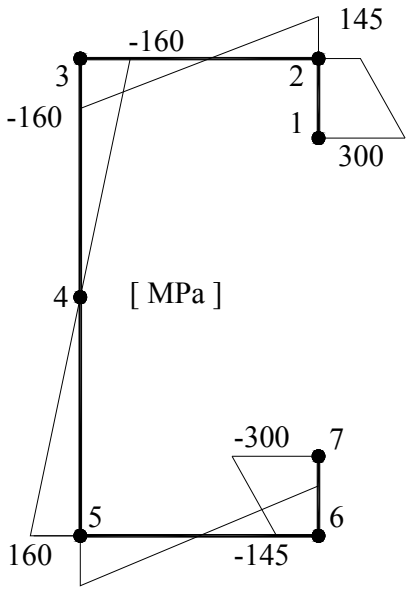
$$\sigma_{w,4} = \frac{23{,}683.0}{7{,}003.10^{-6}} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{w,5} = \frac{23{,}683.0{,}047}{7{,}003.10^{-6}} = 160 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{w,6} = \frac{23{,}683.0{,}083}{7{,}003.10^{-6}} = -145 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{w,7} = \frac{23{,}683.0{,}089}{7{,}003.10^{-6}} = -300 \text{ MPa}$$

Şekil 5.36'da tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w normal gerilmelerinin kesitteki dağılımı verilmiştir.



Şekil 5.36 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan σ_w normal gerilmelerinin dağılımı.

Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan τ_w çarpılma normal gerilmeleri (5.21) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\tau_{w,1} = \frac{200000.0}{4} = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{w,2} = \frac{200000.(5{,}258.10^{7}).(3.10^{-12})}{4} = -7{,}9 \text{ MPa}$$

$$\tau_{w,3} = \frac{200000.(4{,}748.10^{7}).(3.10^{-12})}{4} = -7{,}1 \text{ MPa}$$

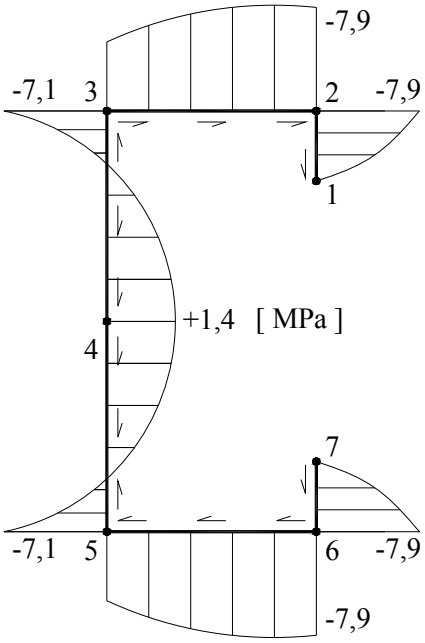
$$\tau_{w,4} = \frac{200000.(0{,}9071.10^{7}).(3.10^{-12})}{4} = +1{,}4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{w,5} = \frac{200000.(4{,}748.10^{7}).(3.10^{-12})}{4} = -7{,}1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{w,6} = \frac{200000.(5{,}258.10^{7}).(3.10^{-12})}{4} = -7{,}9 \text{ MPa}$$

$$\tau_{w,7} = \frac{200000.0}{4} = 0 \text{ MPa}$$

Şekil 5.37'de tabanda çarpılma nedeniyle oluşan kayma gerilmelerinin kesitteki dağılımı verilmiştir.

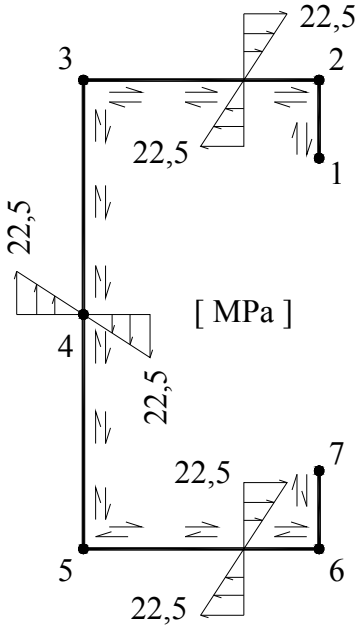


Şekil 5.37 : Tabanda çarpılma nedeniyle oluşan kayma gerilmesi dağılımı ve yönü.

Tabanda burulma nedeniyle oluşan τ_t kayma gerilmeleri (5.22) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$\tau_t = 76923.4.0{,}0{,}73.10^{-3} = 22{,}5$ MPa

Şekil 5.38'de tabanda burulma nedeniyle oluşan kayma gerilmelerinin kesitteki dağılımı verilmiştir.

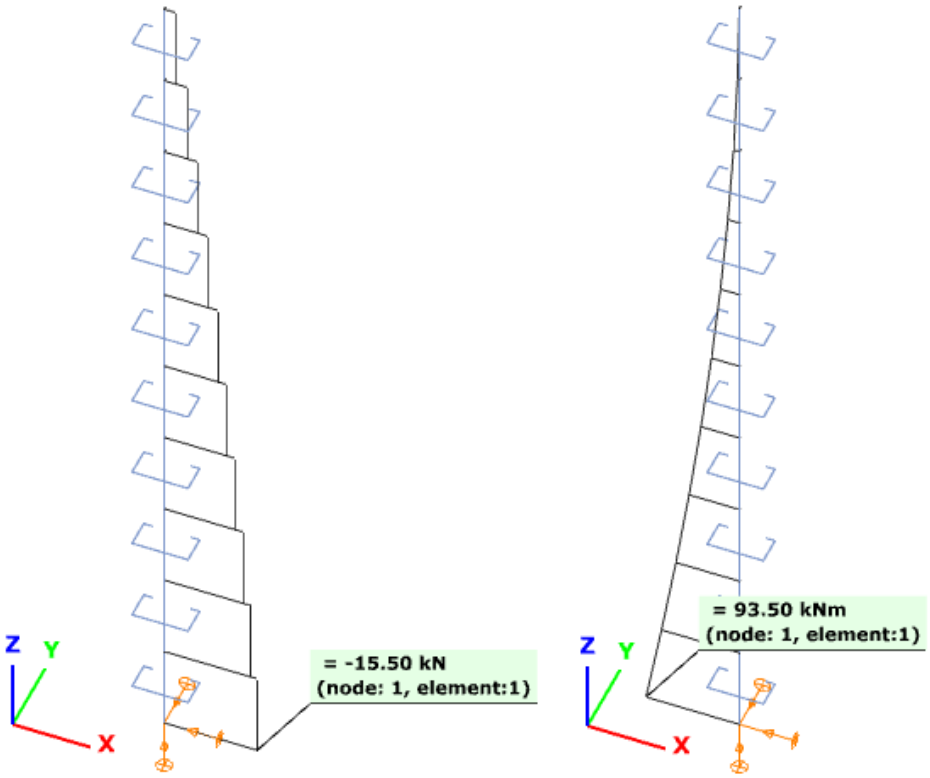


Şekil 5.38 : Tabanda burulma nedeniyle oluşan τ_t kayma gerilmesi dağılımı ve yönü.

Eğilme ile ilgili değerler (4.16) ve (4.17) bağıntılarının (4.4) bağıntılarında kullanılmasıyla elde edilir.

$$z = \begin{matrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}\ \text{m} \quad \rightarrow \quad y = \begin{matrix}91{,}9\\66{,}4\\47{,}6\\33{,}6\\23{,}2\\15{,}5\\9{,}7\\5{,}5\\2{,}5\\0{,}7\\0\end{matrix}\ \text{mm}, \quad M = \begin{matrix}93{,}5\\78\\63{,}6\\50{,}4\\38{,}5\\28\\19\\11{,}6\\5{,}9\\2\\0\end{matrix}\ \text{kNm}, \quad V = \begin{matrix}15{,}5\\14{,}4\\13{,}2\\11{,}9\\10{,}5\\9{,}0\\7{,}4\\5{,}7\\3{,}9\\2{,}0\\0\end{matrix}\ \text{kN}$$

Şekil 5.39'da CONSTEEL programından elde edilen kesme ve eğilme diyagramları verilmiştir.



Şekil 5.39 : CONSTEEL'den elde edilen V, M diyagramı.

Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σ_b normal gerilmeleri (5.23) bağıntısı kullanılarak elde edilir.

$$\sigma_{b,1} = \frac{93{,}5.0{,}002}{3{,}387.10^{-4}} = -55\ \text{MPa}$$

$$\sigma_{b,2} = \frac{93{,}5.0{,}003}{3{,}387.10^{-4}} = -83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b,3} = \frac{93{,}5.0{,}003}{3{,}387.10^{-4}} = -83 \text{ MPa}$$

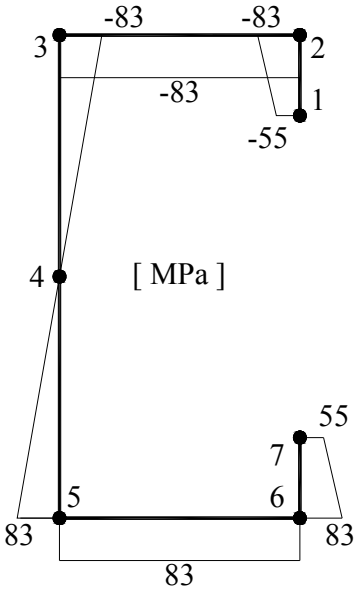
$$\sigma_{b,4} = \frac{93{,}5.0}{3{,}387.10^{-4}} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b,5} = \frac{93{,}5.0{,}003}{3{,}387.10^{-4}} = 83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b,6} = \frac{93{,}5.0{,}003}{3{,}387.10^{-4}} = 83 \text{ MPa}$$

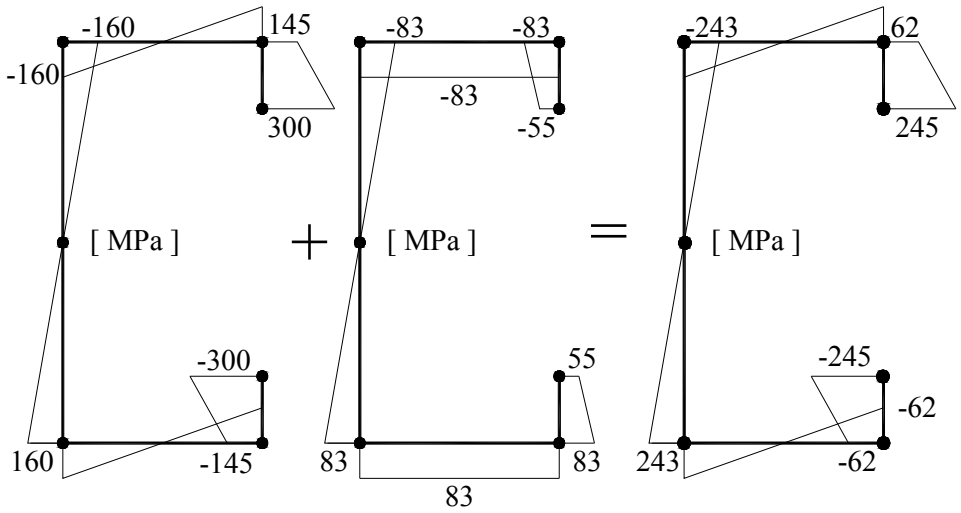
$$\sigma_{b,7} = \frac{93{,}5.0{,}002}{3{,}387.10^{-4}} = 55 \text{ MPa}$$

Şekil 5.40'ta tabanda eğilme nedeniyle oluşan σ_b normal gerilmelerinin kesitteki dağılımı verilmiştir.



Şekil 5.40 : Tabanda eğilme nedeniyle oluşan σ_b normal gerilmelerinin dağılımı.

Tabanda çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan σ_w ve σ_b normal gerilmeleri ile bunların toplamı Şekil 5.41'de verilmiştir.



Şekil 5.41 : Tabanda çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan normal gerilmeler ile bileşke normal gerilme dağılımları.

Tabanda eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmeleri Şekil 5.16 kullanılarak (5.23) bağıntısı ile bulunur.

$$\tau_{b,u_1} = -\frac{V\left(-tu_1\,{}^{u_1}/_{2}\right)}{tI_x} = \frac{Vu_1{}^2}{2.I_x}$$

$$\tau_{b,1} = \frac{15500.0^2}{2.3{,}387.10^8} = 0$$

$$\tau_{b,2} = \frac{15500.100^2}{2.3{,}387.10^8} = 0{,}23\ \text{MPa}$$

$$\tau_{b,u_2} = -\frac{V.(-100.50t - 300tu_2)}{tI_x}$$

$$\tau_{b,3} = \frac{15500.(100.50 + 300.300)}{3{,}387.10^8} = 4{,}35\ \text{MPa}$$

$$\tau_{b,u_3} = -\frac{V.\left(-t.100.50 - t.300.300 - t.u_3.\left(300 - {}^{u_3}/_{2}\right)\right)}{tI_x}$$

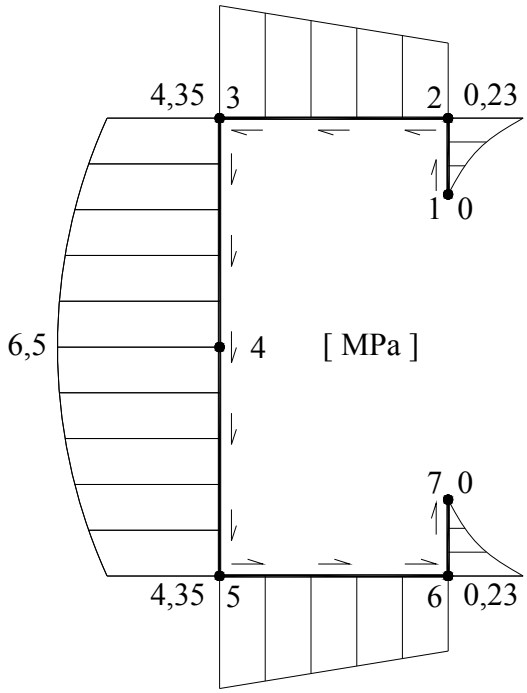
$$\tau_{b,u_4} = \frac{V.(100.50 + 300.300 + 300.150)}{3{,}387.10^8} = 6{,}5\ \text{MPa}$$

$$\tau_{b,1} = \tau_{b,7}$$

$$\tau_{b,2} = \tau_{b,6}$$

$$\tau_{b,3} = \tau_{b,5}$$

Şekil 5.42'de tabanda eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmelerin kesitteki dağılımı verilmiştir.



Şekil 5.42 : Eğilme nedeniyle oluşan τ_b kayma gerilmesi dağılımı.

Tabanda burulma, çarpılma ve eğilme nedeniyle oluşan kayma gerilmelerinin toplamı τ kayma gerilmeleri (5.25) bağıntısı kullanılarak bulunur.

$\tau_1 = 22{,}5 + 0 + 0 = 22{,}5$ MPa

$\tau_2 = 22{,}5 + 7{,}9 - 0{,}23 = 30{,}17$ MPa

$\tau_3 = 22{,}5 + 7{,}1 - 4{,}35 = 25{,}25$ MPa

$\tau_4 = 22{,}5 - 1{,}4 + 6{,}5 = 27{,}6$ MPa

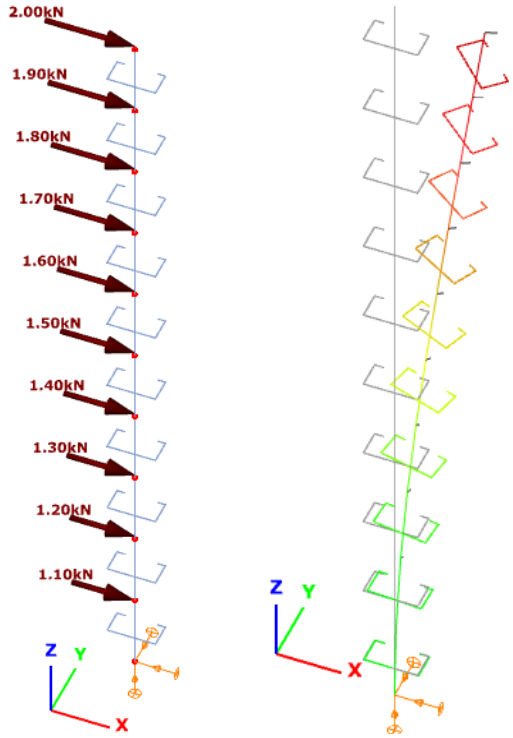
$\tau_5 = 22{,}5 + 7{,}1 - 4{,}35 = 25{,}25$ MPa

$\tau_6 = 22{,}5 + 7{,}9 - 0{,}23 = 30{,}17$ MPa

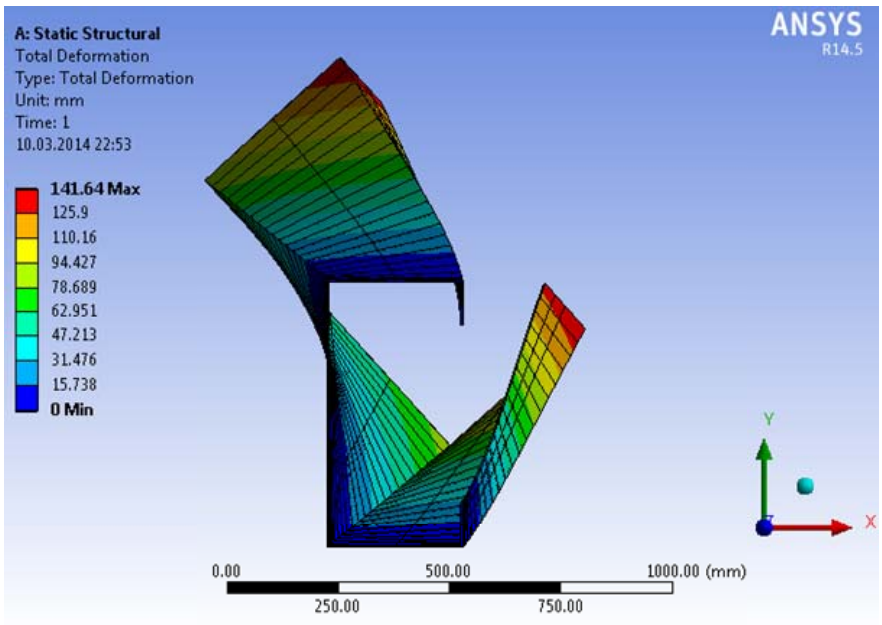
$\tau_7 = 22{,}5 + 0 + 0 = 22{,}5$ MPa

MATHCAD'de hazırlanan programın ANSYS [89] ve CONSTEEL'den [89] üstünlüğü ise çok katlı yapılarda eğilme, burulma ve çarpılma nedeniyle oluşan etkilerinin model yapmadan kısa sürede yaklaşık olarak tasarımcıya verilebilmesidir. Bu özellik, yapı mühendisliği açısından hem ön boyutlama için çok yararlı olmakta, hem de analiz programlarından elde edilen sonuçların karşılaştırılmasında önemli bir yardımcı araç olmaktadır.

CONSTEEL [89] programında statik sistem, eşit uzunluğa sahip 10 adet çubuk eleman kullanılarak ve yükleri düğüm noktalarına etkitilerek oluşturulmuştur. Şekil 5.43'te CONSTEEL programında hazırlanan modele ilişkin yükleme ve bu yükleme sonucu oluşan şekil değiştirmeler gösterilmiştir. Şekilden kesitte eğilmenin yanı sıra çarpılma nedeniyle de şekil değiştirmelerin meydana geldiği görülmektedir.



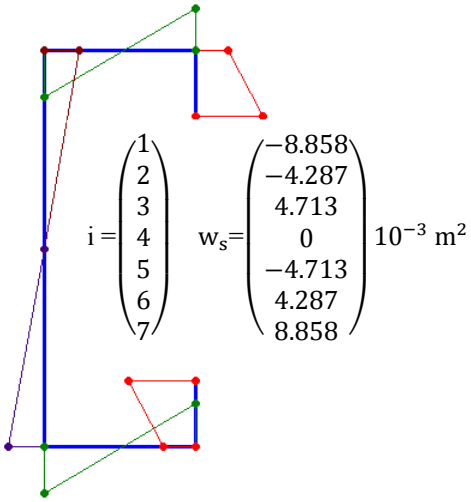
Şekil 5.43 : CONSTEEL yükleme ve şekil değiştirme görüntüleri.



Şekil 5.44 : ANSYS modelinde şekil değiştirme görüntüsü.

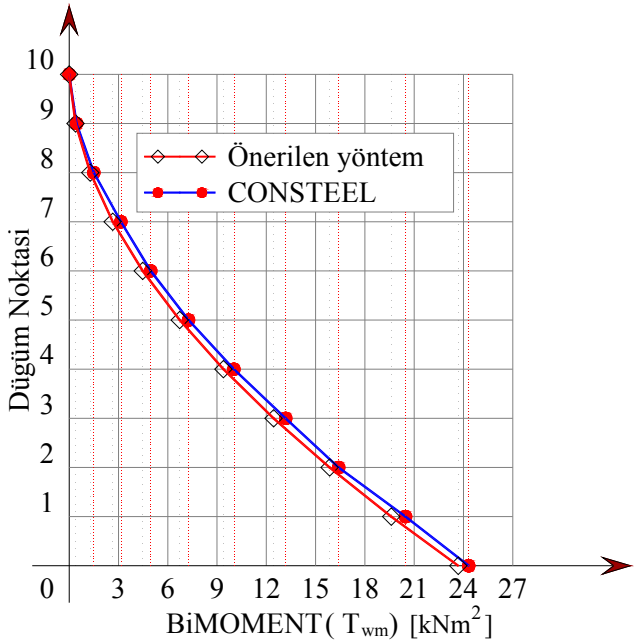
Şekil 5.44'te ANSYS'ten alınan şekil değiştirme görüntüsü verilmiştir.

Şekil 5.45'te incelenen enkesite ait MATHCAD'de [88] hazırlanan program kullanılarak hesaplanmış olan birim çarpılma değerleri ile yine aynı programda çizim için özel bir algoritma yazılarak elde edilen birim çarpılma diyagramı verilmiştir. MATHCAD'de hazırlanan programda çarpılma diyagramı ölçekli olarak çizilebilmektedir.



Şekil 5.45 : MATHCAD'den elde edilen birim çarpılma diyagramı.

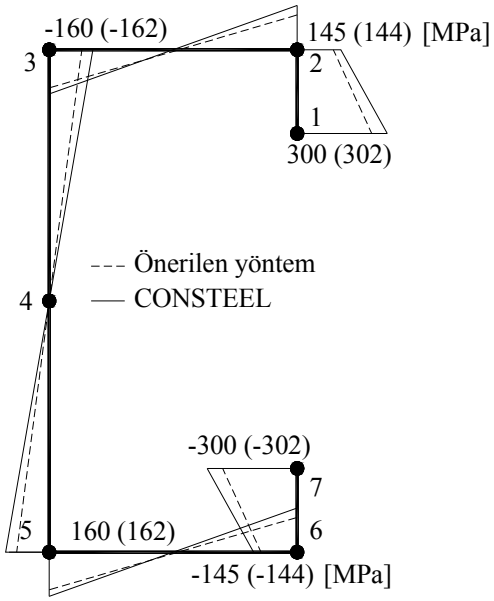
Bimomentlerin karşılaştırılmasında ANSYS programında bimoment etkisinin açıkça görülebilmesi mümkün olamadığından, MATHCAD programından elde edilen sonuçlar ancak CONSTEEL programından alınan sonuçlarla karşılaştırılabilmiştir.



Şekil 5.46 : Bimomentlerin karşılaştırılması.

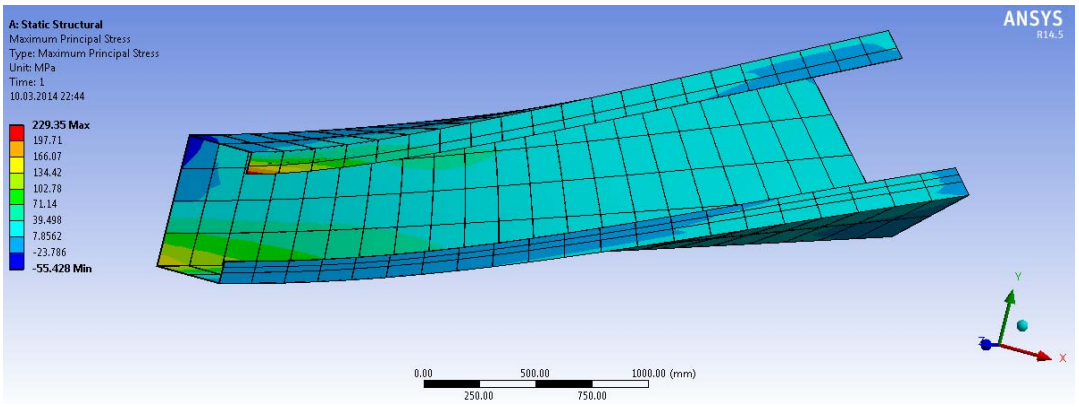
Şekil 5.46'da MATHCAD'de önerilen yöntemi içerecek şekilde hazırlanan programdan ve CONSTEEL'den alınan bimoment değerleri gösterilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi önerilen yöntemin verdiği bimoment değerleri CONSTEEL'in verdiği değerlerden çok az fark etmekte, yaklaşık olarak %0,1 mertebesinde daha küçük kalmaktadır. İki programın verdiği sonuçlar arasında bu kadar küçük fark olması, önerilen yöntemin yeterince hassas olduğunu göstermektedir.

Şekil 5.47'de MATHCAD'de hazırlanan programdan ve CONSTEEL'den alınan, sadece çarpılma nedeniyle oluşan σ_w normal gerilmeleri aynı enkesit üzerinde gösterilmiştir. Gerilme değerlerinden de görülebileceği gibi önerilen yöntem ile CONSTEEL değerleri arasındaki fark %1,5 civarındadır. Gerilme değerleri arasındaki oranın bimoment değerleri arasındaki orandan farklı olması, birim çarpılma değerleri arasındaki küçük farklardan kaynaklanmaktadır.



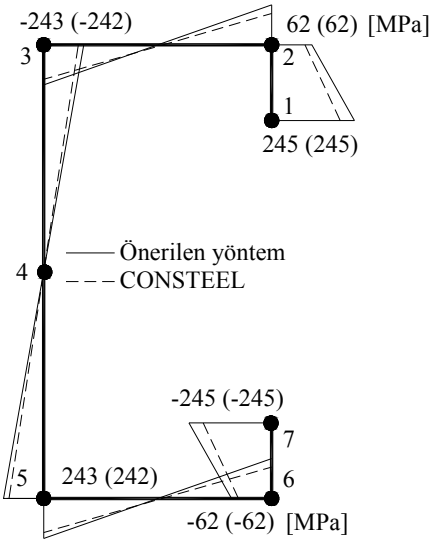
Şekil 5.47 : σ_w çarpılma normal gerilmelerinin karşılaştırılması.

ANSYS programı bimoment değerlerini ve çarpılma nedeniyle oluşan normal gerilmeleri ayrı ayrı vermemekte, ancak eğilme ve çarpılma normal gerilmelerinin toplamını verebilmektedir. Şekil 5.48'de ANSYS'ten alınan normal gerilme dağılımı verilmiştir.



Şekil 5.48 : ANSYS normal gerilme dağılımı

CONSTEEL'den [89] alınan eğilme ve çarpılma nedeniyle taşıyıcı sistem tabanında oluşan toplam normal gerilmeler gösterilmiştir. Şekil 5.47'de verilen çarpılma normal gerilmesi değerleri, Şekil 5.49'da verilen toplam normal gerilme değerleriyle karşılaştırıldığında, çarpılma nedeniyle oluşan normal gerilmelerin ihmal edilemeyecek mertebelerde olduğu açıkça görülmektedir.



Şekil 5.49 : σ_w çarpılma + σ_b eğilme normal gerilmelerinin karşılaştırılması.

6. SONUÇ

Bu çalışmada, yüksek yapılarda deprem ve rüzgar gibi yatay yükler etkisinde oluşan, üniform olmayan burulma nedeniyle taşıyıcı yapı elemanlarda meydana gelen tesirlerin belirlenmesi için bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemde, mevcut yöntemlerde yapıya yüksekliği boyunca üniform yayılı bir yatay yük etkimesi kabulü yerine, daha gerçekçi ve standartlarla uyumlu olan kat seviyelerinde farklı büyüklüklere sahip yatay yüklerin etkimesi kabulü yapılmıştır.

Yöntem Taranath'ın ve Smith ve Coull'un incelemiş olduğu yapı modellerine uygulanmıştır. Taranath yapı modelinde çarpılma nedeniyle oluşan normal gerilmeler açısından %10 mertebesinde bir fark olduğu görülmüştür.

Smith ve Coull'un yapmış oldukları bağ kirişsiz ve bağ kirişli iki modele de önerilen yöntem ayrı ayrı uygulanmıştır. Bağ kirişi yer almayan Smith ve Coull yapı modelinde burulma dönmeleri açısından önerilen yöntem ile Smith Coull değerleri arasında yaklaşık %10, bimomentler açısından ise yaklaşık %8,8'lik bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Smith ve Coull'un bağ kirişli modelinde burulma dönmeleri açısından önerilen yöntem ile Smith ve Coull değerleri arasında yaklaşık %12-15, bimomentler açısından ise yaklaşık %16,3'lük bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Gerek Taranath, gerekse Smith ve Coull yapı modelleri ile önerilen yöntem arasındaki farklılığın temel sebebi; önerilen yöntemde, Taranath, Smith ve Coull'un yapı yüksekliğince üniform yayılı yük nedeniyle oluşan üniform yayılı burulma momenti kabulü yerine, kat seviyelerinde etkiyen tekil yükler nedeniyle oluşan tekil burulma momentleri kabulünün dikkate alınmasıdır.

Önerilen yöntemin hassaslığı ANSYS ve CONSTEEL programları kullanılarak belirlenmeye çalışılmıştır. Önerilen yönteme göre MATHCAD'de hazırlanan programın verdiği sonuçlar ilgili analiz programlarının verdiği sonuçlarla karşılaştırıldığında, aradaki farkın %1,5 değerini aşmadığı, dolayısıyla yöntemin oldukça hassas sonuçlar verdiği görülmüştür.

Yapılan bu çalışma sonucunda, günümüzde ülkemizde ve dünyada yapımı oldukça yaygınlaşan yüksek yapı tasarımında üniform olmayan burulma etkilerinin büyük önem arz ettiği ve ihmal edilmemesi gerektiği ortaya çıkarılmıştır. Aynı zamanda üniform olmayan burulmaların tayininde, gerçekte deprem, rüzgar gibi yatay yüklerin yapıya üniform yayılı olarak değil, tekil yükler şeklinde ve farklı büyüklüklerde etkidiği göz önüne alınırsa, önerilen yöntemin daha gerçekçi sonuçlar vereceği anlaşılmıştır. Önerilen yöntemi içerecek şekilde MATHCAD'de hazırlanan programın yapı mühendisine hem ön boyutlandırmada, hem de farklı programlarla yapılan analizlerin doğruluğunun kontrolünde önemli ölçüde yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Gelecekteki çalışmalarda yapı mühendisinin tek programla sonuca ulaşmasını sağlamak için, mevcut yöntemi değişken kesitli yüksek yapıları da kapsayacak şekilde geliştirmek ve devamında katlara etkiyen deprem yüklerini hesaplayan bir algoritma yazarak mevcut algoritmaya dahil etmek hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR

[1] **Doğruer, O.Y., Tüfekçi, E.** (2007). Çember eksenli sabit kesitli çubukların düzlem dışı serbest titreşimleri. *İTÜ Dergisi/d, 6* (2), 53-62.

[2] **Timochenko, S., Goodier, J.N.** (1951). *Theory of Elasticity*. New York: McGraw-Hill.

[3] **Chajes, A.** (1974). *Principles of Structural Stability Theory*. New Jersey: Prentice-Hall.

[4] **Yang, Y.B.** (1984). *Linear and nonlinear analysis of space frames with nonuniform torsion using intreactive computer graphics.* (Doktora tezi). Cornell University, USA.

[5] **Hoogenboom, P.C.J., Borgart, A.** (2005). Method for including restrained warping in traditional frame analyses. *HERON, 50* (1), 55-68.

[6] **Librescu, L., Song, O.** (2006). *Thin-Walled Composite Beams Theory and Application.* Holanda: Springer.

[7] **Url-1** <*http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/CT5141_chap7.pdf*>, erişim tarihi 14.11.2013.

[8] **Trahair, N.** (2005). Nonlinear elastic nonuniform torsion. *Journal of Structural Engineering*. *131* (7), 1135-1141.

[9] **Galambos, T.V.** (1968). *Structural Members and Frames*. New Jersey: Prentice-Hall.

[10] **Murray, S.J.** (1985). *Introduction to the Theory of Thin-Walled Structures*. New York: Oxford Science Publications.

[11] **Seaburg, P.A., Carter, C. J.** (2003). *Torsional Analysis of Structural Steel Members.* USA: AISC.

[12] **Smith, B.S., Coull, A.** (1991). *Tall Building Structures: Analysis and Design.* New York: John Wiley & Sons.

[13] **Taranath, B.S.** (2010). *Reinforced Concrete Design of Tall Buildings*.USA: CRC Press.

[14] **Saade, K., Espion, B., Warzee, G.** (2004). Non-uniform torsional behavior and stability of thin-walled elastic beams with arbitrary cross sections. *Thin-Walled Structures. 42* (6), 857-881.

[15] **Medwadowski, S.J.** (1985). Warping moment distribution, *Journal of Structural Engineering. 111* (2), 453-466.

[16] **Coull, A.** (1975). Torsion of structural cores on deformable foundations. *Building Science. 10* (1), 57-64.

[17] **Vasquez, J., Riddell, R.** (1984). Thin-walled core element for multistory buildings. *Journal of Structural Engineering. 110* (5), 1021-1034.

[18] **Jolissaint, D.E., Chen, M.** (1983). Pure and warping torsion analysis of rigid frames. *Journal of Structural Engineering. 109* (8), 1999-2003.

[19] **Shanmugam, N.E., Liew, J.R., Chen, H.** (2000). Nonlinear inelastic analysis of building frames with thin-walled cores. *Thin Walled Structures. 37* (3), 189-205.

[20] **Parv, B.R., Nicoreac, M. P.** (2012). Global structural analysis of central cores supported tall buildings compared with FEM. *Acta Tecnica Napocensis: Civil Engineering & Architecture. 55* (3), 251-262.

[21] **Mohri, F., Damil, N., Ferry, M.P.** (2008). Large torsion finite element model for thin-walled beams. *Computers & Structures. 86* (7-8), 671-683.

[22] **Carpinteri, A., Corrado, M., Lacidogna, G., Commarano, S.** (2012). Lateral load effects on tall shear wall structures of different height. *Structural Engineering and Mechanics. 41* (3), 313-337.

[23] **Carpinteri, A., Lacidogna, G., Puzzi, S.** (2009). A global approach for three-dimensional analysis of tall buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings. 19* (5), 518-536.

[24] **Carpinteri, A., Lacidogna, G., Cammarano, S.** (2013). Structural analysis of high-rise buildings under horizontal loads: A study on the Intesa Sanpaolo Tower in Turin. *Engineering Structures. 56,* 1362-1371.

[25] **Mohareb, M., Nowzartash, F.** (2003). Exact finite element for nonuniform torsion of open sections. *Journal of Structural Engineering. 129* (2), 215-223.

[26] **Prokic, A.** (2000). Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section. *Computers & Structures. 74* (6), 705-715.

[27] **Sapountzakis, E.J., Mokos, V.G.** (2004). Nonuniform torsion of bars of variable cross section. *Computers & Structures. 82* (9-10), 703-715.

[28] **Burgoyne, C.J., Brown, E.H.** (1994). Nonuniform elastic torsion. *International Journal of Mechanical Sciences. 36* (1), 23-38.

[29] **Brown, E.H., Burgoyne, C.J.** (1994). Nonuniform elastic torsion and flexure of members with asymetric cross-section. *International Journal of Mechanical Sciences. 36* (1), 39-48.

[30] **Fatmi, R.E.** (2007). Nonuniform warping including the effects of torsion and shear forces. Part-I: A general beam theory. *International Journal of Solids and Structures. 44* (18-19), 5912-5929.

[31] **Fatmi, R.E.** (2007). Nonuniform warping including the effects of torsion and shear forces. Part-II: Analytical and numerical applications. *International Journal of Solids and Structures. 44* (18-19), 5930-5952.

[32] **Al-Mosawi, S.S., Saka, M.P.** (1999). Optimum design of single core shear walls. *Computers & Structures. 71* (2), 143-162

[33] **Scott, D., Farnsworth, D., Jackson, M., Clark, M.** (2007). The effects of complex geometry on tall towers. *Structural Design Tall Special Buildings. 16* (4), 441-455.

[34] **Hoenderkamp, J.C.D., Smith, B.S.** (1988). Simplified torsion analysis for high-rise structures. *Building and Environment. 23* (2), 153-158.

[35] **Hoenderkamp, J.C.D.** (2002). Simplified analysis of asymmetric high-rise structures with cores. *Structural Design Tall Special Buildings. 11* (2), 93-107.

[36] **Cheung, V. W.** (1986). *Application of eccentricity concept to multistory buildings.* (Doktora tezi). McMaster University, Canada.

[37] **Sarvghad-Moghadam, A.** (1998). *Seismic torsional response of asymmetrical multi-storey frame building.* (Doktora tezi). McMaster University, Canada.

[38] **Zisko, A.** (2008). *Knowledge-based model for integrated tall building design factors.* (Doktora tezi). University of Illionis at ,Urbana, USA.

[39] **Moon, K. S., Ali, M. M.** (2007). Structural developments in tall buildings: current trends and future prospects. *Architectural Science Review. 50* (3), 205-223.

[40] **Taranath, B. S.** (2005). *Wind and Earthquake Resistant Buildings.* New York: Marcel Dekker.

[41] **Ambrose, J., Vergun, D.** (1995). *Simplified building design for wind and earthquake forces.* New York: John Wiley & Sons.

[42] **Url-2** <*http://en.wikipedia.org/wiki/Home_Insurance_Building*>, erişim tarihi 13.05.2014.

[43] **Url-3** <*http://en.wikipedia.org/wiki/BMA_Tower*>, erişim tarihi 13.05.2014.

[44] **Url-4** <*http://en.wikipedia.org/wiki/Ignalls_Building*>, erişim tarihi 19.11.2013.

[45] **Ali, M. M.** (2001). Evolution of concrete skyscrapers: From Ignalls to Jimnao. *Electronic Journal of Structural Engineering. 1* (1), 2-14.

[46] **Url-5** <*http://en.wikipedia.org/wiki/United_Building_(Chicago)*>, erişim tarihi 16.11.2013.

[47] **Url-6** <*http://www.virtualoceania.net/australia/photos/cities/melbourne/au1474.shtml*>, erişim tarihi 13.05.2014.

[48] **Url-7** <*http://skyscraperpage.com/cities/?buildingID=1128*>, erişim tarihi 16.11.2013.

[49] **Url-8** <*http://de.wikipedia.org/wiki/Seagram_Building*>, erişim tarihi 13.05.2014.

[50] **Rahimian, A., Romero, E.M.** (1999). The tallest building in Mexico City Torre-Mayor. İçinde S.L. Chan & J.G. Teng (Editörler) *Advances in Steel Structures,* 1, (s.755-774). Hollanda: Elsevier

[51] **Url-9** <*http://www.structurearchives.org/article.aspx?articleID=323*>, erişim tarihi 13.05.2014.

[52] **Url-10** <*http://www.taylordevices.eu/pdfs/Mega%20Brace%20Seismic%20Dampers-Taylor.pdf*>, erişim tarihi 13.05.2014.

[53] **Url-11** *<http://en.wikipedia.org/wiki/311_South_Wacker_Drive#mediaviewer /File:311_South_Wacker_Drive_060528.jpg>*, erişim tarihi 13.05.2014.

[54] **Url-12** *<http://www.panama-guide.com/article.php/20061112190810270>*, erişim tarihi 13.05.2014.

[55] **Url-13** *<http://www.travlang.com/blog/jin-mao-tower-a-giant-structure-to-enthrall-you/>*, erişim tarihi 13.05.2014.

[56] **Url-14** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Sony_Tower>*, erişim tarihi 13.05.2014.

[57] **Xu, L., Tuan, A. Y., Li, Q. S., Fan, H.** (2009). Seismic analysis of World's tallest building. *Journal of Constructional Steel Search. 65* (5), 1206-1215.

[58] **Url-15** *<http://stapacenter.org/index.php?start=6>*, erişim tarihi 13.05.2014

[59] **Ellis, A. R., Billington, D. P.** (2003). Construction history of the composite framed tube structural system. İçinde S. Huerta (Editör), *Proceedings of the First International Congress on Construction History, 1 (s.*799-810). Madrid.

[60] **Url-16** *<http://itechnology2a.wikispaces.com/petronas+tower>*, erişim tarihi 13.05.2014.

[61] **Url-17** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Aon_Center_(Chicago)>*, erişim tarihi 13.05.2014.

[62] **Url-18** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Water_Tower_Place>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[63] **Url-19** *<http://www.chicagoarchitecture.info/Building/1006/The-John - Hancock-Center.php>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[64] **Url-20** *<http://www.house-design-coffee.com/texture.html.php>,* erişim tarihi 13.05.2014

[65] **Url-21** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Willis_Tower>*, erişim tarihi 19.11.2013.

[66] **Url-22** *<http://www.jmhdezhdez.com/2011/06/willis-tower-sears-chicago-skydeck.html>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[67] **Url-23** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Burj_Khalifa>*, erişim tarihi 13.11.2013

[68] **Url-24** *<https://tr.wikipedia.org/wiki/Bur%c3%A7_Halife>*, erişim tarihi 13.11.2013.

[69] **Baker, W. F., Korista, S. D., Novak, L. C.** (2008). Engineering the World's Tallest Burj Dubai, *CTBUH 8th World Congress,* Grand Hyatt Hotel, Dubai: March 3-5.

[70] **Url-25** *<http://www.perencanaanstruktur.com/2012/07/william-f.html>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[71] **Moon, K.S.** (2008). Material-saving design strategies for tall building structures, *CTBUH 8th World Congress,* Grand Hyatt Hotel, Dubai: March 3-5.

[72] **Altan, H., Ngyuen, B. K.** (2011). Strategies to Reduce Lateral Forces on High-rise Buildings that use Diagrid Structural System. *In Proceedings of*

the 2011 World Congress on Engineering and Technology,. 5 (s.795-798). Shanghai: IEEE Press

[73] **Url-26** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Hearst_Tower_(Manhattan)>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[74] **Url-27** *<http://www.archdaily.com/204701/flashback-hearst-tower-foster-and-partners/hearst3/>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[75] **Url-28** *<http://www.e-architect.co.uk/dubai/o14-tower>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[76] **Url-29** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Bank_of_China_Tower_(Hong_Kong)>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[77] **Url-30** *<http://en.wikipedia.org/wiki/Chicago_World_Trade_Center>*, erişim tarihi 19.11.2013.

[78] **Url-31** *<http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?p=61370025>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[79] **Url-32** *<http://en.wikipedia.org/wiki/User:Hahc21/sandbox/List_of_tallest_buildings_in_Venezuela>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[80] **Url-33** *<http://en.wikipedia.org/wiki/CCTV_Headquarters>*, erişim tarihi 19.11.2013.

[81] **Url-34** *<http://en.wikipedia.org/wiki/CCTV_Headquarters#mediaviewer/File:CCTV_Beijing_April_2008.jpg>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[82] **Url-35** *<http://www.aviewoncities.com/gallery/showpicture.htm?key=kvesp3898>,* erişim tarihi 13.05.2014.

[83] **Bazant, Z. P., Luigi, C.** (2010). *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories.* London: World Scientific.

[84] **Trahair, N.S., Bradford, M.A., Nethercot, D.A.,**. **Garner, L.** (2008). *Behavior and Design of Steel Structures to EC3*. London: Taylor and Francis.

[85] **Deren, H.** (1995). *Çelik Yapılar*. İstanbul: İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası.

[86] **Jun, L., Rongying, S., Hongxing H., Xiading J.** (2004). Coupled bending and torsional vibration of axially loaded Bernoulli-Euler beams including warping effects. *Applied Acoustic. 65* (2), 153-170.

[87] **Kollbrunner, C. F., Hajdin, N.** (1972). *Dünnwandinge Staebe.* Almanya: Springer-Verlag.

[88] **MATHCAD** (Sürüm 15.0) [Bilgisayar Programı]. MA, USA : Parametric Technology Corporation

[89] **CONSTEEL** (Sürüm 7.0) [Bilgisayar Programı]. Budapeşte: Consteel Solutions Ltd.

[90] **ANSYS** (Sürüm 15.0) [Bilgisayar Programı]. PA, USA : ANSYS Inc.

EKLER

EK A: MATHCAD'de hazırlanan programa ait genel akış şeması
EK B: MATHCAD'de hazırlanan programa ait ekran görüntüleri

EK A: MATHCAD'de hazırlanan programa ait genel akış şeması

Çizelge A.1: MATHCAD'de hazırlanan programa ait genel akış şeması.

INPUT
Birimleri tanıt
Malzeme bilgilerini gir
Bina bilgilerini gir • kat adeti • kat yüksekliği • bina genişliği • bina uzunluğu
Kat yatay kuvvetlerini gir
Kesit bilgilerini gir • et kalınlığı • düğüm noktası x koordinatları • düğüm noktası y koordinatları
HESAPLAR ve ÇİZİMLER
Kesit özelliklerini hesapla • kesit alanı • kesit ağırlık merkezi x koordinatı • kesit ağırlık merkezi y koordinatı • kesit kayma merkezi x koordinatı • kesit kayma merkezi y koordinatı • kesit statik momenti (x) • kesit statik momenti (y) • kesit atalet momenti (x) • kesit atalet momenti (y) • burulma mukavemeti • çarpılma mukavemeti • birim çarpılma değerleri • eleman birim çarpılma değerleri
Burulma fonksiyonlarını hesapla • burulma dönmesi fonksiyonu • burulma dönmesi fonksiyonunun birinci türevi • burulma dönmesi fonksiyonunun ikinci türevi • burulma dönmesi fonksiyonunun üçüncü türevi

Kesiti çizimi • kesiti çiz • ağırlık ve kayma merkezlerini kesitte göster
Burulma ile ilgili tesirleri hesapla • bimoment • St. Venatn burulma momenti • Vlasov burulma momenti • toplam burulma momenti
Burulma ile ilgili gerilmeleri hesapla • burulma kayma gerilmesi • çarpılma normal gerilmesi • çarpılma kayma gerilmesi
Eğilme fonksiyonlarını hesapla • eğilme yerdeğiştirmesi fonksiyonu • eğilme yerdeğiştirmesi fonksiyonunun birinci türevi • eğilme yerdeğiştirmesi fonksiyonunun ikinci türevi • eğilme yerdeğiştirmesi fonksiyonunun üçüncü türevi
Eğilme ile ilgili tesirleri hesapla • eğilme momenti • kesme kuvveti
Eğilme ile ilgili gerilmeleri hesapla • eğilme kayma gerilmeleri • eğilme normal gerilmeleri
Eğilme ve burulma ile ilgili gerilmelerin toplamını hesapla • toplam kayma gerilmeleri • toplam normal gerilmeler
KESİT GERİLME DAĞILIMI ÇİZİMLERİ
Tabanda kesitte oluşan gerilme dağılımlarını çiz • burulma kayma gerilmesi • çarpılma normal gerilmesi • çarpılma kayma gerilmesi • eğilme kayma gerilmeleri • eğilme normal gerilmeleri

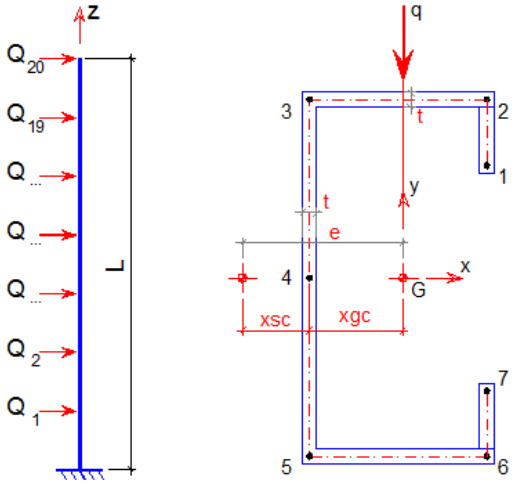
EK B: MATHCAD'de hazırlanan programa ait ekran görüntüleri

Birimler:

$kip \equiv 1000 \cdot lbf$ $kip \equiv 1000lbf$ $N \equiv 1 \cdot newton$ $ton \equiv 1000kgf$

$Pa \equiv N \cdot m^{-2}$ $psf \equiv \frac{lbf}{ft^2}$ $ksf \equiv \frac{kip}{ft^2}$ $pcf \equiv \frac{lbf}{ft^3}$

$kPa \equiv 1000Pa$ $MPa \equiv N \cdot mm^{-2}$ $kN \equiv 1000N$ $ksi \equiv \frac{kip}{in^2}$



Şekil B.1: Statik sistem ve çubuk enkesit tanımlamaları

Bina ve kesit geometrik degerleri ve malzeme

Bina yuksekligi $L := 70000 \cdot mm$ Bina kat adedi : $n_s := 20$

Malzeme : $E := 20000 \cdot MPa$ $\upsilon := 0.1111$

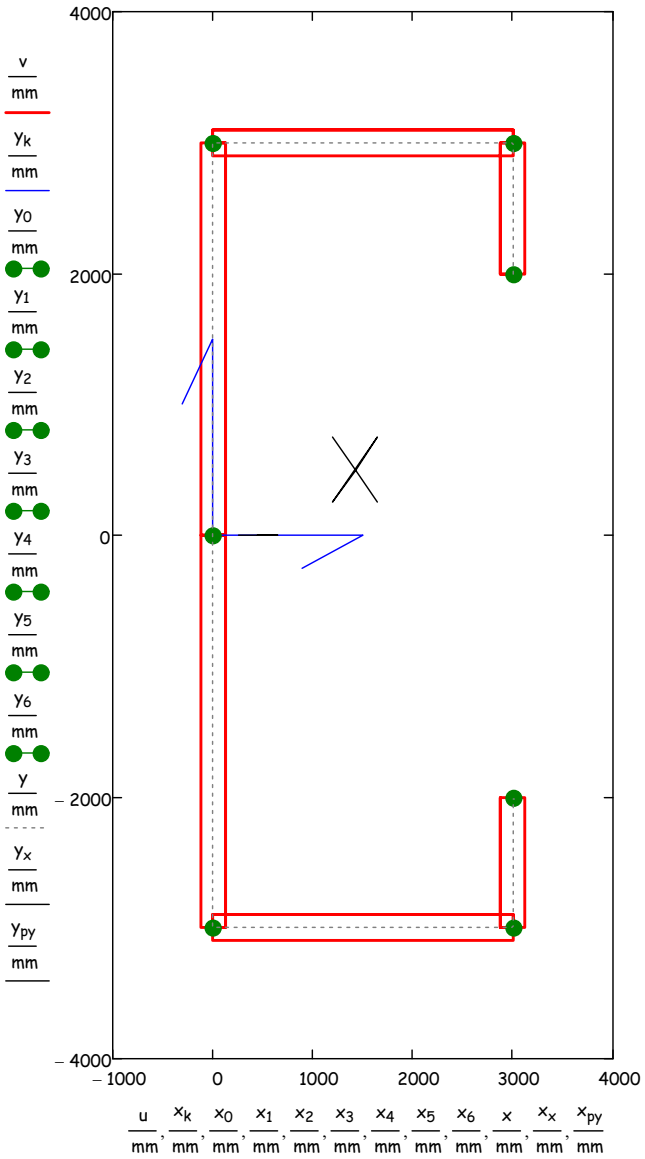
$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \upsilon)}$$

Dugum noktaları, koordinatları ve et kalınlıkları:

$$i := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad x := \begin{pmatrix} 3000 \\ 3000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3000 \\ 3000 \end{pmatrix} mm \quad y := \begin{pmatrix} 2000 \\ 3000 \\ 3000 \\ 0 \\ -3000 \\ -3000 \\ -2000 \end{pmatrix} mm \quad t := \begin{pmatrix} 250 \\ 250 \\ 250 \\ 250 \\ 250 \\ 250 \\ 250 \end{pmatrix} mm$$

Kat kesme kuvvetleri

$$z := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{pmatrix} \cdot 3.5m \quad Q := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0.5 \end{pmatrix} \cdot 35 \cdot kN$$



Şekil B.2: Enkesit çizimi

Kesit özelliklerinin hesaplanması

$i := 1 .. rows(x) - 1$

Kesit elemanlarının enkesit alanları

$$dA_i := \left[t_i \cdot \sqrt{\left(x_i - x_{i-1}\right)^2 + \left(y_i - y_{i-1}\right)^2} \right]$$

Enkesit alanı

$$A := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} dA_i$$

Statik moment (x)

$$S_x := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[\left(y_i + y_{i-1}\right) \cdot \frac{dA_i}{2} \right]$$

Ağırlık merkezi (y)

$$y_{gc} := \frac{S_x}{A}$$

Atalet momenti (x-x)

$$I_x := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[\left[(y_i)^2 + (y_{i-1})^2 + y_i \cdot y_{i-1} \right] \cdot \frac{dA_i}{3} \right]$$

$$I_x := I_x - A \cdot y_{gc}^{\ 2}$$

Statik moment (x)

$$S_y := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[(x_i + x_{i-1}) \cdot \frac{dA_i}{2} \right]$$

Agırlık merkezi (x)

$$x_{gc} := \frac{S_y}{A}$$

Atalet momenti (y-y)

$$I_y := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[\left[(x_i)^2 + (x_{i-1})^2 + x_i \cdot x_{i-1} \right] \cdot \frac{dA_i}{3} \right]$$

$$I_y := I_y - A \cdot x_{gc}^{\ 2}$$

$$I_{xy} := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[(2 \cdot x_{i-1} \cdot y_{i-1} + 2 \cdot x_i \cdot y_i + x_{i-1} \cdot y_i + x_i \cdot y_{i-1}) \cdot \frac{dA_i}{6} \right]$$

$$I_{xy} := I_{xy} - \frac{S_x \cdot S_y}{A}$$

Asal eksenler

$$\alpha := \text{if}\left[(I_y - I_x) = 0 \cdot mm^4, 0, \frac{1}{2} \cdot \text{atan}\left(\frac{2 \cdot I_{xy}}{I_y - I_x} \right) \right]$$

$$I_\xi := \frac{1}{2} \cdot \left[I_x + I_y + \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4 \cdot I_{xy}^{\ 2}} \right]$$

$$I_\eta := \frac{1}{2} \cdot \left[I_x + I_y - \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4 \cdot I_{xy}^{\ 2}} \right]$$

Birim carpılmalar

$$\omega 0 := 0 \cdot mm^2$$

$$\omega 0_i := x_{i-1} \cdot y_i - x_i \cdot y_{i-1}$$

$$\omega_i := \omega_{i-1} + \omega 0_i$$

ω_{mean} =ortalama birim carpılma

$$I_\omega := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[(\omega_{i-1} + \omega_i) \cdot \frac{dA_i}{2} \right]$$

$$\omega_{mean} := \frac{I_\omega}{A}$$

$$I_{x\omega} := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[\left(2 \cdot x_{i-1} \cdot \omega_{i-1} + 2 \cdot x_i \cdot \omega_i + x_{i-1} \cdot \omega_i + x_i \cdot \omega_{i-1} \right) \cdot \frac{dA_i}{6} \right]$$

$$I_{x\omega} := I_{x\omega} - \frac{S_y \cdot I_\omega}{A}$$

$$S_{\omega_i} := \left(\frac{\omega_{i-1} + \omega_i}{2} - \omega_{mean} \right) \cdot dA_i$$

$$I_{y\omega} := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[\left(2 \cdot \omega_{i-1} \cdot y_{i-1} + 2 \cdot \omega_i \cdot y_i + \omega_{i-1} \cdot y_i + \omega_i \cdot y_{i-1} \right) \cdot \frac{dA_i}{6} \right]$$

$$I_{y\omega} := I_{y\omega} - \frac{S_x \cdot I_\omega}{A}$$

$$I_{\omega\omega} := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[\left[\left(\omega_i \right)^2 + \left(\omega_{i-1} \right)^2 + \omega_i \cdot \omega_{i-1} \right] \cdot \frac{dA_i}{3} \right]$$

$$I_{\omega\omega} := I_{\omega\omega} - \frac{I_\omega{}^2}{A}$$

Kayma merkezi

$$x_{sc} := \frac{I_{y\omega} \cdot I_y - I_{x\omega} \cdot I_{xy}}{I_x \cdot I_y - I_{xy}{}^2}$$

$$y_{sc} := \frac{-I_{x\omega} \cdot I_x + I_{y\omega} \cdot I_{xy}}{I_x \cdot I_y - I_{xy}{}^2}$$

Çarpılma katsayısı

$$I_w := I_{\omega\omega} + y_{sc} \cdot I_{x\omega} - x_{sc} \cdot I_{y\omega}$$

Burulma katsayısı

$$I_t := \sum_{i=1}^{rows(x)-1} \left[dA_i \cdot \frac{\left(t_i \right)^2}{3} \right]$$

Kayma merkezinin konumuna göre birim çarpılmalar

$$i := 0 .. rows(x) - 1$$

$$\omega s_i := \omega_i - \omega_{mean} + y_{sc} \cdot \left(x_i - x_{gc} \right) - x_{sc} \cdot \left(y_i - y_{gc} \right)$$

$$i := 1 .. rows(x) - 1$$

Elemanlarda birim çarpılmalar

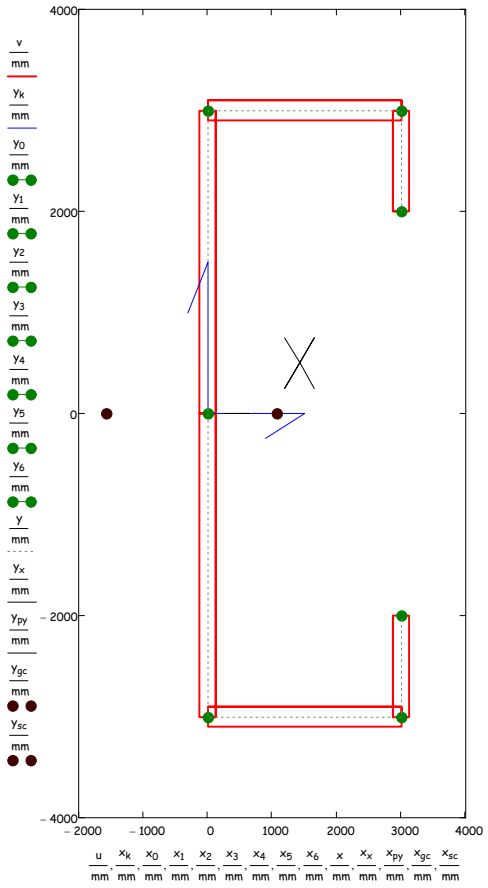
$$S_{\omega_i} := \sum_{j=1}^{i} \left[\left(\omega s_j + \omega s_{j-1} \right) \cdot dA_j \right]$$

Enkesit Ozellikleri

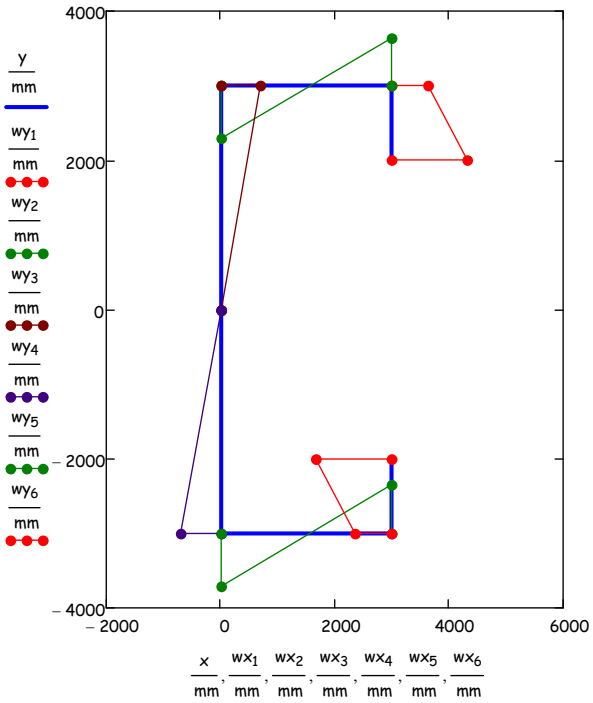
Enkesit alanı	$A = 3.5 \times 10^{6} \cdot mm^{2}$
Agırlık merkezi	$x_{gc} = 1.071 \times 10^{3} \cdot mm$
	$y_{gc} = 0 \cdot mm$
Kayma merkezi	$x_{sc} = -1.571 \cdot m$
	$y_{sc} = 0 \cdot mm$
Atalet momentleri	$I_x = 21.167 \cdot m^{4}$
	$I_y = 4.982 \times 10^{12} \cdot mm^{4}$
	$I_{xy} = 0 \cdot mm^{4}$
Burulma katsayısı	$I_t = 0.073 \cdot m^{4}$
Carpılma katsayısı	$I_w = 43.769 \cdot m^{6}$
Asal eksen degerlerİ	$\alpha = 0 \cdot deg$
	$I_\xi = 2.117 \times 10^{13} \cdot mm^{4}$
	$I_\eta = 4.982 \times 10^{12} \cdot mm^{4}$

$$\lambda := \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}}$$

$$Tz := Q \cdot \left(-x_{sc} + x_{gc}\right)$$



Şekil B.3: Kayma ve ağırlık merkezi konumu



Şekil B.4: Birim çarpılma diyagramı

$$\phi_{i,j} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(n_s) \\ \quad \text{for } j \in 0..(n_s) \\ \quad\quad \phi_{i,j} \leftarrow \frac{Tz_j}{G \cdot I_t \cdot \lambda} \cdot \left[\lambda \cdot z_i - \frac{\sinh(\lambda \cdot z_i) \cdot \cosh(\lambda \cdot L) - (1 - \cosh(\lambda \cdot z_i)) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} \right] \text{ if } i \le j \\ \quad\quad \phi_{i,j} \leftarrow \frac{Tz_j}{G \cdot I_t \cdot \lambda} \cdot \left[\lambda \cdot z_i - \frac{\sinh(\lambda \cdot z_i) \cdot \cosh(\lambda \cdot L) - (1 - \cosh(\lambda \cdot z_i)) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} - \lambda \cdot (z_i - z_j) + \sinh\left[\lambda \cdot (z_i - z_j)\right] \right] \text{ if } i > j \\ \phi_{i,j} \end{array} \right.$$

$$\phi := \sum_{i=n_s}^{n_s} \sum_{j=0}^{n_s} \phi_{i,j}$$

$$\phi_{d_{i,j}} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(n_s) \\ \quad \text{for } j \in 0..(n_s) \\ \quad\quad \phi_{d_{i,j}} \leftarrow \frac{Tz_j}{G \cdot I_t} \cdot \left[1 - \cosh(\lambda \cdot z_i) - \frac{\sinh(\lambda \cdot z_i) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} \right] \text{ if } i \le j \\ \quad\quad \phi_{d_{i,j}} \leftarrow \frac{Tz_j}{G \cdot I_t} \cdot \left[1 - \cosh(\lambda \cdot z_i) - \frac{\sinh(\lambda \cdot z_i) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} - 1 + \cosh\left[\lambda \cdot (z_i - z_j)\right] \right] \text{ if } i > j \\ \phi_{d_{i,j}} \end{array} \right.$$

$$\phi_d := \sum_{i=n_s}^{n_s} \sum_{j=0}^{n_s} \phi_{d_{i,j}}$$

$$\phi_{dd_{i,j}} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(n_s) \\ \quad \text{for } j \in 0..(n_s) \\ \quad\quad \phi_{dd_{i,j}} \leftarrow \frac{Tz_j \cdot \lambda}{G \cdot I_t} \cdot \left[\sinh(\lambda \cdot z_i) + \frac{\cosh(\lambda \cdot z_i) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} \right] \text{ if } i \le j \\ \quad\quad \phi_{dd_{i,j}} \leftarrow \frac{Tz_j \cdot \lambda}{G \cdot I_t} \cdot \left[\sinh(\lambda \cdot z_i) + \frac{\cosh(\lambda \cdot z_i) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} - \sinh\left[\lambda \cdot (z_i - z_j)\right] \right] \text{ if } i > j \\ \phi_{dd_{i,j}} \end{array} \right.$$

$$\phi_{dd} := \sum_{i=n_s-20}^{n_s} \sum_{j=0}^{n_s} \phi_{dd_{i,j}}$$

$$\phi_{ddd_{i,j}} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..(n_s) \\ \quad \text{for } j \in 0..(n_s) \\ \quad\quad \phi_{ddd_{i,j}} \leftarrow \frac{Tz_j \cdot \lambda^2}{G \cdot I_t} \cdot \left[\cosh(\lambda \cdot z_i) + \frac{\sinh(\lambda \cdot z_i) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} \right] \text{ if } i \le j \\ \quad\quad \phi_{ddd_{i,j}} \leftarrow \frac{Tz_j \cdot \lambda^2}{G \cdot I_t} \cdot \left[\cosh(\lambda \cdot z_i) + \frac{\sinh(\lambda \cdot z_i) \cdot \left[\sinh\left[\lambda \cdot (L - z_j)\right] - \sinh(\lambda \cdot L) \right]}{\cosh(\lambda \cdot L)} - \cosh\left[\lambda \cdot (z_i - z_j)\right] \right] \text{ if } i > j \\ \phi_{ddd_{i,j}} \end{array} \right.$$

$$\phi_{ddd} := \sum_{i=n_s}^{n_s} \sum_{j=0}^{n_s} \phi_{ddd_{i,j}}$$

ÖZGEÇMİŞ



Ad-Soyad **:** Tuncay AYDOĞUŞ

Doğum Tarihi ve Yeri **:** 1978, Manisa Selendi

E-Posta **:** tuncayaydogus@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** **:** 2002, İTÜ, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** **:** 2005, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Mühendisliği Programı

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

2009-…. ENKA Teknik, Çelik Yapılar Departman Sorumlusu

2006-2008 Teknik Yapı Proje, Yapı Mühendisi

2005-2006 Çelik Yapı, Yapı Mühendisi

2003-2005 Yılancıoğlu İnşaat, Yapı Mühendisi

DOKTORA TEZİNDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

▪ **Aydoğuş, T.,** Bayramoğlu, G., Özgen, A. (2014). Çok katlı yapılarda uniform olmayan burulma nedeniyle oluşan tesirlerin belirlenmesi için bir yöntem. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*. doi: 10.5505/pajes.2014.88597.