SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL ANLAMA VE CEBİRSEL MUHAKEME YAPILARI

Deniz BİKE KALKAN

(Yüksek Lisans Tezi)

Mayıs 2014

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL ANLAMA VE CEBİRSEL MUHAKEME YAPILARI

Deniz BİKE KALKAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Mayıs 2014

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Deniz BİKE KALKAN'ın "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapıları" başlıklı tezi 11.04.2014 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi yüksek lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	**İmza**
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	: Prof.Dr. Mehmet ÜREYEN	
Üye	: Doç.Dr. Kürşat YENİLMEZ	

Prof.Dr. Esra CEYHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

ÖZET

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL ANLAMA VE CEBİRSEL MUHAKEME YAPILARI

Deniz BİKE KALKAN
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Mayıs 2014

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Cebir, matematik dersi öğretim programlarında geniş yer tutan matematiğin en önemli ancak en çok zorlanılan konu alanlarından birisidir. Cebirde yaşanılan zorluğu en aza indirebilmek, ileride cebir çalışmalarının daha çok şekillenmesini sağlayabilmek ve cebirsel düşünmenin gelişimini hızlandırabilmek için cebirin erken yaşlardan itibaren kazandırılması önemlidir. Bu bağlamda öğrencilerde temel cebirsel kavramların oluşumu ve cebirsel düşüncenin gelişimi, ilköğretim çağında verilen sağlam bir kavram ve cebir eğitimiyle doğrudan ilişkilidir.

Bu araştırmayla cebir öğrenme alanında yer alan doğrusal denklemler alt öğrenme alanından doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Verilerin toplanması aşamasında hazırlanan açık uçlu cebir testinden ve klinik görüşmelerden yararlanılmıştır. Çalışmaya Eskişehir ilindeki iki ilköğretim okulundan seçilen toplam 103 sekizinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrencilere açık uçlu cebir testi uygulanmış ve öğrencilerin verdiği yanıtlar güvenilir olması adına iki uzman tarafından bağımsız olarak değerlendirilmiştir. Değerlendirme sonrasında beş orta ve beş yüksek başarı düzeyine sahip toplam 10 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Gerçekleştirilen klinik görüşmeler öğretmenlerden, öğrenci velilerinden ve öğrencilerden alınan izinler ile video kamera aracılığıyla kayda alınmıştır. Araştırmada verilerin çözümü ve

yorumlanmasında ise nitel araştırma yöntemlerinden biri olan karma yöntem tekniği kullanılmıştır.

Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunun doğrusal ilişki, doğrunun grafiği ve eğimi hakkında zorluk yaşadıkları ve kavram yanılgılarına sahip oldukları, kavramları daha çok işlemsel boyutta algıladıkları ve benimsedikleri kavramların çoğunun ise ezber bilgi olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Bunun yanında öğrencilerin genel olarak eğim, doğrusallık ve doğrusal ilişki kavramlarına ilişkin yeterli argüman geliştiremedikleri, ortaya attıkları argümanları da yeterince destekleyemedikleri bunlara bağlı olarak da sağlıklı bir cebirsel muhakeme yapamadıkları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Cebir, cebirsel muhakeme, doğrusal ilişki, eğim, sekizinci sınıf, kavramsal anlama.

ABSTRACT

EIGHTH GRADE STUDENTS' WAYS OF CONCEPTUAL UNDERSTANDING AND ALGEBRAIC REASONING

Deniz BİKE KALKAN
Department of Mathematics Education
The Graduate School of Educational Sciences
May 2014

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Algebra, which has an extensive coverage in mathematics education programs, is one of the most important and challanging branch of mathematics. In order to reduce the difficulties encountered in understanding algebra and improve the development of algebraic reasoning, it is essential to develop a solid algebra foundation from an early grade. Therefore, development of basic algebra concepts and algebraic reasoning in students is highly-related to a teaching of concepts and algebra in primary school.

The aim of this study is to identify the conceptual understanding and algebraic reasoning of eighth grade students using linearity and slope concepts. Data were collected with algebra test and clinical interview techniques. The study was conducted in two primary schools in Eskişehir city center participating 103 eighth grade students. The algebra test was applied to all participants to form a metric for the selection of students for clinical interviews. Test results were evaluated by two independent experts so as to increase the reliability. Ten students, five high-level and five midlevel, were subjected to clinical reviews. The reviews were recorded using a video camera with the permission of teachers, students and parents. The collected data were analyzed through mix method technique.

The results show that considerable majority of the participants exhibit misconception about linear functions, graph and slope of a line. It is also deduced

that, most of the concepts adopted by students rely on the knowledge acquired by rote. In addition to that, participants, in general, were not successful in building satisfactory arguments about slope, linearity and linear function concepts. Moreover, it is found out that, they could not support their arguments well enough. As a conclusion, this study shows that the algebraic reasoning skills of the participants are inadequate.

Keywords: Algebra, algebraic reasoning, conceptual understanding, eighth grade, linear functions, slope.

ÖNSÖZ

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca birikimlerinden yararlandığım, bana öğretmeyi öğreten, çalışmamın her aşamasında akademik ve manevi desteğini esirgemeyen, hoşgörüsü ve sabrından dolayı sonsuz minnet duyduğum hocam ve danışmanım Sayın Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya teşekkürlerimi sunarım.

Tez jürimde olmayı kabul eden Prof. Dr. Mehmet ÜREYEN'e ve Doç. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e değerli yorumları ve önerileri ile çalışmama yön vererek son şeklini almasını sağladıkları için çok teşekkürler ederim.

Bana her zaman güvenen, her kararımda beni yalnız bırakmayan, yanımda olamadıkları zamanlarda bile varlıklarını her zaman hissettiğim, bugüne kadar benim için hiçbir fedakarlıktan kaçınmayan ve beni benden daha çok düşünen babam Rauf, annem Birkan BİKE'ye ve yüzüme her zaman kocaman bir gülümseme yerleştirmeyi başarabilen kardeşim Emre BİKE'ye sonsuz teşekkürler.

Hayatıma anlam katan, çalışmamda gerek bilgisi gerekse manevi desteğini esirgemeyen, huzur kaynağım, sevgili eşim Onur Ozan KALKAN'a çok teşekkür ederim.

Deniz BİKE KALKAN

Ankara, 2014

ÖZGEÇMİŞ

Deniz BİKE KALKAN
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans

Eğitim

Lisans:	2006 – 2010	Anadolu Üniversitesi (Eskişehir) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
Lise:	2002 – 2006	Yalova Anadolu Öğretmen Lisesi (Yalova)

İş

2010 – 2011	Bursa Sınav Koleji (Bursa)
2012 – 2013	MEB, Yanıkkaya İlköğretim Okulu (Kozluk/BATMAN)
2013 - …	MEB, Atatürk Ortaokulu (Elmadağ/ ANKARA)

Kişisel Bilgiler

Doğum Yeri ve Yılı: Yalova – 1988
Cinsiyeti: Kadın
Yabancı Dili: İngilizce

İÇİNDEKİLER

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI iii
ÖZET iv
ABSTRACT vi
ÖNSÖZ viii
ÖZGEÇMİŞ ix
İÇİNDEKİLER x
TABLOLAR LİSTESİ xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ xiv
KISALTMALAR LİSTESİ xvii
BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ 1
1.1. Problem Durumu 1
1.1.1. Kavramsal Anlama 3
1.1.2. Cebirsel Muhakeme 6
1.1.3. Cebir Öğrenimi ve Öğretimi 9
1.1.4. Cebirsel Muhakeme ve Kavramsal Anlama Göstergeleri 12
1.1.5. İlgili Alanyazın 15
1.2. Araştırmanın Amacı 21
1.3. Araştırmanın Önemi 22
1.4. Sayıltılar 23
1.5. Sınırlılıklar 23
İKİNCİ BÖLÜM: YÖNTEM 24
2.1. Araştırmanın Modeli 24
2.2. Katılımcılar 25
2.3. Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi 26
2.3.1. Cebir Testinin Geliştirilmesi 26
2.3.2. Klinik Görüşme Sorularının Geliştirilmesi 28
2.4. Uygulama Süreci 29
2.5. Araştırmacının Rolü 30
2.6. Verilerin Çözümlenmesi ve Yorumlanması 30

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR....33

3.1. Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına Yönelik Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Düzeylerine İlişkin Nicel Bulgular....33

3.2. Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına Yönelik Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nitel Bulgular....40

3.2.1. Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına Yönelik Kavramsal Anlama Yapılarına İlişkin Bulgular....40

3.2.1.1. Kavramı Tanıma ve Anlama/Anlamama....42

3.2.1.2. Temsil Bilgisi....48

3.2.2. Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Bulgular....57

3.2.2.1. Genellemeleri Formüle Etme, Değerlendirme ve Destekleme....58

3.2.2.2. Problem Durumunu Analiz Etme ve Değerlendirme....63

3.2.2.3. Muhakeme Kurma....68

3.2.2.4. Matematiksel Argümanları Oluşturma ve Destekleme....72

3.2.2.5. Sonuçları Doğrulama ve Destekleme....78

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER....80

4.1. Sonuç....80

4.1.1. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nicel Sonuçlar....80

4.1.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nitel Sonuçlar....81

4.1.2.1. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Yapılarına İlişkin Nitel Sonuçlar....81

4.1.2.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nitel Sonuçlar....83

4.2. Tartışma....84

4.3. Öneriler....86

4.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler....86

4.3.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler....87

EKLER 88
KAYNAKÇA.....112

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: *Cebirsel Muhakeme Göstergeleri*.....14
Tablo 2: *Kavramsal Anlama Göstergeleri*.....14
Tablo 3: *Cebir Testindeki Sorulardan Alınabilecek En Yüksek Puanlar*.....31
Tablo 4: *Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Testinden Aldıkları Toplam Puanların Frekans ve Yüzde Dağılımları*.....33
Tablo 5: *Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Birinci Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları*.....35
Tablo 6: *Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin İkinci Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları*.....36
Tablo 7: *Ortaokul Sekizinci. Sınıf Öğrencilerinin Üçüncü Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları*.....37
Tablo 8: *Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Dördüncü Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları*.....39
Tablo 9: *Seçilen 10 Öğrencinin Aldıkları Puanlar*.....41

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Matematiksel Yeterlilik Bileşenleri.....5
Şekil 2: Cebir Testi Problem 1.....34
Şekil 3: Cebir Testi Problem 2.....35
Şekil 4: Cebir Testi Problem 3.....37
Şekil 5: Cebir Testi Problem 4.....39
Şekil 6: Öğrencilerinin Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına İlişkin Kavramsal Anlama Yapıları.....42
Şekil 7: Öğrencilerin Kavramı Tanıma ve Anlama/Anlamamalarına İlişkin Oluşturulan Tema, Alt Temalar ve Kategoriler.....43
Şekil 8: O_3'ün Problem 2'ye Yanıtı.....43
Şekil 9: Y_1'in Problem 4(d)'ye Yanıtı.....44
Şekil 10: Y_3'ün Problem 4(d)'ye Yanıtı.....45
Şekil 11: Y_5'in Problem 4(d)'ye Yanıtı.....46
Şekil 12: Y_4'ün Problem 4(d)'ye Yanıtı.....47
Şekil 13: O_2'nin Problem 4(d)'ye Yanıtı.....48
Şekil 14: Öğrencilerin Temsil Bilgisine İlişkin Oluşturulan Temalar, Alt Temalar ve Kategoriler.....49
Şekil 15: O_1'in Problem 3(d) Verdiği Yanıt.....50
Şekil 16: Y_5'in Problem 1 İçin Oluşturduğu Grafik.....50
Şekil 17: Y_5'in Problem 3 İçin Oluşturduğu Tablo.....50
Şekil 18: O_2'nin Problem 1 İçin Oluşturduğu Tablo.....50
Şekil 19: Y_5'in Problem 4'te Yapığı Temsiller Arası Geçiş.....51
Şekil 20: O_1'in Problem 3'te Yaptığı Temsiller Arası Geçiş.....52
Şekil 21: O_2'nin Problem 1'de Yaptığı Temsiller Arası Geçiş.....52
Şekil 22: O_5'in Problem 1 İçin Çizdiği Hatalı Grafik.....53
Şekil 23: O_3'ün Problem 1 İçin Çizdiği Hatalı Grafik.....54
Şekil 24: O_3'ün Problem 1 İçin Çizdiği Hatalı Grafik.....54
Şekil 25: Y_5'in Problem 3'e Yanıtı.....55
Şekil 26: O_5'in Problem 4'e Yanıtı.....55
Şekil 27: Y_2'nin Problem 1'e Çoklu Örnek Seçerek Verdiği Yanıt.....56

Şekil 28: Y_2'nin Problem 1'e Tek Örnek Seçerek Verdiği Yanıt 56
Şekil 29: O_5'in Problem 1'e Tek Örnek Seçerek Verdiği Yanıt 57
Şekil 30: Öğrencilerinin Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına İlişkin Cebirsel Muhakeme Yapıları 58
Şekil 31: Genellemeleri Formüle Etme, Değerlendirme ve Destekleme Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler 59
Şekil 32: Y_3'ün Problem 3 İçin Bulduğu Örüntü Kuralı 60
Şekil 33: Y_1'in Problem 3 İçin Bulduğu Örüntü Kuralı 60
Şekil 34: Y_4'ün Problem 4'e Yanıtı 61
Şekil 35: Y_4'ün Problem 4'e Yanıtı 61
Şekil 36: O_5'in Problem 4 İçin Yaptığı Genelleme 62
Şekil 37: Y_1'in Problem 4 İçin Yaptığı Genelleme 62
Şekil 38: Y_1'in Problem 1 İçin Yanıt 63
Şekil 39: Problem Durumunu Analiz Etme ve Değerlendirme Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler 64
Şekil 40: Y_5'in Problem 3 İçin Analizi ve Değerlendirmesi 65
Şekil 41: Y_3'ün Problem 3 İçin Analizi ve Değerlendirmesi 65
Şekil 42: O_2'in Problem 3 İçin Analizi ve Değerlendirmesi 65
Şekil 43: Y_1,Y_2,Y_3,Y_5, O_2,O_3,O_4,O_5'in Problem 3(c) İçin Kullandıkları Çözüm Yöntemi 66
Şekil 44: Y_1'in Problem 3(c) İçin Kullandıkları Problem Çözme Yöntemi 66
Şekil 45: O_1'in Problem 3(c) İçin Kullandıkları Problem Çözme Yöntemi 66
Şekil 46: Y_3'ün Problem 1(a) İçin Çizdiği Grafik 67
Şekil 47: O_2'ün Problem 1(a) İçin Çizdiği Grafik 67
Şekil 48: Y_5'in Problem 3(b) İçin Yaptığı Muhakeme 69
Şekil 49: Muhakeme Kurma Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler69
Şekil 50: Y_2'nin Problem 3(d) İçin Yaptığı Muhakeme 70
Şekil 51: Y_2'nin Problem 3(c) İçin Yaptığı Muhakeme 70
Şekil 52: O_1'in Problem 3(b,c,d) İçin Yaptığı Muhakeme 71
Şekil 53: O_4'in Problem 3(a,b,c) İçin Yaptığı Muhakeme 71
Şekil 54: Matematiksel Argümanları Oluşturma ve Destekleme Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler 73

Şekil 55: O_4'ün Problem 2 İçin Oluşturduğu Argüman 73
Şekil 56: O_5'in Problem 2 İçin Oluşturduğu Argüman 74
Şekil 57: Y_2'nin Problem 2 İçin Oluşturduğu Argüman 74
Şekil 58: O_2'nin Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman 75
Şekil 59: Y_3'ün Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman 75
Şekil 60: O_3'ün Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman 76
Şekil 61: O_5'in Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman 76
Şekil 62: Y_1'ün Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman 77
Şekil 63: Y_5'in Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman 77
Şekil 64: O_1'in Problem 3(d) İçin Yanıtları.....78
Şekil 65: O_2'nin Problem 3(d) İçin Yanıtları.....79

KISALTMALAR LİSTESİ

MEB :	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM :	National Council of Teacher of Mathematics
TIMMS:	Trends in International Mathematics and Science Study
PISA:	Programme for International Student Assessment

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematik, sadece bilimle uğraşan insanların ya da mühendislerin ortak bir dili değil, pek çok insanın hakkında bilgi sahibi olması gereken bir bilim dalıdır. Düşünmeyi geliştirdiği bilinen matematik, birçok birey için edinilmesi gereken bilgileri içerirken, bireylerin günlük yaşamını kolaylaştıracak olanaklar da sunar. Matematik; sayılar, cebir, ölçme, veri ve geometri gibi alt öğrenme alanlarından oluşur. Bu alanların en önemlilerinden birisi de cebirdir.

Cebir, genel olarak sayı ve semboller kullanılarak eldeki incelenen ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştürmeyi sağlayan matematiğin bir dalıdır (Akkaya ve Durmuş, 2006). Sfard (1995) cebiri genel hesaplama bilimi olarak tanımlar. Kieran (1992) ise cebirin, harfleri kullanarak nicelikleri ve sayıları temsil etmenin yanında, bu sembollerle hesaplama yapmayı sağladığını da belirtir. Usiskin (1997) ise cebiri bir dil olarak tanımlar. Ona göre bu dilin beş temel yanı vardır. Bunlar, bilinmeyenler, formüller, genelleştirilmiş örüntüler, değişkenlerin yerini alan yer belirleyiciler ve ilişkilerdir. Usiskin gibi Lacampagne (1995)' de, cebiri matematiğin dili olarak tanımlar ve cebirsel kavramların tam olarak öğrenilmesiyle ileri matematiğin kapılarının açılacağını, aksi durumda ise üniversite ve teknolojiye dayalı kapıların kapanacağını belirtir. Vance (1998)' da cebiri bazen genelleştirilmiş aritmetik bazen de genelleştirilmiş aritmetik için kullanılan dil olarak tanımlar. Benzer şekilde Sutherland ve Rojano (1993)'da cebiri, matematikteki ya da başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir matematik dili olarak ifade eder. Tanımlardan da anlaşılacağı gibi cebir, matematik bilimi için anahtar bir rol üstlenmekle birlikte, diğer disiplinlerin ve günlük hayatımızın vazgeçilmez bir parçası olarak da değerlendirilebilir. Bu noktada cebir öğreniminin ve öğretiminin ne kadar önemli olduğu düşüncesi ön plana çıkmaktadır. Ne yazık ki cebirin matematikteki ve günlük hayattaki önemine karşın, öğrenim ve öğretim boyutunda çeşitli problemler yaşandığı da aşikârdır. Yapılan çalışmalar her seviyedeki öğrencilerin cebirsel sözel problemleri anlamada ve

çözümlerini bulmakta zorlandıklarını göstermektedir (Dede, 2004). Örneğin Booth (1984) öğrencilerin cebirsel ifadelerin sadeleştirilmesinde yaşadığı zorlukları araştırdığı çalışmasında, öğrencilerin cebirsel ifadeyi farklı değerler olarak görmek yerine bilinmeyen olarak algıladıklarını ifade etmiştir. Stacey ve MacGregor (1997)'in öğrencilerin basit cebirsel ifadeleri nasıl anladıkları ve yaptıkları belli hataların ve yanlış anlamalarının neler olduğunu inceledikleri araştırmalarında ise, öğrencilerin cebir konularını öğrenmeden önce harfleri, bildikleri sembollerle ilişkilendirerek anlamlandırmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Cebir ve cebir öğretiminin yapı taşlarından birisi de değişken kavramıdır. Bu kavramın anlaşılması özellikle cebire geçiş ve aynı zamanda ileri matematiksel kavramların öğrenilmesi için zorunludur (Schoenfeld ve Arcavi, 1988). Ancak bu kavramın önemine karşın ulusal ve uluslararası araştırmalar öğrencilerin değişken kavramını anlamada da zorluk çektiklerini göstermektedir (Küchemann, 1981; Rosnick, 1981; Schoenfeld ve Arcavi 1988; Wagner, 1983; MacGregor ve Stacey, 1997; English ve Warren, 1998; Dede, Yalın ve Argun, 2002; Dede, ve Argun, 2003; Dede, 2005; Soylu, 2006; Akgün, ve Özdemir, 2006; Soylu, 2008). İlköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin cebirle ilgili işlem yapma ve akıl yürütme yanılgılarını tespit etmek amacıyla yürütülen bir araştırmada (Baki, 1998) ise öğrencilerin parantez, işaret ve sayısal hatalar yanı sıra sözel ifadeleri denklemlere dönüştürme konularında da problem yaşadıkları gözlenmiştir. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009)'un öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgılarını belirlemek için yaptıkları çalışmalarında ise, düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin yanlışlarının, daha çok yanlış kurallamalar odaklı, orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin yanlışlarının ise daha çok aritmetik ya da işlem odaklı olduğu gözlenmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin cebir konusunda çok fazla fikir sahibi olmadıkları ve cebiri tam olarak kavrayamadıkları söylenebilir (Kieren, 1981). Baki (2008)'nin de ifade ettiği gibi öğrencilerin cebiri daha çok kavramsal boyuttan ziyade işlemsel boyutta algılamaları bu durumun nedenleri arasında yer alabilir. Baki öğrencilerin cebiri daha çok işlemsel boyutta algıladıklarını, kavramsal boyuta geçemediklerini, bunun sonucu olarak da öğretiminde işlemsel ağırlığın ön plana çıktığı ve böylece kavramsal anlamaya yeterince önem verilmediğini ifade eder. Diğer taraftan öğrencilerin cebirsel muhakeme yapılarının yetersizliği de bu durumu tetikler niteliktedir. Çünkü kavramsal anlama bir bakıma öğrencinin kendi sorgulamasını ve

düşünmesini ön plana çıkarabilme becerisine diğer bir değişle muhakeme becerisine sahip olmayı gerektirir. O halde cebir gibi kendine özgü bir dili ve kültürü olan bir alandaki başarıda da cebirsel muhakeme becerisinin gelişimi ile cebirin kavramsal olarak anlaşılması birbirine paralel olgular olarak görülebilir. Bu bağlamda da cebir öğreniminde ve öğretiminde kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme kavramları gündeme gelmektedir. Bu çalışmanın odağında yer alan bu kavramlarının ne olduğunu ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

1.1.1. Kavramsal Anlama

Kavram, benzeri özellikleri paylaşan nesne, görüş ve olaylara verilen ortak isimdir. Diğer bir deyişle, paylaştıkları ortak özellikler nedeniyle aynı küme, sınıf ya da kategori içinde yer alan örnekler bir kavram oluşturmaktadır (Şimşek, 2006). Kavramlar, insanların düşünebilmek için kullandıkları en temel zihinsel yapılardır (Merrill, 1983). Bireylerin çevresini algılamasını ve daha sağlıklı düşünmesini sağlayan kavramlar, yaşantılar yoluyla değişime uğramakta, önceden edinilen kavramlarla yeni yaşantılar anlam kazanmaktadır (Morris, 1996). Kavramlar mantıklı düşünme ve muhakeme etme için önemli birer araçtır aynı zamanda bireylere deneyimlerini organize edebilmelerini sağlayan etkili bir yol göstericidir. Karşılaştırmalar yapmak, öğrenilenlerin ötesinde bilgiyi artıran sonuçlar çıkarmak gibi okul performansı için çok önemli olan bilişsel işlevlerin gerçekleştirilmesini sağlayan kavramlar, daha karmaşık becerilerin yapı taşları olarak da kabul edilebilir niteliktedir.

Backhouse, Haggarty, Pirie ve Stratton; Davis; Hiebert, Carpenter; Janvier; Schroeder ve Lester'ın çalışmalarına göre anlama ise, farklı bir meseledir. Anlama bir fikrin mevcut fikirlerle olan bağlarının niteliğinin ve niceliğinin bir ölçümü olarak tanımlanabilir. Anlama her şey ya da hiçbir şey demek değildir. Her birey için farklılık gösteren uygun olan fikirlerin varlığına ve üretilen yeni ilişkilere dayanır (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012, s. 23'de belirtildiği üzere). Kavramsal anlama ise, sadece kavramı tanımak ya da kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir (Soylu ve Aydın, 2006). Sinan (2007) kavramsal anlamayı kavramlar arasındaki ilişkilerin ve benzerliklerin açıkça ortaya koyulabildiği, bu kavramların gerekli olduklarında yeni

ortamlara transfer edilebildiği ve günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılabildiği derinlemesine öğrenme olarak tanımlamaktadır. Özden (2003) ise kavramsal anlamanın gerçekleşebilmesi için konunun özünün öğrenilmesi gerektiğini vurgular. Özcan (2006)'a göre ise kavramsal anlamada üç önemli nokta vardır. Bunlar:

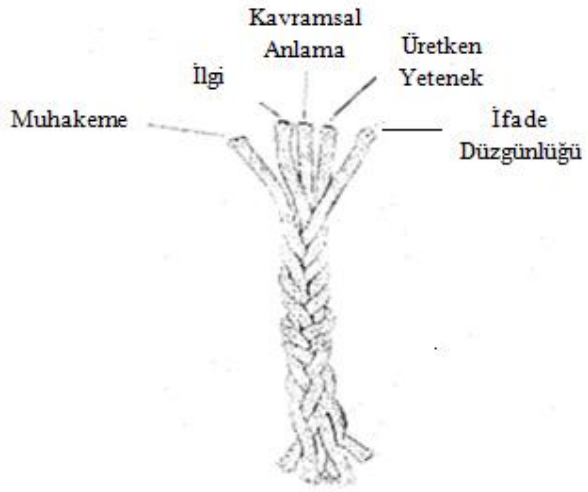
1. Ön bilginin öğrenci tarafından gerçekten kazanılmış bilgi olması,
2. Bu bilgilerin aktif olup düşünce kümelerinden çağrılmış olması,
3. Kazanılan yeni bilgi ile önbilgiler örtüşüp ilişkilendirilebilir olmasıdır.

Demirelli (2003) ise kavramsal anlamayı şu şekilde açıklamaktadır;

> *"Öğrencilerin öğrendiği kavramı kendi cümleleri ile tanımlayabildiği ve/veya yeni kavram ile önceden bildiği kavramlar arasındaki ilişkiyi açıklayabildiği öğrenmeye anlama veya kavrama düzeyinde öğrenme denir. Anlama veya kavrama düzeyinde öğrenmenin gerçekleşebilmesi için niçin? neden? sorularına cevap verilmelidir. Uygulanan aktivitede öğrencilere devamlı olarak niçin? neden? soruları yöneltildiğinde öğrenciler kavramsal anlama gerçekleştirmişler, kavramları anlamlı şekilde öğrenmişlerdir".*

Kavramsal anlama şüphesiz soyut bir yapıya sahip matematiği anlamanın ve yapabilmenin en iyi yoludur. Devlin (2007) matematikte kavramsal anlama için en basit anlamda matematiksel kavramları, işlemleri ve ilişkileri bağdaştırabilmenin önemini vurgular. Baki (2008) kavramsal anlamada kavram ve işlem bilgisine dengeli bir şekilde önem verilmesi gerektiğini böylece kavramsal öğrenen bir öğrencinin problem çözmede ve matematiksel bilgi üretmede kendi yaratıcılığını, sezgilerini ve yeteneklerini verimli bir şekilde kullanabildiğini savunur. Van De Walle ve diğerleri (2012) ise kavramsal anlamanın önemini ortaya koyarken, matematiğe uygun bir öğretimin üç amaca yönelik olması gerektiğini, bunların da kavramsal anlama, işlemsel anlama ile kavram ve işlemler arası ilişki olduğunu ve bu üç amaçtan da öncelikle önem verilmesi gerekenin kavramsal anlama olduğunu ifade ederler.

İşlem bilgisi ile kavram bilgisi arasında ilişki yoğunluğunun en çok yaşandığı alanlardan biri ise cebirdir (Baki, 2008). Ne yazık ki öğrenimi ve öğretiminde kavramsal boyuttan ziyade işlemsel boyutun ön plana çıktığı alanlardan en önemlisi yine cebirdir. Yapılan çalışmalar öğrencilerin cebirsel bilgilerinin doğası, kavram ve işlem bilgilerinin dengeli olduğu kavramsal anlamaya değil, işlemsel bilgilerinin öne çıktığı bir matematiksel öğrenmeye dayandığı sonucunu göstermektedir (Baki ve Kartal, 2002; 2004; Baki, 2008; Kaya ve Keşan, 2012). Oysaki cebir sadece işlem bilgisi gerektiren bilinmeyenleri bulmaktan ibaret değildir. Cebirde başarılı olma, rastgele ilişkiler kurmak yerine anlamlı ilişkiler kurmayı yani kavramsal anlamayı gerektirir. Diğer taraftan cebirde kavramsal anlamanın gerçekleşmesinde ise öğrencinin kendi sorgulaması ve düşünmesi yani cebirsel muhakeme becerisi de ön plana çıkmaktadır. Aslında kavramsal anlama ve muhakeme birbirini izleyen kavramlar olarak görülebilir. Nitekim Kasmer (2008), kavramsal anlamanın muhakemeyi güçlendirip desteklediği kadar, muhakemenin de kavramsal anlamayı güçlendirip desteklediğini ifade eder. Şekil 1'de görüldüğü gibi Kilpatrick, Swafford ve Findell (2001) beş bileşenden oluşan matematik yeterlilik standartlarından ikisini kavramsal anlamaya ve muhakeme becerisine ayırmışlardır.



Şekil 1: Matematiksel Yeterlilik Bileşenleri

Onlara göre kavramsal anlama, matematiksel kavramları, işlemleri ve ilişkileri anlama, muhakeme ise mantıksal düşünme, yansıma, açıklama ve savunma için gerekli olan

yeterliliklerdir. O halde cebir öğrenimi ve öğretiminde başarıyı artırmak, öğrenci zorluklarını en aza indirmek, kavram yanılgılarını önlemek için kavramsal anlamanın yanı sıra cebirsel muhakemenin de önemi ön plana çıkmaktadır. Bu noktada cebirsel muhakemenin ne olduğunu daha ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

1.1.2. Cebirsel Muhakeme

Sürekli kendini yenileyen küreselleşen dünyada nasıl ve ne düşündüğünü bilen, doğru kararlar verebilen, sorgulayan bireylere gereksinim vardır. Böyle bireyleri yetiştirmenin yolu, yapıları çözümleyebilme, içindeki ilişkileri görebilme, olaylar arasında neden-sonuç ilişkisi kurabilme becerilerini kazandırmayı hedefleyen eğitim anlayışından geçmektedir (Umay, 2003). Muhakeme becerileri olarak adlandırabileceğimiz bu becerileri kazandıran alanlardan biri de matematiktir. Muhakeme becerilerinin gelişimi matematiksel anlamaya yol açar. Kısaca muhakeme olmadan matematiksel anlama da olmaz (Ball ve Bass, 2003).

Muhakeme kısaca mantıksal düşünme, yargıya varma, sonuç çıkarma olarak ifade edilebilir. Matematiksel muhakeme ise yeni ortaya çıkan matematiksel fikirler ile birlikte keşfetmeyi, öğrencilerin neden sorusuna yanıt ararken problemi yapılandırmasını, açıklanmasını ve onaylanmasını içerir (Kasmer, 2008). *Trends in Mathematics and Science Study* (TIMSS), matematiksel muhakemeyi tahmin etme, analiz etme, değerlendirme, ilişki kurma, birleştirme, rutin olmayan problemleri çözme ve kanıt yapma şeklinde sınıflandırırken, NCTM (2000) ise öğrenci değerlendirme standartlarında matematiksel muhakemeyi şu şekilde sınıflandırmıştır;

1. Örüntüleri tanımada ve varsayımları oluşturmada tümevarıma dayalı muhakemeyi kullanabilme,
2. Matematiksel ifadeler için makul tartışmalar geliştirmeye yönelik muhakeme yapabilme,
3. Matematiksel problemleri çözerken, orantısal muhakemeyi ve uzamsal muhakemeyi kullanabilme,

4. Sonuçların doğruluğunu kanıtlamada, tartışmaların geçerli olup olmadığına karar vermede ve geçerli tartışmalar oluşturmada tümdengelime dayalı muhakemeyi kullanabilme,
5. Verilen durumları çözümleyerek genel özellikleri ve yapıları belirleyebilme.

Cebirsel muhakeme ise matematiksel muhakemenin özel bir biçimidir. Yalnızca cebir çalışmalarıyla sınırlı değil, sayılar ve işlemlerle genelleme yapmayı, bu düşünceleri anlamlı sembol sistemleri kullanarak formalize etmeyi, örüntü ve fonksiyon kavramlarını incelemeyi içermektedir. Alanyazında cebirsel muhakeme ile cebirsel düşünmenin aynı anlamda kullanıldığı görülmektedir. Bu çalışmada da bu kavramlar aynı anlamda ele alınmıştır.

Alanyazın incelendiğinde cebirsel muhakemenin farklı yönlerine vurgu yapan tanımların verildiği görülmektedir. Örneğin, NCTM (2000)'ye göre cebirsel muhakeme, fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir. Diğer bir deyişle, cebirsel muhakeme bir problem durumundan bilgi edinerek, bilgiyi kelimelerle, diyagramlarla, tablolarla, grafikler ve denklemlerle matematiksel olarak ifade etmek; bilinmeyenler için problemi çözmek, varsayımları test etmek ve fonksiyonel ilişkiyi açıklamak gibi matematik bulguları yorumlayarak ve uygulayarak farklı durumları analiz etmek için matematiksel sembol ve araçları kullanmak şeklinde de ifade edilebilir (Herbert ve Brown, 1999). Wagner ve Kieran (1999) ise cebirsel muhakemeyi bilgi yapıları, değişken kullanma, fonksiyonları anlama, genelleme ve örüntüleri formüle etme olarak belirli kısımlara ayırmakta, Kieran ve Chalouh (1993) ise cebirsel muhakemeyi sembol ve işlemlerin anlamlarını inşa ederek, zihinde matematiksel akıl yürütmenin gelişimi olarak ifade etmektedirler. Kaf (2007)'a göre de cebirsel muhakeme içerisinde akıl yürütme, temsil kullanma, değişkenleri anlama, sembolik temsillerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, temsiller arasında dönüşüm yapma gibi matematik için olmazsa olmaz becerileri barındıran bir düşünme şeklidir. Cebirsel muhakeme, nicel durumlara göre değişken kullanımı ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale

getirebilme kapasitesi şeklinde de ifade edilmektedir (Driscoll, 1999). Greenes ve Findell (1998) ise cebirsel muhakemenin ana temasını; temsil kullanma, orantısal düşünme, eşitlik, değişken kavramı, bağıntı ve fonksiyon, tümevarımsal düşünme ve tümdengelimsel düşünme şeklinde başlıklarla ele almaktadırlar. Kaput (1999), çalışmasında cebirsel muhakemeye ilişkin yapılan tüm bu açıklamaları içinde barındıran bir tanımlamayı beş maddede aşağıdaki şekilde özetlemiştir. Ona göre cebirsel muhakeme;

1. Matematiğin tümündeki aritmetik ve örüntülerden genelleme,
2. Sembolleri anlamlı kullanımı,
3. Sayı sistemindeki yapıların çalışılması,
4. Fonksiyonlar ve örüntülerin çalışılması,
5. Yukarıdaki dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme sürecidir.

Cebirsel muhakeme, matematik öğretiminde bütün sınıf seviyelerinde öne çıkan bir kavramdır. Bunun nedenleri hiç kuşkusuz cebirsel muhakeme kavramının içini dolduran problem çözme, akıl yürütme, temsil kullanma, değişkenleri anlama, sembolik temsillerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, temsiller arasında dönüşüm yapma gibi matematiksel becerilerin önemi, bu becerilerin öğrencilere kazandırılmasındaki gereklilik ve bu konuda yaşanan sıkıntılardır (Kaf, 2007). NCTM bazı dergilerinin belli baskılarını tamamen cebirsel muhakeme, cebirsel muhakemenin gelişimi ve değerlendirilmesine ayırarak 2004- 2005 yılını kişisel gelişimde cebirsel muhakeme yılı olarak belirlemiştir. Çünkü cebirsel muhakeme; bireyleri gelecekteki akademik ve iş hayatına hazırlamanın yanında, onları yaşama hazırlamak açısından da çok önemli bir yere sahiptir (Çelik, 2007'nin belirttiği gibi). Bunun yanında cebirsel muhakeme becerisi yalnızca matematik dersinde değil günlük hayatta karşılaştıkları güçlükler üzerinde düşünmeye, yorum yapmaya ve çözüm yolu aramaya yönelik etkinlikler de içermektedir.

Tüm bu anlatılanlar ışığında cebir önemlidir, ancak bunun yanında öğrencilerin yaşamın kendisinde ve matematikte başarılı olabilmeleri için cebirsel muhakeme becerilerini en verimli şekilde kullanmaları gerekir. Cebir alanındaki bilgi ve becerilerin artması aynı zamanda cebirsel düşünme becerilerinin de gelişimini sağlamaktadır

(Yenilmez ve Teke, 2008). Cebir konularının öğretilmesinde kullanılan yöntemler öğrencide oluşacak zihinsel etkinlikleri doğrudan etkileyebilmektedir. Seçilecek uygun öğretim yöntem ve teknikleri cebirsel muhakeme becerisinin anlamlı olarak ve yaşam boyu gelişimini sağlayabilmektedir. Bu yüzden şimdi etkin bir cebir öğrenimi ve öğretiminin nasıl olması gerektiği açıklanacaktır.

1.1.3. Cebir Öğrenimi ve Öğretimi

Cebir öğrenimi ve öğretimi öğrencilerin matematiksel gelişimi için oldukça önemlidir. Çünkü cebir adeta köprü mahiyetinde bir ders olup, hem başlangıç hem de yüksek matematik eğitimi alan bir öğrenci için her zaman bir başlama noktasıdır (Weaver, 2004). NCTM(2000) her öğrencinin cebiri öğrenmesi gerektiğini ve okulöncesi öğreniminden lise öğreniminin sonuna kadar (K-12) olan dönemde cebirin gerekli düzeylerde bilinmesi gerektiğini belirtmiştir. Diğer bir deyişle NCTM'e göre öğrenciler tarafından zor bir alan olarak görülen cebirde başarıyı arttırmak için cebir öğrenimi okul yaşantısının ilk yıllarından başlanarak gerçekleştirilmelidir. Böylece erken dönemde başlayan cebir öğrenimi ile daha soyut düzeyde olan lise cebir öğreniminin temeli sağlam bir şekilde oluşturulacaktır (Cates, 2000). NCTM bu dönemler boyunca öğrencilerin kazanması gereken cebir standartlarını da şu şekilde belirlemiştir:

- Örüntüleri, bunların ilişkilerini ve işlevlerini anlama,
- Matematiksel yapıları cebirsel sembollerle belirtebilme ve analiz edebilme,
- Niceliksel ilişkileri gösterme ve anlamada matematiksel modelleri kullanabilme,
- Çeşitli durumlarda değişimi analiz edebilme.

NCTM, bu standartlar kapsamında da okulöncesi seviyesinde öğrencilerin cebir öğretimi aşamasında "sınıflandırma, örüntüler ve ilişkileri, doğal sayılarla işlemler ve adım adım işlem çözme" kazanımlarını edinmeleri gerektiğini belirtmiştir. Bu kazanımların gerçekleşmesi için de somut materyal ve oyunlar yeterli görülmektedir. 1-2. sınıf seviyesi okulöncesi seviyesinde ilerlenmeliyken, 3.- 5. sınıf seviyesinde ise

bilinmeyen sayılar hesaplanmaya başlanmalıdır. 6.- 8. sınıf seviyesindeki cebir öğretimi ise önceki dönemlere göre daha soyut ve biçimsel olmalıdır. NCTM'ye göre bu seviyedeki öğrenciler, birbirine eş değerdeki ifadeleri diğerlerinden ayırt edip eşitleyebilmeli, doğrusal denklemleri çözebilmeli ve basit formüller kullanabilmelidirler. Lise döneminde ise öğrenciler doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonlarla karşılaşacak ve bu düzeye ulaşana kadar geçen süreçte atmış olacakları daha somut olan temeller ile geldikleri soyut düzeyde edinecekleri bilgileri daha rahat anlamlandıracaklardır (NCTM, 2000).

Türkiye'de ise, İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda 1.- 4. sınıflarda sayılar, geometri, ölçme ve veri olmak üzere dört öğrenme alanı belirlenmiş, cebir öğrenme alanına yer verilmemiştir. Ancak cebir, öğrenme alanlarında çeşitli etkinliklerle hissettirilmeye çalışılmaktadır. Cebirin temeli aslında aritmetiksel işlemlere ve aritmetiksel düşünmeye dayanmaktadır. Sayılar, sayılar arası ilişkiler, işlemler, işlem seçimi, işlemler arası ilişkileri anlama ve yorumlama cebir öğreniminin en temel gereklerindendir. Diğer taraftan örüntüler ve örüntüleri genelleme de cebir öğrenimini kazandırıcı gereklilikler arasında yer alır. Bu bağlamda programda öğrencilerden sayı kavramını ve işlem becerilerini kazanmaları ve bir sayı örüntüsü oluşturma, verilen bir sayı örüntüsünün kuralını bulma ve bu kuralı açıklama, sayı örüntüsünde takip eden öğeleri tahmin etme becerileri beklenmektedir. Geometri öğrenme alanında ise şekil örüntülerinden bahsedilmekte ve bu örüntüler birinci sınıftan dördüncü sınıfa kadar basitten karmaşığa doğru verilmektedir. Alt kademelerde tekrarlı örüntülerle deneyim kazanan öğrenciler genişleyen örüntülerle devam etmekte ve çalışmalar örüntülerde eksik bırakılan yerlerin doldurulması, örüntünün devam ettirilmesi ve yeni örüntü oluşturulması şeklindedir. Böylece ilkokulun bütün kademelerindeki öğrencilerin gerek sayılardaki gerekse şekillerdeki örüntüleri inceleyerek matematiğin bu örüntüleri inceleyen bir çalışma alanı olduğunu hissetmeleri sağlanmaya çalışılmaktadır. Ölçme ve veri öğrenme alanlarında ise tahmin etme, veri toplama, veriyi tablo ya da grafik biçiminde özetleme şeklinde çeşitli etkinliklerle cebire giriş sağlanmaktadır (MEB, 2006).

Ortaokul 5.-8. Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programında ise sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık olmak üzere 4 öğrenme alanı bulunmaktadır. Bazı sınıf seviyelerinde bu öğrenme alanlarından tümü yer alırken,

bazılarında hepsine yer verilmemiştir. Cebir öğrenme alanı ise beşinci sınıf hariç tüm sınıf düzeylerinde yer almaktadır. Ancak beşinci sınıfta ilkokul programında olduğu gibi cebire giriş bağlamında çeşitli etkinliklere yer verilmektedir. Örneğin doğal sayılar kapsamında öğrencilerden kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinde istenilen adımları oluşturmaları beklenmektedir. Cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ise, ilk olarak altıncı sınıfta yer almaktadır. Bu sınıf seviyesinde öğrencilerden aritmetik dizilerde istenilen terimi bulmaları, cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları ve cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları hedeflenmektedir. Yedinci sınıfta eşitlik ve denklem ile doğrusal denklemler olmak üzere iki alt öğrenme alanı söz konusudur. Bu sınıf seviyesinde öğrencilerin genel olarak eşitlik kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir. Ayrıca bu sınıf seviyesinde koordinat sistemi, doğrusal ilişki ve doğrusal denklemlerin grafikleri çizilmektedir. Sekizinci sınıfta ise, cebir öğrenme alanına çok daha geniş yer verilmektedir. Bu sınıf seviyesinde cebirsel ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler, denklem sistemleri ve eşitsizlikler konuları ele alınmakta ve öğrencilerden cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri anlamaları ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklenmektedir. Ayrıca bu sınıf seviyesinde iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin incelenmesi ve denklem çözümleri de yer almaktadır. Ortaokul cebir konuları iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümü ve bir bilinmeyenli eşitsizliklerin incelenmesi ile sona ermektedir (MEB, 2013). Böylece Ortaokul 5.-8. Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programında daha ileriki seviyelerde işlenecek olan cebir kavramlarının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanmaktadır.

Sonuç olarak cebir öğretiminde kavramsal anlamadan ziyade kurala dayalı rutin işlemlerin öğretildiği, işlemlerle sembollerin anlamlarının ve kullanım yerlerinin kopuk verildiği geleneksel öğretimden ziyade cebirsel işlemlerin ve cebirin yapısal yönünün bir bütün olarak verildiği, sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modeller gibi çoklu temsil yaklaşımının kullanıldığı bir cebir öğretimi cebirin anlamlı bir şekilde kazanılmasını sağlayacaktır. Diğer taraftan Çelik (2007)'in de çalışmasında bahsettiği gibi sembollerin ve cebirsel ilişkilerin etkin bir şekilde kullanıldığı, öğrencilerin değişken kavramının doğasını anlamalarının sağlandığı, harfli sembollerin farklı kullanım şekillerinin (değişken, bilinmeyen, parametre, v.b.) ortaya koyulduğu, genellemelerin formüle edildiği ve çoklu temsillerin kullanıldığı bir cebir öğretimi hem

kavramsal anlamayı sağlayacak hem de öğrencilerde cebirsel muhakeme becerisini geliştirecektir. Çünkü cebir, sembollerle işlem yapmak için geçerli kurallar kümesinden daha fazlasını içermektedir. Cebir aslında bir muhakeme yapabilme yöntemidir (Vance, 1998). Bu muhakemenin geliştirilmesinde öğrencilere düşen görevler kadar öğretmenlere de düşen görevler vardır. Öğretmenlerin, öğrencilerin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme becerilerinin gelişimine katkıda bulunabilecek öğrenme-öğretme ortamları hazırlamaları gerekmektedir. Aynı zamanda kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme kavramlarının zihinsel bir alışkanlık olduğu unutulmamalıdır. Bu yüzden muhakeme ve kavramsal anlamanın okul hayatı boyunca devam etmesi gerektiğinin farkına varılmalı ve bu kavramların öğrencilerde ne derece var olduğu sık sık gözlemlenerek kontrol edilmelidir. Yapılan gözlemlerin etkili olmasında ise aşağıda verilen kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergeleri öğretmenler için yol gösterici olabileceği düşünülmektedir.

1.1.4. Cebirsel Muhakeme ve Kavramsal Anlama Göstergeleri

NCTM (2000) muhakeme becerilerini, matematiksel çıkarımlar yapma, bunları geliştirme ve matematiksel argümanları değerlendirme aşamalarıyla açıklamaktadır. TIMMS' de muhakeme temel olarak bir problemin çözümü için gereken sürecin belirgin olmadığı ve nasıl bir yol izleneceğinin öğrenci tarafından belirlenmesi gerektiği durumları belirtmek üzere kullanılmakta ve muhakeme bilişsel alanı, "rutin olmayan problemleri çözebilme" olarak açıklanmaktadır. Örneğin, muhakeme yapabilme becerileri değişkenler, nesneler arasındaki ilişkileri belirleme, kullanma ve verilen bilgiye dayanarak geçerli yorumlar yapma, verilen bilgiyi düzenleyerek bu bilgiye dayalı matematiksel ilişkileri bulma ve bu ilişkiler ile elde edilen sonuçları verilen durumun genişletilmiş halinde de kullanabilme şeklinde ifade edilmektedir (Yıldırım ve Yıldırım, 2013a). PISA'nın kullandığı muhakeme ve argüman yeterliliği ise mantığa dayalı düşünme süreçleri yardımıyla sorulardaki değişkenler arasında bağlantı kurma, farklı bilgiler arasında ilişki kurarak çıkarımlar yapma, verilen bilgileri sentezleme, bir muhakeme zinciri ile genellemeye ulaşma olarak ele alınmaktadır (Yıldırım ve Yıldırım, 2013b).

Öte yandan bu çalışma kapsamında da kullanılan cebirsel muhakeme ve kavramsal anlama göstergelerine ilişkin bir çalışma da Kasmer (2008) tarafından gerçekleştirilmiştir. Kasmer, cebirsel muhakeme göstergelerini NCTM (2000) ve TIMMS (2003)'in muhakeme bilişsel alanının beklentilerine uygun olacak şekilde geliştirmiştir. Kasmer'ın geliştirdiği bu yapıda muhakeme bileşenleri Tablo 1'de görüldüğü gibi yedi tane göstergeden oluşmaktadır. Kasmer (2008) tarafından geliştirilen özel bir konu alanına ilişkin yedi tane olan kavramsal anlama göstergeleri ise Tablo 2'de görülmektedir. Kasmer bu göstergeleri NCTM ve TIMMS verilerinin yanı sıra, Noh (2004) tarafından değişim oranı kavramına ilişkin gerçekleştirilen bir çalışmadan yararlanarak oluşturmuştur. Noh (2004) çalışmasında değişim oranı kavramına ilişkin, örüntülerdeki değişim oranlarının tablo, grafik ya da sembollerle gösterilebilmesi, iki bilinmeyen içeren denklemlerin değişim oranlarındaki ilişkiyi belirlerken sözlü anlatım, sembol, grafik ve tablo kullanabilme yeteneğinin gelişmesi, doğrusal ilişkiler ve doğrusal olmayan ilişkiler arasındaki sabit değişim oranı ayırımının yapılabilmesi gerektiğini belirtmiştir. Benzer şekilde Kasmer (2008)'ın çalışmasında da bu göstergeler yer almıştır.

Tablo 1 ve 2'deki göstergeler ile öğrencilerin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları hakkında bir yargıya varılabileceği ve sağlıklı bir değerlendirme yapılabileceği düşünülmektedir.

Bu çalışma kapsamında da öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları bu göstergeler aracılığıyla belirlenmeye çalışılmıştır. Doğrusal ilişki ve eğim matematikte pek çok kavramın ön koşulu olan ve tam olarak anlamlı bir şekilde kavranmaması durumunda daha sonra karşılaşılan pek çok kavramın da öğrenilmesini engelleyecek önemli kavramlardır. Bu kavramların öğrenciler tarafından nasıl algılandığının gözlenmesi cebir öğretimi açısından da yol gösterici olacaktır.

Tablo 1

Cebirsel Muhakeme Göstergeleri

MU(1): Genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme: *Herhangi bir durum için doğru bir şeyler hakkında bir açıklama yapabilmedir.* MU(2): Matematiksel argümanları oluşturma, değerlendirme ve destekleme: *Özel ya da genel bir durum hakkında informal ya da formal bir açıklama yapabilme, yani en son genelleme için bir varsayım yapabilmedir.* MU(3): Problem durumunu analiz etme ve değerlendirme: *Çözüm için problemden yararlı bir bilgi ortaya çıkarabilmedir.* MU(4): Matematiksel ilişkiyi kurmak/desteklemek için tümevarım ve tümdengelim muhakemeyi kullanmak: *Tümevarımsal muhakemeyi kullanmak, örüntü çalışmalarında matematiksel ilişkiyi arayabilme, tümdengelimsel muhakemeyi kullanmak ise, belirli bir durumda bulunan bir örüntüyü desteklemek için kurulan matematiksel bir ilişkiyi kullanabilmektir.* MU(5): Başkalarının düşüncelerini/fikirlerini/yaklaşımlarını anlamlandırma ve bunların arkasındaki mantığı sağlama: *Eleştirel/değerlendirici bir yaklaşımla diğerlerinin mantığının ve muhakemesinin kabul edilip edilemeyeceğini anlayabilmedir.* MU(6): Yanlış anlama ya da anlaşmazlık durumlarında sorular sorma ve tartışmayı artırma: *Açıklama isteme ya da karşıt bir görüş sağlayabilmedir.* MU(7): Çeşitli konulardaki sonuçları doğrulama ve destekleme*:* *Bir genelleme ya da bir argüman yapma zorunluluğu olmadan bulguları özetleyen bir açıklama yapabilmedir.*

Tablo 2

Kavramsal Anlama Göstergeleri

KA(1): Örnekleri tablo, grafik, sözel ve denklem ile temsil etme/gösterme. KA(2): Örneklerin doğrusal olup olmadığını tanıma ve anlama KA(3): Temsillerin (denklem, tablo ya da grafik) bir kısmının ya da tamamının ne anlama geldiğini anlama KA(4): Tablo, denklem ya da grafik arasındaki ilişkiyi anlama ve kullanma (örneğin, y=ax+b denklemdeki b sabiti, grafikte y eksenini kesen noktadır, tabloda ise (0,b) sayı ikilisidir) KA(5):Problemi çözmek için denklem, grafik ve tablo kullanma, yanıtları problem durumu ile ilişkilendirme. KA(6):Tablodan/grafikten bir örnek seçme ve örneği belirli bir olay için tahmin etmede kullanma. KA(7): Doğrusal ya da doğrusal olmayan ilişkilere ait denklemlerin ve tabloların özelliklerini belirleme karşılaştırma.

Uluslararası alanyazında konuya ilişkin bazı araştırmalar da bu kavramlarla ilgili öğrencilerin zorluk yaşadıklarını göstermektedir (Barr, 1980;1981; Moschkovich, 1999; Schoenfeld, Smith ve Arcavi, 1993). Örneğin öğrencilerin özellikle eğimi iki sayının oranı olarak düşünmekte güçlük çektiği (Barr, 1980;1981), doğrusal fonksiyonları ve bunların grafiklerini yorumlamada (Moschkovich, 1999), grafikleri doğrusal denklemlere bağlamada (Kerslake, 1981), grafikler ve değişim oranı kavramı arasındaki bağlantıları kurmakta zorlandıkları belirlenmiştir (Janvier, 1981). Bu zorlukları bilişsel olarak inceleyen bazı araştırmalar da söz konusudur (Chiu, Kessel, Moschkovich, ve Munoz-Nunez, 2002; Stump, 2001; Zaslavsky vd., 2002). Konuya ilişkin yapılan araştırmaları daha ayrıntılı bir şekilde ilgili alanyazında açıklanacaktır.

1.1.5. İlgili Alanyazın

Bu araştırma ile sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları belirlenmek istendiğinden, konuya ilişkin olarak ulusal ve uluslararası alanyazında yapılan araştırmalar bu bölümde ele alınmıştır. Alanyazında doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik olarak, farklı açılardan ele alınan araştırmaların yapıldığı görülmektedir. Bunlar içerisinde sekizinci sınıf öğrencileri ile ilgili çok az sayıda çalışma yapıldığı için farklı düzeylerdeki çalışmalara da yer verilmiştir. Bu kapsamda ele alınabilecek bazı araştırmalar aşağıda açıklanmıştır.

Postelnicu (2011)'nun doktora çalışması, ortaöğretim öğrencilerinin doğrusallık ve doğrusal denklemlere ilişkin yaşadığı zorlukları ve söz konusu öğrencilerin yaşadığı zorluklar hakkında öğretmenlerinin sahip oldukları bilgileri belirlemek amacıyla yapılmıştır. 1561 öğrenci (sekizinci, dokuzuncu ve onuncu sınıf) ve 26 matematik öğretmeni üzerinde gerçekleştirilen araştırmada öğrencilere doğrusallık ve doğrusal denklemler hakkında tanı testi uygulanmış, zorluklar belirlenmiş ve ortaya çıkan zorlukların olası nedenleri öğretmenler tarafından yorumlanmıştır. Ayrıca katılımcılar arasından seçilen 40 öğrenci ve 20 öğretmen ile görüşmeler de yapılmıştır. Yapılan çalışmalar sonucunda öğrenciler tarafından en çok yaşanan zorluğun bir doğru grafiğinin eğimini belirlemek olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmenlerin ise öğrencilerin yaşadığı bu zorluğun sadece problemin içeriğinden, uzunluğundan ve

kavram eksikliği gibi nedenlerden kaynaklandığını belirtikleri ancak geometrik bağlamda herhangi bir açıklama yapamadıkları belirlenmiştir.

Birgin (2006) araştırmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrunun eğimi ile ilgili öğrenme düzeyleri ve olası kavram yanılgıları belirlenmeye çalışılmıştır. Araştırma sonunda öğrencilerin yarıya yakınının doğrunun eğimi ile ilgili bilgilerinin yüzeysel olduğu, düzeylerin "kavrama" ve "uygulama" basamağına çıkamadığı ve bazı öğrencilerin eğim kavramı ile ilgili ciddi kavram yanılgılarına ve zorluklara sahip olduğu ortaya koyulmuştur. Örneğin iki noktası verilen doğrunun eğim açısının ve eğiminin bulunmasında bazı öğrencilerin (x_1, 0) ve (0, y_1) noktasından geçen doğrunun eğimini hesaplamada $m=\frac{(0-y_1)}{(x_1-0)}= -\frac{y_1}{x_1}$olması gerekirken $m=\frac{y_1}{x_1}$ gibi bir formül kullandıkları görülmüş ve genel olarak yanılgılar ve zorluklar aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

- Eğimi -1 ve 0 olan doğruyu grafik ile ifade edememe,
- Eğimi -1 olan ve (-1,0) noktasından geçen doğru y eksenine paralel bir doğrudur düşüncesi,
- Eğimi 0 olan doğru orijinden geçer ya da orijinden geçen doğruların eğimleri sıfırdır düşüncesi,
- Açı büyüdükçe eğim de büyür düşüncesi.

Birgin (2012) bir diğer çalışmasında, öğrencilerin doğrusal denklemlerdeki eğimleri farklı temsil etme yetenekleri ve bunları yaparken yaşadıkları zorlukları ve kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya Karadeniz Bölgesi'nde okuyan 115 sekizinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Katılımcılara yedi adet soru sorulmuş ve altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda görüşme yapılan öğrencilerin eğim ile x ve y arasındaki bağlantıyı saptayamadıkları bunun yanında da çoğunun doğru denklemi, grafiği ve eğimi hakkında kavram yanılgıları olduğu belirlenmiştir.

Greenes, Chang ve Ben-Chaim (2007) çalışmaları, sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin doğrusallık ve doğrusal denklemlere ilişkin yaşadığı zorlukları belirlemek amacıyla yapılmıştır. Çalışmaya katılan 1732 öğrenciden 752 tane sekizinci

sınıf öğrencisi Amerika'dan, 405 tane sekizinci sınıf öğrencisi Kore'den, 575 tane dokuzuncu sınıf öğrencisi ise İsrail'den seçilmiştir. Öğrencilere yedi sorudan oluşan tanı testi uygulanmış ve yanıtları hakkında öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Çalışma sonucunda sınıf farkı ayırmadan öğrencilerin eğim ve değişim oranı hesaplamada problem yaşadıkları belirlenmiştir. Bir doğru grafiğinin eğimini Amerikalı öğrencilerin % 33,8'i, Koreli öğrencilerin% 43,5'i ve İsrailli öğrencilerin ise % 58,6'sı başarıyla hesaplayabilmişlerdir. Yine çalışmada öğrencilerin pozitif ve negatif eğim kavramını belirlemede de zorluk yaşadıkları sonucuna varılmıştır. Bunun yanında Amerikalı öğrenciler doğru denklemine ait nokta belirlemede sadece %52,3 başarı gösterirken, x değişkenine bağlı y değişenini bulması gereken sorularda %35,2 gibi düşük bir oranın soruları doğru yanıtlandırabildiği belirlenmiştir.

Cheng (2010) çalışmasında, öğrencilerdeki doğru eğimi bulma ve orantısal muhakeme yeteneği arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada aynı okuldan 156 altıncı sınıf öğrencisi, 115 yedinci sınıf öğrencisi ve 146 sekizinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 413 öğrenci üzerinde çalışılmıştır. Öğrencilere biri oran-orantı sorularından oluşan diğeri ise eğim odaklı olan iki tanı testi uygulanmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin sahip olduğu eğim kavramı ile orantısal muhakeme yeteneği arasında pozitif ilişki olduğu belirlenmiştir.

Önür (2008) çalışması, grafiksel hesap makinelerinin sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerinin grafiğini çizme ve eğim konusundaki başarısı üzerine etkilerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Çalışmada öntest-sontest deney-kontrol grubu metodu uygulanmış ve her iki grup için katılımcı olarak 27 öğrenci belirlenmiştir. Deney grubundaki öğrenciler "doğrusal denklemlerin grafikleri ve eğim" konusunda grafiksel hesap makineleri ile öğretim alırken, kontrol grubundaki öğrencilere aynı konu hesap makineleri olmadan öğretilmiştir. Öğretim aşaması sonunda öğrencilere başarı testi uygulanmış, öğretmen ve seçilen altı öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Yapılan çalışmada sonuçlar istatistiksel olarak anlamlı fark göstermese de öğrenciler hesap makinelerini eğlenceli buldukları sonucuna varılmıştır. Çalışmanın sonuçları grafiksel hesap makinelerinin ilkokul seviyesinde kullanıldığı zaman öğrencilerin başarısı üzerinde etkili olabileceği belirlenmiştir.

Moschkovich (1996)'in araştırması ilköğretim öğrencilerinin grafik yazılımı kullanarak, doğrusal denklemlere uygun grafikler çizebilme yeteneklerini belirlemeyi

amaçlamıştır. Araştırmada öğrencilerden istedikleri gibi çift oluşturmaları istenmiş ve çalışmaya seçilen üç çift yani altı öğrenci katılmıştır. Araştırma sonunda bazı öğrencilerin y=mx+b denkleminde x keseni olarak m ya da -b'yi seçtikleri için yanlış yöntem kullandıkları, b ile m'nin rolleri ile ilgili bilgilerini yanlış yapılandırdıkları ortaya çıkmıştır.

Reiken (2008)'in doktora çalışması, çoklu temsilin, eğim ve kartezyen bağıntılar üzerine etkisini incelemeyi ve öğrencilerin bu kavramları anlama düzeylerini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışmaya gönüllü olan on kız altı erkek toplam 16 dokuzuncu sınıf öğrencisi katılmış ve bu öğrenciler rastgele ikişerli gruba ayrılmıştır. Dört gruba geleneksel öğretim modeli uygulanırken diğer dört gruba çoklu temsilin ağırlıkta olduğu bir öğretim verilmiştir. Araştırma sonucunda matematik için önemli olan bu iki konunun, öğrenciler tarafından zor anlaşıldığını belirlenmiştir. Çalışmalar sonucunda araştırmacı, öğrencilerin kartezyen koordinat sistemini iki farklı bakış açısından, eğim kavramını ise beş değişik yoldan düşündükleri sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerde eğim ile ilgili oluşan bu beş düşünce ise; eğimin formülden geldiği düşüncesi, grafikte dikey ve yatay eksenleri sayarak eğimin bulunacağı düşüncesi, x'in önündeki sayının her zaman eğim olacağı düşüncesi, (x,y) sıralı ikililerinde x'i eğim ile çarpınca y elde edileceği düşüncesi ve eğimin değişim oranı olarak düşünülmesi şeklinde belirtilmiştir.

Teuscher ve Reys (2010)'in çalışmaları, doğru grafiğine bakarak değişim oranı hesaplanırken öğrencilerin yaşadıkları zorlukları belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya 191 lise öğrencisi katılmıştır. Çalışmada öğrencilere parçalı fonksiyon grafikleri verilmiş ve bu grafiğe dayalı sorular sorulmuştur. Çalışma sonucunda öğrencilerin %37'si grafikteki istenilen değişim oranı aralığını belirleyememiş, %57'si ise en yüksek değişim oranını pozitif eğim-negatif eğim ayırımı göz ardı ederek yanıtlamaya çalışmışlardır. Araştırmacılara göre bunun nedeni okullarda eğim kavramı anlatılsa da öğrencilerin zihnindeki eğim kavramının dağın ya da tepenin yüksekliği olarak anlaşılması olarak belirlenmiştir.

Davis (2007)'in çalışması, öğrencilerin gerçek hayat problemlerine uygun doğrusal denklemlerindeki y ekseni kavramını, bu kavram için kullandıkları terminolojilerini ve temsiller arasında geçiş becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya iki 10. sınıf, üç 11. sınıf ve iki 12. sınıf öğrencisi ve onların matematik

öğretmeni olmak üzere toplam sekiz kişi katılmıştır. Öğrenciler ve matematik öğretmeni 10 hafta gözlemlenmiş ve öğrencilere farklı temsiller yapabilecekleri bir ön-test uygulanmıştır. Öğretim sırasında öğrencilerin y eksenini için kendi terminolojilerini kullanmalarına izin verilmiş ve öğrenciler bu eksene başlangıç noktası demeyi uygun görmüşlerdir. Son testte ise öğrencilerden başlangıç noktasını farklı bir temsil çeşidiyle göstermeleri istenmiştir. Araştırma sonunda gerçek hayat problemlerinde uygun bir şekilde kullanılan informal bu terimi, sembolik, tablo ve grafik temsiline transfer edemedikleri belirlenmiştir. Dahası bu informal tanımın öğrenci performanslarını negatif etkilediği görülmüştür. Ders öğretmeninin de bu terminolojinin öğrenciler üzerindeki olumsuz etkisini fark edemediği ve sorgulamadığı sonucuna varılmıştır.

Stump (2001)'ın çalışması, lise öğrencilerinin eğim ve değişim oranı bilgisini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma 22 lise öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere farklı problem türlerinde eğim kavramı sorgulatılmış ve öğrencilerden eğimin hesaplanması istenmiştir Araştırma sonucunda öğrencilerin değişim oranı hakkında zorluk yaşadıkları ve öğrencilerin eğim hesaplarken fonksiyonel işlemler içeren sorularda, eğimin diklik olarak görüldüğü sorulara oranla daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Adamson (2005)'ın doktora çalışması, eğim kavramını anlamlandırmak için uygun sınıf ortamının nasıl olması gerektiğini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma 16 lise öğrencisinin bulunduğu bir sınıf ortamında gerçekleşmiş ve bu sınıftan seçilen sekiz öğrenci ile de görüşmeler yapılmıştır. Nitel araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışmada araştırmacı sınıf gözlemlerini, öğrenci görüşme dökümlerini, öğrenci çalışmalarını ve anketleri analiz etmiştir. Araştırmacı; ilişkisel muhakeme ve orantısal muhakeme tanımlayan araştırma kaynaklarından bilgi alarak, öğrencilerin eğim anlayışının da detaylarına inmenin yanı sıra, oran ve orantı arasındaki ayrımı yaparak eğimi anlamak için bir taslak/sistem geliştirmiştir. Bulunan bu farklı taslağın/sistemin öğrencilerin kavramı anlama ve modelleme yapmalarında yardımcı oldukları görülmüştür. Sınıf içi etkileşimler, öğrencilerin eğim kavram ile ilgili bilgilerini paylaşma, kıyas yapma, değerlendirme, tartışma ve ifadelerini yansıtma konusunda yardımcı olduğu vurgulanmıştır.

Orton (1983)'nun araştırması, sabit değişim oranı konusunun da dahil olduğu çeşitli konularda öğrenci algılamalarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, yaşları 16-

18 olan 60 lise öğrencisi ve yaşları 18-22 olan 50 matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Araştırmada katılımcılara değişim oranlarının istendiği çeşitli açık uçlu problemler sorulmuş ve araştırma sonunda lise öğrencilerinin ortalama puanının, matematik öğretmen adaylarının ortalama puanından daha yüksek olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca katılımcıların değişim oranına ilişkin algılarının yeterli olmadığı ve katılımcıların çeşitli hatalara sahip oldukları belirlenmiştir. Araştırmada değişim oranına ilişkin hatalar eksik değişim oranı bilgisine ve eksik muhakeme yeteneğine bağlanmış, değişim oranı hatalarının katılımcı yaşı ve matematiksel deneyime bağlı olmadığı belirtilmiştir.

Knuth (2000)'ın çalışması, üniversite öğrencilerinin doğrusal denklemlere yönelik sembol ve grafik temsillerini ne derece kullanabildiklerini ve temsiller arası ilişkiyi nasıl kurabildiklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma aynı üniversiteden seçilen 178 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilere altı tane açık uçlu soru sorulmuştur. Çalışma sonucunda her bir soru öğrencilerin sadece altıda biri tarafından doğru yanıtlandırılmıştır. Ayrıca öğrencilerin grafik temsili yerine sembolik temsili daha fazla kullandıkları bunun nedeninin de programdan kaynaklanabileceği belirlenmiştir.

You (2006) 'nun doktora çalışması, öğretmen adaylarının, öğrencilerin doğrusallık ve doğrusal denklemlere ilişkin yaşadığı zorlukları bu zorluklara uygun öğretme stratejilerini belirlemeyi ve doğrusal denklem alanında çoklu temsil kullanabilme rahatlığı hakkındaki bilgilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma 104 öğretmen adayı üzerinde yapılmıştır. Çalışmada katılımcılara iki tanı testi uygulanmış ve aralarından seçilen altı kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının doğrusal denklemler alanında çoklu temsil kullanımında problem yaşadıklarını belirlenmiştir. Çoğu öğretmen adayının öğrenci hatalarının sebeplerini saptayamadıkları ve olumsuz durumu giderecek uygun etkili yöntem ve teknik seçemedikleri sonucuna varılmıştır.

Stump (1999)'ın çalışması, ortaokul matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının eğim kavramı hakkındaki pedagojik alan bilgilerini ve matematiksel anlayışlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada 18 matematik öğretmeni ve 21 matematik öğretmen adayı olmak üzere toplam 39 kişiden anket toplanmış, her iki gruptan sekiz öğretmen ile de görüşme yapılmıştır. Araştırma sonucunda katılımcıların

çoğu eğimi geometrik oran (dikey/yatay) ile bağdaştırmış cebirsel, trigonometrik ve fonksiyonel temsillerin öğretmen ve öğretmen adayları tarafından daha sınırlı kullanıldığı belirlenmiştir. Çalışma sonucunda matematik öğretmen ve öğretmen adayları eğimi, iki değişken arasındaki değişim oranı olarak düşünmedikleri sonucuna varılmıştır.

Zaslavsky, Sela ve Leron (2002)' ın araştırması, eğim kavramının katılımcılar tarafından nasıl anlaşıldığını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmaya 28 lise öğrencisi, 28 lise matematik öğretmen adayı, 50 deneyimli matematik öğretmeni, 14 matematik eğitimcisi ve dört matematikçi olmak üzere toplam 124 kişi katılmıştır. Katılımcılara iki soru yöneltilmiş ve aralarından seçilen 12 kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Çalışma sonucunda eğim kavramı hakkında analitik, geometrik (görsel) ve karışık olmak üzere üç temel görüş açığa çıkmıştır. 24 katılımcı eğime analitik çerçeveden bakmış ve eğimi doğrusal denklemin bir özelliği olarak gördüğünü belirtmiştir. Sekiz katılımcı geometrik (görsel) çerçeveden bakmış ve koordinat sistemindeki yeri değiştiğinde eğim de değişeceğini belirtmişler. Karışık çerçeveyi belirleyen katılımcılar ise analitik ve geometrik bakış açısının ikisinde de zorlanmış ve sağlıklı yanıt veremedikleri belirlenmiştir.

Anderson (2008)'un araştırması ise, öğrencilerin doğrusal ilişki ve y=mx+b bağıntısını nasıl anlamlandırdıklarını ve bu bağıntıyı nasıl yorumladıklarını keşfetmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Gerçek hayat probleminin kullanıldığı araştırma sonunda öğrencilerin çoğunluğunun grafik temsilini kullanamadıkları, tablo temsilini kullanan öğrencilerin doğrudan grafik temsili kullanan öğrencilere göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin çoğunluğunun y=mx+b formundaki denklemlerde "m" sembolünü doğrunun eğimi, x' sembolünün ise katsayısı olarak görmelerine karşın uygulama aşamasında problem yaşadıkları saptanmış ve bu sonuçların nedenleri ön bilgi eksikliğine ve kavramsal anlama yerine ezber bilgiye dayandırılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Karma yöntemle yürütülen bu çalışmanın amacı, 103 sekizinci sınıf öğrencisinden nicel sonuçlar elde ederek, sonrasında bu sonuçları daha derinlemesine keşfetmek için amaca uygun seçilen 10 öğrenci ile nitel çalışma yaparak öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim

kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarını ortaya koymaktır.

Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

1. Öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeyleri nedir?
2. Öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin sahip oldukları kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Cebir, okul matematiğini bütünleştirmede anahtar bir kavram (NCTM, 2000) olmasına karşın öğrenenler tarafından matematiğin en zor alanlarından birisi olarak görülmektedir. Cebirdeki harflerin yani değişkenlerin ne anlama geldiğinin bilinememesi, günlük hayattan farklı kullanılan cebir dilinin anlaşılamaması ve cebirsel sembollerin yorumlanamaması cebirin anlaşılmasını zorlaştırmaktadır. Bunları en temel başlık altında toplayacak olursak cebirin öğrenilememesinin altındaki en büyük nedenlerden biri etkin bir kavramsal anlamanın gerçekleşememesidir. Böylelikle muhakeme becerisi gelişememekte, sorgulamayan, ezbere öğrenen bireyler ortaya çıkmaktadır.

Bu araştırmayla cebir öğrenme alanında yer alan doğrusal denklemler alt öğrenme alanından doğrusal ilişki ve eğim kavramları ile sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmanın sonuçları; öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ait kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarına ilişkin var olan durumu ortaya koyması ve öğrencilerin bu kavramlara ilişkin karşılaştıkları zorluklar üzerinde durularak, belirlenen zorlukların sonraki öğrenmelere yapacağı etkinin belirlenmesi açısından önemlidir. Böylece bu araştırma ile bahsedilen kavramlar hakkında öğrencilerin en çok zorlandıkları ve yanıldıkları noktalar belirlenerek, bunların giderilmesine yönelik önlemler alınabilir. Bunların dışında alan-yazın taraması yapıldığında ulusal düzeyde bu konuya ilişkin yeterli çalışmaya rastlanmamaktadır. Bu bağlamda bu çalışma sonucunda

ortaya konulacak sonuçların alana katkı sağlayacağı ve yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

1.4. Sayıltılar

Araştırmanın dayandığı temel sayıltılar şunlardır:

1. Ölçme araçlarının kapsam geçerliliğinin belirlenmesinde uzman görüşleri geçerlidir.
2. Araştırmada kullanılacak ölçme aracı için alınan uzman görüşleri yeterlidir.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırmanın dayandığı temel sınırlılıklar şunlardır;

1. 2011-2012 öğretim yılı bahar dönemi Barbaros ilköğretim Okulu ve Mustafa Kemal İlköğretim Okulu 8/A, 8/B ve 8/C sınıfına devam eden öğrenciler ve bu öğrenciler arasından klinik görüşmelere katılan 10 öğrenci ile,
2. İçerik bakımından Matematik dersi cebir öğrenme alanında bulunan "doğrusal denklemler" alt öğrenme alanı ve "doğrusal ilişki ve eğim" kavramı ile sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcılar, verilerin toplanması, uygulama süreci, araştırmacının rolü, verilerin çözümü ve yorumlanmasında kullanılan yöntem ve teknikler ayrıntılı olarak belirtilmektedir.

2.1. Araştırmanın Modeli

Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarını belirlemek amacıyla yapılan bu araştırmada karma yöntem deseni benimsenmiştir. Karma yöntem Creswell; Tashakkori ve Teddlie; Johnson ve Onwuegbuzie gibi araştırmacılar tarafından bir çalışma ya da birbirini izleyen çalışmalar içerisinde nitel ve nicel yöntemlerin, yaklaşımların ve kavramların birleştirilmesi olarak tanımlanır (Baki ve Gökçek, 2012'te belirtildiği üzere). Karma yöntem araştırmaları; üçgenleme, tamamlayıcılık, gelişim, başlangıç ve genişletme olmak üzere beş ana başlıkta gerekçelendirilir. Bunlardan tamamlayıcılık, bir yöntemden elde edilen bulguların detaylandırılması, sunulması, artırılması ve açıklığa kavuşturulmasında diğer yöntemin sonuçlarının kullanılması olarak açıklanabilir. Tamamlayıcı karma yöntemde, nitel ve nicel veriler çakışmaların olduğu durumları, olayı farklı açılardan ölçerek zengin ve ayrıntılı bir hale getirmek için kullanılır. Greene ve diğerleri; Giannakaki'ye göre böylece her bir veri analizi türü bir diğerini tamamlar (Baki ve Gökçek, 2012'te belirtildiği üzere). Bu araştırmada da araştırma sorularından biri, öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeylerinin belirlenmesidir. Bu sorunun yanıtlanması nicel araştırma yönteminin kullanılmasını gerektirmektedir. Burada amaç genellemeden ziyade var olan bir durumu ortaya koymak ve araştırmanın nitel boyutuna destek olacak verileri toplamaktır. Araştırmada farklı düzeylere sahip öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarının nasıl olduğunun çok yönlü ve derinlemesine ortaya koyulması da nitel araştırmayı zorunlu kılmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın nicel araştırma süreci açık uçlu bir cebir testiyle,

nitel araştırma süreci ise farklı düzeylerde yer alan öğrencilerin katılımıyla klinik görüşme yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

2.2. Katılımcılar

Araştırmanın nicel boyutunda yer alan katılımcıların belirlenmesinde karma yöntem örneklemi türleri içinde yer alan uygunluk örneklemi kullanılmıştır. Uygunluk örneklemi hem kolay ulaşılabilir, hem de çalışmaya katılmaya gönüllü olan örneklemi seçme şeklidir (Teddlie ve Yu, 2007). Bu araştırmada da öncelikle kolay ulaşılabilen, yaklaşık aynı sosyo-ekonomik koşullara sahip Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı iki okul ve bu okullarda görev yapan aynı zamanda çalışmaya katılmaya gönüllü olan iki sekizinci sınıf matematik öğretmeni seçilmiştir. Okulların seçilmesinde klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi için uygun mekânların yer alması da etkili olmuştur. Böylece iki gönüllü öğretmenin sınıflarında eğitim-öğretim gören toplam 103 sekizinci sınıf öğrencisi araştırma kapsamına alınmıştır.

Araştırmada çalışılan konuyu derinlemesine ve tüm olası ayrıntıları ile incelemek amaçlandığından araştırmanın nitel boyutunda yer alan katılımcıların belirlenmesinde ise amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına, olgu ve olayların keşfedilmesine ve açıklanmasına olanak vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Amaçlı örneklem kendi içinde pek çok örnekleme yönteminden oluşur. Bu yöntemlerden biri de ölçüt örnekleme yöntemidir. Ölçüt örnekleme önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bir durum çalışmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırmada nitel boyutunda katılımcıların belirlenmesinde bu yöntemin kullanılması uygun görülmüş ve bu bağlamda şu ölçütler belirlenmiştir:

- *Katılımcıların sınıf seviyesi:* Sınıf seviyesi olarak öğrencilerin sekizinci sınıfa devam etmeleri benimsenmiştir. Araştırma konusu olan kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme bir süreç ürünüdür. Gelişmesi ve geliştirilebilmesi için uzun zaman gerekmektedir. Bu bağlamda araştırma için sekizinci sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni bu öğrencilerin

kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarının diğer sınıf düzeylerindeki öğrencilere göre daha gelişmiş olabileceği düşüncesidir.

- *Katılımcıların kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeyleri:* İkinci ölçüt ise öğrencilerin açık uçlu cebir testinden aldıkları puan sıralamasına göre kavramsal anlama ve cebirsel muhakemeleri yüksek ve orta olan iki farklı düzeyde yer almalarıdır. Bu ölçütün ele alınmasının nedeni çeşitlilik gösteren durumlar arasında ortak ya da farklı olguların olup olmadığının görülmesidir. Böylece kavramsal anlama ve cebirsel muhakemeleri yüksek ve orta olan yanı sıra düşüncelerini rahatlıkla ifade etme becerisine sahip ve çalışmaya katılmaya gönüllü toplam 10 öğrenci araştırma kapsamına alınmıştır.

2.3. Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırmanın nicel verilerinin toplanmasında açık uçlu cebir testi, nitel verilerin toplanmasında ise, görüşme tekniğinin bir çeşidi olan ve matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan klinik görüşme tekniği kullanılmıştır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve bu araçların geçerlik ve güvenirlik çalışmaları aşağıda açıklanmıştır.

2.3.1. Cebir Testinin Geliştirilmesi

Araştırmanın nicel verilerinin toplanmasında, doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergelerini ortaya çıkarıcı alt maddeleri ile birlikte toplam 12 sorudan oluşan açık uçlu bir cebir testi hazırlanmıştır. Testte yer alan soruların hazırlanmasında Kasmer (2008)'in çalışmasında kullandığı bazı problemlerden ve ders kitaplarından yararlanılmıştır. Seçilen problemlerde çıkarımda bulunma, analiz etme, matematiksel argümanlar oluşturma ve değerlendirme, genelleme, çoklu temsil kullanabilme ve temsiller arası ilişkilendirme yapabilme, doğrusal ilişkiler ve doğrusal olmayan ilişkiler arasındaki değişim oranlarını ayırt edebilme farkındalığı sorgulanmaktadır.

Hazırlanan testin kapsam geçerliliğini sınamak için "kapsam geçerliliği formu" hazırlanmış (EK C), Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü

Matematik Öğretmenliği anabilim dalından iki öğretim üyesinden ve ilköğretim okullarında görev yapan iki matematik öğretmeninden uzman görüşü alınmıştır. Uzmanlar, her test sorusunun ölçmek istediği kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergelerine uygunluğunu kapsam geçerliliğini belirleme formundaki "Uygun" ve "Uygun değil" seçeneklerinden birini işaretleyerek belirlemişlerdir. Uzman öğretim üyeleri, bazı soru maddeleri hakkında fikir belirtmişlerdir ve alınan görüşler doğrultusunda da açık uçlu cebir testinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Hazırlanan testin pilot uygulaması, 2011-2012 öğretim yılı bahar dönemi Bursa il merkezinde yer alan ve araştırmanın yürütüleceği okula benzer bir ilköğretim okulunun, sekizinci sınıfına devam eden 32 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma bulguları doğrultusunda yeniden düzenlenen cebir testinin son hali EK D'de sunulmuştur.

Testin güvenirliliğini ölçmek için ise, öncelikle testteki her bir sorunun yanıt anahtarı hazırlanmış ve EK F'deki cebir testi değerlendirme ölçütleri ve puanlar tablosuna göre iki alan uzmanı tarafından değerlendirme yapılmıştır. İki değerlendirme arasındaki ilişkinin araştırılmasında ise, alfa güvenirlik katsayısına ve bağımsız gözlemciler arası uyuma bakılmıştır. Bağımsız gözlemciler arası uyum, birden çok gözlemcinin birbirinden bağımsız olarak, aynı şeyleri ölçmeye çalıştıkları durumlarda uygulanan bir güvenirlik ölçütüdür (Karasar, 1986). Bu tür ölçmelerde, gözlemcilerin ayrı ayrı yaptıkları ölçümlerin ortalaması alınarak, her durum için, bir tek değer bulunur. Asıl olan bu değerin güvenirliğidir. Ayrı ayrı gözlem sonuçları birbirine ne kadar yakın ise, sonuçta elde edilen ortalama değerin güvenirliği de o kadar yüksek olur (Karasar, 1986, s.149). Güvenirlik çalışmasında SPSS programı, alfa katsayısının değerlendirilmesinde ise, aşağıda belirtilen ölçütler kullanılmıştır (Özdamar, 1997, s. 500):

$0.00 \leq \alpha < 0.40$ ise ölçek güvenilir değildir
$0.40 \leq \alpha < 0.60$ ise ölçek düşük güvenirliktedir
$0.60 \leq \alpha < 0.80$ ise ölçek oldukça güvenilirdir
$0.80 \leq \alpha < 1.00$ ise ölçek oldukça yüksek güvenirliktedir.

Açık uçlu cebir testinin güvenirliliği için testten elde edilen alfa güvenirlik katsayısı $\alpha = 0.805$ olarak hesaplanmıştır. İki uzman puanlarının uyumlu olup olmadığı

Kendall Tau uyuşum analizi ile incelenmiştir. Analiz sonucu Kendall Tau ilişki katsayısı 0,932 olarak bulunmuştur. Bu da uzmanların maddelerin büyük çoğunluğu için yaptıkları puanlamaların birbiriyle tutarlı oldukları sonucunu çıkarmıştır.

2.3.2. Klinik Görüşme Sorularının Geliştirilmesi

Araştırmanın nitel verileri toplanmasında klinik görüşme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin tercih edilmesinin nedeni ise araştırmacı ve görüşmeci ile birebir karşılıklı gerçekleştirilen iletişim ile daha derinlemesine bilgi elde edebilmek ve karakteristik bilgileri ortaya çıkarmaktır (Zazkis ve Hazzan, 1998).

Klinik görüşme, bilgi yapısının biçimini ve akıl yürütme sürecini araştırmak için Piaget'nin öncülük ettiği bir tekniktir (Clement, 2000). Bu teknik öğrencilerin düşüncelerini incelemek amacıyla, öğrenciyle birebir yapılan görüşmeleri içerir. Klinik görüşme, öğrencilerin düşünme yapısı hakkında araştırmacıya fikirler verir ve öğrencilerin nasıl düşündükleri, bilişsel süreçlerini nasıl işlediklerini de anlamaya yardımcı olur (Ginsburg,1981). Klinik görüşme ile doğru yanıtlara bağlı kalmadan değerlendirme yapılabilmekte ve bireyin matematiksel anlamalarının tanımlanması mümkün olmaktadır. Görüşme sayesinde öğrencinin düşünme biçimi ve akıl yürütme becerisi, kavramsal bilgisi, öğrenme biçimi, tutumu, inançları ve bunların altında yatan nedenler hakkında geniş bilgi edinilebilmektedir.

Goldin çalışmasında, klinik görüşmenin, araştırmalarda genel olarak iki amaçla kullanıldığını belirtmiştir (Tanışlı, 2008, s. 56'da belirttiği gibi).

- Problem çözme yöntemi ile yetişkinler ya da çocukların matematiksel davranışlarını gözlemlemek,
- Gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamaları, bilgi yapıları, bilişsel süreçleri ve bu süreçteki duyuşsal değişiklikleri hakkında sonuçlar çıkarmak.

Klinik görüşmelerde veriler, ses kayıt cihazı, video kamera, gözlemci notu ve öğrenci çalışmaları ile toplanır. Elde edilen veriler, sözel ve sözel olmayan davranışların ya da etkileşimlerin analiz edilmesiyle, öğrencilerin problem çözme ya da öğrenmesi ve

matematiksel düşünceleri ile ilgili yorumlar yapılır. Burada öğrencinin soruları doğru yapmasına değil, matematiksel görevlerini gerçekleştirebilme sürecine dikkat edilir.

Araştırmada da uygulanan cebir testi sonucunda doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakemeleri yüksek ve orta düzeylerde yer alan öğrenciler arasından seçilen 10 öğrenci ile klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler için öncelikle EK E'de sunulan görüşme soruları hazırlanmıştır. Öğrencilere ilişkin görüşme soruları hazırlanırken cebir testinde kullanılan sorular dikkate alınmış ve bu sorulara ilişkin alternatif ve sonda sorular oluşturulmuştur. Ayrıca cebir testindeki sorulardan farklı olarak öğrencilerin doğrusal ilişki, eğim, denklem kavramlarına ve tablo, grafik çizme ve yorumlamalarına ilişkin kavramsal anlamaları ve cebirsel muhakemelerini ortaya çıkaracak sorulara da yer verilmiştir. Daha sonra hazırlanan klinik görüşme sorularını sınamak amacıyla, bir grup sekizinci sınıf öğrencisi üzerinde bir pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın amacı, görüşme sorularının benzer biçimde diğer öğrenciler tarafından tekrarlanabilirliğidir (Tanışlı, 2008). Pilot çalışma sonrasında görüşme soruları üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

2.4. Uygulama Süreci

Araştırmanın nicel boyutu Milli Eğitim Bakanlığı'ndan izin alınarak Eskişehir il merkezinde yer alan Mustafa Kemal İlköğretim Okulu ve Barbaros İlköğretim Okulu'nda, 2011-2012 öğretim yılı bahar döneminde eğitim-öğretim gören toplam 103 sekizinci sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Cebir testi matematik öğretmenleri tarafından bir ders saatinde uygulanmıştır. Testin ilk sayfasında "her soruyu dikkatlice okuduktan sonra yanıtlarınızı verilen boşluklarına yazınız. Sizden istenilen her soruda ne isteniyorsa açıkça ifade etmeniz ve düşüncelerinizi anlaşılır bir şekilde yazmanızdır" yönergesi bulunmaktadır. Öğretmenlerden bu yönergeyi sesli olarak okumaları istenmiştir.

Klinik görüşmelerin uygulaması ise, öğrencilerin kendilerini rahat hissettikleri, sessiz bir ortam olan her iki okulun kütüphanelerinde yapılmıştır. Öğrencilerle görüşmelere başlamadan önce, araştırmacı ve öğretmen tarafından klinik görüşme yapılacak öğrencilerin ailelerine bir izin formu gönderilmiştir (EK B). İzin formunda

araştırmanın konusu ve amacı açıklanmış, çocuklarının klinik görüşmelere katılmalarına izin vermeleri halinde, onlarla bireysel olarak görüşüleceği ve bu görüşmelerin video kameraya çekileceği, klinik görüşmeler sırasında öğrencilerin kullandığı çalışma kâğıtlarının toplanacağı belirtilmiştir. Ayrıca ailelere çocuklarının öğrenmesiyle ilgili özel bilgilerin öğretmen, aileler ve araştırmacı arasında kalacağı ve çocuklarının gerçek isimleri yerine takma isim kullanılacağı da izin formunda belirtilmiştir. Klinik görüşmelerin uygulanması sırasında öğrencilere görüşme verilerini sadece araştırmacının dinleyeceği ve gerçek isimlerinin açıklanmayacağı belirtilerek, onlara yaptıkları çözümlerin not ile değerlendirilmeyeceği dile getirilmiştir. Böylece öğrencinin düşünme biçimini rahatça ortaya koyabileceği bir ortam yaratılmaya çalışılmıştır. Ayrıca bütün görüşmeler boyunca öğrencilerin önüne kâğıt ve kalem bırakılmış, sorulan soruları istedikleri biçimde ve sürede ifade etmelerine olanak tanınmıştır. Görüşmeler sırasında kullanılan video kamera ise öğrencileri, öğrencilerin çalışma kağıtlarını, araştırmacıyı görebilecek ve öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde yerleştirilmiştir.

2.5. Araştırmacının Rolü

Nicel ve nitel araştırmalarda araştırmacının rolü oldukça önemlidir. Nicel araştırmada araştırmacı kendisinden bağımsız gerçeği yansız ve nesnel bir şekilde tarif ederken, nitel araştırmada, bizzat alanda zaman harcayan, araştırma kapsamındaki kişilerle doğrudan görüşen ve gerektiğinde bu kişilerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı bakış açısını ve deneyimlerini, toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada ise araştırmacı, araştırma sürecinde tüm adımların planlaması, yürütülmesi aşamalarında tarafsızlığını korumuş, nesnel bir bakış açısı sergilemiş, görüşmeci olarak öğrencilerle görüşmüş, görüşmeler sırasında yönlendirme yapmaksızın öğrencilerin düşünme süreçlerini ortaya çıkaracak sorular yöneltmiştir.

2.6. Verilerin Çözümlenmesi ve Yorumlanması

Araştırmanın ilk aşaması olan nicel verilerin çözümünde cebir testindeki her bir sorunun yanıt anahtarı hazırlanmış ve yanıtlar ölçülmek istenilen göstergelere göre

puanlanmıştır. Her sorudan ve alt maddelerinden alınabilecek toplam puanlar ise aşağıda Tablo 3'de verilmiştir. Böylece testten alınabilecek en yüksek toplam puan 100, en düşük toplam puan 0'dır.

Tablo 3

Cebir Testindeki Sorulardan Alınabilecek En Yüksek Puanlar

Soru		**Puan**	**Toplam Puan**
1	1a	12	26
	1b	14	
2		26	26
3	3a	4	24
	3b	4	
	3c	6	
	3d	10	
4	4a	4	24
	4b	4	
	4c	4	
	4d	12	

Puanlama sonrasında yüksek (Y), orta (O) ve düşük (D) başarı düzeyindeki öğrencileri belirlemek üzere, puanlar 77-50 arası yüksek, 49-25 arası orta ve 24-0 arası düşük olmak üzere üç bölüme ayrılmıştır. Daha sonra öğrencilerin toplam puanlarının frekansları belirlenerek yüzdeleri hesaplanmış ve yorumlanmıştır.

Araştırmanın ikinci aşaması olan nitel verilerin çözümünde ise, tematik analiz kullanılmıştır. Tematik analiz açıklama, analiz etme ve veri içindeki temaları (örüntüleri) belirlemede kullanılan bir yöntem olarak adlandırılır. Tematik analiz iki temel adımda gerçekleştirilir. Birinci adımda görüşme verilerinin dökümleri okunur, tekrar okunur ve katılımcılar tarafından ifade edilen düşünceler anlamlandırılmaya çalışılarak ilk veriler yazılır. İkinci adımda ise tematik analizde önemli bir rol oynayan kodlama aşamasına geçilir. Kodlamada kendi içinde ve aralarında anlamlı olan kısımlar bir araya getirilerek öncelikle geçici temalar belirlenir. Bu aşamada potansiyel her tema toplanan tüm veri seti ile ilişkilendirilir ve daha sonra geliştirilen ilk temalar tekrar

düzenlenerek tüm veri seti üzerinden çıkarılan kodlar ile çalışılan temalar ilişkilendirilir. Daha sonra analizin bir tematik haritası hazırlanır, temalar adlandırılır ve tanımlanır. Ayrıca bu süreçte her temanın açık tanımlarını ve adlandırmalarını oluşturmak için temaları geliştirmede sürekli bir analizi yürütmek de önemlidir (Liamputtong, 2009). Son olarak ortaya çıkarılan temalar ve temalar arası ilişkiler yorumlanır ve karşılaştırılır.

Bu araştırmada da öğrenciler ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerin dökümü yapılarak her bir konuşma olduğu gibi hiçbir düzeltme yapılmadan bilgisayara yüklenmiştir. Bilgisayara yükleme işlemi bitirildiğinde kayıtlar bir alan uzmanına dinlettirilerek dökümlerin doğruluğunun kontrolü yapılmıştır. Araştırma verilerinin tematik analizinde ise, öncelikle araştırmacı ve bir alan uzmanı bağımsız çalışarak verileri okuma ve tekrar okuma süreçleri sonucunda kodlamıştır. Veriler kodlanırken kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergeleri de dikkate alınmıştır. Verilerin analiz edilmesi aşamasında yapılacak güvenirlilik çalışmalarından biri de kodlama güvenirliğidir. Bu araştırmada kodlama güvenilirlik hesaplaması için, Miles ve Huberman'ın (1994, s. 64) önerdiği aşağıdaki uyuşum yüzdesi kullanılmıştır. Bunun için, araştırmacının ve bir alan uzmanının belirledikleri kodlar için "görüş birliği" ve "görüş ayrılığı" sayıları belirlenmiş ve yapılan hesaplama sonucunda uyuşum yüzdesi %80 olarak bulunmuştur.

$$Güvenirlik = (Görüş\ Birliği) / [(Görüş\ Birliği) + (Görüş\ Ayrılığı)]$$

Araştırma verileri üzerinde araştırmacı ve bir alan uzmanı bağımsız çalışarak, belirlenen ve harmanlanan kodlar üzerinden geçici temaları ve alt temaları oluşturmuşlardır. Elde edilen tema ve alt temalar birbiriyle ilişkili ve anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde tekrar ve tekrar düzenlenmiştir. Bu aşamada araştırmacı ve alan uzmanı birleştirilmesi ya da ayrılması gereken alt temaları belirlemiş, değerlendirilmiş ve değerlendirme sonucunda araştırmacı tema ve alt temaların yazımına son şeklini vermiştir. Daha sonra ayrıntılı bir biçimde tanımlanan ve adlandırılan tema ve alt temalar yorumlanmış ve bazı sonuçlara ulaşılmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR

Bu bölümde, sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik, kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeylerini ve yapılarını ortaya koymak amacıyla hazırlanan cebir testi ile klinik görüşme verilerinin analizi sonucunda elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

3.1. Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına Yönelik Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Düzeylerine İlişkin Nicel Bulgular

Doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergelerini ortaya koymak amacıyla hazırlanan cebir testi açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Bu test ölçülmek istenilen göstergelere göre puanlanmış bir yanıt anahtarı kullanılarak değerlendirilmiştir. Değerlendirme sonucunda öğrencilerin cebir testinden aldıkları toplam puanların dağılımı Tablo 4'te verilmektedir.

Tablo 4

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Testinden Aldıkları Toplam Puanların Frekans ve Yüzde Dağılımları

Puan Aralığı	Frekans	Yüzde
0-24	57	%54,36
25-49	30	%29,12
50-77	16	%15,53

Tablo 4 incelendiğinde, doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik problemlerde ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin %15,53'ü yüksek, %29,12'si orta ve %54,36'sı düşük düzeyde yer almıştır. Bu durum öğrencilerin genel olarak doğrusal

ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin yeterli bir düzeyde kavramsal anlamaya ve cebirsel muhakemeye sahip olmadıklarının bir göstergesidir. Öğrencilerin açık uçlu cebir testinde düşünme biçimlerini iyi ifade edememeleri bu durumun nedenlerden biri olabilir. Öğrencilerin çoktan seçmeli sınavlara daha fazla yatkın olmaları ve okullarda sınav odaklı öğretim uygulamalarının gerçekleştirildiğinin gözlenmesi bu durumun kaynağı olarak görülebilir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeyleri cebir testinde yer alan her bir problem bağlamında incelemeye tabi tutulmuş ve bu düzeyler daha detaylı olarak irdelenmiştir.

Cebirsel bir ilişkiyi gerçek yaşam durumları, sembolik, grafik, sayısal ve tablo temsillerine dönüştürebilme, temsiller arasında ilişkilendirme yapabilme ve yorumlayabilme, matematiksel argümanlar oluşturabilme, varsayımda bulunabilme ve genellemeye ulaşabilme, problem durumunu analiz edebilme ve değerlendirebilme kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergeleri arasında yer alır. Bu bağlamda problem 1 (Şekil 2) ile öğrencilerden gerçek yaşam durumunu grafik temsiline dönüştürebilmeleri, ilişkiyi ifade edebilmeleri ve elde ettikleri çözümleri problem durumu ile ilişkilendirip yorumlayabilmeleri beklenmiştir.

Bir mahallede Ahmet'in video oyunu mağazası vardır. Ahmet, bir video oyununu 3 liraya kiralamaktadır. Daha sonra Ahmet'in mağazasının yanına Mete de bir video oyunu mağazasını açmış ve video oyunlarını da 2 liraya kiralamaya başlamıştır. Böyle olunca Ahmet'in müşterileri, Mete'den alışveriş yapmaya başlamışlardır. Ahmet ise müşterilerini geri kazanmak için bir kampanya yapmayı planlamış ve 5 lira peşinat aldıktan sonra, bir video oyununu da 1 liraya kiralamaya karar vermiştir. Bu son durumu göz önüne alarak;

a) Aynı koordinat ekseni üzerinde her bir satıcının belirlediği fiyatların grafiğini çiziniz. Nasıl çizdiğinizi açıklayınız

b) Size göre hangi satıcı daha iyi fiyat vermektedir? Neden?

Şekil 2: Cebir Testi Problem 1

Hazırlanan yanıt anahtarına göre yapılan değerlendirme sonucunda problem 1'den alınan puanlar ve frekans sayıları Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Birinci Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları

1(a)			1(b)		
Puanlar	**Frekans**	**Yüzde**	**Puanlar**	**Frekans**	**Yüzde**
0	74	%71,84	0	46	%44,66
1	1	%0,97	1	3	%2,91
2	7	%6,79	2	19	%18,44
3	1	%0,97	4	8	%7,76
4	1	%0,97	6	25	%24,27
5	2	%1,94	12	1	%0,97
6	3	%2,91	14	1	%0,97
7	1	%0,97			
8	1	%0,97			
9	7	%6,79			
12	5	%4,85			
Max Puan:12	Toplam 103	Toplam %100	Max Puan:14	Toplam 103	Toplam %100

Tablo 5 incelendiğinde birinci problemin (a) maddesinden 74 öğrencinin 0 puan, sadece 5 öğrencinin 12 tam puan (b) maddesinden ise 46 öğrencinin 0 puan, sadece 1 öğrencinin 14 tam puan aldığı dikkati çekmektedir. 103 öğrencinin 74'ünün ve 46'sının problem durumuna ilişkin istenen grafikleri çizememeleri, problemi analiz edip değerlendirememeleri azımsanmayacak bir sayıdır. Öğrencilerin gerçek hayat durumlarına ilişkin grafik oluşturabilmelerinin ve yorumlayabilmelerinin matematikte bu konuların devamı olan kavramların anlaşılmasındaki önemi dikkate alındığında öğrencilerin bu performansları düşündürücüdür.

Belirlenen kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergeleri arasından problem 2 (Şekil 3) ile öğrencilerin argüman oluşturabilmeleri, varsayımda bulunabilmeleri ve genellemeye ulaşabilmeleri beklenmiştir.

Grafikteki bir doğrunun eğimini bulmak için doğru üzerinde hangi iki noktanın seçileceğinin bir önemi var mı? Açıklar mısın?

Şekil 3: Cebir Testi Problem 2

Hazırlanan yanıt anahtarına göre yapılan değerlendirme sonucunda problem 2' den alınan puanlar ve frekans sayıları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin İkinci Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları

2		
Puanlar	**Frekans**	**Yüzde**
0	58	%56,31
2	1	%0,97
3	2	%1,94
4	4	%3,88
5	25	%24,27
8	7	%6,79
26	6	%5,84
Max Puan:26	Toplam 103	Toplam %100

Tablo 6 incelendiğinde ikinci problemde 58 öğrencinin 0 puan, bunun yanında sadece 6 öğrencinin 26 tam puan aldığı görülmektedir. 103 öğrencinin 58'inin yetersiz puan alınması, eğim kavramı hakkında argüman oluşturamamaları, genelleme yapamamaları ya da temsiller arasında geçiş yapmakta zorlanmaları eğitimden beklenen hedeflerin ulaşılmasına engel teşkil etmektedir.

Problem 3 ile öğrencilerden problem durumunu analiz etmeleri ve değerlendirmelerini, varsayımlarda bulunarak genelleme yapabilmeleri, bir ilişkiyi sembolik, grafik, sayısal ve tablo temsillerine dönüştürebilmeleri ve temsiller arasında ilişki yapabilmeleri beklenmiştir.

Bilim adamları ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasında doğrusal bir ilişki olduğunu bulmuşlar ve ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasındaki ilişkiyi veren bir kural oluşturmuşlardır. Sabah saatlerinde ateş böceğinin ötmesini ilk kez işittiğinizde ötme sayısının dakikada 40, öğle vakti ise ötme sayısının dakikada 160 olduğunu bulabilirsiniz. Bu değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Sıcaklık(C^o)	Ötme Sayısı
10	40
34	160

a) Aşağıdaki tabloda ötme sayısı 70, 80, 90, 100, … 150 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Bulunuz.

Sıcaklık	10	12	14										34
Ötme Sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir kural bulunuz. Kuralda her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız.

Şekil 4: Cebir Testi Problem 3

Yapılan değerlendirme sonucunda problem 3'den alınan puanlar ve frekans sayıları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

Sekizinci. Sınıf Öğrencilerinin Üçüncü Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımlar

3(a)			**3(b)**		
Puanlar	**Frekans**	**Yüzde**	**Puanlar**	**Frekans**	**Yüzde**
0	2	%1,94	0	45	%43,69
4	101	%98,06	2	4	%3,88
			4	54	%52,43
Max Puan:4	Toplam 103	Toplam %100	Max Puan:4	Toplam 103	Toplam %100

3(c)			3(d)		
Puanlar	**Frekans**	**Yüzde**	**Puanlar**	**Frekans**	**Yüzde**
0	41	%39,81	0	93	%90,29
3	21	%19,42	10	10	%9,71
6	41	%40,78			
Max Puan:6	Toplam 103	Toplam %100	Max Puan:10	Toplam 103	Toplam %100

Tablo 7'ye bakıldığında üçüncü problemin (a) maddesinde sadece 2 öğrenci soruyu yanıtlayamamış, kalan 101 öğrenci ise soruya doğru yanıt vermişlerdir. Bu maddede öğrencilerin büyük çoğunluğunun veriler arasındaki farklılığı arayarak problem durumunu analiz ettikleri ve temsiller arası yorum yapabilmede başarılı oldukları gözlemlenmiştir.

Problemin (b) ve (c) maddesinde yine (a) maddesindeki aynı ölçütlerin değerlendirilmesine karşın, (b) maddesinde 0 puan alan öğrenci sayısı 45'e yükselirken tam puan alan öğrenci sayısı ise 54'e düşmüştür. (c) maddesinde ise bu durum 0 puan alan 41, tam puan alan 42 öğrenci şeklindedir. Bu üç madde değerlendirildiğinde öğrencilerin veriler arasında fonksiyonel bir ilişki kurmada zorlandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin bu süreçte ise sadece girdi ya da çıktı değerlerine odaklandığı görülmüştür.

Doğru yanıt sayısının en aza indiği (d) maddesinde ise öğrencilerden temsiller arasında ilişkiler kurarak problemi analiz etmeleri ve bir genellemeye ulaşmaları istenmiştir. 103 öğrenciden sadece 10 öğrenci verilen doğrusal ilişkiyi doğru bir şekilde genelleyebilmiştir. Genellemenin matematiksel etkinliklerin merkezi olduğu bilindiğinden bu durum düşündürücüdür. Öğrencilerin sadece tek boyutlu düşünmesi genellemeye ulaşmayı engelleyen bir unsur olarak görülebilir.

Aşağıda verilen üç denklem için verilen boşluklara uygun sayıları yerleştirin.

a) y=5x+10

X						
Y						

b) y=3x

X						
Y						

c) $y=5x^2$

X						
Y						

d) Tabloları ve denklemleri inceleyiniz.

- Hangi ilişki doğrusaldır ya da değildir? Neden?
- Tablolardaki verilere ya da denklemlere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Ayrıntılı açıklayınız.

Şekil 5: Cebir Testi Problem 4

Problem 4'ün (a), (b) ve (c) maddelerindeki sorular aracılığı ile (Şekil 5) öğrencilerden, kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme göstergeleri arasından temsiller arası ilişkilendirme yapabilmeleri, yorumlayabilmeleri ve varsayımlarda bulunabilmeleri beklenmiştir.

Bunlardan farklı olarak (d) maddesinde ise öğrencilerden matematiksel argümanlar oluşturmaları ve varsayımlarda bulunarak genellemeye ulaşabilmeleri, bunların yanında da doğrusal ilişki kavramını sorgulamaları beklenmektedir.

Yanıt anahtarına göre değerlendirme yapıldığında problem 4'den alınan puanlar, frekans sayıları ve yüzdeleri Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Dördüncü Problemden Aldıkları Puanlar ve Frekans Dağılımları

4(a)			**4(b)**			**4(c)**		
Puanlar	**Frekans**	**Yüzde**	**Puanlar**	**Frekans**	**Yüzde**	**Puanlar**	**Frekans**	**Yüzde**
0	48	%46,60	0	52	%50,49	0	57	%55,34
2	5	%4,85	2	4	%3,88	2	6	%5,83
3	1	%0,97	3	1	%0,97	3	3	%2,91
4	49	%47,57	4	46	%44,66	4	37	%35,92
Max Puan:4	Toplam 103	Toplam %100	Max Puan:4	Toplam 103	Toplam %100	Max Puan:4	Toplam 103	Toplam %100

4(d)i			4(d)ii		
Puanlar	**Frekans**	**Yüzde**	**Puanlar**	**Frekans**	**Yüzde**
0	77	%74,76	0	65	%63,11
6	26	%25,24	3	29	%28,16
			6	9	%8,74
Max Puan:6	Toplam 103	Toplam %100	Max Puan:6	Toplam 103	Toplam %100

Tablo 8 detaylı olarak incelendiğinde öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını yorumlamada, varsayımlara dayanarak argümanlar oluşturmada ve genelleme yapmada problem yaşadıkları görülmüştür. Doğrusal ilişkileri anlamlandırabilme yetisi ve doğru ve denklem arasında ilişki kurabilme becerisi, matematiksel dilin gelişmesi açısından oldukça önemlidir. Doğrusal ilişki kavramı, matematik konularında önemli bir yere sahip olan fonksiyon kavramının da temelini oluşturmaktadır. Bunun yanı sıra fen bilimlerinde de kullanılarak, disiplinler arası bağlantı oluşturur nitelikte olması da göz ardı edilemez bir durumdur. Bütün bunlar dikkate alınarak performanslar değerlendirildiğinde öğrencilerin gerekli kazanımlara ulaşamadığı görülmektedir.

3.2. Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına Yönelik Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nitel Bulgular

Açık uçlu cebir testinden alınan puan sıralamasına göre kavramsal anlamaları ve cebirsel muhakemeleri yüksek düzeyli olan 5 öğrenci ile orta düzeyli 5 öğrencinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarını derinlemesine irdelemek amacıyla elde edilen veriler, kavramsal anlama yapılarına ilişkin bulgular ve cebirsel muhakeme yapılarına ilişkin bulgular başlıkları altında sunulmuştur.

3.2.1. Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına Yönelik Kavramsal Anlama Yapılarına İlişkin Bulgular

Öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlamaları analiz edilirken kavramsal anlama kavramı daraltılarak *kavram bilgisi* temasına ulaşılmıştır.

Kavram bilgisi teması ise *temsil bilgisi* ve *kavramı tanıma ve anlama/anlamama* alt temaları altında ele alınmıştır. Her iki alt tema da kendi içinde kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin kavramsal anlama düzeyleri ise Y (yüksek) ve O (orta) şeklinde sembolleştirilerek sunulmuştur.

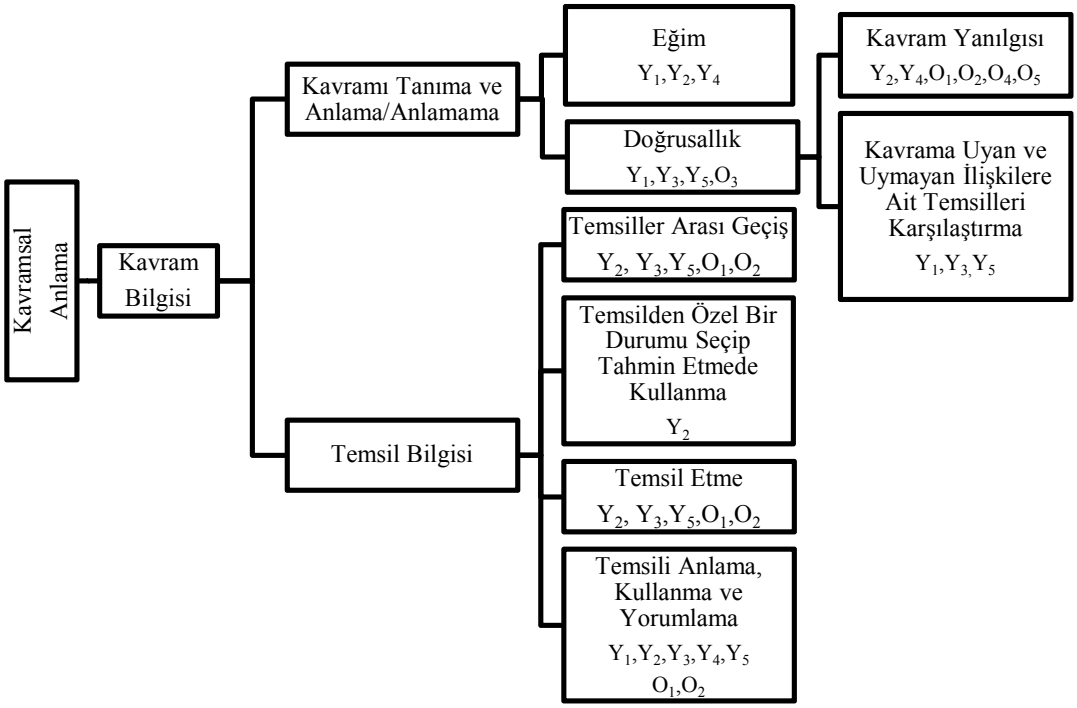
Öğrenciler $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, O_1, O_2, O_3, O_4$ ve O_5 olmak üzere ait oldukları alt temalara yerleştirilmiştir. Verilen ardışık dizilimde öğrencilerin performanslarının en yüksekten en düşüğe doğru sıralanmasına dikkat edilmiştir. Bu 10 öğrencinin yanıt anahtarına bağlı kalınarak değerlendirilmesi sonucu aldıkları puanlar Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9

Seçilen 10 Öğrencinin Aldıkları Toplam Puanlar

Öğrenci Kodu	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
Toplam Puan	76	75	69	57	55	53	52	50	35	33

Temalar, alt temalar, kategoriler ve öğrenci yaklaşımları Şekil 6'daki gibi ifade edilmiştir.

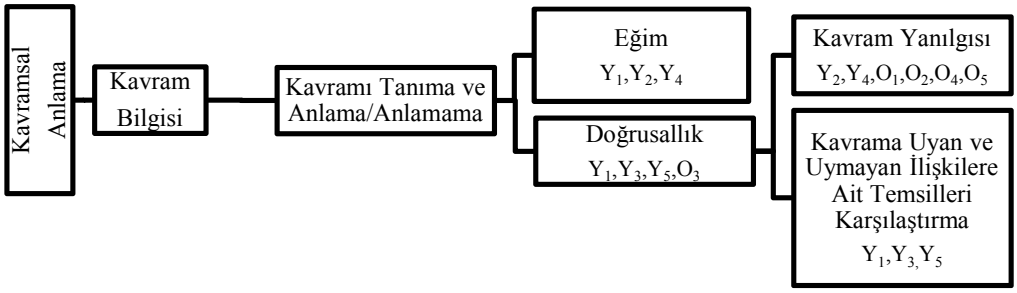


Şekil 6: Öğrencilerinin Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına İlişkin Kavramsal Anlama Yapıları

3.2.1.1. Kavramı Tanıma ve Anlama/Anlamama

Çalışmanın verimliliği açısından kavramsal anlama teması kavram bilgisi temasına indirgenmiştir. Kavram bilgisi teması ise iki alt temaya ayrılmış, bunlardan birini de *kavramı tanıma ve anlama/anlamama* alt teması oluşturmuştur. Bu alt tema çalışmanın da şekillenmesini sağlayan "eğim" ve "doğrusallık" kategorilerine ayrılmıştır. (Şekil 7)

Eğim kavramının detaylı incelenebilmesi için öğrencilere cebir testindeki ikinci soru (EK D) yöneltilmiştir. Katılımcı öğrencilerden Y_1, Y_2 ve Y_4 bu temaya uygun yanıtlar vermiş, diğer yedi öğrenci ise kavramla ilgili eksik ya da doğru olmayan yanıtlar vermişlerdir. Eğim kavramını tanıyan ve anlayan öğrenciler doğrunun sabit bir değişim oranına göre ilerlediğini, böyle olduğu için de bütün noktalarda eğimlerin aynı olacağını söylemişlerdir. Örneğin bu düşünceye sahip Y_2;



Şekil 7: Öğrencilerin Kavramı Tanıma ve Anlama/Anlamamalarına İlişkin Oluşturulan Tema, Alt Temalar ve Kategoriler

A: İkinci soru hakkında ne düşünüyorsun?

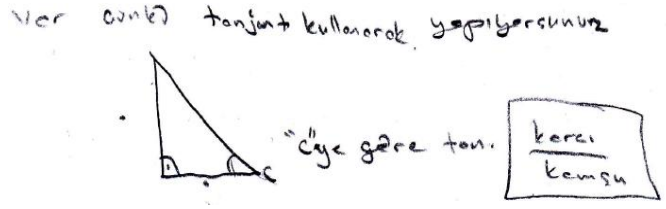
Y_2: Bence yoktur çünkü doğru noktalardan oluşur. Noktalar çok sıklaşırsa bir doğru oluşur. Bunların hepsi aynı doğru üzerinde olduğundan durumları aynı, eğimler de aynıdır.

şeklinde yorum yapmıştır. Eğim kavramı hakkında problem yaşayan Y_3 ise;

A: Bir doğru üzerinde alacağın noktaların değişmesi eğimi de değiştirir mi?

Y_3: Rakamlar değiştikçe eğim de değişir. Önce eğim %50 iken rakam büyüdükçe aynı oranda eğim de artar yani eğim de %75 olabilir.

yanıtını vermiştir. Başka bir hatalı bilgi veren öğrenci O_3 ise soruyu şu şekilde yanıtlamıştır.



Şekil 8: O_3'ün Problem 2'ye Yanıtı

A: Bir doğru üzerinde alacağın noktaların değişmesi eğimi de değiştirir mi? Ne dersin?

O_3: Eğim hesaplanabilmesi için x ve y eksenleri üzerinde iki nokta seçilmeli yoksa eğim olmaz.

A: Neden?

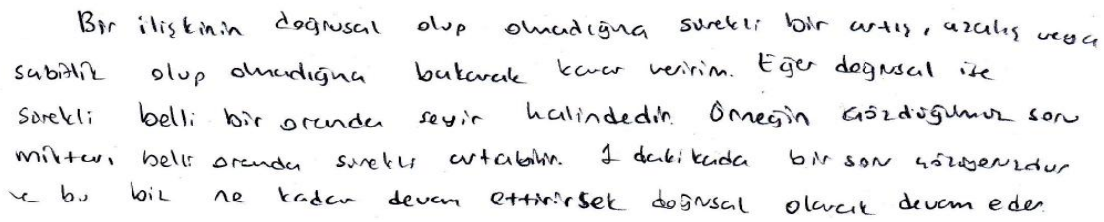
O_3: Çünkü 90 derece olmalı. 90 derece olmazsa eğim olmaz. Böyle dik üçgen (çiziyor) olmalı.

Elde edilen bulgular sonucunda, kimi öğrenciler eğim kavramını özümserken, kimi öğrencilerin de bu kavram ile ilgili problem yaşadıkları görülmüştür. Görüşme yapılan tüm öğrenciler eğim için "dikey uzunluğun yatay uzunluğa bölümü" ya da "eğim tanjanttır" ifadelerini kullanmışlar ancak bunlar üzerinde çok fazla yorum yapamamışlardır. Bunun yanında öğrencilerden hiçbiri eğimi, y eksenindeki değişimin x eksenindeki değişime oranı şeklinde tanımlamadıkları saptanmıştır. Bir kavramın sadece yüzeysel bir tanımın öğrenilmesi hedeflere ulaşılması için yeterli değildir. Kavramların hangi düzeyde öğrenildiği ve oluşacak eksikliklerin giderilmesi eğitim açısından büyük önem taşımaktadır.

Çalışmada bir diğer üzerinde durulan kavram ise doğrusallık kavramıdır. Bu kavramın altında "kavram yanılgıları" ve bu kavrama ait kavrama uyan ve uymayan ilişkilere ait temsilleri karşılaştırma" alt kategorileri oluşturulmuştur. Doğrusallık kavramının detaylı incelenebilmesi için öğrencilere cebir testindeki dördüncü soru (EK D) yöneltilmiştir.

Şekil 7 incelendiğinde, doğrusallık kavramı hakkında üç yüksek, bir orta (Y_1,Y_3,Y_5,O_3) başarı düzeyine sahip öğrenciler kavram hakkında doğru kavramsal bilgiye sahipken, bu kavramsal bilgiye sahip öğrenciler arasından sadece üç yüksek (Y_1,Y_3,Y_5) başarı düzeyindeki öğrenciler bu kavrama ait temsilleri karşılaştırabilme yapabilmişlerdir. Kalan iki yüksek ve dört orta (Y_2,Y_4,O_1,O_2,O_4,O_5) başarı düzeyine sahip öğrencilerin ise kavram yanılgıları yaşadıkları gözlemlenmiştir.

Doğrusallık kavramın farkında olan Y_1'in soruya yaklaşımı;

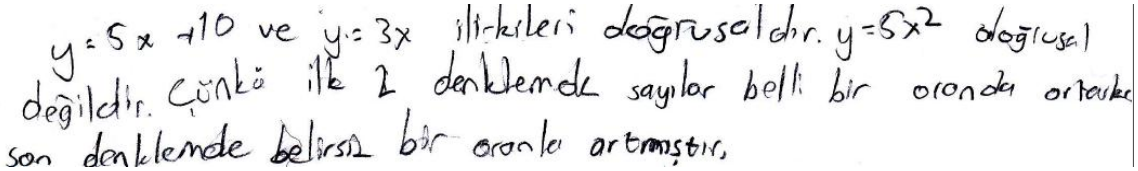


Şekil 9: Y_1'in Problem 4(d)'ye Yanıtı

A: *Bir grafiğe bakarak doğrusal ilişki olup olmayacağına nasıl karar verirsin?*

Y_1: *Doğrusal olmayan sabit bir oran olmaz grafik zigzag olur. Ama doğrusalsa sabit artacak ya da azalacaktır.*

Yine kavram hakkında doğru fikre sahip Y_3 ise;



Şekil 10: Y_3'ün Problem 4(d)'ye Yanıtı

A: *Hangilerine doğrusal demişsin?*

Y_3: *a ve b şıklarına doğrusal dedim.*

A: *Neden?*

Y_3: *Burada x arttıkça y' de artar. y= 3x denkleminde x arttıkça y de artar.*

A: *c şıkkında da x değeri arttıkça y değeri artıyor ama?*

Y_3: *Arttı ama orada belli bir kural bulamadım ben.*

A: *Diğerlerinde nasıl bir oran buldun?*

Y_3: *a şıkkında y 5'er b şıkkında hep 3'er arttı.*

A: *c şıkkında bir oran yok mu?*

Y_3: *Sabit oran göremedim o yüzden doğrusal değil.*

Doğrusallık hakkında doğru kavramsal bilgiye sahip öğrenciler arasından üçü (Y_1,Y_3,Y_5) bu kavrama ait temsilleri karşılaştırma yapabilmişlerdir. Bunlardan Y_5 cebirsel gösterimden grafik temsiline geçerek karşılaştırma yapmıştır (Şekil 11).

A: Verilen denklemler arasında hangilerinin doğrusal ilişkiye sahip olduğuna nasıl karar verirsin?

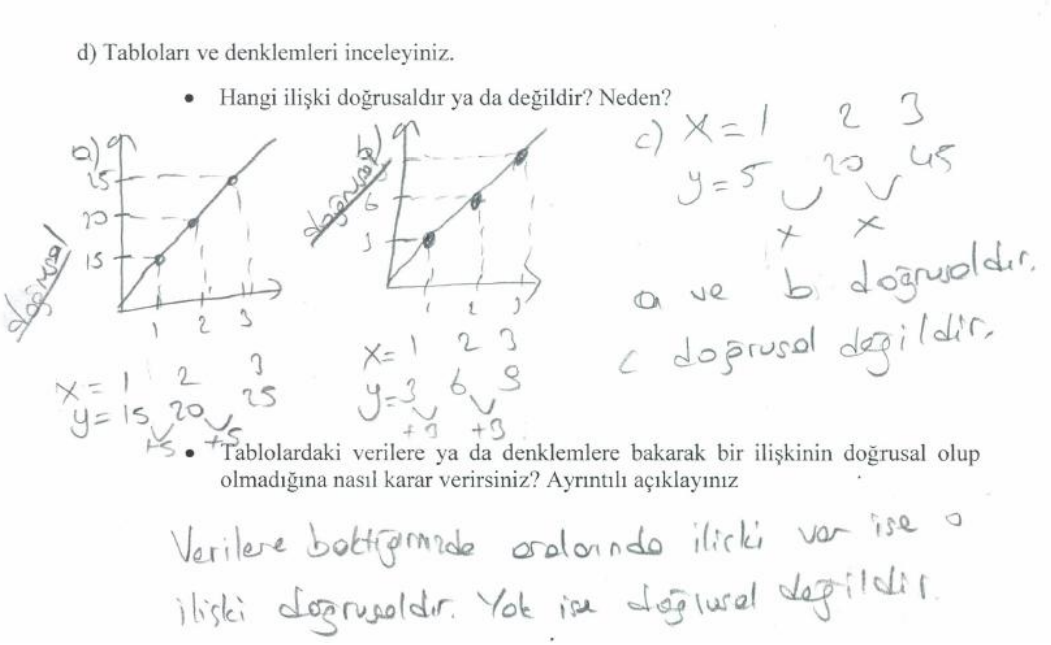
Y_5: Ben önce grafiklerini çizdim. (Kendi çizdiği grafiği gösteriyor) x'e 1,2 ve 3 verince y 15,20 ve 25 oldu. Hep 5'er arttığı ve grafik de düz gittiği için burada doğrusal ilişki var derim.

A: *Diğerlerinde de doğrusal ilişki var mı?*

Y_5: *b'de de var ama c'de yok.*

A: *Neden?*

Y_5: *Çünkü sayı verdiğimde y 5, 20, 45 oldu. Düzen yok. Grafiğini çizsem yamuk düz olmayacak. Yani doğrusal ilişki yoktur.*



Şekil 11: Y_5'in Problem 4(d)'ye Yanıtı

Matematik birikimli bir bilim dalı olması nedeniyle bir önceki bilgiler ve kavramlar, bir sonrakiler için bir basamak oluşturduğundan, öğrencilere matematik kavram bilgilerinin tam olarak verilmesi gerekmektedir. Katılımcı dört öğrenci (Y_1,Y_3,Y_5,O_4) doğrusal ilişki hakkında doğru kavramsal bilgiye sahipken geride kalan altı öğrencinin (Y_2,Y_4,O_1,O_2,O_3,O_5) ise doğrusallık hakkında kavram yanılgıları yaşadıkları görülmüştür. Bu öğrencilerden O_5 doğrusal ilişkinin temelini oluşturan "*sabit oran*" kavramını dikkate almamıştır. Doğrusal ilişki kavramını, doğru orantı kavramıyla ilişkilendirerek yanıt veren öğrencilerden O_5;

A: *Sence doğrusallık ne demektir?*

O_5: *Biri arttığında diğeri de artıyorsa doğrusaldır.*

A: *Sadece arttığında mı?*

O_5: *Yo, azaldığında da olur.*

A: *Sabit bir oran gerekli mi peki?*

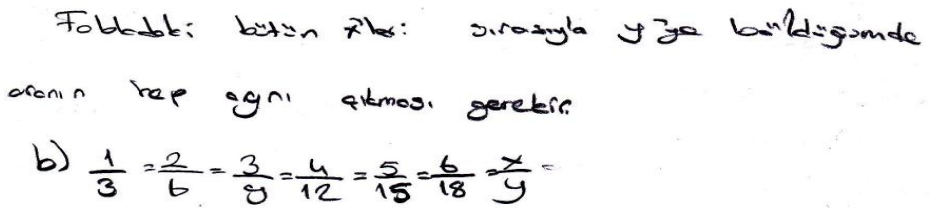
O_5: *Aslında çok da gerekli değil.*

Katılımcı öğrencilerde gözlenen bir diğer kavram yanılgısı "*y=mx şeklindeki denklemlerin doğrusal ilişki oluşturduğu ancak y=mx+n biçimindeki denklemlerin doğrusal ilişki oluşturmadığı*" ifadesidir. Öğrencilerden O_4;

A: *Cebirsel denklemlerde doğrusal ilişkiye nasıl bakıyorsun? Mesela şimdi sana y=3x+10 doğrusal ilişki oluşturur mu diye sorsam ne dersin?*

O_4: *Orijinden geçiyorsa doğrusal, geçmiyorsa doğrusal değildir. Bu da orijinden geçmediği için doğrusal değildir.*

Bu duruma benzer bir kavram yanılgısı yaşayan Y_4 soruyu aşağıdaki gibi yanıtlamıştır.



Şekil 12: Y_4'ün Problem 4(d)'ye Yanıtı

A: *Soruda verilen denklemlerden hangisi doğrusal ilişki oluşturuyor?*

Y_4: *Sadece b şıkkı. y=3x*

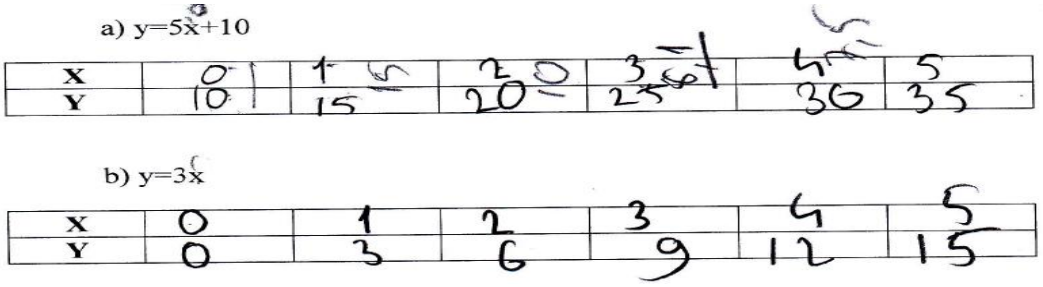
A: *Neden?*

Y_4: *Çünkü x'leri y'ye böldüğümde hep aynı sayı çıkmalı. Bu sadece b şıkkında var. O yüzden sadece b şıkkı doğrusal ilişki oluşturur.*

Y_4'ün yaklaşımının tam tersini sergileyen O_2 ise eğimin y/x olduğunu düşünerek sadece b şıkkının doğrusal olduğunu söylemiş ve şu yorumları yapmıştır (Şekil 13).

A: *Soruda verilen denklemlerden hangisi doğrusal ilişki oluşturuyor?*

Y_4: Sadece b. y=5x+10 doğrusal değil. Çünkü y/x tanımsız, 15 bölü 1 15 (sorunun üstüne yazıyor), 20 bölü 2 10, 25 bölü 3 8 virgüllü bir şey. Tam bir oran yok yani.



Şekil 13: O_2'nin Problem 4(d)'ye Yanıtı

Aynı kavram yanılgısına sahip O_1;

A: $y=2x^2$'mi yoksa y=3x+10 denklemleri mi doğrusaldır desem ne dersin?

O_1: $y=2x^2$ doğrusaldır bence.

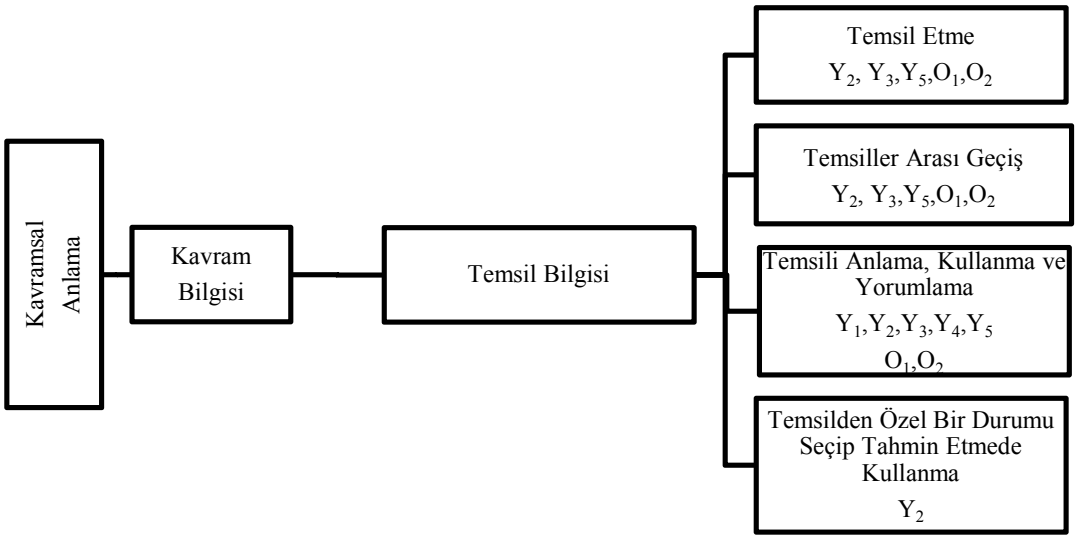
A. Neden?

O_1: Diğerinde sabit sayı var. Burada 10 var. O yüzden doğrusal değildir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerden birkaçının doğrusal ilişki kavramı hakkında kavramsal bilgisi yeterliyken, bazı katılımcı öğrencilerin bu kavram için sahip oldukları belli başlı kavram yanılgıları vardır. Bunlar arasında en belirgin olanları, doğrusal ilişki kavramının doğru orantı gibi düşünülmesi yani "sabit oranı göz ardı etme" ve sadece "y=mx" biçimindeki denklemlere odaklanılarak doğrusal ilişki hakkında yorum yapılmaya çalışılması olarak görülmüştür. Sonuç olarak gerek eğim gerekse doğrusal ilişki kavramları hakkında bir takım yetersizlikler görülmektedir.

3.2.1.2. Temsil Bilgisi

Öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerinin belirlenmesinde kullanılan kavram bilgisi temasının bir alt temasını da *temsil bilgisi* oluşturmaktadır. Temsil bilgisi kendi içerisinde dört kategoriye ayrılmıştır. Bunlardan ilki "temsil etme" kategorisidir.



Şekil 14: Öğrencilerin Temsil Bilgisine İlişkin Oluşturulan Temalar, Alt Temalar ve Kategoriler

Cebir testinde bu kategoriyi betimlemek için belirlenen sorular ise birinci soru a ve b maddeleri ile üçüncü soru a,b,c ve d maddeleridir. Katılımcı üç yüksek iki orta (Y_2,Y_3,Y_5,O_1,O_2) toplam beş öğrencinin bu sorularda kullandığı temsiller;

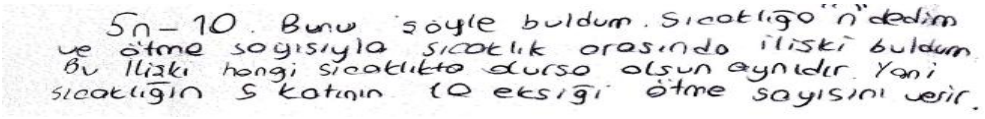
- Konuşma Dili (Sözel) Temsili: Problemin veya problem çözümünün sözel olarak ifade edilmesi (Y_2,Y_3,Y_5,O_1,O_2)

Öğrenci Y_2 problemi anlamlandırma ve çözme aşamasında sözel temsili kullanmıştır. Y_2;

> *Ahmet 3 liraya satıyordu sonra 5 lira peşinat alarak her oyunu 1 liraya kiralamaya başladı. Mete ise hep 2 lira alıyordu. Bunların hangisi daha avantajlı diyor soruda. Ben bunu çizerken nasıl anlatayım ki ayrı koordinat ekseninde çizdim. Mete'yi sürekli olarak 2 olarak belirttim Ahmet'te de ilk önce 3ten başlıyor ve kampanyayı seçerseniz düşüş oluyor ve fiyat 1 lira oluyor.*

- Cebirsel Temsil: Problem çözme aşamasında değişken kullanılması (Y_3,O_1)

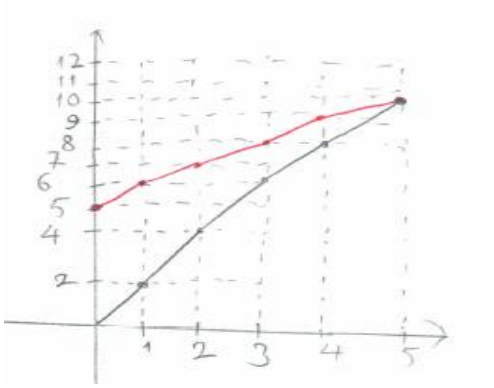
Örneğin O_1 problemi cebirsel ifade şeklinde yazarak doğru sonuca ulaşmıştır.



Şekil 15: O_1'in Problem 3(d) Verdiği Yanıt

- Grafiksel Temsil: Problem çözme aşamasında sayı doğrusu, koordinat sisteminden yararlanma (Y_3,Y_5,O_2)

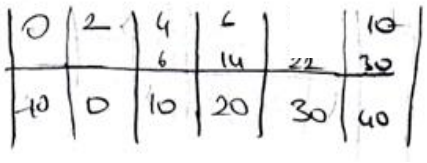
Öğrencilerden Y_5 aşağıdaki grafiksel temsili kullanarak soruyu yorumlamıştır.



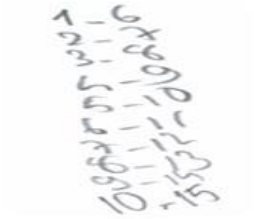
Şekil 16: Y_5'in Problem 1 İçin Oluşturduğu Grafik

- Sayısal Temsil: Problem çözme aşamasında tablodan yararlanma (Y_2,Y_5,O_2)

Öğrencilerden Y_5 ve O_2'nin kullandıkları tablolar aşağıdaki gibidir.



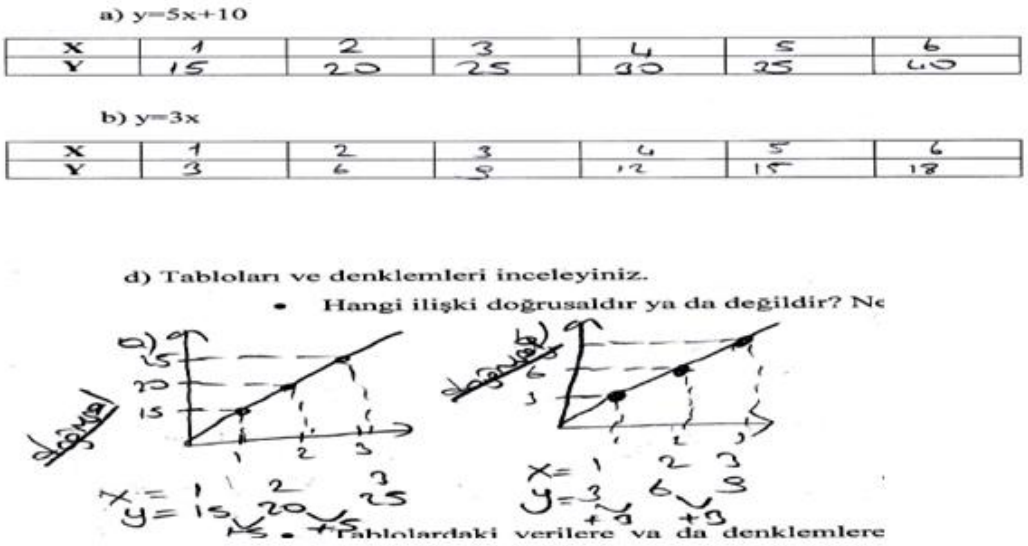
Şekil 17: Y_5'in Problem 3 İçin Oluşturduğu Tablo



Şekil 18: O_2'nin Problem 1 İçin Oluşturduğu Tablo

Beş öğrenci yukarıda sayılan temsil çeşitlerini kullanarak doğru yanıtlara ulaşmış, ancak diğer beş öğrenci ise uygun temsil kullanarak doğru bir sonuca ulaşamamışlardır. Temsiller öğrencilerde, kavramları anlama, ilişkilendirme ve problem çözme gibi becerilerin gelişmesinde önemli rol oynamaktadır. Öğrenciler temsilleri kullanabildikleri, karşılaştırabildikleri zaman matematiksel kavram ve ilişkileri anladıkları ifade edilebilir. Problemin çözülebilmesi içinse uygun bir temsilin oluşturulması gerekmektedir. Bunun aksi durumunda problem çözümü zorlaşacak veya olanaksızlaşacaktır.

Temsil bilgisi alt temasının diğer kategorisi ise "temsiller arası geçiş" tir. Temsiller arası geçiş için cebir testindeki (EK D) bütün sorular ele alınmıştır. Öğrencilerden özellikle temsiller arası geçiş yapmaları istenmemiş, soru çözümlerinde kullandıkları temsil çeşitleri incelenmiştir. Temsiller arası geçiş yapabilen üç yüksek, iki orta başarı düzeyine sahip öğrenciler (Y_2,Y_3,Y_5,O_1,O_2) problem çözümlerinde temsiller arası geçişlerde başarılı olmuşlardır. Cebirsel temsilden grafiksel temsile geçiş yapmayı başaran Y_5;



Şekil 19: Y_5'in Problem 4'te Yapığı Temsiller Arası Geçiş

diyerek cebir testindeki dördüncü soruyu doğru bir şekilde yanıtlamıştır. Sayısal temsilden cebirsel temsile geçerek soruyu çözmeye çalışan O_1 ise cebir testindeki üçüncü soruyu şu şekilde yanıtlamıştır.

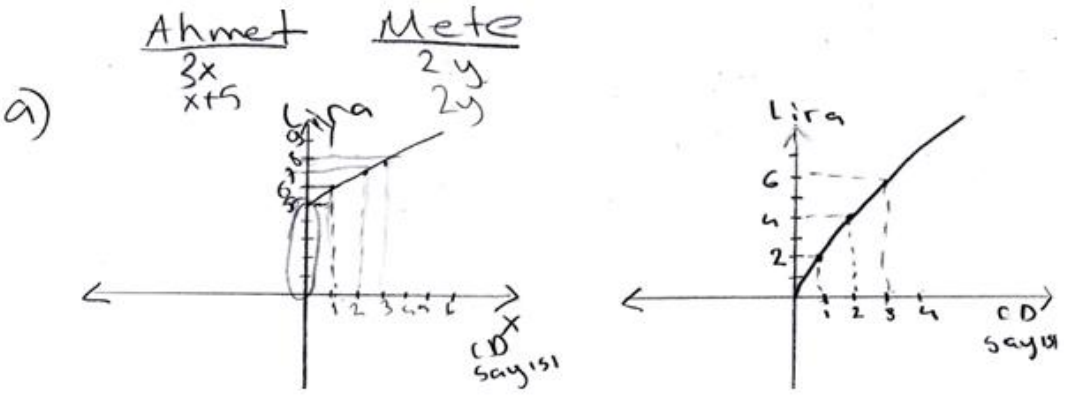
a) Aşağıdaki tabloda ötme sayısı 70, 80, 90, 100, … 150 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Bulunuz.

Sıcaklık	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
Ötme sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

Burda sıcaklıkla ötme sayısı arasında bir ilişki vardır. Bu ilişkiyi bulmak için örneğin 10'u 40, 34'ü 160 getirirken aynı denklemi bulmak lazım Bu denklemde "5n-10" dur. Sıcaklık'a n dersek ve "5n-10" denklemini uygularsak ötme sayısını bulurız

Şekil 20: O_1'in Problem 3'te Yaptığı Temsiller Arası Geçiş

Öğrencilerden O_2 ise cebir testi birinci sorudaki problem durumunu önce cebirsel daha sonra da grafik ile temsil etmiş ve soru çözümü için aşağıdaki grafiği oluşturmuştur.

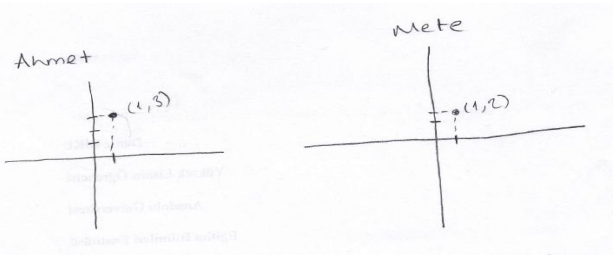


Şekil 21: O_2'nin Problem 1'de Yaptığı Temsiller Arası Geçiş

Çalışmadan elde edilen verilere göre, katılımcı öğrenciler problem çözme aşamasında konuşma dilini diğer temsil çeşitlerine (cebirsel, grafiksel ve sayısal) göre daha çok kullanmışlardır. Öğrencilerin özellikle cebirsel ve grafiksel temsil kullanımında hata yaptıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte, problemi anlamlandırma aşamasında hangi temsil çeşidini kullanacağına karar verememe buna bağlı olarak da

uygun geçişler yapamama, öğrencilerde soruları yanlış yanıtlamaya sebep olmuştur. Öğrencilerin çoklu temsil kullandırılmasının yanı sıra bu temsiller arasında dönüşümler de yaptırılmalıdır.

Temsil bilgisinin alt kategorilerinden biri de "temsili anlama, kullanma ve yorumlama" dır. Bu kategori için öğrencilerin cebir testine verdiği bütün yanıtlar incelenmiştir. Öğrencilerden Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,Y_5,O_2 verilen temsilleri anlama, kullanma ve yorumlamada problem yaşamadığı gözlemlenmiştir. O_1 kodlu öğrenci sadece bir grafik çiziminde başarısız olurken, diğer üç orta başarı düzeyine sahip öğrenciler (O_3,O_4,O_5) temsil kullanımında ve özellikle grafik temsilini anlama, kullanma ve yorumlamada oldukça zorlanmışlardır. Grafik temsilinin önemli olduğu birinci soruda sadece ilk adımı sıralı ikili şeklinde göstermiş, daha sonraki adımlar için grafiği ilerletmemiştir.



Şekil 22: O_5'in Problem 1 İçin Çizdiği Hatalı Grafik

A: *Mesela sen neyi çizdin şimdi? (1,3) noktasını göstererek neyi göstermiş oldun?*

O_5: *Ahmet'in kampanyasız fiyatını.*

A: *Kaç tane oyun için?*

O_5: *Bir.*

A: *İki tane oyun için olsaydı?*

O_5: *Hıı o zaman iki katı olurdu. 6 lira olurdu. Böyle de giderdi.*

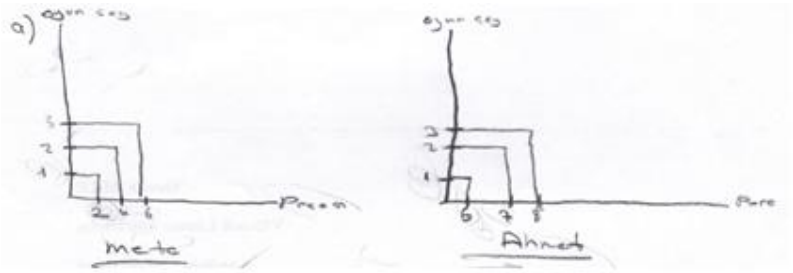
A: *Peki kampanyalıyı da çizelim o halde.*

O_5: *Yine aynı şeklide yapıyor aslında. 2 oyun için yine aynı şeyi alıyor. 5 lira peşinat alıyor.*

A: *Bunun grafiği çizilebilir mi?*

O_5: *(Deniyor) Yok zannetmiyorum.*

Yukarıdaki durumuma benzer durum O_3 kodlu öğrencide de gözlemlenmiştir.

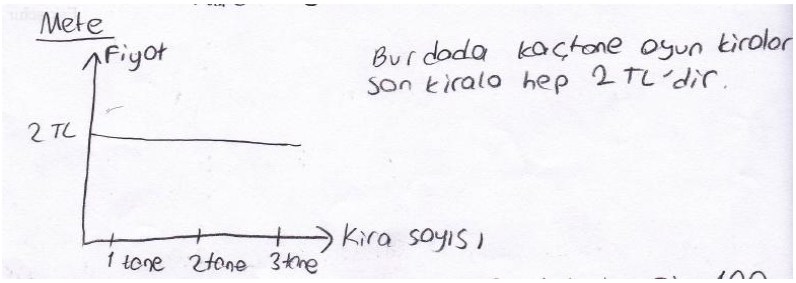


Şekil 23: O_3'ün Problem 1 İçin Çizdiği Hatalı Grafik

A: *Grafiğini nasıl çizdiğini anlatır mısın?*

O_3: *Grafiği Ahmet ile Mete'nin verdiği veriler ile ilgili çizdim. Mesela Ahmet bir videoyu 3 liraya kiralıyor daha sonra Mete video mağazası açmış o da 2 TL ye kiralıyormuş. Daha sonra Ahmet 5 lira peşinat vererek bir liraya kiralıyormuş. Buna bakarak mesela Mete de 2 lira vererek bir video alıyoruz Ahmet de 6 lira vererek bir video alıyoruz fakat ilk aldığımda Mete daha karlı görünüyor fakat Ahmet de 10 veya 15 geçtiğimizde Ahmet daha karlı oluyor.*

En sık yapılan hatalardan biri de Mete'nin her bir oyun için aldığı 2 liranın sabit bir grafik oluşturacağı fikridir. Probleme uygulanacak grafik temsilini O_1 aşağıdaki gibi çizmiştir.



Şekil 24: O_3'ün Problem 1 İçin Çizdiği Hatalı Grafik

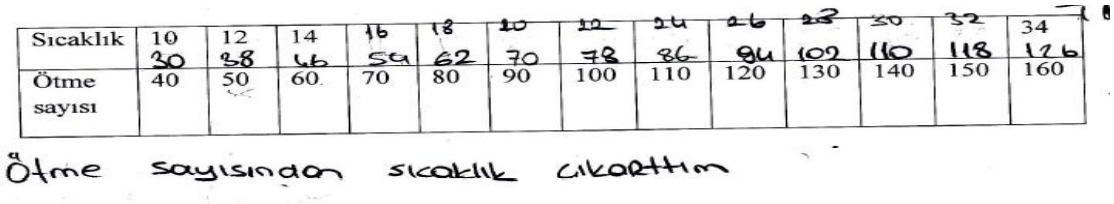
A: *Birinci soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?*

O_1: hmm birinci soruda hangi satıcı daha iyi fiyat vermektedir diyor. Ben grafiği şöyle çizdim. Ahmet ilk başta 5 lira vermek zorundasın daha sonra istediğin kadar cd alsan da 1 tl vereceksin. O yüzden böyle çizdim.

A: Peki Mete?

O_1: Mete'de de hep 2 lira. 1 tane alsan da 100 tane alsan da hep 2 lira vereceksin.

Verilen tablo temsillerini yorumlamada zorluk yaşamayan öğrenciler üçüncü sorudaki tabloyu uygun şekilde tamamlamışlardır. Farklı bir yolla tabloyu tamamlayan Y_5 ise;



Sıcaklık	10 30	12 38	14 46	16 54	18 62	20 70	22 78	24 86	26 94	28 102	30 110	32 118	34 126
Ötme sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

Ötme sayısından sıcaklık çıkarttım

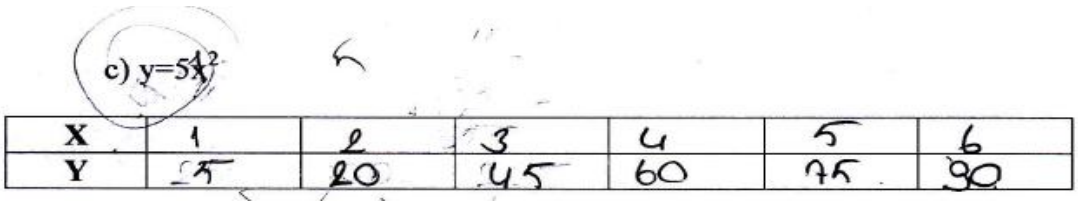
Şekil 25: Y_5'in Problem 3'e Yanıtı

A: Tabloyu nasıl tamamladığını anlatır mısın?

Y_5: Ötme sayısından sıcaklığı çıkarttım. 30, 38,46 hep 8'er fazla çıktı. Sonra ben de bunlar arasındaki farkı tamamlayarak yaptım.

şeklinde yanıt vermiştir.

Dördüncü soruda verilen tabloları tamamlamada yine zorluk yaşanmamış ancak bazı öğrenciler doğrusal olmayan denklemleri çözerken işlem hataları yapmıştır. Bu öğrencilerden biri olan O_5;



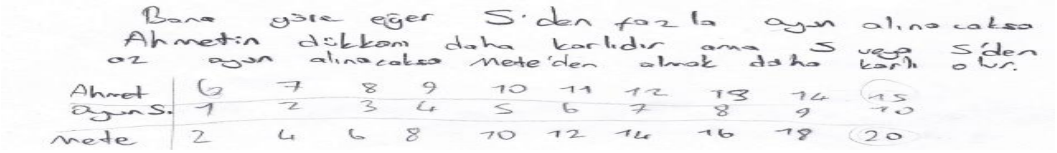
c) $y=5x^2$

X	1	2	3	4	5	6
Y	5	20	45	60	75	90

Şekil 26: O_5'in Problem 4'e Yanıtı

şeklinde sayılar aradaki farkın hep 15'er gideceğini düşünerek kontrol etmeden tabloyu tamamlamıştır.

Temsil bilgisi altında son kategori ise "temsilden özel bir durumu seçip tahmin etmede kullanma" oluşturmaktadır. Bu kategoriyle ilgili cebir testindeki (EK D) birinci sorunun b maddesi ilişkilendirilmiştir. Sadece Y_2 bu kategori için uygun görülmüştür. Soruda tek bir örneğe bağlı kalınmadan yanıt verilmesi istenmiş ve Y_2 soru için grafiksel temsili kullanmış, sözel temsilden uygun örnekler seçerek soruyu doğru yanıtlamıştır. Y_2 nin yanıtı aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Şekil 27: Y_2'nin Problem 1'e Çoklu Örnek Seçerek Verdiği Yanıt

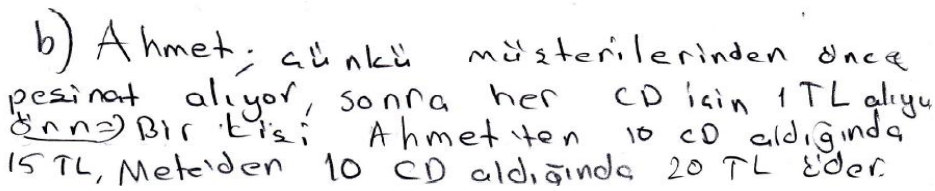
A: *Tabloda mı gösterdin?*

Y_2: *Evet. Bir tablo yaptım biraz karışık ama. Birinci oyuna direkt kampanya ile başladım 6 lira Mete'de ise 2 lira. Devam etti Ahmet 7 Mete 4. 5den fazla oyun alırsak Ahmet daha karlı. 5ten daha az alırsak Mete karlı. Aradaki fark küçülüyor gitgide. Mete'den her seferinde 2 lira çünkü.*

A: *Peki bu tablonda ya da çizdiğin grafikte veriler arasında nasıl bir ilişki var sence?*

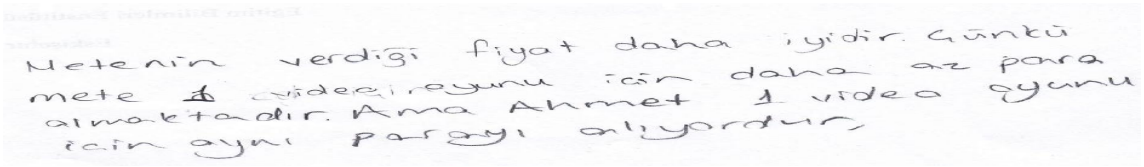
Y_2: *Yani. ıı. Bir süre sonra Mete'ye Ahmet'ten daha fazla ödüyorsunuz. Ahmet karlı gibi duruyor bana. Ben oyunu severim (gülüyor) o yüzden Ahmet'ten alırım.*

Bunun tersini sergileyen yani salt bir örnek seçtiği için yanlış sonuca ulaşan öğrencilerden O_2 ise Ahmet'i;



Şekil 28: Y_2'nin Problem 1'e Tek Örnek Seçerek Verdiği Yanıt

O_5 ise;



Şekil 29: O_5'in Problem 1'e Tek Örnek Seçerek Verdiği Yanıt

Mete'yi karlı bulmuştur.

İnsanlar problemlere daima alışageldikleri açıdan bakmaya, olayları tek bir yönüyle değerlendirmeye eğilimlidir. Görüldüğü gibi öğrencilerdeki tek boyutlu düşünme, bu alt tema için başarısız bir sonuç ortaya çıkarmıştır. Katılımcı öğrencilerdeki çok yönlü düşünme eksikliği problem çözümünü olumsuz etkilemiştir. Elde edilen bütün bulgulara bakıldığında öğrencilerin temsil bilgilerinde bazı eksiklikler görülmüştür. Katılımcı öğrenciler sözel, cebirsel, grafiksel ve sayısal temsil çeşitleri ile sınırlı kalmışlardır. Gözlemlenen bir diğer eksiklik ise öğrencilerden bazılarının cebir testindeki soruların çözümleri için uygun temsiller oluşturamamalarıdır. Orta başarı düzeyine sahip çoğu öğrenci konuşma dili temsilini kullanmaya çalışmış ancak bu, bazı soruları yanıtlamak için yeterli olmamıştır. Yine bu öğrenciler arasında grafiksel ve cebirsel temsil kullanımında sorunlar görülmüştür.

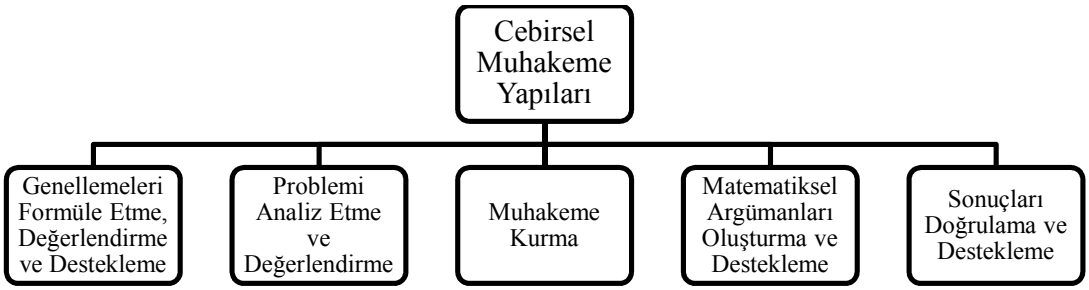
Genel bir değerlendirme yapıldığında, beş yüksek ve beş de orta başarı düzeyine sahip öğrencilerin uygun temsil kullanamama, temsiller arası geçiş yapamama ve kullanılmaya çalışılan temsili problem durumuyla ilişkilendireme gibi sorunlar yaşadığı belirlenmiştir. Orta ve yüksek başarı düzeyine sahip bazı öğrenciler problem durumu için uygun temsili seçemediğinden, başka bir temsile de geçiş yapamamışlardır. Bu eksikliklerin giderilmesi son derece önemlidir. Çünkü öğrencilerin düşüncelerini anlatmak ve problemi çözmek için kullandıkları temsiller, matematiksel bilgiyi anlama ve cebirsel düşüncenin gelişiminde oldukça önemli sayılabilir.

3.2.2. Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Bulgular

Öğrencilerdeki cebirsel muhakeme yapısını ortaya çıkarmak için katılımcı öğrenciler ile klinik görüşmeler yapılmış ve bu görüşmeler genellemeleri formüle etme değerlendirme

ve destekleme, matematiksel argümanları oluşturma, değerlendirme ve destekleme, problem durumunu analiz etme, matematiksel muhakeme kullanma ve sonuçları doğrulama ve destekleme şeklinde Şekil 30'da görüldüğü gibi beş tema altında toplanmıştır.

Belirlenen cebirsel muhakeme yapıları temaları daha detaylı incelenmiş ve katılımcı öğrencilerin yanıtlarına göre kendi içerisinde de alt temalara ayrılmışlardır. Öğrenciler kavramsal anlama düzeylerinde olduğu gibi Y (yüksek) ve O(orta) şeklinde sembolleştirilerek sunulmuştur. Katılımcı öğrenciler $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, O_1, O_2, O_3, O_4$ ve O_5 olmak üzere ait oldukları alt temalara yerleştirilmiştir.



Şekil 30: Öğrencilerinin Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına İlişkin Cebirsel Muhakeme Yapıları

3.2.2.1. Genellemeleri Formüle Etme, Değerlendirme ve Destekleme

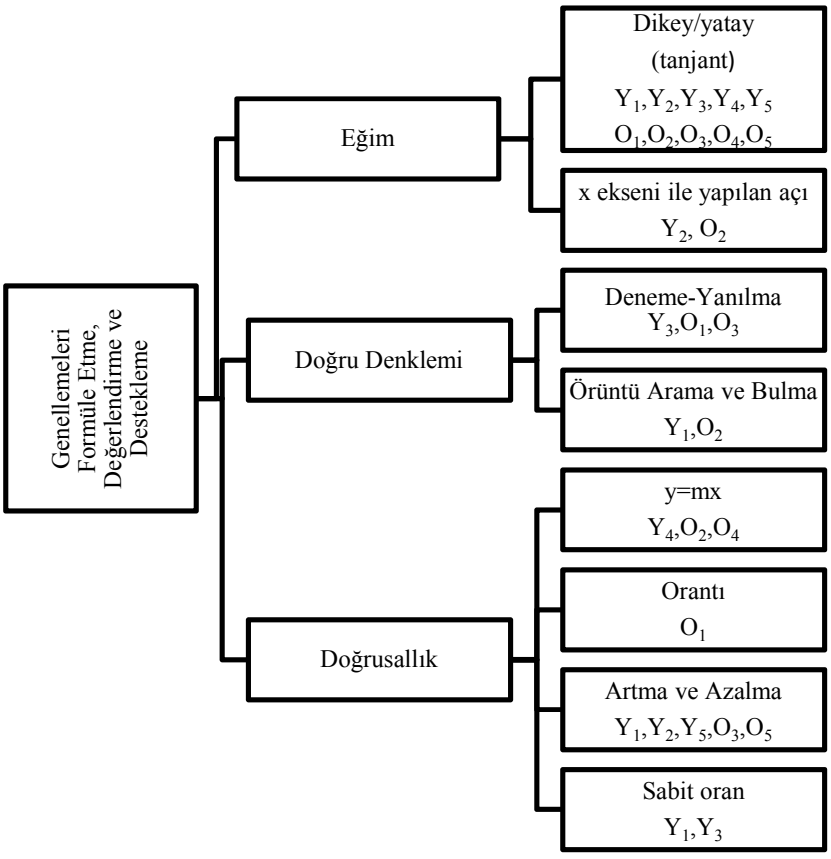
Genellemeleri, formüle etme, değerlendirme ve destekleme alt teması altında katılımcı öğrencilerin yaklaşımları Şekil 31'de gösterilmiştir.

Genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme göstergesi, cebir testindeki (EK D) üç soru ile ilişkilendirilmiş olup, bu sorular ikinci soru, üçüncü soru (d) maddesi ve dördüncü sorunun (d) maddesidir. Bu üç soru ile genel olarak *eğim*, *doğrusallık* ve *doğru denklemleri* hakkında genellemeler ve bunlar hakkında öğrencilerin yorumları incelenmiştir.

Eğim kavramına ilişkin genellemenin yapılması gereken ikinci soruyu sadece üç öğrenci Y_1, Y_2 ve Y_4 tam olarak doğru yanıtlamıştır. Bu öğrencilerden Y_4 ikinci sorudaki eğim genellemesi için şöyle bir yorumda bulunmuştur.

A: *İkinci soruya bakalım o zaman. İstersen bir oku hatırla. Sen ne yazmışsın.*

Y_4: *Hayır yoktur. Çünkü doğru aynı doğrultuda ilerlediği için noktanın koordinatları her zaman katı çıkar. Bunun nedeni, doğrunun köşelerinin hep aynı oranda artarak ilerlemesidir.*



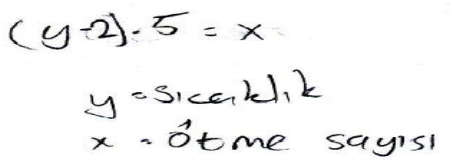
Şekil 31: Genellemeleri Formüle Etme, Değerlendirme ve Destekleme Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler

Katılımcı öğrencilerin hepsi eğim için "dikey/yatay" tanımında bulunmuştur. Bunlar arasından iki öğrenci (Y_2, O_2) ise ek olarak "x ekseni ile yaptığı açı" ifadesi ile tanımlarını güçlendirmişlerdir ancak yeterli değerlendirme ve destekleme yapamadıkları için soruyu yanlış yanıtlamışlardır. Öğrencilerde en sık görülen hata, Y_3'de de gözlemlenmiştir. Örneğin ;

A: *Seçilen noktaların önemi var mıdır? Ne dersin?*

Y_3: Evet bir önemi vardır. Çünkü seçtiğimiz noktalara göre eğim açısı, eğim yönü değişeceği için eğim de değişir.

Genellemeleri, formüle etme, değerlendirme ve destekleme göstergesi ile eşleştirilen bir diğer soru ise üçüncü sorunun (d) maddesidir. Bu soruda bir örüntü kuralının iki bilinmeyen ile genellenmesi istenmiştir. Görüşmeler incelendiğinde ise öğrencilerin genellikle "deneme –yanılma", "örüntü arama ve bulma" yöntemlerini kullandıkları görülmüş, bunlar da kategori olarak kaydedilmiştir. Doğru sonuca deneme-yanılma yöntemi ile ulaşan öğrencilerden biri olan Y_3;



Şekil 32: Y_3'ün Problem 3 İçin Bulduğu Örüntü Kuralı

A: Örüntünün genel kuralı nedir?

Y_3: (y-2).5 = x Burada y sıcaklık, x de ötme sayısı.

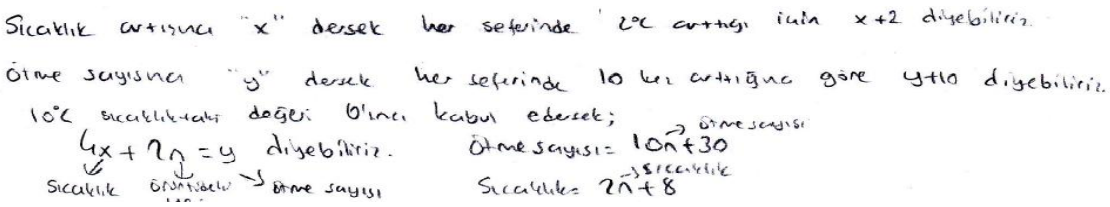
A: Peki nasıl buldun bunu?

Y_3: Sayıları deneyerek. Tablodaki sayıları denedim

Örüntü arama yoluyla soruyu çözmeye çalışan Y_1 ise şu yolu kullanmıştır. Birkaç öğrenci de bu şekilde ayrı ayrı genel terimi bulmaya çalıştığı görülmüştür. (Şekil 33).

A: Kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

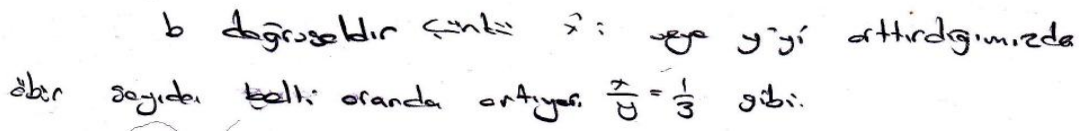
Y_1: Ayrı ayrı düşündüm. Sıcaklığa x dedim hep 2 arttığı için x+2 oldu. Ötme de 10 arttığından y+10 dedim. Ayrı denklemler buldum.



Şekil 33: Y_1'in Problem 3 İçin Bulduğu Örüntü Kuralı

Genellemeyi formüle etme, değerlendirme ve destekleme göstergesi için en son değerlendirilecek soru ise dördüncü sorunun (d) şıkkı olmuştur. Bu sorunun (i) şıkkında verilen üç denklemden hangisinin doğrusal olduğu sorulmuş, (ii) şıkkında ise öğrencilerdeki doğrusallık kavramının genellenmesi buna bağlı olarak da muhakeme yapılması istenmiştir. Şekil 31'de de görüldüğü gibi bu genellemeyi yapmaya çalışan öğrenciler incelendiğinde "sadece y=mx şeklindeki denklemlerin doğrusal olduğunu düşünme", "doğrusallığı orantı ile ilişkilendirme","artma veya azalmaya bakarak doğrusallık hakkında yorum yapma" ve "sabit orana bakarak doğrusallık hakkında yorum yapma" olarak dört kategori ortaya çıkmıştır.

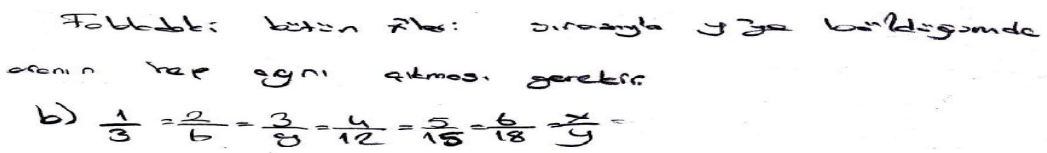
Doğrusallık kavramının sadece y=mx şeklindeki cebirsel ifade olduğunu düşünen öğrenciler (Y_4,O_2,O_4) sadece bu denklemlere odaklanmış, bunun yanında da y=mx+n şeklindeki denklemlerin doğrusal olmadığı hakkında değerlendirmelerde bulunmuşlardır. Bu fikre sahip Y_4;



Şekil 34: Y_4'ün Problem 4'e Yanıtı

A: *Hangileri doğrusaldır ya da değildir? Neden?*

Y_4: *y=3x. x ve y'yi oranladığımızda hep aynı sonuç çıkmalı. x / y oranı sabitse denklem doğrusaldır.*



Şekil 35: Y_4'ün Problem 4'e Yanıtı

şeklinde yanıt vermiştir.

İkinci alt temaya sahip olan tek öğrenci ise O_1'dir. O_1 doğrusallık hakkında genellemesini "orantı" gibi ifade etmiştir. Bu öğrenciye göre;

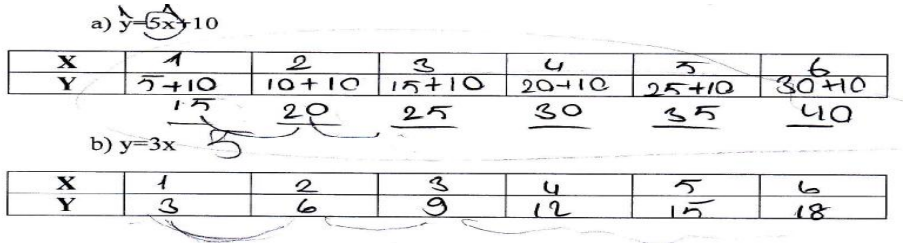
A: *Sence bu üç denklemden hangileri doğrusal?*

O_1: *Hepsi doğrusaldır. Çünkü x yerine ne yazarsam yazayım burada y çıkar. Örneğin y'ye 20 dersem $4=x^2$'den x=2 olur. y artarsa x de artar.*

A: *Hepsi için böyle midir?*

O_1: *Ben burada hepsinin bir grafiği olduğu için böyle karar verdim. Yani y yi bilirsek x'i, x'i bilirsek y'yi bu denkleme göre çizebiliriz. x'in ve y'nin bu denkleme göre değeri vardır.*

Oluşturulan bir diğer alt tema ise "artma ve azalmaya" bakarak doğrusallık hakkında genelleme yapmadır. Bu düşünceye sahip öğrenciler sabit artış miktarına odaklanarak yanıt vermeye çalışmışlardır. Bu alt kategoriyi oluşturan Y_1,Y_2,Y_5,O_3,O_5 kodlu öğrenciler doğrusallığı yinelemeli (recursive) ilişki (Tanışlı ve Kabael, 2010) olarak görmektedirler. Bu fikri özetleyen O_5;



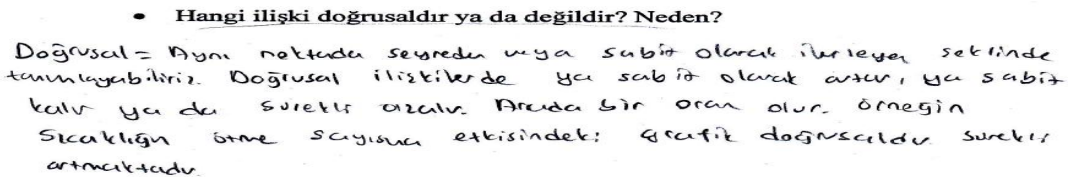
Şekil 36: O_5'in Problem 4 İçin Yaptığı Genelleme

A: *Hangilerinin doğrusal olduğuna nasıl karar verirsin?*

O_5: *a ve b doğrusaldır. Çünkü şekilde görüldüğü gibi a hep 5'er, b de hep 3 er artmıştır. Bu durum c'de yoktur. O yüzden ikisi doğrusaldır.*

şeklinde yanıt vermiştir.

Öğrencileri doğru yanıta ulaştıracak son kategori ise "sabit orana" bağlı olarak genelleme yapma kategorisidir. Sadece Y_1,Y_3'ün sahip olduğu bu muhakeme Y_1'e göre Şekil 37'deki gibidir.



Şekil 37: Y_1'in Problem 4 İçin Yaptığı Genelleme

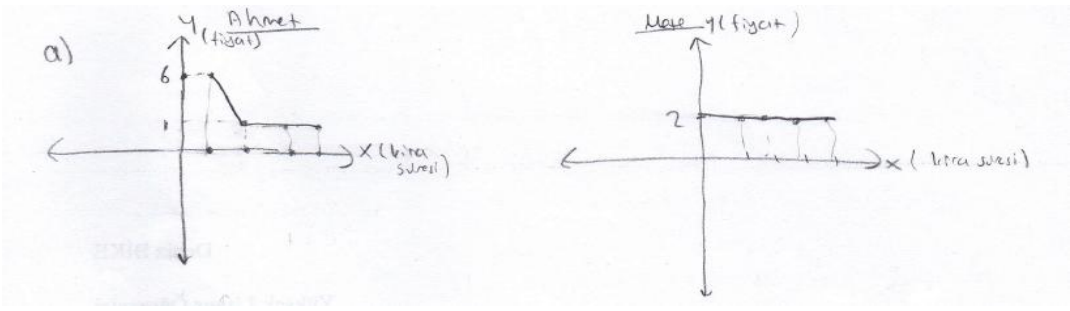
Öğrencilerinin performansları, genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme teması altında genel olarak değerlendirildiğinde yetersizlikler görülmüştür. Problem çözme aşamasında öğrencilerin büyük çoğunluğu yanlış akıl yürütmüştür. Bunun yanında yapılan açıklamalarda da eksiklikler ya da hatalar yapıldığı tespit edilmiştir. Genelleme oluşturmada, desteklemede ve değerlendirmede öğrencilerin gelişi güzel denemeler yapmaları ya da sadece belli bir özelliğe odaklanmaları da bu sürecin gerçekleşmesine engel olmaktadır.

3.2.2.2. Problem Durumunu Analiz Etme ve Değerlendirme

Öğrencilerin muhakeme yapılarını belirleme amaçlı oluşturulan *problem durumunu analiz etme ve değerlendirme* teması altında üç alt tema oluşturulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlara göre oluşan bu alt temalar Şekil 39'da görüldüğü gibi *problemi anlamama*,*problemi çözme* ve *problemi anlama ancak çözüme ulaşamama* şeklindedir.

Cebirsel muhakemeyi belirleme amaçlı oluşturulan bu tema, cebir testinde birinci soru a maddesi, üçüncü soru a, b ve c maddeleriyle ilişkilendirilmiştir.

Birinci sorunun a maddesinde bazı öğrencilerde (Y_1,O_5) problemi anlayamama buna bağlı olarak da doğru yanıta ulaşamama durumu görülmüştür. Örneğin Y_1;



Şekil 38: Y_1'in Problem 1 İçin Yanıt

A :Ne yaptın? Oyun ile para arasında mı grafik çizdin?

Y_1: Fiyatla kira süresini çizdim ben

A: Peki nasıl çizdin?

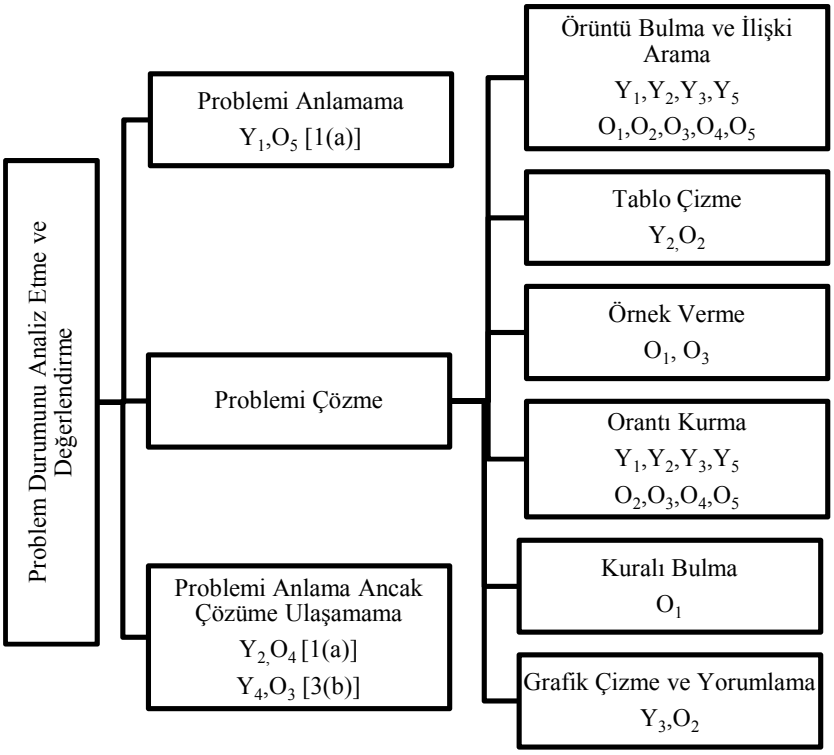
Y_1: Ahmet bir kira için 3 lira kira alıyor.

A: Bir oku istersen soruyu

Y_1: Hıhı. İlk önce şöyle düşündüm. Ahmet 3 liraya kiralıyormuş daha sonra Mete her oyunu 2 liraya kiralamaya başlamış ama şunu çizerken kampanyada 5 lira peşinat almış bir video oyunu için toplam 6 lira gibi düşündüm. Daha sonrakilerde zaten 1 liraya alacağı için daha sonra sabit çizdim.

A: Diğeri?

Y_1: Hep 2 lira. O yüzden sabit.



Şekil 39: Problem Durumunu Analiz Etme ve Değerlendirme Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler

Problemi çözmeyi başaran öğrencilerde gözlenen yöntemler ise; "örnek verme", "grafik çizme ve yorumlama", "genel kuralı bulma", "orantı kurma", "tablo çizme", "örüntü bulma ve ilişki arama" yöntemleridir. Bunlar içinde en sık kullanılan ise örüntü arama ve ilişki arama yöntemidir. Bu yöntemi kullanan öğrencilerden ($Y_1,Y_2,Y_3,Y_5,O_1,O_2,O_3,O_4,O_5$) Y_5 üçüncü sorunun a maddesini şu şekilde çözmüştür.

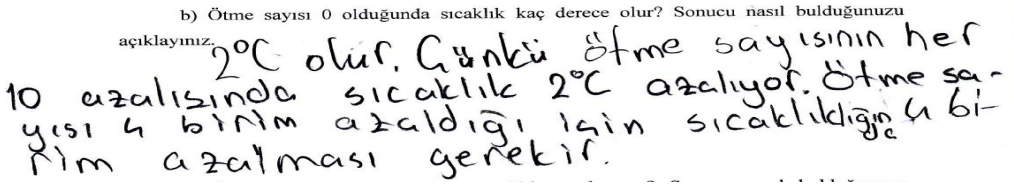
Sıcaklık	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
Ötme sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

Şekil 40: Y_5'in Problem 3 İçin Analizi ve Değerlendirmesi

A: *Tabloyu nasıl tamamladın?*

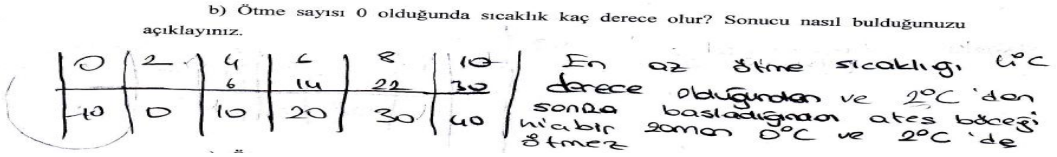
Y_5: *Sıcaklığın hep ikişer arttığını gördüm. O yüzden sıcaklığı ikişer arttırdım.*

Örüntü bulma ve ilişki arama yöntemi için kullanılan bir diğer yöntem de geriye sayarak doğru sonuca ulaşmadır. Y_3 bu yöntemi kullanan öğrencilerden biridir


b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
2°C olur. Çünkü ötme sayısının her 10 azalışında sıcaklık 2°C azalıyor. Ötme sayısı 4 birim azaldığı için sıcaklığın 4 birim azalması gerekir.

Şekil 41: Y_3'ün Problem 3 İçin Analizi ve Değerlendirmesi

Bundan sonra gelen bir diğer kategori ise tablo çizmedir. Problemi analiz etme sürecinde bu kategoriyi kullanan öğrenciler Y_2 ve O_2'dir. Üçüncü sorunun b maddesini tablo ile çözen O_2 doğru sonuca ulaşmıştır.


b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
0	2	4	6	8	10
40	0	10	20	30	40

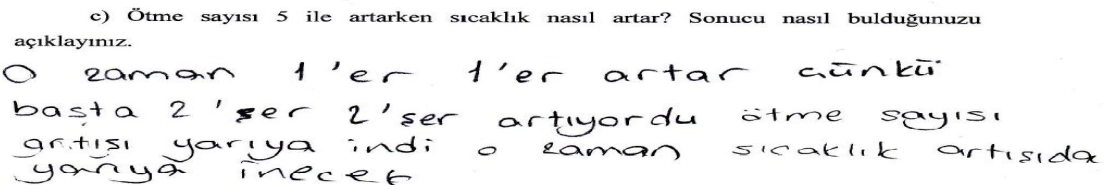
En az ötme sıcaklığı 0°C derece olduğundan ve 2°C'den sonra hiçbir ötmez başladığından aynı zamanda 0°C ve 2°C'de

Şekil 42: O_2'in Problem 3 İçin Analizi ve Değerlendirmesi

A: *b şıkkını nasıl yaptığını anlatır mısın?*

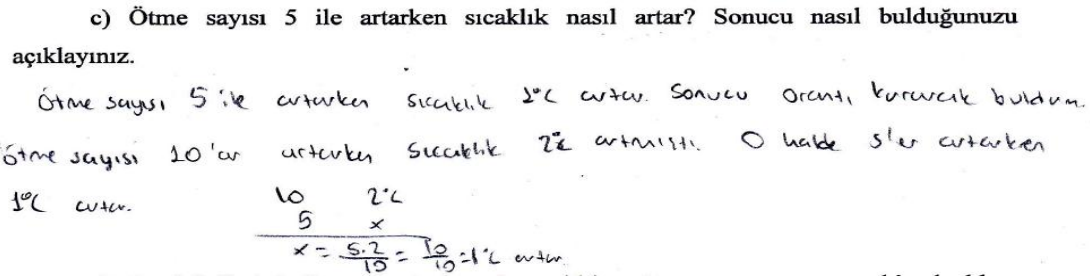
O_2: *Sıcaklık 2 azaldığında ötme sayısı 10 azalıyor. Tabloda sıcaklık 10 dereceyken ötme sayısı 40 mış. O zaman sıcaklık 2, ötme sayısı 10 azalırsa 8'e 30 olur. Böyle devam ettirirsem ötme 0 olduğunda sıcaklık 2 derece olur.*

Problem çözme aşamasında öğrencilerin kullandıkları bir diğer yöntem ise orantı kurmadır. Orantı kurma yöntemi, örüntü bulma ve ilişki arama yönteminden sonra en sık kullanılan yöntemdir. Bu yöntemi kullanan öğrencilerden (Y_1,Y_2,Y_3,Y_5,O_2,O_3,O_4,O_5) orantıyı sözel olarak ifade etmiştir.


c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
O zaman 1'er 1'er artar çünkü başta 2'şer 2'şer artıyordu ötme sayısı artışı yarıya indi o zaman sıcaklık artışıda yarıya inecek

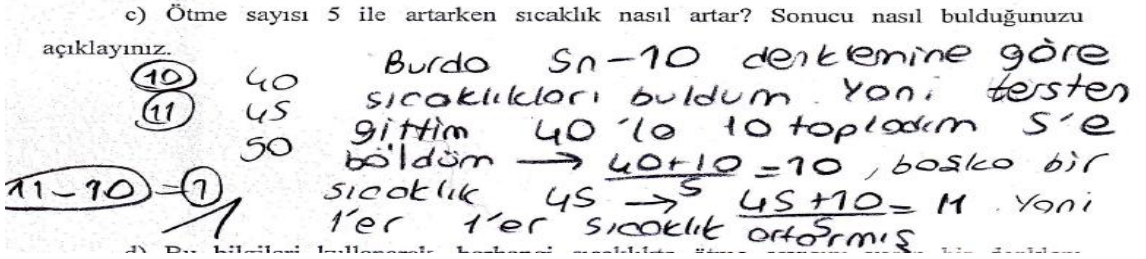
Şekil 43: Y_1,Y_2,Y_3,Y_5, O_2,O_3,O_4,O_5'in Problem 3(c) İçin Kullandıkları Çözüm Yöntemi

Y_1 ise kullandığı orantı yöntemini hem sözel hem de cebirsel ifade ederek doğru yanıta ulaşmıştır.


c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Ötme sayısı 5'ik artarken sıcaklık 1°C artar. Sonucu orantı kurarak buldum.
Ötme sayısı 10'ar artarken sıcaklık 2°C artmıştı. O halde 5'er artarken 1°C artar.
10 — 2°C
5 — x
$x = \frac{5 \cdot 2}{10} = \frac{10}{10} = 1$°C artar

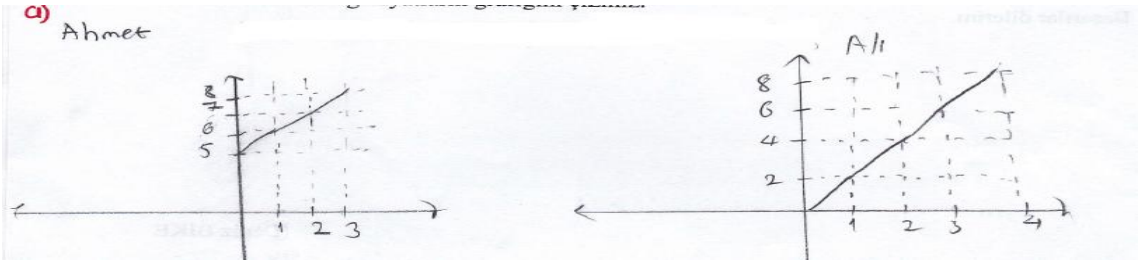
Şekil 44: Y_1'in Problem 3(c) İçin Kullandıkları Problem Çözme Yöntemi

Katılımcı öğrencilerin en zorlandıkları ve problem çözme aşamasında en son basamak olarak gördükleri yöntem ise kuralı bulma yöntemidir. Katılımcı öğrencilerden O_1 probleme direkt kural arayarak başlamış, başka da yöntem denemek istememiştir.


c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
10 — 40
11 — 45
50
Burda Sn−10 denklemine göre sıcaklıkları buldum. Yani testen gittim 40'la 10 topladım 5'e böldüm → 40+10 = 10, başka bir sıcaklık 45 → 45+10 = 11. Yani 1'er 1'er sıcaklık artarmış
11 − 10 = 1

Şekil 45: O_1'in Problem 3(c) İçin Kullandıkları Problem Çözme Yöntemi

Öğrencileri problem çözme aşamasında doğru sonuca ulaştıran bir diğer yöntem ise grafik çizme ve yorumlama yöntemidir. Öğrencilerden Y_3 ve O_2 de bu yöntemi doğru kullanarak soruyu yanıtlamışlardır. Bu öğrencilerden Y_3;



Şekil 46: Y_3'ün Problem 1(a) İçin Çizdiği Grafik

A: *Şimdi grafiği nasıl çizdiğini anlatır mısın?*

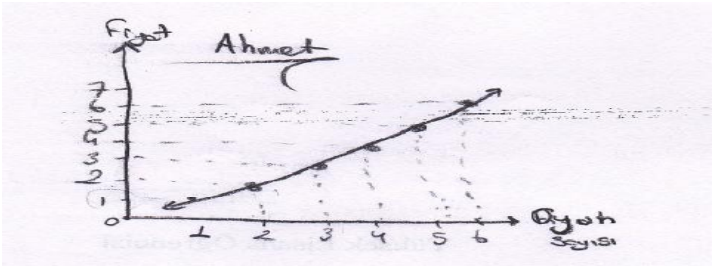
Y_3: *Önce Ahmet'in grafiğini çizdim. İlk başta 5 lira peşinat aldığı için grafiği 5ten başlattım. Sonra her oyunu 1er liraya kiraladığı için birer birer arttı. Ali ise...*

A: *Yalnız Ahmet ile Mete var. Sanırım Ali derken Mete demek istemişsin.*

Y_3: *Hı evet. Mete ise her oyunu 2 liraya kiraladığı için ikişer ikişer arttırdım. Böyle bir grafik çıktı ortaya.*

şeklinde yanıt vermiştir.

Problem durumunu analiz etme ve değerlendirme temasının bir alt temasını ise problemi analiz eden ancak çözüme ulaşamayan öğrenciler oluşturmaktadır. Bu öğrencilerde problemi anladıkları hissedilmiş ancak çözüm aşamasında işlem hatası ya da yanlış temsil seçme gibi hatalar görülmüştür. Örneğin birinci sorunun a maddesine O_4 aşağıdaki gibi yanıt vermiştir



Şekil 47: O_2'ün Problem 1(a) İçin Çizdiği Grafik

A: *Birinci sorudan ne anlıyorsun?*

O_4: *Ahmet önce video oyununu 3 liraya kiralıyor fakat Mete gelince kampanya yaparak 5 lira peşinat sonra da 1 lira almaya başlıyor. Mete ise hep 2 lira.*

A: *Peki Ahmet'in grafiğini nasıl çizersin.*

O_4: *İlk olarak 5 lira peşinat alıyor ama bunu grafikte çizmiyorum.*

Öğrencilere problem çözme becerisini kazandırmak kadar öğrencilerin problemi analiz etme aşamasını gözlemlemek de bir o kadar önemlidir. Çünkü öğrencilerdeki matematiksel problemleri analiz edebilme yeteneği ne kadar iyiyse, muhakeme etme beceri de bir o kadar iyi olmaktadır. Elde edilen bulgulara bakıldığında problem durumunu analiz etme ve değerlendirme aşamasında öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar, çözüm sürecindeki hatalardan daha çok problemin yetersiz tanımlanmasından ya da yanlış anlaşılmasından kaynaklanmaktadır. Bunun yanında katılımcı öğrencilerden problemi anlayıp çözüm aşamasında hata yapan öğrencilerden bir kaçı, değerlendirme aşamasında hatasını görmüş ve gerekli düzenlemeler yapmışlardır. Bu da değerlendirme basamağının önemini göstermektedir.

3.2.2.3. Muhakeme Kurma

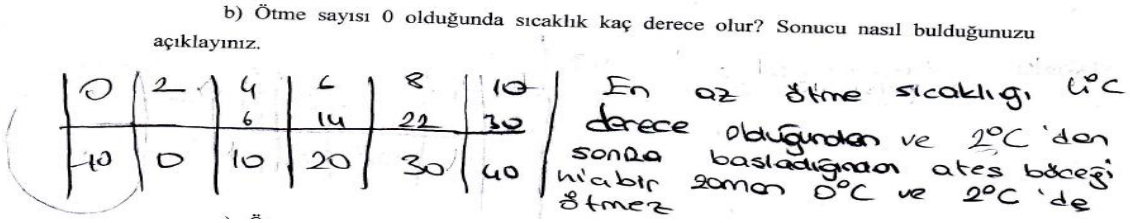
Öğrencilerin cebirsel muhakeme yapılarını ortaya çıkarmak için *muhakeme kurma* teması altında öğrencilerin kağıtları incelenmiş,

Şekil 49'da görüldüğü gibi, *tümevarımsal* ve *tümdengelimsel muhakeme* olmak üzere iki alt tema belirlenmiştir. Tümevarımsal muhakeme kullanan öğrencilerin ise "yinelemeli" (recursive), "belirgin" (explicit) ve "orantısal ilişki" kurmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir.

Muhakeme kurma teması cebir testinde üçüncü soru b, c, d ve dördüncü soru a, b, c ve d maddeleri ile ilişkilendirilmiştir. Çalışmada tümevarımsal muhakeme, belirli bir durumdan yola çıkarak genellemeler geliştirilmesi olarak yorumlanmıştır. Bunun altında yer alan yinelemeli ilişki bir önceki adımdan bir sonraki adımın elde edilmesi yani sonraki adımın bulunabilmesi için önceki adımın kullanılması; belirgin ilişki genel terimin bulunmaya çalışılması; orantısal ilişki ise orantıyı kullanabilme yeteneği olarak

belirlenmiştir. Bunlardan ayrı olarak tümdengelimsel muhakeme ise genel bir durumdan özel bir duruma inilebilmesi olarak yorumlanmıştır.

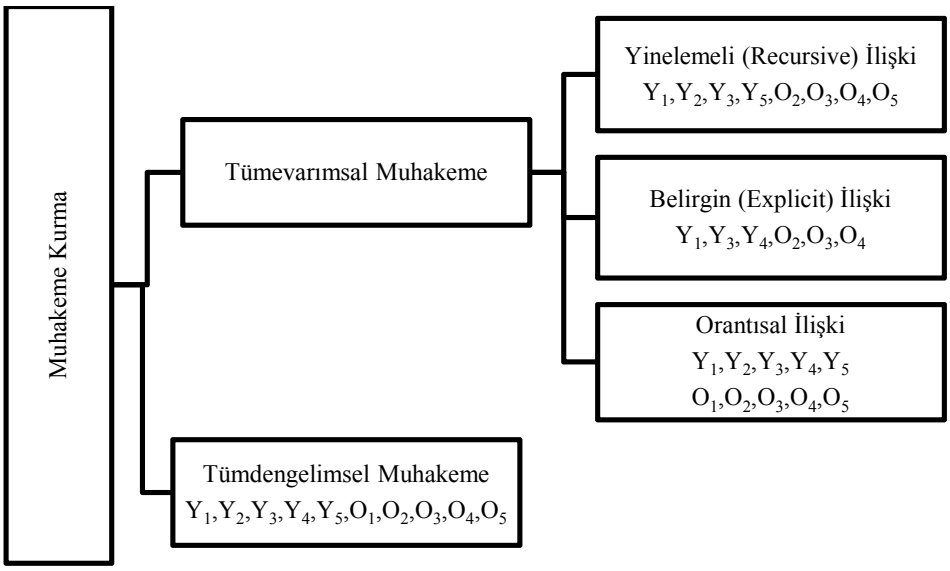
Soru çözümünde tümevarımsal muhakemenin kategorisi olarak belirlenen yinelemeli (recursive) ilişkiyi tercih eden Y_5 önce belli bir durumu ele almış ve ona bağlı olarak yorum yapmıştır.(Şekil 48)



Şekil 48: Y_5'in Problem 3(b) İçin Yaptığı Muhakeme

A: *B şıkkını nasıl çözdüğünü anlatır mısın?*

Y_5: *Sıcaklık 2 azaldığında ötme sayısı 10 azalıyor. Tabloda sıcaklık 10 dereceyken ötme sayısı 40 mış. O zaman sıcaklık 2, ötme sayısı 10 azalırsa 8'e 30 olur. Böyle devam ettirirsem ötme 0 olduğunda sıcaklık 2 derece olur.*



Şekil 49: Muhakeme Kurma Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler

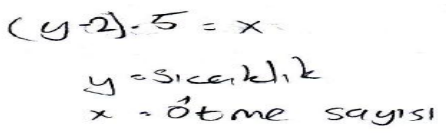
Belirlenen sorularda genel terimi bularak yanıta ulaşmayı tercih eden Y_2 ise belirgin ilişki yöntemini kullanmıştır.(Şekil 50)

A: *Örüntünün genel kuralı nedir?*

Y_3: *(y-2).5 = x Burada y sıcaklık, x de ötme sayısı.*

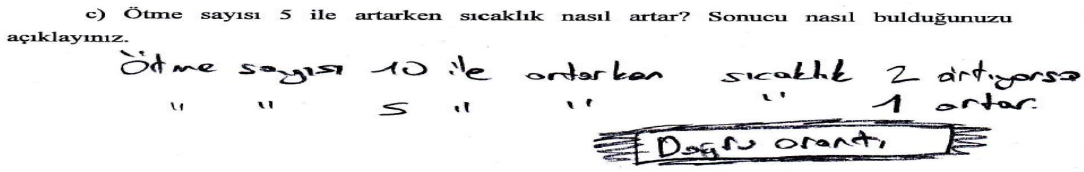
A: *Peki nasıl buldun bunu?*

Y_3: *Sayıları deneyerek. Tablodaki sayıları denedim.*



Şekil 50: Y_2'nin Problem 3(d) İçin Yaptığı Muhakeme

Değerleri karşılaştırma yoluna giden ve bu yüzden orantısal ilişkiyi kullanan Y_2 de;



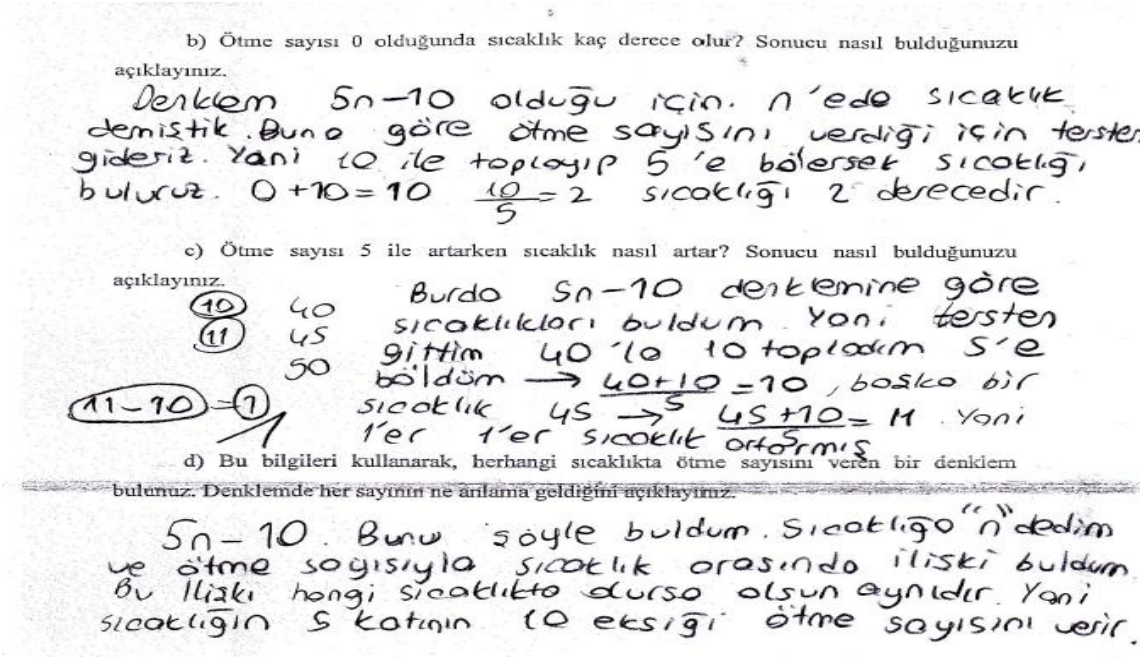
Şekil 51: Y_2'nin Problem 3(c) İçin Yaptığı Muhakeme

A: *Önce bu soruyu nasıl çözdüğünü açıklar mısın?*

Y_2: *Ötme sayısı 10 arttığında sıcaklık 2 artar. Eğer x diyeyim (orantı kuruyor) buraya sıcaklık x artarsa ötme sayısı 5 kadar artarmış oranlarsam sıcaklık 1 derece çıkar. Doğru orantı var burada.*

şeklinde yanıt vermiştir.

Bunlar dışında sadece O_1 ilk soruda genel terimi bulmuş ve bütün soruları bu formülle çözerek tümdengelimsel muhakemeyi kullanmıştır. O_1'in yanıtı ayrıntılı olarak aşağıda örnek olarak sunulmuştur;


b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Denklem 5n−10 olduğu için. n'ede sıcaklık demiştik. Buna göre ötme sayısını verdiği için tersten gideriz. Yani 10 ile toplayıp 5'e bölersek sıcaklığı bulurız. 0+10=10 $\frac{10}{5}=2$ sıcaklığı 2 derecedir.

c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

10 40
11 45
50

11−10=1

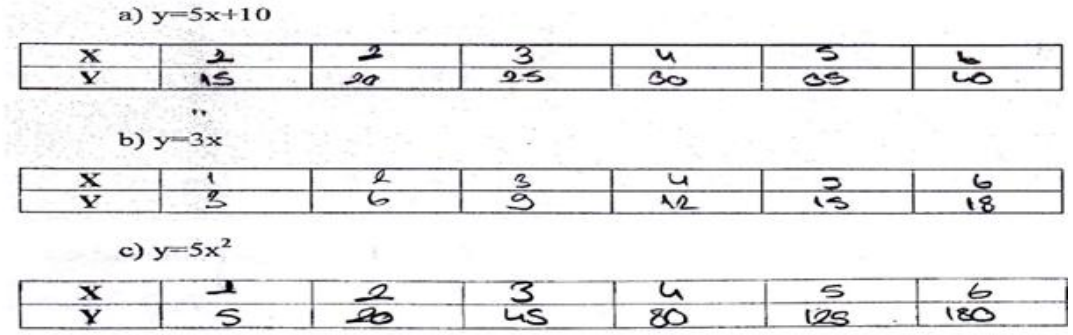
Burda 5n−10 denkleme göre sıcaklıkları buldum. Yani tersten gittim 40'la 10 topladım 5'e böldüm → $\frac{40+10}{5}=10$, başka bir sıcaklık 45 → $\frac{45+10}{5}=11$. Yani 1'er 1'er sıcaklık artmış

d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir denklem bulunuz. Denklemde her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız.

5n−10. Bunu şöyle buldum. Sıcaklığa "n" dedim ve ötme sayısıyla sıcaklık arasında ilişki buldum. Bu ilişki hangi sıcaklıkta dursa olsun aynıdır. Yani sıcaklığın 5 katının 10 eksiği ötme sayısını verir.

Şekil 52: O_1'in Problem 3(b,c,d) İçin Yaptığı Muhakeme

Dördüncü soruda ise katılımcı öğrencilerin hepsi (birkaç işlem hatası hariç) soruları tümdengelimsel muhakemeyi kullanarak yanıtlamaya çalışmışlardır. Bu öğrencilere örnek olarak O_4,x'e değer vererek y'yi bulmuştur.


a) y=5x+10

X	1	2	3	4	5	6
Y	15	20	25	30	35	40

b) y=3x

X	1	2	3	4	5	6
Y	3	6	9	12	15	18

c) $y=5x^2$

X	1	2	3	4	5	6
Y	5	20	45	80	125	180

Şekil 53: O_4'in Problem 3(a,b,c) İçin Yaptığı Muhakeme

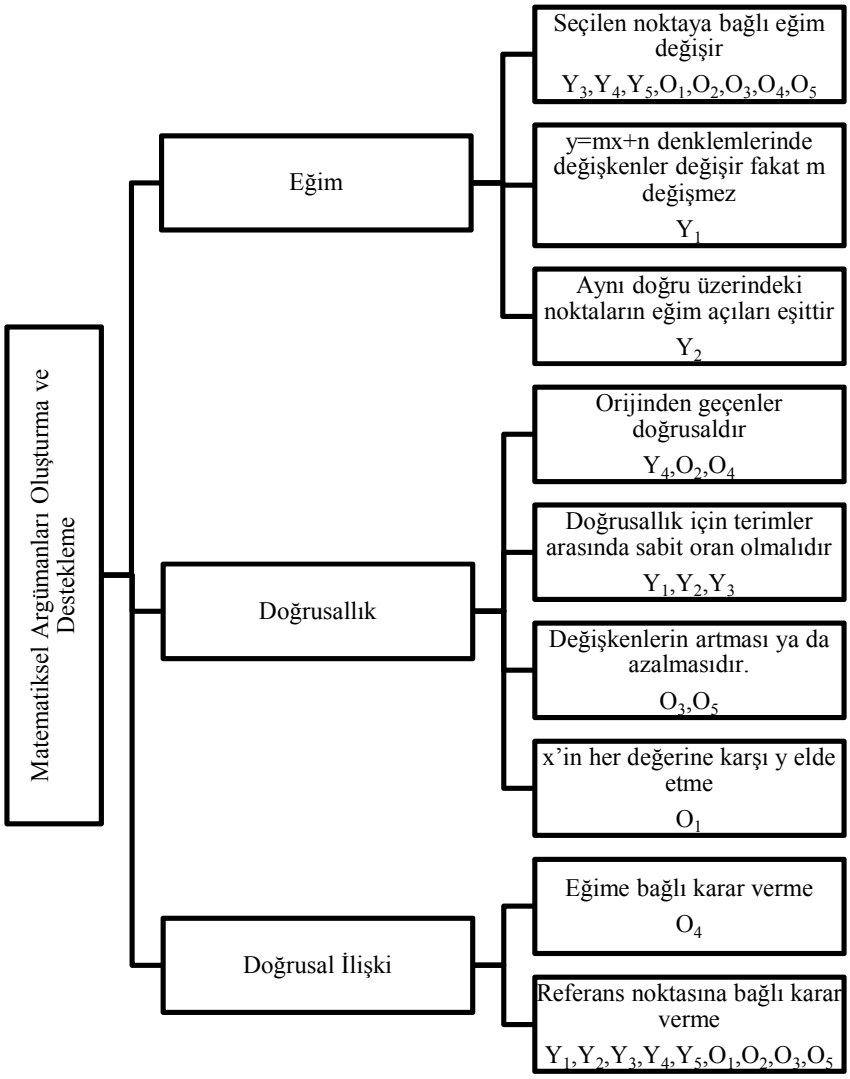
Genel olarak kullanılan çözüm stratejileri incelendiğinde, öğrencilerin farklı soru türleri için farklı çözüm stratejilerine, buna bağlı olarak da farklı muhakeme yöntemlerine başvurdukları gözlenmiştir. Muhakeme yapılarını geliştirici stratejiler

doğru belirlenmez ise öğrencilerde var olan bu yapılar zamanla yok olabilmekte ve öğrenciler ezbere eğitimi benimseyebilmektedirler.

3.2.2.4. Matematiksel Argümanları Oluşturma ve Destekleme

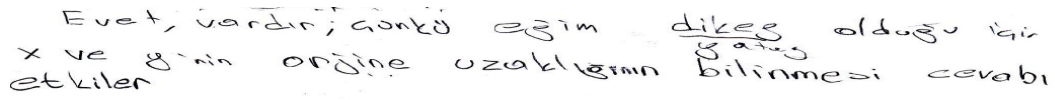
Matematiksel argümanları oluşturma ve destekleme teması altında katılımcı öğrencilerin yaklaşımları Şekil 54'de verilmiştir. Diğer temalarda olduğu gibi belirlenen yaklaşımları kullanan öğrenciler sembolleştirilerek ifade edilmiştir.

Matematiksel argümanları oluşturma ve destekleme teması cebir testindeki (EK D) birinci sorunun (b) maddesi, ikinci soru ve dördüncü sorunun (d) maddesi ile ilişkilendirilmiştir. Öğrencilerden bu üç soruda genel olarak *eğim*, *doğrusallık* ve *doğrusal ilişki* hakkında argüman oluşturmaları istenmiştir. İlk olarak eğim kavramı incelendiğinde öğrencilerin üç farklı argüman sundukları gözlemlenmiştir. Bu alt tema oluşumunu sağlayan argümanlar; "seçilen iki noktaya bağlı olarak eğim değişir", "aynı doğru üzerindeki noktaların eğim açıları eşittir" ve "y=mx+n denklemlerinde değişkenler değişir ancak m değişmez" şeklinde belirlenmiştir. Katılımcıların çoğu soru çözümünde seçilen noktaya bağlı olarak eğimin değişeceği yaklaşımıdır.



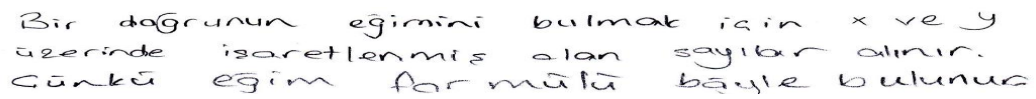
Şekil 54: Matematiksel Argümanları Oluşturma ve Destekleme Temasına İlişkin Oluşturulan Alt Temalar ve Kategoriler

Bu kategorinin oluşmasını sağlayan $Y_3,Y_4,Y_5,O_1,O_2,O_3,O_4,O_5$ kodlu öğrencilerden O_4, x ve y'nin alacağı değere göre eğimin etkileneceğini belirtmiştir. O_4, bu durumu;



Şekil 55: O_4'ün Problem 2 İçin Oluşturduğu Argüman

şeklinde ifade ederken aynı argümanı oluşturan O_5 de,



Şekil 56: O_5'in Problem 2 İçin Oluşturduğu Argüman

şeklinde açıklamada bulunmuştur. Bu öğrenciler sadece formül ve değişken üzerine düşünmüşler ve soru çözümü için gerekli argümanı oluşturamamışlardır.

Sadece bir öğrencinin (Y_1) eğim hakkında ortaya attığı argüman y=mx+n şeklindeki denklemlerde değişkenler değişse de eğimin sabit kalacağıdır. Y_1 eğimi denklem olarak düşünüp ona bağlı olarak argüman oluşturmuştur. Örneğin;

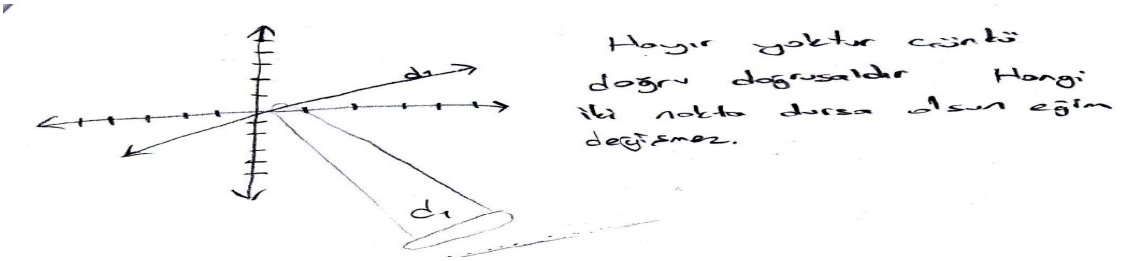
A: *Nasıl düşündüğünü açıklar mısın?*

Y_1: *Doğrunun eğimi bulunurken o açının karşısındaki kenar uzunluğu bitişiğindeki kenar uzunluğuna bölünür. Yani tanjantı bulunur. y=mx+c olarak düşünürsek x'in ve y'nin değerleri vardır, orantılıdır ve m değişmez.*

Öğrencilerden Y_2 ise, aynı doğru üzerindeki noktaların eğim açılarının eşit olduğunu ileri sürerek sadece onun bulduğu bir kategori oluşturulmasına neden olmuştur. Y_2' nin yanıtı aşağıda sunulmuştur (Şekil 57);

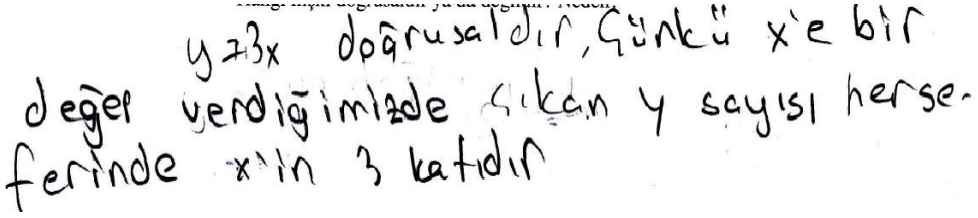
A: *İkinci soru hakkında ne düşünüyorsun?*

Y_2: *Bence yoktur çünkü bir doğru noktalardan oluşur. Noktalar çok sıklaşırsa bir doğru olur. Bu noktaların hepsi aynı doğru üzerindedir. Bunlardan bunun ya da bunun (gösteriyor) seçilmesi aynıdır. Çünkü birbirlerine göre açıları aynıdır.*



Şekil 57: Y_2'nin Problem 2 İçin Oluşturduğu Argüman

Matematiksel argümanlar oluşturma ve destekleme teması altında incelenen bir diğer kavram da *doğrusallık* kavramıdır. Bununla ilgili öğrenci yanıtları incelenmiş ve dört adet kategori oluşturulmuştur. Bu kategori oluşturan argümanlar "orijinden geçenler doğrusaldır", "doğrusallık için terimler arasında sabit oran olmalıdır", "değişkenlerin artması ya da azalmasıdır" ve " x değişkeninin her değerine karşılık y değeri elde etme" şeklinde belirlenmiştir. Bunlardan ilki orijinden geçen doğruların doğrusal olduğu argümanıdır. Bu argümanı ortaya atan öğrenciler Y_4,O_2,O_4 olmuşlardır. Bu öğrencilerden O_2;



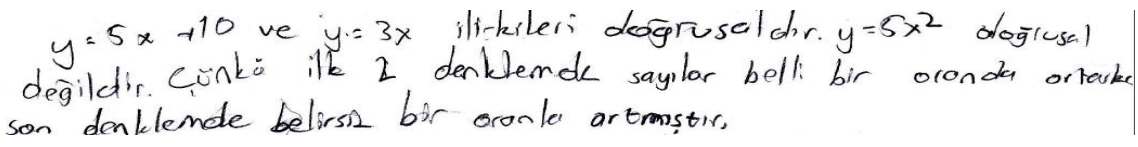
Şekil 58: O_2'nin Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman

gibi matematiksel bir argüman oluşturarak sadece x'e değer verildiğinde çıkan y'nin, x'in bir katı olması gerektiğini, ancak bu şekilde doğrusal olabileceğini belirtmiştir. Aynı fikre sahip O_4 ise durumu sözel olarak ifade etmiştir. O_4;

A: *Şimdi sana y=3x+10 doğrusal mı diye sorsam ne dersin?*

O_4: *Orijinden geçiyorsa doğrusal, geçmiyorsa doğrusal değildir. Bu orijinden geçmediği için doğrusal değildir.*

Doğrusallık kavramı altında oluşan bir diğer kategori ise "doğrusallık için terimler arasında sabit oran olmalıdır" kategorisidir. En yüksek başarı düzeyine sahip (Y_1,Y_2,Y_3) öğrencilerin oluşturduğu bu kategoride Y_3 argümanını aşağıdaki gibi oluşturmuştur.



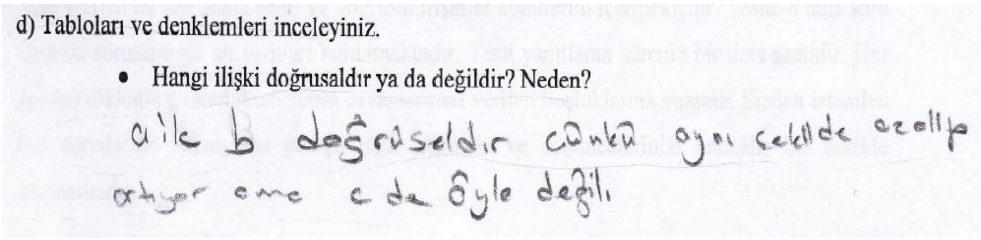
Şekil 59: Y_3'ün Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman

A: *$y=5x^2$ neden belli bir oranla artmamıştır?*

Y_3: *Çünkü c ikinci dereceden denklem, karesi var. Kare oldumu işler değişir. Sabit oranla artmaz.*

Yukarıdaki yorumu yapan Y_3 ikinci dereceden denklemlerin doğrusal olmayacağını belirtmiştir.

Doğrusallığı "değişkenlerin artması ya da azalmasına" bağlayarak başka bir kategori oluşmasını sağlayan O_3 ve O_5 den O_3, argümanını şu şekilde oluşturmuştur.


d) Tabloları ve denklemleri inceleyiniz.

- Hangi ilişki doğrusaldır ya da değildir? Neden?

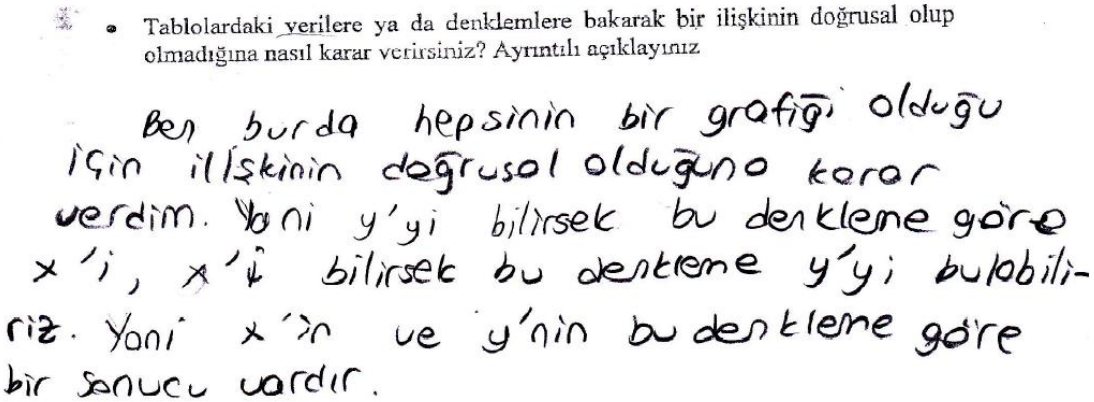
a ile b doğrusaldır çünkü aynı şekilde azalıp artıyor ama c de öyle değil.

Şekil 60: O_3'ün Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman

A: *Aynı şekilde artıp azalıyor derken ne demek istedin?*

O_3: *a şıkkında hep 5, b şıkkında da hep 3 artıyor. Bu yüzden a ve b aynı şekilde artıp azalıyor dedim. Yani bunlar doğrusal.*

Tek başına bir kategori oluşmasını sağlayan O_1 ise x değişkeninin her değerine karşılık bir y değişkeninin olmasını doğrusallıkla tanımlamış ve aşağıdaki argümanı oluşturmuştur.


- Tablolardaki yerilere ya da denklemlere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Ayrıntılı açıklayınız

Ben burda hepsinin bir grafiği olduğu için ilişkinin doğrusal olduğuna karar verdim. Yani y'yi bilirsek bu denkleme göre x'i, x'i bilirsek bu denkleme y'yi bulabiliriz. Yani x'in ve y'nin bu denkleme göre bir sonucu vardır.

Şekil 61: O_5'in Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman

Matematiksel argüman oluşturma ve destekleme temasını incelemek için seçilen *doğrusal ilişki* kavramına ait kategoriler ise, "eğime bağlı karar verme" ve "referans noktasına bağlı karar verme" olmak üzere iki şekilde belirlenmiştir. Sadece bir öğrenci (O_4) eğime bağlı karar verirken diğer dokuz öğrenci ($Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, O_1, O_2, O_3, O_5$) referans noktasına bağlı olarak argüman oluşturduğu gözlemlenmiştir. Eğime bağlı olarak argüman oluşturan O_4;

A: *Bize b şıkkında hangi satıcının daha karlı olduğu soruluyor. Ne dersin?*

O_4: *Ahmet'in kampanyası nedeniyle Ahmet daha iyidir. Çünkü 5 lira verdikten sonra her bir oyun için 1 lira, Mete ise her bir oyun için 2 lira istiyor.*

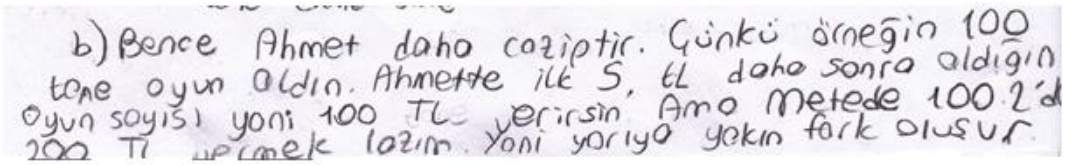
A: *Ahmet'in karlı olduğunu ispatla dersem ne dersin?*

O_4: *ıuı şöyle. Ahmet'in kampanyasındaki eğim ile Mete'nin kampanyasındaki eğimi karşılaştırdığımızda Ahmet'in kampanyasının eğimi 1. Yani eğimi küçük olan en iyidir, eğimi büyük olan en fazladır.*

A: *Bu sebepten Ahmet'in daha karlı olduğunu düşünüyorsun?*

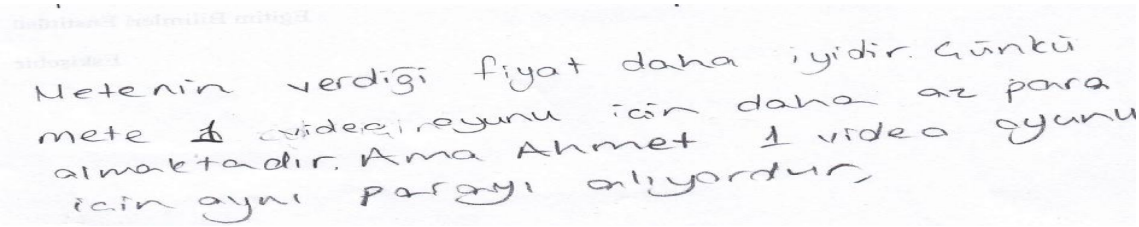
O_4: *Evet.*

argümanını ortaya atarken, diğer dokuz öğrenci arasından Y_1;



Şekil 62: Y_1'ün Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman

şeklinde ve yine aynı argümanı oluşturup daha farklı yanıt veren Y_5 ise;



Şekil 63: Y_5'in Problem 4 İçin Oluşturduğu Argüman

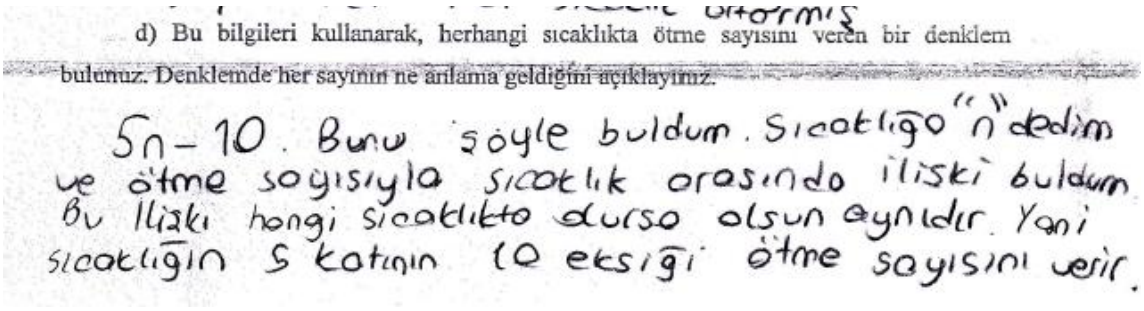
şekilde açıklamada bulunmuştur. Görüldüğü gibi öğrencilerin tek bir noktaya bağlı yorum yaptıkları görülmüş buna bağlı olarak da daha detaylı argüman oluşturamadıkları gözlemlenmiştir.

Eğitimde düşünmenin ve düşünmenin geliştirilmesi yadsınamayacak bir gerçektir. Öğrenciler sadece teorik bilgi içinde kalmayıp, muhakeme ve sorgulama etkinliklerine yönlendirilirse, salt bilgi alıcısı olmaktan ayrılarak anlamlı öğrenmeye yönelebilmektedir. Çeşitli argümanlar ortaya atabilme de anlamlı öğrenmeyi destekleyebilmektedir.

Bulgular incelendiğinde öğrenciler yeterli ve doğru bir matematiksel argüman geliştirememektedir. Özellikle eğim ve doğrusallık konuları hakkında öğrenciler fikirleri yapılandırmakta, karşı argüman oluşturmada ve savunmada yetersiz kalmaktadırlar Bu durum ise öğrencilerin muhakeme güçlerini de olumsuz etkileyebilmektedir.

3.2.2.5. Sonuçları Doğrulama ve Destekleme

Sonuçları doğrulama ve destekleme teması cebir testinin (EK D) üçüncü sorusunun d maddesi ile eşleştirilmiştir. Katılımcı on öğrenci ile yapılan klinik görüşmeler sonunda sadece iki öğrenci (O_1,O_2) bu soruyu doğru yanıtlayabilmiştir. Bu iki öğrenci de cebirsel temsil kullanarak soru çözümüne ulaştıkları için ayrı bir alt temaya gereksinim duyulmamıştır. Bu iki öğrenciden birisi olan O_1;


d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir denklem bulunuz. Denklemde her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız.

5n − 10. Bunu şöyle buldum. Sıcaklığa "n" dedim ve ötme sayısıyla sıcaklık arasında ilişki buldum. Bu ilişki hangi sıcaklıkta dursa olsun aynıdır. Yani sıcaklığın 5 katının 10 eksiği ötme sayısını verir.

Şekil 64: O_1'in Problem 3(d) İçin Yanıtları

şeklinde bulduğu cebirsel ifade ile (Şekil 64), O_2 ise;

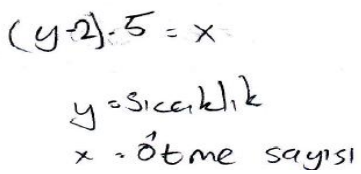
A: Peki bu kural hepsi için geçerli mi?

O_2 *Kontrol edelim. Sıcaklık 10 olursa (10-2).5 = 8.5= 40 doğru sonucu verdi. Ötme sayısı 40.*

A: *Ya diğer adım?*

O_2: *Sıcaklık 12 olduğunda (12-2).5 =50 yine oldu demek ki kural bu.*

d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir denklem bulunuz. Denklemde her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız.



Şekil 65: O_2'nin Problem 3(d) İçin Yanıtları

şeklinde sonuçlarını doğrulama ve destekleme yoluna gitmişlerdir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırmada kullanılan yöntemle elde edilen bulgular ve yorumların değerlendirilmesiyle ulaşılan sonuçlara, sonuçların alan-yazında bulunan benzer araştırma bulgularıyla ilişkilendirilerek tartışılmasına, gerçekleştirilen araştırmaya ve ileride yapılabilecek araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuç

4.1.1. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nicel Sonuçlar

- Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin cebir testinden aldıkları toplam puanlar bağlamında, öğrencilerin genel olarak düşük düzeyde, bazılarının orta düzeyde ve çok az öğrencinin de yüksek düzeyde başarılı olduğu görülmüştür.

- Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeyleri cebir testinde yer alan her bir problem bağlamında ele alındığında ise şu sonuçlara ulaşılmıştır.

    - Gerçek yaşam durumunu grafik temsiline dönüştürebilme, ilişkiyi ifade edebilme, elde edilen çözümleri problem durumuyla ilişkilendirip yorumlayabilme göstergelerinin beklendiği problemlerde genel olarak öğrencilerin çoğunluğunun düşük başarı düzeyinde, çok az öğrencinin orta ve yüksek başarı düzeyinde yer aldığı görülmüştür.
    - Problem durumunu analiz edebilme ve değerlendirebilme, argüman oluşturabilme, varsayımda bulunabilme, genellemeye ulaşabilme, bir ilişkiyi sembolik, grafik ve tablo temsillerine dönüştürebilme ve temsiller arası geçiş yapabilme göstergelerinin beklendiği problemlerde ise genel

olarak öğrencilerin çoğunluğunun düşük başarı düzeyinde, çok az öğrencinin yüksek başarı düzeyinde yer aldığı saptanmıştır. Diğer taraftan tablo temsili kullanılabilme ve sembolik temsilden tablo temsiline geçiş yapabilme problemlerinde ise yüksek başarı düzeyine sahip bazı öğrencilerin başarılı olduğu da görülmüştür.

4.1.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nitel Sonuçlar

Klinik görüşmeye katılan öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarına ilişkin sonuçlar iki alt başlık altında açıklanmıştır.

4.1.2.1. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Yapılarına İlişkin Nitel Sonuçlar

Klinik görüşme yapılan öğrencilerinin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik kavramsal anlama yapılarına ilişkin sonuçlar sırasıyla bu kavramları tanıma ve anlama/anlamama ve bu kavramlara ilişkin temsil bilgisi alt başlıklarıyla açıklanmıştır.

- Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarını Tanıma ve Anlama/Anlamama;
  - Genel olarak öğrencilerin sadece y=mx şeklinde orijinden geçen doğruların doğrusal olduğunu, y=mx+n şeklindeki doğruların ise doğrusal olmadığını düşündükleri görülmüştür.
  - Değişkenler arasında sabit bir artma ya da azalma durumuna göre doğrusallığı savunabilen öğrencilerin yanı sıra, doğrusal ilişki kavramı hakkında çeşitli kavram yanılgılarına sahip öğrenciler olduğu da ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin yaşadıkları kavram yanılgılarından biri, doğrusal ilişki kavramının "doğru orantı" olarak düşünülmesidir. Bu öğrencilere göre sabit bir orana bakılmaksızın bir değer artarken/azalırken diğer değerin de artması/azalması yeterlidir. Öğrencilerde görülen bir diğer kavram yanılgısı

ise değişkenleri oranlayarak doğrusallık hakkında yorum yapılmaya çalışılmasıdır. y/x ya da x/y oranlarından x/y tamamen hatalıyken y/x sadece y=mx şeklindeki doğru denklemlerinde geçerlidir. Bu bakış açısına sahip öğrencilerin bu noktada y=mx+n doğrusal denklemlerini göz ardı ettikleri gözlenmiştir.

- Öğrencilerin eğim kavramını "dikey uzunluğun yatay uzunluğa bölümü" ya da "eğim tanjanttır" şeklinde ifade ettikleri ancak bunlar üzerinde açıklayıcı ve mantıklı yorumlar yapamadıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin çok az bir kısmının ise eğim kavramına ilişkin olarak "doğrunun sabit bir oranla ilerlediği, bu yüzden de doğru üzerinde alınan her noktanın eğiminin aynı olduğu" düşüncesine sahip olduğu ve sadece bu öğrencilerin gerekli doğrulamalara gidebildiği belirlenmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin ancak bir kısmının değişim oranından bahsedebildiği yani pek çoğunun y eksenindeki değişimin x eksenindeki değişime oranı şeklinde tanımlamadıkları saptanmıştır.

➢ Doğrusal İlişki ve Eğim Kavramlarına İlişkin Temsil Bilgisi;

- Öğrencilerin kavramları temsil etmede genel olarak sözel, cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri kullandıkları, bunlar arasında en sık olanının ise sözel temsil olduğu görülmüştür. Diğer taraftan öğrencilerin bir kısmının cebirsel ve grafiksel temsilleri kullanırken hatalar yaptığı, devamlılığı sağlayamadıkları için de bir yerden sonra sözel temsile geçtikleri belirlenmiştir. Özellikle grafik temsilinde zorlanan öğrencilerin grafik üzerinde sıralı ikilileri belirleyebildikleri ancak bu sıralı ikilileri birleştiremedikleri ve böylece de grafiği çizemedikleri saptanmıştır. Bir kısım öğrencinin problem durumuna uygun temsili seçemediği de elde edilen sonuçlar arasındadır.

- Temsil seçimi ve kullanımında başarılı olan öğrencilerin temsiller arası geçişlerde de başarılı olduğu saptanmıştır. Bu öğrencilerin de genel olarak yüksek başarı düzeyinde yer aldığı elde edilen sonuçlar arasındadır. Aynı zamanda doğrusal ilişki kavramını özümseyebilmiş öğrencilerin, bu

fikirlerini savunurlarken temsiller arası geçişi yapabildikleri, bu geçişler arasında en sık yapılanın ise cebirsel temsilden grafiksel temsile geçiş olduğu görülmüştür.

4.1.2.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Muhakeme Yapılarına İlişkin Nitel Sonuçlar

- Öğrencilerin cebirsel muhakeme yapılarının belirlenebilmesi için katılımcı öğrencilerden genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve desteklemeleri, problem durumunu analiz etme ve değerlendirmeleri, muhakeme kurmaları, matematiksel argüman oluşturmaları, sonuçları doğrulama ve desteklemeleri beklenmektedir. Bunlar ışığında öğrencilerden elde edilen sonuçlar şu şekildedir:

    - Genellikle yüksek başarı düzeyine sahip olan öğrencilerin muhakeme yeteneklerine dayalı olarak başarılı bir şekilde problem durumlarını analiz edebildikleri görülmüştür.
    - Öğrencilerin genel olarak yinelemeli (recursive), belirgin (explicit) ve orantısal ilişki aracılığıyla tümevarımsal muhakemeyi, aynı zamanda da tümdengelimsel muhakemeyi kullandıkları belirlenmiştir.
    - Öğrencilerin genel olarak doğru üzerindeki noktalar değiştiğinde eğimin de değişeceği şeklinde yanlış bir genellemeye dolayısıyla da hatalı bir muhakemeye ulaştıkları belirlenmiştir.
    - Öğrencilerin çok azının bir örüntüyü genellemede başarılı olduğu, bu aşamada ise çoğunlukla deneme-yanılma ve arama bulma stratejilerini kullandıkları saptanmıştır.
    - Pek çok öğrencinin doğrusal ilişkiyi y=mx doğru denklemiyle, orantı kavramıyla ya da yinelemeli ilişki ile bağdaştırdığı, sadece belli bir özelliğe bakarak yorum yapmaya çalıştıkları gözlenmiştir.

- Öğrencilerin cebirsel muhakeme yapılarının belirlenebilmesinde katılımcı öğrencilerden eğim, doğrusallık ve doğrusal ilişki kavramları hakkında argüman

oluşturmaları ve bunları desteklemeleri de beklenmektedir. Bunlar ışığında öğrencilerden elde edilen sonuçlar ise şu şekildedir:

- Öğrencilerin genel olarak eğim, doğrusallık ve doğrusal ilişki kavramlarına ilişkin yeterli argüman geliştiremedikleri, ortaya attıkları argümanları da yeterince destekleyemedikleri görülmüştür.
- Eğim kavramına ilişkin olarak "bir doğru üzerinde alınan noktalar değiştikçe eğimde değişir", doğrusallık kavramına ilişkin olarak da "sadece orijinden geçen doğruların doğrusal olduğu, değişkenlerin artması ya da azalması, bağımlı ve bağımsız değişkene bağlı olarak karar verme" şeklinde hatalı argüman geliştiren öğrencilerin de çoğunlukta olduğu elde edilen sonuçlar arasındadır. Diğer taraftan doğrusallık ve doğrusal ilişki için "terimler arasında sabit bir oran olması gerektiği", "eğime bağlı olarak doğrusal ilişki olup olmayacağına karar verme" gibi doğru argüman geliştiren öğrencilerin azınlıkta olduğu da görülmüştür.

4.2. Tartışma

Araştırmada, doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik olarak öğrencilerin çoğunlukla orta ve düşük başarı düzeyinde oldukları görülmüştür. Araştırma bulgusu öğrencilerin bu kavramlara ilişkin yeterli düzeyde kavramsal anlamaya sahip olmadıkları izlenimini vermektedir. Öğrencilerin çoktan seçmeli sınavlara daha fazla yatkın olmaları ve okullarda sınav odaklı öğretim uygulamalarının gerçekleştirildiğinin gözlenmesi de bu durumun kaynağı olarak görülebilir. Şüphesiz yapılan araştırmalarda öğrencilerin cebirsel kavramlara ilişkin kavramsal bilgilerinin değil, daha çok işlemsel bilgilerinin öne çıktığı bir matematiksel öğrenmenin gerçekleştirildiğini göstermektedir (Baki, 2006). Diğer taraftan cebirde kavramsal anlamanın gerçekleşmesinde öğrencilerin cebirsel muhakeme becerisi ön plana çıkmaktadır. Nitekim araştırmada kavramsal anlamda yeterli başarı düzeyinde olmayan öğrencilerin cebirsel muhakeme yapabilme düzeylerinin de düşük olduğu görülmüştür.

Araştırmada öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına yönelik kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapabilme düzeylerinin düşük olmasının

ayrıntıları klinik görüşmeler ile çok yönlü ve derinlemesine incelenmiştir. Görüşmelerde az da olsa doğrusal ilişki ve eğim kavramlarıyla ilgili problem durumunu analiz edebilen öğrencilerin genellikle yüksek muhakeme düzeyine sahip başarılı öğrenciler olduğu görülmüştür. Bu durum kavramsal anlama ve muhakeme ilişkisini de ortaya koymaktadır. Nitekim Cheng (2010) de doğrunun eğimini bulma ve muhakeme yeteneği arasındaki ilişkiyi belirlemeye çalıştığı araştırmasında, öğrencilerin sahip olduğu eğim kavramı ile muhakeme becerisi arasında pozitif ilişki olduğunu göstermiştir.

Araştırmada, öğrencilerin eğimi genel olarak "dikey uzunluğun yatay uzunluğa bölümü" şeklinde tanımladıkları ancak bu tanımlamalarını desteklemede yetersiz kaldıkları gözlenmiştir. Bu durum öğrencilerin eğim kavramını daha çok kavramsal boyuttan ziyade işlemsel boyutta algıladıklarının bir göstergesidir. Araştırmanın bu bulgusu Birgin (2006)'in yaptığı araştırma bulgusuyla da örtüşmektedir. Birgin araştırmasında öğrencilerin eğim ile ilgili bilgilerinin genel olarak yüzeysel olduğunu, düzeylerinin kavrama ve uygulama basamağına çıkamadığını vurgulamıştır.

Araştırmada, öğrencilerin genel olarak bir doğrunun eğimini bulmada oldukça zorlandıkları ve bir doğru üzerindeki noktalar değiştiğinde eğimin de değişeceğini düşündükleri görülmüştür. Benzer araştırma bulgusuna Postelnicu (2011) öğrencilerin doğrusallık ve doğrusal denklemlere ilişkin yaşadığı zorlukları belirlemeyi amaçladığı araştırmasında da rastlanılmıştır. Bu araştırmada da öğrencilerin en çok bir doğru grafiğinin eğimini belirlemede ve yorumlamada hatalar yaptıkları belirlenmiştir.

Araştırmada en dikkat çekici bulgulardan birisi de öğrencilerin $y = mx$ biçiminde verilen denklemlerin doğrusal olduğunu ancak $y = mx + n$ biçiminde verilen denklemlerin ise doğrusal olmadığını düşünmeleridir. $y = mx$ doğrusal ilişki oluşturur ancak $y = mx + n$ doğrusal ilişki oluşturmaz algısına Moschkovich (1996)'ın araştırma bulgularında da rastlanılmıştır. Benzer şekilde Birgin (2012)' in araştırmasında da öğrencilerin eğim ile x ve y değişkenleri arasında bağlantıyı saptayamadıkları sonucuna ulaşılması bu araştırma bulgusuyla da benzerlik göstermektedir.

Araştırmada, öğrencilerin doğrusal ilişki için önemli olan değişim oranı kavramını ifade etmemeleri de dikkat çekici bulgulardan birisidir. Bu araştırma bulgusu Orton (1983), Stump (2001) ve Teuscher ve Reys (2010)' in araştırma bulguları ile benzerlik göstermektedir. Bu araştırmalarda da katılımcıların değişim oranına ilişkin

algılarının yeterli olmadığı ve katılımcıların çeşitli zorluklara sahip oldukları belirtilmiştir. Buna ek olarak Teuscher ve Reys (2010) araştırmalarında değişim oranı hatalarının katılımcı yaşı ve matematiksel deneyimlere bağlı olmadığı da vurgulanmıştır.

Araştırmada, öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarını temsil etmeye çalışırlarken sözel, cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri tercih ettikleri ancak bunlar arasında en sık kullandıklarının ise sözel temsil olduğu görülmüştür. Knuth (2000)'un öğrencilerin doğrusal denklemlere yönelik sembol ve grafik temsillerini ne derece kullanabildiklerini ve temsiller arası ilişkiyi nasıl kurabildiklerini araştırdığı çalışmasında ise en çok kullanılan temsilin sembolik temsil olduğu, bunun da öğretim programından kaynaklanabileceğini vurgulanmıştır. Knuth (2000)'un çalışmasının bulguları, bu araştırma bulgularıyla örtüşmemektedir.

4.3. Öneriler

Araştırma sonuçları doğrultusunda geliştirilen öneriler, uygulamaya ve yapılacak araştırmalara yönelik olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

4.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

- Araştırma sonuçlarına dayalı olarak öğrencilerin cebirsel muhakeme ve genelleme yapabilme becerilerinin önemli olduğu düşünüldüğünden, öğrencilerin pasif olduğu öğretim yöntemleri yerine sorgulamanın ön planda olduğu öğretim yöntemleri tercih edilebilir.
- Matematik dersi kapsamında öğrencilerde rastlanan en temel problemlerden biri ezbere öğrenmedir. Araştırmada da öğrencilerin kavramları ezberledikleri ve kavramlar hakkında yorum yapamadıkları görülmüştür. Öğretim programları ezbere bilgiyi en aza indirecek şekilde yeniden düzenlenebilir. Konu anlatımları sırasında sınıf tahtaları minimum kullanılmaya çalışılmalıdır.
- Çalışmada öğrencilerin sınırlı temsil kullanabildikleri görülmüştür. Öğretmenler bu durumu iyileştirmek için materyaller kullanarak görsel ek çalışmalar yapabilirler.

4.3.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Bu araştırma sekizinci sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Konu taraması tekrar gözden geçirilerek bu araştırma, diğer eğitim basamaklarında da yapılabilir.
- Araştırmaya seçilen öğrencilerin matematik öğretmenleri de katılarak, öğretmenlerin öğrenci hatalarının ne derece farkında oldukları ve tespit edilen hataların giderilmesi için nasıl bir öğretim yöntemi belirleyecekleri araştırılabilir.
- Belirtilen konu değiştirilerek diğer konu ve kavramlar ile ilgili benzer araştırmalar yapılabilir.

EKLER

EK A – MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI İZİN YAZISI 89
EK B – ÖĞRENCİ VELİSİ BİLGİLENDİRME VE İZİN FORMU 90
EK C – İLKÖĞRETİM SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANINDA MATEMATİKSEL ANLAMA VE MUHAKEME YAPILARININ BELİRLENMESİNDE KULLANILACAK CEBİR TESTİNE İLİŞKİN UZMAN GÖRÜŞÜ FORMU 91
EK D – CEBİR TESTİ 100
EK E – KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI 104
EK F – CEBİR TESTİ DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ VE PUANLAR 109

EK A – MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI İZİN YAZISI

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.0.26.20.02.605.01 (176)/ 13.04.2012* 06719
Konu : Uygulama İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: a) Eskişehir Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliği'nin 22.03.2012 tarih ve B.30.2.ANA.0.70.01.00-399-330/3668 sayılı yazıları.
b) Milli Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Sosyal Etkinlik İzin ve Uygulamaya ait 07.03.2012 tarih ve 2012/13 sayılı Genelge.

Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans programı öğrencisi Deniz BİKE, **"İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Muhakeme Yapıları"** başlıklı yüksek lisans tezini hazırladığı 2011-2012 öğretim yılı bahar döneminde ilimiz merkez Tepebaşı İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı Barbaros ilköğretim ile Mustafa Kemal ilköğretim okulunda görev yapan 2 adet 8. sınıf matematik öğretmeni ve 8. sınıf öğrencilerine uygulamak istenen testler ile ilgili izin talebi incelenmiştir.

Eskişehir Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterliği tarafından kabul edilen ve onaylı bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen uygulama tez çalışmasının 2011-2012 öğretim yılı bahar döneminde Nisan-Mayıs 2012 tarihleri arasında ilimiz merkez Tepebaşı ilçesinde bulunan Barbaros ilköğretim ve Namık Kemal ilköğretim 8. sınıf öğretmen ve öğrencilerine uygulanması istenen testler ilgi (b) yönerge doğrultusunda Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olur'larınıza arz ederim.

Erdoğan AYATA
Milli Eğitim Müdürü

O L U R
11/04/2012
İsmail KÜRECİ
Vali a.
Vali Yardımcısı

EK B – ÖĞRENCİ VELİSİ BİLGİLENDİRME VE İZİN FORMU

Sayın Veli,

Öncelikle yapacağım çalışmaya gösterdiğiniz ilgi ve ayırdığınız zaman için çok teşekkür ederim. Bu form, araştırmanın amacını ve öğrencinizin bir katılımcı olarak haklarını tanımlamayı amaçlamaktadır.

Yapacağım araştırmanın amacı "İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama ve Cebirsel Muhakeme Yapıları" adlı yüksek lisans tez çalışması için katkıda bulunacak öğrencilerin konuya ilişkin görüşlerini almaktır.

Velisi olduğunuz öğrencinin çalışmama gönüllü olarak katılımının ve öne süreceği fikirlerin, çalışmama yön vereceğine inanıyorum. Araştırmanın gerçekçiliği ve daha sonra tekrar dinlenebilirliği/izlenebilirliği açısından görüşmeleri kayıt cihazı ile kaydetmek istiyorum. Kayda alınacak bu görüşme, yalnızca bilimsel bir veri olarak bu araştırma için kullanılacak ve bunun dışında hiçbir amaçla kullanılmayacaktır. Öğrencinizin ya da sizin isteğiniz doğrultusunda video kayıtları, veriler yazıldıktan sonra silinebilecek ya da size teslim edilecektir. Öğrencileri deşifre etmemek adına gerçek isimleri yerine takma isimler kullanılacak ve çalışmadan ayrılmak istediğinde yaptığımız kayıtlar tarafımca size iade edilecektir.

Bu belgeyi okuyup, bu araştırmaya velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığını onaylamak ve araştırma kapsamında size verdiğim güvenceleri kabul ettiğinizi belirtmek adına bu formu imzalamanızı rica ediyorum.

Bu belgeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederim.

Deniz BİKE
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Programı

Öğrenci Velisinin;
Adı Soyadı :
Tarih:
İmza:

EK C – İLKÖĞRETİM SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANINDA MATEMATİKSEL ANLAMA VE MUHAKEME YAPILARININ BELİRLENMESİNDE KULLANILACAK CEBİR TESTİNE İLİŞKİN UZMAN GÖRÜŞÜ FORMU

Sayın uzman,

İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel anlama ve muhakeme yapılarını belirlemek amacıyla alt maddeleri ile birlikte toplam 12 sorudan oluşan açık uçlu bir cebir testi hazırlanmıştır. Bu testte yer alan soruların matematiksel anlama ve muhakeme çatısının ilgili maddelerini karşılayıp karşılamadığına ilişkin uzman görüşünüze başvurulmuştur.

Testte yer alan soruları ve bu sorulara karşılık gelen matematiksel anlama ve muhakeme maddelerini inceleyerek uygun ya da uygun değil şıklarından birini işaretleyip, gerekçelerini açıklama sütununa yazınız.

Değerli katkılarınızdan dolayı teşekkür ederiz.

Deniz BİKE
Yüksek Lisans Öğrencisi

1. SORU

Bir mahallede Ahmet'in video oyunu mağazası vardır. Ahmet, bir video oyununu 3 liraya kiralamaktadır. Daha sonra Ahmet'in mağazasının yanına Mete de bir video oyunu mağazasını açmış ve video oyunlarını da 1 liraya kiralamaya başlamıştır. Böyle olunca Ahmet'in müşterileri, Mete'den alışveriş yapmaya başlamışlardır. Ahmet ise müşterilerini geri kazanmak için bir kampanya yapmayı planlamış ve 5 lira peşinat aldıktan sonra, bir video oyununu da 1 liraya kiralamaya karar vermiştir. Bu son durumu göz önüne alarak;

a) Aynı koordinat ekseni üzerinde her bir satıcının belirlediği fiyatların grafiğini çiziniz. KA(1), MU(3)

b) Size göre hangi satıcı daha iyi fiyat vermektedir? Neden? KA(1), KA(5), KA(6), MU(2)

Kavramsal Anlama ve Muhakeme Çatısı	**Uzman Görüşü**		**Açıklama**
KA(1): Örnekleri tablo, grafik, sözlü ve denklem şeklinde ifade etme	Uygun		
	Uygun Değil		
KA(5):Problemi çözmek için denklem, grafik ve tablo kullanma, yanıtları problem durumu ile ilişkilendirme	Uygun		
	Uygun Değil		
KA(6):Tablodan/grafikten bir örnek seçme ve örneği belirli bir olay için tahmin etmede kullanma	Uygun		
	Uygun Değil		
MU(2): Matematiksel argümanları oluşturma, değerlendirme ve destekleme: *özel ya da genel bir durum hakkında informal ya da formal bir*	Uygun		
	Uygun Değil		

açıklama yapma, yani en son genelleme için bir varsayım yapma			
MU(3): Problem durumunu analiz etme ve değerlendirme: *Bir problem durumunu analiz etme ve değerlendirme çözüm için problemden yararlı bir bilgi ortaya çıkarmadır.*	Uygun		
	Uygun Değil		

<table>
<tr><td colspan="4">2. SORU</td></tr>
<tr><td colspan="4">Grafikte bir doğrunun eğimini bulmak için doğru üzerinde hangi iki noktanın seçileceğinin bir önemi var mı? Açıklar mısın? KA(3), MU(1), MU(2), MU(6)</td></tr>
<tr><td>Kavramsal Anlama ve Muhakeme Çatısı</td><td colspan="2">Uzman Görüşü</td><td>Açıklama</td></tr>
<tr><td rowspan="2">KA(3): Temsillerin bir kısmının ya da tamamının ne anlama geldiğini anlama</td><td>Uygun</td><td></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Uygun Değil</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">MU(1): Problem durumunu analiz etme ve değerlendirme: çözüm için problemden yararlı bir bilgi ortaya çıkarma</td><td>Uygun</td><td></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Uygun Değil</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">MU(6):Yanlış anlama ya da anlaşmazlık durumlarında sorular sorma ve tartışmayı arttırma: Açıklama isteme ya da karşıt bir görüş sağlayabilme.</td><td>Uygun</td><td></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Uygun Değil</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">MU(2):Genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme: Herhangi bir durum için doğru bir şeyler hakkında bir açıklama yapabilme.</td><td>Uygun</td><td></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Uygun Değil</td><td></td></tr>
</table>

3. SORU

Bilim adamları ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasında doğrusal bir ilişki olduğunu bulmuşlar ve ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasındaki ilişkiyi veren bir denklem oluşturmuşlardır. Sabah saatlerinde ateş böceğinin ötmesini ilk kez işittiğinizde ötme sayısının dakikada 40, öğle vakti ise ötme sayısının dakikada 160 olduğunu bulabilirsiniz. Bu değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Sıcaklık (C^0)	Ötme sayısı
10	40
34	160

a) Aşağıdaki tabloda ötme sayısı 70, 80, 90, 100, … 150 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Bulunuz. KA(1), KA(3), MU(3)

Sıcaklık	10	12	14										34
Ötme sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız. KA(3), KA(5), KA(6), MU(3), MU(4)

c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız. KA(1), KA(3), KA(5), MU(3), MU(4), MU(6)

d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir denklem bulunuz. Denklemde her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız. KA(3), KA(4), MU(1), MU(4)

Kavramsal Anlama ve Muhakeme Çatısı	**Uzman Görüşü**		**Açıklama**
KA(1): Örnekleri tablo, grafik, sözel ve denklem ile temsil etme/gösterme.	Uygun		
	Uygun Değil		
KA(3): Temsillerin (denklem, tablo ya da grafik) bir kısmının ya da tamamının ne anlama	Uygun		
	Uygun Değil		

geldiğini anlama			
KA(4): Tablo, denklem ya da grafik arasındaki ilişkiyi anlama ve kullanma (örneğin, y=ax+b denklemdeki b sabiti, grafikte y eksenini kesen noktadır, tabloda ise (0,b) sayı ikilisidir)	Uygun		
	Uygun Değil		
KA(5):Problemi çözmek için denklem, grafik ve tablo kullanma, yanıtları problem durumu ile ilişkilendirme.	Uygun		
	Uygun Değil		
MU(1): Genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme: *Bir genellemeyi formüle etme, herhangi bir durum için doğru bir şeyler hakkında bir açıklama yapmadır.*	Uygun		
	Uygun Değil		
MU(3): Problem durumunu analiz etme ve değerlendirme: *Bir problem durumunu analiz etme ve değerlendirme çözüm için problemden yararlı bir bilgi ortaya çıkarmadır.*	Uygun		
	Uygun Değil		

MU(4):Matematiksel ilişkiyi kurmak/desteklemek için tümevarım ve tümdengelim muhakemeyi kullanmak: *Tümevarımsal muhakemeyi kullanmak, örüntü çalışmalarında matematiksel ilişkiyi aramaktır. Tümdengelimsel muhakemeyi kullanmak, belirli bir durumda bulunan bir örüntüyü desteklemek için kurulan matematiksel bir ilişkiyi kullanmaktır.*	Uygun		
	Uygun Değil		
MU(6):Yanlış anlama ya da anlaşmazlık durumlarında sorular sorma ve tartışmayı arttırma*: Açıklama isteme ya da karşıt bir görüş sağlayabilme.*	Uygun		
	Uygun Değil		

4. SORU

Aşağıda verilen üç denklem için tablolarda verilen boşluklara uygun sayıları yerleştirin.

a) y=5x+10 KA(4), MU(4)

x					
y					

b) y= 3x KA(4), MU(4)

x					
y					

c) $y=5x^2$ KA(4), MU(4)

x					
y					

d) Tabloları ve denklemleri inceleyiniz.

- Hangi ilişki doğrusaldır ya da değildir? Neden?
- Tablolardaki verilere ya da denklemlere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Ayrıntılı açıklayınız. KA(2), KA(7), MU(1), MU(2), MU(4)

Kavramsal Anlama ve Muhakeme Çatısı	**Uzman Görüşü**		**Açıklama**
KA(2): Örneklerin doğrusal olup olmadığını tanıma ve anlama	Uygun		
	Uygun Değil		
KA(7): Doğrusal ya da doğrusal olmayan ilişkilere ait denklemlerin ve tabloların özelliklerini belirleme karşılaştırma.	Uygun		
	Uygun Değil		
MU(1): Genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme: *Bir*	Uygun		
	Uygun Değil		

genellemeyi formüle etme, herhangi bir durum için doğru bir şeyler hakkında bir açıklama yapmadır.			
MU(2): Matematiksel argümanları oluşturma, değerlendirme ve destekleme: *Bir argüman oluşturma, özel ya da genel bir durum hakkında informal ya da formal bir açıklama yapma, yani en son genelleme için bir varsayım yapmadır.*	Uygun		
	Uygun Değil		
MU(4):Matematiksel ilişkiyi kurmak/desteklemek için tümevarım ve tümdengelim muhakemeyi kullanmak: *Tümevarımsal muhakemeyi kullanmak, örüntü çalışmalarında matematiksel ilişkiyi aramaktır. Tümdengelimsel muhakemeyi kullanmak, belirli bir durumda bulunan bir örüntüyü desteklemek için kurulan matematiksel bir ilişkiyi kullanmaktır.*	Uygun		
	Uygun Değil		

EK D – CEBİR TESTİ

Adı Soyadı:
Sınıfı:

Değerli Öğrenci;

Size verilen bu test genel cebir ve doğrusal ilişkiler konularını içermektedir. Testte 4 tane soru ve bazı soruların da alt soruları bulunmaktadır. Testi yanıtlama süreniz bir ders saatidir. Her soruyu dikkatlice okuduktan sonra cevaplarınızı verilen boşluklarına yazınız. Sizden istenilen her soruda ne isteniyorsa açıkça ifade etmeniz ve düşüncelerinizi anlaşılır bir şekilde yazmanızdır.

Başarılar dilerim.

Deniz BİKE
Yüksek Lisans Öğrencisi
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Eskişehir

CEBİR TESTİ

1) Bir mahallede Ahmet'in video oyunu mağazası vardır. Ahmet her bir video oyununu 3 liraya kiralamaktadır. Daha sonra Ahmet'in mağazasının yanına Mete de video oyunu mağazasını açmış ve video oyunlarını da 2 liraya kiralamaya başlamıştır. Böyle olunca Ahmet'in müşterileri, Mete'den alışveriş yapmaya başlamışlardır. Ahmet de müşterilerini geri kazanmak için bir kampanya yapmayı planlamış ve 5 lira peşinat aldıktan sonra, bir video oyununu da 1 liraya kiralamaya karar vermiştir. Bu son durumu göz önüne alarak;



a) Aynı koordinat ekseni üzerinde her bir satıcının belirlediği fiyatların grafiğini çiziniz.

b) Size göre hangi satıcı daha iyi fiyat vermektedir? Neden?

2) Grafikteki bir doğrunun eğimini bulmak için doğru üzerinde hangi iki noktanın seçileceğinin bir önemi var mı? Açıklar mısın?

3) Bilim adamları ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasında doğrusal bir ilişki olduğunu bulmuşlar ve ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasındaki ilişkiyi veren bir denklem oluşturmuşlardır. Sabah saatlerinde ateş böceğinin ötmesini ilk kez işittiğinizde ötme sayısının dakikada 40, öğle vakti ise ötme sayısının dakikada 160 olduğunu bulabilirsiniz. Bu değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Sıcaklık (C^o)	Ötme Sayısı
10	40
34	160

a) Aşağıdaki tabloda ötme sayısı 70, 80, 90, 100, … 150 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Bulunuz.

Sıcaklık	10	12	14										34
Ötme sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir denklem bulunuz. Denklemde her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız.

4) Aşağıda verilen üç denklem için verilen boşluklara uygun sayıları yerleştirin.

a) $y=5x+10$

X						
Y						

b) $y=3x$

X						
Y						

c) $y=5x^2$

X						
Y						

d) Tabloları ve denklemleri inceleyiniz.

- Hangi ilişki doğrusaldır ya da değildir? Neden?

Tablolardaki verilere ya da denklemlere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Ayrıntılı açıklayınız

EK E – KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

1. **SORU:** Bir mahallede Ahmet'in video oyunu mağazası vardır. Ahmet, bir video oyununu 3 liraya kiralamaktadır. Daha sonra Ahmet'in mağazasının yanına Mete de bir video oyunu mağazasını açmış ve video oyunlarını da 1 liraya kiralamaya başlamıştır. Böyle olunca Ahmet'in müşterileri, Mete'den alışveriş yapmaya başlamışlardır. Ahmet ise müşterilerini geri kazanmak için bir kampanya yapmayı planlamış ve 5 lira peşinat aldıktan sonra, bir video oyununu da 1 liraya kiralamaya karar vermiştir. Bu son durumu göz önüne alarak;

a) Aynı koordinat ekseni üzerinde her bir satıcının belirlediği fiyatların grafiğini çiziniz.

Klinik Görüşme Sorusu (1): Grafiği (tablo çizdiyse)/tabloyu nasıl çizdin? Anlatır mısın?

Sonda soru: yanlış çizilirse,

- Tabloyu/Grafiği kontrol eder misin?
- Doğru çizdiğinden emin misin?
- Nasıl emin oluyorsun?

K.G.S.(2): Tabloda/Grafikte dikkatini çeken bir durum var mı?

K.G.S.(3): Tabloyu/grafiği inceleyerek iki satıcının sattıkları video oyunları ve kiralama fiyatı arasındaki değişim oranları hakkında ne söyleyebilirsin?

K.G.S.(4): Değişim oranlarını tabloya/grafiğe bakarak nasıl karşılaştırırsın?

K.G.S.(5): Tabloda/grafikte veriler arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklar mısın?

Sonda soru: doğrusal ilişki olduğunu söylerse;

- Bir tablodaki/grafikteki verilere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verdin?

b) Size göre hangi satıcı daha iyi fiyat vermektedir? Neden?

K.G.S.(1): Neden böyle düşündün? Daha ayrıntılı anlatır mısın?

K.G.S.(2): Emin misin? Nasıl emin oluyorsun? Anlatır mısın?

Sonda soru: Tabloyu ya da grafiği devam ettirmediyse,

- Tabloyu/grafiği devam ettir bakalım. Ne gözlemliyorsun?

- Bu durumda tabloyu/grafiği tekrar inceleyerek, hangi satıcının daha iyi fiyat verdiğini nedeni ile birlikte söyleyebilir misin?

2. SORU: Grafikte bir doğrunun eğimini bulmak için doğru üzerinde hangi iki noktanın seçileceğinin bir önemi var mı? Açıklar mısın?

K.G.S.(1): Neden böyle düşündün? Daha ayrıntılı anlatır mısın?

Sonda soru:

- Doğrunun eğimi ile seçilecek iki nokta arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Örnek verebilir misin?
- Grafikte seçeceğin iki nokta üzerinde bunu anlatır mısın?
- Seçtiğin bu noktalar neye karşılık gelir? (sıralı ikili olarak ifade etmesi beklenir)
- Değişim oranı ile eğim arasında nasıl bir benzerlik vardır?

3. SORU: Bilim adamları ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasında doğrusal bir ilişki olduğunu bulmuşlar ve ateş böceğinin ötmesi ile sıcaklık arasındaki ilişkiyi veren bir denklem oluşturmuşlardır. Sabah saatlerinde ateş böceğinin ötmesini ilk kez işittiğinizde ötme sayısının dakikada 40 olduğunu, öğle vakti ise ötme sayısının dakikada 160 olduğunu bulabilirsiniz. Bu değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Sıcaklık (C^0)	Ötme sayısı
10	40
34	160

a) Aşağıdaki tabloda ötme sayısı 70, 80, 90, 100, … 150 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Bulunuz.

Sıcaklık	10	12	14										34
Ötme sayısı	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160

K.G.S.(1): Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

K.G.S.(2): Tabloyu inceleyerek sıcaklık ve ötme sayısı arasındaki değişim oranı hakkında ne söyleyebilirsin?

K.G.S.(3): Sıcaklık ile ötme sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklar mısın?

Sonda soru: doğrusal ilişki olduğunu söylerse;

- Tablodaki verilere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verdin?

b) Ötme sayısı 0 olduğunda sıcaklık kaç derece olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

K.G.S.(1): Sonucu nasıl bulduğunu daha ayrıntılı anlatır mısın?

K.G.S.(2): Daha farklı bir yol ile nasıl bulabilirsin?

c) Ötme sayısı 5 ile artarken sıcaklık nasıl artar? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

K.G.S.(1): Sonucu nasıl bulduğunu daha ayrıntılı anlatır mısın?

K.G.S.(2): Daha farklı bir yol ile nasıl bulabilirsin?

d) Bu bilgileri kullanarak, herhangi sıcaklıkta ötme sayısını veren bir denklem bulunuz. Denklemde her sayının ne anlama geldiğini açıklayınız.

K.G.S.(1): Denklemi nasıl buldun açıklar mısın?

K.G.S.(2): Denklemdeki her sayı ve değişken için ne söyleyebilirsin?

K.G.S.(3): Bir grafik üzerinde seçilen özel bir noktanın, örneğin y-eksenini kesen bir noktanın ne anlama geldiğini düşünerek, y=mx+b cebirsel ifadesi verilen doğrusal bir denklemin grafiği ile ilgili neler söyleyebilirsin?

Sonda soru:

- y=ax+b denklemindeki b sabiti bir tabloda ve bir grafikte nasıl karşımıza çıkar? Açıklar mısın?

4. SORU: Aşağıda verilen üç denklem için tablolarda verilen boşluklara uygun sayıları yerleştirin.

a) y=5x+10

x					
y					

K.G.S.(1): Tabloyu nasıl doldurdun? Açıklar mısın?

K.G.S.(2): Tabloda x ve y'leri nasıl belirliyorsun? Açıklar mısın?

b) y= 3x

x					
y					

K.G.S.(1): Tabloyu nasıl doldurdun? Açıklar mısın?

K.G.S.(2): Tabloda x ve y'leri nasıl belirliyorsun? Açıklar mısın?

c) $y=5x^2$

x					
y					

K.G.S.(1): Tabloyu nasıl doldurdun? Açıklar mısın?

K.G.S.(2): Tabloda x ve y'leri nasıl belirliyorsun? Açıklar mısın?

d) Tabloları ve denklemleri inceleyiniz.

- Hangi ilişki doğrusaldır ya da değildir? Neden?
- Tablolardaki verilere ve denklemlere bakarak bir ilişkinin doğrusal olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Ayrıntılı açıklayınız.

K.G.S.(1): Doğrusal ilişkiden ne anlıyorsun? Açıklar mısın?

K.G.S.(2): Verilen tablolara ve denklemlere bakarak doğrusal ilişkiyi nasıl keşfedersin? Açıklar mısın?

K.G.S.(3): Bir öğrenci y = 3x + 10 ve y = 10 +3x denklemlerinin aynı ilişkiyi gösterdiğini iddia ediyor? Öğrencinin düşüncesine katılıyor musun? Neden? ya da Neden katılmıyorsun?

K.G.S.(4): y = 3x + 10 denklemindeki ilişkiyi gösteren başka yollar düşünebilir misin? Bu yollar neler olabilir?

EK F – CEBİR TESTİ DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ VE PUANLAR

Soru	Ölçütler	Puan
1a	• I. satıcının grafiğinin eksenlerin adlandırılması	1
	• I. satıcının grafiğinin başlangıç noktasını belirleme	3
	• I. satıcının grafiğinin sıralı ikililerini oluşturma	1
	• I. satıcının sıralı ikililerini birleştirip grafiği tamamlama	1
	• II. satıcının grafiğinin eksenlerinin adlandırılması	1
	• II. satıcının grafiğinin başlangıç noktasını belirleme	3
	• II. satıcının grafiğinin sıralı ikililerini oluşturma	1
	• II. satıcının grafiğinin sıralı ikililerini birleştirip grafiği tamamlama	1
	Alınabilecek toplam puan:	12

Soru	Ölçütler	Puan
1b	• İki satıcının oyun/fiyat grafiği ya da tablosu ile ortak noktayı belirleme ve yorum yapma	14
	• İki satıcının ortak noktasını belirleyememe ancak 5 lira peşinattan sonra 1 liranın daha ucuz olduğu fikrini belirtme	2
	• İki satıcının ortak noktasını belirleyememe ancak kar durumunun alınan cd sayısına bağlı olarak değişeceğini belirtme	4
	• İki satıcının ortak noktasını belirlemeden sadece bir örnek üzerinden yorum yapma	6
	• Sadece ortak noktayı belirleme	6
	Alınabilecek toplam puan:	14

Soru	Ölçütler	Puan
2	• Sadece eğimi tanımlama	5
	• Eğimin işaretine bağlı yorum yapma	5
	• Seçilen noktaların dik üçgen oluşturup oluşturmamasına bağlı yorum yapma	8
	• Çözüm 1: Seçilen iki noktanın aynı doğru üzerinde olacağına bakarak yorum yapma	26
	• Çözüm 2: y=ax+b denkleminin grafiğini çizip, bu grafik üzerinde iki noktanın eğimine bakma	26
	Alınabilecek toplam puan:	26

Soru	Ölçütler	Puan
3a	• Çözüm 1: Ritmik sayma ile tablo tamamlama	4
	• Çözüm 2: Aritmetik dizi formülü ile tablo tamamlama	4
	Alınabilecek toplam puan:	4

Soru	Ölçütler	Puan
3b	• İşlem hatasına bağlı yanlış sonuç bulma	2
	• Geriye ritmik sayarak tablo tamamlama	4
	Alınabilecek toplam puan:	4

Soru	Ölçütler	Puan
3c	• Aralarında orantı olduğunu sözel ifade etme	3
	• Orantı ile doğru sonuca ulaşma	6
	Alınabilecek toplam puan:	6

Soru	Ölçütler	Puan
3d	• Formül bulma	10
	Alınabilecek toplam puan:	10

Soru	Ölçütler	Puan
4a/b/c	• x yerine değer verip y'yi bulma	4
	• Değişkenlerin yerlerini karıştırma	2
	Alınabilecek toplam puan:	4

Soru	Ölçütler	Puan
$4d_i$	• Çözüm 1: Sabit farka bağlı olarak doğrusallık hakkında yorum yapma	6
	• Çözüm 2: Grafik ya da tablo ile çizerek doğrusallık hakkında yorum yapma	6
	• Doğruluğu desteklenmeyen yorumlar	0
	Alınabilecek toplam puan:	6

Soru	Ölçütler	Puan
$4d_{ii}$	• Tablodaki verilere göre doğrusallığı yorumlama	3
	• Denkleme göre doğrusallığı yorumlama	3
	• Hem tabloyu hem de denkleme bakarak doğrusallığı yorumlama	6
	Alınabilecek toplam puan:	6

KAYNAKÇA

Adamson, S. L. (2005). Student sense-making in an intermediate algebra classroom: Investigating student understanding of slope. Dissertation Abstracts International. (UMI Number: 3166918)

Akgün, L. ve Özdemir, M. E. (2006). Students` understanding of the variable as general number and unknown: A case study. *The Teaching of Mathematics 9*(1),45-51.

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). Misconceptions of elementary school students in grades 6-8 on learning algebra. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*, 1-12.

Anderson, N. C. (2008). Walk the line: Making sense of y= mx+ b. In. Greenes, C.ve Rubenstein, R. (Eds.). *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook* (pp: 233-246). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Arcavi, A. ve Schoenfeld, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher, 81*(6), 420-427.

Baki, A. (1998). Cebirle ilgili işlem yanılgılarının değerlendirilmesi. *III. Ulusal Fen Eğitimi Sempozyumu Bildirileri Kitabı*, (s.46-49). Ankara: MEB Yayınları,.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf eğitim yayıncılığı.

Baki, A. ve Gökçek, T. (2012). Karma yöntem araştırmalarına genel bir bakış. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 11*(42), 1-21.

Baki, A., Kartal, T., (2002). *Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Değerlendirilmesi.* UFBMEK Bildiri Özetleri Kitabı, 211.

Baki, A., Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karekterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(1), 27–46.

Ball, D. L. ve Bass, H. (2003). *Making mathematics reasonable in school. A Research Companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Barr, G. (1980). Graphs, gradients and intercepts. *Mathematics in School, 9(1),* 5-6.

Barr, G. (1981). Some student ideas on the concept of gradient. *Mathematics in School, 10(1),* 14-17

Birgin, O. (2006). İlköğretim öğrencilerinin doğrunun eğimi ile ilgili öğrenme düzeyleri ve olası kavram yanılgıları. *I.Ulusal Matematik Eğitimi Öğrenci Sempozyumu Özet Kitabı*, (s.47-48). İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi.

Birgin, O. (2012). Investigation of eighth grade students' understanding of the slope of the linear function. *Bolema, Rio Claro (SP). 26*(42A), 139-162.

Booth, L. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors.* Windsor, UK: NFER-Nelson.

Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı istatistik, araştırma deseni spss uygulamaları ve yorum*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Cates, J. M. (2000). Making algebra accessible to all students: An important issue for all mathematics teachers*. The Journal of the University of South Carolina Upstate School of Education, 2*(12), 110-113.

Cheng, S. D. (2010). Connecting proportionality and slope: Middle school students' reasoning about steepness. Dissertation Abstracts International. (UMI No: 3405966).

Chiu, M. M., Kessel, C, Moschkovich, J. N., & Munoz-Nunez, A. (2002). Learning to graph linear functions: A case study of conceptual change. *Cognition and Instruction, 19*(2)*,* 215-252.

Clement, J. (2000) Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In Lesh, R. and Kelly, A., *Handbook of research methodologies for science and mathematics education* (pp. 341-385). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Davis, J. D. (2007). Real-world contexts, multiple representations, student- invented terminology, and y-intercept. *Mathematical Thinking and Learning:An International Journal, 9*(4), 387-418.

Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 4*(1),24-56.

Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi, 1*(13), 139-148.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Değişken kavramının öğretimi: harf sembollerinin farklı kullanımları. *Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi, 4*(6), 39-51.

Dede, Y., Yalın, H. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. UFBMEK 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Demirelli, H. (2003). Yapılandırıcı Öğrenme Teorisine Dayalı Bir Laboratuar Aktivitesi: Elektrot Kalibrasyonu ve Gran Metodu. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(2), 161-170.

Devlin, K. (2007). What is conceptual understanding? (http://www.maa.org/devlin/devlin_09_07.html adresinden 21 ekim 2011 tarihinde alınmıştır.)

English, L. ve Warren, E. (1998). Introducing the variable through pattern exploration, *The Mathematics Teacher, 91*(2), 166- 170.

Erbaş, A.K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 34*, 44-59.

Ginsburg, H.P. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For The Learning of Mathematics, 1*(3), 4-11.

Greenes, C. ve Findell, C. (1998). *Groundworks: Algebra puzzles and problems (Grades 4, 5, 6 and 7).* Chicago: Creative Publications.

Greenes, C., Chang, K. Y. ve Ben-Chaim, D. (2007). International survey of high school students' understanding of key concepts of linearity. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2,* 273-280. Seoul, Korean.

Herbert, K. ve Brown, R. (1997). Patterns as Tools for Algebraic Reasoning. *Teaching Children Mathematics, 3*, 340-345.

Janvier, C. (1981). Use of situations in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 12*,113-122.

Kabael, T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel Düşünme Sürecinde Örüntüden Fonksiyona Öğretim. *İlköğretim Online, 9*(1), 213-228. www.ilkogretim-online.gov.tr.

Kaf, Y. (2007). Matematikte model kullanımının 6. Sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Kaput, J. J. (1999) Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema and T.A. Romberg (Eds.) *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Karasar, N. (1986). *Bilimsel araştırma yöntemi.* Ankara: Bilim Yayınları.

Kasmer, L. (2008). *The role of prediction in teaching and learning of algebra*. Dissertation Abstracts International. (UMI Number: 3303469).

Kaya, D. ve Keşan C. (2012). Üniversite adayı sayısal bölümü öğrencilerine yönelik kavramsal ve işlemsel uygulamalar. *Eğitim ve Öğretim Araştırma Dergisi, 1*(3), 347-351.

Kerslake, D. (1981). Graphs. In K. Hard (Ed.), *Children's understanding of mathematics: 11-16.* (pp. 120-136). London: John Murray.

Kieren, C. (1981) Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 317-326.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.

Kieran, C. ve Chalouh, L.(1993). Prealgebra: the Transition from Arithmetic to Algebra. In Douglas T. Owens (Ed.), *In Research ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kilpatrick, J. ve Swafford, J. (2001). Adding it up: helping children learn mathematics. (Ed: B. Findell). Washington, DC: National Academy Press.

Küchemann, D. (1981). Algebra. In K. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics.* Murray: London.

Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(4), 500-508.

Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (Ed.). (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national instutute on student achievement, curriculum and assesment. *The algebra initiative colloquium. 2*, 237-242.

Liamputtong, P. (2009). *Qualitative research methods*, Melbourne: Oxford University Press.

Macgregor, M. ve Stacey ,K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, *33*, 1-19.

MEB, TTKB. (2006). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

MEB, TTKB. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Merrill, M. D. (1983) *Compenent Display Theory, Instructional Desing Theories And Models*. C.M. Reigeluth.(Ed.) NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Miles M. ve Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.* California: Sage Publications.

Morris, C.G. (1996). *Understanding Psychology*. New Jersey: Prentice Hall.

Moschkovich, J. N.(1996). Moving up and getting steeper: Negotiating shared descriptions of linear graphs. *The Journal of the Learning Sciences, 5*(3),239-277.

Moschkovich, J. N. (1999). Students use of the x-intercept as an instance of a transitional conception. *Educational Studies in Mathematics, 37,*169-197.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Noh, J. (2004). An investigation of secondary teachers' knowledge of rate of change in the context of teaching a standards-based curriculum. Dissertation Abstracts International. (UMI Number: 3154507).

Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics, 14*(3), 235-250.

Önür, Y. (2008). *Effects of Graphing Calculators on Eight Grade Students Achievement in Graphs of Linear Equations and Concept of Slope.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Özdamar, K. (1997). *Paket programlar ile istatistiksel veri analizi.* Eskişehir: Kaan Kitabevi.

Özden, Y. (2003). *Öğrenme ve Öğretme (Geliştirilmiş Baskı).* Ankara: Pegema Yayıncılık.

Postelnicu, V. (2011). Student difficulties with linearity and linear functions and teachers' understanding of student difficulties. Dissertation Abstracts International. (UMI No: 3450231).

Reiken, J. J. (2008). Coming to understand slope and the cartesian connection: An ınvesitigation of student thinking. Dissertation Abstracts International. (UMI Number: 3347606)

Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Are you careful about defining your variables? *Mathematics Teacher, 74*(6), 418-420.

Schoenfeld, A., Arcavi, A. ve Smith, J. (1993). Learning. In R. Glaser (Ed.), *Advances in Instructional Psychology, 4,*55-175. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sfard, A. (1995). The development of algebra : Historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior, 14*, 15-39

Sinan, O. (2007*).* Fen bilgisi öğretmen adaylarının proteinler ve protein sentezi ile ilgili kavramsal anlamaları. Yayınlanmamış doktora tezi. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 211-219.

Soylu, Y. (2008). 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi, 25,* 237-248.

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 8*(2), 83-95.

Stump, S. L. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of the concept of slope. *Mathematics Education Research Journal* ,*11*(2), 124-144.

Stump, S. L. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as a measure. *School Science and Mathematics, 10(2),* 81-89.

Sutherland, R. ve Rojana, T. (1993). A Spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, *12*(4), 351-383.

Şimşek, A. (2006). *İçerik Türlerine Dayalı Öğretim: Kavramların Öğretimi*. Nobel Yayın Dağıtım.

Tanışlı, D. (2008). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Teddlie, C. ve Yu, F. (2007). Mixed methods sampling: A typology with examples. *Journal of Mixed Methods Research*, *1*(1), 77-100.

Teuscher, D. ve Reys, R. E. (2010).Slope, rate of change, and steepness: Do students understand these concepts? *Mathematics Teacher, 103*(7), 519- 524.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 234-243.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. In B. Moses (Eds.). *Algebraic Thinking, Grades K-12* (pp. 5-7). Reston, VA: NCTM.

Van de Walle, J., Karp, K. ve Bay-Williams, J. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*.(S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Akademik. (Orijinal baskı, 2009)

Vance, J.H.(1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics, 4*, 282-285.

Wagner, S. (1983). What are these things called variables? *Mathematics Teacher, 76*(7), 474-479.

Weaver, J. H.(2004). *Matematik Kaşifi*. (B. Sipal ve B. Akalın, Çev.). İstanbul: Güncel Yayıncılık.

Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(15), 229-246.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Beşinci Basım. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, S. ve Yıldırım, H. H. (2013a). TIMSS ve TIMSS matematik testlerine genel bakış. *Eğitimci Öğretmen Dergisi, 19*, 17-20.

Yıldırım, S. ve Yıldırım, H. H. (2013b). PISA ve PISA matematik testlerine genel bakış. *Eğitimci Öğretmen Dergisi, 20*, 48-52.

You, Z. (2006). Preservice teachers' knowledge of linear functions within multiple representation modes. Dissertation Abstracts International. (UMI Number: 3280530)

Zaslavsky, O., Sela, H. ve Leron, U. (2002). Being sloppy about slope: The effect of changing the scale. *Educational Studies in Mathematics, 29,* 119-140.

Zazkis, R. ve Hazzan, O. (1998). Interviewing in mathematics education research: Choosing the questions. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(4), 429-439.