İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ PARAMETRELİ ELASTİK ZEMİNDE YAPI ZEMİN ETKİLEŞİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Recep Sinan İNAL

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2006

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ PARAMETRELİ ELASTİK ZEMİNDE YAPI ZEMİN ETKİLEŞİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Recep Sinan İNAL
(501021018)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21 Kasım 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 27 Ocak 2006

Tez Danışmanı : Yr.Doç.Dr. Mecit ÇELİK
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ahmet Işın SAYGUN
Doç.Dr. Necdet TORUNBALCI

OCAK 2006

ÖNSÖZ

İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Anabilim Dalı Yapı Programında gerçekleştirilen bu yüksek lisans çalışmasında, iki parametreli zeminlerde temel ve yapının karşılıklı etkileşimleri ve zeminle olan etkileşimleri incelenmiştir.

Bu çalışma süresince değerli bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Yr.Doç.Dr.Mecit ÇELİK'e; Sayın Prof.Dr.Ahmet Işın SAYGUN'a; bana her konuda yardımcı olan kız kardeşim Müh. Aylin Şener'e ve Yüksek İnş.Müh. Beyhan Türkkan'a teşekkür ederim.

Kasım 2005 R.Sinan İNAL

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ **v**
ŞEKİL LİSTESİ **vi**
SEMBOL LİSTESİ **viii**
ÖZET **ix**
SUMMARY **x**

1. GİRİŞ **1**
1.1. Konunun Tanıtımı 1
1.2. Çözüm Yöntemi 7

2. İKİ PARAMETRELİ ZEMİNE OTURAN PLAKLAR **8**
2.1. İki Parametreli Zemin Karakteristiklerinin Tanımı ve Hesabı 8
2.2. İki Parametreli Zemin Tepkilerinin Plak Sonlu Elemanlarda Göz Önüne alınması 17
2.2.1. 12 Serbestlik dereceli dikdörtgen plak elemanda $[C]$ ve $[C_T]$ matrisleri 21
2.2.1.1. Eğilmeye bağlı şekil değiştirme yüzeyinin belirlenmesi 22
2.3. Temel Dışı İki Parametreli Zemin Ortamının Sonlu Elemanlarla İdealize edilmesi 26
2.3.1. 4 Serbestlik dereceli dikdörtgen zemin sonlu elemanda $[C]$ ve $[C_T]$ matrisleri 30

3. ÇUBUK SONLU ELEMAN **33**
3.1. Çubuk sonlu eleman için yapılan kabuller 33
3.2. Çubuk Eksen takımı,uç kuvvetleri,yer değiştirmeleri ve dönüştürme matrislerinin incelenmesi 33
3.2.1. Çubuk eleman eksen takımı 33
3.2.2. Uzay çubukta özel eksen takımı,uç kuvvetleri ve yerdeğiştirmeleri 34
3.2.3. Çubuk elemanın farklı açısal konumuna bağlı olarak ortak sistem eksen takımına dönüştürme matrisi 36
3.3. Çubuk elemana ait rijitlik matrisi 38

4. SAYISAL ÖRNEKLER **42**
4.1. Tekil Yüklü Plak 42
4.2. İki Parametreli Elastik Zemine oturan tekil yükler etkisindeki Plak 43
4.3. İki Parametreli Elastik Zemine oturan Plak-Çerçeve Sistemin Hesabı 44
4.4. Plak üzerine oturan Üç katlı Çerçeve sistemin Yatay yükler altında hesabı 48
4.5. İki Parametreli Elastik Zemine oturan Çerçeve plak sisteminin Yatay yükler için hesabı 50

5. SONUÇLAR **53**

KAYNAKLAR **55**

EKLER **56**

ÖZGEÇMİŞ **61**

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 2.1. 12 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Elemanın Elastik Yataklanma Alt Matrisleri…… 25
Tablo 2.2. 12 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Elemanın Kayma Parametresine Bağlı Alt Matrisleri……. 25
Tablo 2.3. 4 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Zemin Sonlu Elemanın Elastik Yataklanma Matrisi…… 31
Tablo 2.4. 4 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Zemin Sonlu Elemanın Kayma Parametresi Matrisi…… 31
Tablo 2.5. Dikdörtgen Zemin Sonlu Eleman Deformasyon Matrisi…….. 32
Tablo 4.1. H' ye göre γ, C, C_T değerleri…… 44
Tablo 4.2. H' ye göre γ, C, C_T değerleri…… 47
Tablo 4.3. Plak ve çerçeve sistemdeki yer değiştirmeler…… 48
Tablo 4.4. Plak ve çerçeve sistemdeki eğilme momentleri …… 48
Tablo 4.5. γ, C, C_T değerleri ve yer değiştirmeler……. 52

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Winkler Zemin Modeli…….... 2
Şekil 1.2 : Filolenko-Brodich Zemin Modeli…… 3
Şekil 1.3 : Hetenyi Zemin modeli…….. 4
Şekil 1.4 : Pasternak Zemin Modeli……... 5
Şekil 1.5 : Vlasov Zemin Modeli…… 6
Şekil 2.1a : Yüzeysel Temel Görünüşü…… 8
Şekil 2.1b : Yüzeysel Temel Kesiti…….. 8
Şekil 2.2 : Zemine Etkiyen İç Kuvvetler…… 9
Şekil 2.3 : dz Kalınlığındaki Zemin Tabakasına Etkiyen Yükler…….. 13
Şekil 2.4 : Elastisite Modülünün Lineer Değişimi……. 16
Şekil 2.5 : Elastisite Modülünün Kuadratik Değişimi……. 16
Şekil 2.6 : Dönmelere Bağlı Olarak Zemine Gelen Tepkiler……. 18
Şekil 2.7 : Dikdörtgen Elemanda Yüzeydeki ve Sınırdaki Zemin Tepkileri 19
Şekil 2.8 : 12 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Plak Sonlu Eleman…… 21
Şekil 2.9 : Temel Çevre Ortamının Bölgelere Ayrılması…… 27
Şekil 2.10 : Planda düzgün olmayan Radye Temel Örneği…….. 27
Şekil 2.11 : Radye Temel Çevre Genişliği……... 28
Şekil 2.12 : Yakın Temellerin Karşılıklı Etkileşimleri…… 29
Şekil 2.13 : 4 Serbestlik dereceli Dikdörtgen Sonlu Eleman…….. 30
Şekil 3.1 : Çubuk sistem eksen takımı,düğüm noktası uç kuvvetleri,yükleri ve yerdeğiştirmelerin pozitif yönleri…….. 34
Şekil 3.2 : Uzay çubukta çubuk özel eksen takımı,uç kuvvetleri ve yer değiştirmeleri……... 35
Şekil 4.1 : Eksen takımına göre plak görünüşü…….. 42
Şekil 4.2 : Plak ve zemin genişleme bölgesi genel görünümü……... 43
Şekil 4.3 : Çerçeve plak sistem planı…….. 45
Şekil 4.4 : Üç katlı çerçeve sistemin genel görünüşü……. 46
Şekil 4.5 : Üç katlı çerçeve sistemin genel görünüşü……. 49
Şekil 4.6 : Eksen takımına göre sistemin görünüşü…… 50
Şekil (A.1a) : Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=5 m iken Çökme Yüzeyi …… 56
Şekil (A.1b) : Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=10 m iken Çökme Yüzeyi …….. 56
Şekil (A.1c) : Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi …….. 56
Şekil (B.1a) : Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=5 m iken Çökme Yüzeyi……. 57
Şekil (B.1b) : Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi ……. 57

Şekil (B.1c) : Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=20m iken Çökme Yüzeyi …… 57
Şekil (C.1a) : Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=5 m iken Çökme Yüzeyi…….. 58
Şekil (C.1b) : Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8(lineer) ve H=5m iken Çökme Yüzeyi ……... 58
Şekil (C.1c) :Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8 (kuadratik) ve H=5m iken Çökme Yüzeyi …….. 58
Şekil (C.2a) :Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=1(sabit) ve H=10 m iken Çökme Yüzeyi ……. 59
Şekil (C.2b) : Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8(lineer) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi …….. 59
Şekil (C.2c) : Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8(kuadratik) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi …….. 59
Şekil (C.3a) : Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi ……. 60
Şekil (C.3b) : Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=0,8(lineer) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi …….. 60
Şekil (C.3c) : Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=0,8(kuadratik) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi …….. 60

SEMBOL LİSTESİ

x , y , z	: Kartezyen Koordinatlar.
M_x , M_y	: Eğilme momentleri
M_{xy}	: Burulma momenti
T_x , T_y	: Kesme kuvvetleri
a , b	: Dikdörtgen plağın kenar uzunlukları
w_e	: Ortalama yüzeyin eğilme deformasyonlarından dolayı oluşan çökmesi
E , υ, G	: Elastisite Modülü,Poisson oranı,Kayma Modülü
h	: Plak kalınlığı
d_i	: Eğilme deformasyonlarına bağlı plak uç deplasmanları
[ ]	: Matris gösterimi
f_i , g_i	: Uç deplasmanlarının birim değerlerine karşı gelen kübik deplasman fonksiyonları
l_1 , l_2	: Uç deplasmanlarının birim değerlerine karşı gelen lineer deplasman fonksiyonları
$[A_d]_e$	: Eğilme deformasyonlarına bağlı birim durum foksiyonlar Matrisi
D	: Plak eğilme rijitliği
$[k_e]$	: Eğilme elemanı rijitlik matrisi
$[K]_{ij}$	: Eleman alt matrisleri
$[T_x], [T_y], [T]$	: Transformasyon matrisleri
$\phi(z)$	: Zemin çökme yüzeyinin fonksiyonu
τ_{zy}, τ_{zx}	: Zemindeki kayma gerilmeleri
C	: Zemine ait elastik yataklanma katsayısı
C_T	: Zemine ait kayma parametresi
q_z	: Zemin reaksiyonları
γ	: Zemin yüzey parametresi
E_s, υ_s	: Zeminin elastisite modülü ve poisson oranı
$[C]$	: Zemin elastik yataklanma matrisi
$[C_T]$	: iki parametreli zeminde kayma parametresi matris
$[A_d]_z$	: Zemin eleman birim durum fonksiyonları matrisi
H	: Sıkışabilen zemin tabakası kalınlığı
B	: Zemin etkilerinin yayılma bölgesinin genişliği

İKİ PARAMETRELİ ELASTİK ZEMİNDE YAPI ZEMİN ETKİLEŞİMİ

ÖZET

Bu çalışmada iki parametreli elastik zemine oturan çerçeve sistemin zeminle etkileşiminin, zemin parametreleri ve yapı elemanlarında ne gibi farklılıklar yaratacağı araştırılmıştır.

Çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde konunun önemi, problemin ortaya konulması ve çözüm aşamaları belirtilmiştir. Konu hakkında daha önce yapılan çalışmalar doğrultusunda ortaya konan matematik modeller kısaca anlatılmıştır. Sistemin çözümü için kullanılan çözüm yöntemi ve yöntemin uygulanışı hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca çalışmanın kapsam ve amacı yer almaktadır.

İkinci bölümde iki parametreli elastik zeminde zemin karakteristiklerinin tanımı yapılarak, iki parametreli zemine oturan plakların altında temel plağı dışında kalan diferansiyel denklem elde edilmiş ve virtüel iş teoremi yardımı ile zemine ait karakteristik büyüklüklerin ardışık yaklaşım yöntemi ile elde edilebileceği gösterilmiştir. Bu bölümde on iki serbestlik dereceli dikdörtgen plak sonlu eleman ile dört serbestlik dereceli dikdörtgen zemin sonlu elemana ait elastik yataklanma ve kayma parametreleri matrisleri verilmiştir.

Üçüncü bölümde çubuk sonlu elemanlarda yapılan kabuller ve çubuk rijitlik matrisleri gösterilmiştir.

Dördüncü bölümde çalışma ile ilgili sayısal örnek yapılmıştır. Sonuçlar için karşılaştırma açısından SAP programı baz alınmış ve ulaşılan sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar tablolar ve şekillerle gösterilmiştir.

Beşinci bölümde ise çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar topluca verilmiştir.

STRUCTURE FOUNDATION INTERACTION AT TWO PARAMETER FOUNDATION

SUMMARY

In this study,the analysis of structure on a two-parameter foundation has been done.

The study cönsists of 5 sections.

In the first section,the purpose of the analysis and description of the study and the steps of the analysis have been examined. The mathematical models,that were used in the previous studies,have been introduced and necessary information regarding the algorithm of the software and its implementation has been given.Moreover ,the scope and the objective of the study have been indicated.

In the second section,characteristics of the two-parameter foundation have been described, the governing differantial equationsare derived both below and outside of the plate by using the virtuel work theorem, numerical characteristics of the foundation has been introduced in accordance with iteration approach. The elastic bedding and shear parameter matrices of rectangular plate element with twelve degrees of freedom and rectangular soil element with four degrees of freedom have been given.

In the third section; the definition of frame element by the help of finite element method and the acceptions for the frame element has been explained.

In the fourth section; numerical examples have been given regarding the calculations mentioned above. Results of the related calculations have been justified with the results of SAP which has been used to compare.

Finally in the fifth section; aggregated results of the study have been explained.

1. GİRİŞ

1.1.Konunun Tanıtımı

Üst yapı yüklerinin zemin tarafından taşındığı göz önüne alındığında yapı-zemin karşılıklı etkileşiminin inşaat mühendisliği açısından öneminin büyüklüğü anlaşılmaktadır. Her hangi bir yapı ile ilgili mühendislik çözümü yapılırken yapı ile zemin arasındaki etkileşimin doğru, gerçekçi bir şekilde ortaya koyulması kesin çözüme ulaşılması açısından önem taşımaktadır. Bu sebeple elastik zemine oturan yapı elemanlarının analizi hakkında pek çok çalışma yapılmıştır. Zemine mesnetlenen yapının davranışı ve zeminin kendi davranışı birbiriyle karşılıklı etkileşimi çeşitli modellerle ifade edilebilmektedir.

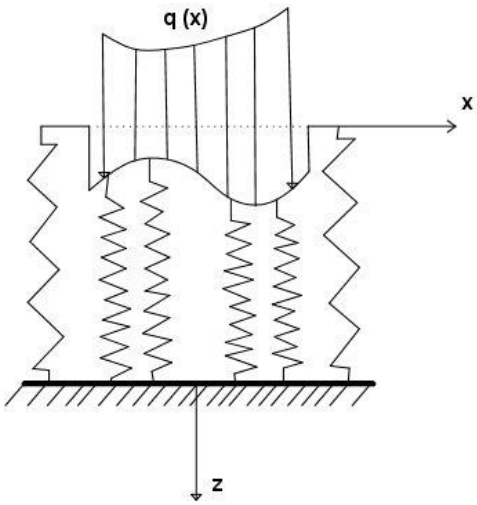
Elastik zemine oturan plakların analizinin üç aşamadan oluştuğu kabul edilebilir, ilk aşama, yapının ve zeminin karşılıklı davranışlarının en iyi şekilde temsil edecek uygun zemin modelinin seçilmesidir. İkinci aşama zemine ve plağa ait karakteristik büyüklüklerin gerçekçi bir biçimde seçilmesidir. Son aşamada ise daha önceki aşamalardan elde edilen verilerin kullanılarak, matematik model yardımıyla problemin çözülmesi ve sonuçlarının değerlendirilmesidir.

Elastik zemine oturan plak ve kiriş problemi ilk olarak Winkler (1867) tarafından incelenmiş ve teorinin esasları belirlenmiştir. Bu teori, q zemin tepkilerinin, w plak çökmeleri ile doğru orantılı olduğu kabulüne dayanarak

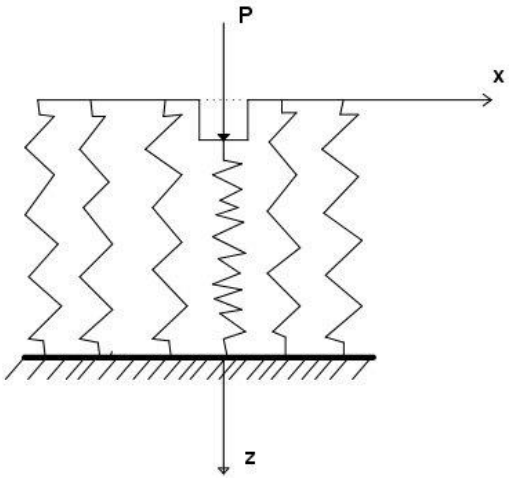
$$q(x,y)=kw(x.y) \tag{1.1}$$

bağıntısı ile verilmektedir.

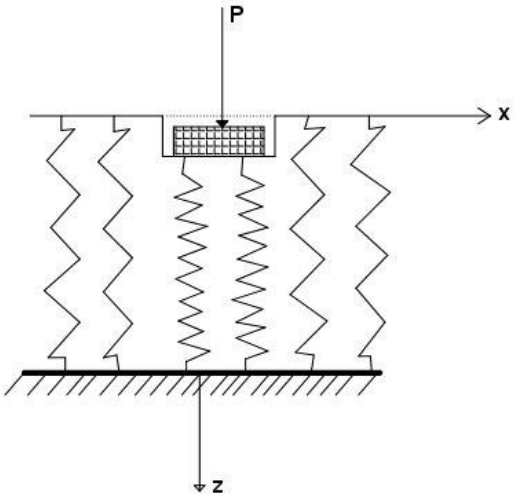
Winkler modelinde zeminin, (1.1) ifadesinin bir sonucu olarak zemin modeli birbirinden bağımsız, sadece düşey doğrultuda çalışan, lineer elastik yaylardan oluşan bir sistem olduğu kabul edilmiştir. Bunun sonucunda yükün etkidiği yaylarda çökmeler oluşur, diğer yaylarda ise hiçbir çökme oluşmaz. Şekil (1.1) de Winkler zemin modelinde değişik yüklere ait deplasman durumları gösterilmiştir.



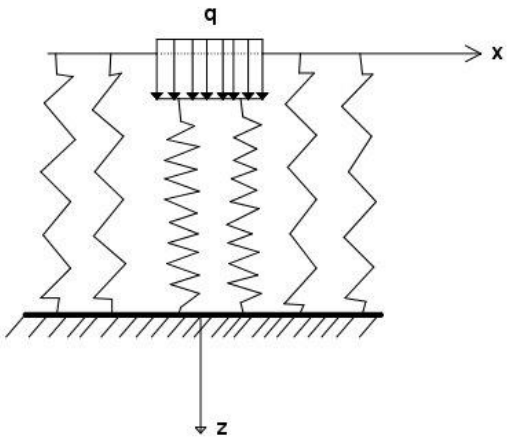
(a) Üniform Olmayan Yayılı Yük Durumu



(b) Tekil Yük Durumu



(c) Rijit Cisimle Yükleme Durumu



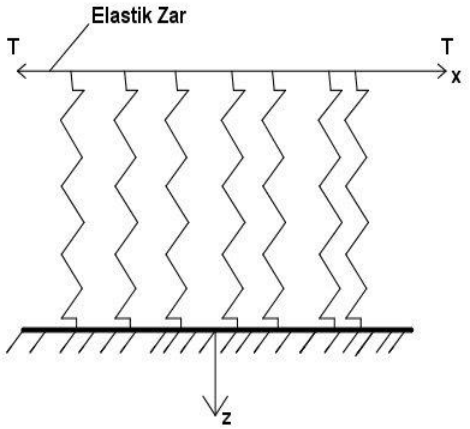
(d) Üniform Yayılı Yük Durumu

Şekil 1.1 Winkler Zemin Modeli

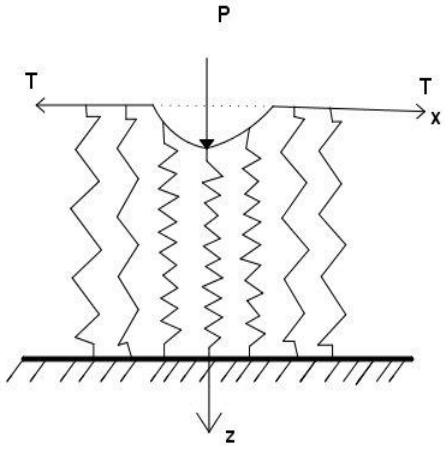
Winkler modelinde zemini karakterize eden sadece k (zemin yatak katsayısı) parametresi vardır. Bu özeliğinden dolayı Winkler modeli tek parametreli zemin modeli olarak bilinmektedir.

Winkler zemin modelinin bazı durumlarda yetersiz kalması üzerine araştırmacılar zemin sürekli ortamını daha iyi idealize edebilmek için yeni zemin modelleri geliştirmişlerdir.

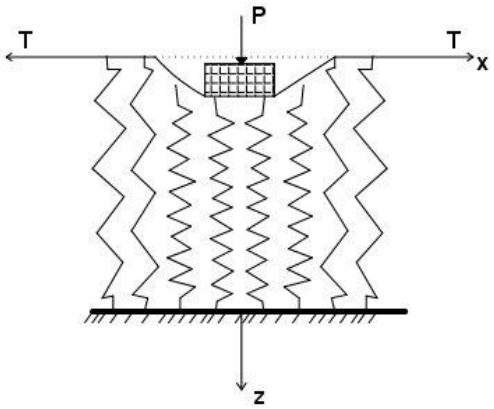
Filonenko - Brodich modelinde (1940–1945), Winkler modelindeki yayların üst yüzeyi Şekil (1.2) de görüldüğü gibi elastik bir zarla bağlı olduğu kabul edilmiştir.



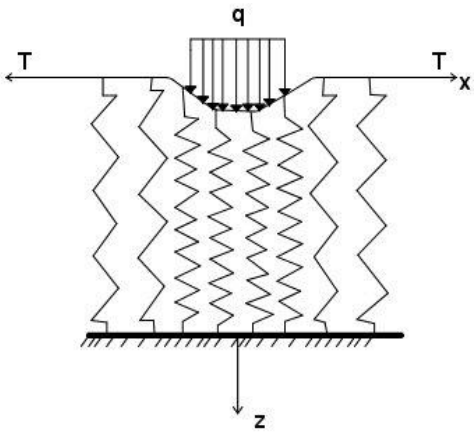
(a) Yüksüz Durum



(b) Tekil Yük Durumu



(c) Rijit Cisimle Yükleme Durumu



(d) Üniform Yayılı Yük Durumu

Şekil 1.2 Filonenko-Brodich Zemin Modeli

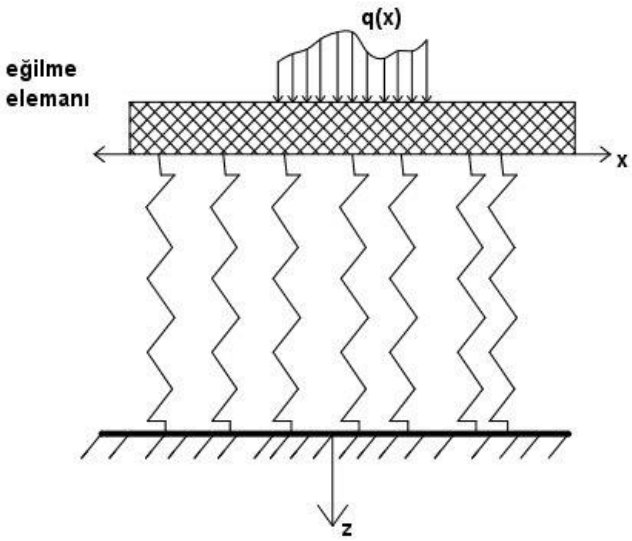
Bu modelde sisteme yükleme yapıldığında yüzeydeki zarda gerilme meydana gelir. Zar ve yay sisteminin dengesinden zemin reaksiyonu

$$q(x) = kw - T\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \tag{1.2}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Filonenko-Brodich modelinde zemin , (1.2) ifadesinde de görüldüğü gibi, k Winkler modelindeki zemin yatak katsayısı, T değeriyse yayları birbirine bağlayan zarda oluştuğu kabul edilen sabit çekme kuvveti olmak üzere, iki parametre bulunmaktadır.

Hetenyi modelinde (1946) ise Winkler yaylarının üzerinde (Şekil 1.3) , iki boyutlu problemler için elastik bir plak, tek boyutlu problemler için elastik bir kirişin olduğu kabul edilir.



Şekil l .3 Hetenyi Zemin Modeli

Bu modelde D plağın eğilme rijitliği olmak üzere zemin reaksiyonu (1.3) ifadesiyle belirtilebilir.

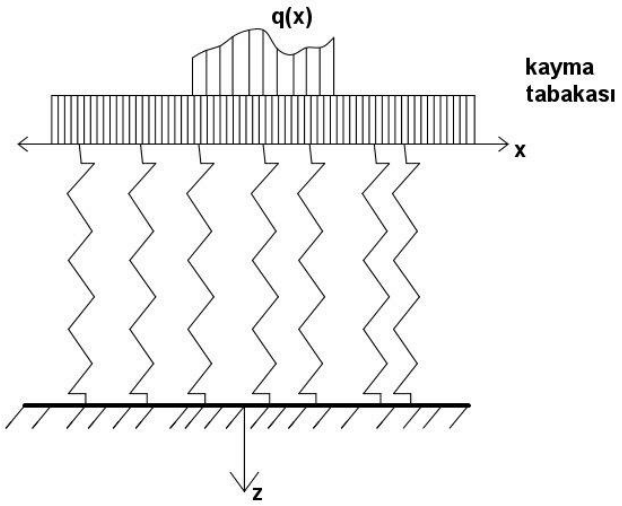
$$q(x) = kw - D\Delta\Delta w \qquad (1.3)$$

Bu modelde elastik zemin parametresi k ve D dir.

Pasternak modelinde (1954) Winkler modelindeki yayların üzerinde (Şekil1.4) sadece düşey deplasman yapabilen ve sıkışmayan elemanlardan oluşan, kayma tabakası göz önüne alınmıştır.

Kayma tabakası (x,y) düzleminde izotropik olduğu kabul edilmiştir. Dolayısıyla kayma tabakasının kayma modülleri arasında (1.4) bağıntısı geçerlidir.

$$G_x=G_y=G_p \tag{1.4}$$



Şekil l .4 Pasternak Zemin Modeli

(l.4) ifadesindeki G_p ikinci zemin parametresi olmak üzere zemin reaksiyonu

$$q(x,y) = kw - Gp\nabla^2 w \tag{1.5}$$

olarak ifade edilebilir. (1.5) ifadesindeki ∇ Laplacien operatörü olup

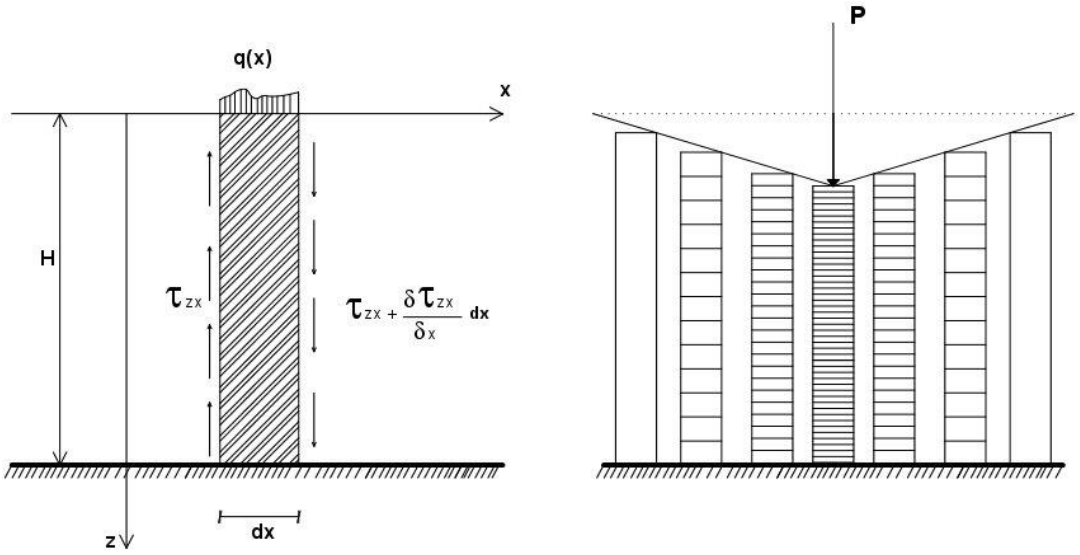
$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \tag{1.6}$$

şeklinde ifade edilir.

Vlasov modelinde ise diğer zemin modellerinden farklı olarak Şekil (1.5) de görüldüğü gibi x-z düzleminde ele alınan zemin kolonu için yer değiştirmeler (1.7) ifadesindeki şekilleriyle kabul edilmişlerdir.

$$u(x,z)=0,\ w(x,z)=w(x)\varnothing(z) \tag{1.7}$$

(1.7) ifadesinde u(x,y) x-z düzleminde yatay deplasman, w(x,z) aynı düzlemdeki düşey deplasman ve ∅(z) fonksiyonu ise w(x) yer değiştirmelerinim sıkışabilir zemin tabakası boyunca (z ekseni boyunca) değişim veren mod şekil fonksiyonudur. Bu modelde zemin reaksiyonları



Şekil 1.5 Vlasov Zemin Modeli

$$q(x)=kw-2t\left\{\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2}\right\} \tag{1.8}$$

olarak ifade edilebilir. Bu modeldeki elastik zemin parametreleri k ve t dir.

Vlasov zemin modelinde zemin parametreleri, zemin elastik özelliklerine ve sıkışabilen zemin tabaka kalınlığına bağlı olarak hesaplanabilmektedir, bu özelliği ile Vlasov modeli diğer zemin modellerinden ayrılmaktadır.

1.2. Çözüm Yöntemi

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak, karışık mühendislik problemlerinin çözümünü sonlu sayıda bilinmeyenli bir lineer denklem takımının çözümüne indirgendiğinden, sayısal yöntemlere ilgi artmıştır.

Bu yöntemlerden özellikle sonlu elemanlar yöntemi inşaat mühendisliği bakımından, sisteme ait bilgileri, mesnet şartlarını, dış etkilerin sürekli veya ani değişimlerini gösteren ve sistem sınırlarının düzgün olmaması halini kolaylıkla göz önüne alma olanağı verir.

Ayrıca sonlu serbestlik derecesi iki veya üç boyutlu elemanlar kullanarak karışık sistemlerin çözümüne imkan sağlamaktadır.

Bu yöntemde sonlu elemanlara bölünen bir sürekli sistemin elemanlarının yalnız düğüm noktalarında birbirlerine bağlı olduğu kabul edilir. Eleman yüzeylerinin şekil değiştirmesi ise düğüm noktalarının sonlu sayıdaki deplasman bileşenleri ve bunların koordinat değişkenlerine göre bazı türevlerinden oluşan uç deplasmanlarına bağlı fonksiyonlarının lineer kombinezonu olarak belirlenebilir. Bu şekil değiştirme durumuna ait yüklemenin ise yalnız uç deplasmanları doğrultusundaki uç kuvvetlerinden oluştuğu kabul edilir. Uç kuvvetleri ile uç deplasmanları arasındaki matris bağıntıları birim deplasman durumlarını tanımlayan deplasman fonksiyonlarından veya elemanda, dengede iç kuvvet durumlarından hareket edilerek enerji teoremlerinden yararlanıp tayin edilebilir. Sisteme gelen yüklerinde yalnız düğüm noktalarından etkiyebileceği kabulü sonucunda yayılı dış etkiler de düğüm noktalarına etkiyen uç kuvvetlerine dönüştürülür.

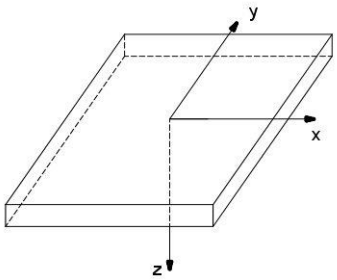
Sonuç olarak sistemin çözümü düğüm noktalarında uç deplasmanları doğrultusunda denge denklemleri anlamındaki lineer denklem takımının çözümüne indirgenmektedir.

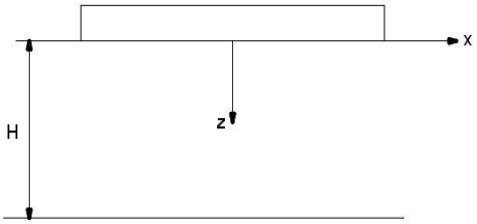
Sonlu elemanlar yönteminin inşaat mühendisliğinde uygulama alanlarından biri de plak sistemlerinin hesabıdır. Özellikle radye temelleri boyutlandırılmasında Winkler tipi zemine oturan dikdörtgen sonlu elemanlar tanımlayarak bu yöntem geniş ölçüde kullanılmıştır. İki parametreli zemin karakteristiklerinin ve bu tür zemine oturan plaklara ait diferansiyel denklemler Bölüm 2 de incelecektir.

BÖLÜM 2. İKİ PARAMETRELİ ZEMİNE OTURAN PLAKLAR

2.1. İki Parametreli Zemin Karakteristiklerinin Tanımı ve Hesabı

Şekil (2.la) da görünüşü, şekil (2.1b) de kesiti görülen





Şekil 2.1a Yüzeysel Temel Görünüşü

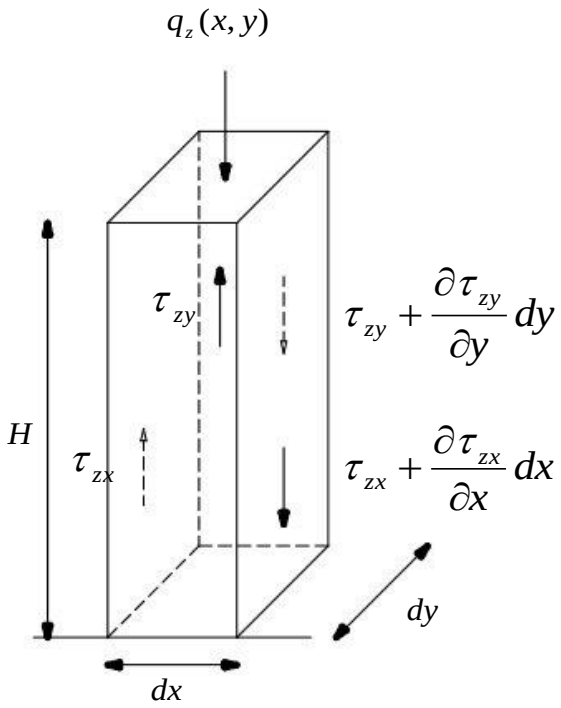
Şekil 2.1b Yüzeysel Temel Kesiti

z = 0 düzleminde zemine oturan yüzeysel temel altında zemin çökme yüzeyi $w(x,y)$ ise, alttaki sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı H içinde kalan herhangi bir noktadaki çökme sınır şartları z=0 ; Ø(0)=1 , z=H ; Ø(H)=0 olan

$$w_z = w(x,y)Ø(z) \tag{2.1}$$

gibi bir fonksiyonla gösterilebilir.

Zemin yüzeyi ve zemin içinde u ve v yer değiştirmeleri ise sıfır kabul edilecektir. Herhangi bir x,y noktası civarında dx, dy, H boyutlu bir zemin kolonuna gelen tesirler Şekil (2.2) de gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Zemine Etkiyen İç Kuvvetler

H derinliği boyunca homojen bir yapıya sahip olduğunu kabul ettiğimiz zeminin kayma modülü G_s olmak üzere çökme fonksiyonu cinsinden bu tesirler gösterilirse;

$$\tau_{zx} = Gs\left(\frac{\partial w_z}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) = Gs\frac{\partial w(x,y)}{\partial x}\text{Ø(z)} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = Gs\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2}\text{Ø(z)} \tag{2.3}$$

$$\tau_{zy} = Gs\left(\frac{\partial w_z}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) = Gs\frac{\partial w(x,y)}{\partial y}\text{Ø(z)} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = Gs\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2}\text{Ø(z)} \tag{2.5}$$

olacaktır. Bu kolonda, temelden zemine aktarılan $q_z(x,y)$ yükü ve yanal kayma gerilmeleri sonucu oluşan iç kuvvetler E_s ve v_s zeminin Elastisite Modülü ve Poisson oranı olmak üzere üç boyutlu elastik ortamda

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \frac{\partial w_z}{\partial z} \tag{2.6a}$$

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \frac{\partial w_z}{\partial z} w(x,y) \frac{\partial Ø(z)}{\partial z} \tag{2.6b}$$

şeklindedir. Bu durum yükleme durumu olarak düşünülecektir. Virtüel şekil değiştirme durumu olarak ise bu kolonun üst yüzeyinin birim çökmesi alınacaktır. Bu halde z derinliğinde herhangi bir noktanın çökmesi

$$\overline{w_z} = 1.Ø(z) \tag{2.7}$$

boy - değişme deformasyonu ise

$$\overline{\varepsilon_z} = \frac{\partial w_z}{\partial z} = \frac{\partial \overline{Ø}(z)}{\partial z} \tag{2.8}$$

dir. Virtüel iş teoremini uygularsak:

Dış kuvvetlerin işi:

$$q_z dxdy + \int_{z=0}^{H} \left\{(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx - \tau_{zx})\right\} dy Ø(z) dz + q_z dxdy + \int_{z=0}^{H} \left\{(\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} dy - \tau_{zy})\right\} dx Ø(z) dz =$$

$$\left\{ q_z + Gs\left(\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} \right) \int_{z=0}^{H} Ø^2(z) dz \right\} dxdy \tag{2.9}$$

İç kuvvetlerin işi:

$$\int_{z=0}^{H} \left(\sigma_z \overline{\varepsilon_z} dxdy\right) dz = \left\{ \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w(x,y) \int_{z=0}^{H} \left(\frac{\partial Ø(z)}{\partial z} \right)^2 \right\} dxdy \tag{2.10}$$

şeklinde yazılabilir. Virtüel iş teoremi gereği (2. 9) ve (2.10) eşitliğinden

$$C = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \int_{z=0}^{H} \left(\frac{\partial Ø(z)}{\partial z} \right)^2 dz \tag{2.11}$$

$$2C_T = G_s \int_{z=0}^{H} Ø^2(z)dz \tag{2.12}$$

kısaltmaları yapılırsa

$$q_z = Cw(x,y) - 2C_T \left(\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} \right) \tag{2.13}$$

eşitliği veya kısaca

$$q_z = Cw - 2C_T \Delta w \tag{2.14}$$

elde edilir.

Temelin herhangi bir noktasında üstten gelen q yükü ve temelin q_z zemin tepkisi beraber düşünülürse iki parametreli zemine oturan eğilme plağına ait diferansiyel denge denklemi

$$D(\Delta\Delta w) = q - q_z \tag{2.15a}$$

yazılabilir. q_z nin (2.14) deki ifadesi de yerine konularak

$$D(\Delta\Delta w) - 2C_T(\Delta w) + C(w) = q \tag{2.15b}$$

elde edilir. Temel plağı dışında kalan bir noktada ise diferansiyel denklem

$$-2C_T(\Delta w) + C(w) = 0 \tag{2.16}$$

olacaktır.

Bu ifadelerde C Winkler tipi zemindeki bilinen zemin yatak katsayısını, C_T ise zeminde oluşabilen kayma gerilmelerinin göz önüne alınmasıyla ortaya çıkan zemin kayma parametresini göstermektedir. (2.11) ve (2.12) deki ifadelerden bu değerlerin zeminin elastik özelliklerine, sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı H'ye ve yalnız z=0 ve z=H deki sınır değerleri tam olarak bilinen Ø(z) fonksiyonuna bağlı olduğu görülmektedir.

Ø(z) fonksiyonunun belirlenmesi için en uygun yaklaşım Wallabhan, Straughan ve Das (1989) tarafından verilendir. Bu çalışmada plak ve zemin ortamın toplam potansiyel enerjisi zeminde u = v = 0, w_z = w(x,y) Ø(z) olmak üzere (2.17a) da verildiği gibidir.

$$H = U_{plak} + U_{zemin} + V_{yük} \tag{2.17a}$$

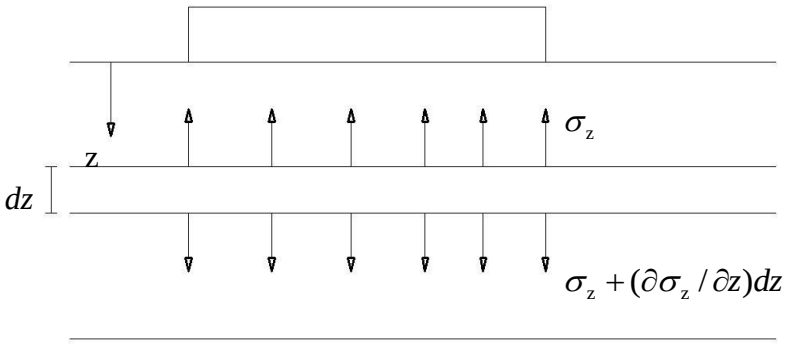
$$U_{plak} = \frac{D}{2}\iint_{\Omega}\left\{(\nabla^2 w)^2 - 2(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x}\frac{\partial^2 w}{\partial^2 y} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right]\right\}dxdy \tag{2.17b}$$

$$U_{zemin} = \int_0^H \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\left\{\sigma_z\varepsilon_z + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{yz}\gamma_{yz}\right\}dxdydz \tag{2.17c}$$

$$V_{yük} = -\iint_{\Omega}\bar{q}w dxdy \tag{2.17d}$$

Bu ifadenin w(x,y) ye göre minimize edilmesinden yukarıda virtüel iş teoremi ile çıkartılan (2.14) ifadesi ve dolayısı ile (2.15b) ve (2.16) diferansiyel denge denklemi elde edilmiş, Ø(z) e göre minimize edilmesiyle temel boyutlarını ve yükleme şeklinin etkisini de içerecek şekilde Ø(z) değişimini veren sınır şartı diferansiyel denklemi elde edilmiştir.

Aynı diferansiyel denklemi z derinliğinde, dz kalınlığında kayma plağı gibi çalışan bir zemin tabakasının üst ve alt yüzeyine gelen zemin gerilmelerini dış etki, x,y nin faklı noktalarında bunların farklı olmasına bağlı olarak zemin tabakasında oluşacak τ_{zx} ve τ_{zy} kayma kuvvetlerini iç kuvvetler olarak düşünüp bu hali yükleme durumu alarak virtüel iş teoreminin uygulanmasıyla elde edebiliriz.



Şekil 2.3 dz Kalınlığındaki Zemin Tabakasına Etkiyen Yükler

z derinliğindeki tabakada dış yükler;

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w(x,y) \frac{\partial Ø(z)}{\partial z} \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w(x,y) \frac{\partial^2 Ø(z)}{\partial z^2} \tag{2.19}$$

iç kuvvetler ise;

$$\tau_{zx} = G_s \frac{\partial w(x,y)}{\partial x} Ø(z) \tag{2.20}$$

$$\tau_{zy} = G_s \frac{\partial w(x,y)}{\partial y} Ø(z) \tag{2.21}$$

bağıntılarında bulunabilir. Virtüel şekil değiştirme durumu olarak temel yüzeyi altında sıfırdan farklı, temelden uzaklaştıkça sönerek sıfıra gitmesi şeklindeki sınır şartlarını sağlayan herhangi bir çökme yüzeyi seçilebilir. Özel olarak dış etkiler altındaki w(x,y) çökme yüzeyi bu şartları sağladığından tabakanın virtüel şekil değiştirme durumu alınırsa:

Dış kuvvetlerin işi;

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}w(x,y)dxdy \tag{2.22}$$

İç kuvvetlerin işi ;

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\tau_{zx}\frac{\partial w(x,y)}{\partial x}+\tau_{zy}\frac{\partial w(x,y)}{\partial y}\right\}dxdy \tag{2.23}$$

olur.

$$m=\frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}w^2(x,y)dxdy \tag{2.24}$$

$$n=G_s\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\left(\frac{\partial w(x,y)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w(x,y)}{\partial y}\right)^2\right\}dxdy \tag{2.25}$$

Kısaltmaları yapılarak virtüel iş teoreminden

$$-m\frac{\partial^2\text{Ø}(z)}{\partial z^2}+n\text{Ø}(z)=0 \tag{2.26}$$

eşitliği bulunur. Ø(z) fonksiyonunun z=0 ve z=H deki sınır şartlarını ve (2.26) homojen diferansiyel denklemini sağlayan çözümü

$$\text{Ø}(z)=\frac{\text{Sh}\gamma\left(1-\frac{z}{H}\right)}{\text{Sh}\gamma} \tag{2.27}$$

olup, zemin yüzey parametresi diye adlandırılan γ boyutsuz katsayısı

$$\gamma^2=\frac{n}{m}=H^2\frac{G_s(1+\nu_s)(1-2\nu_s)}{E_s(1-\nu_s)}\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\left(\frac{\partial w(x,y)^2}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial w(x,y)^2}{\partial y}\right)\right\}dxdy}{\iint w^2dxdy} \tag{2.28a}$$

veya

$$\gamma^2 = \frac{H^2(1-2\nu_s)}{2(1-\nu_s)} \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right\}dxdy}{\int\int w^2 dxdy} \tag{2.28b}$$

olur.

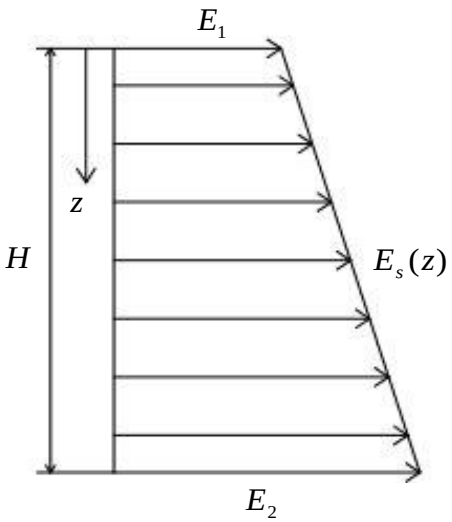
C ve $2C_T$ nin (2.11) ve (2.12) ifadelerinde Ø(z) fonksiyonunun (2.27) deki değeri konur ve integraller alınırsa, elastisite modülü sıkışabilen tabaka derinliği boyunca sabit zeminlerde

$$C = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \frac{\gamma}{H} \frac{\left[Sh2\gamma + 2\gamma\right]}{4Sh^2\gamma} \tag{2.29}$$

$$2C_T = G_s \frac{H}{\gamma} \frac{\left[Sh2\gamma - 2\gamma\right]}{4Sh^2\gamma} \tag{2.30}$$

elastisite modülünün Şekil(2.4) de gösterildiği gibi lineer değişmesi halinde ifadeler,

$$E_s(z) = E_1 + (E_2 - E_1)\frac{z}{H} \tag{2.31}$$



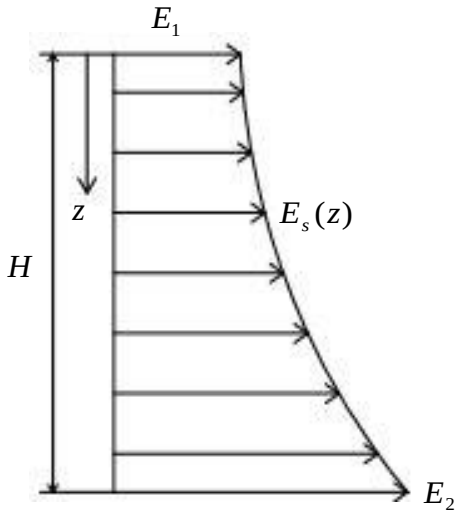
Şekil 2.4 Elastisite Modülünün Lineer Değişimi

$$C = \frac{(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \frac{2E_1\gamma Sinh(2\gamma) + 2\gamma^2(E_1+E_2) - (E_1-E_2)\left[1-Cosh(2\gamma)\right]}{8HSinh^2\gamma} \tag{2.32}$$

$$2C_T = \frac{1}{(1+\nu_s)} \frac{H}{\gamma^2} \frac{2E_1\gamma Sinh(2\gamma) - 2\gamma^2(E_1+E_2) - (E_1-E_2)\left[1-Cosh(2\gamma)\right]}{16Sinh^2\gamma} \tag{2.33}$$

elastisite modülünün Şekil (2.5) de görüldüğü gibi kuadratik değişmesi durumunda, C ve $2C_T$ sabitleri

$$E_s(z) = E_1 + (E_2 - E_1)\frac{z^2}{H^2} \tag{2.34}$$



Şekil 2.5 Elastisite Modülünün Kuadratik Değişimi

$$C = \frac{(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \frac{3\left[E_2 + E_1(2\gamma^2-1)\right]Sinh(2\gamma) + 2\gamma\left[E_2(2\gamma^2-3) + E_1(3+4\gamma^2)\right]}{24H\gamma Sinh^2\gamma} \quad (2.35)$$

$$2C_T = \frac{H}{(1+\nu_s)} \frac{3\left[E_2 + E_1(2\gamma^2-1)Sinh(2\gamma)\right] - \left[E_2(2\gamma^2+3) + E_1(4\gamma^2-3)\right]2\gamma}{48\gamma^3 Sinh^2\gamma} \quad (2.36)$$

şeklinde elde edilir.

C ve $2C_T$ ifadelerinden görüldüğü gibi zemin yatak ve kayma katsayıları temel altı zeminin elastik özellikleri ve sıkışabilen tabaka kalınlığı yanında γ katsayısına bağlıdır. γ katsayısı bu değerlerin yanında ayrıca temel boyutları, temel rijitliği, yükleme şekline bağlı olarak temel altında (2.15b) ve temel çevresindeki zemin bölgesinde (2.16) diferansiyel denge denklemlerini sağlayan w(x,y) çökme yüzeyi fonksiyonunun belirlenip, (2.28) deki pay ve paydadaki integrallerin temel altı ve çevresi için alınmasıyla bulunabilir. Buradan çözüme bir ardışık yaklaşımla ulaşabileceği anlaşılmaktadır.

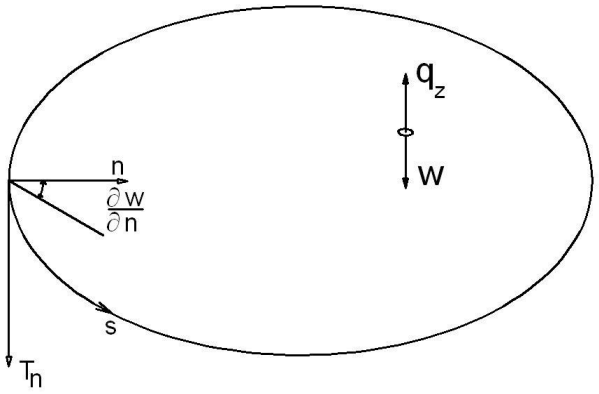
Önce γ ya bir değeri verilip, C ve $2C_T$ bulunacak, bu değerler için temel hesabı yapılıp çökme yüzeyi w(x,y) belirlenecektir. (2.28) ifadesinden yeni γ zemin yüzey parametresi hesaplanıp, bulunan yeni γ değeri için hesaplar tekrarlanacaktır. Ardışık iki adım arasındaki γ değeri birbirine yeterince yaklaşınca ($\gamma_{n+1} - \gamma_n \leq 0.001$) hesap sona erdirilebilir. Bu ardışık yaklaşımın oldukça hızlı olduğu, başlangıçta çok uygun olamayan bir γ değeri seçilmiş olsa bile ardışık adımlar arası γ ların farkının 5-6 adım sonrasında %0. l' den küçük hale geldiği yapılan örneklerde görülmüştür.

2.2 İki Parametreli Zemin Tepkilerinin Plak Sonlu Elemanlarda Göz önüne Alınması

İki parametreli zemine oturan bir temel plağının w çökme yüzeyine bağlı olarak oluşan zemin tepkilerinin

$$q_z = Cw - 2C_T\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \quad (2.37)$$

yayılı yükü ile ifade edilebileceği bilinmektedir. Kapalı bir yüzeysel bölge içinde yüzeysel yayılı yük şeklindeki bu q_z tepkileri yanında bölge sınırları boyunca, zemin kayma parametresi nedeniyle, sınıra dik doğrultuda dönmeye bağlı olarak Şekil (2.6) deki gibi tepki kesme kuvvetlerinin de oluşacağı dikkate alınmalıdır.



Şekil 2.6 Dönmelere Bağlı Olarak Zeminden Temele Gelen Tepkiler

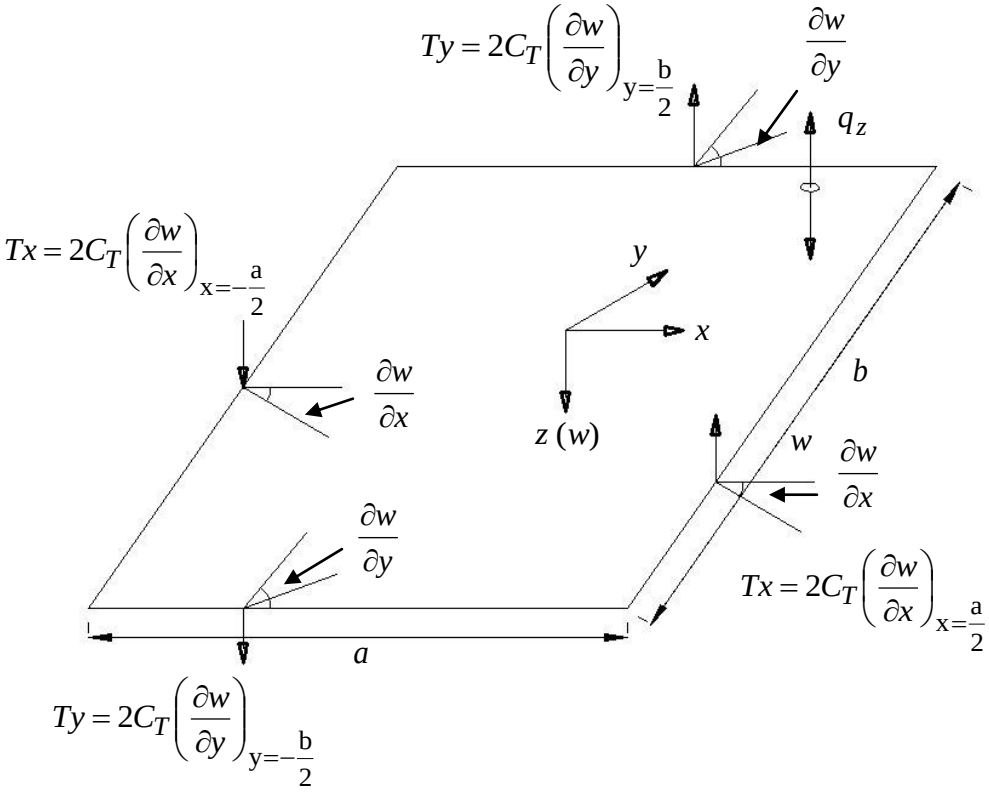
$$T_n = -2C_T\left(\frac{\partial w}{\partial n}\right) \tag{2.38}$$

Sonlu elemanların herhangi i. deplasman parametresi doğrultusunda oluşacak tesirler dış etkiler altında oluşan w şekil değiştirmesini yükleme durumu, i. deplasmanın birim değerine karşı gelen w_i çökme yüzeyini virtüel şekil değiştirme durumu olarak alıp virtüel iş teoreminin uygulanmasıyla elde edilebilir. Elemana dış kuvvet olarak gelen zemin tepkilerinin işi;

$$-\int\int q_z w_i dA \tag{2.29}$$

yüzeysel integrali yanında, eleman kenarları boyunca T_n kesme kuvvetlerinin w_i nin kenarlarda aldığı değerleriyle yaptığı işlerin toplamı olacaktır.

Örneğin (axb) boyutlarında dikdörtgen sonlu elemanda yüzeydeki ve sınırlardaki zemin tepkileri şekil (2.7) de gösterilmiştir.



Şekil 2.7 Dikdörtgen Elemanda Yüzeydeki ve Sınırdaki Zemin Tepkileri

Buna göre zemin tepkilerinin toplam işi

$$Id_z = -C\int\int w_i w dA + 2C_T\int\int w_i\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)dA$$

$$-2C_T\int w_i\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=\frac{a}{2}}dy + 2C_T\int w_i\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=-\frac{a}{2}}dy$$

$$-2C_T\int w_i\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{x=\frac{b}{2}}dx + 2C_T\int w_i\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{x=-\frac{b}{2}}dx \qquad (2.40)$$

olur.

Bu ifadelerde

$$2C_T \int\int w_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dA = 2C_T \int \left(w_i \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=\frac{a}{2}} dy - 2C_T \int \left(w_i \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=-\frac{a}{2}} dy - 2C_T \int\int w_i \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} dA \tag{2.41a}$$

$$2C_T \int\int w_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dA = 2C_T \int \left(w_i \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=\frac{b}{2}} dx - 2C_T \int \left(w_i \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=-\frac{b}{2}} dx$$

$$- 2C_T \int\int w_i \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} dA \tag{2.41b}$$

Kısmi integraller alınıp ifadeler basitleştirilirse

$$Id_z = -C \int\int w_i w dA - 2C_T \int\int \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) dA \tag{2.42}$$

şeklini alıp zemin kayma parametresi C_T ye bağlı integralde, elastik yataklarıma parametresi C ye bağlı integralde olduğu gibi yalnız eleman yüzeyinde bir yüzeysel integrale dönüşmektedir.

Elemanın w şekil değiştirme yüzeyi düğüm noktası uç deplasmanlarına bağlı olarak

$$w = \sum w_i d_i \tag{2.43}$$

toplamıyla ifade edildiği göz önüne alınır, eşitliğin sağ tarafında yalnız i. deplasman bileşeni doğrultusundaki P_i uç kuvveti kalacak şekilde, zemin tepkileri işi eşitliğin sağına geçirilir ve

$$C_{ij} = C \int\int w_i w_j dA \tag{2.44}$$

$$C_{Tij} = 2C_T \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_j}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_j}{\partial y} \right) dA \tag{2.45}$$

kısaltmalar yapılırsa, virtüel iş ifadesi

$$\sum_{j=1}^{n} k_{ij} d_j + \sum_{j=1}^{n} C_{ij} d_j + \sum_{j=1}^{n} C_{Tij} d_j = P_i \qquad (2.46)$$

olur.

Elemanın her bir serbestlik derecesi için benzer iş ifadesi yazılıp, bunların hepsi matris formunda gösterilirse

$$[K][d] + [C][d] + [C_T][d] = [P] \qquad (2.47)$$

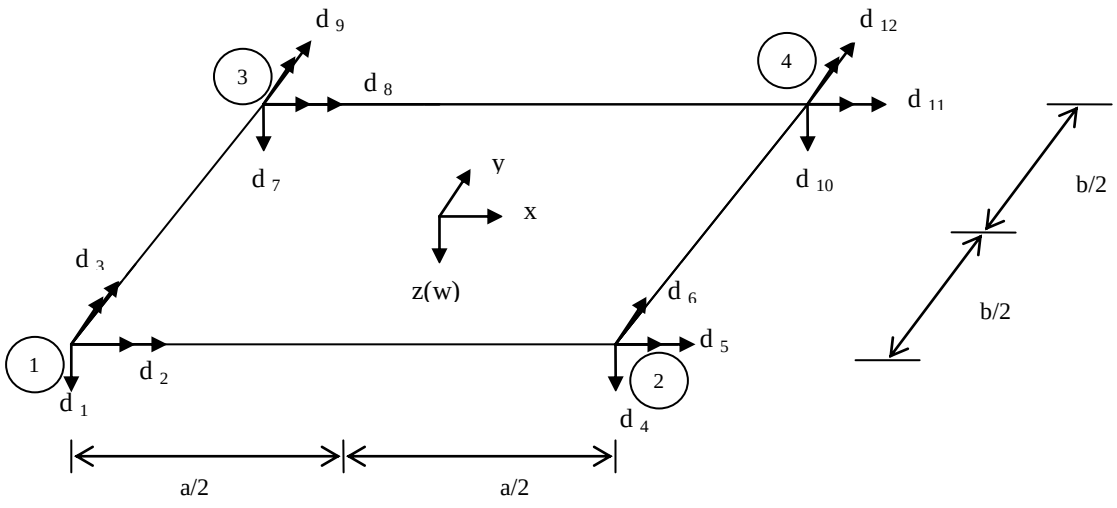
bulunur.

Bu bağıntılarda:

[C] : C elastik zemin yataklarıma katsayısına bağlı, (2.44) ifadesiyle terimleri hesaplanan eleman elastik yataklarıma matrisi

$[C_T]$: C_T zemin kayma parametresine bağlı,terimleri (2.45) formülü ile hesaplanan eleman zemin kayma matrisi olup, zemin etkilerinin plak rijitlik matrisine katkılarını göstermektedir.

2.2.1. 12 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Plak Elemanda [C] ve [C_T] Matrisleri



Şekil 2.8 12 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Plak Sonlu Eleman

2.2.1.1. Eğilmeye Bağlı Şekil Değiştirme Yüzeyinin Belirlenmesi

Her düğüm noktasında çökme;iki dönme bilinmeyeni uç deplasman olarak alınmış toplam 12 serbestlik dereceli plak sonlu elemana eğilme etkilerinin katılması açıklanacaktır.

Bu elemanda eğilme deformasyonlarından dolayı oluşan w_e çökmeleri

$$w_e = \sum_{i=1}^{12} w_{ei} d_i \tag{2.48}$$

şeklinde gösterilebilir. d_i deplasmanlarının birim değerleri için w çökme fonksiyonunun eleman yüzeyinde yayılışını belirleyen birim durum fonksiyonları her iki x ve y değişkenine göre kübik $f_i(x)$, $g_i(x)$ veya $f_i(y)$, $g_i(y)$ yardımcı fonksiyonlarının çarpımlarından oluşmaktadır. Bu yardımcı fonksiyonlar ve karşı geldikleri uç koşulları (2.49) de gösterildiği gibidir.

Fonksiyon	Uç koşulu
$f_1(x)=\frac{1}{2}+\frac{3x}{2a}-\frac{2x^3}{a^3}$	$\left\{\begin{array}{l} x=\frac{a}{2}\rightarrow f_1=1,\frac{df_1}{dx}=0 \\ x=-\frac{a}{2}\rightarrow f_1=0,\frac{df_1}{dx}=0 \end{array}\right\}$
$f_2(x)=\frac{1}{2}-\frac{3x}{2a}-\frac{2x^3}{a^3}$	$\left\{\begin{array}{l} x=\frac{a}{2}\rightarrow f_2=1,\frac{df_2}{dx}=0 \\ x=-\frac{a}{2}\rightarrow f_2=0,\frac{df_2}{dx}=0 \end{array}\right\}$
$g_1(x)=\frac{a}{8}+\frac{x}{4}-\frac{x^2}{2a}-\frac{x^3}{a^2}$	$\left\{\begin{array}{l} x=\frac{a}{2}\rightarrow g_1=1,\frac{dg_1}{dx}=0 \\ x=-\frac{a}{2}\rightarrow g_1=0,\frac{dg_1}{dx}=0 \end{array}\right\}$

$$g_2(x)=\frac{a}{8}+\frac{x}{4}+\frac{x^2}{2a}-\frac{x^3}{a^2} \qquad \left\{\begin{array}{l} x=\frac{a}{2}\rightarrow g_2=1,\frac{dg_2}{dx}=0 \\ x=-\frac{a}{2}\rightarrow g_2=0,\frac{dg_2}{dx}=0 \end{array}\right\} \tag{2.49}$$

$$l_2(x)=\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{a}\right) \qquad l_1(x)=\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{a}\right)$$

$$l_2(y)=\left(\frac{1}{2}-\frac{y}{b}\right) \qquad l_1(y)=\left(\frac{1}{2}+\frac{y}{b}\right) \tag{2.50}$$

Sonlu elemanın şekil değiştirmesi birim durumların lineer kombinezonu olarak

$$w_e=[A_d]_e.[d] \tag{2.51}$$

yazılabilir.Burada $[A_d]_e$ matrisinin herhangi bir terimi karşı geldiği düğüm noktası deplasmanını birim ; diğerlerini sıfır yapan deplasman fonksiyonunu göstermektedir.

W çökme fonksiyonunun eleman yüzeyinde yayılışını belirleyen birim durum fonksiyonları (2.49) ve (2.50) de tanımlanmış yardımcı fonksiyonlar cinsinden (2.52) de gösterilmiştir.

$$[A_d]_e^T=\begin{bmatrix} f_2(y).l_2(x)+f_2(x).l_2(y)-l_2(x).l_2(y) \\ g_2(y).l_2(x) \\ -g_2(x).l_2(y) \\ f_2(y).l_1(x)+f_1(x).l_2(y)-l_1(x).l_2(y) \\ g_2(y).l_1(x) \\ -g_1(x).l_2(y) \\ f_1(y).l_2(x)+f_2(x).l_1(y)-l_2(x).l_1(y) \\ g_1(y).l_2(x) \\ -g_2(x).l_1(y) \\ f_1(y).l_1(x)+f_1(x).l_1(y)-l_1(x).l_1(y) \\ g_1(y).l_1(y) \\ -g_1(x).l_1(y) \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

Zemin tepki katsayıları ise

$$C_{ij} = C\iint w_{ei} w_{ej} dA \tag{2.53}$$

$$C_{Tij} = 2C_T \iint \left(\frac{\partial w_{ei}}{\partial x} \frac{\partial w_{ej}}{\partial x} + \frac{\partial w_{ei}}{\partial y} \frac{\partial w_{ej}}{\partial y} \right) dA \tag{2.54}$$

şeklinde alınabilmektedir. $[C]$ ve $[C_T]$ matrisleri $[K_T]$ rijitlik matrisinin verilmesinde olduğu gibi

$$[C] = \begin{bmatrix} [C]_{11}[C]_{12}[C]_{13}[C]_{14} \\ [C]_{21}[C]_{22}[C]_{23}[C]_{24} \\ [C]_{31}[C]_{32}[C]_{33}[C]_{34} \\ [C]_{41}[C]_{42}[C]_{43}[C]_{44} \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

$$[C_T] = \begin{bmatrix} [C_T]_{11}[C_T]_{12}[C_T]_{13}[C_T]_{14} \\ [C_T]_{21}[C_T]_{22}[C_T]_{23}[C_T]_{24} \\ [C_T]_{31}[C_T]_{32}[C_T]_{33}[C_T]_{34} \\ [C_T]_{41}[C_T]_{42}[C_T]_{43}[C_T]_{44} \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

alt matrislerine bölünürse $[C]_{1,i}$ ve $[C_T]_{1,i}$ bağımsız 4'er alt matrisinin tablo (2.1) ve tablo (2.2) de verilmesi yeterli olacaktır. Diğer $[C]_{ij}$ ve $[C_T]_{ij}$ 'ler $[T_x]$ ve $[T_y]$ (2.57) dönüştürme matrisleri kullanılarak türetilebilir.

$$[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad ; \quad [T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

Tablo 2.1 12 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Elemanın Elastik Yataklanma Alt Matrisleri

$$[C]_{11}=\frac{Cab}{25200}\begin{bmatrix} 3454 & -461b & 461a \\ & 80b^2 & -63ab \\ simetrik & & 80a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C]_{12}=\frac{Cab}{25200}\begin{bmatrix} 1226 & 1199b & -274a \\ -199b & 40b^2 & 42ab \\ 274a & -42ab & -60a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C]_{13}=\frac{Cab}{25200}\begin{bmatrix} 1226 & 274b & 199a \\ -274b & -60b^2 & -42ab \\ 199a & 42ab & 40a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C]_{14}=\frac{Cab}{25200}\begin{bmatrix} 394 & 116b & -116a \\ -116b & -30b^2 & 28ab \\ 116a & 28ab & -30a^2 \end{bmatrix}$$

Tablo 2.2 12 Serbestlik Dereceli Elemanın Kayma Parametresine Bağlı Alt Matrisleri

$$[C_T]_{11}=\frac{2C_T}{210}\begin{bmatrix} 92(\alpha+\beta) & -(11\beta+7\alpha)b & (11\alpha+7\beta)a \\ & (2\beta+\frac{28}{3}\alpha)b^2 & 0 \\ simetrik & & (2\alpha^2+\frac{28}{3}\beta)a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C_T]_{12}=\frac{2C_T}{210}\begin{bmatrix} 34\alpha-92\beta & (11\beta-3.5\alpha)b & -(6.5\alpha-7\beta)a \\ (11\beta-3.5\alpha)b & (-2\beta+\frac{14}{3}\alpha)b^2 & 0 \\ (6.5\alpha-7\beta)a & 0 & -(1.5\alpha^2+\frac{7}{3}\beta)a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C_T]_{13}=\frac{2C_T}{210}\begin{bmatrix} -92\alpha+34\beta & (6.5\beta-7\alpha)b & -(115\alpha-3.5\beta)a \\ -(6.5\beta-7\alpha)b & -(1.5\beta+\frac{7}{3}\alpha)b^2 & 0 \\ -(115\alpha-3.5\beta)a & & (-2\alpha^2+\frac{14}{3}\beta)a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C_T]_{14} = \frac{2C_T}{210}\begin{bmatrix} -34(\alpha+\beta) & -(6.5\beta+3.57\alpha)b & (6.5\alpha-3.5\beta)a \\ (6.5\beta+3.57\alpha)b & (1.5\beta-\frac{7}{6}\alpha)b^2 & 0 \\ -(6.5\alpha+3.5\beta)a & & (1.5\alpha^2+\frac{7}{6}\beta)a^2 \end{bmatrix}$$

Diğer $[C]_{ij}$ ve $[C_T]_{ij}$ 'ler (i=2,4;j=2,4) tanımlanmış $[T_1]$ ve $[T_2]$ dönüştürme matrisleri kullanılarak;

$$[C]_{22} = [T_1][C]_{11}[T_1] \qquad [C_T]_{22} = [T_1][C_T]_{11}[T_1]$$

$$[C]_{23} = [T_1][C]_{14}[T_1] \qquad [C_T]_{23} = [T_1][C_T]_{14}[T_1]$$

$$[C]_{24} = [T_1][C]_{13}[T_1] \qquad [C_T]_{24} = [T_1][C_T]_{13}[T_1] \qquad (2.58)$$

$$[C]_{33} = [T_2][C]_{11}[T_2] \qquad [C_T]_{33} = [T_2][C_T]_{11}[T_1]$$

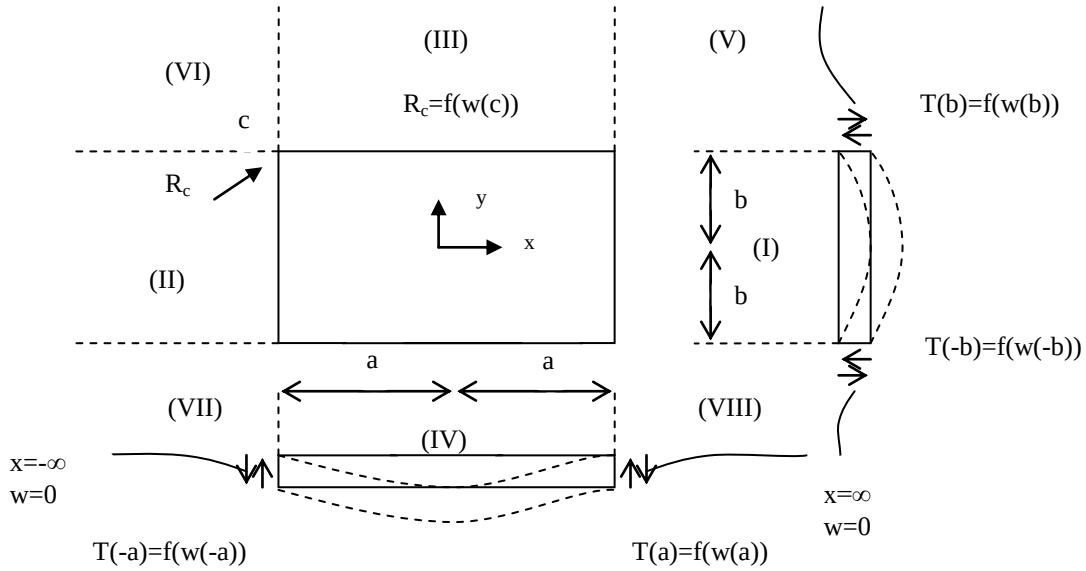
$$[C]_{34} = [T_2][C]_{12}[T_2] \qquad [C_T]_{34} = [T_1][C_T]_{12}[T_1]$$

$$[C]_{44} = [T_1][T_2][C]_{11}[T_1][T_2] \qquad [C_T]_{44} = [T_1][T_2][C_T]_{11}[T_1][T_2]$$

şeklinde hesaplanabilir.

2.3. Temel Dışı İki Parametreli Zemin Ortamının Sonlu Elemanlarla İdealize Edilmesi

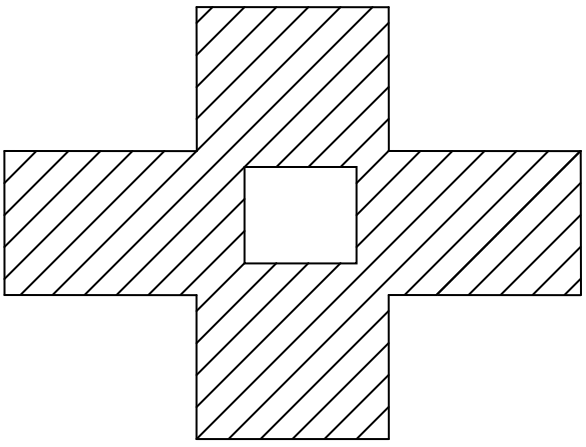
İki Parametreli zemine oturan plak temellerin hesabı ile ilgili yapılmış çalışmalarda [6] temel dışında kalan zemin ortamının temel kenar ve köşelerine etkittiği tesirlerin bulunması bazı basitleştirici kabuller yapılarak yaklaşık olarak ifade edilmektedir.



Şekil 2.9 Temel Çevre Ortamının Bölgelere Ayrılması

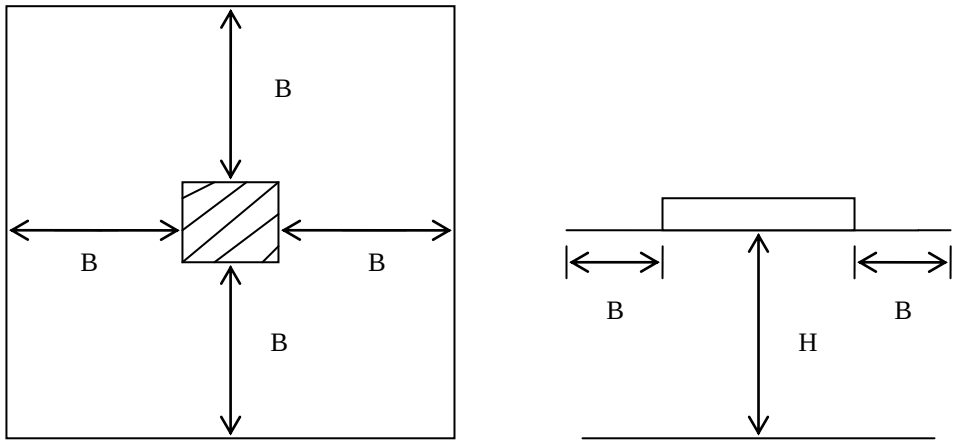
Örneğin planda (2a x 2b) boyutlu bir dikdörtgen temelin çevresindeki zemin ortamı 8 bölgeye ayrlmakta ; (I-IV) bölgesinden temele gelen tesirler komşu oldukları kenarlardaki çökme fonksiyonuna bağlı; kenarlar boyunca yayılı kesme kuvvetleri ile; (V-VIII) bölgelerinin etkisi temel köşe noktasındaki çökmeye bağlı köşe kuvvetleri ile göz önüne alınmaktadır.

Örneğin şekil (2.10) gibi planda temel şeklinin dikdörtgenden farklı olması halinde veya temel içindeki boşluklardaki zemin ortamının etkilerinin ifadesi söz konusu olunca kenarlar ve köşeler için çıkarılmış bu redörler kısmen geçersiz olup yeni yaklaşık redör ifadelerinin tanımlanması gerekecektir.



Şekil 2.10 Planda Düzgün Olmayan Radye Temel Örneği

Bu bakımdan bu çalışmada, temel dışındaki, temel etkilerinin yayıldığı ve zemin çökme yüzeyinin sıfırdan farklı olduğu çevre ortamı iki boyutlu zemin sonlu elmanlar ağına bölünecektir.



a) Plan b) Kesit

Şekil 2.11 Radye Temel Çevre Genişliği

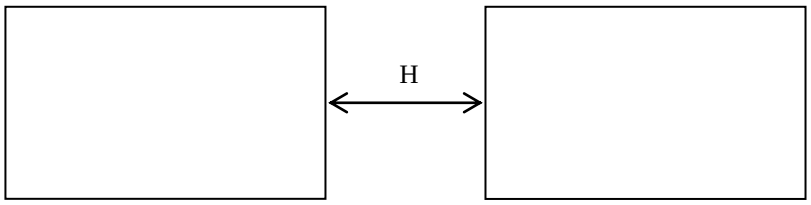
Yüzeysel dış yüklerin olmayıp temel kenarlarından tesirlere bağlı olarak

$$Cw(x,y) - 2C_T\left(\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2}\right) = 0 \qquad (2.59)$$

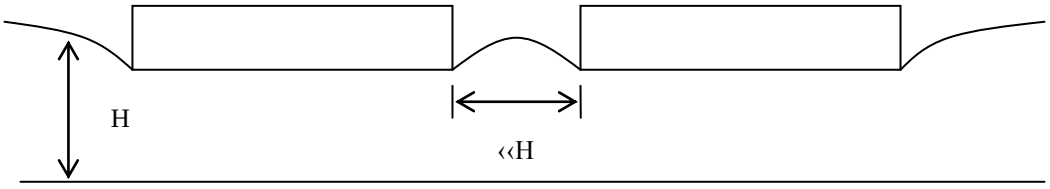
diferansiyel denklemi sağlayacak şekilde çevre zemin ortamındaki çökmelerin değişimi bu zemin sonlu eleman idealizasyonu ile belirlenebilir.

Sonlu eleman ağına bölünerek temel çevresinin şekil (2.10) deki genişliği elastik sıkışabilir zemin tabakası sınırlarına kadar veya çok büyükse çökme yüzeyinin yeter derecede sıfıra yakın olduğu uzaklığa kadar alınabilir. Son bölümde yapılan örneklerde zemin bölgesinin genişliği sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı H mertebesinde seçilmiş ve bu durumda en dıştaki noktalarda temel altındaki çökmelerin çok küçük mertebelere düştüğü görülerek daha fazla genişletmenin gereksiz olduğu sonucuna varılmıştır.

Bu şekilde temel dışı ortamının zemin sonlu elemanlarla idealizasyonu şekil (2.12) deki gibi birbirine yakın temellerin mevcudiyeti halinde bu temellerin karşılıklı etkileşimi göz önüne alınması olanağı da sağlamaktadır.



a)Plan



b) Kesit

Şekil 2.12. Yakın Temellerin Karşılıklı Etkileşimleri

Temel plağı sonlu eleman çevre zemin ortamının sonlu eleman idealizasyonunda, çökmelerin elemanda her iki doğrultuda lineer değiştiği kabulü uygun görülmüştür. Bunun sonucu zemin sonlu elemanlarda deplasman yüzeyi yalnız köşe noktalarının çökmelerine bağlı olarak ifade edilebilir. Çevre zemin ortamının sonlu eleman idealizasyonunda her bir düğüm noktasında bir bilinmeyen olması temel plağı dışında çok sayıda düğüm noktası bulunması halinde bilinmeyen sayısının aşırı artışını da önlemiş olur. $[d]$ zemin elemanın köşe noktalarının çökmeleri olmak üzere;

$$w = \sum w_i d_i = [A_d]_z [d] \tag{2.60}$$

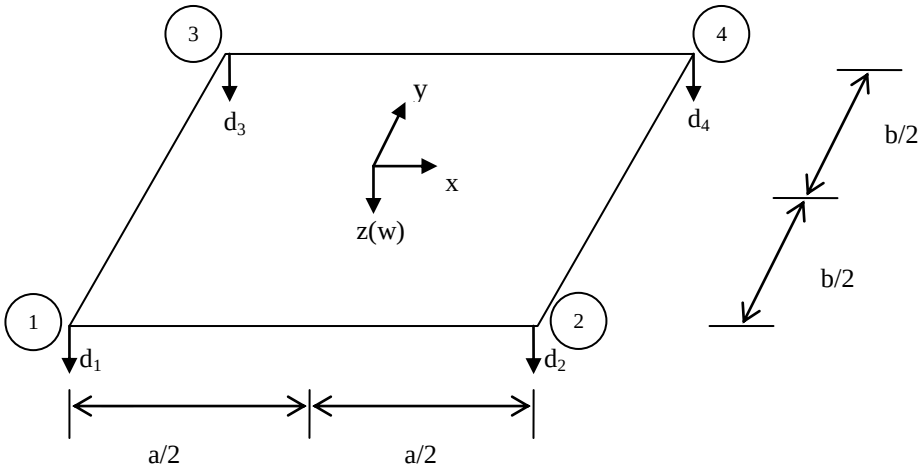
şeklinde çökme yüzeyi belirleniyorsa; köşe noktalarındaki deplasmanlar doğrultusundaki uç kuvvetleri deplasmanlara,

$$[C][d]+[C_T][d]=[P] \tag{2.61}$$

şeklinde bağlayan zemin sonlu eleman $[C]$ ve $[C_T]$ matrisleri aynen temel plağında plak rijitlik matrisine zemin etkilerinin katkılarını gösteren $[C]$ ve $[C_T]$ matrisleri gibi tanımlanıp, terimleri (2.44) ve (2.45) deki bağıntılarla hesaplanabilir. Esasen (2.60) eşitliği (2.47) de $[K]$ rijitliğinin sıfır alınması haline karşı gelmektedir.

2.3.1. 4 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Zemin Sonlu Elemanda $[C]$ ve $[C_T]$ Matrisleri

Şekil (2.13) deki dikdörtgen (iki parametreli) zemin sonlu elemanın şekil değiştirme yüzeyi köşe noktalarının düşey deplasmanlarına bağlı olarak (2.61) deki gibi tanımlanabilir.



Şekil 2.13 4 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Zemin Sonlu Eleman

Formüllerdeki $[A_d]_z$ matrisi iki doğrultudaki lineer değişimi gösteren yardımcı fonksiyonların çarpımından;

$$[A_d]_z=\begin{bmatrix} l_2(x)l_2(y) & l_1(x)l_2(y) & l_1(y)l_2(x) & l_1(x)l\ (y)\end{bmatrix} \tag{2.62}$$

oluşur. Buradaki yardımcı fonksiyonlar (2.50) de tanımlanan fonksiyonlar olarak alınacaktır. Bu birim durum fonksiyonlarına (2.44) integrali uygulanarak

Tablo 2.3. 4 Serbestlik Dereceli Dikdörtgen Zemin Sonlu Elemanın Elastik Yataklanma Matrisi

$$[C]=\frac{Cab}{36}\begin{bmatrix}4 & 2 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 2 & 4\end{bmatrix}$$

(2.45) integrali alınarak $\alpha = a/b,\ \beta = b/a$ olmak üzere

Tablo 2.4. 4 Serbestlik Dereceli Dikdörgen Zemin Sonlu Elemanın Kayma Parametresi Matrisi

$$[C_T]=\frac{2C_T}{3}\begin{bmatrix} \alpha+\beta & \frac{\alpha}{2}-\beta & \frac{\beta}{2}-\alpha & -\frac{(\alpha+\beta)}{2}\\ \frac{\alpha}{2}-\beta & \alpha+\beta & -\frac{(\alpha+\beta)}{2} & \frac{\beta}{2}-\alpha\\ \frac{\beta}{2}-\alpha & -\frac{(\alpha+\beta)}{2} & \alpha+\beta & \frac{\alpha}{2}-\beta\\ -\frac{(\alpha+\beta)}{2} & \frac{\beta}{2}-\alpha & \frac{\alpha}{2}-\beta & \alpha+\beta \end{bmatrix}$$

matrisi elde edilir.Zemin sonlu elemanlara ait deformasyon matrisi ise

$$\begin{bmatrix}\tau_x\\ \tau_y\end{bmatrix}=2C_T\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial y}\end{bmatrix}w_i \qquad (2.63)$$

bağıntısı elde edilir.Yardımcı fonksiyonlar kullanılarak dikdörtgen zemin sonlu eleman için elde edilen deformasyon matrisi tablo (2.5) de elde edilmiştir. Zemin elemanda köşe noktalarındaki kesme kuvvetlerini bulmak için bu matrisle elde edilmiş deformasyonları $2C_T$ ile çarpmak gerekir.

Tablo 2.5. Dikdörtgen Zemin Sonlu Eleman Deformasyon Matrisi

		d1	d2	d3	d4
1	$\partial w/\partial x$	-1/a	1/a	0	0
	$\partial w/\partial y$	-1/b	0	1/b	0
2	$\partial w/\partial x$	-1/a	1/a	0	0
	$\partial w/\partial y$	0	-1/b	0	1/b
3	$\partial w/\partial x$	0	0	-1/a	1/a
	$\partial w/\partial y$	-1/b	0	1/b	0
4	$\partial w/\partial x$	0	0	-1/a	1/a
	$\partial w/\partial y$	0	-1/b	0	1/b

3. ÇUBUK SONLU ELEMAN

Yapı sisteminde çerçeveli sistemlerin çözümünün yapılması amaçlandığından, bu bölümde doğru eksenli, prizmatik uzay çubuk sonlu elemanlarla ilgili bilgi verilecektir.

3.1. Çubuk Sonlu Eleman için Yapılan Kabuller

a-) Bernoulli - Navier hipotezi geçerlidir. Buna göre düzlem kesitler, sistem şekil değiştirdikten sonra da düzlem kalırlar.

b-) Malzeme ideal-elastoplastiktir. Bu tür malzemelerde yükleme ve boşaltma eğrisi lineerdir.

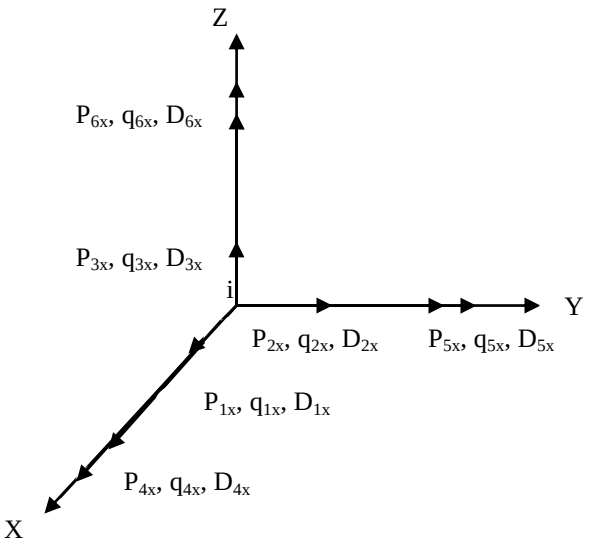
c-) Birinci mertebe teorisine hesap yapılacaktır. Dış etkiler altında sistemin geometrisindeki değişimlerin denge denklemleri ve geometrik uygunluk koşullarına etkisi terk edilmektedir. Ayrıca , sistemin şekil değiştirmesi sırasında dış yüklerin doğrultuları değişmemektedir.

d-) Sistemdeki çubuklar doğru eksenli, sabit en kesitlidir. Sistemde eğri eksenli, değişken en kesitli çubukların bulunması durumunda bu özellikteki çubuklar, yukarıdaki şartları sağlayacak şekilde küçük parçalara ayrılarak idealleştirilebilir.

3.2 Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri, Yer değiştirmeleri ve Dönüştürme Matrislerinin İncelenmesi

3.2.1. Çubuk Eleman Sistem Eksen Takımı

Sadece çubuklardan oluşan sistemin geometrisini ve düğüm noktalarının yerdeğiştirmelerini ortak bir eksen takımına göre tanımlayabilmek ve sistem denklem takımını oluşturabilmek için ortak bir koordinat takımına gerek vardır. Bu amaçla XYZ kartezyen koordinat takımına çubuk sistem eksen takımı denir.



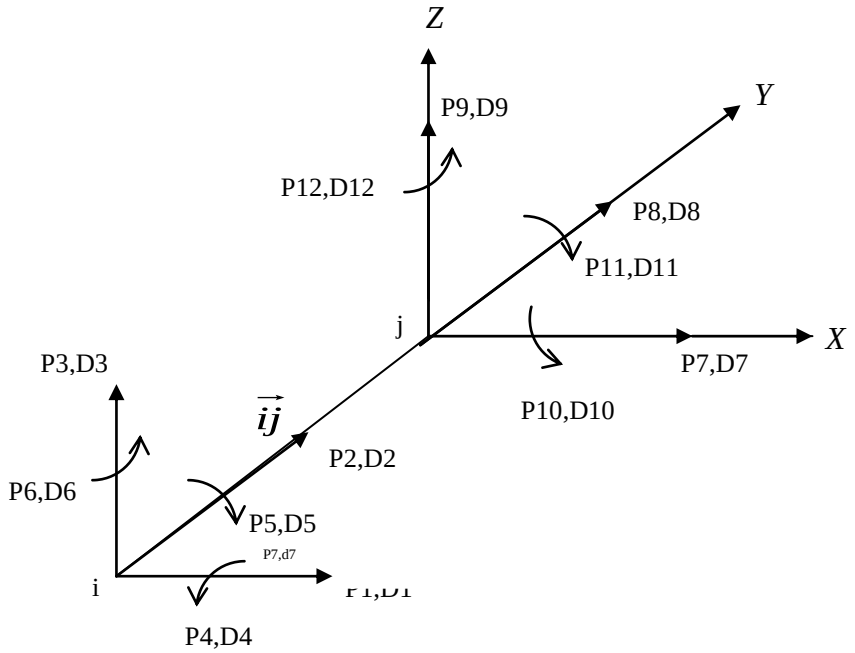
Şekil 3.1. Çubuk sistem eksen takımı, düğüm noktası uç kuvvetleri, yükleri ve yer değiştirmelerin pozitif yönleri

Her düğüm noktasında XYZ sistem eksen takımında üçü açısal ve üçü doğrusal olmak üzere 6 tane yer değiştirme parametresi bulunmaktadır. Bunların pozitif yönleri Şekil 3.1'de gösterilmiştir. İ düğüm noktasındaki yer değiştirmeler ve uç kuvvetler matris formunda aşağıda gösterilmiştir.

$$[d]_{ix} = \begin{bmatrix} D_{1x} \\ D_{2x} \\ D_{3x} \\ D_{4x} \\ D_{5x} \\ D_{6x} \end{bmatrix} \qquad [P]_{ix} = \begin{bmatrix} P_{1x} \\ P_{2x} \\ P_{3x} \\ P_{4x} \\ P_{5x} \\ P_{6x} \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

3.2.2. Uzay çubukta özel eksen takımı, uç kuvvetleri ve yer değiştirmeleri

Uzay çubuk sistemde çubuk ekseni takımı pozitif yönleri Şekil 3.2'de gösterilmiştir. İ ve j çubuğun başlangıç ve son düğüm noktalarını, ij ise çubuğun pozitif yönünü göstermektedir. Görüldüğü gibi çubuk özel eksen takımında, çubuk ekseni sistem Y ekseni ile aynı doğrultuda, çubuk kesitinin asal eksenleri sistem X ve Z eksenleri ile çakışık olarak seçilmiştir.



Şekil 3.2 Uzay çubukta çubuk özel eksen takımı,uç kuvvetleri ve yerdeğiştirmeleri

Çubuğun i ve j düğüm noktalarındaki yer değiştirmelerinin matris formundaki gösterimi:

$$[d]_i = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} \qquad [d]_j = \begin{bmatrix} D_7 \\ D_8 \\ D_9 \\ D_{10} \\ D_{11} \\ D_{12} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

şeklindedir. Çubuğun i ve j düğüm noktalarındaki uç kuvvetleri, aynı numaralı yer değiştirmelerine karşı gelecek şekilde aşağıda verilmiştir.

$$[P]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} \qquad [P]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

3.2.3. Çubuk elemanın farklı açısal konumuna bağlı olarak ortak sistem eksen takımına dönüştürme matrisi

Çubuk rijitlik matrisleri, uç kuvvetleri ve yer değiştirmeleri ortak bir eksen takımına dönüştürüldükten sonra sisteme ait denklem takımının kurulması gerekmektedir.

Sistem eksenlerindeki büyüklüklerin, çubuk eksenlerine ait büyüklüklere dönüştürülmesi amacıyla tanımlanan [TR] dönüştürme matrisi:

$$[TR]=\begin{bmatrix} [t] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [t] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [t] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [t] \end{bmatrix}_{12x12} \tag{3.4}$$

şeklinde [t] alt matrislerinden oluşmaktadır. [t] alt matrisinin elemanları [2] de aşağıda belirtildiği şekilde tanımlanmıştır.

$$[t]=\begin{bmatrix} \dfrac{m_y\cos\beta + l_y.n_y.\sin\beta}{\sqrt{(1-n_{y^2})}} & \dfrac{-(l_y.\cos\beta - m_y.n_y.\sin\beta)}{\sqrt{(1-n_{y^2})}} & -\sqrt{(1-n_{y^2})}\sin\beta \\ -l_y & -m_y & -n_y \\ \dfrac{-(l_y.n_y.\cos\beta - m_y.\sin\beta}{\sqrt{(1-n_{y^2})}} & \dfrac{-m_y.n_y.\cos\beta - l_y.\sin\beta}{\sqrt{(1-n_{y^2})}} & \sqrt{(1-n_{y^2})}.\cos\beta \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Burada X_i , X_j , Y_i , Y_j , Z_i , Z_j : i ve j uçlarının sistem eksenlerindeki koordinatları olmak üzere;

$$l_y=(X_j-X_i)/L$$

$$m_y=(Y_j-Y_i)/L \tag{3.6}$$

$$n_y=(Z_j-Z_i)/L$$

sırasıyla X, Y ve Z sistem eksenlerinin y çubuk eksenine göre doğrultu kosinüslerini, β ise çubuk z ekseninin sistem Z ekseni ile yaptığı açıyı göstermektedir.

Çubuk ekseninin Z eksenine paralel olması halinde, [t] matrisi:

$$[t]=\begin{bmatrix} n_y.\cos\beta & \sin\beta & 0 \\ 0 & 0 & n_y \\ n_y.\sin\beta & -\cos\beta & 0 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

şeklini alır.[2]

Bu çalışmada yatay düzlem içinde bulunan kirişler için, elemanın y ekseni ile sistem Y ekseni arasındaki açı olan α ya göre, [TR] dönüştürme matrisi olarak (3.7) deki dönüştürme matrisi kullanılır.

$$[TTR]_{6x6}=\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Burada [TTR] dönüştürme matrisi, sistem eksenlerindeki büyüklüklerin çubuk eksenlerine dönüştürülmesi amacıyla tanımlanmıştır.

$[TR]=[TTR]^T$ şeklindedir. (3.8)

Kolon elemanların kesit asal eksenlerinin sistem X-Z eksenleri ile çakışmaması durumunda da, kolon asal eksenleri ile sistem eksenleri arasındaki açı β olmak üzere, sistem doğrultularına geçiş için tanımlanan [TRFF] dönüştürme matrisi (3.9) de verilen $[t_1]$ alt matrislerinden oluşur.

$$[t_1]=\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Kolon elemanların düşey ile sıfır derece açı (γ=0) yapacak şekilde bulunduğu kabul edilerek, eleman eksen takımından sistem eksen takımına geçiş için tanımlanan

[TTR] dönüştürme matrisi (3.4) de tanımlandığı gibi (3.10) da verilen $[t_2]$ alt matrislerinden oluşur.

$$[t_2]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma\\ 0 & -\cos\gamma & -\sin\gamma\end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Ters dönüşüm içinde,

$$[TTR]=[TR]^T \tag{3.11}$$

$$[TRF]=[TRFF]^T \tag{3.12}$$

olmak üzere dönüştürme matrisleri tanımlanabilir.

$$[SS]_{ixix}=[TRFF].[K]_{ii}.\ [TRF]$$

$$[SS]_{jxix}=[TRFF].[K]_{ji}.\ [TRF] \tag{3.13}$$

$$[SS]_{ixjx}=[TRFF].[K]_{ij}.\ [TRF]$$

$$[SS]_{jxjx}=[TRFF].[K]_{jj}.\ [TRF]$$

$$[SS]_{ixix}=[TTR].[K]_{ii}.\ [TRF]$$

$$[SS]_{jxix}=[TTR].[K]_{ji}.\ [TRF] \tag{3.14}$$

$$[SS]_{ixjx}=[TTR].[K]_{ij}.\ [TRF]$$

$$[SS]_{jxjx}=[TTR].[K]_{jj}.\ [TRF]$$

şeklinde çubuğa ait alt matrisler ortak sistem eksen takımına ait olan değerlere dönüştürülmüş olur. [2]

3.3.Çubuk Elemana ait Rijitlik Matrisi

Çubuk eksen takımındaki $[K]$ çubuk rijitlik matrisi i ve j uçlarına ait 6x6 boyutundaki $[K]_{ii}, [K]_{jj}, [K]_{ij}$ ve $[K]_{ji}$ alt matrislerinin (3.15) deki gibi bir araya gelmesinden oluşur.

$$[K] = \begin{bmatrix} [K]_{ii} & [K]_{ij} \\ [K]_{ji} & [K]_{jj} \end{bmatrix}_{12x12} \tag{3.15}$$

$[K]$ matrisinin $k_{m,n}$ elemanı, D_n=1 yer değiştirmesinden dolayı P_m uç kuvvetinin değerini vermektedir. Betti karşıtlık teoremi uyarınca $[K]$ matrisinin elemanları arasında:

$$[K]_{ii} = [K]_{ii}^T$$

$$[K]_{jj} = [K]_{jj}^T \tag{3.16}$$

$$[K]_{ij} = [K]_{ji}^T$$

özellikleri bulunmaktadır.

Doğru eksenli , prizmatik uzay çubuklarda birinci mertebe teorisine ait çubuk rijitlik alt matrisleri (3.17) de verilmiştir.

$$[K]_{ii} = \begin{bmatrix} 12EI_z/L^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6EI_z/L^2 \\ 0 & EF/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12EI_x/L^3 & 6EI_x/L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6EI_x/L^2 & 4EI_x/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & GJ/L & 0 \\ -6EI_z/L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4EI_z/L \end{bmatrix}_{6x6}$$

$$[K]_{ij} = \begin{bmatrix} -12EI_z/L^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6EI_z/L^2 \\ 0 & -EF/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12EI_x/L^3 & 6EI_x/L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6EI_x/L^2 & 2EI_x/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -GJ/L & 0 \\ 6EI_z/L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2EI_z/L \end{bmatrix}_{6x6}$$

(3.17)

$$[K]_{jj} = \begin{bmatrix} 12EI_z/L^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6EI_z/L^2 \\ 0 & EF/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12EI_x/L^3 & -6EI_x/L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6EI_x/L^2 & 4EI_x/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & GJ/L & 0 \\ 6EI_z/L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4EI_z/L \end{bmatrix}_{6x6}$$

şeklindedir.Çubuk sistem eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri:

$$[K]_{xx} = \begin{bmatrix} [K]_{ixix} & [K]_{ixjx} \\ [K]_{jxix} & [K]_{jxjx} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

şeklinde gösterilebilir. Çubuk sistem eksen takımındaki çubuk rijitlik alt matrisleri, $[T]$ dönüştürme matrisi, çubuk eksenlerdeki büyüklüklerin sistem eksenlerine dönüştürülmesi amacıyla tanımlanarak, (3.19) deki dönüştürme ifadeleri ile elde edilirler.

$$[K]_{ixix} = [T] \,.\, [K]_{ii} \,.\, [T]^T$$

$$[K]_{jxix} = [T] \,.\, [K]_{ji} \,.\, [T]^T$$

$$[K]_{ixjx} = [T] \,.\, [K]_{ij} \,.\, [T]^T \tag{3.19}$$

$$[K]_{jxjx} = [T] \,.\, [K]_{jj} \,.\, [T]^T$$

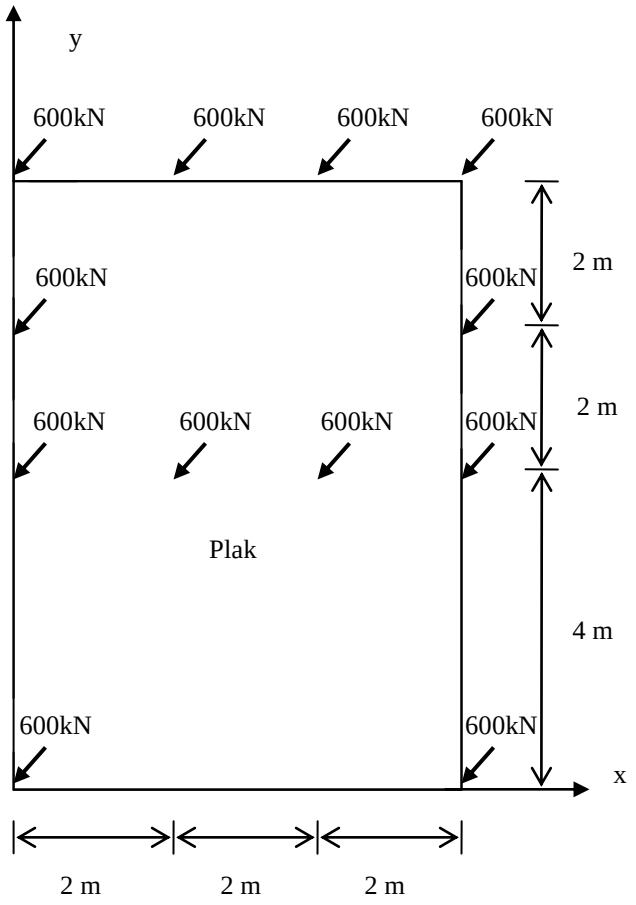
Çubuk eksen takımındaki alt rijitlik matrisleri arasında Betti karşıtlık teoremi uyarınca bulunan özellikler çubuk sistem eksen takımındaki alt matrisler için de aynen geçerlidir.

4. SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde sayısal örnekler çözülecektir. Çözümlerde Saygun [8] tarafından hazırlanan GENSON.FOR isimli bir bilgisayar programı kullanılacaktır.

4.1. Tekil Yüklü Plak

Örnekte 6x8 m boyutlu plak kalınlığı 0.50 m , Elastisite Modülü 20000000kN/m^2, C=19280 kN/m ve poisson oranı 0.167 olarak alınmıştır. Plak yükleri düşey doğrultuda 600kN değerinde olmak üzere Şekil (4.1) de gösterilmiştir.

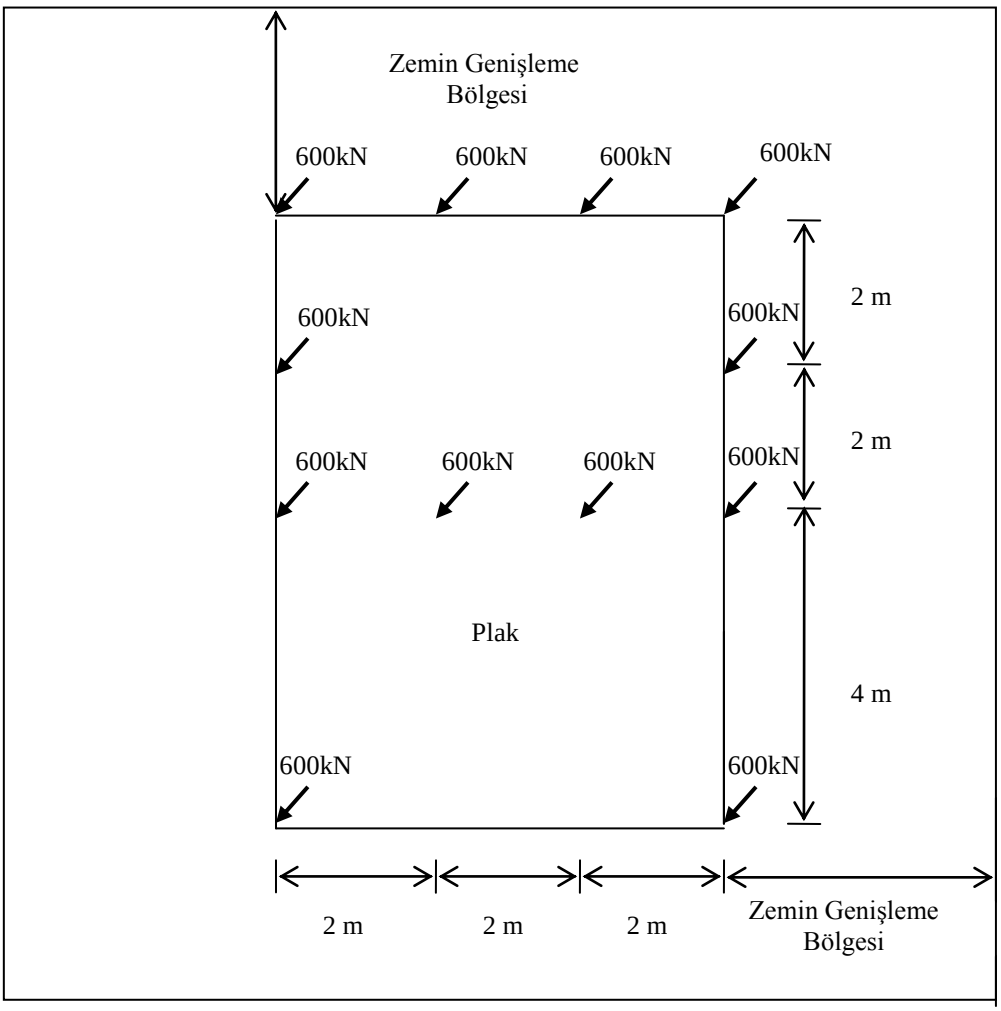


Şekil 4.1. Eksen takımına göre plak görünüşü

Şekil (4.1) de gösterilen tekil yükler etkisindeki plak çökmeleri Sap2000 programı sonucunda bulunmuş değerlerle karşılaştırılmış ve sonuçların yaklaşık olarak uyum içinde olduğu görülmüştür.

4.2. İki Parametreli Elastik Zemine oturan Tekil Yükler Etkisindeki Plak

Bu örnekte örnek 4.1.'de yer alan tekil yüklü plak elemanın İki Parametreli Elastik zemine oturması durumu incelenmiştir. Örnek H sıkışabilir zemin tabakası kalınlığının 5m, 10m ve 20m olması durumu için zemin genişleme bölgesinde zemin sonlu elemanlar kullanılarak çözülmüştür. Örnekte Zemin Elastisite Modülü 80000kN/m^2 ve Poisson Oranı 0.25 olarak alınmıştır.



Şekil 4.2. Plak ve zemin genişleme bölgesi genel görünümü

Buna göre;

Tablo 4.1. H Sıkışabilir Zemin Tabaka Kalınlığına göre γ ,C_Z ve C_T değerleri

	plak+zemin	
H=5m için	**γ**	0,66948224
	C_z(kN/m^3)	19278,859
	C_T(kN/m^3)	25169,312
H=10m için	**γ**	0,7243944
	C_z(kN/m^3)	9653,3035
	C_T(kN/m^3)	49863,171
H=20m için	**γ**	0,7388865
	C_z(kN/m^3)	4828,7395
	C_T(kN/m^3)	99466,352

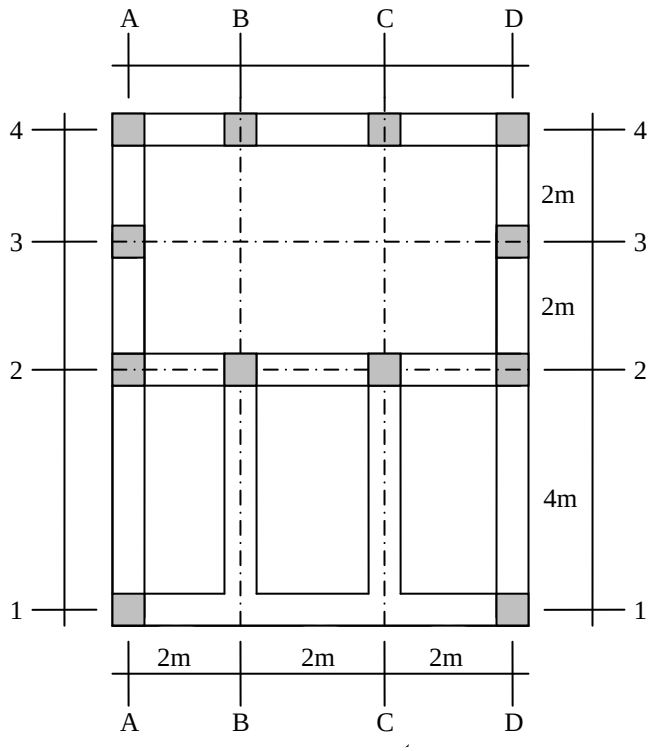
Tablo 4.1'e göre Sıkışabilir Zemin Tabakası kalınlığı arttıkça zemine ait mod şekil parametresi (γ) değeri artmakta; zemin yatak katsayısı (C_Z) değeri azalmakta; zemine ait kayma parametresi (C_T) değeri ise artmaktadır.

Sıkışabilir zemin tabakası kalınlığının farklı değerleri için bulunan çökme yüzeyleri, ekler bölümünde A ile numaralandırılarak şekillerde gösterilmiştir.

4.3. İki Parametreli Elastik Zemine Oturan Plak –Çerçeve Sistemin Hesabı

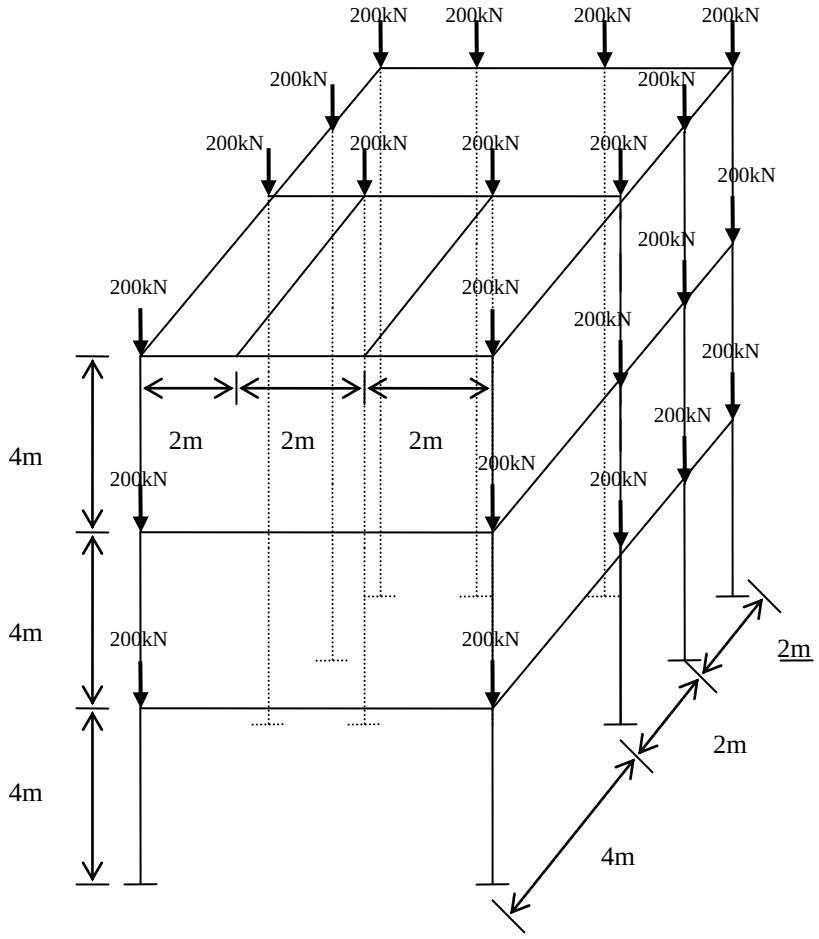
Örnekte örnek (4.2) de incelenen Plak ve Zemin Eleman Özellikleri geçerli olup plak üzerine kat yüksekliği 4m olan Üç Katlı Çerçeve Sistem yerleştirilmiştir. Her kattaki Kolon ve Kiriş boyutları aynı olmak üzere Kolonlarda 40/50 cm , Kirişlerde 30/50 cm boyutları alınmıştır.

Örnekte Çerçeve (6x8)m boyutlu plağın tam üzerine oturmaktadır.Şekil (4.3) de plak ve üzerine oturan çerçevenin planı görülmektedir.



Şekil 4.3. Çerçeve Plak Sistem Planı

Tekil Yükler her kattaki kolona düşey olarak etki ettirilmiş ve her kolonda 200kN olarak alınmıştır.



Şekil 4.4. Üç Katlı Çerçeve Sistemin Genel Görünüşü

Buna göre;

Tablo 4.2. H Sıkışabilir Zemin Tabaka Kalınlığına göre γ ,C ve C_T değerleri

	plak+çerçeve+zemin	
H=5m için	**γ**	0,67246198
	C_z(kN/m^3)	19280,214
	C_T(kN/m^3)	25156,771
H=10m için	**γ**	0,72646157
	C_z(kN/m^3)	9653,8854
	C_T(kN/m^3)	49844,742
H=20m için	**γ**	0,73985173
	C_z(kN/m^3)	4828,8825
	C_T(kN/m^3)	99448,910

İki Parametreli Elastik Zemine oturan plak üzerine çerçeve sistem eklendiğinde Tablo (4.2) deki γ ve C_Z değerleri Tablo (4.1) e göre azda olsa artmakta C_T değerleri ise azalmaktadır.

Şekil (4.3) de yer alan (3-3), (2-2) ile (B-B), (C-C) akslarının kesiştiği noktalardaki plak yer değiştirmeleri ile bir önceki plak+çerçeve sistemin yer aldığı örnekte aynı noktalardaki yer değiştirme değerleri karşılaştırılırsa:

Tablo 4.3. Plak ve çerçeve sistemdeki yerdeğiştirmeler

	Nokta No	plak	plak+çerçeve
yerdeğiştirme(m)	(B-2)	-0,00352653	-0,00364062
	(C-2)	-0,00352653	-0,00364062
	(B-3)	-0,00412632	-0,00418979
	(C-3)	-0,00412632	-0,00418979

Tablo 4.3. göz önüne alındığında İki Parametreli Zemine oturan plaktaki çökme değerleri üzerine çerçeve sistem yerleştirildiğinde azda olsa artmaktadır.

Tablo 4.4. Plak ve çerçeve sistemdeki eğilme momentleri

		Plak (kNm/m)			Plak+çerçeve (kNm/m)		
		H=5m	H=10m	H=20m	H=5m	H=10m	H=20m
Nokta no:	A1	157,31	13,44	8,7021	99,284	66,754	32,785
	A2	151,54	16,765	16,766	28,281	20,417	15,362
	A3	92,893	11,865	12,357	29,777	21,091	15,05
	A4	189,15	17,643	13,923	55,061	30,842	9,9287
	B2	386,21	82,343	102,98	54,47	83,059	97,037
	B4	949,76	150,67	165,55	120,53	145,72	150,93
	C2	419,95	85,592	105,59	53,567	86,183	101,82
	C4	1007,9	154,64	166,11	120,16	153,33	159,83
	D1	157,31	13,44	8,7021	99,284	66,754	32,785
	D2	151,54	16,765	16,766	28,281	20,417	15,362
	D3	92,893	11,865	12,357	29,777	21,091	15,05
	D4	189,15	17,643	13,923	55,061	30,842	9,9287

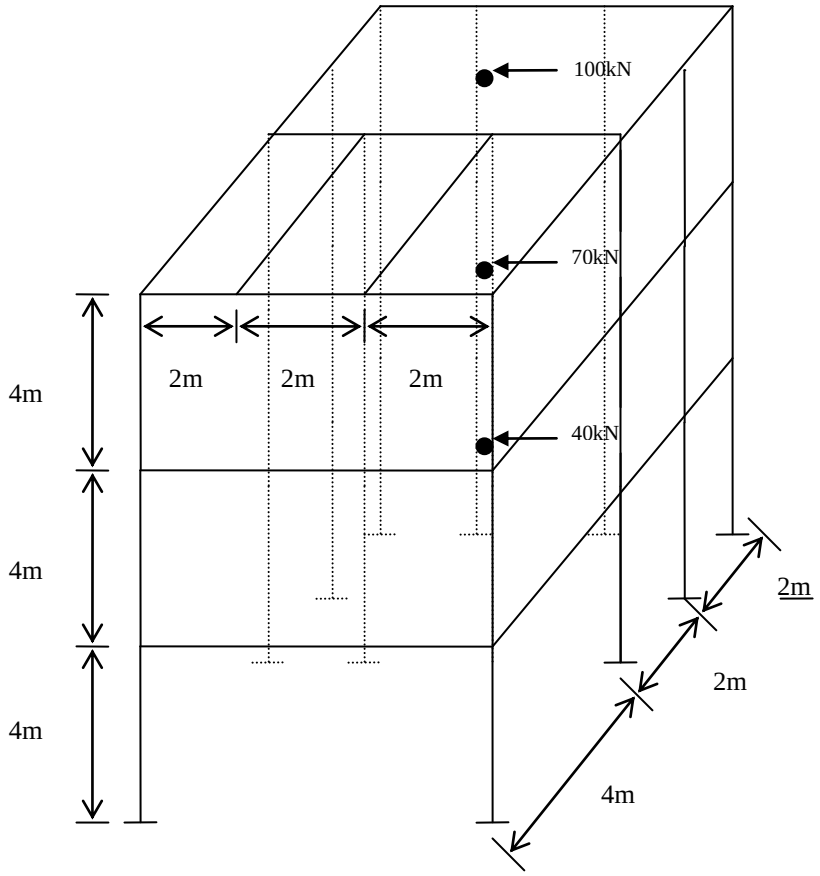
Tablo 4.4.'den plak ve plak+çerçeve çözümleri karşılaştırıldığında, çerçeve çözümlerinde sıkışabilen tabaka kalınlığının özellikle düşük değerlerinde plak mesnet momentlerinin ve açıklık momentlerinin azaldığı görülmektedir.

Sıkışabilir zemin tabakası kalınlığının farklı değerleri için bulunan çökme yüzeyleri, ekler bölümünde B ile numaralandırılarak şekillerde gösterilmiştir.

4.4 Plak üzerine oturan Üç Katlı Çerçeve Sistemin Yatay Yükler altında Hesabı

Örnekte örnek (4.3) de yer alan çerçeve plak sistemi kullanılmıştır.

Deprem yükleri her katta x doğrultusunda etki etmek üzere 1.katta 40 kN; 2.katta 70 kN son katta ise 100 kN olarak alınmıştır. Örnekte çerçeve 6x8m boyutlu plağın üzerine oturmaktadır.



Şekil 4.5. Üç Katlı Çerçeve Sistemin Genel görünüşü

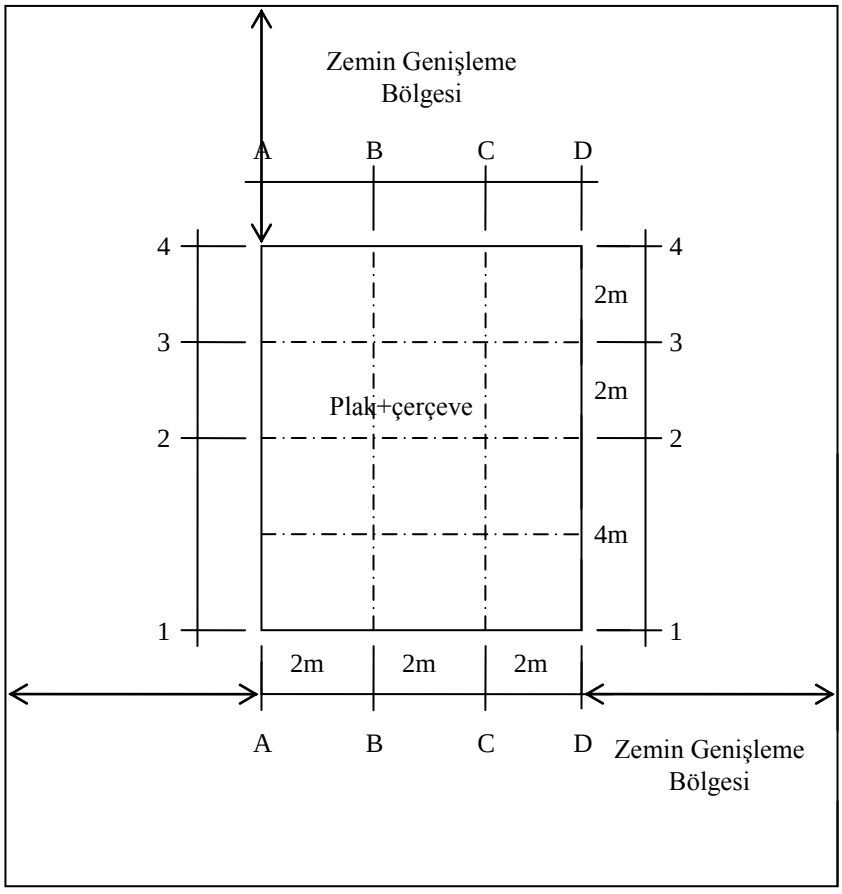
Buna göre plak + çerçeveden oluşan sistem deprem yükleri altında GENSON.FOR programıyla çözülerek her düğüm noktasındaki yer değiştirmeler, momentler ve kesme kuvvetleri hesaplanmıştır.

4.5. İki Parametreli Elastik Zemine Oturan Çerçeve Plak Sisteminin Yatay Yükler için Hesabı

Örnekte örnek (4.4) de yer alan deprem yükleri altındaki çerçeve plak sisteminin Elastik Zemine oturması durumu incelenmiştir. Problem H sıkışabilir zemin tabakasının 5m, 10m, 20m olarak değişmesi durumuna ve Elastisite Modülünün sabit, lineer ve kuadratik değişmesi durumuna göre çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Örnekte E_1= 80000kN/m^2 ve Poisson oranı 0.25 olarak alınmıştır. Sırasıyla Zemin için E_2=80000kN/m^2 (sabit); E_2=100000kN/m^2 (lineer) ve E_2=100000kN/m^2 (kuadratik) olarak C ve C_T'ler hesaplanmış, bu işlemler sıkışabilir Zemin Tabakası kalınlığı 5m, 10m ve 20m için tekrarlanmıştır.

Şekil (4.6) da görülen aksların kesiştiği bazı noktalardaki yerdeğiştirmeler ve tüm sonuçlar Tablo 4.2. de gösterilmiştir.



Şekil 4.6.Eksen takımına göre sistemin görünüşü

Sıkışabilir zemin tabakası kalınlığının farklı değerlerine ve Elastisite Modülü değişimine göre bulunan çökme yüzeyleri, ekler bölümünde C ile numaralandırılarak şekillerde gösterilmiştir.

Buna göre;

Tablo 4.5. γ, C,CT değerleri ve yer değiştirmeler

					W (m)					
		γ	**C(kN/m^3)**	**CT(kN/m^3)**	**(B-1)**	**(C-1)**	**(B-3)**	**(C-3)**	**(B-2)**	**(C-2)**
H=5m	**E=sabit**	1,195712	19877,284	22453,9700	-.628728E-04	.628728E-04	-.903347E-04	.903347E-04	-.755330E-04	.755330E-04
	E=kuadratik	1,227707	21106,588	22744,118	-.607307E-04	.607307E-04	-.873842E-04	.873842E-04	-.728246E-04	.728246E-04
	E=lineer	1,230321	21890,372	23513,3700	-.587609E-04	.587609E-04	-.846830E-04	.846830E-04	-.704115E-04	.704115E-04
H=10m	**E=sabit**	1,252901	9998,9943	44237,066	-.539155E-04	.539155E-04	-.787581E-04	.787581E-04	-.673369E-04	.673369E-04
	E=kuadratik	1,285609	10602,295	44776,357	-.525689E-04	.525689E-04	-.769169E-04	.769169E-04	-.656350E-04	.656350E-04
	E=lineer	1,287667	10993,7800	46288,828	-.509229E-04	.509229E-04	-.746290E-04	.746290E-04	-.635816E-04	.635816E-04
H=20m	**E=sabit**	1,260544	5003,7743	88293,586	-.362324E-04	.362324E-04	-.541428E-04	.541428E-04	-.467105E-04	.467105E-04
	E=kuadratik	1,289227	5302,7903	89463,262	-.355329E-04	.355329E-04	-.531788E-04	.531788E-04	-.458216E-04	.458216E-04
	E=lineer	1,291138	5498,4679	92487,873	-.344342E-04	.344342E-04	-.516216E-04	.516216E-04	-.444138E-04	.444138E-04

BÖLÜM 6. SONUÇLAR

İki parametreli elastik zemine oturan plak ve plak+çerçeve sistemlerde; plak, çerçeve, zemin bölgesinin sonlu elemanlarla idealleştirilerek zemin yüzey parametresi ve zemine ait karakteristiklerin ardışık yaklaşım yöntemiyle hesaplanıp, çeşitli örnekler verilen bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

1) İki parametreli elastik zemine oturan plakların hesabı yapılırken plağın, çerçevenin ve zemin bölgesinin sonlu elemanlarla idealleştirilip, çözüm sonucunda ulaşılan deplasmanlar yardımıyla çizilen çökme yüzeylerine bakıldığında yapılan modellemenin önerilen zemin modeline uygun olduğu görülmüştür.

2) Plak, çubuk ve zemin sonlu elemanlar kullanılarak zemine ait mod şekil parametresi ve zemine ait karakteristik büyüklükler ardışık yaklaşım yöntemiyle elde edilmekte olup ardışık yaklaşımın üçüncü veya dördüncü basamağında sonuca ulaşılabilmektedir.

3) Zemin yüzey parametresi ve zemine ait karakteristik büyüklükler yükleme durumu sıkışabilir tabaka kalınlığı ve zeminin elastik özelliklerine bağlıdır. Zeminin sıkışabilir tabaka kalınlığı arttıkça zemine ait mod şekil parametresinin arttığı, zeminin yataklanma katsayısının azaldığı ve zeminin kayma parametresinin arttığı çözülen örnekler ile tespit edilmiştir.

4) E_2/E_1 oranı arttıkça plağa ait çökme ve eğilme moment değerleri azalmıştır. Sıkışabilir tabaka kalınlığı arttıkça plağa ait çökme ve moment değerleri artmıştır.

5) İki parametreli Elastik zemine oturan plak üzerine çerçeve sistem eklendiğinde zeminin yataklanma katsayısının ve zemine ait mod şekil parametresinin azda olsa arttığı, buna karşılık zemine ait kayma parametresinin azaldığı tespit edilmiştir.

6)) İki parametreli Elastik zemine oturan plak +çerçeve çözümlerinde plakta oluşan çökme değerleri azda olsa artmaktadır.

7) Plak ve plak+çerçeve çözümleri karşılaştırıldığında, çerçeve çözümlerinde sıkışabilen tabaka kalınlığının özellikle düşük değerlerinde plak mesnet momentlerinin ve açıklık momentlerinin azaldığı görülmektedir.

KAYNAKLAR

[1] Çelik, M., 1995. Plak Sonlu Elemanlarda Kayma Şekil Değiştirmelerinin Gözönüne Alınarak İki Parametreli Zemine Oturan Plakların Hesabı, *Doktora Tezi*,İ.T.Ü İnşaat Fakültesi, İstanbul

[2] Cengiz, E., 2004. Yeni bir Perde Sonlu Eleman Modeli ve Çok Katlı Perde-Çerçeveli Yapı Sistemlerinin Göçme Güvenliğinin Belirlenebilmesi için Yük Artımı Yöntemi,*Doktora Tezi*,İ.T.Ü İnşaat Fakültesi,İstanbul

[3] Saygun, A., 1974. Yüzeysel Taşıyıcı Sistemlerin Hesabı için Eğrisel Sonlu Elemanlar, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü İnşaat Fakültesi, İstanbul

[4] Vallabhan, C.V.G., Straughan, W.T., Das.Y.C., 1991. Refined Model for Analysis of Plates on Elastic Foundations, *Journal of Engineering Mechanics,* Vol.114, No 14, pp.2072-2082

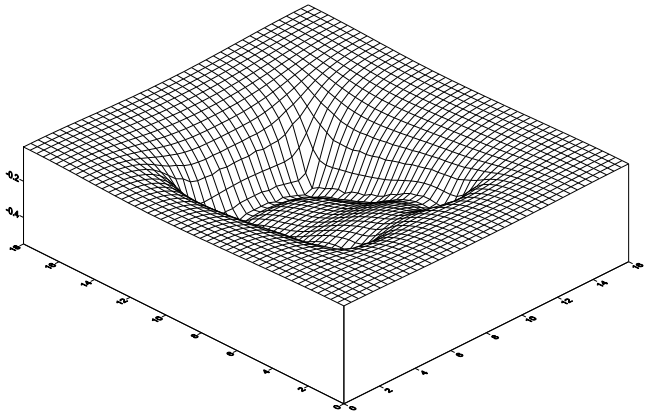
[5] Vallabhan, C.V.G., Das.Y.C., 1988. Parametric Study of Beams on Elastic Foundation, *Journal of Engineering Mechanics,* Vol.114, No114, No 14, pp.2072-2082

[6] Kimençe, B., 1989. İki Parametreli Zemine Oturan Dairesel Plak ve Basık Küresel Kabuk Tabanlı Silindirik Tank, *Y.Lisans Tezi*, İ.T.Ü İnşaat Fakültesi, İstanbul

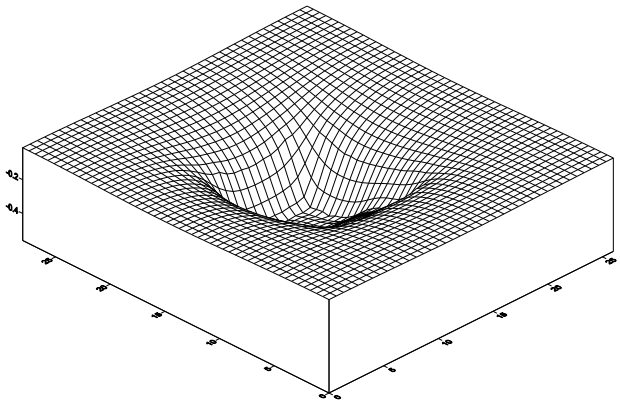
[7] Saygun, A., Çelik, M., 2003. Analysis of Circular Plates on Two-parameter Elastic Foundation, *Journal of Structural Engineering and Mechanics,* Vol.15,No 2 (2003),pp.249-267

[8] Saygun, A., Trupia, A., Eren,İ., 1993. Elastik Zemine Oturan Kirişli ve Kirişsiz Radye Temellerin Hesabı, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul

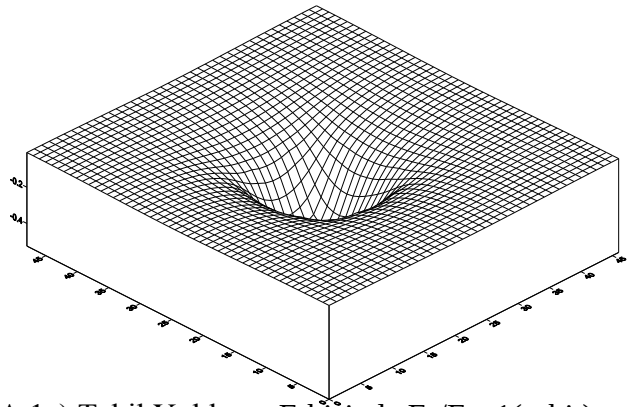
EKLER



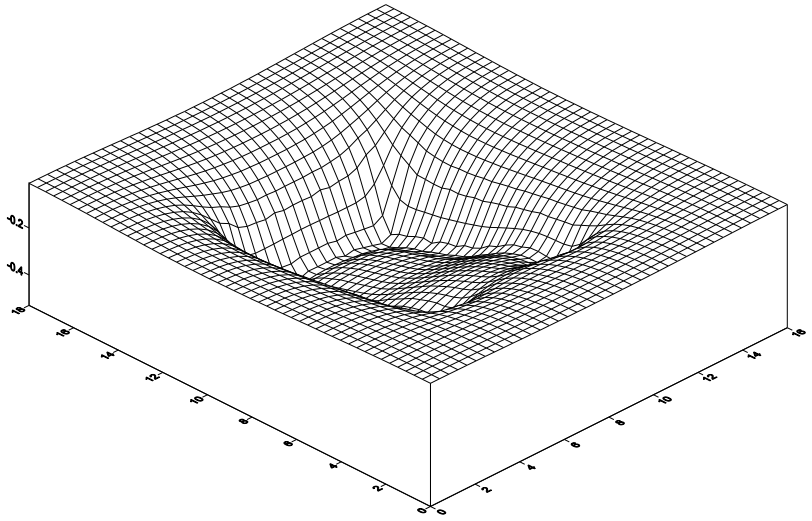
Şekil (A.1a) Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=5 m iken Çökme Yüzeyi



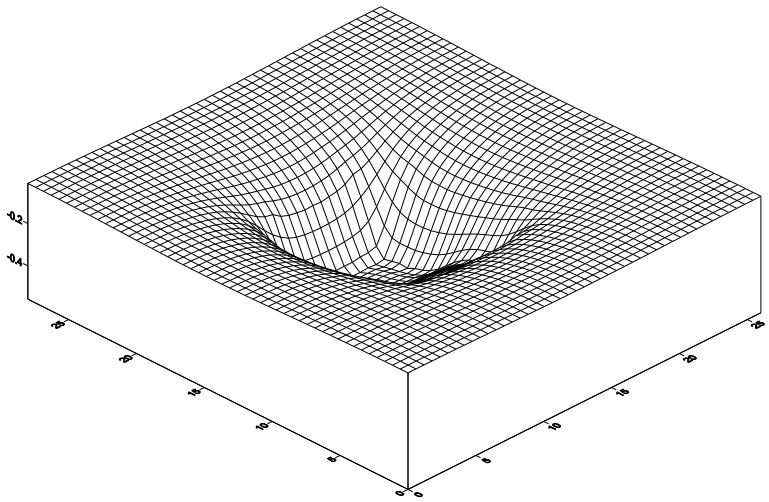
Şekil (A.1b) Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi



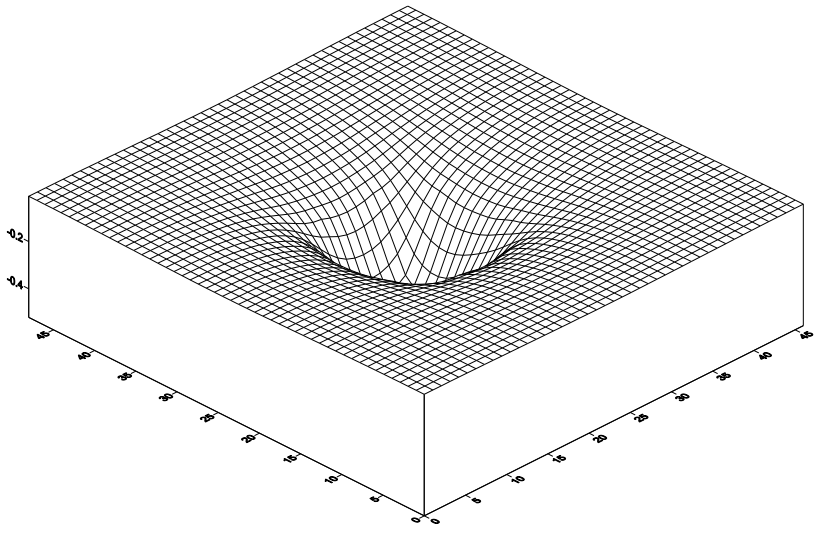
Şekil (A.1c) Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=20m iken Çökme Yüzeyi



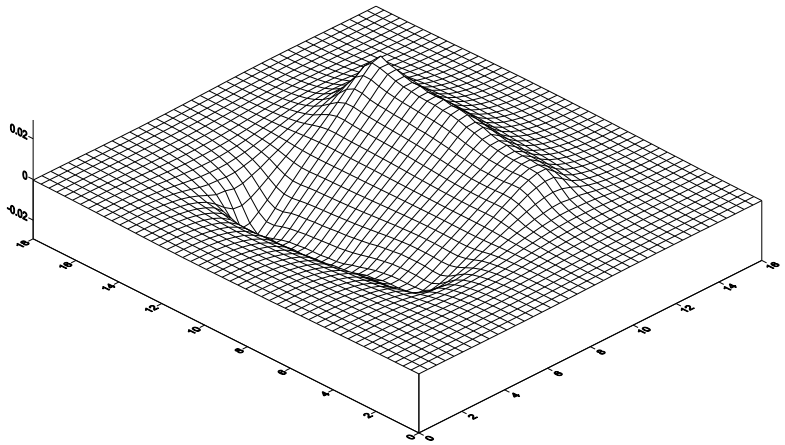
Şekil (B.1a) Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=5 m iken Çökme Yüzeyi



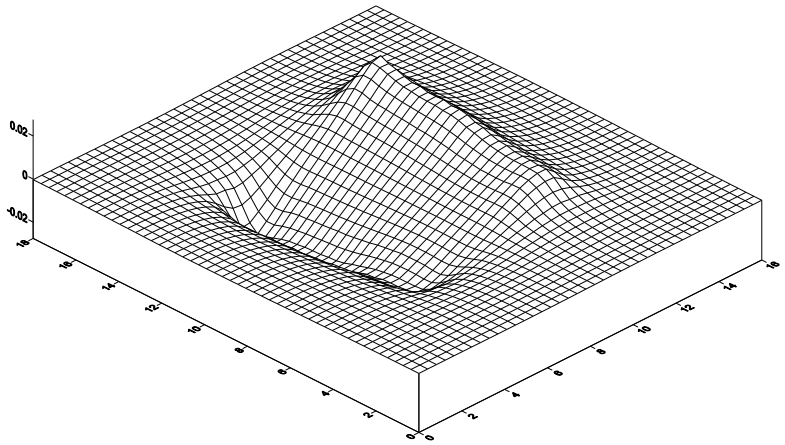
Şekil (B.1b) Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi



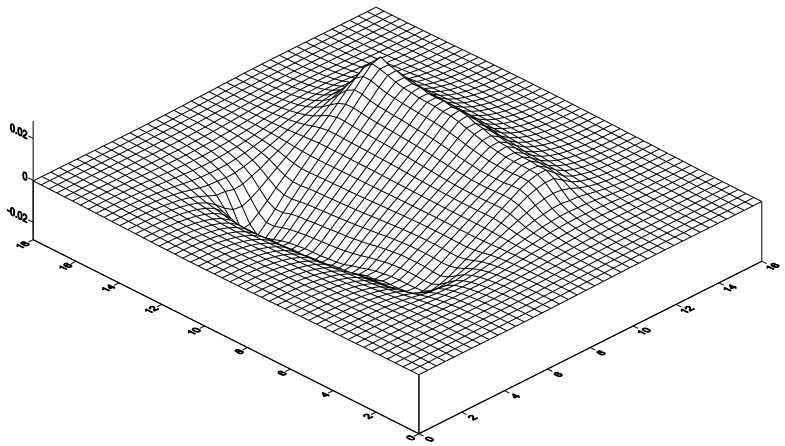
Şekil (B.1c) Tekil Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=20m iken Çökme Yüzeyi



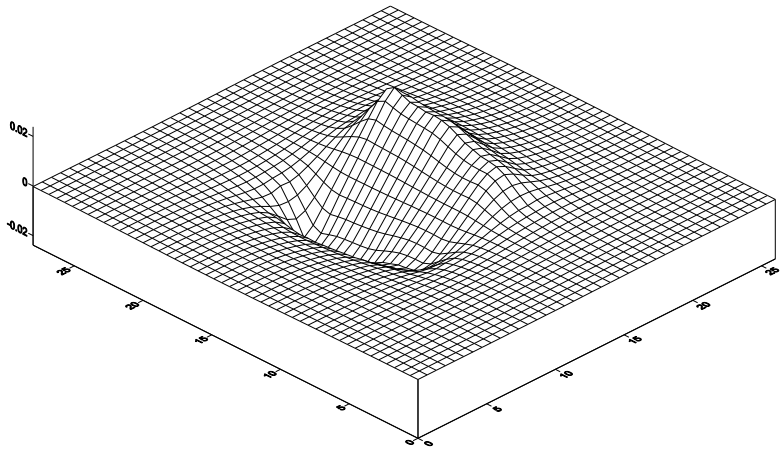
Şekil (C.1a) Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=5 m iken Çökme Yüzeyi



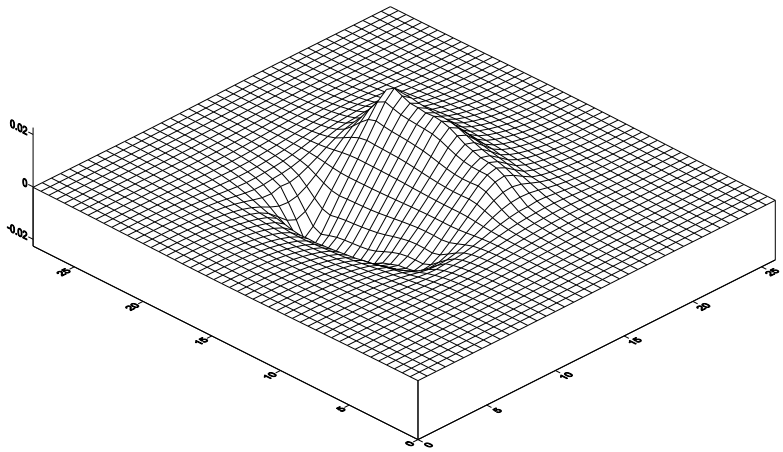
Şekil (C.1b) Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8(lineer) ve H=5m iken Çökme Yüzeyi



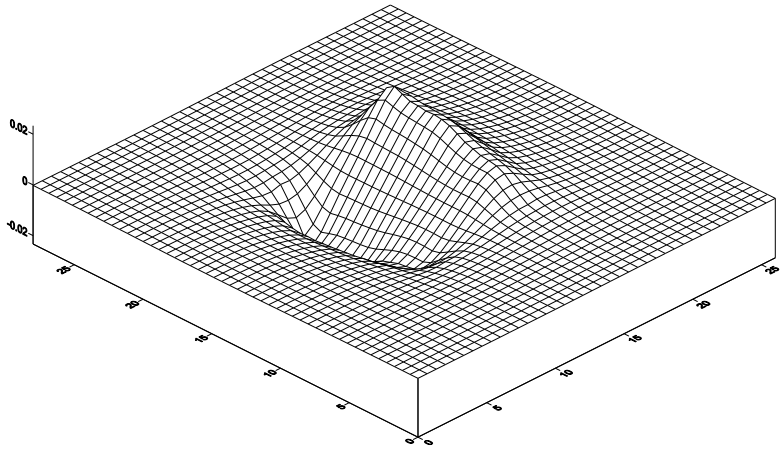
Şekil (C.1c) Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8 (kuadratik) ve H=5m iken ÇökmeYüzeyi



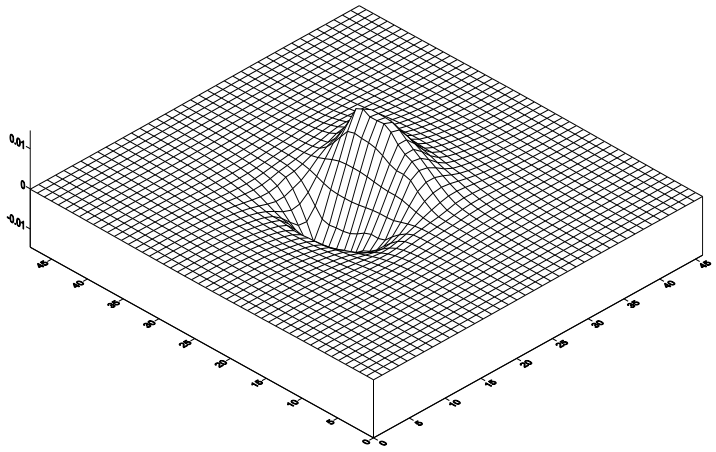
Şekil (C.2a) Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=1(sabit) ve H=10 m iken Çökme Yüzeyi



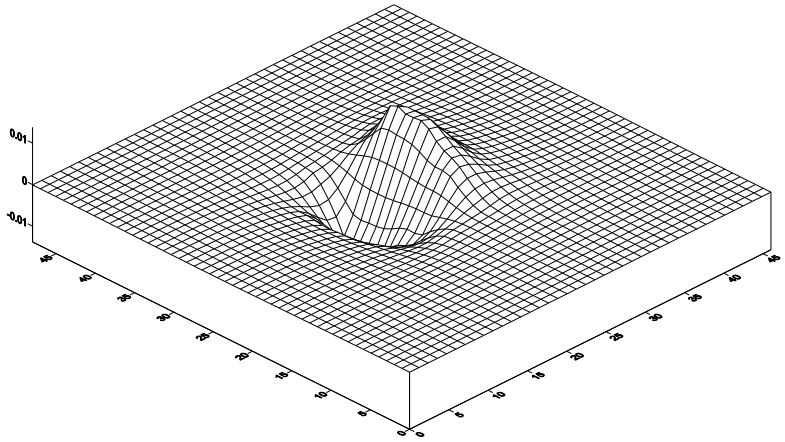
Şekil (C.2b) Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8(lineer) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi



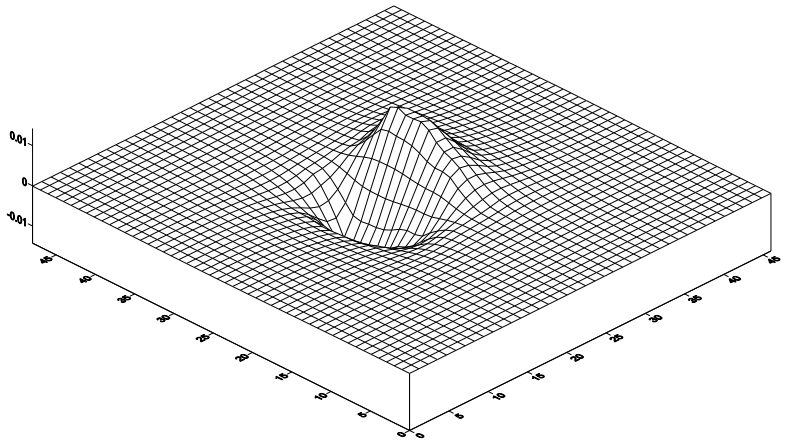
Şekil (C.2c) Yatay Yükleme Altında E_2/E_1=0,8(kuadratik) ve H=10m iken Çökme Yüzeyi



Şekil (C.3a) Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=1(sabit) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi



Şekil (C.3b) Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=0,8(lineer) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi



Şekil (C.3c) Yatay Yükleme Etkisinde E_2/E_1=0,8(kuadratik) ve H=20 m iken Çökme Yüzeyi

ÖZGEÇMİŞ

Recep Sinan İnal, 1980 yılında Bursa'da doğmuştur. Lise öğrenimini İstanbul'da Özel Kültür Fen Lisesinde tamamlamıştır.1998 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat mühendisliği bölümünü kazanmış, 2002 yılında mezun olduktan sonra İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Yapı Mühendisliği Programında öğrenim görmeye başlamıştır.