İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇERÇEVE SİSTEMLERİN DİNAMİK ANALİZİ

DUYARLILIK ÇÖZÜMLEMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Cem GEYİK

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2006

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇERÇEVE SİSTEMLERİN DİNAMİK ANALİZİ
DUYARLILIK ÇÖZÜMLEMESİ

YÜKSEK LISANS TEZI

İnş. Müh. Cem GEYİK
501031104

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Aralık 2006
Tezin Savunulduğu Tarih : 01 Şubat 2006

Tez Danışmanı : **Prof.Dr. İbrahim BAKIRTAŞ (İ.T.Ü)**
Diğer Jüri Üyeleri **Prof.Dr. Hasan ENGİN (İ.T.Ü)**
Prof.Dr. Yalçın AKÖZ (Maltepe Üniversitesi)

OCAK 2006

Bana bu çalışmamda büyük yardımlarını esirgemeyen ve her konuda destek olan hocam **Sayın Prof. Dr. İbrahim BAKIRTAŞ**' a , değerli yardımlarından dolayı **Sayın Prof. Dr. Yalçın AKÖZ**' e , **Sayın Prof. Dr. Hasan ENGİN**' e, **Sayın Doç. Dr. Abdul HAYIR' a** ve beni bilimsel çalışmalara özendiren aileme en içten dileklerimle teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

OCAK 2006 Cem GEYİK

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR **vi**

TABLO LİSTESİ **vii**

ŞEKİL LİSTESİ **viii**

SEMBOL LİSTESİ **ix**

ÖZET **xii**

SUMMARY **xiv**

1. GİRİŞ **1**

1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı 1

2. YAPILARIN DİNAMİK KARAKTERİSTLİKLERİNİN BELİRLENMESİ **3**

2.1. Yüklerin Sınıflandırılması 3

2.2 Dinamik Serbestlik Dereceleri 6

3. TİTREŞİM HAREKETİNİN DİNAMİĞİ **8**

3.1. Yapı Sistemlerinin Sınıflandırılması 8

3.2. Yapıların Titreşim Özellikleri 9

3.3. Mekanik Titreşimlerin Temel Bilgileri 10

3.3.1. Serbest Titreşim 10

3.3.2. Sönümlü Serbest Titreşim 11

3.3.3. Eşdeğer Yay Katsayısı Kavramı 15

3.3.4. Zorlanmış Titreşim 16

3.3.5 Bağıl Hareket Eden t.s.d Bir Sistemin Dinamik Çarpanı 22

3.3.6 İki Serbestlik Dereceli Sistemin Titreşimi 22

3.3.7 Eksen Takımı Eşleşmesi 24

3.4. Mekanik Titreşimlerin Matris Biçimleri 29

3.4.1. Rijidlik Katsayısı ve Rijidlik Matrisi 29

3.4.2. Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Rijidlik Sabitleri 30

3.4.3. Çok Serbestlikli Sistemlerin Uysallık Sabitleri 38

3.4.4 Rijidlik ve Uysallık Katsayılarının Hesabı Üzerine Bir Açıklama 38

3.4.5 Çubuk Elemanların Rijidlik Katsayıları 42

3.5 Vektörlerin Eksen Takımı Dönüşümleri 46

3.5.1 Asal Eksenlere Geçiş Dönüşümü 48

3.5.2 Çubuk Uç Kuvvetlerinin Gruplandırılmış Dönüşümü 51

3.5.3 Rijidlik Matrisinin Eksen Takımı Dönüşümü 52

3.5.4 Çubukların Oluşturduğu Sist. Düğüm Noktası Rijid. Hesabı 55

3.5.4.1 Sistemin Ortak Rijidlik Matrisinin Oluşturulmasına Örnek 56

3.5.4.1 Kemerli sistem örneği Hesabı 57

3.6 Rijidlik Matrisleri Yöntemiyle Çözüm 59

3.7 Bir Konsol Çubuğun Titreşiminin Öz değerleri 60

3.8 Rijidlik Matrisi Yönteminin Çubuk Sistemine Uygulanması 66

4. ABYYHY 98 Yönetmeliği Hakkında Açıklamalar 72

4.1 Yönetmelikte Geçen Formüllerin Açıklamaları 72

4.2. Titreşim Modlarının Birleştirilmesi (Süperpozisyonu) ile Hesap 73

4.3 Tepki Yayılgısı 76

4.4 Tasarım Spektrumu 79

4.5 Yöreye Özgü (Yerel) Yayılgı 81

4.6 Mod Katkılarının Birleştirilmesi 82

4.7 Hesaplanan Büyüklüklere İlişkin Alt sınır Değerleri 82

5. SAYISAL UYGULAMALAR 83

Örnek 1 87

Örnek 2 88

Örnek 3 89

Örnek 4 90

Örnek 5 91

Örnek 6 92

Örnek 7 94

Örnek 8 95

Örnek 9 96

Örnek 10 98

Örnek 11 101

6. SONUÇLAR ve TARTIŞMA **102**

KAYNAKLAR **107**

EKLER **108**

ÖZGEÇMİŞ **137**

KISALTMALAR

CQC : Tam Karesel Birleştirme Kuralı
SRSS : Karelerin Toplamının Kare Kökü Kuralı

TABLO LİSTESİ

		Sayfa No
Tablo 4.1	Spektrum Karakteristik Periyotları	79
Tablo 5.1	Örnek 1' e ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	87
Tablo 5.2	Örnek 2' ye ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	88
Tablo 5.3	Örnek 3' e ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	89
Tablo 5.4	Örnek 4' e ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	90
Tablo 5.5	Örnek 5' ye ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	91
Tablo 5.6	Örnek 6' ya ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	93
Tablo 5.7	Örnek 7' ye ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	94
Tablo 5.8	Örnek 8' ye ait Taban Kesme Kuvvetlerinin Karşılaştırılması	96
Tablo 5.9	Örnek 9' a ait Taban Kesme kuvvetlerinin Karşılaştırılması	97
Tablo 5.10	Örnek 10' a ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	99
Tablo 5.11	Örnek 11' e ait Periyot Değerlerinin Karşılaştırılması	101
Tablo A.1	40/40 Kolonun İç Kuvvetleri Tablosu	109
Tablo A.2	50/50 Kolonun İç Kuvvetleri Tablosu	110
Tablo A.3	60/60 Kolonun İç Kuvvetleri Tablosu	111
Tablo A.4	Kolon Boyutlarına Göre İç Kuvvetleri Tablosu	112
Tablo A.5	Kiriş Boyutlarına Göre İç Kuvvetleri Tablosu	112
Tablo A.6	Temel Boyutlarına Göre İç Kuvvetleri Tablosu	113
Tablo A.7	Üç Katlı Çerçeve Sistemin İç Kuvvetleri Tablosu	114
Tablo A.8	Beş Katlı Çerçeve Sistemin İç Kuvvetleri Tablosu	115
Tablo A.9	Sekiz Katlı Çerçeve Sistemin İç Kuvvetleri Tablosu	116
Tablo B.1	40/60'lık Kiriş Sisteminin Periyot Tablosu	117
Tablo B.2	25/50'lik Kiriş Sisteminin E=30E6 Periyot Tablosu	117
Tablo B.3	25/50'lik Kiriş Sisteminin E=28E6 Periyot Tablosu	117
Tablo B.4	60/80'lik Temel Sisteminin Periyot Tablosu	118
Tablo B.5	Üç Katlı Ankastre Sisteminin Periyot Tablosu	118
Tablo B.6	Beş Katlı Ankastre Sisteminin Periyot Tablosu	118
Tablo B.7	Sekiz Katlı Ankastre Sisteminin Periyot Tablosu	119
Tablo B.8	3 Katlı Z3 Zemin Sınıfındaki Taban Keme Kuvveti Tablosu	120
Tablo B.9	5 Katlı Z3 Zemin Sınıfındaki Taban Keme Kuvveti Tablosu	121
Tablo B.10	8 Katlı Z3 Zemin Sınıfındaki Taban Keme Kuvveti Tablosu	122
Tablo B.11	Örnek 8'in SAP2000 Sonuçları Tablosu	123
Tablo D.1	Z1 Sınıfındaki Temellere Ait Periyotların Karşılaştırma Tablosu	134
Tablo D.2	Z2 Sınıfındaki Temellere Ait Periyotların Karşılaştırma Tablosu	134
Tablo D.3	Z3 Sınıfındaki Temellere Ait Periyotların Karşılaştırma Tablosu	135
Tablo D.4	Z4 Sınıfındaki Temellere Ait Periyotların Karşılaştırma Tablosu	136

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1	**:**Rüzgar yükünün yapıya etkisinin şematik gösterimi	3
Şekil 2.2	**:**Hareketli yük örneği	4
Şekil 2.3	**:**Titreşim yükünün bileşenleri ve zamana bağlı grafiği	4
Şekil 2.4	**:**Darbe yükü ve F-t grafiği	5
Şekil 2.5	**:**Deprem yükü, bileşenleri ve F-t grafiği	5
Şekil 2.6	**:**Harmonik yükü, bileşenleri ve F-t grafiği	6
Şekil 2.7	**:**Ankastre çubuk için serbestlik dereceleri örnekleri	7
Şekil 4.1	**:**Tepki spektrumun elde edilişi	78
Şekil 4.2	**:**Tepki spektrumlarının genel şekli	78
Şekil 4.3	**:**1985 Mexico city depremi ivme tepki spektrumu	78
Şekil 4.4	**:**İvme tasarım spektrumu	80
Şekil 5.1	**:**Uygulamalar için Örnek sistem	83
Şekil 5.2	**:**X-X yönü	85
Şekil 5.3	**:**X-X yönü eleman numaraları	85
Şekil 5.4	**:**Y-Y yönü	86
Şekil 5.5	**:**Y-Y yönü eleman numaraları	86
Şekil 5.6	**:**Örnek 1’ e ait sonuçların grafik gösterimi	87
Şekil 5.7	**:**Örnek 2’ye ait sonuçların grafik gösterimi	88
Şekil 5.8	**:**Örnek 3’e ait sonuçların grafik gösterimi	89
Şekil 5.9	**:**Örnek 4’e ait 1. mod değerlerinin grafik gösterimi	90
Şekil 5.10	**:**Örnek 4’e ait 2. mod değerlerinin grafik gösterimi	91
Şekil 5.11	**:**Örnek 5’e ait 1. mod değerlerinin grafik gösterimi	92
Şekil 5.12	**:**Örnek 5’e ait 2. mod değerlerinin grafik gösterimi	92
Şekil 5.13	**:**Örnek 6’ya ait 1. mod değerlerinin grafik gösterimi	93
Şekil 5.14	**:**Örnek 6’ya ait 2. mod değerlerinin grafik gösterimi	93
Şekil 5.15	**:**Örnek 7’ye ait 1. mod değerlerinin grafik gösterimi	94
Şekil 5.16	**:**Örnek 7’ye ait 2. mod değerlerinin grafik gösterimi	95
Şekil 5.17	**:**Örnek 8’e ait değerlerin karşılaştırılmasının grafik gösterimi	96
Şekil 5.18	**:**Örnek 9’a ait kesit	96
Şekil 5.19	**:**Örnek 9’daki 3 katlı çerçeve sistem için Vt karşılaştırma grafiği	97
Şekil 5.20	**:**Örnek 9’daki 5 katlı çerçeve sistem için Vt karşılaştırma grafiği	98
Şekil 5.21	**:**Örnek 9’daki 8 katlı çerçeve sistem için Vt karşılaştırma grafiği	98
Şekil 5.22	**:**Örnek 10’daki 3 katlı çerçeve sistem için T karşılaştırma grafiği	99
Şekil 5.23	**:**Örnek 10’daki 5 katlı çerçeve sistem için T karşılaştırma grafiği	100
Şekil 5.24	**:**Örnek 10’daki 8 katlı çerçeve sistem için T karşılaştırma grafiği	100
Şekil 5.25	**:**Örnek 11’deki çerçeve sistem için T karşılaştırma grafiği	101
Şekil A.1	**:** 40/40 Kolonun İç Kuvvetleri karşılaştırma grafiği	109
Şekil A.2	**:** 50/50 Kolonun İç Kuvvetleri karşılaştırma grafiği	110
Şekil A.3	**:** 60/60 Kolonun İç Kuvvetleri karşılaştırma grafiği	111
Şekil D.1	**:** Z1 sınıfındaki temellere ait periyotların karşılaştırma grafiği	134
Şekil D.2	**:** Z2 sınıfındaki temellere ait periyotların karşılaştırma grafiği	135
Şekil D.3	**:** Z3 sınıfındaki temellere ait periyotların karşılaştırma grafiği	135
Şekil D.4	**:** Z4 sınıfındaki temellere ait periyotların karşılaştırma grafiği	136

SEMBOL LİSTESİ

A(T) = Spektral İvme Katsayısı

$\mathbf{A_o}$ = Etkin Yer İvmesi Katsayısı

$\mathbf{A_t}$ = Birinci doğal titreşim periyodunun hesabında kullanılan eşdeğer alan [m^2]

$\mathbf{A_{wj}}$ = Binanın temel üstündeki ilk katında j'inci perdenin brüt enkesit alanı [m^2]

$\mathbf{B_a}$ = Taşıyıcı sistem elemanının **a** asal ekseni doğrultusunda tasarıma esas iç kuvvet büyüklüğü

$\mathbf{B_{ax}}$ = Taşıyıcı sistem elemanının **a** asal ekseni doğrultusunda, **x** doğrultusundaki depremden oluşan iç kuvvet büyüklüğü

$\mathbf{B_{ay}}$ = Taşıyıcı sistem elemanının **a** asal ekseni doğrultusunda, **x**'e dik **y** doğrultusundaki depremden oluşan iç kuvvet büyüklüğü

$\mathbf{B_B}$ = Mod Birleştirme Yönteminde mod katkılarının birleştirilmesi ile bulunan herhangi bir büyüklük

$\mathbf{B_D}$ = $\mathbf{B_B}$ büyüklüğüne ait büyütülmüş değer

$\mathbf{C_t}$ = Eşdeğer Deprem Yükü Yönteminde birinci doğal titreşim periyodunun yaklaşık olarak belirlenmesinde kullanılan katsayı

$\mathbf{D_i}$ = Eşdeğer Deprem Yükü Yönteminde burulma düzensizliği olan binalar için i'inci katta ± %5 ek dışmerkezliğe uygulanan büyütme katsayısı

$\mathbf{d_{fi}}$ = Binanın i'inci katında $\mathbf{F_{fi}}$ fiktif yüklerine göre hesaplanan yer değiştirme

$\mathbf{d_i}$ = Binanın i'inci katında deprem yüklerine göre hesaplanan yer değiştirme

$\mathbf{F_{fi}}$ = Birinci doğal titreşim periyodunun hesabında i'inci kata etkiyen fiktif yük

$\mathbf{F_i}$ = Eşdeğer Deprem Yükü Yönteminde i'inci kata etkiyen eşdeğer deprem yükü

g = Yerçekimi ivmesi (9.81 m/s^2)

$\mathbf{g_i}$ = Binanın i'inci katındaki toplam sabit yük

$\mathbf{H_i}$ = Binanın i'inci katının temel üstünden itibaren ölçülen yüksekliği (Bodrum katlarında rijit çevre perdelerinin bulunduğu binalarda i'inci katın zemin kat döşemesi üstünden itibaren ölçülen yüksekliği) [m]

$\mathbf{H_N}$ = Binanın temel üstünden itibaren ölçülen toplam yüksekliği (Bodrum katlarında rijit çevre perdelerinin bulunduğu binalarda zemin kat döşemesi üstünden itibaren ölçülen toplam yükseklik) [m]

$\mathbf{h_i}$ = Binanın i'inci katının kat yüksekliği

$\mathbf{I}$ = Bina Önem Katsayısı

$\boldsymbol{\ell_{wj}}$ = Binanın temel üstündeki ilk katında j'inci perdenin, göz önüne alınan deprem doğrultusunda çalışan uzunluğu [m]

$\mathbf{M_r}$ = r'inci doğal titreşim moduna ait modal kütle

$\mathbf{M_{xr}}$ = Göz önüne alınan **x** deprem doğrultusunda binanın r'inci doğal titreşim modundaki etkin kütle

$\mathbf{M_{yr}}$ = Gözönüne alınan **y** deprem doğrultusunda binanın r'inci doğal titreşim modundaki etkin kütle

$\mathbf{m_i}$ = Binanın i'inci katının kütlesi ($\mathbf{m_i = w_i / g}$)

$\mathbf{m_{\theta i}}$ = Kat döşemelerinin rijit diyafram olarak çalışması durumunda, binanın i'inci katının kaydırılmamış kütle merkezinden geçen düşey eksene göre kütle eylemsizlik momenti

$\mathbf{N}$ = Binanın temel üstünden itibaren toplam kat sayısı (Bodrum katlarında rijit çevre perdelerinin bulunduğu binalarda zemin kat döşemesi üstünden itibaren toplam kat sayısı)

$\mathbf{n}$ = Hareketli Yük Katılım Katsayısı

$\mathbf{q_i}$ = Binanın i'inci katındaki toplam hareketli yük

$\mathbf{R}$ = Taşıyıcı Sistem Davranış Katsayısı

$\mathbf{R_a}(T)$ = Deprem Yükü Azaltma Katsayısı

$\mathbf{R_{NÇ}}$ = Deprem yüklerinin tamamının süneklik düzeyi normal çerçeveler tarafından taşındığı durum için tanımlanan Taşıyıcı Sistem Davranış Katsayısı

$\mathbf{R_{YP}}$ = Deprem yüklerinin tamamının süneklik düzeyi yüksek perdeler tarafından taşındığı durum için tanımlanan Taşıyıcı Sistem Davranış Katsayısı

$\mathbf{S}(T)$ = Spektrum Katsayısı

$\mathbf{S_{pa}}(T_r)$ = r'inci doğal titreşim modu için ivme spektrumu ordinatı [m/s^2]

$\mathbf{T}$ = Bina doğal titreşim periyodu [s]

$\mathbf{T_1}$ = Binanın birinci doğal titreşim periyodu [s]

$\mathbf{T_{1A}}$ = Binanın amprik bağıntı ile hesaplanan birinci doğal titreşim periyodu [s]

$\mathbf{T_A, T_B}$ = Spektrum Karakteristik Periyotları [s]

$\mathbf{T_r}$, $\mathbf{T_s}$ = Binanın r'inci ve s'inci doğal titreşim periyotları [s]

$\mathbf{V_i}$ (*) = Göz önüne alınan deprem doğrultusunda binanın I'inci katına etki eden kat kesme kuvveti

$\mathbf{V_t}$ = Eşdeğer Deprem Yükü Yönteminde göz önüne alınan deprem doğrultusunda binaya etkiyen toplam eşdeğer deprem yükü (taban kesme kuvveti)

$\mathbf{V_{tB}}$ = Mod Birleştirme Yönteminde, göz önüne alınan deprem doğrultusunda modlara ait katkıların birleştirilmesi ile bulunan bina toplam deprem yükü

(taban kesme kuvveti)

$\mathbf{W}$ = Binanın, hareketli yük katılım katsayısı kullanılarak bulunan toplam ağırlığı

$\mathbf{w_i}$ = Binanın i'inci katının, hareketli yük katılım katsayısı kullanılarak hesaplanan ağırlığı

$\mathbf{Y}$ = Mod Birleştirme Yönteminde hesaba katılan yeterli doğal titreşim modu sayısı

α_M (*) = Süneklik düzeyi yüksek perdelerin tabanında elde edilen eğilme momentleri toplamının, binanın tümü için tabanda meydana gelen toplam devrilme momentine oranı (Perde tabanındaki eğilme momentlerinin hesabında, perdelere düzlemi içinde saplanan kirişlerin uçlarında depremden meydana gelen kesme kuvvetlerinin katkısı da gözönüne alınabilir.)

β = Mod Birleştirme Yöntemi ile hesaplanan büyüklüklerin alt sınırlarının belirlenmesi için kullanılan katsayı

Δ_i = Binanın i'inci katındaki göreli kat ötelemesi

$(\Delta_i)_{max}$ = Binanın i'inci katındaki maksimum göreli kat ötelemesi

$(\Delta_i)_{ort}$ = Binanın i'inci katındaki ortalama göreli kat ötelemesi

ΔF_N = Binanın N'inci katına (tepesine) etkiyen ek eşdeğer deprem yükü

η_{bi} = i'inci katta tanımlanan Burulma Düzensizliği Katsayısı

η_{ci} = i'inci katta tanımlanan Dayanım Düzensizliği Katsayısı

η_{ki} = i'inci katta tanımlanan Rijitlik Düzensizliği Katsayısı

Φ_{xir} = Kat döşemelerinin rijit diyafram olarak çalıştığı binalarda, r'inci mod şeklinin i'inci katta **x** ekseni doğrultusundaki yatay bileşeni

Φ_{yir} = Kat döşemelerinin rijit diyafram olarak çalıştığı binalarda, r'inci mod şeklinin i'inci katta **y** ekseni doğrultusundaki yatay bileşeni

$\Phi_{\theta ir}$ = Kat döşemelerinin rijit diyafram olarak çalıştığı binalarda, r'inci mod şeklinin i'inci katta düşey eksen etrafındaki dönme bileşeni

ÇERÇEVE SİSTEMLERİN DİNAMİK ANALİZİ DUYARLILIK ÇÖZÜMLEMESİ

ÖZET

Bu çalışmada çerçeve sistemlerin dinamik analiz yöntemleri karşılaştırılmış ve bu yöntemler arasındaki farklar çeşitli örneklerle ortaya konulmuştur. Ayrık kütleli sistem modellemesi yapılıp indirgenmiş rijitlik matrisleri yöntemi kullanılarak hesaplar yapılmıştır. Bu hesaplarda rijit diyafram, kolonlarının boy değişimleri ihmal, elastik ankastre temel kabulleri yapılarak, sistemlerin deprem yükleri etkisinde dinamik analizi yapılmıştır. Rijidlik, sönüm, kütle değişimleri gibi tasarım değişkenlerinin hesap sonuçlarına etkisi incelenmiştir.

Doğrusal hesap yöntemlerinden Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi ile Modal Analiz Yöntemleri karşılaştırılmıştır.

Altı bölüm halinde hazırlanan bu çalışmada birinci bölümde ülkemizin deprem riski ve depreme dayanıklı yapı tasarımında dinamik analizin önemi anlatılmıştır.

İkinci bölümde yapıların dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi, dinamik yüklerin sınıflandırılması, sistemin dinamik serbestlik derecesi ve onun sayılaştırma yöntemlerine değinilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde ise Titreşim Hareketinin Dinamiği ana başlığı altında yapı sistemlerinin sınıflandırılması, yapıların titreşim özellikleri, mekanik titreşimlerin temel bilgileri, mekanik titreşimlerin matris biçimleri, vektörlerin eksen takımı dönüşümleri, rijidlik matrisleri yöntemiyle çözüm, bir konsol çubuğun titreşiminin öz değerleri, rijidlik matrisi yönteminin çubuk sistemine uygulanması alt başlıklarına indirgenerek bölümlere ayrılmış, ilk iki alt başlıkta genel bilgiler verilmiştir. Diğer alt başlıklarda ise ; konu çeşitli açılardan ele alınmış ve incelenmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde; ABYYHY98 (1998 tarihli Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik) konusunda açıklamalar başlığı altında kısaca genel formülasyonlara , bilgilere değinilmiş, ayrıca Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi ve Modal Analiz Yöntemleri hakkında kısaca bilgiler verilmiştir.

Beşinci bölümde ise; Sayısal Uygulamalar başlığı altında çeşitli tasarım değişkenleri için hesaplar yapılmıştır. Yapılan uygulamaların sonuçları tablolar , grafikler yardımı ile ortaya konmuş ve tartışılmıştır.

Altıncı ve son bölümde ise; sonuçlar ve tartışma başlığı altında yapılan sayısal uygulamaların sonuçları değerlendirilerek elde edilen sonuçlar özetlenmiştir..

FRAME SYSTEMS DYNAMIC ANALYSIS
SENSITIVITY SOLUTION

SUMMARY

In this study, the dynamic analysis of the frame systems were compared and the differences between such systems were defined through examples. Modeling separated mass systems and using reduced rigidity matrixes, calculations were carried out. In these calculations, the longitudinal changes in the rigid diaphragm columns were neglected and elastic cantilever foundation was accepted to analyze systems under earthquake loads. The impacts of the design variables such as rigidity, damping and mass changes on the results of the calculations were considered.

Using the Equivalent Earthquake Load Method from the Linear Calculation Methods, the Modal Analysis Methods were compared.

In this study, issued in 6 sections, first section gives the earthquake risk of Turkey and the importance of the dynamic analysis in designing earthquake resistant structures.

In the second section, determination of dynamic characteristics, classification of dynamic loads, dynamic freedom level of the system and its numbering methods were handled.

In the third section, under the heading The Dynamics of the Vibration, the structural systems were classified, vibration characteristics, fundamental information on the mechanical vibrations, matrix forms of mechanical vibrations, axial set transformation of vectors, rigidity matrixes solution, eigen values of the vibration of a cantilever and application of rigidity matrix method to the component system were listed.

In the fourth section of the study, under the heading: Regulations Concerning The Structures To Be Built In The Disaster Zones, - ABYYHY98 the general formulations and information were given while short information was provided on Equivalent Earthquake Load Method and Modal Analysis Methods.

In the fifth section, under the heading Numerical Applications, the calculations related to various design variables were made. The results of the applications were given through tables, charts or graphs and discussed thereafter.

In the sixth and final section, the findings of the numerical applications were evaluated and the results were summarized.

1. GİRİŞ

Ülkemiz topraklarının % 96 sı deprem bölgeleri içerisinde olup nüfusun %98 i bu bölgelerde yaşamakta, yaşanan depremler (1992 Erzincan, 1995 Dinar, 1998 Ceyhan, 1999 Gölcük, 1999 Düzce, 2000 Çay) bu gerçeği bir kez daha gözler önüne sermiştir.Bu nedenle depreme dayanıklı yapı tasarımı büyük bir önem arz etmektedir. Depreme dayanıklı yapı tasarımında doğru hesap yönteminin seçilmesi büyük önem kazanmaktadır. her yıl önemli boyutta deprem hasarları ile karşılaşılmaktadır. Son 10 yıl içerisinde

Deprem mühendisliği, birçok alanda uzmanlarla birlikte çalışma gerektirmektedir. Yapı dinamiği,yapı mekaniği,zemin mekaniği, mühendislik sismiği (jeofizik) ,zemin dinamiği , betonarme,yapı statiği gibi dallarda mühendisin önemli ölçüde uzmanlaşması gerekmektedir.

Deprem oluşumları itibariyle gelişigüzel hareketlerdir. Tekrarlanan süreleri,yarattıkları yer hareketleri de gelişigüzeldir. Bölgenin tektonik yapısı ve geçmişteki deprem aktiviteleri , ileride olması muhtemel depremler hakkında bazı fikirler verir deprem tesirinden yapıda meydan gelen iç kuvvetlerin hesabı için izlenecek yöntemler, seçilen yöntemin uzunluğu kısalığı ve yapılan kabullerin ne derece gerçeğe uygun olduğu açısından önemlidir.

Bu çalışmada da ; çerçeve sistemlerin dinamik analiz yöntemleri karşılaştırılmıştır. Ayrık kütleli sistemlerde indirgenmiş rijitlik matrisleri yöntemi kullanılarak sistemlerin deprem yükleri etkisinde dinamik analizi yapılmış ve rijidlik, sönüm, kütle değişimleri gibi tasarım değişkenlerinin davranış değişimlerine etkisi incelenmiştir.

Bilindiği üzere 1998 yılında yürürlüğe giren yeni deprem yönetmeliğimizde deprem etkisinin dinamik bir etki olduğu gerçeğinden hareketle 1975 yönetmeliğinde tek hesap modeli olarak yer alan ’’ Eşdeğer Deprem Yükü’’ yöntemine ek olarak ‘’ Mod Birleştirme ‘’ ve ‘’ Zaman Tanım Alanında’’ hesap yöntemlerine de yer verilmiştir.

Mod birleştirme yöntemi, Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemine oranla yapının dinamik davranışını daha iyi ortaya koyan ve özellikle düzensiz binalarda , burulmalı yapılarda 3 boyutlu dinamik davranışı çok iyi yansıtan bir yöntemdir.

Zaman Tanım Alanında Hesap Yönteminde ise hem çözümün uzun olması hem de bir deprem etkisinin tanımına gerek duyulmasından ötürü kullanımı güçtür. Özellikle doğrusal elastik olmayan hesap yapılması durumunda bu yöntemle çözüm daha da güçleşmektedir.

Bu çalışmada ; doğrusal hesap yöntemlerinden Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi ile Modal Analiz Yöntemleri karşılaştırılmıştır. Verilen sistemin indirgenmiş rijitlik matrisi yöntemi kullanılarak çözümü için; elle hesabının yanı sıra hesabın hızlı yapılabilmesi için büyük kolaylık sağlayan Yalçın Aköz hocamızın "Enerji Yöntemleri ve Yapı Sistemleri" **Aköz(2005)** kitabında değindiği ve Microsoft Developer Studio Fortran dili ile yazmış olduğu FRMDIN-2D bilgisayar programı kullanılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi için SAP2000 paket programı kullanılmıştır. FRMDIN-2D bilgisayar programı ile SAP2000 paket programlarının sonuçları karşılaştırılmıştır.

2. YAPILARIN DİNAMİK KARAKTERİSTLİKLERİNİN BELİRLENMESİ

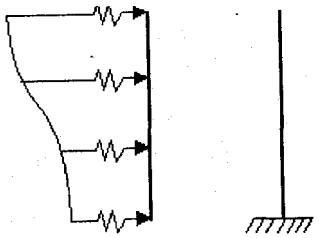
Yapıların depreme karşı hesabında modlar ve periyotlarönemlidir. Depreme karşı tepkiyi belirlemesi açısından taşıyıcı sistemin önemli özelliği doğal periyodudur. Doğal periyot yapı kütlesine yanal öteleme rijitliğine ve sönümlenmeye bağlıdır. Kısaca şu formülle ifade etmek mümkündür.

$$[m_{ij}]\{\ddot{x}(t)\}+[c_{ij}]\{\dot{x}(t)\}+[k_{ij}]\{x(t)\}=\{f\}$$

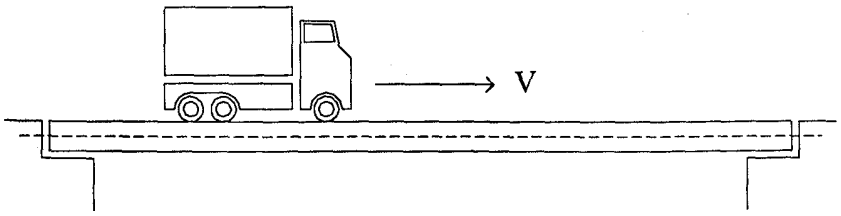
Sistemlerin eylemsizlik kuvvetlerinin tesirini ve bu anda ortaya çıkan titreşimi göz önüne almakla yapılan hesaba **dinamik hesap** denir. Genel olarak amaç; sistemin kütlelerinin zamana bağlı hareket kanunu belirtmektir. Bunu bilmekle sistemin rijitliğini ve mukavemetini değerlendirmek mümkün olur.

2.1 Yüklerin Sınıflandırılması

İnşaat yapılarına etki eden dinamik yükler aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir. Rüzgar yükü:



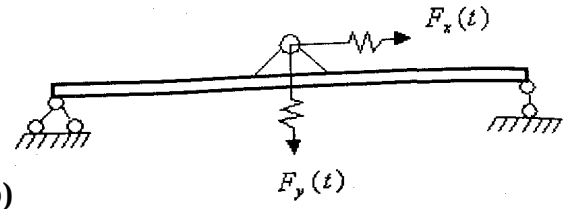
Şekil 2.1: Rüzgar yükünün yapıya etkisinin şematik gösterimi.



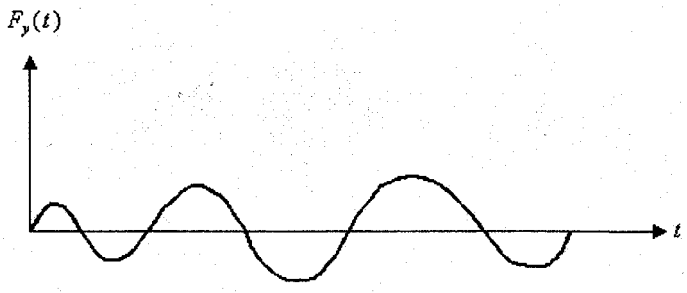
Şekil 2.2: Hareketli yük örneği

Zamana Bağlı Yük:

a)



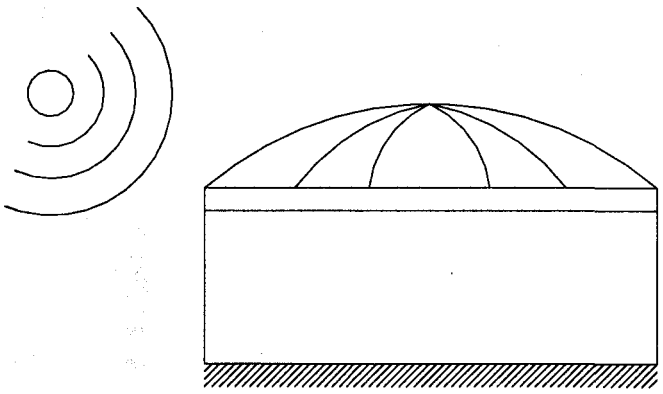
b)



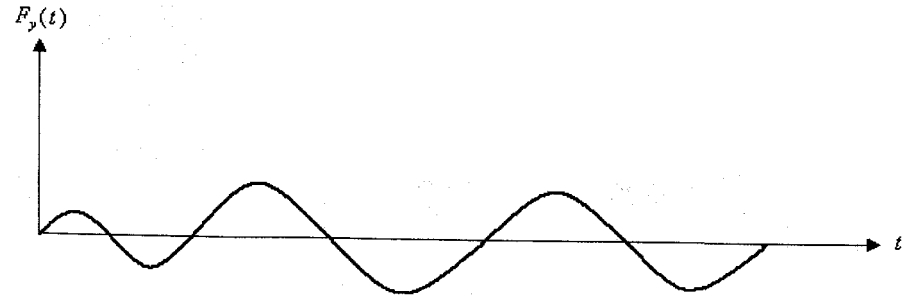
Şekil 2.3: a) Titreşim yükünün bileşenleri ile gösterilmesi; b) bileşenlerden birinin zamana bağlılık grafiği

Darbe Yükü:

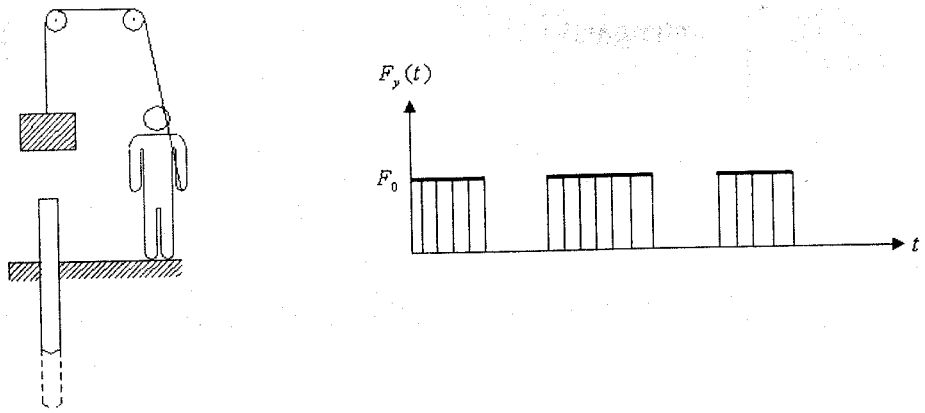
a)



b)



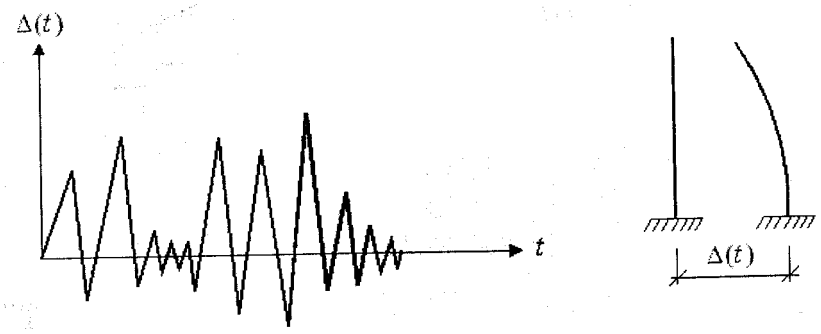
c) d)



Şekil 2.4 a) Bir odakta patlama sonucu ortaya çıkan darbe yükü ve b) Patlama yükünün zamana bağlı değişimi ; c) kazıkların zemine darbe yükü ile sıkıştırılması ve d) kazık çakmada darbe yükünün zamana bağlı değişimi.

Deprem yükü:

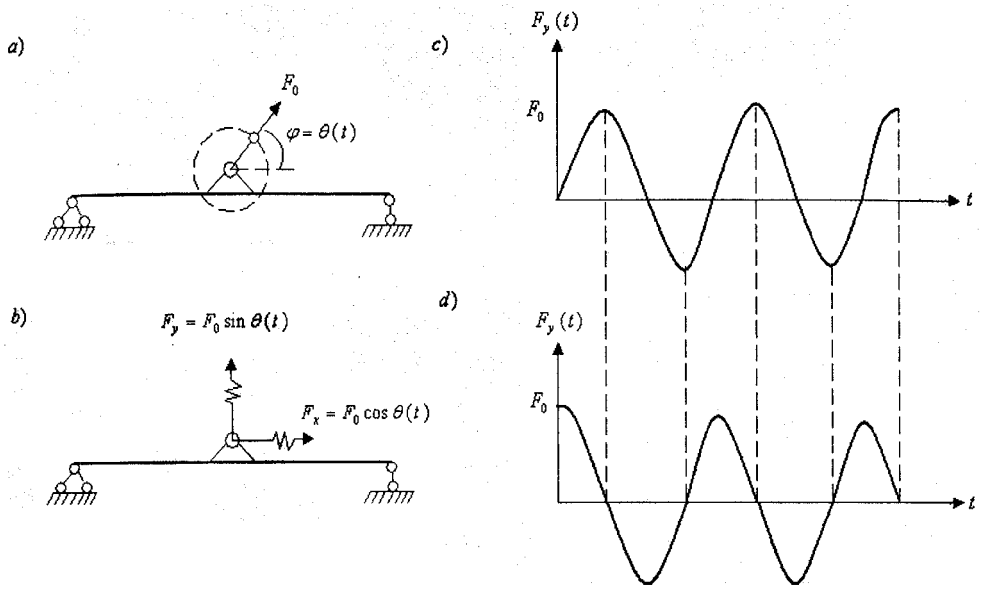
a) b)



Şekil 2.5:Yerin yer değiştirmesinin (a) zamana bağlı yer değiştirme grafiği ; b) Yer değişme etkisinde yapının davranışı.

Harmonik yük:

Dönen makinelerin kütle merkezleriyle dönme merkezi çakışmadığı zaman dış merkezlik kuvveti oluşarak titreşime yol açar (şekilde θ kütlenin açısal konumudur).

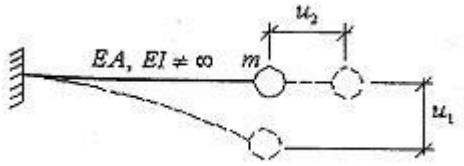


Şekil 2.6: a) Harmonik yükün temsili; b) Bileşenlere ayrılmış yük; c,d) bileşenlerin zamana bağlı grafikleri.

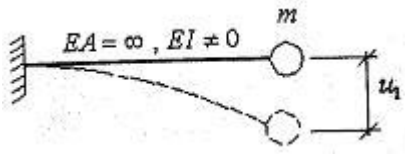
2.2 Dinamik Serbestlik Dereceleri

Yığışık kütle modellemesi yapılan hareketli sistemlerde, kütlenin büyüklüğü ve taşıyıcı elemanların rijidliklerine göre dinamik serbestlik derecesi (d.s.d) tanımlanır. Şekil 2.7' de bu konuda üç ayrı örnek verilmiştir. **Kasımzade(2004)**

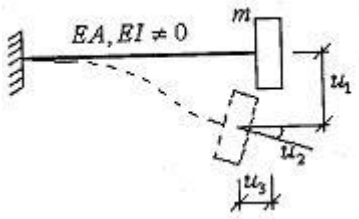
a)



b)



c)



Şekil 2.7: Ankastre bir çubuğun dinamik serbestlik derecelerinin modellenmesi

3. TİTREŞİM HAREKETİNİN DİNAMİĞİ

3.1 YAPI SİSTEMLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

I-Kütle durumu ile ilgili sınıflamada:

A) Tekil kütleli sistemler :

Tekil kütleli sistemlerde kütleler belli bir noktada toplanır. Çok katlı bir yapıda kat seviyelerinde kütlelerin toplandığı kabul edilir. Katta kirişin ve döşemenin sonsuz rijit olduğu kabulü ile kolonların döşemelerle yatay öteleme yaptığı kabul edilir. Her ayrık kütle için hareket denklemi kurulur.

B) Sürekli kütleli sistemler:

Sürekli kütleli sistemlerde, kütleler eleman boyunca yayılı olup hareket denklemleri kurulurken eylemsizlik kuvvetleri, sürekli kütlelerin diferansiyel parçasına etkidiği kabulü ile elde edilir. Sürekli sistemin sonsuz serbestlik derecesi vardır.

II-Sönüm durumuna göre sınıflamada:

Yapının enerji yutma özeliğine göre yapılan sınıflamadır. A)Sönümsüz sistemlerde, dinamik harekette sönümün olmadığı kabul edilir. B)Sönümlü sistemlerde, yapıda enerji çeşitli şekillerde söndürülür. Sönümün yüzdesinin belirlenmesi güçtür.Bunun için deneylerden ve tecrübelerden yararlanılır.

III-Yapının dinamik zorlanma durumuna göre sınıflama:

Sisteme etki eden dinamik kuvvete göre yapılan sınıflamadır.

Serbest titreşim: Sisteme etki eden bir zorlayıcı dinamik kuvvet yoktur.

Zorlanan titreşim: Sistem dış zorlayıcı bir dinamik kuvvet etkisiyle titreşim yapar.

IV-Yapı malzemesinin davranış şekli ile ilgili sınıflama:

A) Doğrusal sistem davranışı:

Dinamik kuvvetler etkisi altında, sistem doğrusal davranış gösteren sistemlerdir.

B) Doğrusal olmayan sistem davranışı:

Dinamik kuvvetler etkisi altında, sistem doğrusal olmayan gösteren sistemlerdir.

3.2 YAPILARIN TİTREŞİM ÖZELLİKLERİ

Yapının titreşim problemi, yapıdaki yay kuvvetleri,sönüm kuvvetleri ve kütlelerin eylemsizlik kuvvetleri göz önüne alınarak incelenebilir. Böyle bir modelleme ile taşıyıcı sistemlerin karmaşık olanları bile, basit hesaplarla çözülebilir.Yapının dinamik davranışında doğal titreşim periyotları ve bunlara karşı gelen modları önemlidir. Ölçü aletlerinin kullanılması ile mevcut yapıların titreşim periyotları ve mod şekilleri bulunabilir. Deprem kayıtları kullanılabileceği gibi aşağıda verilen dinamik zorlama şekilleri de dikkate alınır.

1-)Rüzgar ve taşıtların yapıya olan dinamik tesirlerinin kayıtları incelenerek iki doğrultudaki ilk iki serbest titreşim karakteristikleri bulunabilir. Yapının farklı yerlerindeki kayıtlar değerlendirilerek mod şekilleri bulunur.

2-) Deprem titreşimlerinden başka, meydana gelen patlamalardaki kayıtlardan yararlanılır. Yapıya yakın zeminde yapılan kayıtlar, dış zorlamaların karakteristiklerinin belirlenmesinde kullanılır.

3-) Yapıya titreşim hareketi veren eksantrik kütleli dinamik aletler farklı frekanslarda çalıştırılarak yapı davranışı ölçülerek, rezonans eğrisi çizilerek, yapının doğal titreşim frekansları, farklı yerlerdeki deplasmanlarla mod şekilleri elde edilir.

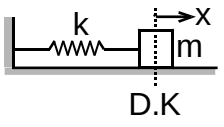
4-) Titreşim aletini yüksek frekansta çalıştırıp, frekansı yavaşça düşürerek zorlama frekansı, yapının doğal frekansını geçerken deplasmanlar artacağından, bu değerler kolayca bulunur.

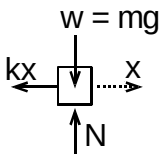
5-)Yapının rijitliği az ise, titreşime zorlanarak titreşim inceleme yapılabilir. Depremde oluşacak tesirlerin belirlenmesinde yapının serbest titreşim modlarının birkaçının değerinin bilinmesi gerekir.**(MERTOL,2002)**

3.3 MEKANİK TİTREŞİMLERİN TEMEL BİLGİLERİ

3.3.1. Serbest titreşim

Sisteme dış yük tesir etmiyorsa, serbest titreşim söz konusudur.





$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

$$-kx = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) \sim a$$

$$m.\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_n^2 x = 0, \boxed{\omega_n^2 = k/m}$$

- ω_n = Doğal dairesel frekans

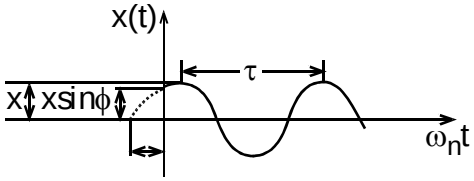
$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t \qquad (3.3.1)$$

Başlangıç koşulları: t = 0 için $x(t=0) = x(0) = x_0$

$$\frac{dx}{dt}(t=0) = \dot{x}(0) = \dot{x}_0 = \upsilon_0$$

$$x(t) = x_0 \cos\omega_n t + \frac{\upsilon_0}{\omega_n}\sin\omega_n t$$

$$= x \sin(\omega_n t + \varphi)$$



$\omega_n \tau = 2\pi$

τ = Titreşimin doğal peryodu

$\tau = 2\pi\sqrt{m/k}$

$f_n = \frac{1}{\tau}$

f_n = Titreşimin doğal frekansı

SI Birimleri [x] = metre, [t] = saniye, [ω_n] = rad/saniye (rad/s)

[m] = kilogram, [k] = Newton / metre (N/m)

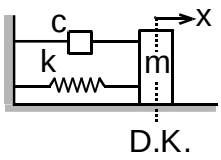
[f] = Devir/saniye [Hz]

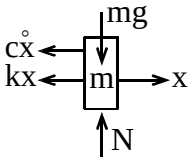
3.3.2.Sönümlü Serbest titreşim

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{d}_x$$

$$-kx - c\dot{x} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$F_d = c\dot{x}$ sönüm kuvveti





$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Çözüm için $x = C\,e^{st}$ seçilsin.

$$\left(m\,s^2 + cs + k\right)e^{st} = 0$$

Çözümün varlık koşulu: $\Delta(s) = ms^2 + cs + k = 0$

$$\Delta(s) = 0 \rightarrow s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \mu \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

Genel çözüm $\rightarrow$ $x(t) = A\,e^{s_1 t} + B\,e^{s_2 t}$

Burada A ve B integral sabitleri olup $x(0)$ ve $\dot{x}(0)$ başlangıç koşullarından bulunur.

$$x(t) = e^{-(c/2m)t}\left[A\,e^{\sqrt{(c/2m)^2 - k/m}\,.\,t} + B\,e^{-\sqrt{(c/2m)^2 - k/m}\,.\,t}\right] \qquad (3.3.2)$$

Özel durumlar :

1) $(c/2m)^2 > k/m$: Titreşim yoktur.
2) $(c/2m)^2 < k/m$: Titreşim vardır.
3) $(c/2m)^2 = k/m$: Kritik durum.

- Titreşimin var olması durumunda:

$$e^{\mu i\sqrt{k/m-(c/2m)^2}\,.\,t} = \cos\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}\,.\,t\;\mu\, i\sin\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}\,.\,t \qquad (3.3.3)$$

- **Kritik sönüm**

$$\left(\frac{C_c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m} = \omega_n^2 \;\rightarrow\; \boxed{C_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n} \qquad (3.3.4)$$

- Sönüm oranı (boyutsuz) : $\xi = C/C_c$

$$\frac{C}{2m} = \xi \frac{C_c}{2m} = \xi\, \omega_n$$

$$s_{1,2} = \left(-\xi\, \mu \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_n$$

$$0 \le \xi \le 1 \quad \text{için} \quad s_{1,2} = \omega_n \left(-\xi\, \mu\, i \sqrt{1-\xi^2}\right)$$

$$0 \le \xi \le 1 \text{ için } \quad x(t) = e^{-\xi\omega_n t}\left(A\, e^{i\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t} + B\, e^{-i\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t}\right)$$

$$= X\, e^{-\xi\omega_n t} \sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t + \phi\right)$$

$$= e^{-\xi\omega_n t}\left(c_1 \sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t + c_2 \cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t\right) \qquad (3.3.5)$$

Burada X, ϕ ya da c_1, c_2 başlangıç koşullarından bellidir.

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$X \sin(\omega_n t + \phi)$$

$$= X \sin\omega_n t \cos\phi + X \cos\omega_n t \sin\phi$$

$$x_t = \underbrace{x_0}_{X\sin\phi} \cos\omega_n t + \underbrace{\frac{\upsilon_0}{\omega_n}}_{X\cos\phi} \sin\omega_1 t$$

$$X \sin\phi = x_0$$

$$X \cos\phi = \upsilon_0 / \omega_n$$

$$X = \sqrt{(x_0)^2 + (\upsilon_0/\omega_n)^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{x_0}{\upsilon_0/\omega_n}\right)$$

$$x = X \sin(\omega_n t + \phi)$$

ya da

$$x = X \cos(\omega_n t - \varphi)$$

$$= X \cos\omega_n t \cos\varphi + X \sin\omega_n t + \sin\varphi$$

$$X \cos\varphi = x_0$$

$$X \sin\varphi = \frac{\upsilon_0}{\omega_n}$$

$$X = \sqrt{(x_0)^2 + \left(\frac{\upsilon_0}{\omega_n}\right)^2}$$

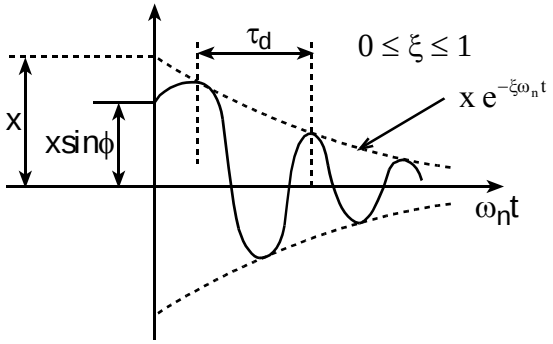
$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\upsilon_0/\omega_n}{x_0}\right)$$

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t}\left(\frac{\dot{x}(0) + \xi\omega_n x(0)}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n t + x(0)\cos\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n t\right) \qquad (3.3.6)$$

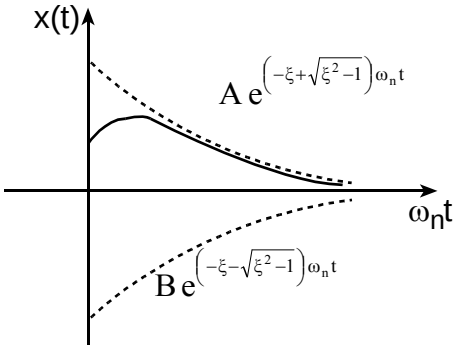
$$\boxed{\omega_d = \frac{2\pi}{\tau_d} = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \qquad (3.3.7)$$

- ω_d = Sönümlü titreşim dairesel frekansı

- **Titreşimli (peryodik) sönüm:**



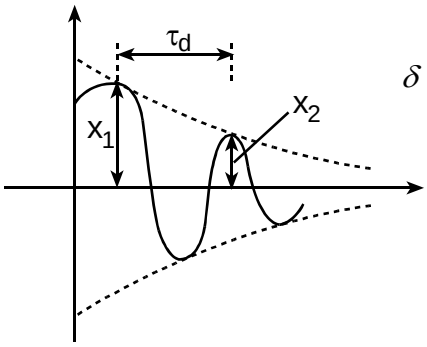
- **Titreşimsiz (aperyodik) sönüm:**



$\xi > 1$

- **Logaritmik dekrement (azalım)**

$$x(t) = X\,e^{-\xi\omega_n t}\;\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n t + \phi\right)$$



$$\delta = \ln\frac{x_1}{x_2} = \ln\frac{e^{-\xi\omega_n t_1}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n t_1 + \phi\right)}{e^{-\xi\omega_n(t_1+\tau_d)}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n(t_1+\tau_d)+\phi\right)}$$

$$= \ln\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{e^{-\xi(\omega_n+\tau_d)}} = \ln e^{\xi\omega_n\tau_d} = \xi\omega_n\tau_d \qquad (3.3.8)$$

$$\ddot{x}(t) + 2\,\xi\,\omega_n\,\dot{x}(t) + \omega_n^2\,x(t) = 0$$

$\boxed{\xi = \dfrac{c}{2m\omega_n}}$ viskoz sönüm çarpanı (Boyutsuzdur)

$x(t) = A\,e^{st} \Rightarrow \Delta(s) = s^2 + 2\,\xi\,\omega_n\,s + \omega_n^2 = 0$

$$S_{1,2} = \left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_1$$

$$x(t) = A_1\,e^{s_1 t} + A_2\,e^{s_2 t}$$

$$= A_1 \exp\left[\left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_n t\right] + A_2 \exp\left[\left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_n t\right] \qquad (3.3.9)$$

- **Kritik sönüm:**

$\xi = 1 \Rightarrow s_1 = s_2 = -\omega_n$

$$x(t) = \left(A_1 + t\,A_2\right)e^{-\omega_n t}$$

$$C_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km}$$

- **Sönümlü titreşim koşulu:**

$0 < \xi < 1$

$$x(t) = \left[A_1 \exp\left(i\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n t\right) + A_2 \exp\left(i\sqrt{1-\xi^2}\;\omega_n t\right)\right] e^{-\xi\omega t}$$

$$= e^{-\xi\omega_n t}\left(A_1\,e^{i\omega_d t} + A_2\,e^{i\,\omega_d t}\right)$$

$$\boxed{\omega_d = \left(1-\xi^2\right)^{1/2}.\,\omega_n} \qquad (3.3.10)$$

$$\boxed{x(t) = A\,e^{-\xi\omega_n t}\cos\left(\omega_d t - \phi\right)} \qquad (3.3.11)$$

A ve ϕ, başlangıç koşullarından bulunur.

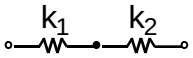
$\tau_d = 2\pi / \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$ yerine konulursa

$$\delta = \frac{2\pi\,\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

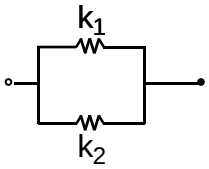
Eğer ξ küçük ise (küçük sönüm), $\sqrt{1-\xi^2} \cong 1$

$$\delta \cong 2\pi\,\xi$$

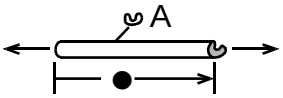
3.3.3. Eşdeğer Yay Katsayısı Kavramı:



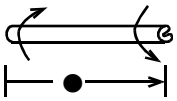
$$k = \frac{1}{1/k_1 + 1/k_2}$$



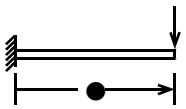
$$k = k_1 + k_2$$



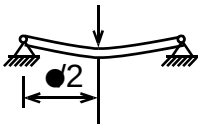
$$k = \frac{EA}{\lambda}$$



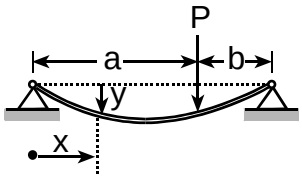
$$k = \frac{GI}{\lambda}$$



$$k = \frac{3EI}{\lambda^3}$$

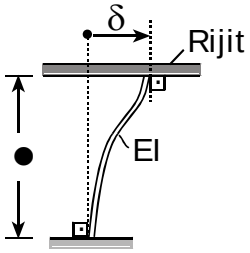


$$k = \frac{48EI}{\lambda^3}$$

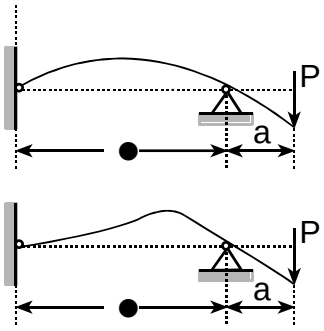


$$y = \frac{P}{GEI}\frac{bx}{\lambda}\left(\lambda^2 - b^2 - x^2\right) \quad 0<x<a$$

$$k = \frac{3EI\,\lambda}{a^2 b^2}$$



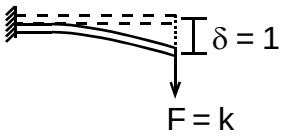
$$k = \frac{12\,EI}{\lambda^3}$$



$k = \dfrac{3EI}{(\lambda + a)a^2}$ $\qquad$ $k = \dfrac{24\,EI}{(3\lambda + 8a)a^2}$

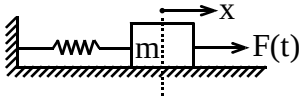
* $F = k\,x \Rightarrow x = 1$ için $F = k$

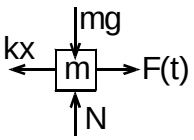
Birim deplasmana karşı gelen kuvvete eşdeğer <u>yay katsayısı</u> denir.

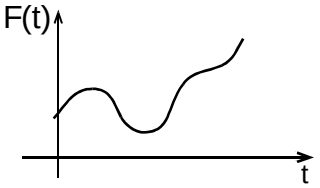


3.3.4.Zorlanmış Titreşim (Uyarılmış titreşim)

- **Sönümsüz zorlanmış titreşim**







F(t): Uyarıcı dış kuvvet

$$\sum \vec{F}_x = m\,\vec{a}_x \Rightarrow \overleftarrow{-kx(t)} + \overrightarrow{F_e(t)} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = F(t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)x = F(t)/m$$

$$\omega^2{}_n = k/m$$

- Türdeş türevli denklemin (homogen diferansiyel denklem) çözümü

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2{}_n x = 0$$

$$x\ (t) = A\sin\omega_n t + B\cos\omega_n t$$

A ve B, başlangıç koşullarından belli integral sabitleridir.

Başlangıç koşulları: $x_0 = x(t=0), \upsilon = \dot{x}_0 = \dot{x}(t=0)$

- Türevli denklemin F(t) ikinci yarısı işleme sokan özel çözüm:

Lagrange'nin sabitin değişim yöntemi ya da Laplace dönüşümü yöntemlerinden yararlanılarak şu çözüm bulunur.

$$\boxed{x_{0^{''}}(t) = \left(\frac{1}{m\omega_n}\right)\int_0^t F(\tau).\sin[\omega_n(t-\tau)].d\tau} \qquad (3.3.12)$$

Genel çözüm:

$$x(t) = x_0\cos\omega_n t + \left(\frac{\nu_o}{\omega_n}\right)\sin\omega_n t + \left(\frac{1}{m\omega_n}\right)\int_0^t F(\tau)\sin[\omega_n(t-\tau)]d\tau \qquad (3.3.13)$$

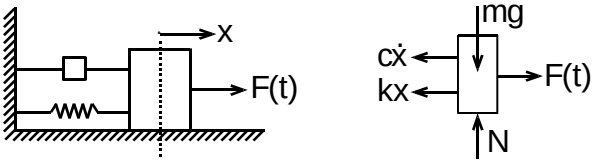
Sinüsoidal harmonik dış kuvvet örneği

$F(t) = F_0 \sin\omega t$

$$x\ (t) = \frac{(F_0/m)}{\omega_n^2 - \omega^2}\ \sin\omega t$$

Mühendislikte $\max|x(t)|$ hesabı önemlidir!

- **Sönümlü zorlanmış titreşim**



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = \left(\frac{\omega_n^2}{k}\right) F(t)$$

$\omega_n = \sqrt{k/m}$ dairesel frekans

$C_{cr} = 2m\omega_n$ kritik sönüm

$\xi = C / C_{cr}$ sönüm katsayısı (boyutsuz)

Genel çözüm

$$x(t) = \left(\frac{1}{m\omega_d}\right)\int_0^t F(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau) d\tau + x_0 . e^{-\xi\omega_n t} . \cos\omega_d t \quad \Big\} \; x_h(t)$$

$$+ \left(\frac{1}{\omega_d}\right)(\vartheta_0 + \xi\omega_n x_0) e^{-\xi\omega_n t} \sin\omega_d t \quad \Big\} \; x_p(t)$$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$, $x_0 = x(0)$, $\nu_0 = \dot{x}(0)$, $T_d = 2\pi/\omega d$

- Dinamik Yük çarpanı

[Tepki Oranı]

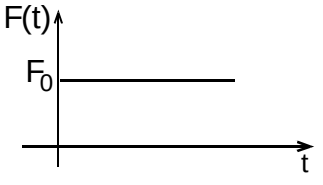
$$R(t) = \frac{k\,x(t)}{F_{max}} = \frac{\text{Dinamik tepki}}{\text{Statik deformasyon}} \left(\frac{k}{\left(\frac{P_{max}}{k}\right)}\right) \left(\frac{\text{Dynamic response}}{\text{static deformation}}\right)$$

- **Örnek**

$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0$, $t \geq 0$

$x(0) = \dot{x}(0) = 0$

$x_h(t) = e^{-\xi\omega_n t}\left(A_1 \cos\omega_d t + A_2 \sin\omega_d t\right)$

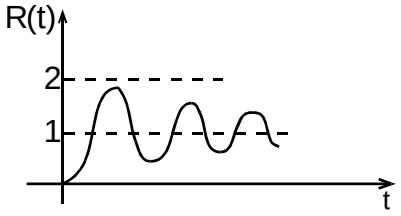


$$x_p(t) = \frac{F_0}{k}$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k} + e^{-\xi\omega_n t}\left(A_1 \cos\omega_d t + A_2 \sin\omega_d t\right)$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - e^{-\xi\omega_n t}\left(\cos\omega_d t + \left(\frac{\xi\omega_n}{\omega_d}\right)\sin\omega_d t\right)\right]$$

$$R(t) = \frac{kx(t)}{F_{\max}} = 1 - e^{-\xi\omega_n t}\left(\cos\omega_d t + \left(\frac{\xi\omega_n}{\omega_d}\right)\sin\omega_d t\right) \qquad (3.3.14)$$

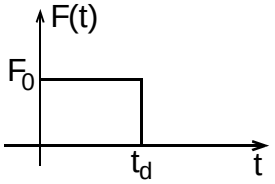


Sönüm yok ve $(\xi = 0)$:

$$x(t) = \frac{F_0}{k}(1 - \cos\omega_n t) \Rightarrow R_{\max} = 2$$

Örnek

Sönümsüz tek serbestlikli sisteme dikdörtgen vurut uygulanması durumunda dinamik yük çarpanı



$$x(0) = 0$$
$$\dot{x}(0) = 0$$

1. hal: $t \le t_d$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n}\int_0^t F_0 \sin\omega_n(t-\tau)\,d\tau \quad , \qquad t \le t_d$$

$$= \frac{F_0}{m\omega_n}\left(-\frac{1}{\omega_n}\right)\left[\cos\omega_n(t-\tau)\right]\Big|_{\tau=0}^{t}$$

$$x(t)=\left(\frac{-F_0}{m\omega_n}\right)\left[1-\cos\omega_n t\right]$$

$$R_1(t)=1-\cos\omega_n t\,,\quad 0\le t\le t_d$$

$$R_1(t)=1-\cos 2\pi\left(\frac{t}{T_n}\right)$$

$$(R_1)_{\max}=R_1\left(\frac{T_n}{2}\right)=2$$

2. hal: $t>t_d$

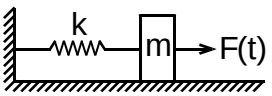
Bu durumda sistem, $R_1(t_d)$ ve $\dot{R}_1(t)$ başlangıç koşulları altında serbest titreşim yapar:

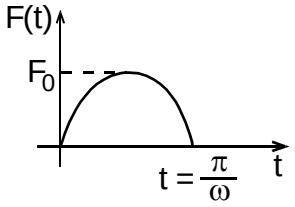
$$x=x_0\cos\omega_n t+\frac{\upsilon_0}{\omega_n}\sin\omega_n t\;\Rightarrow\;R_2(t)=R_1(t_d)\cos\omega_n(t-t_d)+\frac{\dot{R}_1(t_d)}{\omega_n}\sin\omega_n(t-t_d)$$

$$(R_2)_{\max}=\left\{\left[R_1(t_d)\right]^2+\left[\frac{\dot{R}_1(t_d)}{\omega_n}\right]^2\right\}^{1/2}$$

$$=2\sin\left(\frac{\pi\,.\,t_d}{T_n}\right)$$

Örnek:





$$F(t)=\begin{cases}F_0\sin\omega t, 0<t<\dfrac{\pi}{\omega}\\ 0\,,\ t<0\ \ ve\ \ t>\dfrac{\pi}{\omega}\end{cases}$$

Verilen vurut etkisinde deplasman tepkisi

$$x(t)=\frac{F_0}{m\omega_n}\int_0^t\sin\omega t\,.\sin\omega_n(t-\tau)\,d\tau$$

$$=\frac{F_0}{k\left[1-(\omega/\omega_n)^2\right]}\left(\sin\omega t-\frac{\omega}{\omega_n}\sin\omega_n t\right),\quad 0<t<\omega/\pi$$

x_{max} hesabı:

$$\frac{dx}{dt}=0\rightarrow \left.\begin{matrix} t_m^{'} \\ t_m^{''} \end{matrix}\right\}=\frac{2n\pi}{\omega_n\pm\omega},\quad n=1,n,...$$

$$x\left(t_m^{'}\right)=\frac{F_0}{k\left(1-\omega/\omega_n\right)}\sin\frac{2n\omega/\omega_n}{1+\omega/\omega_n}$$

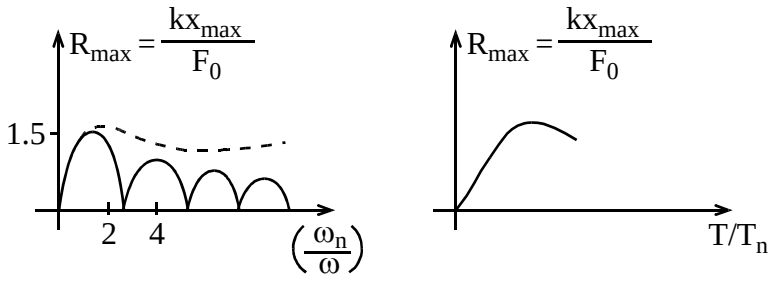
$$x\left(t_m^{''}\right)=\frac{F_0}{k\left(1+\omega/\omega_n\right)}\sin\frac{2n\omega/\omega_n}{1-\omega/\omega_n}$$

$$\frac{2n\omega}{\omega_n+\omega}<\frac{\pi}{\omega}\Rightarrow x_{\max}=\frac{F_0\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)}{k\left[\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)-1\right]}\sin\frac{2n\pi}{1+\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)},\quad n<\frac{1}{2}\left(1+\frac{\omega_n}{\omega}\right)$$

- **Eğer** $t>\frac{\pi}{\omega}$ **ise:**

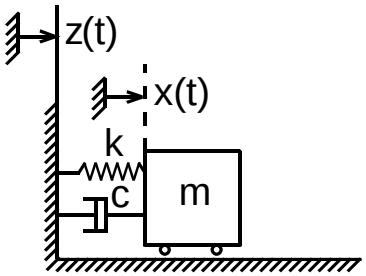
$$x(t)=\frac{F_0}{m\omega_n}\int_0^T\sin\omega t\ \sin\omega_n(t-\tau)\,d\tau$$

$$=\frac{F_0\ \omega_n/\omega}{k\left[1-\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)^2\right]}\ \cos\frac{\pi}{2}\frac{\omega_n}{\omega}$$



Vurutun harmonik fonksiyon olmaması durumunda ω_n/ω oranı anlamlı olmaz. Çünkü vurutun ω dairesel frekansı yoktur. Bu durumda vurut süresi T olmak üzere; $R_{\max}=\frac{k\,.\,x_{\max}}{F_0}$ fonksiyonu T/T_n ya da $2T/T_n$ değişkenine bağlı olarak çizilir. Burada $T_n=2\pi/\omega_n$ dir.

3.3.5. Bağıl Hareket Eden Tek Serbestlikli Dinamik Bir Sistemin Dinamik Çarpanı

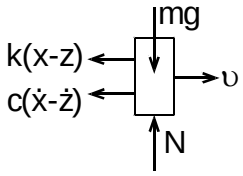


x(t) = Hareketli kütlenin salt (mutlak) yer değiştirmesi

z(t) = Kütlenin bağlandığı ortamın salt yer değiştirmesi

$\omega = x - z$ kütlenin bağıl yer değiştirmesi

Sistemin hareket denklemi:



$$\sum F_x = ma_x$$

$$-k\omega - c\dot{\omega} = m\ddot{\omega}$$

$$m\ddot{\omega} + c\dot{\omega} + k\omega = 0$$

$$\ddot{\omega} = \ddot{x} + \ddot{z}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{z}$$

$$R(t) = \frac{\omega(t)}{m\ddot{z}_{max}/k}$$

$$= \frac{-\omega_n^2\,\omega(t)}{\ddot{z}_{max}}$$

$$\omega_{max} = \left(\frac{1}{\omega_n^2}\right) R_{max}\,\ddot{z}_{max}$$

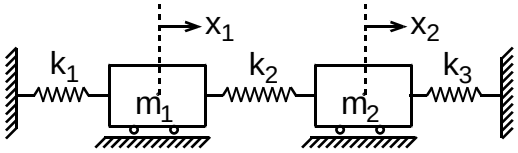
maximum bağıl deplasmandır.

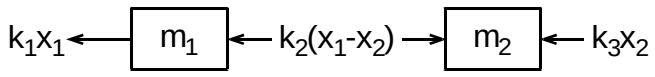
$\ddot{z} = \ddot{z}_{max}\ f_a(t)$ olsun

$\omega(0) = 0$, $\dot{\omega}(0) = 0$ başlangıç koşullarını seçelim.

$$R(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_d}\int_0^t f_a(t)\,e^{-\xi\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau$$

3.3.6. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Titreşimi





$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1x_1 - k_2(x_1 - x_2)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = k_2(x_1 - x_2) - k_3x_2$$

Hareket denklemleri:

$$\left.\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 = 0\,, \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2+k_3)x_2 = 0\,, \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

Çözüm için $x_1 = A_1 e^{i\omega t}, x_2 = A_2\, e^{i\omega t}$ harmonik titreşim fonksiyonlarını deneyelim.

$m_1 = m,\ m_2 = 2m,\ k_1 = k_2 = k_3 = k$ seçerek işlemlerin iznelişini kolaylaştıralım:

$$\left(2k - \omega^2 m\right)A_1 - k\, A_2 = 0$$

$$-k\, A_1 + \left(2k - 2\omega^2 m\right)A_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} \left(2k-\omega^2 m\right) & (-k) \\ (-k) & \left(2k-2\omega^2 m\right) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = 0 \qquad (2)$$

$\omega^2 = \lambda$ olmak üzere karakteristik denklem:

$$\Delta(\lambda) = \lambda^2 - \left(3\frac{k}{m}\right)\lambda + \frac{3}{2}\left(\frac{k}{m}\right)^2 = 0$$

$$\therefore \quad \lambda_1 = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\frac{k}{m} = 0.634\,\frac{k}{m}$$

$$\lambda_2 = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\frac{k}{m} = 2.366\,\frac{k}{m}$$

Sistemin iki ayrı doğal frekansı vardır:

$$\omega_1 = \sqrt{\lambda_1} = \sqrt{0.634\,\frac{k}{m}}\ ,$$

$$\omega_2 = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{2.366\,\frac{k}{m}} \qquad (3)$$

(3) ile (2) ye gidilirse A_1 / A_2 genlik oranlarını veren iki ayrı bağıntı bulunur:

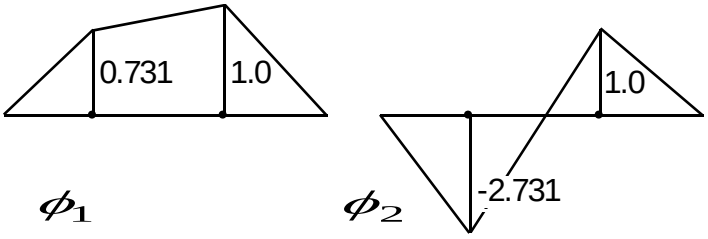
$$\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{(1)} = \frac{k}{2k - \omega_1^2 m} = 0.731$$

$$\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{(2)} = \frac{k}{2k - \omega_2^2 m} = -2.73$$

Genlik oranları, kip biçimleri olarak da yorumlanabilir.

Kip biçimleri normlanarak normlanmış kip biçimleri bulunur:

$$\phi_1(x) = \begin{Bmatrix} 0.731 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2(x) = \begin{Bmatrix} -2.73 \\ 1.00 \end{Bmatrix}$$



3.3.7. Eksen Takımı Eşleşmesi

n serbestlik dereceli bir sistemin n adet hareket denklemi vardır. Eksen takımı değişkenleri , genel olarak, her denklemde birlikte görüldüğü için, eşleşmiş diye nitelenirler.

Örneğin 2 serbestlik dereceli, sönümsüz bir sistem şu biçimde olur:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (3.3.15)$$

Eşleşmiş sistemler, kendi içinde sınıflanırlar:

- Dinamik eşleşme (kütle eşleşmesi): Kütle matrisi diyagonal değildir.

- Statik eşleşme (rijidlik eşleşmesi): Rijidlik matrisi diyagonal değildir.

Asal eksen takımı

(Normal eksen takımı)

Eşleşme olmayan eksen takımıdır. Bu eksen takımında her eksen değişkeni, öteki eksen değişkenlerinden bağımsız olarak, ayrı bir denklemde gözükür.

Sönümsüz sistemlerde, eksen takımı dönüşümü ile, asal eksen takımına geçilebilir:

2 serbestlik dereceli sistem için, asal eksen takımında sönümsüz titreşim denklemleri takımı:

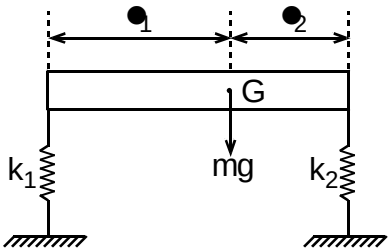
$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Dinamik ve statik eşleşmesi olmayan bir sistem, sönüm nedeniyle eşleşmiş olur:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

eğer sönüm matrisinde $c_{12} = c_{21} = 0$ ise sönüm, kütle matrisi ile ya da rijidlik matrisi ile orantılı olabilir. Bu durumda sistem eşleşmemiş olur.

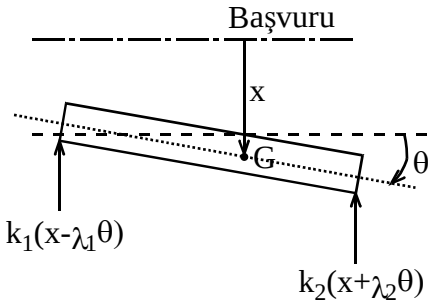
Örnek:



Kütle merkezi geometrik merkezi ile çakışmayan, yani $\lambda_1 \neq \lambda_2$ olan, rijit bir çubuk, uçları k_1 ve k_2 yay sabitli dayanaklara oturmaktadır. Çubuğun serbest titreşimini incelemek istiyoruz.

Seçilen eksen takımına göre dinamik eşleşme (kütle eşleşmesi), statik eşleşme (rijidlik eşleşmesi) ya da hem dinamik hem statik eşleşme olur.

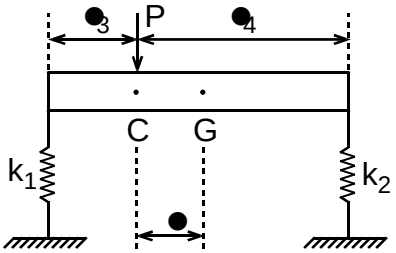
- Statik Eşleşme



$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & (k_2\lambda_2 - k_1\lambda_1) \\ (k_2\lambda_2 - k_1\lambda_1) & (k_1\lambda_1^2 + k_2\lambda_2^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

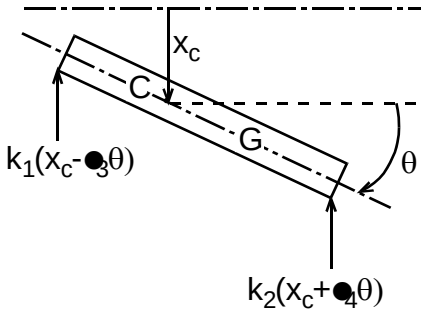
Eğer $k_2\lambda_2 = k_1\lambda_1$ ise eşleşme yok olur.

- Dinamik eşleşme:



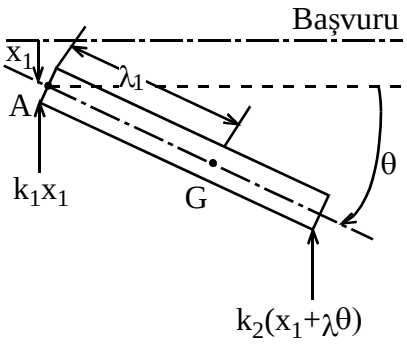
Bir P dış kuvveti uygulandığında çubuğun dönmeksizin öteleme yapacağı C noktası belirlensin. Bu durumda $k_1\lambda_3 = k_2\lambda_4$ olur.

Hareket denklemi x_C ve θ için yazılırsa dinamik eşleşme olur.



$$\begin{bmatrix} m & m_\lambda \\ m_\lambda & I_c \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1+k_2) & 0 \\ 0 & (k_1\lambda_3^2 + k_2\lambda_4^2) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_c \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

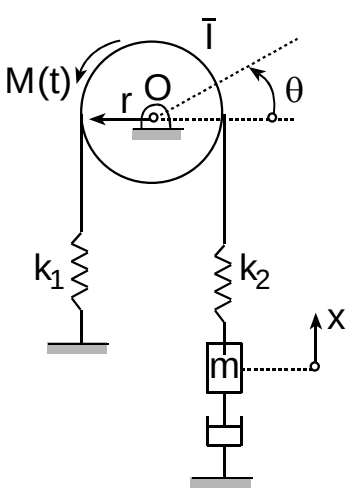
- Statik ve Dinamik Eşleşme

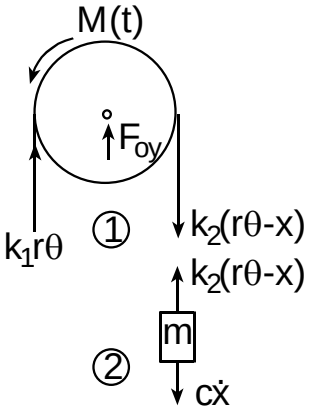


Öteleme serbestliği için çubuğun ucunun ötelemesi seçilirse statik ve dinamik eşleşme olur.

$$\begin{bmatrix} m & m\lambda_1 \\ m\lambda_1 & I_A \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1+k_2) & k_2\lambda \\ k_2\lambda & k_2\lambda^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Örnek. Tamburlu blok titreşimi





Serbest cisim diyagramı

Titreşim yapan sistem

$$\Rightarrow \sum M_o = \bar{I}\,\ddot{\theta}$$

$$-k_1 r^2\theta - k_2(r\theta - x)r + M(t) = \bar{I}\,\ddot{\theta} \qquad ①$$

$$\uparrow \quad Fy = m\ddot{x}$$

$$-c\dot{x} + k_2(r\theta - x) = m\ddot{x} \qquad ②$$

$$① \rightarrow \quad \bar{I}\,\ddot{\theta} + \left[(k_1 + k_2)r^2\right]\theta - \left[k_2 r\right]x = M(t)$$

$$② \rightarrow \quad m\ddot{x} + c\dot{x} + k_2 x - k_2 r\,\theta = 0$$

Matris formunda:

$$\begin{bmatrix} \bar{I} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2)r^2 & -k_2 r \\ -k_2 r & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \theta \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$M = \begin{bmatrix} \bar{I} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$ kütle matrisi

$K = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2)r^2 & -k_2 r \\ -k_2 r & k_2 \end{bmatrix}$ Rijidlik matrisi

$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$ Sönüm matrisi

$X = \begin{Bmatrix} \theta \\ x \end{Bmatrix}$ Yer değiştirme vektörü

$F = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}$ zorlama kuvvet ve momentleri

Genel formül:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F$$

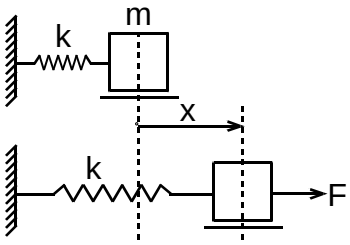
Küçük yer değiştirmeler durumunda M, C ve K matrisleri simetriktir. Dinamik eşleşme olan özel sistemler hariç M matrisi diyagonaldir.

3.4 Mekanik Titreşimlerin Matris Biçimleri

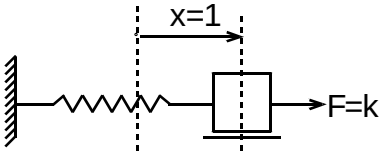
Ayrık kütlelerden oluşan sistemlerin doğrusal titreşimlerini matrisler ile anlatmak önemli sunuş kolaylıkları sağlar.

3.4.1. Rijidlik (kaskatılık) Katsayısı ve Rijidlik Matrisi

- **Uzama yayı örneği**

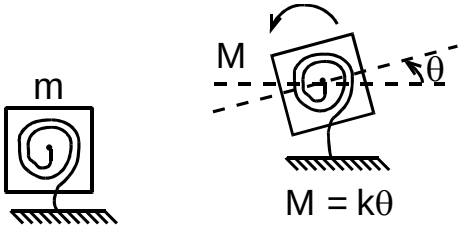


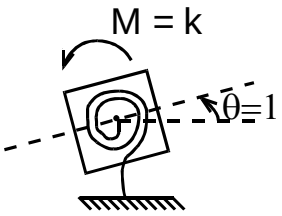
$$F = kx$$



Birim yer değiştirme (deplasman) oluşturan kuvvete "rijitlik katsayısı" denir.

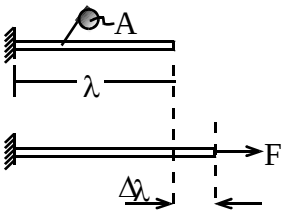
- **Dönme yayı örneği**





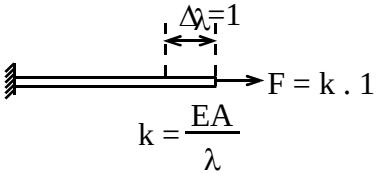
Birim dönme açısına karşı gelen momente rijidlik katsayısı denir.

- **Normal kuvvet etkisinde esnek çubuk örneği**



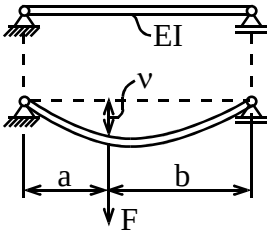
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{F}{EA}$$

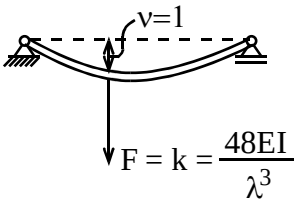
$$F = \left(\frac{EA}{\lambda}\right)\Delta\lambda$$



Birim boy uzamasına karşı gelen kuvvet rijitlik katsayısıdır.

- **Eğilme çubuğu örneği**





$$v\,(\text{x=a}) = \frac{F}{EI}\,\frac{a^2 b^2}{3l}$$

F=1 için;

$$v\,(\text{x=a}) = \frac{1}{EI}\,\frac{a^2 b^2}{3l}$$

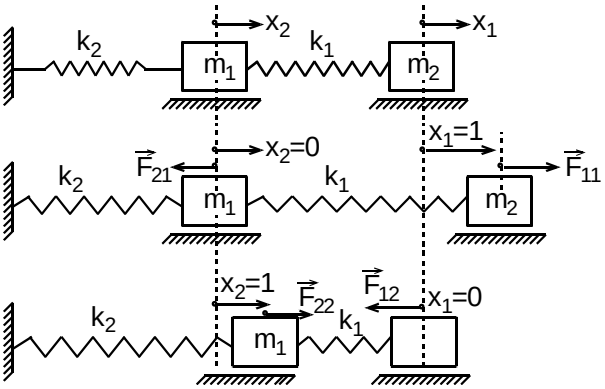
$$v\,(\text{x=l/2}) = \frac{l^3}{48EI}$$

Birim çökmeye karşı gelen kuvvet rijidlik katsayısıdır.

3.4.2. Çok Serbestlikli Sistemlerin Rijidlik Sabitleri

Sistemin serbestliklerinden her defasında birine birim yer değiştirme yaptırıp öteki serbestliklerin yer değiştirmeleri engellenerek, sistemin rijitlikleri bulunur.

- İki serbestlikli yaylı kütle sistemi örneği



$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix}$$

$F_{11} = k_1 x_1 \rightarrow k_{11} = k_1$

$F_{21} = k_1 x_1 \rightarrow k_{21} = -k_1$

Burada (-) işareti kuvvetin yönünden dolayı konulmuştur.

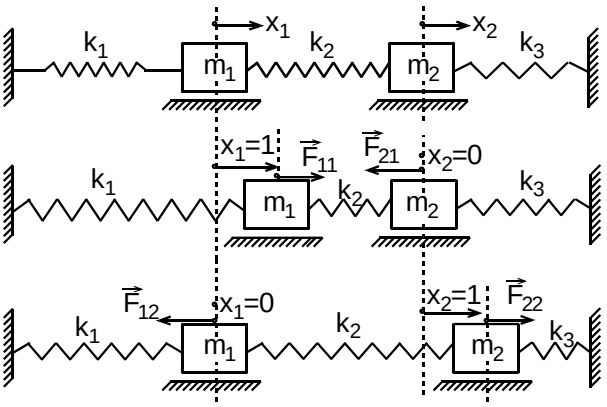
$F_{22} = k_1 x_2 + k_2 x_2$

$= (k_1 + k_2)\, x_2$

$\rightarrow K_{22} = k_1 + k_2$

$F_{12} = k_1 x_2 \rightarrow K_{12} = -k_1$

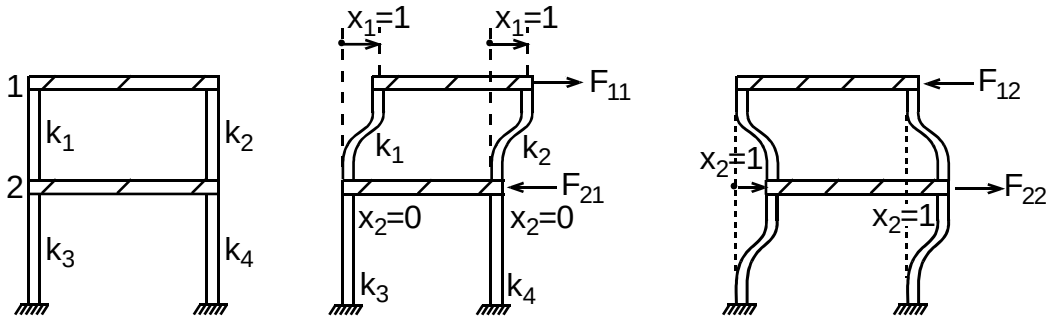
- İki serbestlik dereceli yaylı kütle sistemi örneği



$$F_{11} = k_1x_1 + k_2x_1$$
$$= (k_1 + k_2)x_1$$
$$\rightarrow K_{11} = k_1 + k_2$$
$$F_{21} = k_2x_1 \rightarrow K_{22} = -k_2$$
$$F_{22} = k_2x_2 + k_3x_2$$
$$= (k_2 + k_3)x_2 \rightarrow K_{32} = k_2 + k_3$$
$$F_{12} = k_2x_2 \rightarrow K_{12} = -k_2$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_2 \\ k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}$$

- İki serbestlikli kayma çerçevesi örneği

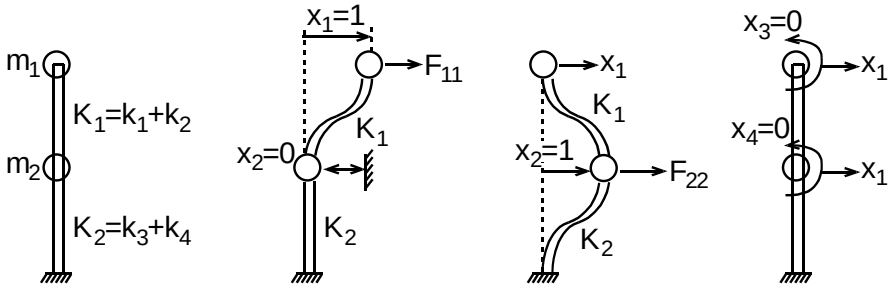


$$F_{11} = k_1x_1 + k_2x_1 \qquad F_{22} = (k_1x_2 + k_2x_2) + (k_3x_2 + k_4x_2)$$
$$\rightarrow K_{11} = k_1 + k_2 \qquad K_{22} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$
$$F_{21} = F_{12} \rightarrow K_{21} = -(k_1 + k_2) \qquad F_{12} = k_1x_2 + k_2x_2$$
$$K_{12} = -(k_1 + k_2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -(k_1 + k_2) \\ -(k_1 + k_2) & k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \end{bmatrix}$$

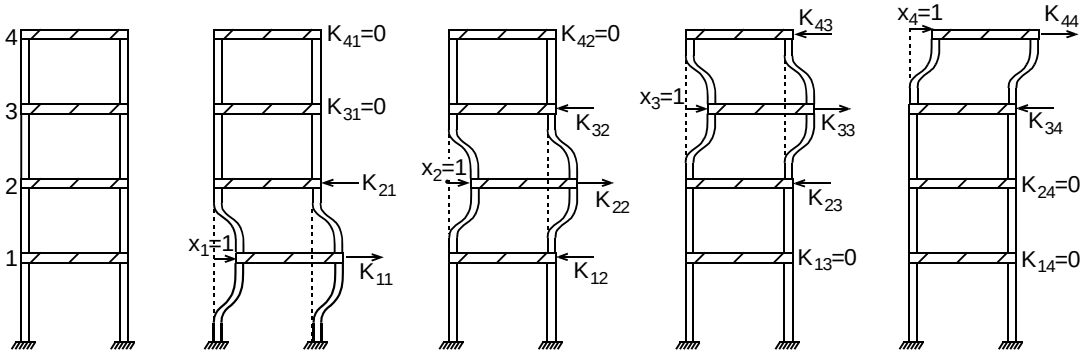
Buradaki (i = 1, 2, 3, 4) ler eğilme rijidlikleridir.

Problemin yalın modeli

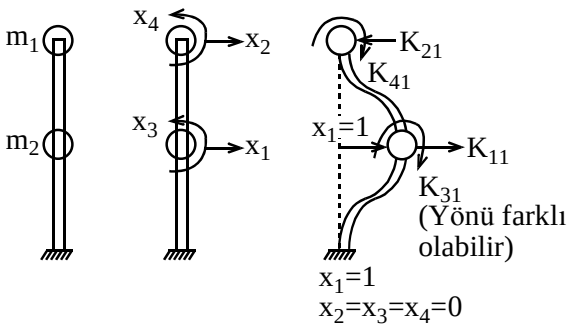


m_1 ve m_2 kütlelerin toplandığı değişim noktalarında çubukların dönme serbestlikleri yok sayılmıştır.

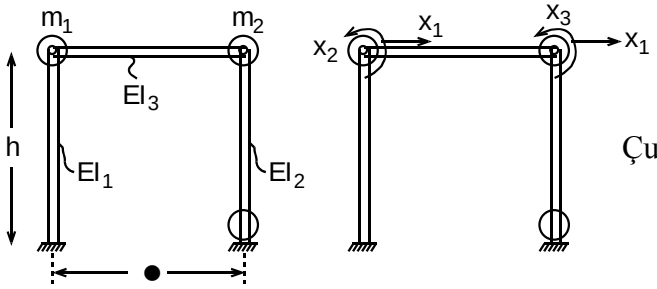
- Dört serbestlikli kayma çerçevesi örneği



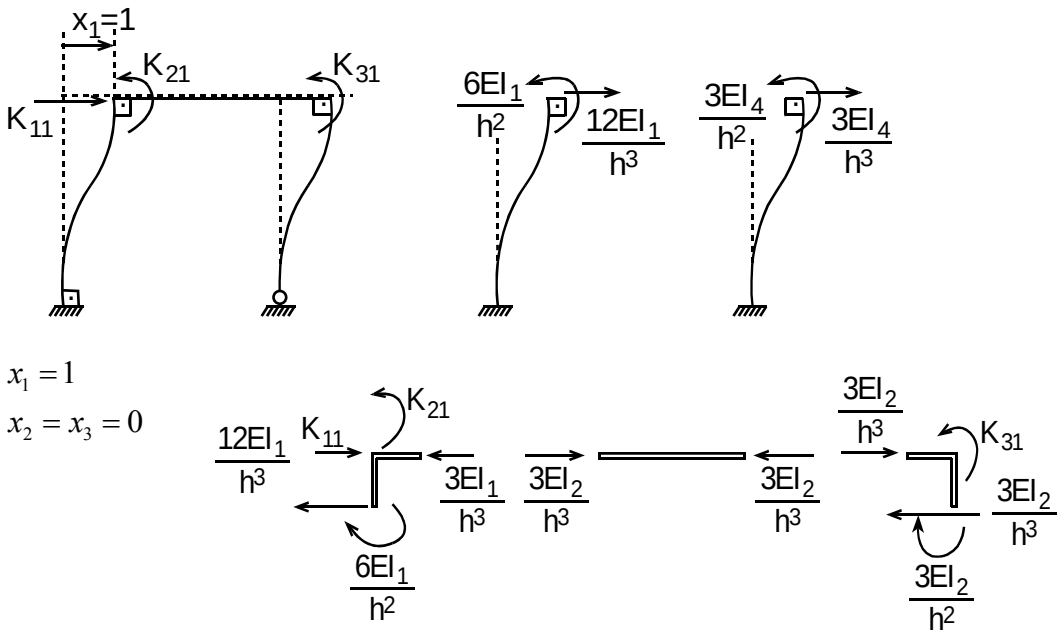
- Dönme ve öteleme yapan yığışık kütle kesnek çubuk örneği



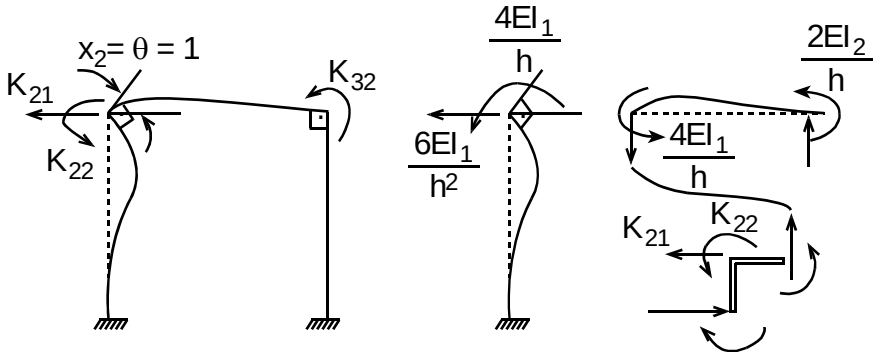
- Köşelerinde yığışık kütle bulunan çerçeve örneği



Çubukların boy uzaması yok sayılmıştır.



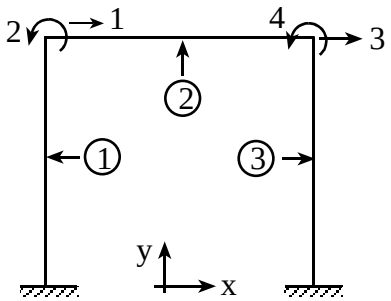
$$\begin{Bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \\ K_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15EI_1/h^3 \\ 6EI_1/h^2 \\ 3EI_2/h^2 \end{Bmatrix}$$



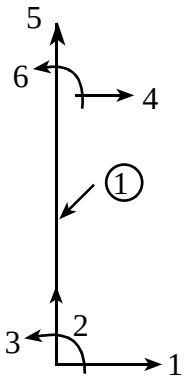
$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

Burada 4 adet seçilmiş serbestlik için sistemin rijitlik matrisi bulundu.

Şimdi aynı sistemin aynı serbestlik dereceleri için sistem rijidlik matrisinin, eleman rijitlik matrisleri yardımı ile oluşturulmasını görelim.

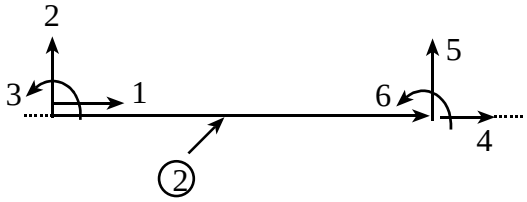


Bu yer değiştirme seçiminde ① ve ③ çubuklarının boy değişimlerinin etkileri yok sayıldı.



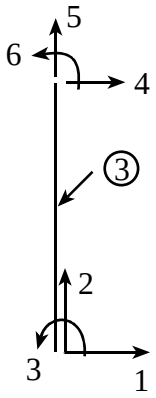
① çubuğunun XY ortak (global) takıma dönüştürülmüş rijidlik matrisi.

$$K^{①}=[k]^{①}=\begin{matrix}\\ \\ \\ \\ \\ \\ (1)\\ (2)\end{matrix}\begin{matrix}(1) & & & (2) & & \\ \end{matrix}\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$



② çubuğunun XY ortak takımına dönüştürülmüş rijidlik matrisi

$$K^{②}=[k]^{②}=\begin{matrix}\\ \\ \\ \\ \\ \\ (1)\\ (2)\\ (3)\\ (4)\end{matrix}\begin{matrix}(1) & & (2) & (3) & & (4) \\ \end{matrix}\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$



③ çubuğunun XY ortak takımına dönüştürül rijidlik matrisi:

$$K^{③}=[k]^{③}=\begin{matrix}\\ (3)\\ (4)\end{matrix}\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}\begin{matrix}\\ (3)\\ (4)\end{matrix}$$

Sistemin Rijidlik Matrisinin Oluşturulması

$K_{11} = k_{44}^{①②} + k_{11}^{①②}$ $\quad K_{21} = k_{46}^{①②} + k_{13}^{①②}$ $\quad K_{31} = k_{14}^{②}$

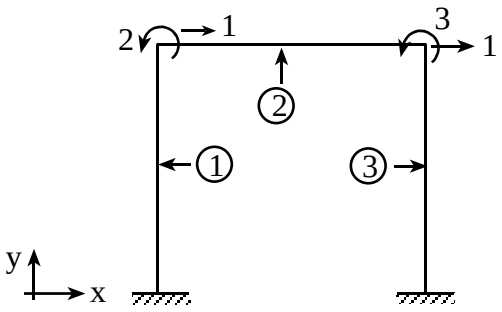
$K_{12} = k_{64}^{①②} + k_{31}^{①②}$ $\quad K_{22} = k_{66}^{①②} + k_{33}^{①②}$ $\quad K_{32} = k_{34}^{②③}$

$K_{13} = k_{41}^{②}$ $\quad K_{23} = k_{43}^{②}$ $\quad K_{33} = k_{44}^{②③} + k_{44}^{②③}$

$K_{14} = k_{61}^{②}$ $\quad K_{24} = k_{63}^{②}$ $\quad K_{34} = k_{64}^{②③} + k_{64}^{②③}$

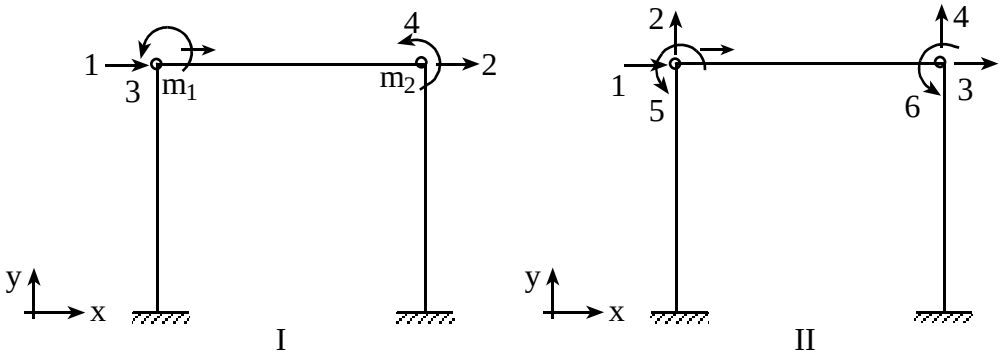
$K_{41} = k_{16}$, $\quad K_{42} = k_{36}$, $\quad K_{43} = k_{46} + k_{46}$

② çubuğunun boy uzaması yok sayılırsa $d_3 = d_1$ olacağından sistemin rijidlik matrisi bir mertebe daha indirgenir.



işlemler benzer yolla yapılır.

Bu son örnekte yer değiştirme serbestliği olan düğüm noktalarının öteleme ve dönme serbestlikleri gruplanacak biçimde numaralama yapılırsa, rijidlik matrisi ve yer değiştirme vektörü öteleme ve dönmelere göre gruplandırılabilir. Hareket serbestliği olan düğüm noktalarında yığışık kütleler modellemesi ile dinamik hesapta bu yol önemli kolaylık sağlar. Eğer yığılı düğüm noktası kütlelerinin dönme serbestliğinin yok sayılması önemsiz ise "Yığışık rijidlik matrisi" oluşturularak işlem yapmak yeğlenir[*]:



$$\begin{bmatrix} M_{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{tt} & K_{t\theta} \\ K_{\theta t} & K_{\vartheta\theta} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_t \\ u_\theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} P_t \\ \theta \end{bmatrix} \qquad \text{(a)}$$

$$\therefore \quad M_{tt}\,\ddot{u}_{tt}+K_{tt}u_{tt}+K_{t\theta}u_\theta=P_t \qquad \text{(b)}$$

$$K_{\theta t}\,\mu_t+K_{\theta\theta}\,\mu_\theta=0 \qquad \text{(c)}$$

(c) den:

$$\mu_\theta=-K_{\theta\theta}^{-1}K_{\theta t}\mu_t \qquad \text{(d)}$$

[*] J.L. Humar; Dynamics of Structuras, pp.111.

(d) ile (b) den:

$$M_{tt}\,\ddot{u}_t + K^{*}v_t = P_t \quad , \qquad \text{(e)}$$

burada

$$K^{*} = K_{tt} - K_{t\theta}K_{\theta\theta}^{-1}K_{\theta t} \qquad (3.4.1)$$

olup K* matrisine "yığışık rijidlik matrisi" denir.

(e) denklem takımının boyutu, (a) dan önemli ölçüde küçüktür.

Sistemin kütlelerine uygulanan esneklik kuvvetlerinin hesabı

$$F_1 = K_{11}x_1 + K_{12}x_2 + \ldots + K_{1n}x_n$$

M

$$F_n = K_{n1}x_1 + K_{n2}x_2 + \ldots + K_{nn}x_n$$

$$\therefore \quad \{F\} = [K]\{x\}$$

F_i (i= 1, 2, …, n) lerin bir bütünü ya da bütünün moment olabilir momentlere karşı gelen x_i ler dönme serbestlikleridir. Kuvvetlere karşı gelen serbestlikler ise öteleme serbestlikleridir.

$\{F\}$ = Esneklik kuvvetleri vektörü

$\{x\}$= Yer değiştirme serbestlikleri vektörü

$[K]$ = Rijidlik matrisi

Matris hesabından yararlanılarak

$$\{x\} = [K]^{-1}\{F\}$$

bulunur.

$[\delta] = [K]^{-1}$ Uysallık matrisi

$$x_1 = \delta_{11}F_1 + \delta_{12}F_2 + \ldots + \delta_{1n}F_n$$

M

$$x_n = \delta_{n1}F_1 + \delta_{n2}F_2 + \ldots + \delta_{nn}F_n$$

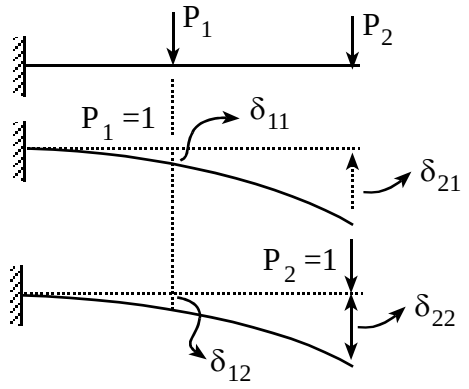
3.4.3.Çok Serbestlikli Sistemlerin Uysallık Sabitleri

Serbestliklerden birisi yer ve yönünde birim kuvvet (açı için birim moment) uygulanır. Bütün serbestliklere karşı gelen δ deplasmanları hesaplanır.

3.4.4.Rijidlik Katsayılarının Hesabı ile Uysallık Katsayılarının Hesabı Üzerine Bir Açıklama

- Uysallık katsayıları ile hesap:

1 ve 2 'deki çökmeler yer değiştirme serbestlikleri seçilmiştir.



Betti karşıgelim teoreminden

$$\delta_{12} = \delta_{21}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

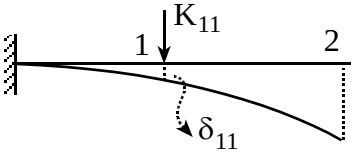
$$\therefore \quad \overset{\cup}{d} = D \overset{\cup}{P}$$

$$\rightarrow \overset{\cup}{P} = D^{-1} \overset{\cup}{d}$$

$K = D^{-1}$ rijitlik matrisidir. $\overset{\cup}{P} = K \overset{\cup}{d}$

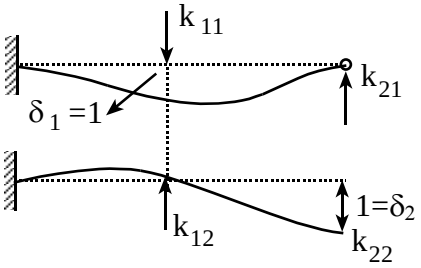
- Rijidlik katsayıları ile hesap.

Uysallık katsayılarının bulunuşunda birim kuvvetleri uygulayarak karşı gelen yer değiştirmeleri "uysallık katsayıları" olarak bulduğumuza göre, aynı sisteme birim yer değiştirme oluşturacak kuvvetleri uygulayarak "rijidlik katsayılarını" bulacağımız öngörülebilir. Fakat yapılan hesap ile k_{21} bulunamaz.



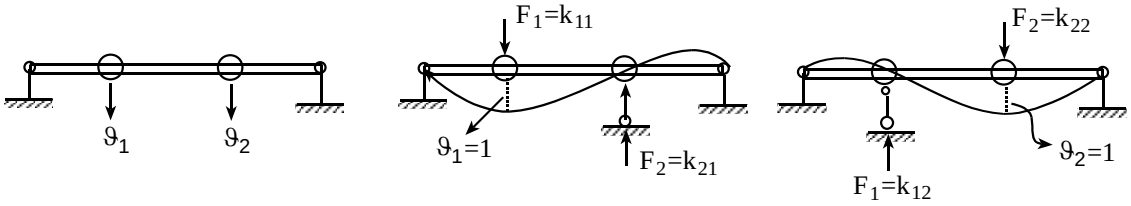
.

Doğru işlem yolu şöyledir: Nasıl bir P_i kuvvetini uyguladığımızda öteki P_j leri sıfır alıp δ_{ij} leri hesaplıyorsak, δ_i yer değiştirmesini uyguladığımızda öteki δ_j leri sıfır alıp k_{ij} leri hesaplamamız gerekmektedir.



$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \rightarrow \rho = k\rho d$$

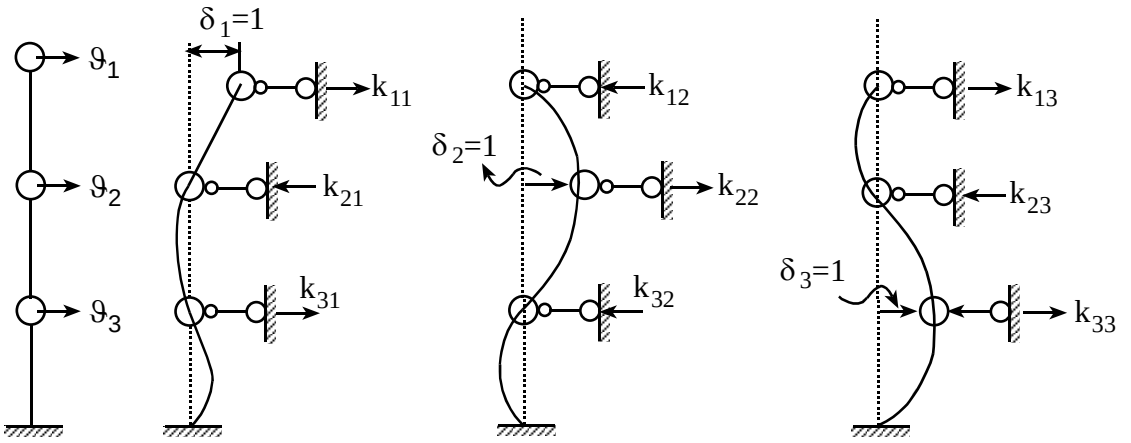
- Yığışık kütleli kirişin (Askıda üç kirişten oluşan sistem) rijidlik katsayıları



Kuvvetlerin pozitif yönleri göz önünde tutulursa k_{11} ve k_{22} nin (+), $k_{12} = k_{21}$ in ise(-) olduğu görülür.

Burada bulunan rijidlikler, 3 kirişten oluşan sistemin rijidlikleridir.

- Yığışık kütlelerin yatay titreşimi gözönüne alınan konsol çubuğun rijidlik katsayıları

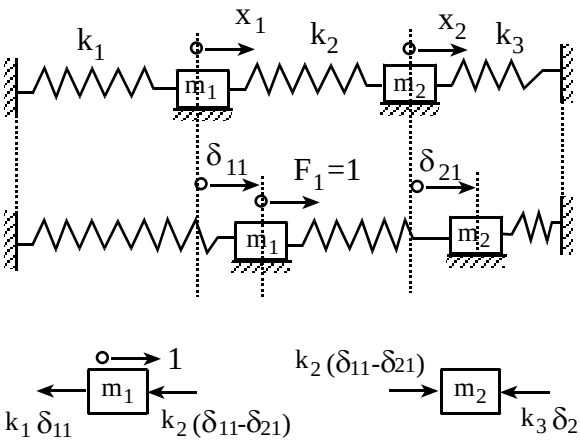


Yukarıdaki sistemlerin birincisi 1. mertebeden , ikincisi ise 2. mertebeden hiperstatiktir. Kij rijidlik değişmezlerinin hesabi için hiperstatik sistem çözümü

gerekmektedir. Hiperstatik sistem çözümünde kuvvet yöntemi kullanılırsa elde edilecek denklem takımı hiperstatiklik derecesine eşit olur. Ancak kuvvet yöntemi bilgisayar programlarına pek elverişli değildir. Çözümde yığışık kütlelerin arasındaki çubukları ayrı elemanlar olarak alınan rijidlik matrisleri yöntemine başvurulursa elde edilen denklem takımının bilinmeyen sayısı fazla artar; ancak bu yol bilgisayar programlamasına çok daha uygundur.

Uysallık katsayılarının hesabına örnekler.

- Yaylarla bağlı yığışık kütleler örneği :



$F_1 = 1$

$F_2 = 0$

Denge denklemlerinden:

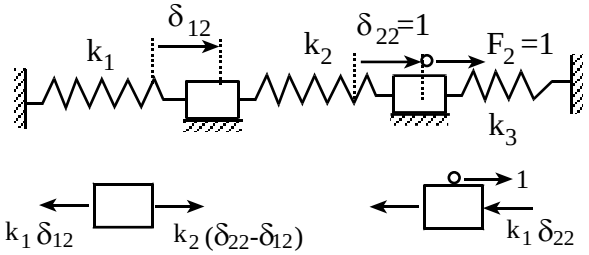
$$k_1\delta_{11} + k_2(\delta_{11} - \delta_{21}) = 1 \qquad k_2(\delta_{11} - \delta_{21}) = k_3\,\delta_{21}$$

Düzenleme yapılırsa:

$$\begin{cases} (k_1 + k_2)\delta_{11} - k_2\delta_{21} = 1 \\ k_2\delta_{11} - (k_2 + k_3)\delta_{21} = 0 \end{cases}$$

Denklem takımı çözülürse

$$\delta_{11} = \frac{k_2 + k_3}{k_1(k_2 + k_3) + k_2 k_3} \qquad \delta_{12} = \frac{k_2}{k_1(k_2 + k_3) + k_2\,k_3}$$



$$k_1\delta_{12} = k_2\left(\delta_{22} - \delta_{12}\right) \qquad k_3\delta_{22} - k_2\left(\delta_{22} - \delta_{12}\right) = 1$$

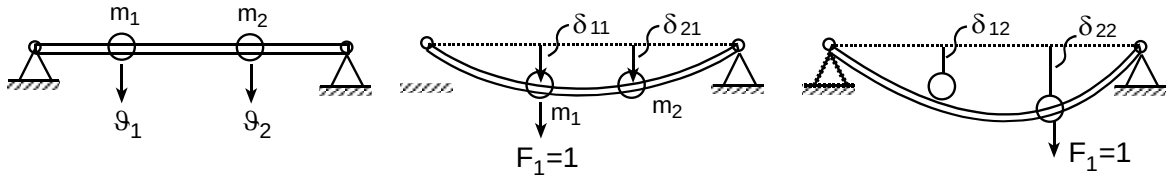
$$\begin{cases} k_2\delta_{22} - \left(k_1 + k_2\right)\delta_{12} = 0 \\ \left(k_2 + k_3\right)\delta_{22} - k_2\delta_{12} = 1 \end{cases}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} \qquad \delta_{22} = \frac{k_1 + k_2}{k_1\left(k_2 + k_3\right) + k_2\, k_3}$$

$$\left[\delta\right] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix}, \quad \delta_{21} = \delta_{12}$$

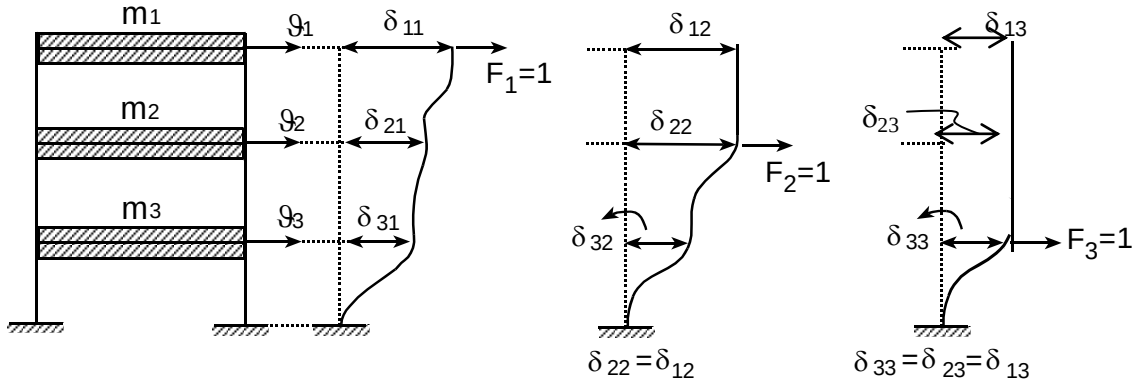
$$\left[\delta\right]^{-1} = \left[k\right]$$

- Yığışık kütleli kirişin uysallık katsayıları

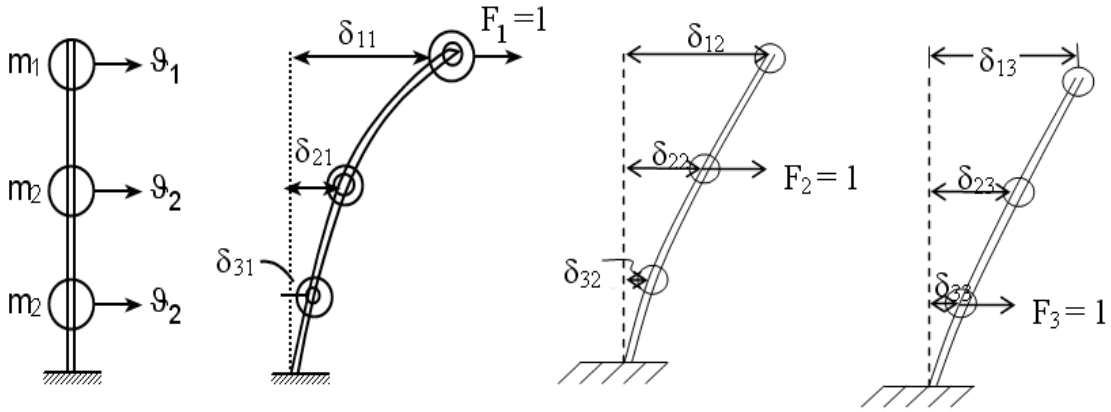


$$\delta_{21} = \delta_{12}$$

- Kayma çerçevesinin uysallık katsayıları

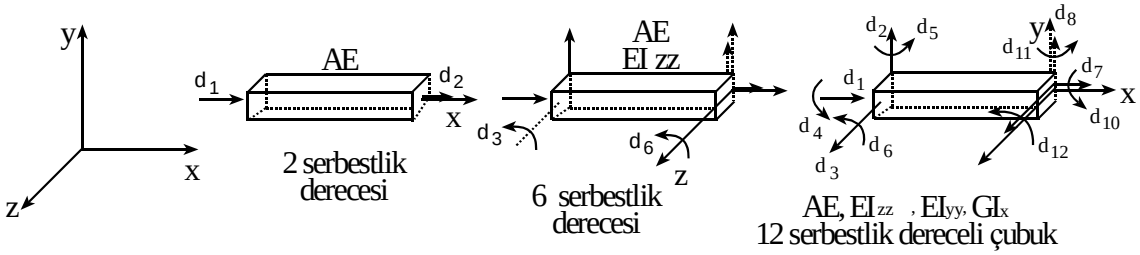


- Yığışık kütlelerinin yatay titreşimi göz önüne alınan konsol çubuğun uysallık katsayıları



3.4.5. Çubuk Elemanların Rijidlik Katsayıları

Çubuğun uçlarının her yer değiştirme (öteleme ve dönme) bir rijidlik katsayısı karşı gelir. Çubuğun uçlarının yaptığı yer değiştirme sayısına uygun olarak, çubuk uçları için yer değiştirme serbestliği tanımlanır.



Çubuk rijidlikleri:

AE = Çubuğun x ekseni boyunca uzama rijidliği

EI_{zz} = Çubuğun z ekseni çevresinde eğilme rijidliği

EI_{yy} = Çubuğun y ekseni çevresinde eğilme rijidliği

GI_x = Çubuğun x ekseni çevresinde burulma rijidliği

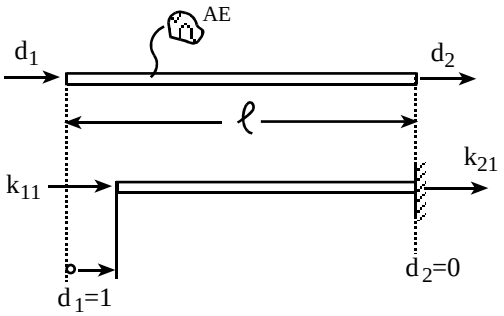
Çubuk uçlarının birin ötelemeleri için karşı gelen kuvvetlere ve birim dönmeleri için karşı gelen momentlere, çubuk uç rijidlikleri yada kısaca çubuk rijidlikleri denir.

Çubuk rijidlikleri k ile gösterilir.

k_{ij} = çubuğun tanımlanmış bütün serbestliklerinden yalnızca j indisli olanı birim yer değiştirme yapmış ve ayrıca sıfır olacak biçimde tutulmuş iken, i indisli olan yer değiştirme serbestliği doğrultusundaki kuvvet k_{ij} tanımında, j indisi d_j = 1 birim yer

değiştirmesinin oluşturulduğu doğrultuyu, i indisi ise $d_i = 0$ yer değiştirmesinin doğrultusunda oluşan yönlü (cebirsel) kuvveti gösterir.

- Yalnızca uzayıp kısalan, iki serbestlikli, çubuğun k_{ij} rijidlik katsayılar



$$\varepsilon = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad , \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad , \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

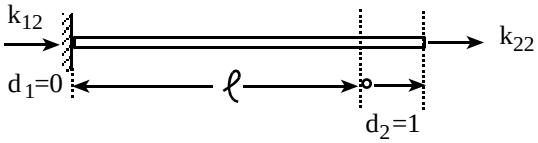
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{F}{EA} \rightarrow \boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda}{AE} F}$$

d = 1 F = k

$$\sum F_x = k_{11} + k_{21} = 0 \rightarrow k_{21} = -k_{11}$$

$$k = \left(\frac{AE}{\lambda} \right).1$$

$$k_{11} = \frac{AE}{\lambda} \rightarrow k_{21} = -\frac{AE}{\lambda}$$



$$\sum F_x = k_{22} + k_{12} = 0$$

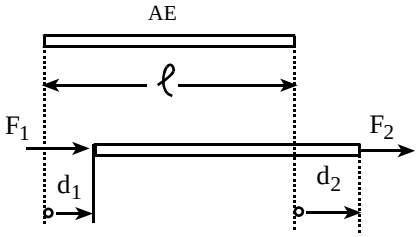
$$k_{12} = -k_{22}$$

$$k_{22} = \frac{AE}{\lambda} \rightarrow k_{12} = -\frac{AE}{\lambda}$$

İki serbestlikli çubuğun rijitlik matrisi:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$$

Uç kuvvetleri ile uç yer değiştirmeleri arasındaki bağıntılar:



$$F_1 = k_{11} d_1 + k_{12} d_2$$

$$F_2 = k_{21} d_1 + k_{22} d_2$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{AE}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

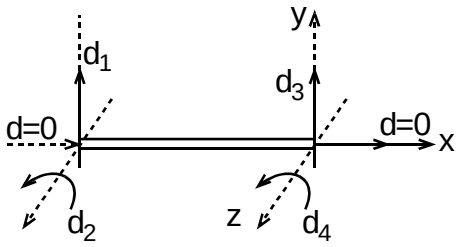
$$F_1 = \left(\frac{AE}{\lambda}\right)\underbrace{(d_1 - d_2)}$$

Bağıl boy değişimi

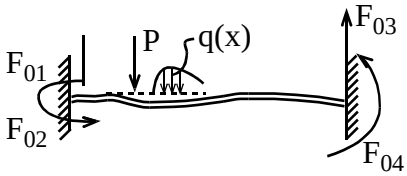
$$F_2 = \frac{AE}{\lambda}\underbrace{(d_2 - d_1)}$$

Bağıl boy değişimi

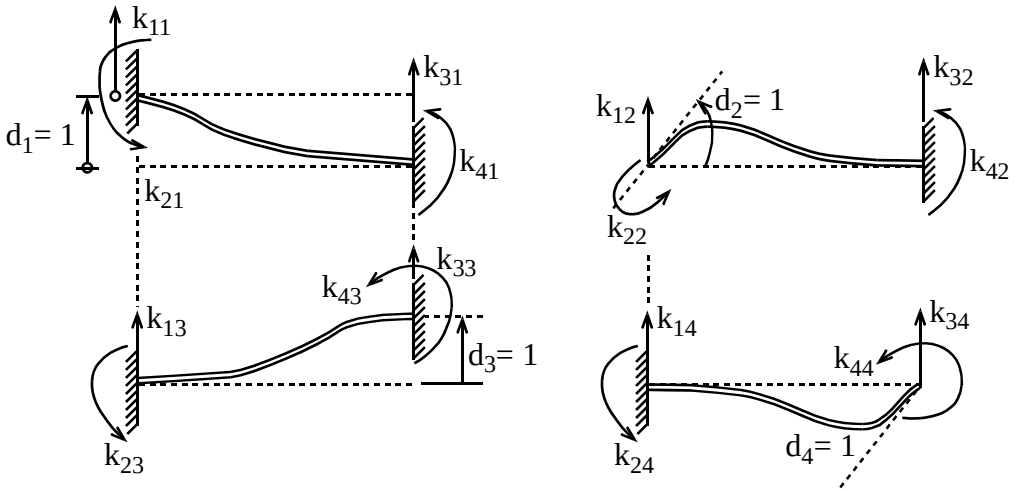
- Uzayıp kısalmadan yalnızca düzlem içinde eğilen 6 serbestlik dereceli çubuğun k_{ij} rijidlik katsayıları ve çubuk üzerine etkiyen yüklerin ankastrelik uç kuvvetleri (dayanak tepkileri)



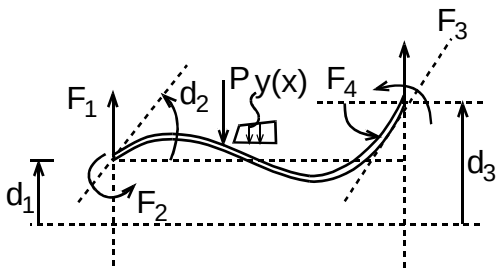
Çubuk xy düzleminde eğilmektedir.



Bütün di ler sıf ı r



Genel yükleme durumu:



Bütün d_i ler var olabilir

$$F_1 = k_{11}d_1 + k_{12}d_2 + k_{13}d_3 + k_{14}d_4 + F_{01}$$

$$F_2 = k_{21}d_1 + k_{22}d_2 + k_{23}d_3 + k_{24}d_4 + F_{02}$$

$$F_3 = k_{31}d_1 + k_{32}d_2 + k_{33}d_3 + k_{34}d_4 + F_{03}$$

$$F_4 = k_{41}d_1 + k_{42}d_2 + k_{43}d_3 + k_{44}d_4 + F_{04}$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{01} \\ F_{02} \\ F_{03} \\ F_{04} \end{Bmatrix}$$

$$\vec{F} = K\,\vec{d} + \vec{F}_0$$

$\vec{F}_0$ = Düğüm noktalarına uygulanan ankastrelik kuvvetleri vektörü

$\vec{d}$ = Düğüm noktalarının yer değiştirmeleri vektörü

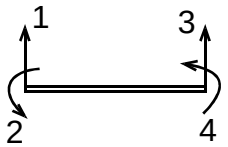
K = Çubuğun rijidlik matrisi

$\vec{F}$ = Düğüm noktalarına gelen bileşke kuvvetlerin vektörü

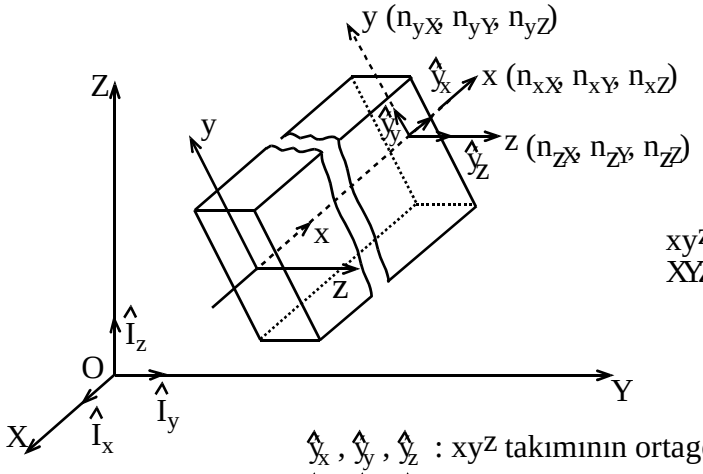
Yukarıda verilen, bütün d_j yer değiştirmelerine karşı gelen k_{ij} 'ler, Cisimlerin Dayanım kitaplarında anlatılmakta olan, hiperstatik çubukların uç kuvvetlerinin hesap yöntemlerinin uygun olan birisi ile hesaplanır.

Sabit eylemsizlik momenti ve türdeş bir düzlem çubuğun, düzlem eğilme momenti ve kesme kuvveti oluşturan 4 serbestlik dereceli rijidlik matrisi aşağıda verilmiştir:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{\lambda^3} & \frac{6EI}{\lambda^2} & \frac{-12EI}{\lambda^3} & \frac{6EI}{\lambda^2} \\ \frac{6EI}{\lambda^2} & \frac{4EI}{\lambda} & \frac{-6EI}{\lambda^2} & \frac{2EI}{\lambda} \\ \frac{-12EI}{\lambda^3} & \frac{-6EI}{\lambda^2} & \frac{12EI}{\lambda^3} & \frac{-6EI}{\lambda^2} \\ \frac{6EI}{\lambda^2} & \frac{2EI}{\lambda} & \frac{-6EI}{\lambda^2} & \frac{4EI}{\lambda} \end{bmatrix}$$



3.5.VEKTÖRLERİN EKSEN TAKIMI DÖNÜŞÜMLERİ

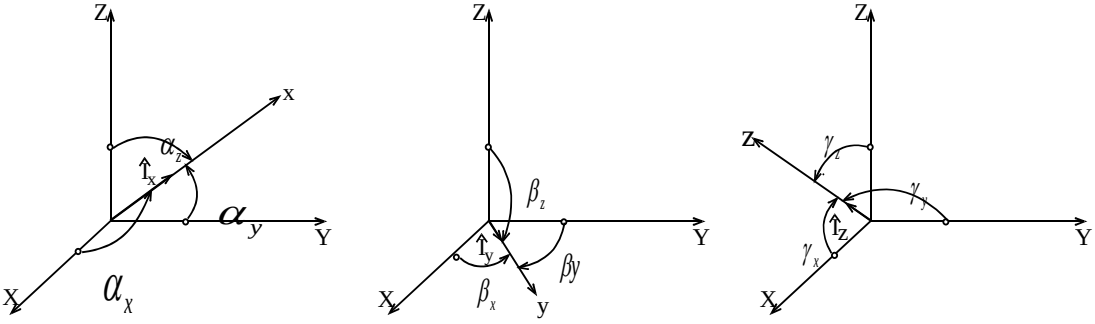


xyz : Çubuğun eksen takımı
XYZ : Bütün çubuklar için ortak eksen takımı

$\hat{y}_x$, $\hat{y}_y$, $\hat{y}_z$: xyz takımının ortagonal taban vektörleri

$\hat{I}_x$, $\hat{I}_y$, $\hat{I}_z$: XYZ takımının ortagonal taban vektörleri

xyz dik (ortagonal) takımında verilen bir vektörü, xyz dik ortak eksen takımında yazılabilmek için xyz takımının eksen doğrultularının xyz takımının eksen doğrultularına göre doğrultman kosinüslerini bulmak gerekir.



$$n_{xX} = \cos\alpha_X \qquad n_{yX} = \cos\beta_X \qquad n_{zX} = \cos\gamma_X$$
$$n_{xY} = \cos\alpha_Y \qquad n_{yY} = \cos\beta_Y \qquad n_{zY} = \cos\gamma_Y$$
$$n_{xZ} = \cos\alpha_Z \qquad n_{yZ} = \cos\beta_Z \qquad n_{zZ} = \cos\gamma_Z$$

$$\hat{i}_x = n_{xX}\hat{I}_X + n_{xY}\hat{I}_Y + n_{xZ}\hat{I}_Z,\ \hat{i}_y = n_{yX}\hat{I}_X + n_{yY}\hat{I}_Y + n_{yZ}\hat{I}_Z,\ \hat{i}_z = n_z x\hat{I}_X + n_{zY}\hat{I}_Y + n_{zZ}\hat{I}_Z$$

$$\begin{Bmatrix}\hat{i}_x\\ \hat{i}_y\\ \hat{i}_z\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{xX} & n_{xY} & n_{xZ}\\ n_{yX} & n_{yY} & n_{yZ}\\ n_{zX} & n_{zY} & n_{zZ}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{I}_X\\ \hat{I}_Y\\ \hat{I}_Z\end{Bmatrix} \Rightarrow \{\hat{i}\} = [n]\{\hat{I}\}$$

Burada [n] ile gösterilen matris, kartezyen eksen takımının ortonormal dönüşüm matrisidir: $[n]^T = [n]^{-1}$

yani dönüşüm matrisinin devriği (transpoze) tersine eşittir.

$$[n]^{-1} = [n]^T = \begin{bmatrix} n_{xX} & n_{yX} & n_{zX} \\ n_{xY} & n_{yY} & n_{zY} \\ n_{xZ} & n_{yZ} & n_{zZ} \end{bmatrix} \qquad (3.5.1)$$

Bu dönüşüm matrisi ile, vektörlerin kartezyen eksen takımı dönüşümleri yapılabilir.

$$\{p\}_{xyz} = [n]\{p\}_{XYZ}$$

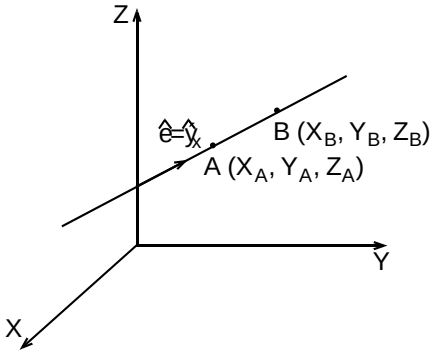
ve

$$\{p\}_{XYZ} = [n]^{-1}\{p\}_{xyz}$$

Burada $\{p\}_{xyz} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix}$ ve $\{p\}_{XYZ} = \begin{Bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{Bmatrix}$

üçer elemanlı kartezyen vektörlerdir.

Doğrultman kosinüslerinin koordinatları verilen iki nokta yardımı ile hesabı



$$n_{xX} = \frac{X_B - X_A}{|AB|} \quad ,$$

$$n_{xY} = \frac{Y_B - Y_A}{|AB|} \quad ,$$

$$n_{xZ} = \frac{Z_B - Z_A}{|AB|} \quad ,$$

$$|AB| = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$$

Öteki doğrulman kosinüsleri benzer yolla bulunur. Doğrultman kosinüslerinin öteki özellikleri:

$$\hat{i}_x . \hat{i}_y = n_{xX}\, n_{yX} + n_{xY} n_{yY} + n_{xZ} n_{yZ} = 0$$

$$\hat{i}_x . \hat{i}_z = n_{xX}\, n_{zX} + n_{xY} n_{zY} + n_{xZ} n_{zZ} = 0$$

$$\hat{i}_y . \hat{i}_z = n_{yX} n_{zX} + n_{yY} n_{zY} + n_{yZ} n_{zZ} = 0$$

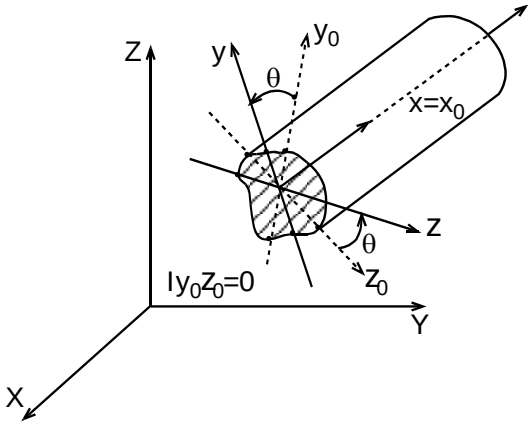
$$\hat{i}_x . \hat{i}_x = n_{xX}^2 + n_{xY}^2 + n_{xZ}^2 = 1$$

$$\hat{i}_y . \hat{i}_y = n_{yX}^2 + n_{yY}^2 + n_{yZ}^2 = 1$$

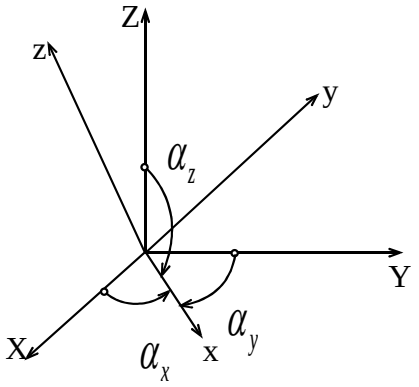
$$\hat{i}_z . \hat{i}_z = n_{z\,X}^2 + n_{zY}^2 + n_{zZ}^2 = 1$$

3.5.1. Asal Eksenlere Geçiş Dönüşümü

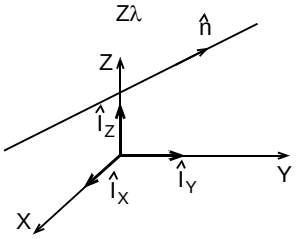
Eğer çubuk uçlarının rijidlik katsayılarının hesaplandığı yada verildiği eksen takımı, çarpım eylemsizlik momentlerini sıfır yapmayan takım ise yani asal takım değil ise, önce bir ana dönüşüm ile asal eksen takımına geçmek uygun olur.



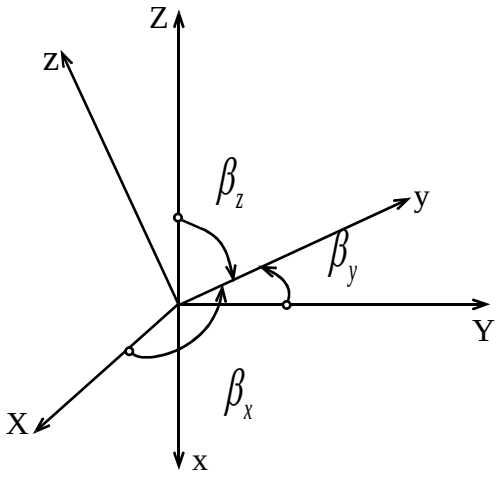
- x ekseninin x_0, y_0 ve z_0 la yaptığı açılar $\alpha_X = 0$, $\alpha_Y = \pi/2$, $\alpha_Z = \pi/2$
- y ekseninin x_0, y_0 ve z_0 la yaptığı açılar $\beta_X = \frac{\pi}{2}$, $\beta_Y = \theta$, $\beta_Z = \frac{\pi}{2} + \theta$
- z ekseninin x_0, y_0 ve z_0 la yaptığı açılar $\gamma_X = \pi/2$, $\gamma_Y = \pi/2 - \theta$, $\gamma_Z = \theta$



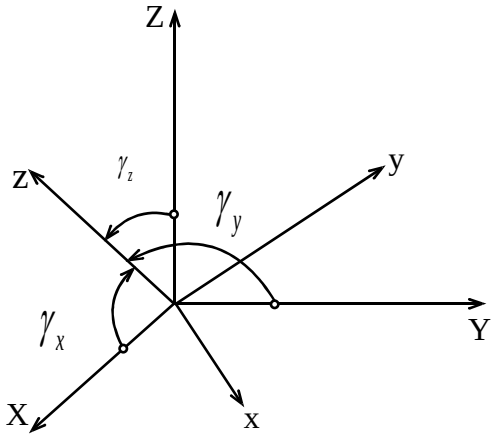
$$n_{xX} = \cos\alpha_X$$
$$n_{xY} = \cos\alpha_Y$$
$$n_{xZ} = \cos\alpha_Z$$
$$\hat{i}_x = n_{xX}\hat{I}_X + n_{xY}\hat{I}_Y + n_{xZ}\hat{I}_Z$$



α_z



$$n_{yX} = \cos\beta_X$$
$$n_{yY} = \cos\beta_Y$$
$$n_{yZ} = \cos\beta_Z$$
$$\hat{i}_y = n_{yX}\hat{I}_X + n_{yY}\hat{I}_Y + n_{yZ}\hat{I}_Z$$



$$n_{zX} = \cos\gamma_X$$
$$n_{zY} = \cos\gamma_Y$$
$$n_{zZ} = \cos\gamma_Z$$
$$\hat{i}_z = n_{zX}\hat{I}_X + n_{zY}\hat{I}_Y + n_{zZ}\hat{I}_Z$$

Genel olarak

$$n_{kJ} = \cos\alpha_J \quad \text{(k, j = 1, 2, 3)}$$

$$\hat{i}_k = \sum_J^3 n_{kJ}\,\hat{I}_J$$

ya da

$$\hat{i}_k = n_{kJ}\,I_J$$

$$tJ = T = \begin{bmatrix} n_{xX} & n_{xY} & n_{xZ} \\ n_{yX} & n_{yY} & n_{yZ} \\ n_{zX} & n_{zY} & n_{zZ} \end{bmatrix} \rightarrow \{\hat{i}\} = \{t\}\{\hat{I}\}$$

$$\begin{aligned} \overset{\cup}{P}_{xyz} &= T\,\overset{\cup}{P}_{XYZ} \\ \overset{\cup}{P}_{XYZ} &= T^{-1}\,\overset{\cup}{P}_{xyz} \end{aligned} \quad \Big| \quad T^{-1} = T^T$$

$$n_{xX} = \cos\alpha_X = \cos 0 = 1 \qquad n_{yX} = \cos\beta_X = \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

$$n_{xY} = \cos\alpha_Y = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \qquad n_{yY} = \cos\beta_Y = \cos\theta$$

$$n_{xZ} = \cos\alpha_Z = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \qquad n_{yZ} = \cos\beta_Z = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$$

$$n_{zX} = \cos\gamma_x = \cos\pi/2 = 1$$

$$n_{zY} = \cos(\pi/2 - \theta) = \sin\theta$$

$$n_{zZ} = \cos\theta$$

Asal eksenlere dönüşüm matrisi:

$$[n_0]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta\\ 1 & \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

xyz takımında verilen vektörün, $x_0y_0z_0$ asal takımına dönüşümü

$$\overset{\cup}{P}_{xyz}=[n_0]\overset{\cup}{P}_{x_0y_0z_0}$$

ya da

$$\overset{\cup}{P}_{x_0y_0z_0}=[n_0]^{-1}\overset{\cup}{P}_{xyz},$$

burada

$$[n_0]^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

Eğer $x_0y_0z_0$ asal takımından XYZ ortak eksen takımına geçiş için dönüşüm matrisi $[n_1]$ ise

$$\overset{\cup}{P}_{x_0y_0z_0}=[n_1]\overset{\cup}{P}_{XYZ}$$

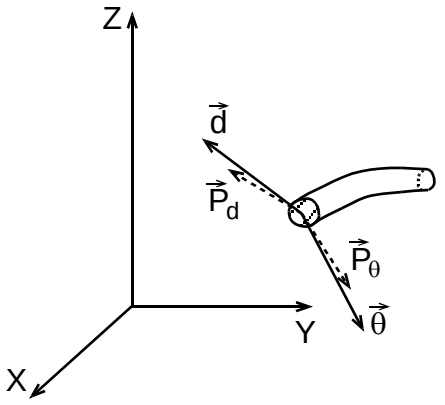
olur ve buradan:

$$\overset{\cup}{P}_{XYZ}=[n_1]^{-1}\overset{\cup}{P}_{x_0y_0z_0}=[n_1]^{-1}[n_0]^{-1}\overset{\cup}{P}_{xyz} \qquad (3.5.2)$$

bulunur.

3.5.2. Çubuk uç kuvvetlerinin gruplandırılmış dönüşümü

Bir uzay çubuğun bir ucunda $\vec{d}$ öteleme vektörüne karşı gelen $\vec{P}_d$ öteleme kuvveti ve $\vec{\theta}$ dönme vektörüne $\vec{P}_\theta$ kuvvet çifti (momenti) karşı gelir.



$\vec{P}_d = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}$, $\vec{P}_\theta = \begin{Bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}$ biçiminde bileşenler indislemesi yapılsın. Bir uçtaki kuvvet ve moment bileşenlerinin, uca göre seçilmiş xyz takımından, çubuk grubu için seçilmiş XYZ ortak takımına dönüştürülmesi şöyle yapılır:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}_{xyz} = [n] \begin{Bmatrix} P_2 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}_{XYZ} , \begin{Bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}_{xyz} = [n] \begin{Bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}_{XYZ}$$

Bu iki bağıntıyı topluca yazabiliriz:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} [n]_i & [0] \\ [0] & [n]_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}_{XYZ} \Rightarrow \begin{cases} \{P\}_{ix} = [n]_i \{P\}_{iX} \\ \{P\}_{jx} = [n]_j \{P\}_{jx} \end{cases}$$

(6 x 1) (6 x 6) (6 x 1)



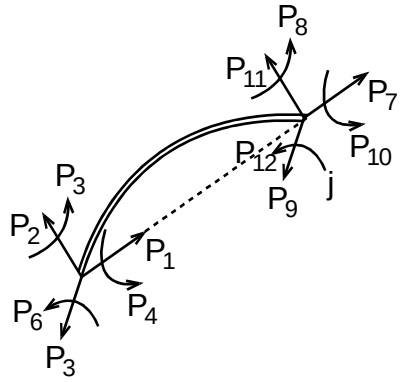
Burada çubuğun bir ucunun toplam 6 serbestlik derecesine karşı gelen 6 uç kuvveti bileşeninin dönüşüm bağıntısı verilmiştir. Uzay çubuğun iki ucunun toplam 12

serbestlik derecesi karşı gelen 12 uç kuvvetinin dönüşümünü veren matris bağıntısı şöyle yazılır.

12 uç kuvvetinin dönüşüm matrisi çubuğun iki ucu için bir arada;

$$T = [t] = \begin{bmatrix} [n]_i & . & . & . \\ . & [n]_i & . & . \\ . & . & [n]_j & . \\ . & . & . & [n]_j \end{bmatrix}$$

(12 x 12)



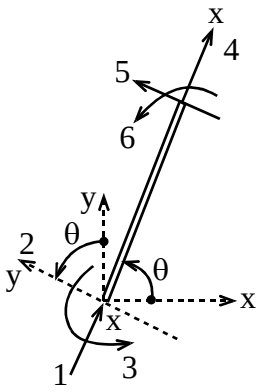
olmak üzere

$$\{P\}_{xyz} = [t]\{P\}_{XYZ}$$

(12x1) (12x12) (12x1)

biçiminde verilir.

Örnek:



$$\lambda_x = \cos\theta \qquad m_x = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin\theta \qquad n_x = \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

$$\lambda_y = \sin\theta \qquad m_y = \cos\theta \qquad n_y = \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

$$\lambda_z = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \qquad m_3 = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \qquad n_z = \cos 0 = 1$$

$$[t] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}_{XYZ} \quad , \quad \begin{Bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix}_{XYZ}$$

3.5.3. RİJİDLİK MATRİSİNİN EKSEN TAKIMI DÖNÜŞÜMÜ

Çubuğun rijidlik katsayıları, uç kuvvetleri olarak yorumlanabilir. Dolayısıyla uç kuvvetleri için yazılan dönüşüm bağlantıları, rijidlik katsayıları için de geçerlidir.

Ancak, öğretici bir uygulama olması bakımından, dönüşüm bağıntısını mekanik iş bağıntısından yararlanarak bulacağız.

xyz takımında $\vec{p}$ uç kuvvetleri vektörünün d uç yer değiştirmeleri vektörün üzerinde yaptığı iş, aynı uç kuvvetlerinin XYZ takımına dönüşmüşünün aynı uç yer değiştirmelerinin xyz takıma dönüşmüşü üzerinde yapacağı işe eşittir:

$$\frac{1}{2}\vec{P}_{xyz}.\vec{d}_{xyz}=\frac{1}{2}\vec{P}_{XYZ}.\vec{d}_{XYZ} \qquad (3.5.3)$$

ya da

$$\frac{1}{2}\left(p_1d_1+p_2d_2+...\right)_{xyz}=\frac{1}{2}\left(P_1d_1+P_2d_2+...\right)_{XYZ} \qquad (3.5.4)$$

Burada kuvvet-yer değiştirme bağıntısının doğrusal Hooke yasasına uyduğu varsayılmıştır. 1/2 katsayısı yavaş yavaş artan yüklemeden ileri gelmektedir. 1/2 yi sadeleştirelim.

Yukarıdaki bağıntıyı matris biçiminde yazalım:

$$\{p\}_{xyz}^T\{d\}_{xyz}=\{p\}_{XYZ}^T\{d\}_{XYZ}$$

Öte yandan rijitlik katsayılarına bağlı olarak verilen bünye denklemlerinden (fiziksel denklemlerden):

$$\{p\}_{xyz}=[k]_{xyz}\{d\}_{xyz}$$

$$\{p\}_{XYZ}=[k]_{XYZ}\{d\}_{XYZ}$$

yazılıp yerine konulursa,

$$\{d\}_{xyz}^T[k]_{xyz}\{d\}_{xyz}=\{d\}_{XYZ}^T[k]_{XYZ}\{d\}_{XYZ}$$

$\{d\}_{xyz}$ ve $\{d\}_{XYZ}$ arasındaki dönüşüm bağıntısını işleme sokarsak

$$\{d\}^T{}_{XYZ}[T]^T[k]_{xyz}[T]\{d\}_{XYZ}=\{d\}_{XYZ}^T[k]_{XYZ}\{d\}_{XYZ}$$

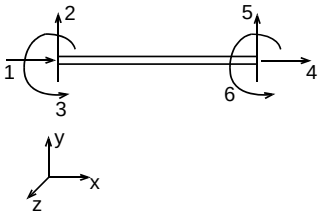
bulunur. Bu son bağıntıdan uzaklık matrisinin eksen takımı dönüşünün bağıntısı elde edilir:

- $[k]_{XYZ}=[T]^T[k]_{xyz}[T]$ (3.5.5)

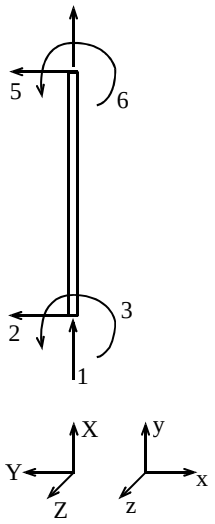
Örnek:.

Düzlem bir yatay çubuğun 6 uç serbestliği ve karşı gelen rijidlik matrisi.

$$[k]_{xyz}=\left[\begin{array}{ccc:ccc}
\frac{AE}{\lambda} & 0 & 0 & \frac{-AE}{\lambda} & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI}{\lambda^3} & \frac{6EI}{\lambda^2} & 0 & -\frac{12EI}{\lambda^3} & \frac{6EI}{\lambda^2} \\
0 & \frac{6EI}{\lambda^2} & \frac{4EI}{\lambda} & 0 & \frac{-6EI}{\lambda^2} & \frac{2EI}{\lambda} \\
\hdashline
-\frac{AE}{\lambda} & 0 & 0 & \frac{AE}{\lambda} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EI}{\lambda^3} & -\frac{6EI}{\lambda^2} & 0 & \frac{12EI}{\lambda^3} & -\frac{6EI}{\lambda^2} \\
0 & \frac{6EI}{\lambda^2} & \frac{2EI}{\lambda} & 0 & -\frac{6EI}{\lambda^2} & \frac{4EI}{\lambda}
\end{array}\right]$$



olduğuna göre, bu matristen yararlanarak, düşey çubuğun şekilde verilen eksen takımına göre, rijidlik matrisini bulalım.



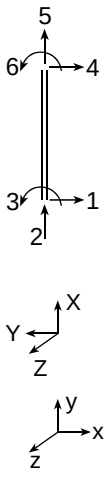
$$\begin{cases}\alpha_x=\pi/2\,,\ \alpha_y=\pi\,,\ \alpha_3=\pi/2\\ \lambda_x=\cos\alpha_x=0,\ \lambda_y=\cos x_y=-1,\ \lambda_3=\cos\pi/2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\beta_x=0,\ \beta_y=\pi/2,\ \beta_z=\pi/2\\ m_x=\cos 0=1,\ m_y=\cos\pi/2=0,\ m_z=\cos\pi/2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\gamma_x=\pi/2,\ \gamma_y=\pi/2,\ \gamma_z=0\\ n_x=\cos\pi/2=0,\ n_y=\cos\pi/2=0,\ n_z=\cos 0=1\end{cases}$$

$$[t]=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow[t]^T=[t]^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$[\mathrm{k}]_{\mathrm{XYZ}}=\begin{bmatrix}
\frac{12\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^3} & 0 & -\frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^3} & -\frac{12\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^3} & 0 & -\frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} \\
0 & \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{L}} & 0 & 0 & -\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{L}} & 0 \\
-\frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} & 0 & \frac{4\mathrm{EI}}{\mathrm{L}} & \frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} & 0 & \frac{2\mathrm{EI}}{\mathrm{L}} \\
-\frac{12\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^3} & 0 & \frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} & \frac{12\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^3} & 0 & \frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} \\
0 & -\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{L}} & 0 & 0 & \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{L}} & 0 \\
-\frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} & 0 & \frac{2\mathrm{EI}}{\mathrm{L}} & \frac{6\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2} & 0 & \frac{4\mathrm{EI}}{\mathrm{L}}
\end{bmatrix}$$

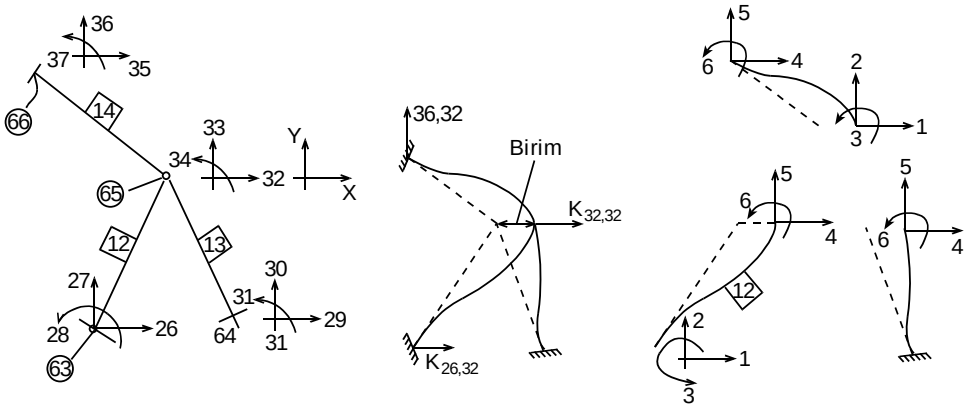


3.5.4. Çubukların Oluşturduğu Sistemlerin Düğüm Noktası Rijidliklerinin Hesabı

Önce her çubuk için ortak eksen takımına dönüştürülmüş rijidlik matrisi bulunur.

$$[k]_{XYZ} = [t]^T [k]_{xyz} [t]$$

Çubukların her birinin ortak rijidliğe katkısı göz önünde tutularak ortak eksen takımı için rijidlik toplaması yapılır:



Çubuk No	Düğüm No	Kod no.
		1 2 3 4 5 6
12	63, 65	26, 27, 28, 32, 33, 34
13	64, 65	29, 30, 31, 32, 33, 34
14	65, 66	32, 33, 34, 35, 36, 37

$$K_{32,32} = (k_{44})^{12} + (k_{44})^{13} + (k_{11})^{14}$$

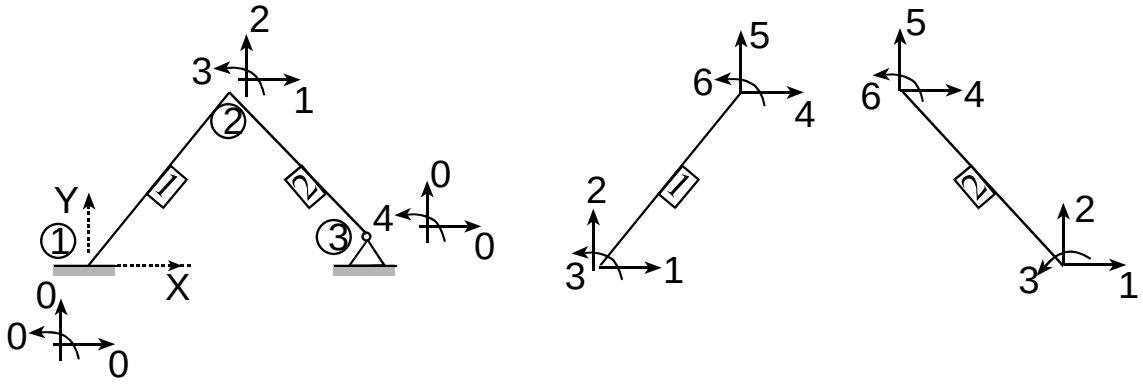
$$K_{33,32} = (k_{54})^{12} + (k_{54})^{13} + (k_{21})^{14}$$

$$K_{34,32} = (k_{64})^{12} + (k_{64})^{13} + (k_{34})^{12}$$

$$K_{36,32} = (k_{51})^{14}$$

$$K_{26,32} = (k_{14})^{12}$$

3.5.4.1. Sistemin Ortak Rijidlik Matrisinin Oluşturulmasına Örnek



Çubuk No	Düğüm No	Kod No
1	1, 2	0, 0, 0, 1, 2, 3
2	3, 2	4, 0, 0, 1, 2, 3

Ortak eksen takımında çubukların rijidlik matrisleri:

Hane no : 1 2 3 (4) 5 6 — Kod / Hane

Kod no : 0 0 0 (1) 2 3

$$\left[k_{ij}^{1}\right]=\begin{bmatrix} k_{11}^{1} & k_{12}^{1} & k_{13}^{1} & k_{14}^{1} & k_{15}^{1} & k_{16}^{1} & 0 & 1 \\ k_{21}^{1} & k_{22}^{1} & k_{23}^{1} & k_{24}^{1} & k_{25}^{1} & k_{26}^{1} & 0 & 2 \\ k_{31}^{1} & k_{32}^{1} & k_{33}^{1} & k_{34}^{1} & k_{35}^{1} & k_{36}^{1} & 0 & 3 \\ k_{41}^{1} & k_{42}^{1} & k_{43}^{1} & \boxed{k_{44}^{1}} & k_{45}^{1} & k_{46}^{1} & 1 & 4 \\ k_{51}^{1} & k_{52}^{1} & k_{53}^{1} & k_{54}^{1} & k_{55}^{1} & k_{56}^{1} & 2 & 5 \\ k_{61}^{1} & k_{62}^{1} & k_{63}^{1} & k_{64}^{1} & k_{65}^{1} & k_{66}^{1} & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Hane no : 1 2 3 4 5 6 — Kod / Hane

Kod no : 0 0 4 (1) 2 3

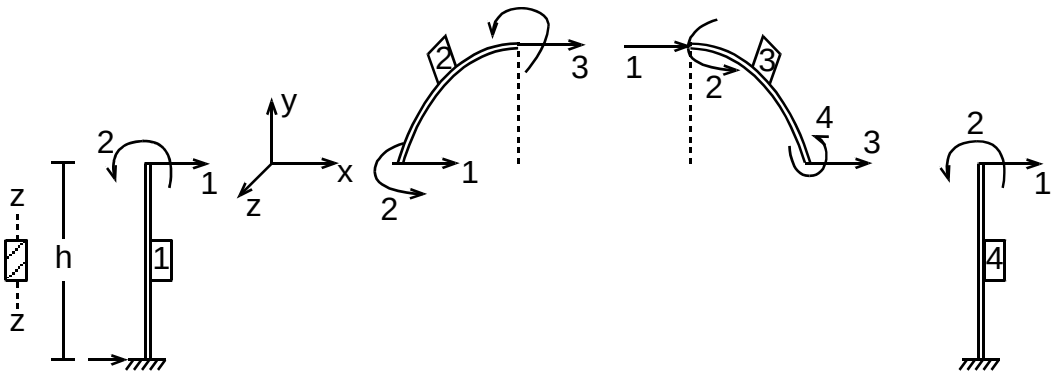
$$\left[k_{ij}^{2}\right]=\begin{bmatrix} k_{11}^{2} & k_{12}^{2} & k_{13}^{2} & k_{14}^{2} & k_{15}^{2} & k_{16}^{2} \\ k_{21}^{2} & k_{22}^{2} & k_{23}^{2} & k_{24}^{2} & k_{25}^{2} & k_{26}^{2} \\ k_{31}^{2} & k_{32}^{2} & k_{33}^{2} & k_{34}^{2} & k_{35}^{2} & k_{36}^{2} \\ k_{41}^{2} & k_{42}^{2} & k_{43}^{2} & (k_{44}^{2}) & k_{45}^{2} & k_{46}^{2} \\ k_{51}^{2} & k_{52}^{2} & k_{53}^{2} & k_{54}^{2} & k_{55}^{2} & k_{56}^{2} \\ k_{61}^{2} & k_{62}^{2} & k_{63}^{2} & k_{64}^{2} & k_{65}^{2} & k_{66}^{2} \end{bmatrix}\begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \\ 4 & 3 \\ (1) & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{matrix}$$

Sistemin Rijidlik matrisi

$$\left[k_{ij}^{e}\right]=\begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & \quad 2 & \quad 3 & \quad 4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} k_{44}^{1}+k_{44}^{2} & k_{45}^{1}+k_{45}^{2} & k_{46}^{1}+k_{46}^{2} & k_{41}^{2} \\ k_{54}^{1}+k_{54}^{2} & k_{55}^{1}+k_{55}^{2} & k_{56}^{1}+k_{56}^{2} & k_{51}^{2} \\ k_{64}^{1}+k_{64}^{2} & k_{65}^{1}+k_{65}^{2} & k_{66}^{1}+k_{66}^{2} & k_{61}^{2} \\ k_{14}^{2} & k_{15}^{2} & k_{16}^{2} & k_{11}^{2} \end{bmatrix} \end{array}\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

Sistem rijidlik matrisinin k_{ij}^{e} elemanı, sisteme giren matrislerin ij kod no-lu elemanlarının toplanmasıyla bulunur.

3.5.4.2. Kemerli sistem örneği Hesabı:

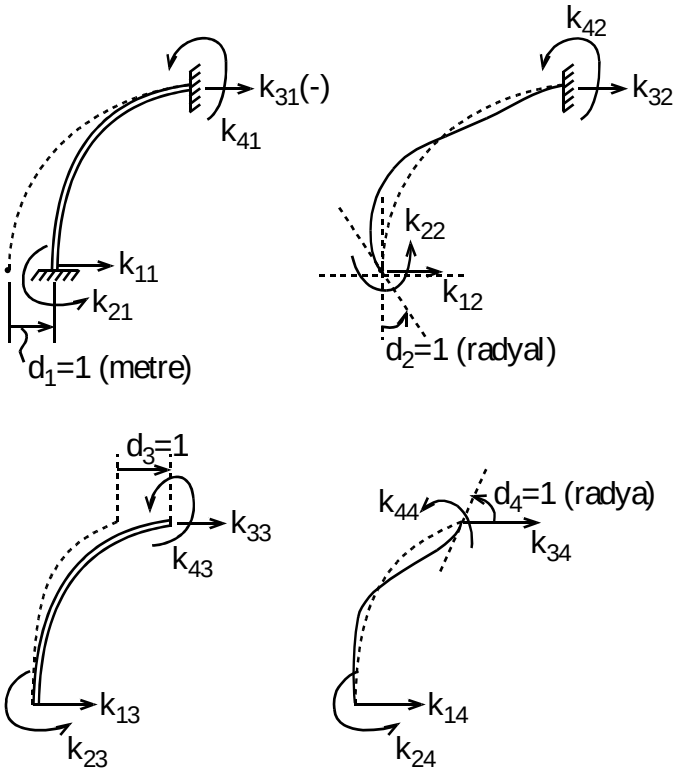


Çubukların boy değişimi yok sayılmıştır.

$$k_{11}^{(1)}=\frac{12EI_z}{h^3} \qquad k_{22}^{(1)}=\frac{4EI_z}{h} \qquad k_{12}^{(1)}=k_{21}^{(1)}=\frac{6EI_z}{h^2}$$

④ çubuğu için, simetriden dolayı, k_{ij} lar aynıdır.

② çubuğu için $k_{ij}^{②}$ ların hesabı

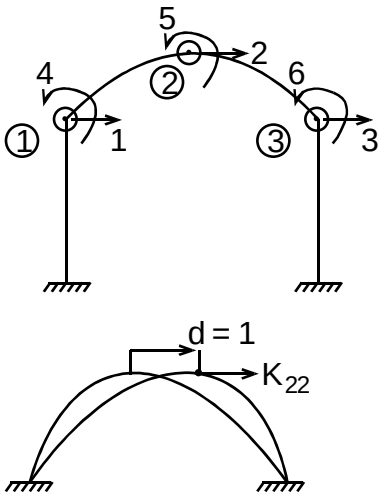


Bütün k_{jj} ler pozitiftir.

Bazı k_{ij} ler ($i \neq j$) negatiftir.

Benzer işlemler ③ çubuğu için tekrarlanır.

Sistemin indirgenmiş rijidlik katsayıları

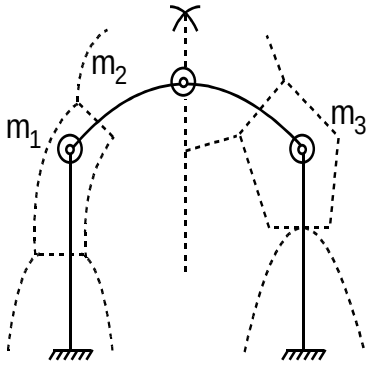


$K_{11}=k_{11}^{①}+k_{11}^{②}$, $K_{14}=k_{12}^{①}+k_{12}^{②}$

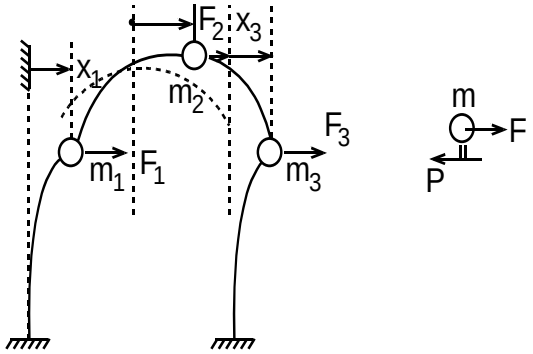
$K_{21}=k_{31}^{②}$, $K_{51}=k_{41}^{②}$

$K_{22}=k_{33}^{②}+k_{11}^{③}=2\,k_{33}^{②}$

$K_{12}=k_{21}$, $K_{13}=0$



Düğüm noktalarına toplanmış kütleler



Titreşen çerçeve

3.6. Rijidlik Matrisleri Yöntemiyle Çözüm:

$$\left.\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 &= F_1 \\ m_2\ddot{x}_2 &= F_2 \\ m_3\ddot{x}_3 &= F_3 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \qquad (3.6.1)$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}, \quad \{P\} = [K]^*\{x\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & K_{13}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* & K_{23}^* \\ K_{31}^* & K_{32}^* & K_{33}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \qquad (3.6.2)$$

K^* = indirgenmiş rijidlik matrisi

Burada $\{P\}$ yay kuvvetleri (esneklik kuvvetleri) vektörü yalnızca titreşim doğrultularındaki kuvvetleri içerdiğinden indirgenmiş rijidlik matrisi kullanıldı.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & K_{13}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* & K_{23}^* \\ K_{31}^* & K_{32}^* & K_{33}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

$$x_1 = A_1 e^{i\omega t} = B_1 \cos\omega t + C_1 \sin\omega t = X_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 e^{i\omega t} = B_2 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t = X_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$$

$$x_3 = A_3 e^{i\omega t} = \beta_3 \cos\omega t + C_3 \sin\omega t = X_3 \sin(\omega t - \varphi_3)$$

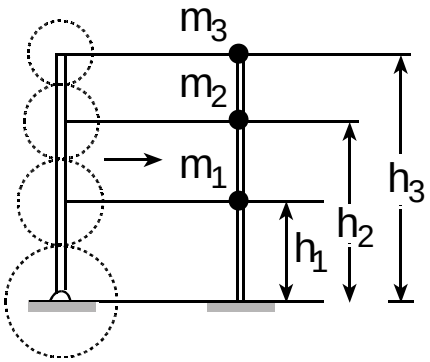
$$\ddot{x}_1 = -\omega x_1 \ , \quad \ddot{x}_2 = -\omega^2 x_2 \ , \quad \ddot{x}_3 = -\omega^2 x_3$$

$$\left[\begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & K_{13}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* & K_{23}^* \\ K_{31}^* & K_{32}^* & K_{33}^* \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = 0 \qquad (3.6.3)$$

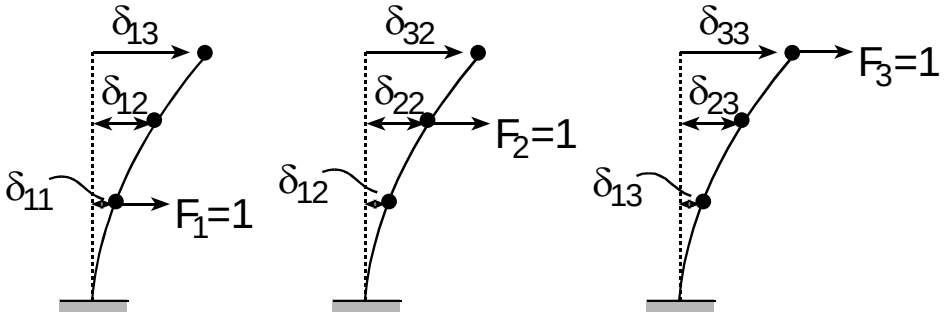
3.7. Bir Konsol Çubuğun Titreşiminin Öz değerleri

Çubuğun yayılı kütlesi, yaklaşık olarak yığışık kütleli modele dönüştürülerek, özdeğerleri hesaplayacağız.

Yığışık kütle sayısı fazla alındığı ölçüde hesap yaklaşıklığı artar. Anlatım kolaylığı için üç yığışık kütleli örnekle yetineceğiz.



I. Yöntem: Uysallık Matrisi ile Hesap



Betti karşıgelim teoremi uyarınca

$\delta_{ji} = \delta_{ij}$

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix}$$

i. kütlenin titreşim sırasında yatay yer değiştirmesi:

$$x_i = d_i \cos\omega t \quad (i = 1, 2, 3) \qquad (3.7.1)$$

$$d_i = \max x_i$$

i. kütlenin eylemsizlik kuvveti:

$$\ddot{x}_i = - d_i \omega^2 \cos\omega t \quad (i = 1, 2, 3) \qquad (3.7.2)$$

$$(\ddot{x}_i)_{max} = \left| - d_i \omega^2 \right|$$

$$\therefore \quad (F_i)_{max} = m_i \omega^2 d_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$[\delta]\vec{F} = \vec{d} \rightarrow \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix}$$

En büyük eylemsizlik kuvvetine karşı gelen özel durum için, $F_i = m_i \omega^2 D_i$ (i = 1, 2, 3) yerine konursa:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix}}_{\Delta} \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}}_{M} \underbrace{\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix}}_{\vec{d}} = \frac{1}{\omega^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{I} \underbrace{\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix}}_{\vec{d}}$$

$$\therefore \quad \left[\Delta M - \frac{1}{\omega^2} I \right] \vec{d} = 0 \qquad (3.7.3)$$

Δ = Uysallık matrisi

M = Kütle matrisi

I = Birim matris

$\vec{d} \neq 0$ için çözüm:

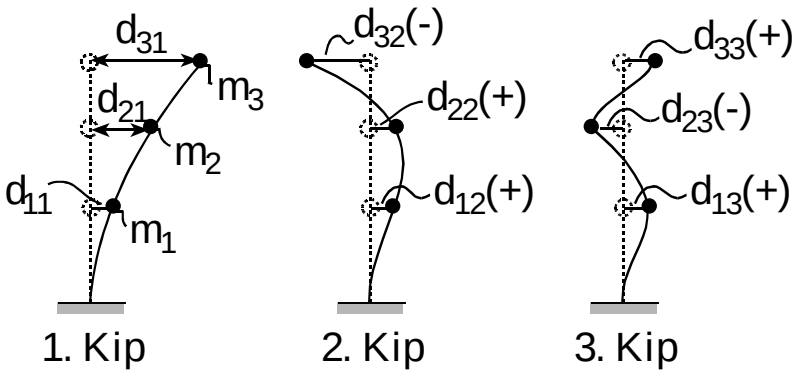
$$\det [\Delta M - \lambda I] = 0 \qquad (3.7.4)$$

$\lambda = 1/\omega^2$ özdeğerleri, $[\Delta M - \lambda I]$ simetrik matris olduğundan, her zaman gerçeldir. λ_1, λ_2 ve λ_3 özdeğerleri, ayrık yada katlı olabilirler.

Sunulan hesap yönteminde yığışık kütlelerin yalnızca yatay yer değiştirmeleri işleme sokulmuştur. Daha fazla duyarlıklı hesapta bu kütlelerin düşey yer değiştirme ve dönmeleri göz önüne alınır.

Problemin fiziksel özellikleri nedeniyle $\omega_i^2 \geq 0$ (i = 1, 2, 3) olur. Her ω_i dairesel frekansı T_i periyotları $T_i = 2\pi/\omega_i$ (i = 1, 2, 3) formülünden bulunur.

Titreşim kipleri (mod):



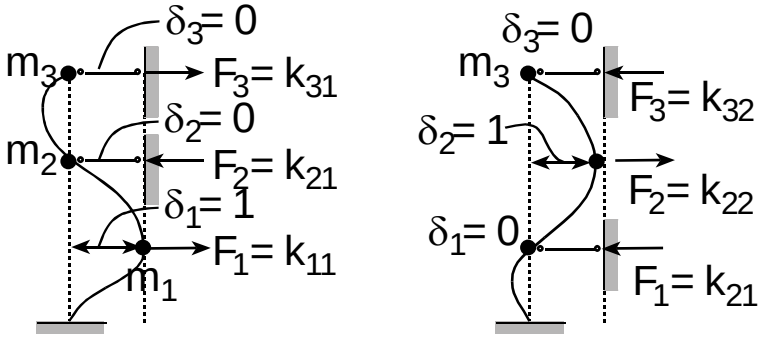
Özdeğerlere karşı gelen "normlanmış özvektörler",

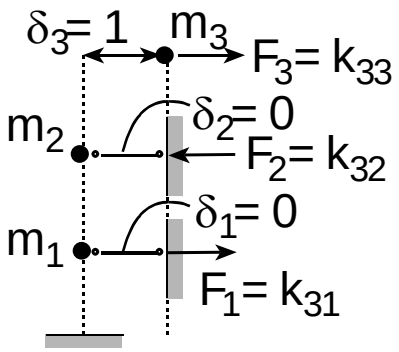
$\vec{\phi}_i = \begin{Bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \end{Bmatrix}$, (i = 1, 2, 3). $\sqrt{(\phi_{1i})^2 + (\phi_{2i})^2 (\phi_{3i})^2} = 1$ biçiminde bulunur.

$\vec{\phi}_i$ özvektörleri ve m_i yığışık kütleleri yardımıyla F_i eylemsizlik kuvvetleri hesaplanabilir. İlerde, Deprem Yönetmeliği konusundaki açıklamalarda ilgili bilgi verilmiştir.

II. Yöntem: Rijidlik Matrisi ile Hesap

Uysallık matrisinin terimleri hesaplanırken, her adımda kuvvetlerden biri birim alınıp karşı gelen δ_{ij} ler bulunmuştu. Rijidlik matrisinin k_{ij} terimleri hesaplanırken her adımda kuvvetlere karşı gelen yer değiştirmelerden biri birim alınıp ötekiler engellenecektir.





$$K^e = [k^e] = \begin{bmatrix} k_{11}^e & k_{12}^e & k_{13}^e \\ k_{21}^e & k_{22}^e & k_{23}^e \\ k_{31}^e & k_{32}^e & k_{33}^e \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = [k^e]\vec{d}$$

Uysallık matrisi yöntemiyle hesapta $[\delta]\vec{F} = \vec{d}$ bulunmuştu. Bulunan sonuçların karşılaştırılmasından

$$[\delta] = [k]^{-1} \quad \text{ve} \quad [k] = [\delta]^{-1}$$

olduğu görülür.

Örneğimizde rijidlik matrisi ile hesapta ikinci mertebeden hiperstatik çubuk sisteminin çözümü ile k_{ij} katsayılarının hesabı yapılmaktadır. Oysaki uysallık matrisi yöntemiyle hesapta çubuk sistemi izostatik kalmakta idi. Rijidlik matrisi yöntemi ek hesap zorluğu getirmesine karşılık, bilgisayar ile sistemli hesap yöntemine elverişli olduğundan tercih edilebilir.

Yukarıdaki öz değer hesabına benzer yolla:

$$\omega^2 \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}}_{M} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} k^e_{11} & k^e_{12} & k^e_{13} \\ k^e_{21} & k^e_{22} & k^e_{23} \\ k^e_{31} & k^e_{32} & k^e_{33} \end{bmatrix}}_{K} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \omega^2 M\vec{d} = K\vec{d}$$

$\vec{d} \neq 0$ için $\det [K - \lambda M] = 0$

$\lambda = \omega^2$ olmak üzere:

Her iki yanı M^{-1} matrisi ile çarparsak

$$\left| M^{-1}K - \lambda I \right| = 0$$

özdeğer determinantı bulunur. Ancak bu indirgeme yoluyla bulunan $M^{-1}K$ matrisi simetrik olmadığından özdeğer hesabı zorlaşır. Oysa ki aynı determinantı M köşegen matrisinin kare kökünü kullanarak simetrik biçime indirgeyebiliriz:

$$\underbrace{M^{-1/2}\,K\,M^{-1/2}}_{A}\ \underbrace{M^{1/2}\,\vec{d}}_{\vec{X}} - \lambda\ \underbrace{M^{-1/2}\,M\,\vec{d}}_{\vec{X}} = 0$$

$$A\,\vec{X} - \lambda\,\vec{X} = 0$$

$\vec{X} \neq 0$ için

$$\det [A - \lambda\, I] = 0$$

Elde edilen matris simetrik olduğundan özdeğer hesabı daha kolaydır. A matrisine "**Dinamik matris**" denir.

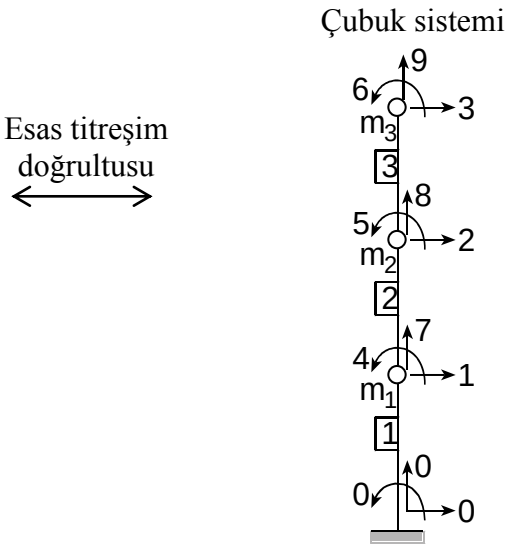
M kütle matrisi köşegen matris (birinci köşegenin dışında bütün elemanları sıfır) olduğundan karekökünün tersi, birinci köşegenindeki her elemanın yerine kare kökünün tersi konularak bulunur:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \rightarrow M^{-1/2} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{m_3} \end{bmatrix}$$

Özdeğer ve öz vektörler matris cebrinden bilinen yöntemlerle hesaplanır.

3.8. Rijidlik Matrisi Yönteminin Çubuk Sistemine Uygulanması

Yığışık kütlelerin toplandığı noktalar arasındaki bölümler ayrı birer çubuk olarak göz önüne alınarak yöntem uygulanır.



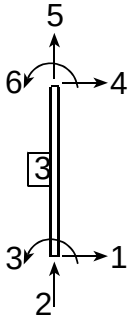
Çubuk sisteminin serbestlikleri ;

Titreşimlerin birinci derece önemli olduğu serbestlikler: 1, 2 ve 3

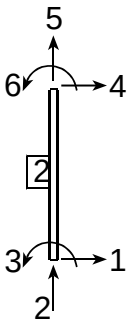
Titreşimlerin ikinci derece önemli olduğu serbestlikler: 4, 5 ve 6

Titreşimlerin üçüncü derece önemli olduğu serbestlikler: 7, 8 ve 9

Hane no :	1	2	3	4	5	6	Kod Hane
Kod no :	2	8	5	3	9	6	



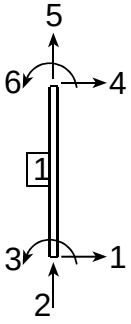
$$\left[k_{ij}^{3}\right]=\left[\begin{array}{cccccc:cc} k_{11}^{3} & k_{12}^{3} & k_{13}^{3} & k_{14}^{3} & k_{15}^{3} & k_{16}^{3} & 2 & 1 \\ k_{21}^{3} & k_{22}^{3} & k_{23}^{3} & k_{24}^{3} & k_{25}^{3} & k_{26}^{3} & 8 & 2 \\ k_{31}^{3} & k_{32}^{3} & k_{33}^{3} & k_{34}^{3} & k_{35}^{3} & k_{36}^{3} & 5 & 3 \\ \hdashline k_{41}^{3} & k_{42}^{3} & k_{43}^{3} & k_{44}^{3} & k_{45}^{3} & k_{46}^{3} & 3 & 4 \\ k_{51}^{3} & k_{52}^{3} & k_{53}^{3} & k_{54}^{3} & k_{55}^{3} & k_{56}^{3} & 9 & 5 \\ k_{61}^{3} & k_{62}^{3} & k_{63}^{3} & k_{64}^{3} & k_{65}^{3} & k_{66}^{3} & 6 & 6 \end{array}\right]$$



Kod

Hane no :	1	2	3	4	5	6	Hane
Kod no :	1	7	4	2	8	5	

$$\left[k_{ij}^{2}\right]=\left[\begin{array}{cccccc|cc} k_{11}^{2} & k_{12}^{2} & k_{13}^{2} & k_{14}^{2} & k_{15}^{2} & k_{16}^{2} & 1 & 1 \\ k_{21}^{2} & k_{22}^{2} & k_{23}^{2} & k_{24}^{2} & k_{25}^{2} & k_{26}^{2} & 7 & 2 \\ k_{31}^{2} & k_{32}^{2} & k_{33}^{2} & k_{34}^{2} & k_{35}^{2} & k_{36}^{2} & 4 & 3 \\ \hline k_{41}^{2} & k_{42}^{2} & k_{43}^{2} & k_{44}^{2} & k_{45}^{2} & k_{46}^{2} & 2 & 4 \\ k_{51}^{2} & k_{52}^{2} & k_{53}^{2} & k_{54}^{2} & k_{55}^{2} & k_{56}^{2} & 8 & 5 \\ k_{61}^{2} & k_{62}^{2} & k_{63}^{2} & k_{64}^{2} & k_{65}^{2} & k_{66}^{2} & 5 & 6 \end{array}\right]$$



Kod

Hane no :	1	2	3	4	5	6	Hane
Kod no :	0	0	0	1	7	4	

$$\left[k_{ij}^{1}\right]=\left[\begin{array}{cccccc|cc} k_{11}^{1} & k_{12}^{1} & k_{13}^{1} & k_{14}^{1} & k_{15}^{1} & k_{16}^{1} & 0 & 1 \\ k_{21}^{1} & k_{22}^{1} & k_{23}^{1} & k_{24}^{1} & k_{25}^{1} & k_{26}^{1} & 0 & 2 \\ k_{31}^{1} & k_{32}^{1} & k_{33}^{1} & k_{34}^{1} & k_{35}^{1} & k_{36}^{1} & 0 & 3 \\ \hline k_{41}^{1} & k_{42}^{1} & k_{43}^{1} & k_{44}^{1} & k_{45}^{1} & k_{46}^{1} & 1 & 4 \\ k_{51}^{1} & k_{52}^{1} & k_{53}^{1} & k_{54}^{1} & k_{55}^{1} & k_{56}^{1} & 7 & 5 \\ k_{61}^{1} & k_{62}^{1} & k_{63}^{1} & k_{64}^{1} & k_{65}^{1} & k_{66}^{1} & 4 & 6 \end{array}\right]$$

Sistemin rijidlik matrisi (Eşdeğer matris)

$k_{11}^{e}=0+k_{11}^{2}+k_{44}^{1}, k_{12}^{e}=0+k_{14}^{2}+0, k_{13}^{e}=0, k_{14}^{e}=0+k_{13}^{2}+k_{46}^{1}$

$k_{15}^{e}=0+k_{16}^{2}+0, k_{16}^{e}=0, k_{17}^{e}=k_{21}^{2}+k_{54}^{2}, k_{18}^{e}=k_{15}^{2}, k_{19}^{e}=0$

$k_{21}^{e}=k_{14}^{2}, k_{22}^{e}=k_{11}^{3}+k_{44}^{2}, k_{23}^{e}=k_{14}^{3}, k_{24}^{e}=k_{34}^{2}, k_{25}^{e}=k_{13}^{3}+k_{26}^{2},$

$k_{26}^{e}=k_{61}^{3}, k_{27}^{e}=k_{42}^{2}, k_{28}^{e}=k_{21}^{3}+k_{54}^{1}, k_{29}^{e}=k_{51}^{3}$

M

$k_{91}^{e}=0, k_{92}^{e}=k_{15}^{3}, k_{93}^{e}=k_{45}^{3}+k_{63}^{2}, k_{94}^{e}=0, k_{95}^{e}=k_{35}^{1}, k_{96}^{e}=k_{65}^{3}$

$$k_{97}^e = 0, k_{98}^e = k_{25}^3, k_{99}^e = k_{55}^3$$

$$K^e = \left[k_{ij}^e\right] = \begin{bmatrix} k_{11}^e & \Lambda & k_{19}^e \\ \text{M} & & \\ k_{91}^e & \Lambda & k_{99}^e \end{bmatrix} \qquad (3.8.1)$$

Örneğimizde 9 adet serbestlik derecesinden 3 adedi doğrultusunda titreşim vardır. Serbestlik derecelerini titreşim yapanlar ve titreşim yapmayanlar diye iki gruba ayırıp matris bağıntısını bölümlendirebiliriz:

Titreşim yapan serbestlik doğrultuları: 1, 2, 3, … η1

Titreşim yapmayan serbestlik doğrultuları: $(n_1 + 1)$ $(n_1 + 2)$, … η

$$\left[k_{ij}\right]\left\{d_j\right\} = \left\{F_i\right\} \qquad (1)$$

bölümlendirilirse:

$$\begin{array}{c} \\ n_1 \\ n\text{-}n_1 \end{array} \overset{\begin{array}{cc} \leftarrow n_1 \rightarrow & \leftarrow n\text{-}n_1 \rightarrow \end{array}}{\left[\begin{array}{c|c} [a] & [b] \\ \hline [b]^T & [c] \end{array}\right]_{(n\,x\,n)} \cdot \left\{\begin{array}{c} \{d\} \\ \hline \{d\}_0 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \{F\} \\ \hline \{F\}_0 \end{array}\right\}_{(n\,x\,1)} \begin{array}{l} \\ n_1 \\ n - n_1 \end{array}} \qquad (2)$$

Titreşim olmayan doğrultularda eylemsizlik kuvvetleri sıfırdır:

$$\{F\}_0 = 0 \qquad (3)$$

(2) ile (3) ten:

$$\begin{aligned} [a]\{d\} + [b]\{d\}_0 &= \{F\} \\ [b]^T\{d\} + [c]\{d\}_0 &= 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

Titreşimin olmadığı serbestliklerin $\{d\}_0$ vektörü (4) denklemlerinden yok edilirse

$$[K]^*_{(n_1 x\, n_1)} \{d\}_{n_1} = \{F\}_{n_1} \tag{5}$$

indirgenmiş matris formu bulunur.

Burada:

[K]* : İndirgenmiş rijidlik matrisi ([1])

{d} : Titreşim yer değiştirmeleri vektörü

{F} : Titreşim doğrultularında eylemsizlik kuvvetleri

(5) anlatımındaki [K]* nın [a], [b] ve [c] ye bağlı denklemi:

$$[K]^* = [a] - [b][c]^{-1}[b]^T \qquad (3.8.2)$$

Konsol kiriş örneği problemimizde

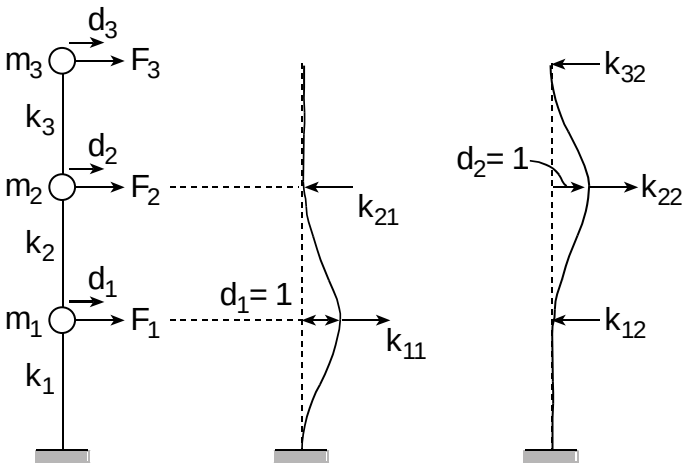
$$[a] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad [b] = \begin{bmatrix} k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} & k_{19} \\ k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} & k_{29} \\ k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} & k_{39} \end{bmatrix}$$

$$[c] = \begin{bmatrix} k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} & k_{49} \\ k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} & k_{59} \\ k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} & k_{68} & k_{69} \\ k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & k_{78} & k_{79} \\ k_{84} & k_{85} & k_{86} & k_{87} & k_{88} & k_{89} \\ k_{94} & k_{95} & k_{96} & k_{97} & k_{98} & k_{99} \end{bmatrix}$$

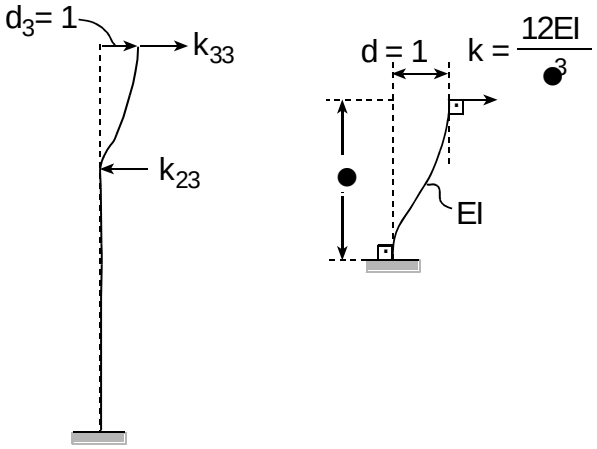
İndirgenmiş rijidlik matrisi ile hesap yapmada bütün doğrultulardaki rijidlikler hesaba katıldığından özdeğer hesabı daha kesindir. Buna karşılık, yalnızca titreşim

[1] J.W. Tedesco, W.G. Mc Dougal, C.A. Ross; Structural Dynamics (pp.262).

doğrultularındaki serbestlikleri göz önünde tutarak $\left[k_{ij}^{e}\right]$ eşdeğer rijidlik matrisi ile yapılan hesap daha az ayrıntılıdır.



$$k_{11} = k_1 + k_2 \qquad k_{22} = k_2 + k_3$$
$$k_{21} = -k_2 \qquad k_{12} = -k_2$$
$$k_{32} = -k_3$$

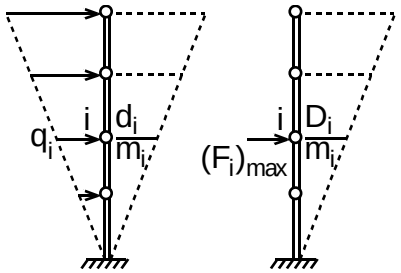


$$k_{33} = -k_3$$
$$k_{23} = -k_3$$

$$\left[k_{ij}^{e}\right] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}$$

Elastik Sistemlerde Öz Periyot Formülasyonu



$$(F_i)_{\max} = m_i \omega^2 D_i$$
$$D_i = (d_i)_{\max}$$

$$x_i = D_i \cos \omega t \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$
$$\ddot{x}_i = -D_i \omega^2 \cos \omega t$$
$$(x_i)_{\max} = \left| -D_i \omega^2 \right| \rightarrow (F_i)_{\max} = m_i \omega^2 D_i \qquad (3.8.3)$$

$\lfloor \delta_{ij} \rfloor$= Birim kuvvet matrisi

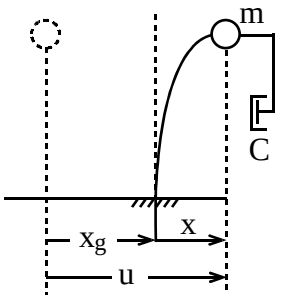
$$\delta_{11} F_1 + \delta_{12} F_2 + \ldots + \delta_{1n} F_n = D_1$$
$$\text{M} \qquad\qquad \text{M}$$
$$\delta_{n1} F_1 + \delta_{n2} F_2 + \ldots + \delta_{nn} F_n = D_n$$

$$\therefore \quad (\delta_{11} m_1 D_1 + \delta_{12} m_2 D_2 + \ldots + \delta_{1n} m_n D_n)\omega^2 = D_1$$
$$\text{M} \qquad\qquad \text{M}$$
$$(\delta_{n1} m_1 D_1 + \delta_{n2} m_2 D_2 + \ldots + \delta_{nn} m_n D_n)\omega^2 = D_n$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \Lambda & \delta_{1n} \\ \vdots & & & \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \Lambda & \delta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \Lambda \\ \multicolumn{4}{c}{\text{----------}} \\ 0 & \Lambda & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \text{M} \\ D_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Lambda \\ \multicolumn{4}{c}{\text{----------}} \\ 0 & \Lambda & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \text{M} \\ D_n \end{Bmatrix}$$

4. (ABYYHY98) 1998 Tarihli Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik Konusunda Açıklamalar

4.1 Yönetmelikte Geçen Formüllerin Açıklamaları



$u = x_g + x$

$m\ddot{u} = -kx - c\dot{x} \rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g$

$\omega^2 = k/m$, ω : Doğal dairesel frekans

$h = C/C_{cr}$ h = Sönüm oranı

$\omega_d = \omega\sqrt{1-h^2}$: Sönümlü frekans

$$x(t) = \frac{1}{\omega_d}\underbrace{\int_0^t \ddot{x}_g(t).e^{-h\omega(t-\tau)}.\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau}_{S_\vartheta} \qquad (4.1.1)$$

Yapılarda çoğunlukla:

$\omega_d \cong \omega$

$x_{\max} = S_d \cong \frac{1}{\omega} S_\vartheta$ Hız yayılgısı (spektrumu)

$S_a = \omega S_\vartheta$ S_a : İvme yayılgısı

$F = k\,x_{\max}$ en büyük deprem kuvveti

$$F = k\,S_d = \frac{k}{\omega^2} S_a = m\,S_a = \frac{W}{g} S_a = \left(\frac{S_a}{g}\right) W \qquad (4.1.2)$$

$C = \frac{S_a}{g}$ yapı ağırlığından deprem kuvvetini hesaplama katsayısı

$$C = \frac{S_a}{g} = A(T)/R_a(T) \quad , \quad \text{T : Titreşim periyodu} \qquad (4.1.3)$$

↖ Yapı sünekliğini işleme sokan yük azaltma katsayısı

$Aa = \frac{(\ddot{x}_g)_{efektif}}{g}$ ← Yayılgı (spektrum) katsayısı (1 ~ 2.5)

$$A(T) = A\,.\,I\,S(T) \qquad (4.1.4)$$

↑ Etkin ivme katsayısı (0.1 ~ 0.4)

↑ Yapı önem katsayısı (1 ~ 1.5)

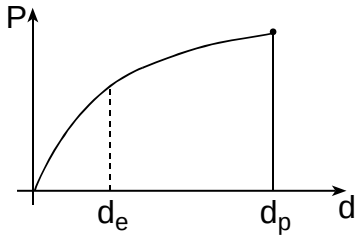
$F = \left(\frac{A(t)}{R_a(t)}\right) W$

Göz önüne alınan deprem doğrultusunda, binanın tümüne etkiyen *Toplam Eşdeğer Deprem Yükü* (taban kesme kuvveti), $\mathbf{V_t}$

$$V_t = W\, A(T_1) / R_a(T_1) \geq 0.10\, A_o\, I\, W \qquad (4.1.5)$$

Süneklik

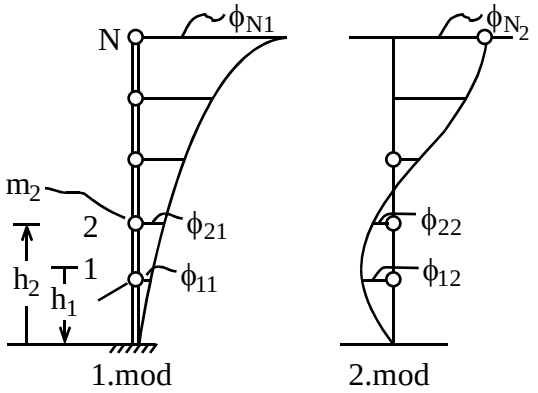
$$\text{Süneklik oranı } D = \frac{\left(d_{plastik}\right)_{\max}}{\left(d_{elastik}\right)_{\max}} \qquad (4.1.6)$$



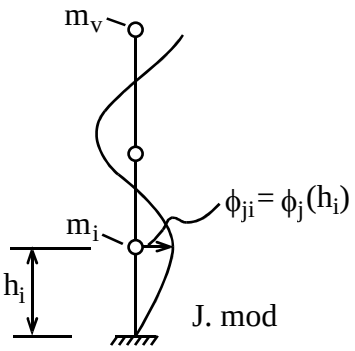
4.2. Titreşim Modlarının Birleştirilmesi (Superpozisyonu) ile Hesap

Modların süperpozisyonu yönteminde, yapının davranışı dinamik serbestlik derecesi kadar sayıda birbirinden bağımsız tek serbestlik dereceli sistemlerin davranışının doğrusal kombinasyonu ile belirlenir. Yapıda herhangi bir yükseklikteki kesme kuvveti, yapının deformasyonuna, o yükseklikteki yapının kütlesine ve yükseklik boyunca doğrusal kabul edilen titreşim genliğine bağlıdır. Deprem etkisinden yapı titreşimin doğal modu olarak bilinen belli şekillere dönüşür, deforme olur. Her mod şekli yatay yüklerin belli bir dağılımı ile ilişkilidir. Bu yöntemde maksimum iç kuvvetler ve yer değiştirmeler, yapıda yeterli sayıda doğal titreşim modunun her biri için hesaplanan, maksimum katkıların istatistiksel olarak birleştirilmesi ile elde edilir. Yatay kuvvetler elastik olmayan deformasyonlar oluşturmadıkça, her modun bir sonucu oluşan kuvvetlerin süperpozisyonu ile bulunur. Modların süperpozisyonunda, yapının normal modlarının şekil ve periyotları, dinamik yöntemde ise birinci normal moda ait özel periyodun bilinmesi gereklidir. Modların süperpozisyonu (birleştirilmesi) yöntemi ile yapının ilk birkaç özel titreşim modu incelenerek, deprem sırasındaki davranışın bunların süperpozisyonu ile elde edileceği varsayılır. Modların süperpozisyonu yöntemi doğrusal elastik hesapta geçerlidir. Bu yöntem yönetmeliklere girmiş olup, yapıların depreme karşı davranışlarını oldukça gerçekçi bir şekilde yansıttığı kabul edilebilir. Yapının dinamik etkiler altındaki davranışı, dinamik serbestlik derecesine

eşit sayıda veya daha az sayıdaki birbirinden bağımsız tek serbestlik dereceli sistemlerin davranışlarının, doğrusal kombinezonu ile belirlenir. Burada II mertebe etkileri ve sönüm kuvvetleri hesaba katılabilirse de malzemenin doğrusal elastik olması zorunluluğu vardır. Yatay kuvvetler, elastik olmayan deformasyonlar oluşmadığı sürece, her modun bir sonucu olan kuvvetlerin süperpozisyonu ile bulunur. Modların süperpozisyonunda, davranış spektrumu ise, tek bir yer hareketinden elde edilen spektrumdan çok, aynı karakterdeki (aynı ivmeye sahip veya aynı magnitüte sahip) daha fazla yer hareketinden elde edilmiş spektrumun yuvarlatılmasıyla, tasarım davranış spektrumu elde edilmektedir. Mod birleştirme yönteminde kullanılacak mod sayısının saptanmasında, çok katlı yapı türlerinde tümünde 3 mod kullanılması yeterlidir. Baca, kule tipindeki yapılarda ise, daha fazla sayıda mod kullanılması gereklidir. Diğer modların da, oluşan kesme kuvvetlerine katkısı vardır. Bu miktarlar küçük olduğundan şekil değiştirme profiline etkileri çok azdır. Deprem kuvvetleri hesaplanırken yüksek modların katkıları "belirli bir sınırdan sonra" ihmal edilir.**(MERTOL,2002)**



$$m_i = \frac{W_i}{g}$$



j. modun katılma oranı $\alpha_j = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i \phi_j(h_i)}{\sum_{i=1}^{N} m_i \left[\phi_j(h_i)\right]^2}$

$$x_j(h_i) = x_{ij} = \frac{1}{\omega_j}\alpha_j \phi_j(h_i) \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega_j(t-\tau)} \sin\omega_j(t-\tau)\, d\tau \qquad (4.2.1)$$

$x_i = \sum_{j=1}^{N} x_{ij}$ (1., 2., …, N. modların h_i yüksekliğinde oluşturduğu toplam yer değiştirme)

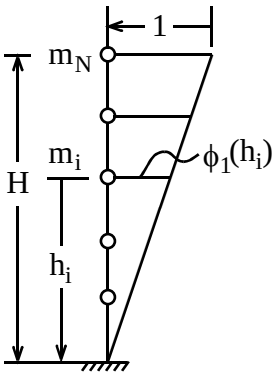
J. modun i katta oluşturduğu deprem kuvveti:

$$F_j(h_i) = \frac{m_i \, \phi_j(h_i)}{\sum_{i=1}^{N} m_i \, \phi_j(h_i)} V_j \qquad (4.2.2)$$

J. modun tabanda oluşturduğu kesme kuvveti

$$V_j = \alpha_j \, S_{aj} \sum_{i=1}^{N} m_i \, \phi_j(h_i) \qquad (4.2.3)$$

Kayma tipi çerçevelerde yada buna yakın durumlarda yalnızca 1. mod işleme sokulur ve modun biçimi doğrusal seçilir.



Üçgen benzerliğinden

$$\frac{\phi_1(h_i)}{1} = \frac{h_i}{H} \rightarrow \phi_1(h_i) = \frac{h_i}{H}$$

$$F_1(h_i) = \left(\frac{m_i \, h_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i \, h_i} \right) V_1 \qquad (4.2.4)$$

$V_1 = \alpha_1 \, S_{a1} \sum_{i=1}^{n} m_1 \, \phi_1(h_i)$ Birinci modun taban kesme kuvveti

$$= \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i (h_i / H)}{\sum_{i=1}^{n} m_i (h_i / H)^2} \right] . S_{a_1} . \left[\sum_{i=1}^{n} m_i (h_i / H) \right]$$

$$= \left[\frac{\left(\sum m_i h_i \right)^2}{\sum m_i (h_i)^2} \right] S_{a_1} \qquad (4.2.5)$$

Tüm modları göz önüne alan ortalama taban kesme kuvveti

$$V_t = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + ... + V_n^2}$$

4.3. Tepki Yayılgısı

(Çarpılım Yayılgısı)

Yapıların yer sarsıntıları karşısındaki davranışları yer hareketinin, yapıların ve üzerinde bulundukları zeminin özelliklerine bağlıdır. Bu özellikler aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

• Yer sarsıntısının

- frekans içeriği veya hakim periyot aralığı,
- kaynağının yapıya olan uzaklığı
- maksimum ivmesi, hızı ve deplasmanı;

• Yapının -periyodu,
- kütlesi,
- rijitliği,
- sönümü;

• Zeminin
- cinsi,
- yapı ile etkileşimi.

Yapıların yer sarsıntıları etkisindeki davranışlarının kavranması için yukarıda sayılan parametrelerin tümü göz önüne alınmalıdır. Bu amaçla tepki spektrumu adı verilen grafikler geliştirilmiştir.

Esnek bir sistemin kısa süreli uygulanmış çarpılım kuvvetine doruk tepkisinin , sistemin doğal frekansına bağlı olarak çizilmiş grafiğine **tepki yayılgısı** denir.Bu doruk tepki , deplasman, gerilme, ivme v.s. cinsinden ifade edilir.

Bir başka ifade ile; mümkün olabilecek tüm tek serbestlik dereceli sistemlerin (yer değiştirme,hız,ivme, vb) maksimum tepkisinin sistemin serbest titreşim periyoduna bağlı grafiğidir.

Tepki spektrumu farklı sönüm değerlerine bağlı olarak ivme, hız ve deplasman için çizilir. Şekil 4.1'de ise tepki spektrumunun elde edilişi şematik olarak gösterilmiştir. Yer hareketlerinin yalnız kayda bakarak anlaşılamayan çeşitli

karakteristikleri, özellikle yapılar üzerindeki etkileri tepki spektrumları yardımıyla açıkça görülür.

İvme tepki spektrumu (Sa) deprem anında yapı tabanında oluşacak maksimum kesme kuvvetini verir:

$$\mathbf{Qmax = m.a_{max}} \qquad (4.3.1)$$

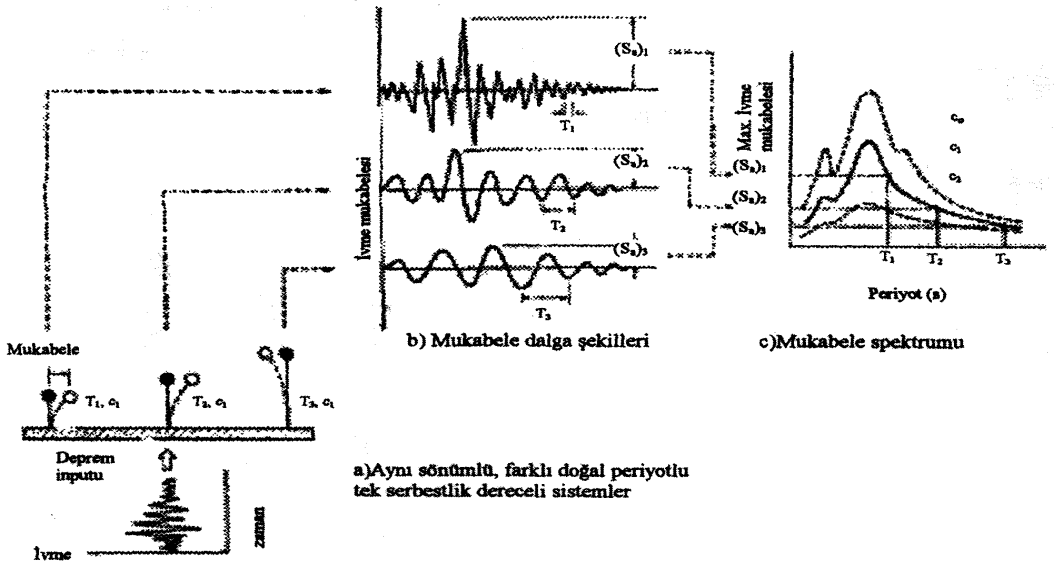
Ayrıca bu spektrum yardımıyla yer hareketinin hakim periyot aralığı da belirlenir.

Hız tepki spektrumu (S_v) yer hareketlerinin yapılara verdiği enerji miktarını ifade eder ve belli bir değerden yüksek periyoda sahip yapılarda sabittir.

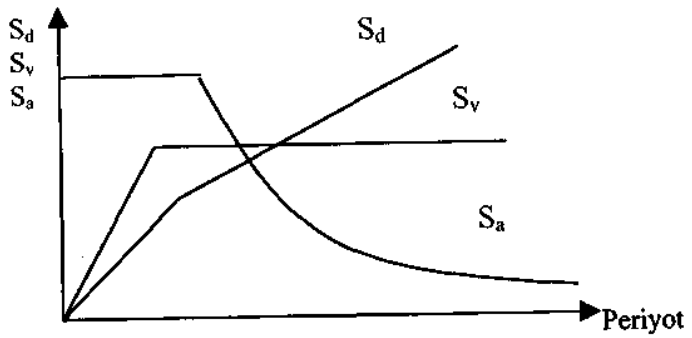
Deplasman tepki spektrumu (S_d) ise yapıların deprem anında yaptıkları maksimum deplasman değerlerini verir ve yapı periyodu arttıkça deplasman değeri artar (Şekil.4.2).

Spektrumlarda kaydın alındığı zeminin yapı davranışına etkileri de görülür. Aynı yer hareketinin etkisi altında yapılarda oluşacak ivme değerleri, yapının doğal periyodu ile sönüm oranına göre, yani yapının karakteristiklerine göre büyük ölçüde değişmektedir. Bunun başlıca nedeni, zemin özellikleri ve yer hareketinin kaynağına olan uzaklıkla bağlantılı olan, yer hareketinin hakim periyot aralığı veya frekans içeriğidir. Bu faktörün etkisiyle genellikle sert zeminlerde kısa periyotlu yapılar ve yumuşak zeminlerde uzun periyotlu yapılar rezonans tehlikesi ile karşı karşıya kalmaktadır. Ayrıca deprem kaynağına yakın olan bölgelerde kısa periyotlu yapıların rezonans tehlikesi artarken, kaynağa uzak olan bölgelerde kısa periyotlu titreşimlerin sönümlenmesi nedeniyle uzun periyotlu yapıların rezonansa girme tehlikeleri fazladır.

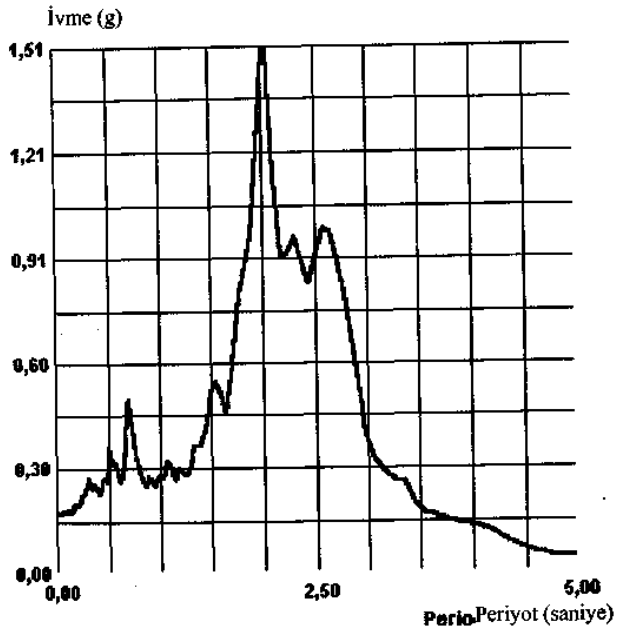
1985 yılında Meksiko City'de meydana gelen depremde en büyük hasar ve göçme 20-25 katlı binalarda görülmüştür. Depreme ait ivme tepki spektrumu hakim periyodun yaklaşık 2 s. civarında olduğunu göstermektedir (Şekil.4.3). Bu etkinin sebebi ise şehrin üzerine kurulduğu zeminin yumuşak olmasıdır. Böyle bir yerde yapılacak yapıların doğal periyodunun düşük olması hasar görme veya göçme riskini önemli ölçüde azaltır.



Şekil 4.1: Tepki spektrumunun elde edilişinin şematik gösterimi



Şekil 4.2: Tepki spektrumların genel şekli



Şekil 4.3: 1985 Mexico City Depremi İvme Tepki Spektrumu

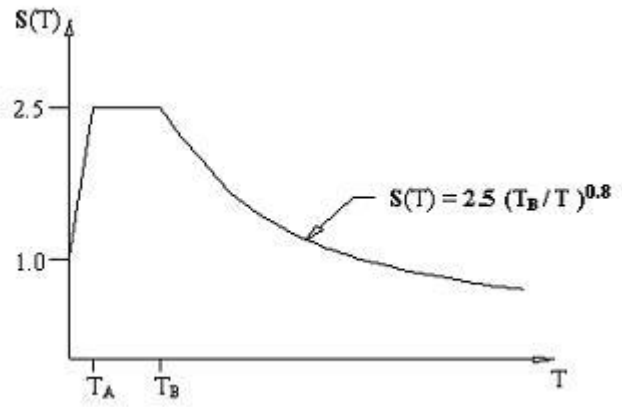
4.4.Tasarım Spektrumu

Belli bir bölgede yaşanmış birçok yer sarsıntısı göz önüne alınarak yapılan istatistiki çalışma sonucunda yönetmeliklerde kullandığımız tasarım spektrumu elde edilir. Tasarım spektrumu birçok tepki spektrumunun ortalaması şeklinde düşünülebilir ve belirli bir tekrar periyodu olan deprem için çizilir. Örneğin 1997 yılında yürürlüğe giren Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik 'de verilen ivme tasarım spektrumu 50 yıl içinde olma olasılığı %10 olan veya bir başka deyişle 475 yılda bir kez olabilecek bir depremi ifade etmektedir (Şekil.4.4). Şekil 4.4'deki T_A ve T_B değerleri spektrum karakteristik periyotlarıdır ve zemin cinsine göre belirlenir. Tablo 4.l 'de ülkemiz için belirlenmiş spektrum karakteristik periyotlarına ait değerler verilmiştir. **(TDY,98)**

Tablo 4.1: Spektrum Karakteristik Periyotları (TA, TB)

Yerel Zemin Sınıfı	**TA (saniye)**	**TB (saniye)**
Zl	0.10	0.30
Z2	0.15	0.40
Z3	0.15	0.60
Z4	0.20	0.90

Deprem yönetmeliklerinde ivme tasarım spektrumu genel olarak yapıya etkitilecek fiktif deprem kuvvetinin hesabında kullanılır. Oysa tasarım spektrumunun mimari tasarım aşamasında da çok önemli bir işlevi olması gerekir. Yapıların, yer sarsıntısının maksimum etkilerinden ve rezonanstan uzak kalacak şekilde tasarlanması birçok yıkım ve hasarı önleyebilir. Şehir planları yapılırken de bu unsurun göz önüne alınması ve yapılarla ilgili sınırlamaların yapının bulunduğu bölgeye ait tasarım spektrumu irdelenerek karara bağlanması yapıların deprem riskinin azaltılmasında büyük rol oynayabilir.



Şekil 4.4: İvme Tasarım Spektrumu **(TDY,98)**

1963 yılında Üsküp 'de meydana gelen depremde en çok hasar ve yıkımın meydana geldiği yapılar iki ila dört katlı binalardır. Bunda deprem kaynağının şehre yakın olması ve şehrin üzerine kurulduğu zemin dolayısıyla yer hareketinin hakim periyodunun küçük olması etkili olmuştur. Depremi takip eden yıllarda yapılan çalışmalar sonucunda Üsküp 'de yapılacak yeni binaların kat sayısının 10'dan az olmamasına dikkat edilmiştir. Bu sayede depremden etkilenme riski büyük ölçüde azaltılmıştır.

Tasarım spektrumları geçmişte yaşanmış deprem kayıtları kullanılarak oluşturulurlar. Ancak deprem kayıt cihazları sadece 1900'lü yılların başından itibaren geliştirilmeye ve kullanılmaya başlanmıştır. Bu tarihten önceki depremler tarihi kayıtlar yardımıyla tahmin edilmektedir. Dolayısıyla kimi zaman meydana gelen depremlerin etkileri tasarım spektrumlarında belirtilenden çok farklı olabilmektedir. Örneğin Kobe 'de 1995 yılında meydana gelen depremde maddi ve manevi büyük kayıplar verilmiştir. Oysa dünyanın en aktif deprem bölgelerinden birinde bulunan ve teknoloji ve bilim alanlarında dünyanın en iyi ülkelerinden biri olarak gösterilen Japonya'da böyle bir olayın olması şaşırtıcıdır. Bunun en büyük nedeni Kobe 'de daha önce bu özellikte bir depremin yaşandığına ilişkin bir veri olmamasıdır. Bu durum dünyanın her yeri için geçerlidir. Yapılan çalışmalar eldeki verilerle sınırlıdır. Dolayısıyla her zaman beklenenden farklı bir etki olabileceği göz ardı edilmemeli ve depremler yaşandıkça tasarımda kullanılacak veriler, yönetmelikler de gözden geçirilip güncellenmelidir. **(TİMUR,2002)**

4.5.Yöreye Özgü (Yerel) Yayılgı

Dünya çapında yürürlükte olan deprem yönetmelikleri yapıların hafif şiddetteki depremlerden etkilenmemesi, orta şiddetteki depremlerde onarılabilecek düzeyin üzerinde hasar görmemesi ve şiddetli depremlerde göçmemesi ilkesi doğrultusunda oluşturulmuştur. Oysa yapılar çok şiddetli depremlerde az veya hiç hasar görmeyecek şekilde de tasarlanabilirler. Ancak bu durumda yapı maliyeti çok büyük rakamlara ulaşır. Yapı ömrü ortalama 50 yıl olarak düşünülürse, bir yapının ömrü süresince şiddetli bir depremle karşılaşma olasılığının birçok bölge için az olduğu görülür.

Bununla beraber bazı önemli yapılar veya yapı sahiplerinin özel güvenlik düzeyi istediği yapılar için yöreye özgü (yerel) spektrumlar elde edilmesi gerekir. Bu spektrumların oluşturulması için yapının bulunduğu bölgenin depremselliği incelenir ve yapının önem derecesine göre 500, 1000 veya 10000 yılda bir kez olabilecek deprem göz önüne alınabilir.

Son olarak, unutulmamalıdır ki; deprem kaçınılmaz bir doğal olaydır ve bunu en az kayıpla atlatmanın en etkin yolu depremin yapılara etkilerini anlamak mevcut bilgi birikimi ve teknoloji kullanılarak, tasarımları buna göre yönlendirmektir. Mimari tasarım aşamasında yapının geometrisi, taşıyıcı sisteminin yerleştirilmesi, yapısal olmayan elemanların tasarımı gibi konular büyük önem taşımaktadır. Ancak en az bunlar kadar önemli olan yapının rezonansa girme riskinin azaltılması için spektrum esaslı tasarım en etkin yol olarak görünmektedir. **(TİMUR,2002)**

4.6. Mod Katkılarının Birleştirilmesi (TDY 6.8.4.)

Binaya etkiyen toplam deprem yükü, kat kesme kuvveti, iç kuvvet bileşenleri, yer değiştirme ve göreli kat ötelemesi gibi büyüklüklerin *her biri için ayrı ayrı uygulanmak üzere*, her titreşim modu için hesaplanan ve eşzamanlı olmayan maksimum katkıların istatistiksel olarak birleştirilmesi için uygulanacak kurallar aşağıda verilmiştir:

(TDY6.8.4.1) - $\mathbf{T_s < T_r}$ olmak üzere, göz önüne alınan herhangi iki titreşim moduna ait doğal periyotların daima $\mathbf{T_s / T_r < 0.80}$ koşulunu sağlaması durumunda, maksimum mod katkılarının birleştirilmesi için *Karelerin Toplamının Kare Kökü Kuralı* uygulanabilir.

(TDY6.8.4.2) - Yukarıda belirtilen koşulun sağlanamaması durumunda, maksimum mod katkılarının birleştirilmesi için *Tam Karesel Birleştirme (CQC) Kuralı* uygulanacaktır. Bu kuralın uygulanmasında kullanılacak *çapraz korelasyon katsayıları*'nın hesabında, modal sönüm oranları bütün titreşim modları için %5 olarak alınacaktır.

4.7. Hesaplanan Büyüklüklere İlişkin Altsınır Değerleri (TDY 6.8.5)

Göz önüne alınan deprem doğrultusunda, Mod katkıları birleştirilerek elde edilen bina toplam deprem yükü $\mathbf{V_{tB}}$'nin, Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi'nde **Denk.4.5**'ten hesaplanan bina toplam deprem yükü $\mathbf{V_t}$'ye oranının aşağıda tanımlanan β değerinden küçük olması durumunda ($\mathbf{V_{tB} < \beta\ V_t}$), Mod Birleştirme Yöntemi'ne göre bulunan tüm iç kuvvet ve yer değiştirme büyüklükleri, **Denk(4.7.1)**'e göre büyütülecektir.

$$\mathbf{B_D = (\beta\ V_t / V_{tB})\ B_B} \qquad (4.7.1)$$

A1, **B2** veya **B3** türü düzensizliklerden en az birinin binada bulunması durumunda **Denk(4.7.1)** 'de β**=1.00**, bu düzensizliklerden hiçbirinin bulunmaması durumunda ise β**=0.90** alınacaktır.

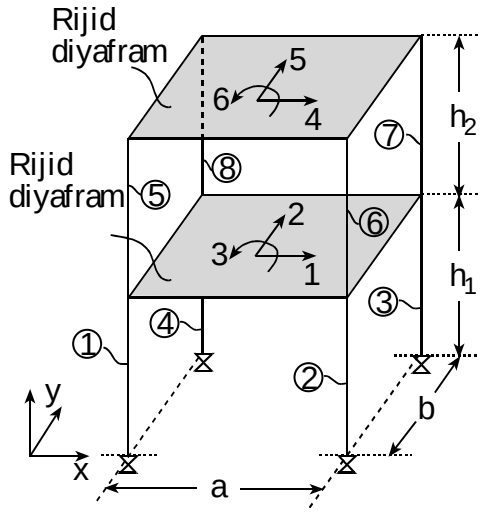
5. SAYISAL UYGULAMALAR

Burada yer alan sayısal örneklerde çerçeve sistemlerde iki katlı, sekiz kolonlu, döşemeleri rijit diyafram sayılan, kolonlarının boy değişimleri ihmal edilen, elastik ankastre yapının;

1) Deprem yükleri altında dinamik analizi
2) Rijidlik, sönüm ve kütle değişimi gibi tasarım değişkenlerinin davranış değişkenlerine etkisi incelenmiştir.
3) Ayrıca eşdeğer deprem yükü yöntemi ile modal analiz yönteminin karşılaştırılması yapılmıştır.

$$\begin{bmatrix} Tasarım\ değişkenleri \\ (Designe\ variables) \\ (A, I, E, c, a, b, h) \end{bmatrix} \overset{\substack{Duyarlık çözümlemesi \\ (Sensitivity\ analysis)}}{\rightarrow} \begin{bmatrix} Davranış \\ değişkenleri \\ Response\ Variables \\ (\omega_n) \end{bmatrix}$$

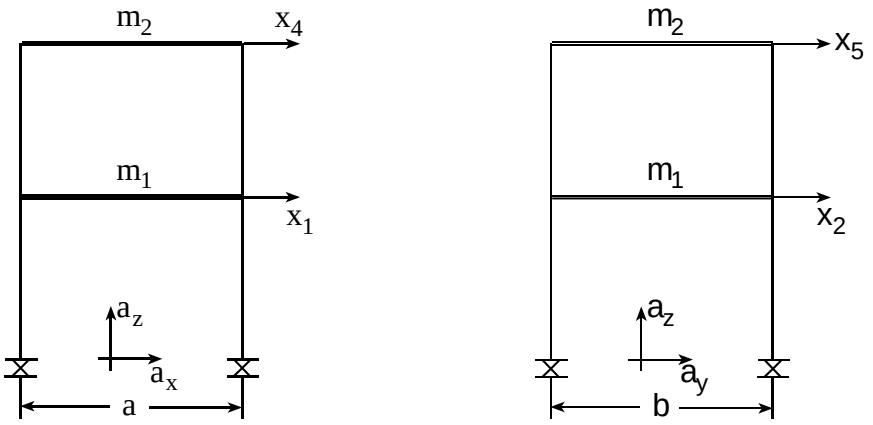
Bulguların daha rahat değerlendirilebilmesi için aynı sistem üzerinde çalışılmış ve sonuçlar sistemlerin periyotlar cinsinden ifade edilerek tartışılmaya açılmıştır.



Şekil 5.1: Örnek Sistem

Bu örnekte Şekil 5.1' de verilen sistemin indirgenmiş rijitlik matrisi yöntemi kullanılarak çözümü için; elle hesabının yanı sıra hesabın hızlı yapılabilmesi için büyük kolaylık sağlayan Yalçın Aköz hocamızın "Enerji Yöntemleri ve Yapı Sistemleri" kitabında değindiği ve Microsoft Developer Studio Fortran dili ile yazmış olduğu FRMDIN-2D bilgisayar programı kullanılmıştır. Sonlu elemanlar

yöntemi için SAP2000 paket programı kullanılmıştır. SAP2000 paket programı ile FRMDIN-2D programının yakınsaklığını karşılaştırabilmek için sistem 2 boyutlu olarak X ve Y eksenleri doğrultularında iki kesite ayrılarak hesap yapılmış ve sonuçları tablolar ve grafikler yardımı ile değerlendirilmiştir.



Sisteme ait bulgular birkaç tasarım değişkeninin irdelenmesi ile oluşturulmuştur. Bu tasarım değişkenlerini sırasıyla;

1) Kolon boyutlarına göre,
2) Kiriş boyutlarına göre,
3) Temel kirişine oturuyor veya oturmuyor(ankastre uç) olmasına göre,
4) E Elastisite modülünün değişimine göre,
5) Çeşitli zemin sınıflarında oluşan taban kesme kuvvetlerinin modal analiz ve eşdeğer deprem yükü hesap modellerine göre,
6) Farklı kat yükseklikleri girilerek oluşturulan sistemlerin Sap2000 ve FRMDIN-2D programları ile yapılan hesaplarının, her moddaki periyot değerleri

olarak sınıflandırabiliriz.

ÖRNEK SİSTEM HAKKINDA BİLGİ VE KABULLER

Sistem bilgileri;

a = 6 metre

b = 8 metre

h_1 = 3,5 metre

h_2 = 3,5 metre

Kolon boyutları = 50/50

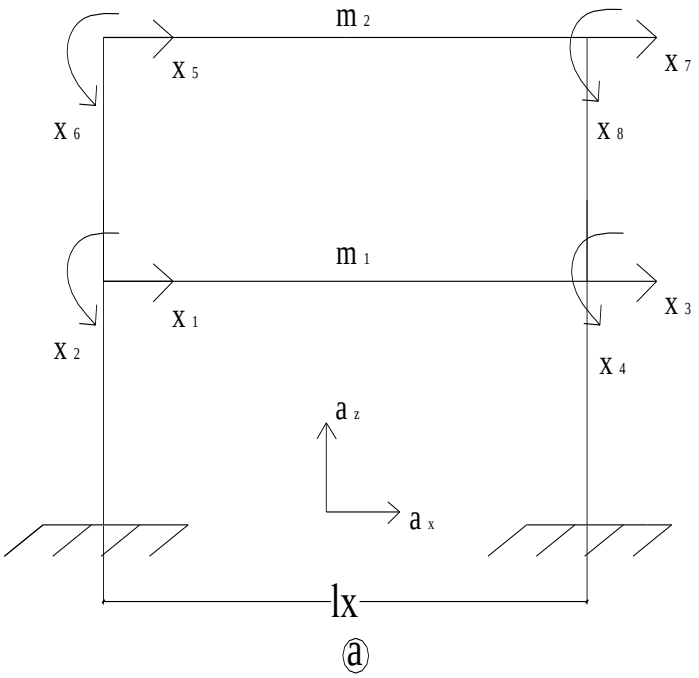
Kiriş boyutları = 25/50

Temel boyutları = 60/80

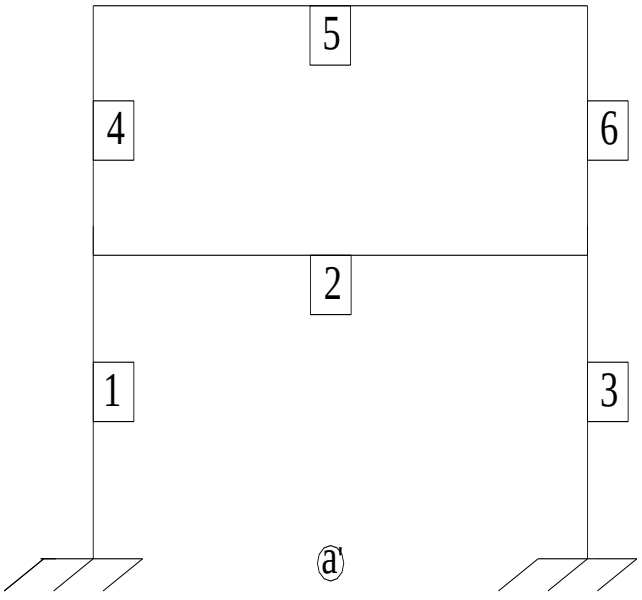
Elastisite modülü(E) =30000000 kPa

Yayılı yük = 20 kN/m

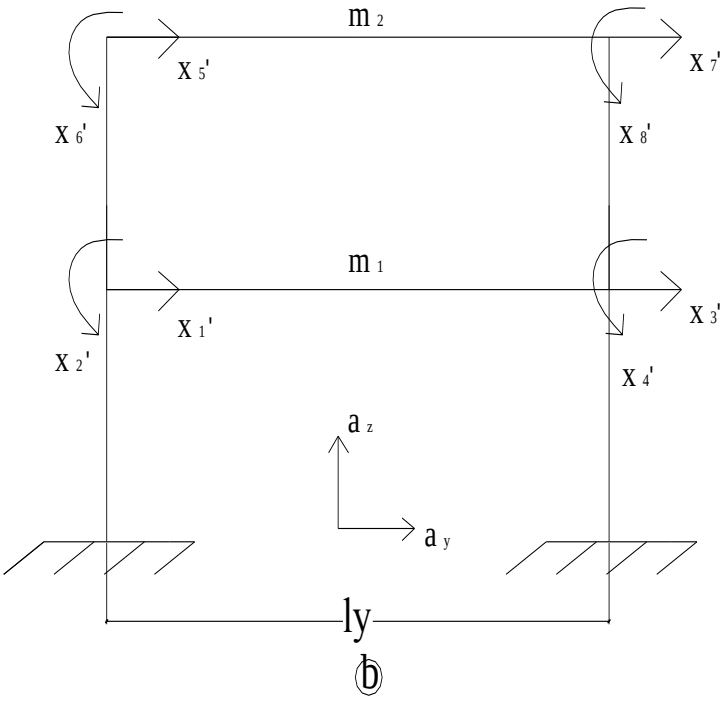
Zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları = 200000 kN/m^3



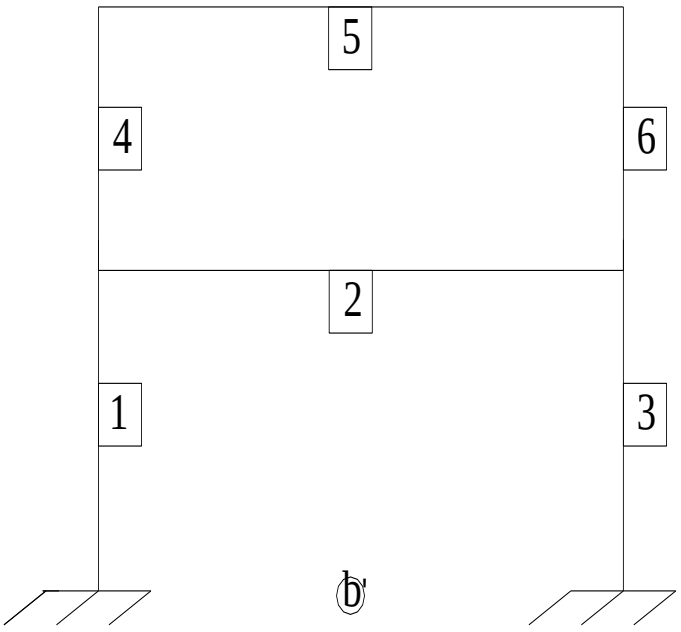
Şekil 5.2: X-X yönü



Şekil 5.3**:** X-X yönü eleman numaraları



Şekil 5.4: Y-Y yönü



Şekil 5.5: Y-Y yönü eleman numaraları

ÖRNEK 1 :

İlk olarak; Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; 40/40 kolon , 25/50 kiriş boyutlarında , elastisite modülü(E) 30000000 kPa, 20 kN/m yayılı yükü, 200000 kN/m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan ankastre uca sahip kabulündeki yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve değerler karşılaştırılarak programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

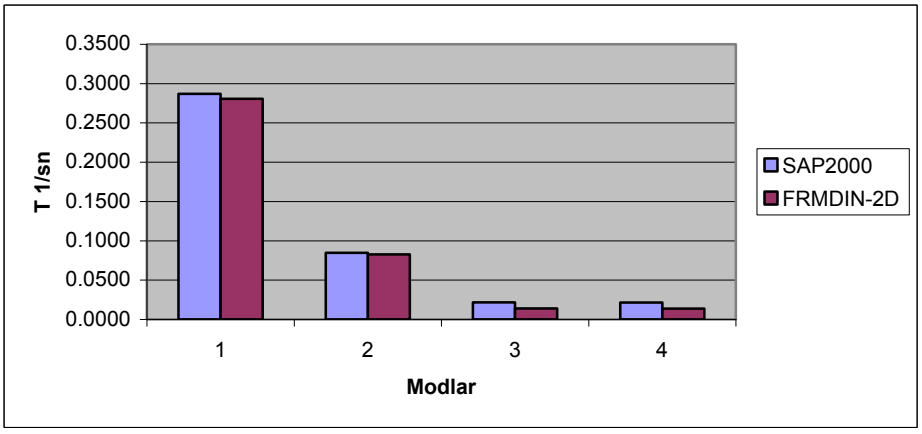
Bina önem katsayısı I=1

1.Deprem bölgesi

Yerel zemin sınıfı= Z_1

Tablo 5.1: Örnek 1'e ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

MOD	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzde % Değişim
1	0.2869	0.2805	2.22
2	0.0848	0.0826	2.59
3	0.0215	0.0138	35.94
4	0.0214	0.0136	36.32



Şekil 5.6: Örnek 1'e ait periyot değerlerinin grafik yardımıyla karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 2 :

Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; 50/50 kolon , 25/50 kiriş boyutlarında , elastisite modülü(E) 30000000 kPa, 20 kN/m yayılı yükü, 200000 kN /m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan ankastre uca sahip kabulündeki yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve değerler karşılaştırılarak programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

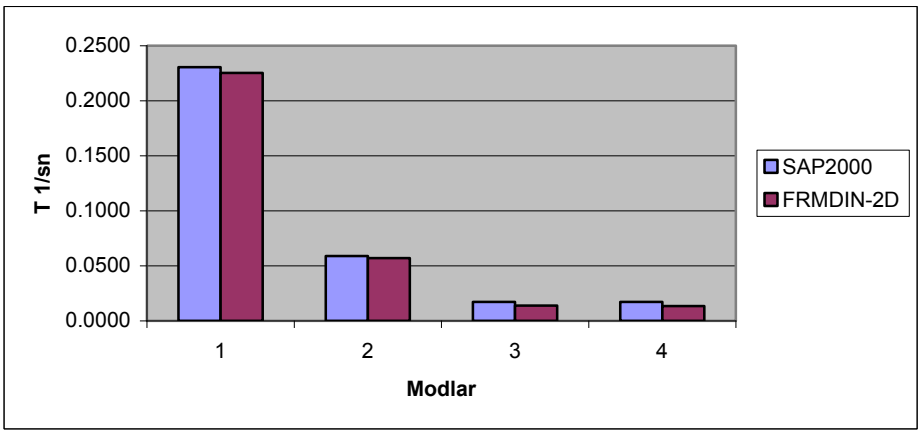
Bina önem katsayısı I=1

1.Deprem bölgesi

Yerel zemin sınıfı= Z_1

Tablo 5.2: Örnek 2'ye ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

MOD	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzde % Değişim
1	0.2306	0.2253	2.26
2	0.0589	0.0570	3.19
3	0.0172	0.0138	19.95
4	0.0171	0.0134	21.49



Şekil 5.7: Örnek 2'ye ait periyot değerlerinin grafik yardımıyla karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 3 :

Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; 60/60 kolon , 25/50 kiriş boyutlarında , elastisite modülü(E) 30000000 kPa, 20 kN /m yayılı yükü, 200000 kN /m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan ankastre uca sahip kabulündeki yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve değerler karşılaştırılarak programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

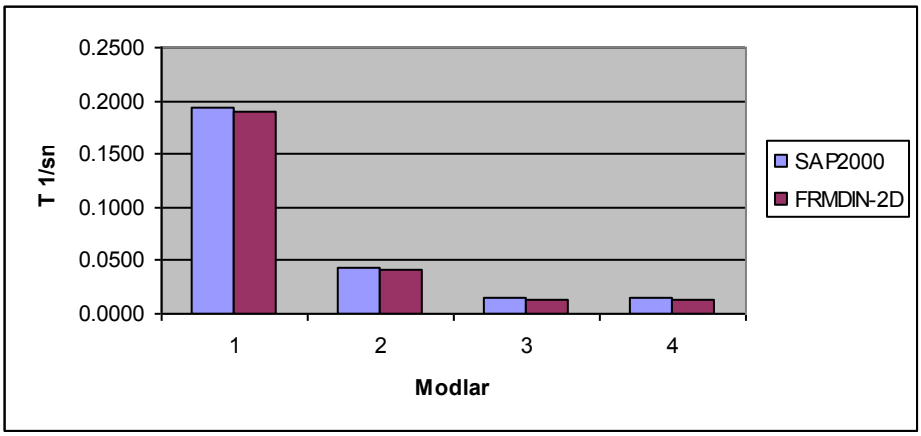
Bina önem katsayısı I=1

1.Deprem bölgesi

Yerel zemin sınıfı= Z_1

Tablo 5.3: Örnek 3'e ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

MOD	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzde % Değişim
1	0.1937	0.1894	2.22
2	0.0435	0.0418	3.87
3	0.0143	0.0137	3.99
4	0.0143	0.0131	7.93



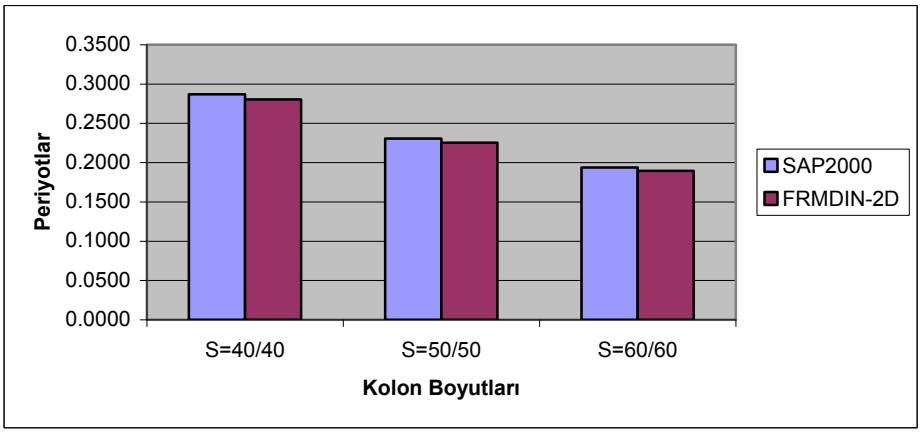
Şekil 5.8: Örnek 3'e ait periyot değerlerinin grafik yardımıyla karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 4 :

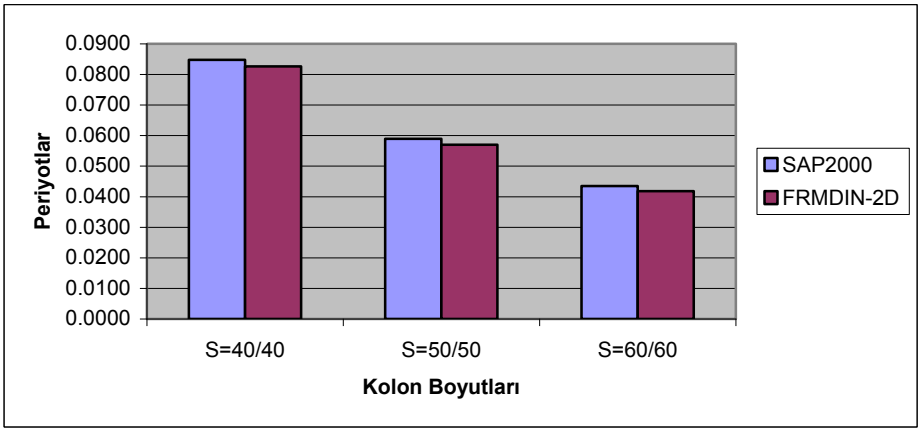
Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; sırasıyla 40/40, 50/50 ve son olarak 60/60 kolon , 25/50 kiriş boyutlarında , elastisite modülü(E) 30000000 kPa, 20 kN /m yayılı yükü, 200000 kN /m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan ankastre uca sahip kabuldeki yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve farklı kolon boyutlarında (tasarım değişkenlerinde) yapının cevabı olan periyot değerlerinin değişiminin yanı sıra bu farklı tasarım değişkenlerinde programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

Tablo 5.4: Örnek 4'e ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

Kolon Boyutlarına Göre		SAP2000		FRMDIN-2D		Yüzdelik % Değişim			
		1.mod	2.mod	1.mod	2.mod	Programların karşılaştırılması		Tasarım değişkenlerinin karşılaştırılması	
						1-3. sütunlar	2-4. sütunlar	A3.-B3. Elemanlar	C3.-B3. Elemanlar
Satır No	Sütün No	1	2	3	4	5	6	7	8
A	S=40/40	0.2869	0.0848	0.2805	0.0826	2.23	2.54	19.6791	-18.9546
B	S=50/50	0.2306	0.0589	0.2253	0.0570	2.28	3.22		
C	S=60/60	0.1937	0.0435	0.1894	0.0418	2.22	3.88		



Şekil 5.9: Örnek 4'e ait tasarım değişkenlerinin 1. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)



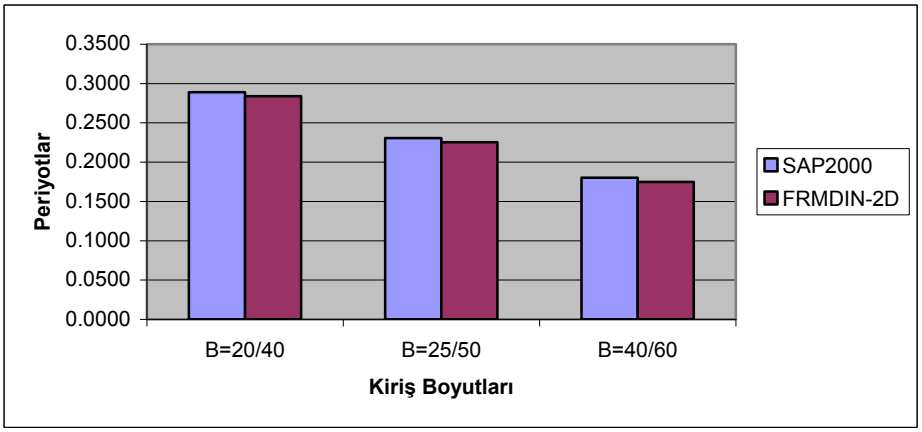
Şekil 5.10: Örnek 4'e ait tasarım değişkenlerinin 2. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 5 :

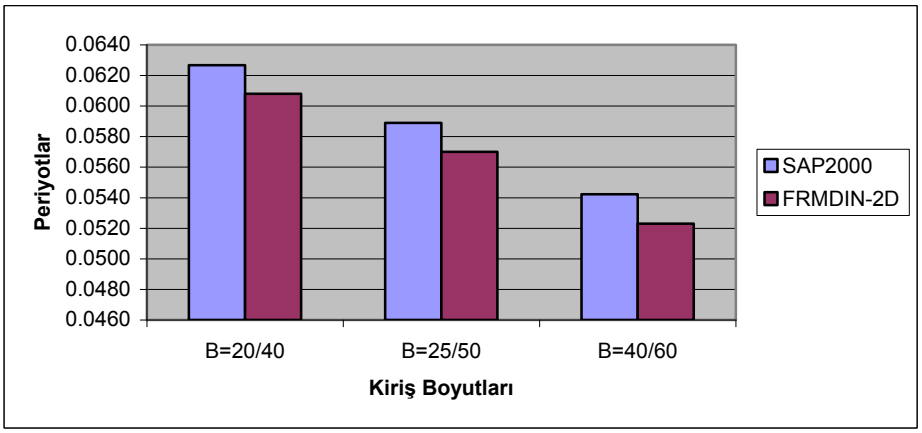
Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; sırasıyla 20/40, 25/50 ve son olarak 40/60 kiriş , 50/50 kolon boyutlarında , elastisite modülü(E) 30000000 kPa, 20 kN /m yayılı yükü, 200000 kN /m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan ankastre uca sahip kabulündeki yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve farklı kiriş boyutlarında (tasarım değişkenlerinde) yapının cevabı olan periyot değerlerinin değişiminin yanı sıra bu farklı tasarım değişkenlerinde programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

Tablo 5.5: Örnek 5'e ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

Kiriş Boyutlarına Göre		SAP2000		FRMDIN-2D		Yüzde % Değişim			
		1.mod	2.mod	1. mod	2. mod	Programların karşılaştırılması		Tasarım değişkenlerinin karşılaştırılması	
						1-3. sütunlar	2-4. sütunlar	A3.-B3. Elemanlar	C3.-B3. Elemanlar
Satır No	Sütün No	1	2	3	4	5	6	7	8
A	B=20/40	0.2889	0.0627	0.2838	0.0608	1.78	2.98	20.6131	-28.8902
B	B=25/50	0.2306	0.0589	0.2253	0.0570	2.28	3.22		
C	B=40/60	0.1800	0.0542	0.1748	0.0523	2.90	3.55		



Şekil 5.11: Örnek 5'e ait tasarım değişkenlerinin 1. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)



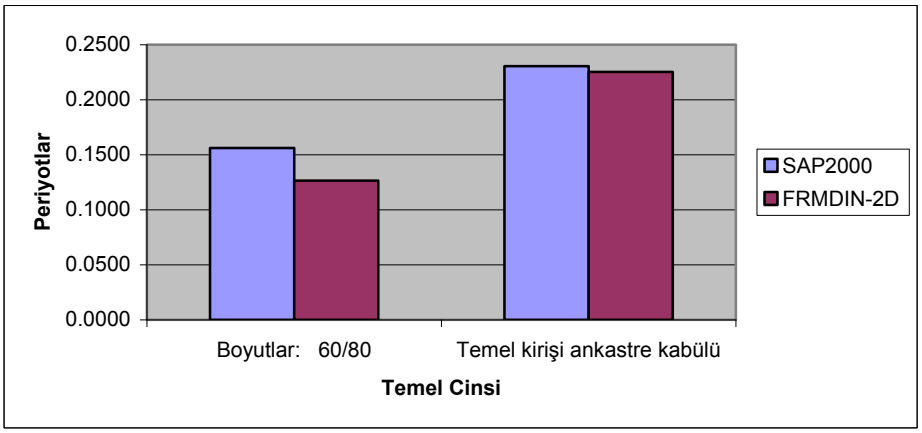
Şekil 5.12: Örnek 5'e ait tasarım değişkenlerinin 2. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 6 :

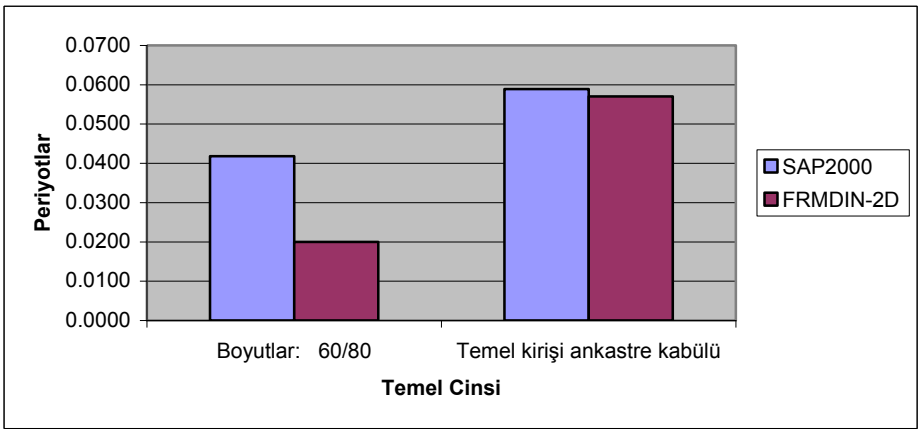
Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; sırasıyla 60/80 temel boyutları ve temel kirişi yok(=ankastre uca sahip) kabulü ile , 50/50 kolon ,25/50 kiriş boyutlarında , elastisite modülü(E) 30000000 kPa, 20 kN /m yayılı yükü, 200000 kN /m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve farklı temel boyut ve cinslerinde (tasarım değişkenlerinde) yapının cevabı olan periyot değerlerinin değişiminin yanı sıra bu farklı tasarım değişkenlerinde programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

Tablo 5.6: Örnek 6'ya ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

Temel Boyutlarına Göre		SAP2000		FRMDIN-2D		Yüzde % Değişim			
		1.mod	2.mod	1. mod	2. mod	Programların karşılaştırılması		Tasarım değişkenlerinin karşılaştırılması	
						1-3. sütunlar	2-4. sütunlar	A3.-B3. Elemanlar	A4.-B4. Elemanlar
Satır No	Sütün No	1	2	3	4	5	6	7	8
A	Boyutlar: 60/80	0.1562	0.0418	0.1265	0.0200	18.9965	52.1646	-78.10	-185.00
B	Temel kirişi ankastre kabülü	0.2306	0.0589	0.2253	0.0570	2.2797	3.2176		



Şekil 5.13: Örnek 6'ya ait tasarım değişkenlerinin 1. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)



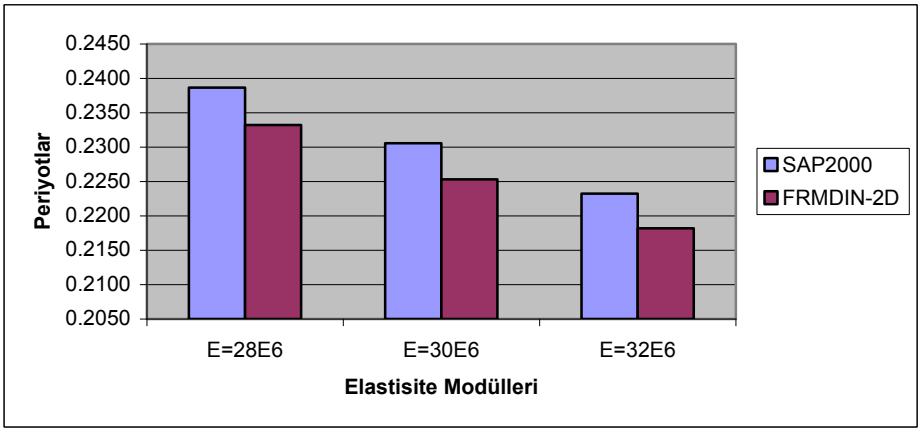
Şekil 5.14: Örnek 6'ya ait tasarım değişkenlerinin 2. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 7 :

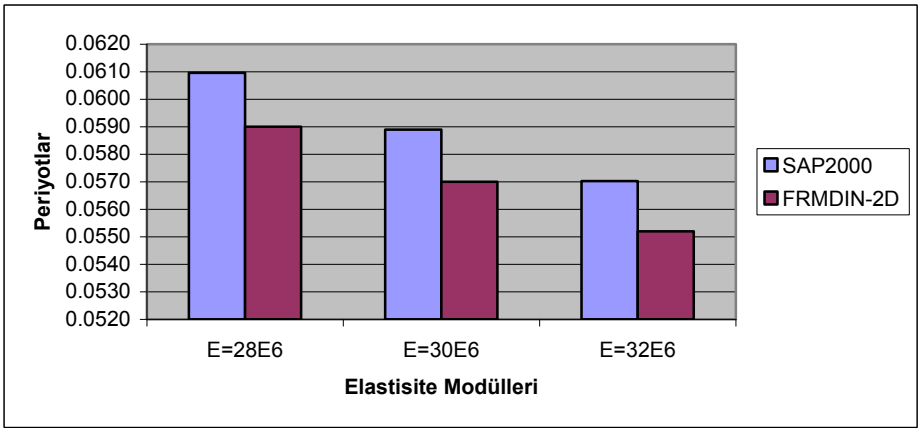
Şekil 5.1'de belirtilen sistemin 6 metre açıklığa , 3.5 metre kat yüksekliğine sahip X doğrultusunda ; sırasıyla elastisite modülü E = 2810^6 kPa (C20), E = 3010^6 kPa (C25), E = 3210^6 kPa (C30) kabulleri ile , 50/50 kolon, 25/50 kiriş boyutlarında , 20 kN /m yayılı yükü, 200000 kN /m^3 zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları olan yapının hem SAP2000 hem de FRMDIN-2D programları yardımı ile dinamik analizi yapılmış ve farklı elastisite modüllerinde (tasarım değişkenlerinde) yapının cevabı olan periyot değerlerinin değişiminin yanı sıra bu farklı tasarım değişkenlerinde programların yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

Tablo 5.7: Örnek 7'ye ait periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

Elastisite Modüllerine Göre		SAP2000		FRMDIN-2D		Yüzde % Değişim			
		1.mod	2.mod	1. mod	2. mod	Programların karşılaştırılması		Tasarım değişkenlerinin karşılaştırılması	
						1-3. sütunlar	2-4. sütunlar	A3.-B3. Elemanlar	C3.-B3. Elemanlar
Satır No	Sütün No	1	2	3	4	5	6	7	8
A	E=28E6	0.2386	0.0610	0.2332	0.0590	2.28	3.22	3.3877	-3.2635
B	E=30E6	0.2306	0.0589	0.2253	0.0570	2.28	3.22		
C	E=32E6	0.2232	0.0570	0.2182	0.0552	2.26	3.20		



Şekil 5.15: Örnek 7'ye ait tasarım değişkenlerinin 1. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)



Şekil 5.16: Örnek 7'ye ait tasarım değişkenlerinin 2. moddaki periyot değerlerinin karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 8 :

Şekil 5.1'de belirtilen sistem ait bilgiler;

a = 6 metre

b = 8 metre

h_1 = 3,5 metre

h_2 = 3,5 metre

Kolon boyutları = 50/50

Kiriş boyutları = 25/50

Temel boyutları = 60/80

Elastisite modülü(E) =30000000 kPa (C25)

Yayılı yük = 20 kN /m

Zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları = 200000 kN /m^3

Bina önem katsayısı I = 1

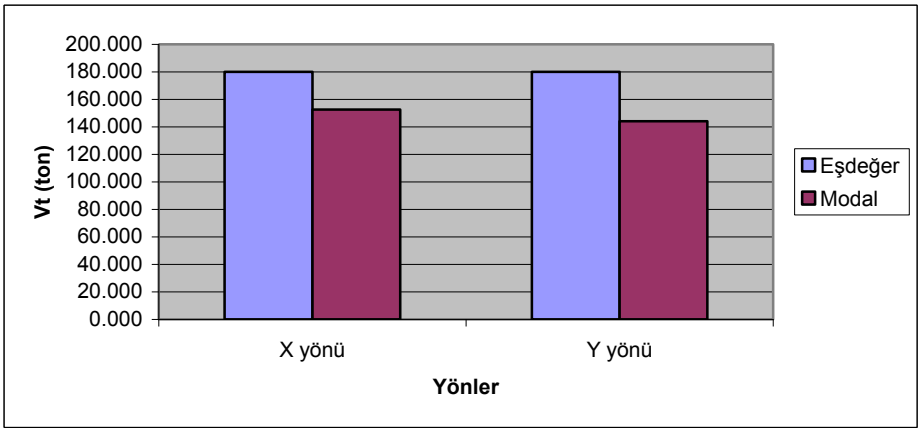
1.Deprem bölgesi

Yerel zemin sınıfı = Z_1 olup,

Bu yapının SAP2000 programı yardımı ile dinamik analizi yapılmış Eşdeğer deprem yükü yöntemi ve Modal analiz yöntemleri ile elde edilen taban kesme kuvvetlerinin X ve Y doğrultularındaki değerlerinin birbirine yakınsaklığı araştırılmıştır. Sonuçlar tablolar ve grafikler şeklinde aşağıda sunulmuştur.

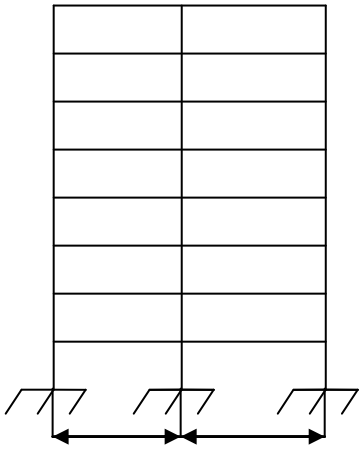
Tablo 5.8: Örnek 8'e ait taban kesme kuvvetlerinin Eşdeğer deprem yükü ve Modal analiz yöntemleri arasındaki karşılaştırma tablosu (kN)

Vt taban kesme kuvveti	Eşdeğer	Modal Analiz	Yüzde % Değişim	
			X yönü için	Y yönü için
X yönü	179.991	152.515	15.27	19.93
Y yönü	179.991	144.117		



Şekil 5.17: Örnek 8'e ait taban kesme kuvvetlerinin Eşdeğer deprem yükü ve Modal analiz yöntemleri arasındaki karşılaştırma grafiği (kN)

ÖRNEK 9 :



Şekil 5.18: Örnek 9'a ait kesit

Bu örnekte; Şekil 5.18'de kesiti verilen çerçeve örneğinin 3,5 ve 8 katlı olarak Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 zemin sınıfları için hem eşdeğer deprem yükü yöntemine göre hem de modal analiz yöntemine göre dinamik hesabı yapılmış ve değerleri karşılaştırılmıştır. Sonuçlar kN cinsinden ve Vt taban kesme kuvvetleri olarak ifade

edilmiştir. Sistem SAP2000 paket programı ile çözülmüştür. Örneğe ait veriler aşağıda sunulmuştur.

Tüm kolonlar: 65 / 65

Tüm kirişler: 30 / 50

Elastisite modülü(E) =30 x 10^6 kPa

Yayılı yük = 20 kN / m

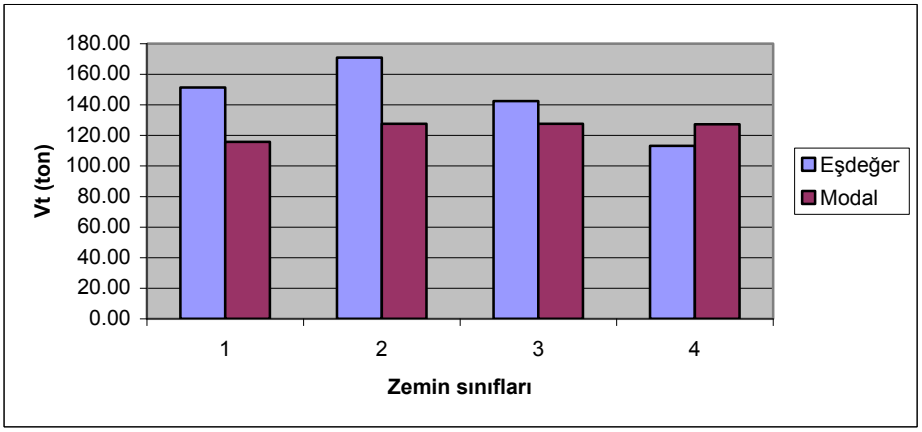
Zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları = 200000-20000-15000-5000 kN / m^3

Bina önem katsayısı I = 1

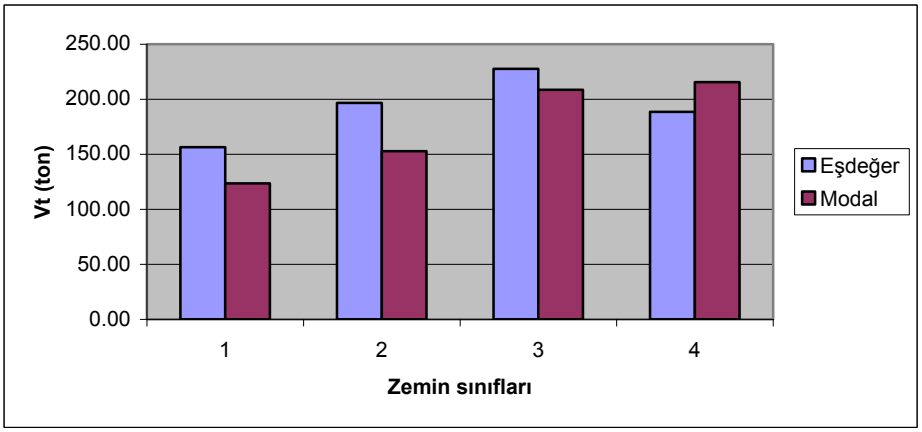
1.Deprem bölgesi A_o = 0.4

Tablo 5.9: Örnek 9'a ait sistemin taban kesme kuvvetlerinin Eşdeğer deprem ve Modal analiz yöntemleri ile karşılaştırılması (kN)

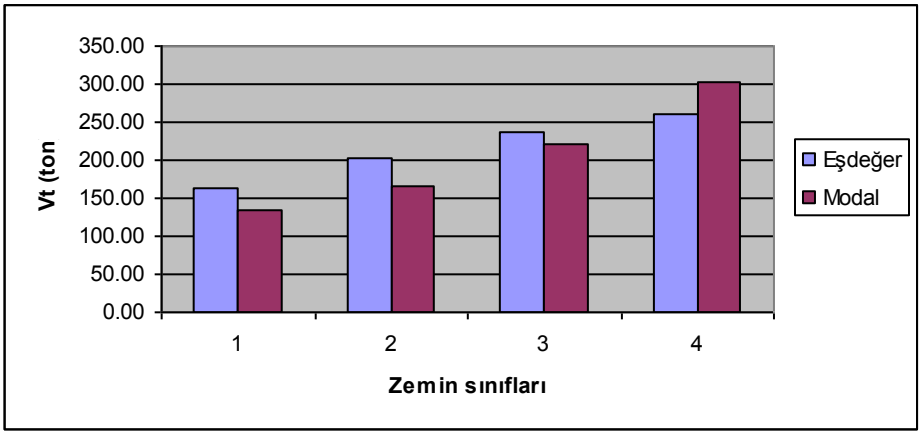
Vt (Kn)	3 KATLI YAPI			5 KATLI YAPI			8 KATLI YAPI		
Zemin Sınıfı	Eşdeğer	Modal	Yüzdelik Fark	Eşdeğer	Modal	Yüzdelik Fark	Eşdeğer	Modal	Yüzdelik Fark
Z1	151.34	115.74	23.52	156.43	123.53	21.03	162.76	134.26	17.51
Z2	170.90	127.52	25.38	196.68	152.70	22.36	203.85	165.10	19.01
Z3	142.44	127.52	10.47	227.61	208.52	8.39	235.88	222.20	5.80
Z4	113.12	127.21	-12.46	188.53	215.61	-14.37	260.48	302.48	-16.13



Şekil 5.19: Örnek 9'a ait 3 katlı çerçeve sistem için taban kesme kuvvetlerinin Eşdeğer deprem yükü ve Modal analiz yöntemleri ile karşılaştırılması grafiği (kN)



Şekil 5.20: Örnek 9'a ait 5 katlı çerçeve sistem için taban kesme kuvvetlerinin Eşdeğer deprem yükü ve Modal analiz yöntemleri ile karşılaştırılması grafiği (kN)



Şekil 5.21: Örnek 9 'a ait 8 katlı çerçeve sistem için taban kesme kuvvetlerinin Eşdeğer deprem yükü ve Modal analiz yöntemleri ile karşılaştırılması grafiği (kN)

ÖRNEK 10 :

Bu örnekte; Şekil 5.18'de kesiti verilen çerçeve örneğinin 3,5 ve 8 katlı olarak hem SAP2000 paket programıyla hem de FRMDIN-2D programıyla dinamik hesabı yapılmış ve değerlerin yakınsaklığı karşılaştırılmıştır. Sonuçlar 1. , 2. , 3. ve 4. modlardaki saniye cinsinden periyotlar (T) olarak ifade edilmiştir. Örneğe ait veriler aşağıda sunulmuştur.

Tüm kolonlar: 65 / 65

Tüm kirişler: 30 / 50

Elastisite modülü(E) =30 x 10^6 kPa

Yayılı yük = 20 kN / m

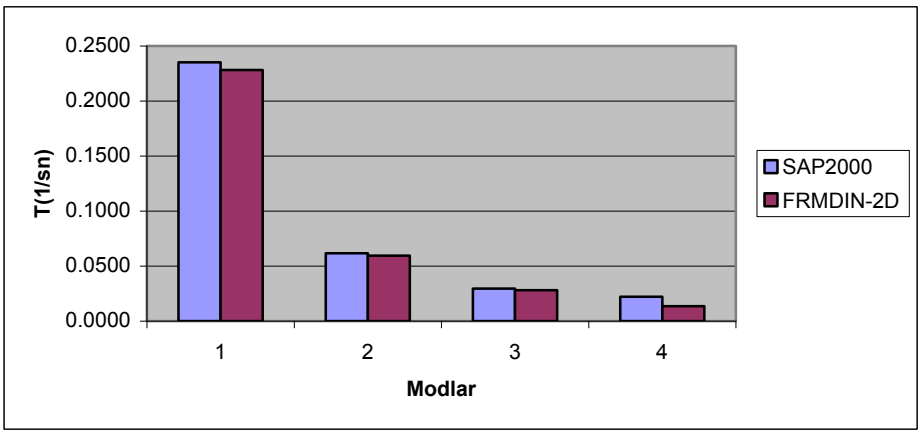
Zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları = 200000 kN / m^3

Bina önem katsayısı I = 1

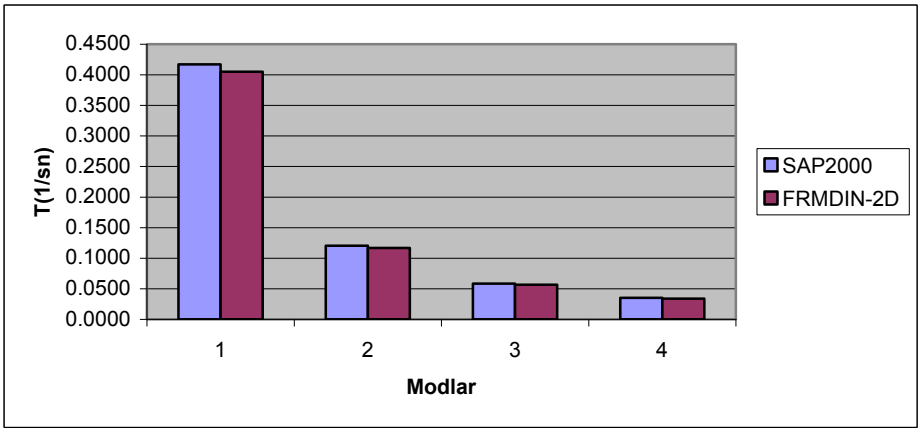
1.Deprem bölgesi A_o = 0.4

Tablo 5.10: Örnek 10 'a ait sistemin periyotlarının ilk dört mod için SAP2000 ve FRMDIN-2D programları ile karşılaştırılması (sn)

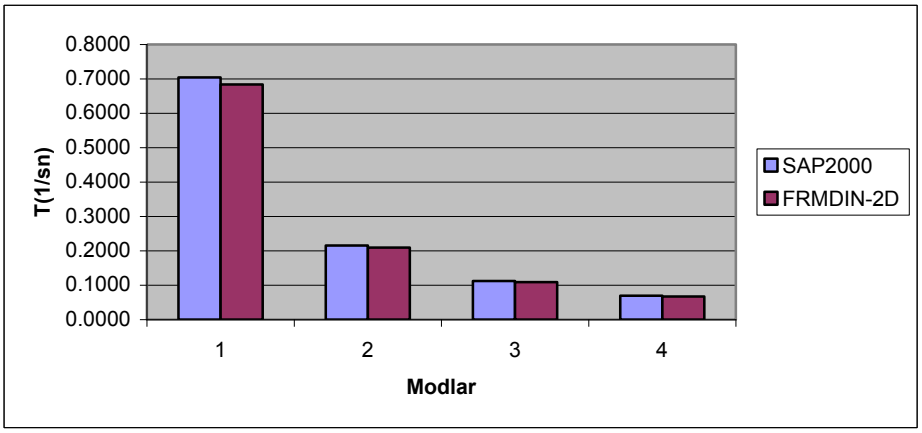
T (1/sn)	3 KATLI YAPI			5 KATLI YAPI			8 KATLI YAPI		
MOD	SAP2000	FRMDIN-2D	Hata Oranı	SAP2000	FRMDIN-2D	Hata Oranı	SAP2000	FRMDIN-2D	Hata Oranı
1	0.2352	0.2282	2.96	0.4171	0.4050	2.90	0.7040	0.6838	2.87
2	0.0616	0.0595	3.45	0.1204	0.1168	3.00	0.2155	0.2092	2.91
3	0.0295	0.0280	4.99	0.0584	0.0564	3.41	0.1122	0.1090	2.89
4	0.0221	0.0135	38.99	0.0352	0.0337	4.19	0.0694	0.0672	3.13



Şekil 5.22: Örnek 10'a ait 3 katlı çerçeve sistemin periyotlarının ilk dört mod için SAP2000 ve FRMDIN-2D programları ile karşılaştırılması (sn)



Şekil 5.23: Örnek 10'a ait 5 katlı çerçeve sistemin periyotlarının ilk dört mod için SAP2000 ve FRMDIN-2D programları ile karşılaştırılması (sn)



Şekil 5.24: Örnek 10'a ait 8 katlı çerçeve sistemin periyotlarının ilk dört mod için SAP2000 ve FRMDIN-2D programları ile karşılaştırılması (sn)

ÖRNEK 11 :

Bu örnekte; Şekil 5.1'da kesiti verilen çerçeve örneğini FRMDIN-2D programıyla dinamik hesabı yapılmış ayrıca FRMDIN-2D programında mevcut olan elastik mesnetli eleman kabulünün sınanması için çeşitli elemanlar elastik mesnetli kabul edilerek. Sonuçlar 1. , 2. , 3. ve 4. modlardaki saniye cinsinden periyotlar (T) olarak ifade edilmiştir. Örneğe ait veriler aşağıda sunulmuştur.

Tüm kolonlar: 50 / 50 Tüm kirişler: 25 / 50

Elastisite modülü(E) =30 x 10^6 kPa Yayılı yük = 20 kN / m

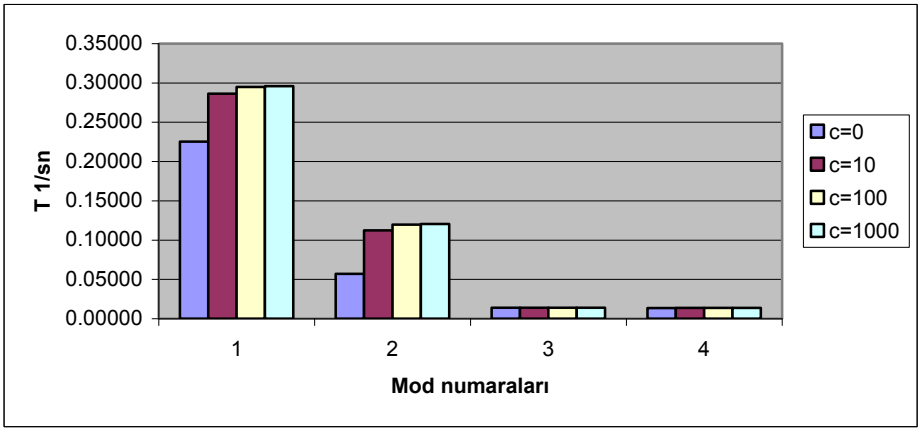
Bina önem katsayısı I = 1 1.Deprem bölgesi A_o = 0.4

Elastik mesnetli elemanlar ve alfa sabitleri alfa= c*L/EI

ElNo	al1	al2
1	0	0-10-100-1000
2	0	0-10-100-1000
3	0	0-10-100-1000
4	0	0-10-100-1000

Tablo 5.11 : Örnek 11 'e ait sistemin periyotlarının ilk dört mod için karşılaştırılması tablosu (sn)

Elastik mesnetli modeller		Elastik mesnet sabiti alfa=c*L/EI				Alfa sabitlerinin karşılaştırılması		
		c=0	c=10	c=100	c=1000	c=0 ≈ c=10	c=0 ≈ c=100	c=0 ≈ c=1000
T (1/sn)	Mod	1	2	3	4	5	6	7
A	1	0.22522	0.28640	0.29491	0.29592	27.165	30.943	31.392
B	2	0.05699	0.11230	0.11965	0.12051	97.055	109.962	111.463
C	3	0.01374	0.01375	0.01375	0.01375	0.036	0.045	0.047
D	4	0.01343	0.01367	0.01369	0.01369	1.842	1.935	1.945



Şekil 5.25 : Örnek 11 'e ait sistemin periyotlarının ilk dört mod için karşılaştırılması grafiği (sn)

6. SONUÇLAR ve TARTIŞMA:

1. Bu çalışma sonucunda görülmüştür ki; çerçeve sistemlerin dinamik analizinde eşdeğer deprem yükü yöntemi modal analiz yönteminden daha büyük taban kesme kuvveti değerleri vermektedir. Özellikle kat sayısı artıkça bu fark belirginleşmektedir. Bunun temel sebebi eşdeğer deprem yükü yönteminde taban kesme kuvveti için bir alt limitin olması ve ABYYHY-98 de modal analiz ile hesabın iki asal eksende ayrı ayrı yapılmasıdır. Ayrıca; Eşdeğer deprem yükü yönteminde yapının birinci modu esas alınır ve katlara etkiyen deprem kuvvetlerinin kat kütlesi ve katın temelden yüksekliği ile orantılı kabul edilir. Titreşim periyodunun hesabında ve deprem yükünün dağıtılmasında binanın kütlesi hesaba katıldığı için bu yöntemde yapının birinci serbestlik derecesini esas alan dinamik bir yöntem olarak kabul edilebilir. Mod birleştirme yönteminde ise toplam deprem kuvvetinin bulunmasında diğer titreşim periyotları ve mod şekilleri hesaba katılır. Bu toplam kuvvetin katlara dağıtılmasında ilgili mod şekilleri esas alınır. Bu yöntem çok serbestlik dereceli sistemlerin davranışını veren ifadelerin her mod şekli için ayrı ayrı olarak değerlendirilmesi olarak da düşünülebilir. Mod Birleştirme Yöntemini ve Eşdeğer Deprem Yükü Yönteminin her ikisinde 3. ve 4. deprem bölgesinde kullanılması tamamen yapı yüksekliğine bağlıdır. Buna karşılık 1. ve 2. deprem bölgelerinde yöntemin belirlenmesi yapı yüksekliği yanında yapıdaki burulma ve rijitlik düzensizliğine bağlıdır. Yapı yüksekliğinin artması ve düzensizliklerin bulunması Mod Birleştirme Deprem bölgelerinde yöntemin belirlenmesi yapı yüksekliği yanında yapıdaki burulma ve rijitlik düzensizliğine bağlıdır. Yapı yüksekliğinin artması ve düzensizliklerin bulunması Mod Birleştirme yönteminin kullanılmasının zorunlu kılmaktadır.

2. Programların karşılaştırılmasında şu tasarım değişkenlerine yer verilmiştir; değişken kesit, malzeme ve temel çeşitleri gibi tasarım değişkenlerinin değiştirilmesi, ayrıca farklı kat yüksekliklerindeki ve taşıyıcı sistemi çerçeve sistemlerden oluşan yapıların ele alınması gibi değişkenler girilmiş her bir uygulamada sistemin dinamik karakteristikliklerindeki değişikliklere bu çalışmanın uygulamalar kısmında değinilmiştir. Prof. Dr. Yalçın AKÖZ' e ait FRMDIN-2D programının çerçeve sistem hesap modeli ile dinamik analizin SAP2000 hazır paket programı ile

hesaplanan sonlu elemanlar yöntemine; özellikle dinamik hesapta en fazla önem arz eden ilk üç mod için yeter yakınlıkta sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu yakınsaklığın özellikle kat yüksekliğinin artmasına paralel olarak daha da fazlalaştığı belirlenmiştir. Her iki program arasında oluşan küçük farkların programların yaptığı kabullerden ve çözüm yöntemlerinden ileri geldiği bulgusuna ulaşılmıştır.

Modeli tanımlama aşamasında her programın farklı kabuller yapmasının yanı sıra kullanılan programların işleyişine, bilgi girişini kolaylaştırmaya yönelik çeşitli kabuller yapılmaktadır. Bu kabuller mutlaka ki sonuçlara etkilemektedir. Bu çalışmada eğer programların sonuçlarının birbirine yakınsaklığı incelenmek isteniyorsa, yapılan kabullerin mümkün olduğu kadar her iki programda da birbirine yakın olması gerekmektedir. Kullanıcı tarafından yapılması gereken kabuller bu bağlamda düşünülmüştür ancak programların bazı özellikleri desteklememesi, örneğin eleman kabulleri,diyafram kabulleri ve destekledikleri çözüm yöntemleri nedenleriyle çeşitli farklı yaklaşımlar gereksinimi ortaya çıkmaktadır.

Özellikle üç boyutlu dinamik analizin yapıldığı Örnek 8' de yukarıda bahsedilen en önemli kabullerden ve en kapsamlısı döşeme elemanlarında yapılması gereken kabullerdir. Döşeme elemanları, yük aktarımları, kiriş tabla hesapları dolayısıyla eleman rijitlikleri ve katların sonsuz rijit kabulü yani kat diyaframları hususlarında önemli rol oynamaktadır. Bu yüzden SAP2000 programının müsaade ettiği noktalarda çeşitli kabuller yapılmıştır.

SAP2000 programında döşemeyi tarif edebilmek üzere kabuller yapılması gerekmektedir. Ancak program kullanıcıya daha fazla müdahale şansı tanıdığından istenirse tabla boyları elle hesaplanıp kullanılan elemanlara tablalı kesit girebilmek mümkündür. Ayrıca yük aktarımı de elle hesaplanıp her türlü yük tipi her tip eleman üzerine yazılabilir ve döşeme tanımlanmadığı halde her kat için diyafram tanımlanıp katların sonsuz rijitliği sağlanmış olacaktır. Aslında bu özellikler de kullanıcıya ciddi külfetler yüklemektedir ve elle hesabın boyutlarını büyük olması yapılabilecek hataları da gündeme getirecektir. İstenirse piyasada bulunan birçok hazır paket programında da yapıldığı gibi SAP2000 programında da h_f =… bir değer girilerek istenen kalınlıkta plak döşeme elemanı tanımlanabilir ve yük aktarım , bu döşemeye yazılacak yükün sonlu elemanlar yöntemiyle dağıtılmasıyla çözümlenebilir. Bu çalışmada da (Örnek8'de) bu yöntem kullanılmıştır.

Her iki program arasındaki farklardan bir diğeri ise; FRMDIN-2D programı hesap modelinde nod kütlelerinin hesabında program tarafından her düğüm noktasında yatay doğrultuda $m_i\omega^2 q_i$ yatay dinamik kuvvetlerin etkidiği düşünülmüştür. Burada m_i kütlesi yapının mevcut yükler altında çözümünden elde edilen kolon normal kuvvetlerinin o düğüm noktasındaki normal kuvvet farkının g yer çekimi ivmesine bölünmüş değeridir. **Aköz(2005)** Bu yöntemin ön boyutlandırma aşamasında güvenle kullanılabileceği belirlenmiştir.

3. FRMDIN-2D programı çerçeve sistemlerin dinamik analizinde güvenle kullanılabilir.

4. Örnek 4 ve Örnek 5' e ait bulgularda da görülüyor ki; yapının rijitliğini oluşturan unsurlardan olan kolon-kiriş boyutlarında ki en ufak bir değişiklik, yapı dinamiğine hemen yansıyor ve etkiliyor. Tablo 5.4 ve Tablo 5.5'den açıkça seçildiği üzere; kolon veya kiriş boyutlarının artışına paralel olarak (diğer değişkenlerin sabit kalması koşuluyla) yapı periyodu azalmakta ve yapı daha az sünek davranış göstermektedir. Öte yandan ; deprem yönetmenliğinde, depreme dayanıklı yapıların süneklik düzeyi bakımından '' Yüksek'' olmaların tercih edildiğini unutmamak gerekmektedir.

5. Zemin-yapı etkileşiminde , yapının altında bulunan zemin ana kayadaki deprem etkisini değiştirerek verir. Ana kayadan gelen hareket zemin içinde değişikliğe uğrayarak zemin yüzüne çıkar. Bu yer hareketi de yapı temeli ile yapıya iletilmektedir. Bazı durumlarda da bu nedenle etkinin büyüdüğü görülür. Örneğin sağlam bir zemin üzerine yapılmış bir yapıya etki eden deprem hareketinde hiçbir değişiklik görülmezken yumuşak bir zemin üzerindeki yapının deprem hareketinde büyük değişiklikler olmaktadır. Yapı-zemin arasında bir etkileşim olduğundan deprem hareketindeki değişiklikler daha da büyümektedir.

- Zemin – yapı etkileşimi sonucu zeminin etkisiyle yapının periyot ve mod şekilleri gibi dinamik özelliklerinde de değişiklik olur.

- Yapı zemine rijit olarak mesnetlenmediği için yapının titreşim enerjisinin büyük bir bölümü zemindeki sönüm ve yayılma ile söner.

- Yapının bulunduğu zemin nedeniyle deprem sırasında farklı oturmalar oluşabilir.

Bu olaylarda şu görülebilir ki yapının davranışı kısmi olarak zeminden ve aynı şekilde zeminin davranışı da yapının olup olmamasından etkilenir. Yani yapının temelin de meydana gelen hareketle, aynı noktada yapı olmadığında meydana gelecek olan serbest yüzey hareketi arasında fark ortaya çıkar. Fakat uygulamalarda genelde bu göz önüne alınmaz ve yapının zemine rijit olarak mesnetlendiği kabul edilir. Fakat özellikle özel durumlarda zemin yapı etkileşiminin göz önüne alınması hesap doğruluğu açısından önem sağlayacaktır. Ayrıca unutulmamalıdır ki; Yapının tam serbestlikle temel ile birlikte çözülmesi halinde daha gerçekçi ve ekonomik sonuç elde edilmektedir, yapının temel kirişleri ile birlikte çözülmesi sayesinde; perde ve kolon alt düğüm noktaları temel rijitliği ile dengelenmekte ve momentler paylaşılmaktadır, yapı periyodu, zemin ve temel rijitliklerine bağlı olarak değişmekte, dinamik analizde zemin davranışı önem kazanmaktadır. Bu çalışmada da uygulaması Örnek 6 da yapılan sonuçlar ışığında; temel kirişini ankastre kabul edilmesi ile temel kirişi girilerek dinamik hesap yapılması arasında oldukça büyük farklılıkların oluştuğu açıkça ortaya konulmuştur. Özellikle programlar arasında oluşan farkın nedeni; SAP2000 programının sonlu elemanlar hesap yöntemi ile çözümünde tanımlanan temel kirişini parçalara ayırarak çözüm yapması olarak gösterile bilinir. Bu bölme işlemi ise dolayısıyla yük aktarımını etkilemektedir ki yük aktarımı karşılaştırma açısından oldukça önemli sonuç değişikliklerine sebebiyet vermektedir. Çünkü örneklere ait grafikler ve tablolarda da görülebileceği üzere kat kütleleri dolayısıyla modal periyotlar direkt olarak etkilenmektedir. Ayrıca sonuçların sonlu elemanlara bölünmüş temel kirişi elemanının her bir parçası için elde edileceğinden temel kirişi elemanı için tek bir değer haline getirmek için ek işlemler yapılması gerekliliği unutulmamalıdır. Aynı problem FRMDIN-2D programında bulunmamaktadır ki, bu açıdan hesap kolaylığı, hassasiyeti ve süresi açısından FRMDIN-2D programı SAP2000 den daha iyi sonuç vermektedir. Buna ek olarak; SAP2000 programı ile bulunan değerlerin FRMDIN-2D programının sonuçlarına olan yakınsaklığının incelenmesinde şu yöntem uygulanmıştır; tanımlanan temel kirişini çeşitli parçalara bölünmüş , her biri için ayrı ayrı sonuçlar elde edilmiştir ve bu sonuçların bölünen her bir parça için ne oranda FRMDIN-2D programı sonucuna yakınsadığı grafikler yardımı ile EK4 de gösterilmiştir. Buradan

da anlaşılacağı üzerine temel kirişi elemanının 3,5,7,10,15 gibi parçalara bölerek yapılan her bir hesapta grafiklerden de görüldüğü üzere SAP2000 den elde edilen değerler giderek FRMDIN-2D program değerlerine yakınsamaktadır. Bu denemeler her bir zemin sınıfı (Z1,Z2,Z3,Z4) içinde ayrı ayrı yapılmıştır.(Tablo ve grafikler EK4 de mevcuttur.)

6. Tasarım değişkeni olarak elastisite modülünün ele alındığı örnek 7' e ait sonuçlardan; beton sınıflarının her bir aralıktaki değişimi (C20-C25-C30 olarak) yapının karakteristik özelliklerinden biri olan periyotlar cinsinden yaklaşık olarak %3 gibi bir fark yarattığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgularda gösteriyor ki; yapının dinamik karakteristiğini etkileyen etkenlerden biride malzeme seçimi olmaktadır.

7. Son olarak Örnek 11'de FRMDIN-2D' de bulunan elastik mesnetli eleman tanımlanmasının, örnek modelin periyoduna nasıl bir etki yarattığı, nasıl değişikliğe uğrattığı incelenmiştir. Bulunan bilgiler ışığında piyasada ki çok az hazır paket programlarda bulunabilecek bu özelliğin gayet doğru sonuçlar verdiği ve kullanım açısından diğer programlara nazaran daha kolay ve hızlı çözüme ulaştırdığı tespit edilmiştir.

8. Yukarıda sıralanan özellikler de gösteriyor ki tasarımın ve uygulamanın birçok farklı alanında FRMDIN-2D programı sağlılık sonuç vermekle kalmıyor ayrıca kolaylığı ve sonuçlara ulaşım hızı olarak da piyasada bulunan birçok hazır paket program arasında oldukça önemli bir yeri hak etmektedir.

KAYNAKLAR

Bakırtaş, İ., 2005 Yaylar, Çubuklar ve Çubuk Sistemlerde Mekanik Titreşimler Ders Notları. İ.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

Aköz, A. Y.,2005. Enerji Yöntemleri ve Yapı Sistemleri. Birsen Yayınevi. İstanbul.

Tezcan, S. , 1970. Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makineleri İle Çözümü, Arı Kitabevi, İstanbul.

Kazımzade, A. A., 2004. Yapı Dinamiği., Birsen Yayınevi, İstanbul.

Koçak, A., 2003 Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı Ders Notları.Y.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

Mertol, A.Y. ve Mertol, H. C. , 2002. Deprem Mühendisliği ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı. Kozan Ofset. Ankara.

Celep, Z. Ve Kumbasar, N., 2001. Yapı Dinamiği, İ.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

Celep, Z. Ve Kumbasar, N., 2000. Deprem Mühendisliğine Giriş ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı, İ.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

Clough, R. W. And Penzien, J., 1975, Dynamics of Structures,USA

Craig, R. R., 1981. Structural Dynamics, University of Texas Publications, Texas.

Buchholdt, H., 1997 Structural Dynamics for Engineers, Thomas Telford Publications

Wong, K. and Hart, G.C., 1999 Structural Dynamics for Structural Engineers, John Wiley & Sons Publication, USA.

Tedesco, J. W. , Mc Dougal, W.G. and Ross C.A.; Structural Dynamics, USA

Humar, J.L. Dynamics of Structures, USA

Timur, T., **2002**. Deprem Bölgelerinde Yapı Üretimi, Büyükkent, İstanbul, Türkiye, Şubat 15-16.

ABYYHY-98, 1998. Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik, *TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi,* İstanbul.

TS 500, 1984. Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara

EKLER:

EK1: Programların İç Kuvvetlerini Karşılaştırma Tabloları

EK2: SAP2000 Programı Analiz Sonuçları

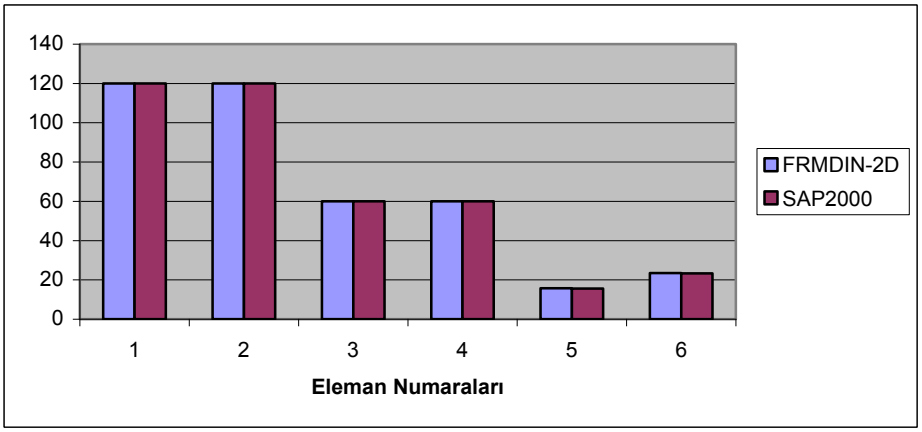
EK3: FRMDIN-2D Programı Analiz Sonuçları

EK4: Örnek 6'ya ait ek grafikler (temel kirişli model için)

EK1: Programların İç Kuvvetlerini Karşılaştırma Tabloları

Tablo A.1: Kolon boyutları 40/40 olan diğer değişkenleri sabit örnek çerçevenin iç kuvvetleri cinsinden programların karşılaştırılması tablosu.

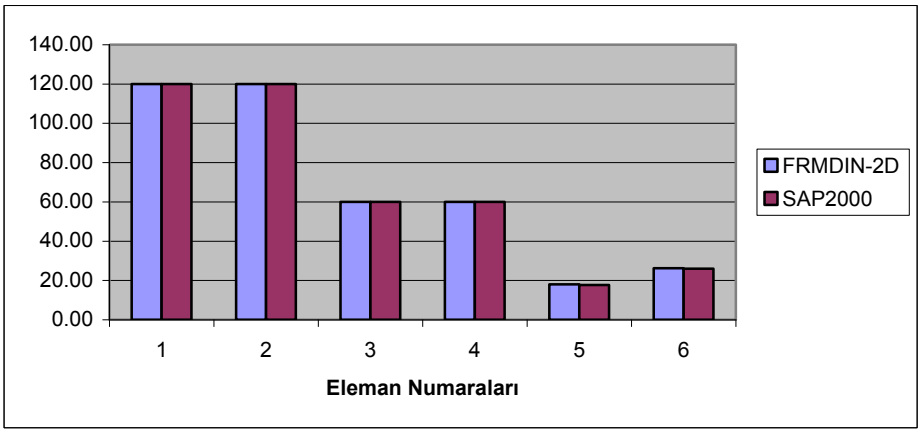
	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	% FARKLAR		
No	N1	N1	T1	T1	M2	M2	N1'ler için	T1'ler için	M2'ler için
1	-120	-120	-7.74	-7.74	-17.94	-18.10	0.00	0.00	-0.89
2	-120	-120	7.74	7.74	17.94	18.10	0.00	0.00	-0.89
3	-60	-60	-23.46	-23.25	-46.29	-45.98	0.00	0.90	0.67
4	-60	-60	23.46	23.25	46.29	45.98	0.00	0.90	0.67
5	15.71	15.51	60	60	-53.75	-53.51	1.27	0.00	0.44
6	-23.46	-23.25	60	60	-46.29	-45.98	0.90	0.00	0.67



Şekil A.1: Kolon boyutları 40/40 olan diğer değişkenleri sabit örnek çerçevenin iç kuvvetleri cinsinden programların karşılaştırılması grafiği.

Tablo A.2: Kolon boyutları 50/50 olan diğer değişkenleri sabit örnek çerçevenin iç kuvvetleri cinsinden programların karşılaştırılması tablosu.

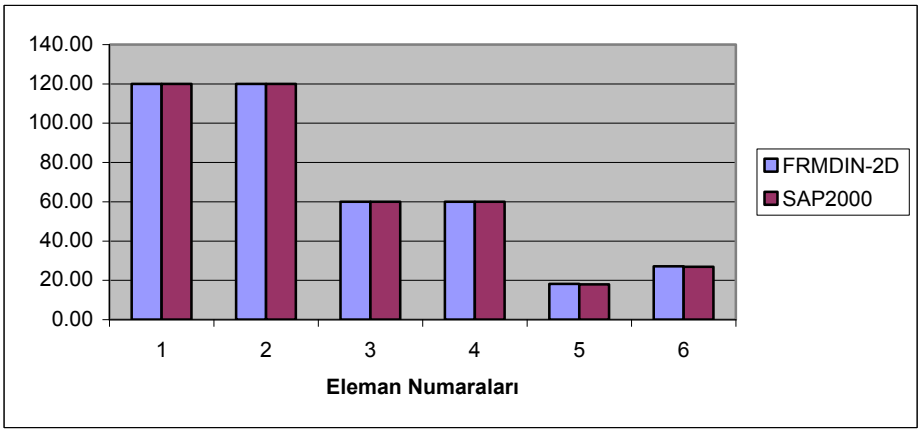
	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	% FARKLAR		
No	**N1**	**N1**	**T1**	**T1**	**M2**	**M2**	**N1'ler için**	**T1'ler için**	**M2'ler için**
1	-120.00	-120.00	-8.24	-8.27	-18.86	-19.22	0.00	-0.36	-1.91
2	-120.00	-120.00	8.24	8.27	18.86	19.22	0.00	-0.36	-1.91
3	-60.00	-60.00	-26.20	-25.97	-53.15	-52.89	0.00	0.88	0.49
4	-60.00	-60.00	26.20	25.97	53.15	52.89	0.00	0.88	0.49
5	17.96	17.70	60.00	60.00	-57.41	-57.23	1.43	0.00	0.31
6	-26.20	-25.97	60.00	60.00	-53.15	-52.89	0.87	0.00	0.49



Şekil A.2: Kolon boyutları 50/50 olan diğer değişkenleri sabit örnek çerçevenin iç kuvvetleri cinsinden programların karşılaştırılması grafiği.

Tablo A.3: Kolon boyutları 60/60 olan diğer değişkenleri sabit örnek çerçevenin iç kuvvetleri cinsinden programların karşılaştırılması tablosu.

	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	% FARKLAR		
No	**N1**	**N1**	**T1**	**T1**	**M2**	**M2**	**N1'ler için**	**T1'ler için**	**M2'ler için**
1	-120.00	-120.00	-8.95	-8.98	-20.12	-20.64	0.00	-0.32	-2.58
2	-120.00	-120.00	8.95	8.98	20.12	20.64	0.00	-0.32	-2.58
3	-60.00	-60.00	-27.11	-26.87	-56.27	-56.07	0.00	0.89	0.36
4	-60.00	-60.00	27.11	26.87	56.27	56.07	0.00	0.89	0.36
5	18.16	17.89	60.00	60.00	-58.75	-58.61	1.48	0.00	0.23
6	-27.11	-26.87	60.00	60.00	-56.27	-56.07	0.89	0.00	0.36



Şekil A.3: Kolon boyutları 60/60 olan diğer değişkenleri sabit örnek çerçevenin iç kuvvetleri cinsinden programların karşılaştırılması grafiği.

Tablo A.4: Kolon boyutlarına göre iç kuvvetler tablosu

Kolon Boyutlarına Göre			FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	% FARKLAR			% FARKLAR					
									Programların Karşılaştırılması			Tasarım Değişkenlerinin FRMDIN-2D Programı İle Karşılaştırılması					
		No	N1	N1	T1	T1	M2	M2	N1'ler için	T1'ler için	M2'ler için	N1'ler için		T1'ler için		M2'ler için	
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12		13
S= 40/40	A	1	-120,00	-120,00	-8,95	-8,98	-20,12	-20,64	0,00	-0,32	-2,58	A1-E1	0,00	A3-E3	7,93	A5-E5	6,26
	B	3	-60,00	-60,00	-27,11	-26,87	-56,27	-56,07	0,00	0,89	0,36	B1-F1	0,00	B3-F3	3,36	B5-F5	5,54
	C	5	18,16	17,89	60,00	60,00	-58,75	-58,61	1,48	0,00	0,23	C1-G1	1,10	C3-G3	0,00	C5-G5	2,28
	D	6	-27,11	-26,87	60,00	60,00	-56,27	-56,07	0,89	0,00	0,36	D1-H1	3,36	D3-H3	0,00	D5-H5	5,54
S= 50/50	E	1	-120,00	-120,00	-8,24	-8,27	-18,86	-19,22	0,00	-0,36	-1,91	E1-I1	0,00	E3-I3	-8,62	E5-I5	-6,68
	F	3	-60,00	-60,00	-26,20	-25,97	-53,15	-52,89	0,00	0,88	0,49	F1-J1	0,00	F3-J3	-3,47	F5-J5	-5,87
	G	5	17,96	17,70	60,00	60,00	-57,41	-57,23	1,43	0,00	0,31	G1-K1	-1,11	G3-K3	0,00	G5-K5	-2,33
	H	6	-26,20	-25,97	60,00	60,00	-53,15	-52,89	0,87	0,00	0,49	H1-L1	-3,47	H3-L3	0,00	H5-L5	-5,87
S= 60/60	I	1	-120,00	-120,00	-8,95	-8,98	-20,12	-20,64	0,00	-0,32	-2,58	I1-E1	0,00	I3-E3	7,93	I5-E5	6,26
	J	3	-60,00	-60,00	-27,11	-26,87	-56,27	-56,07	0,00	0,89	0,36	J1-F1	0,00	J3-F3	3,36	J5-F5	5,54
	K	5	18,16	17,89	60,00	60,00	-58,75	-58,61	1,48	0,00	0,23	K1-G1	1,10	K3-G3	0,00	K5-G5	2,28
	L	6	-27,11	-26,87	60,00	60,00	-56,27	-56,07	0,89	0,00	0,36	L1-H1	3,36	L3-H3	0,00	L5-H5	5,54

Tablo A.5: Kiriş boyutlarına göre iç kuvvetler tablosu

Kiriş Boyutlarına Göre			FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	FRMDIN-2D	SAP2000	% FARKLAR			% FARKLAR					
									Programların Karşılaştırılması			Tasarım Değişkenlerinin FRMDIN-2D Programı İle Karşılaştırılması					
		No	N1	N1	T1	T1	M2	M2	N1'ler için	T1'ler için	M2'ler için	N1'ler için		T1'ler için		M2'ler için	
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		12		13
S= 20/40	A	1	-120,00	-120,00	-8,61	-8,65	-19,48	-19,87	0,00	-0,42	-2,02	A1-E1	0,00	A3-E3	4,30	A5-E5	3,18
	B	3	-60,00	-60,00	-27,52	-27,35	-56,87	-56,75	0,00	0,60	0,22	B1-F1	0,00	B3-F3	4,80	B5-F5	6,54
	C	5	18,92	18,71	60,00	60,00	-58,94	-58,87	1,12	0,00	0,12	C1-G1	5,07	C3-G3	0,00	C5-G5	2,60
	D	6	-27,52	-27,35	60,00	60,00	-56,87	-56,75	0,60	0,00	0,22	D1-H1	4,80	D3-H3	0,00	D5-H5	6,54
S= 25/50	E	1	-120,00	-120,00	-8,24	-8,27	-18,86	-19,22	0,00	-0,36	-1,91	E1-I1	0,00	E3-I3	5,70	E5-I5	4,72
	F	3	-60,00	-60,00	-26,20	-25,97	-53,15	-52,89	0,00	0,88	0,49	F1-J1	0,00	F3-J3	12,86	F5-J5	15,47
	G	5	17,96	17,70	60,00	60,00	-57,41	-57,23	1,43	0,00	0,31	G1-K1	16,15	G3-K3	0,00	G5-K5	7,77
	H	6	-26,20	-25,97	60,00	60,00	-53,15	-52,89	0,87	0,00	0,49	H1-L1	12,86	H3-L3	0,00	H5-L5	15,47
S= 40/60	I	1	-120,00	-120,00	-7,77	-7,75	-17,97	-18,19	0,00	0,27	-1,23	I1-E1	0,00	I3-E3	-6,05	I5-E5	-4,95
	J	3	-60,00	-60,00	-22,83	-22,50	-44,93	-44,41	0,00	1,44	1,15	J1-F1	0,00	J3-F3	-14,76	J5-F5	-18,30
	K	5	15,06	14,75	60,00	60,00	-52,95	-52,53	2,04	0,00	0,79	K1-G1	-19,26	K3-G3	0,00	K5-G5	-8,42
	L	6	-22,83	-22,50	60,00	60,00	-44,93	-44,41	1,44	0,00	1,15	L1-H1	-14,76	L3-H3	0,00	L5-H5	-18,30

Tablo B.7: 8 Katlı çerçeve sistem, kolon=65/65 kiriş=30/50 ankastre oturuyor kabülü

TABLE: Modal Periods And Frequencies						
OutputCase	**StepType**	**StepNum**	**Period**	**Frequency**	**CircFreq**	**Eigenvalue**
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0,703999	1,4205	8,925	79,655
MODAL	Mode	2	0,215473	4,6409	29,16	850,3
MODAL	Mode	3	0,112249	8,9088	55,975	3133,2
MODAL	Mode	4	0,06937	14,415	90,575	8203,8
MODAL	Mode	5	0,050377	19,85	124,72	15556
MODAL	Mode	6	0,047198	21,187	133,12	17722
MODAL	Mode	7	0,03904	25,614	160,94	25902
MODAL	Mode	8	0,034907	28,647	180	32399
MODAL	Mode	9	0,033826	29,563	185,75	34502
MODAL	Mode	10	0,027879	35,869	225,37	50793
MODAL	Mode	11	0,024351	41,067	258,03	66580
MODAL	Mode	12	0,018082	55,304	347,49	120750

Tablo B.11: Örnek 8'e ait Eşdeğer deprem yükü ve Modal analiz yöntemleri için taban kesme kuvvetleri tablosu

TABLE: Base Reactions										
OutputCase	CaseType	StepType	StepNum	GlobalFX	GlobalFY	GlobalFZ	GlobalMX	GlobalMY	XCentroidFX	XCentroidFZ
Text	Text	Text	Unitless	KN	KN	KN	KN-m	KN-m	m	m
G	LinStatic			1,243E-14	1,07E-14	974,295	1,741E-13	6,946E-12	-8,126E+15	-7,351E-15
MODAL	LinModal	Mode	1	0,0000388	-2718,591	-0,001654	15754,516	-0,004	-0,16523	-2,42875
MODAL	LinModal	Mode	2	-3095,226	5,6E-06	0,00008996	-0,000123	-18084,1644	3,195E-09	112853857,9
MODAL	LinModal	Mode	3	-4,992E-05	8,87E-05	0,003158	0,0008893	-0,0048	3,38384	1,49185
MODAL	LinModal	Mode	4	0,002941	-0,000843	7360,734	0,0337	0,2365	1027022,938	-0,00003168
MODAL	LinModal	Mode	5	0,009459	-0,01	-16630,11	0,1118	0,7346	485107,079	0,00004352
MODAL	LinModal	Mode	6	0,0008754	-15151,54	0,004067	22650,766	-0,0348	6,33987	8,84589
MODAL	LinModal	Mode	7	-15457,956	-0,000402	0,01	0,069	-13813,4358	-1,459E-07	-1301982,05
MODAL	LinModal	Mode	8	-671,497	0,006941	-0,034	-0,8851	46205,6268	0,0000466	1405402,578
MODAL	LinModal	Mode	9	-204,505	0,015	0,129	-0,7906	-100919,31	0,00021	782916,117
MODAL	LinModal	Mode	10	-0,077	0,046	0,431	-3,1072	-2,8031	2,17398	6,27799
MODAL	LinModal	Mode	11	0,004718	3460,287	-0,1	107367,9	0,387	-7,92998	3,82772
MODAL	LinModal	Mode	12	-0,023	-2641,692	-0,299	205238,59	-0,3079	4,493	-0,93526
q	LinStatic			-5,773E-15	-1,02E-14	192	3,18E-13	1,327E-12	4,517E+15	-7,253E-15
ex	LinStatic			-179,991	-1,15E-11	1,35E-13	6,126E-11	-1036,4012	-1,263E-15	4,284E+15
ey	LinStatic			-1,29E-11	-179,991	1,137E-13	1036,4012	-7,131E-11	-0,01432	344,625
SPECX	LinRespSpec	Max		152,515	7,87E-07	0,00001977	0,0001293	873,9683	0,00006178	5450811,43
SPECY	LinRespSpec	Max		2,854E-06	144,117	0,00008626	815,9045	0,0002206	0,01568	0,12682
14G16Q	Combination			8,171E-15	-1,42E-15	1671,213	7,525E-13	1,185E-11	-4,149E+15	-2,19E-14
GQEX	Combination			-179,991	-1,15E-11	1166,295	6,176E-11	-1036,4012	-3,609E+15	4,284E+15
GQEEX	Combination			179,991	1,15E-11	1166,295	-6,08E-11	1036,4012	-3,609E+15	-4,284E+15
GQEY	Combination			-1,29E-11	-179,991	1166,295	1036,4012	-6,304E-11	-3,609E+15	344,625
GQEEY	Combination			1,291E-11	179,991	1166,295	-1036,401	7,958E-11	-3,609E+15	-344,625
09GEY	Combination			-1,289E-11	-179,991	876,865	1036,4012	-6,506E-11	-7,314E+15	344,625
09GEEY	Combination			1,291E-11	179,991	876,865	-1036,401	7,756E-11	-7,314E+15	-344,625
09GEX	Combination			-179,991	-1,15E-11	876,865	6,142E-11	-1036,4012	-7,314E+15	4,284E+15
09GEEX	Combination			179,991	1,15E-11	876,865	-6,11E-11	1036,4012	-7,314E+15	-4,284E+15
BETON	Combination	Max		179,991	179,991	1671,213	1036,4012	1036,4012	-3,609E+15	4,284E+15
BETON	Combination	Min		-179,991	-179,991	876,865	-1036,401	-1036,4012	-7,314E+15	-4,284E+15

EK3: FRMDIN-2D Programı Analiz Sonuçları

****ELASTİK MESNET BİLGİLERİ****

El No	AL1	AL2
1	.00	.00
2	.00	.00
3	.00	.00

**********NM NOD MATRİSİ **********

N0	X	Y	q1	q2	q3	Qx)	Qy	Mx
1	0.	0.	0	0	0	0.	0.	0.
2	6.	0.	0	0	0	0.	0.	0.
3	0.	4.	1	5	9	0.	0.	0.
4	6.	4.	2	6	10	0.	0.	0.
5	0.	7.	3	7	11	0.	0.	0.
6	6.	7.	4	8	12	0.	0.	0.

********** MEM ELEMAN MATRİSİ **********

N0	SL	SĞ	K1	K2	K3	K4	K5	K6	EA	EI	q[kN/m]	ALFA
1	1	3	0	0	0	1	5	9	7500000.	156250.	0.	1
2	2	4	0	0	0	2	6	10	7500000.	156250.	0.	2
3	3	5	1	5	9	3	7	11	7500000.	156250.	0.	3
4	4	6	2	6	10	4	8	12	7500000.	156250.	0.	0
5	3	4	1	5	9	2	6	10	3750000.	78125.	20.	0
6	5	6	3	7	11	4	8	12	3750000.	78125.	20.	0

********** ÇÖZÜMLER **********
****

N0D	q(x)	q(y)	teta
1	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
2	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
3	-.143661E-04	-.560000E-04	-.994775E-04
4	.143661E-04	-.560000E-04	.994775E-04
5	.209591E-04	-.840000E-04	-.263041E-03
6	-.209591E-04	-.840000E-04	.263041E-03

********** ÇUBUK KUVVETLERİ **********

N0	N1	T1	M1	N2	T2	M2
1	-120.00	-8.24	9.98	-120.00	-8.24	-18.86
2	-120.00	8.24	-9.98	-120.00	8.24	18.86
3	-60.00	-26.20	38.55	-60.00	-26.20	-53.15
4	-60.00	26.20	-38.55	-60.00	26.20	53.15
5	17.96	60.00	-57.41	17.96	-60.00	-57.41
6	-26.20	60.00	-53.15	-26.20	-60.00	-53.15

***** NOD KÜTLELERİ ****

NOD	KÜTLE k.kg.
1	6.00
2	6.00
3	6.00
4	6.00

NEM= 8MNS= 4NBS= 12
YGM MATRİSİ
712464. -625000. -43732. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
-76531. 0.
-625000. 712464. 0. -43732. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. -76531.
-43732. 0. 668732. -625000. 0. 0. 0. 0. 76531. 0.
76531. 0.
0. -43732. -625000. 668732. 0. 0. 0. 0. 0. 76531.
0. 76531.
0. 0. 0. 0. 4290055. -4340. -2142857. 0. 13021. 13021.
0. 0.
0. 0. 0. 0. -4340. 4290055. 0. -2142857. -13021. -13021.
0. 0.
0. 0. 0. 0. -2142857. 0. 2147198. -4340. 0. 0.
13021. 13021.
0. 0. 0. 0. 0. -2142857. -4340. 2147198. 0. 0.
-13021. -13021.
0. 0. 76531. 0. 13021. -13021. 0. 0. 409226. 26042.
89286. 0.
0. 0. 0. 76531. 13021. -13021. 0. 0. 26042. 409226.
0. 89286.
-76531. 0. 76531. 0. 0. 0. 13021. -13021. 89286. 0.
230655. 26042.
0. -76531. 0. 76531. 0. 0. 13021. -13021. 0. 89286.
26042. 230655.

İNDİRGENMİŞ RİJİTLİK MATRİSİ YGK

684220.200000	-621379.100000	-21719.100000	-2426.934000
-621379.100000	684220.200000	-2426.934000	-21719.100000
-21719.100000	-2426.934000	637194.400000	-622507.600000
-2426.934000	-21719.100000	-622507.600000	637194.300000

İNDİRGENMİŞ KÜTLE MATRİSİ XIKM

5.999999	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
0.000000E+00	5.999999	0.000000E+00	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00	6.000000	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	6.000000

****

**********ÖZDEĞERLER**********

1.286189E-03	8.234644E-05	4.789770E-06	4.570971E-06

****

**********MODLAR**********

.27	.65	-.24	.66
.27	.65	.24	-.66
.65	-.27	-.66	-.24
.65	-.27	.66	.24

****

AÇISAL FREKANSLAR*[rad/s]*****

I= 1 27.8835
I= 2 110.1990
I= 3 456.9226
I= 4 467.7306

acıklık ve kat sayısı ile ykat yüksekliğini gir
nx ny h1 H2
2 3 3.5 3.5
temeldeki nod absisleri
x1 x2 x3 x4
0 4. 9. 12.
farklı eleman sayısı ve E elastisite [kPa]
nfes Ex
0 30000000
ÖNCEDEN TANIMA UYMAYAN ELEMAN NUMARALARI VE KESİT TİP NUMARASI
ElemaNo KESİT TİPİ
ELEMAN KESİT SAYISI
NKES
5
XKST bx VE hy BOYUTLARI
bx hy [m]
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.3 .5
.6 .8
tutulmuş nod sayısı
ntns
3
TEKİL YÜKLÜ NOd sayısını girin
ns
1
TEKİL YÜK MATRİSİNİ GİRİN
No Px Py Mx
7 0. 0 0
yayılı yük tipi sayısını girin q
Kyt
2
20.
10
yayılı yükü olan eleman sayısını girin
NYYES
6
elemanlar ve taşıdıkları yük tipi
ElN0 Yük Tipi
10 1
11 1
12 1
13 1
14 1
15 1

zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları
XK XKe
200000. 200000.
ELASTİK MESNETLİ eleman sayısı
nems
3
elastik mesnetli elemanlar ve alfa sabitleri alfa=c*L/EI
ElNo al1 al2
1 0 0
2 0 0
3 0 0

****
AÇISAL FREKANSLAR*[rad/s]*****
****
I= 1 27.5280
I= 2 105.5921
I= 3 224.0952
I= 4 465.7518
I= 5 476.7737
I= 6 526.4232
I= 7 687.7408
I= 8 693.7374
I= 9 724.6793

acıklık ve kat sayısı ile ykat yüksekliğini gir
nx ny h1 H2
2 5 3.5 3.5
temeldeki nod absisleri
x1 x2 x3 x4
0 4. 9. 12.
farklı eleman sayısı ve E elastisite [kPa]
nfes Ex
0 30000000
ÖNCEDEN TANIMA UYMAYAN ELEMAN NUMARALARI VE KESİT TİP NUMARASI
ElemaNo KESİT TİPİ
ELEMAN KESİT SAYISI
NKES
7
XKST bx VE hy BOYUTLARI
bx hy [m]
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.3 .5
.6 .8
tutulmuş nod sayısı
ntns
3
TEKİL YÜKLÜ NOd sayısını girin
ns
1
TEKİL YÜK MATRİSİNİ GİRİN
No Px Py Mx
7 0. 0 0
yayılı yük tipi sayısını girin q
Kyt
2
20.
10
yayılı yükü olan eleman sayısını girin
NYYES
10
elemanlar ve taşıdıkları yük tipi
ElN0 Yük Tipi
16 1
17 1
18 1
19 1
20 1
21 1
22 1

23 1
24 1
25 1
zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları
XK XKe
200000. 200000.
ELASTİK MESNETLİ eleman sayısı
nems
3
elastik mesnetli elemanlar ve alfa sabitleri alfa=c*L/EI
ElNo al1 al2
1 0 0
2 0 0
3 0 0
****
AÇISAL FREKANSLAR*[rad/s]*****
****
I= 1 15.5133
I= 2 53.7789
I= 3 111.3103
I= 4 186.6034
I= 5 257.2322
I= 6 459.0609
I= 7 463.4328
I= 8 474.1764
I= 9 502.4572
I=10 542.8388
I=11 685.6609
I=12 687.4537
I=13 693.4288
I=14 710.3696
I=15 736.4505

acıklık ve kat sayısı ile ykat yüksekliğini gir
nx ny h1 H2
2 8 3.5 3.5
temeldeki nod absisleri
x1 x2 x3 x4
0 4. 9. 12.
farklı eleman sayısı ve E elastisite [kPa]
nfes Ex
0 30000000
ÖNCEDEN TANIMA UYMAYAN ELEMAN NUMARALARI VE KESİT TİP NUMARASI
ElemaNo KESİT TİPİ
ELEMAN KESİT SAYISI
NKES
10
XKST bx VE hy BOYUTLARI
bx hy [m]
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.65 .65
.3 .5
.6 .8
tutulmuş nod sayısı
ntns
3
TEKİL YÜKLÜ NOd sayısını girin
ns
1
TEKİL YÜK MATRİSİNİ GİRİN
No Px Py Mx
7 0. 0 0
yayılı yük tipi sayısını girin q
Kyt
2
20.
10
yayılı yükü olan eleman sayısını girin
NYYES
16
elemanlar ve taşıdıkları yük tipi
ElN0 Yük Tipi
25 1
26 1
27 1
28 1

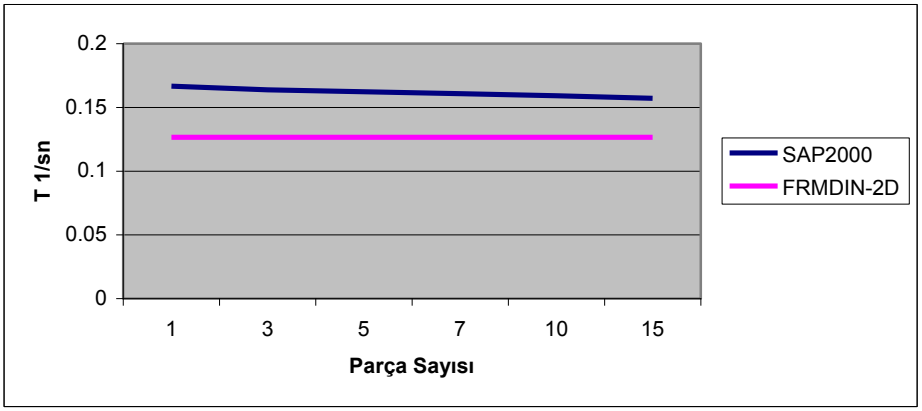
29 1
30 1
31 1
32 1
33 1
34 1
35 1
36 1
37 1
38 1
39 1
40 1
zemin düşey ve yatay yatak kat sayıları
XK XKe
200000. 200000.
ELASTİK MESNETLİ eleman sayısı
nems
3
elastik mesnetli elemanlar ve alfa sabitleri alfa=c*L/EI
ElNo al1 al2
1 0 0
2 0 0
3 0 0

AÇISAL FREKANSLAR*[rad/s]*****
****
I= 1 9.1881
I= 2 30.0275
I= 3 57.6551
I= 4 93.4980
I= 5 138.0374
I= 6 188.2766
I= 7 237.0831
I= 8 273.1445
I= 9 449.0704
I=10 452.5291
I=11 456.6573
I=12 463.1873
I=13 475.6180
I=14 496.2030
I=15 522.5031
I=16 546.2108
I=17 684.7254
I=18 685.2075
I=19 686.5855
I=20 690.0212
I=21 697.1876
I=22 709.4401
I=23 725.8716
I=24 740.7636

EK4: Örnek 6' ya ait ek grafikler (temel kirişli model için)

Tablo D.1: Z1 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması tablosu.(sn)

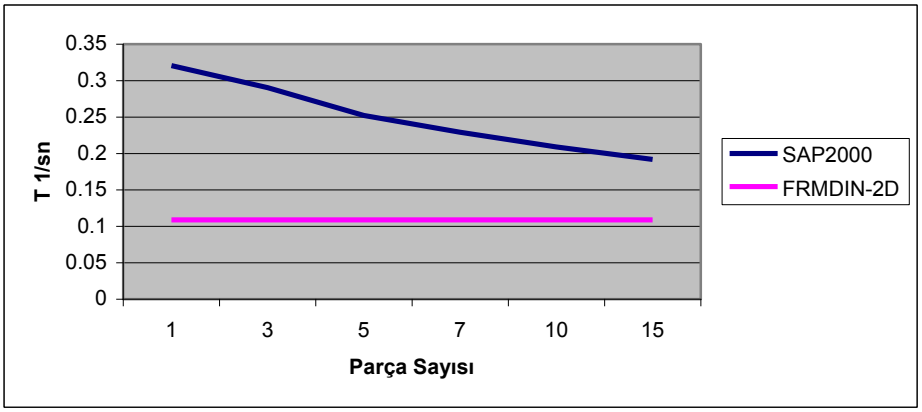
Bölünen parça sayısı	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzdelik Değişim
1	0.1666	0.1265	24.0696
3	0.1637	0.1265	22.7245
5	0.1622	0.1265	22.0099
7	0.1607	0.1265	21.2819
10	0.1591	0.1265	20.4903
15	0.1571	0.1265	19.4780



Şekil D.1: Z1 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması grafiği (sn)

Tablo D.2: Z2 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması tablosu.(sn)

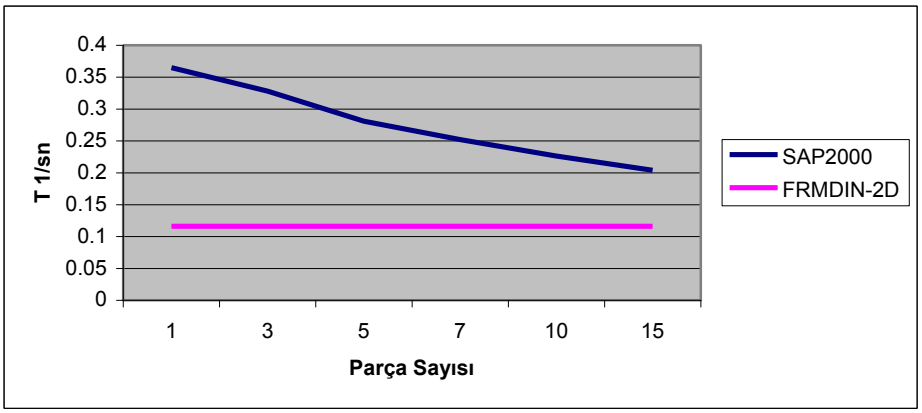
Bölünen parça sayısı	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzdelik Değişim
1	0.3205	0.1088	66.0530
3	0.2903	0.1088	62.5215
5	0.2521	0.1088	56.8425
7	0.2290	0.1088	52.4891
10	0.2089	0.1088	47.9177
15	0.1918	0.1088	43.2742



Şekil D.2: Z2 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması grafiği (sn)

Tablo D.3: Z3 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması tablosu.(sn)

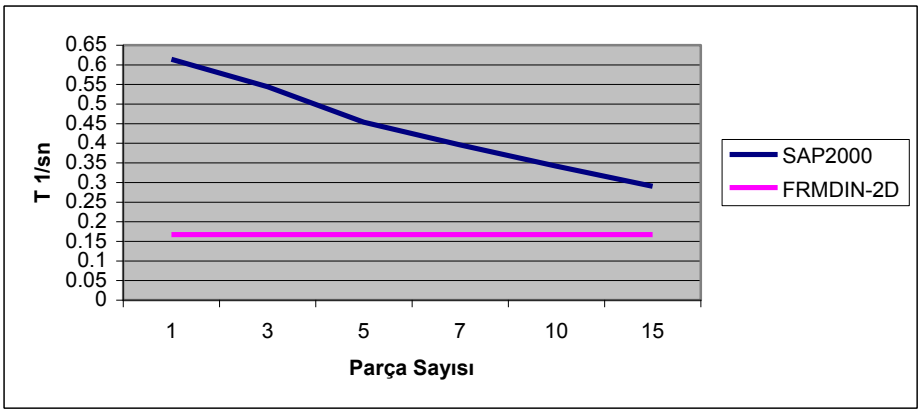
Bölünen parça sayısı	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzdelik Değişim
1	0.3648	0.1161	68.1743
3	0.3279	0.1161	64.5929
5	0.2810	0.1161	58.6833
7	0.2521	0.1161	53.9468
10	0.2263	0.1161	48.6964
15	0.2039	0.1161	43.0603



Şekil D.3: Z3 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması grafiği (sn)

Tablo D.4: Z4 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması tablosu.(sn)

Bölünen parça sayısı	SAP2000	FRMDIN-2D	Yüzdelik Değişim
1	0.6142	0.1671	72.7939
3	0.5440	0.1671	69.2831
5	0.4534	0.1671	63.1451
7	0.3956	0.1671	57.7604
10	0.3414	0.1671	51.0545
15	0.2903	0.1671	42.4389



Şekil D.4: Z4 zemin sınıfında temel kirişine oturan yapının periyotlarının karşılaştırılması grafiği (sn)

T.C.K 17. bölge müd.
Aile lojmanları A blok
no:3 Zincirlikuyu

0532 / 787 99 99
cem_geyik@yahoo.com
0212 266 05 55

CEM GEYİK

Deneyim

2004-… T.C BAYINDIRLIK BAKANLIĞI İSTANBUL BAYINDIRLIK İL MÜDÜRLÜĞÜ İSTANBUL
KONTROL MÜH.

2004 DAP YAPI - YILMAZLAR İNŞAAT ŞELALE VİLLARI ÇEKMEKÖY ŞANTİYESİ İSTANBUL
ŞANTİYE ŞEF YRD.

Eğitim

YÜKSEK LİSANS İ.T.Ü YAPI MEKANİĞİ

2003 YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

KADIKÖY ANADOLU LİSESİ

Yabancı Dil

İngilizce (iyi derece)

British Council Lisan Programları

Bournemouth and Poole The College International School (6 ay)

Bournemouth-İngiltere

Projeler

Yılmazlar İnşaat – DAP Yapı – Şelale Villları

Yer altı Otoparkı Projesinin hazırlanması Temmuz- 2004

Statiker

Yılmazlar İnşaat – DAP Yapı – Şelale Villları

Villaların yerinde rölevesi çıkarılarak Depreme dayanaklılığının

Bilgisayar programları yardımıyla İncelenmesi Projesi Mayıs- 2004

İstanbul- Kağıthane İlçesi Sanayi mahallesinde işyeri olarak yapılmış

mevcut bir binanın Onarım ve güçlendirilmesi Projesi Mart-2004

Bilgisayar

AUTOCAD, SAP 2000 , STA4Cad, Windows NT, Microsoft Ofis ; Word, Excel, Powerpoint, Access, İnternet

İlgi Alanları

SPOR, ORGANİZASYON, GEZİ