İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

REAKTİF VE SÖNÜMLÜ SUSTURUCULARIN AKUSTİK MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Okyay Nabi ÖZKOZACI

Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

Programı : MAKİNA DİNAMİĞİ, TİTREŞİM VE AKUSTİĞİ

Şubat 2006

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

REAKTİF VE SÖNÜMLÜ SUSTURUCULARIN AKUSTİK MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Okyay Nabi ÖZKOZACI
(503031405)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Aralık 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 2 Şubat 2006

Tez Danışmanı :	**Prof.Dr. H.Temel BELEK**
Diğer Jüri Üyeleri	**Prof.Dr. Ahmet GÜNEY**
	Prof.Dr. Tuncer TOPRAK

ŞUBAT 2006

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tez çalışmamın her evresinde karşılaştığım problemleri çözmem için bana yol gösteren ve çalışmalarımı bir adım daha ileri taşıyabilmem için tecrübelerini benimle paylaşan tez danışmanım İ.T.Ü. Makina Fakültesi öğretim üyesi Sayın Prof. Dr. H. Temel BELEK'e ve yüksek lisans eğitimim boyunca manevi desteğini bir an olsun üzerimden eksik etmeyen İ.T.Ü. Makina Fakültesi öğretim üyesi Sayın Prof. Dr. Metin GÜRGÖZE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tezin hazırlanması sırasında yardımlarını esirgemeyen Makine Mühendisi Emre ATİLA, Makine Yüksek Mühendisi Ahmet AKBAŞ, Makine Yüksek Mühendisi M. M. Altuğ BIÇAK, Makine Mühendisi Serkan ZEREN ve Makine Mühendisi Özcan AHMETOĞLU'na teşekkürü borç bilirim. Tüm eğitim hayatım boyunca hem maddi hem de manevi olarak her türlü koşul altında bana yardım etmekte bir an olsun tereddüt etmeyen ve beni bugünlere getiren aileme minnettarım.

Şubat 2006 Okyay Nabi ÖZKOZACI

İÇİNDEKİLER

ŞEKİL LİSTESİ v
SEMBOL LİSTESİ ix
ÖZET xi
SUMMARY xv

1. GİRİŞ 1
1.1 Tezin Amacı ve Tez Konusunun Tanıtılması 1
1.2 Literatür Araştırması 5
1.3 Çalışmanın Kapsamı 7

2. SUSTURUCULAR 9
2.1 Susturucuların Çalışma Prensibi, Gruplandırılması ve Elemanları 9
2.2 Susturuculardа Tasarım Süreci 18
2.2.1 Akustik Gereksinimler 22
2.2.2 Aerodinamik Gereksinimler 22
2.2.3 Geometrik Gereksinimler 23
2.2.4 Konstrüksiyon ve Malzeme Açısından Gereksinimler 23
2.2.5 Ekonomik Gereksinimler 23

3. TEORİK İNCELEMELER 24
3.1 Kanal Akustiğinin Temelleri 24
3.1.1 Akustik Dalga Denkleminin Çıkarılması 24
3.1.1.1 Kütle Korunumu 25
3.1.1.2 Momentum Korunumu 27
3.1.1.3 Termodinamiksel Denklem 31
3.1.1.4 Lineerleştirilmiş Akustik Dalga Denklemi 32
3.1.2 Düzlemsel Akustik Dalgaların Durağan Viskoz Olmayan Bir Ortamdaki Hareketi 34
3.1.3 Üç Boyutlu Akustik Dalgaların Durağan Viskoz Olmayan Silindirik Bir Ortamdaki Hareketi 38
3.1.4 Düzlemsel Akustik Dalgaların Viskoz Olmayan Akışlı Bir Ortamdaki Hareketi 42
3.1.5 Üç Boyutlu Akustik Dalgaların Viskoz Olmayan Akışlı Silindirik Bir Ortamdaki Hareketi 44
3.1.6 Duvarları Akustik Yutucu Malzeme ile Kaplı Silindirik Kanallarda Akustik Dalga Hareketi 46
3.1.6.1 Duvarları Akustik Yutucu Malzeme ile Kaplı, Durağan Silindirik Bir Kanalda Akustik Dalga Hareketi 47
3.1.6.2 Duvarları Akustik Yutucu Malzeme ile Kaplı, Akışlı Silindirik Bir

Kanalda Akustik Dalga Hareketi 50
3.2 Kanal Akustiği için Transfer Matris Yöntemi 54
3.2.1 Transfer Matrisinin Türetilmesi 55
3.2.2 Transfer Matris Denklemini Kullanarak Sistem Çözümü 58
3.2.3 Transfer Matris Yönteminin Kendini Tekrar Edebilme Özelliği 61
3.2.4 Transfer Matris Yönteminin Kanal Akustiğine Uyarlanması 62

4. REAKTİF VE SÖNÜMLÜ ELEMANLARDAN OLUŞAN SİSTEMLER 65
4.1 Tek Genişleme Odalı Silindirik Susturucular 65
4.1.1 Boru İçinde Akış Olmaması Hali 65
4.1.2 Boru İçinde Akış Olması Hali 72
4.2 Giriş Ve/Veya Çıkış Boruları Uzatılmış Tek Genişleme Odalı Silindirik Susturucular 76
4.3 Giriş Ve Çıkış Borusunun Genişleme Odasına Yandan Bağlandığı Silindirik Susturucular 90
4.4 Perfore Susturucu Elemanlarının Aeroakustik Analizleri 98
4.4.1 İki Borulu Perfore Susturucuların Analizleri 99
4.4.1.1 Eş Merkezli Tüp Rezonatör 105
4.4.1.2 Tıkaçlı Tip Susturucu 109
4.4.1.3 Üç Borulu Perfore Susturucuların Analizleri 113
4.4.1.4 Çapraz Akışlı Üç Borulu Susturucu 121
4.4.1.5 Ters Akışlı Üç Borulu Susturucu 125
4.5 Sönümlü Tip Susturucuların Analizleri 129

5. DENEYSEL İNCELEMELER 153
5.1 İki Yük Yönteminin Teorik Olarak İncelenmesi 155
5.2 Ölçüm Ekipmanları 161
5.3 Deney Düzeneğinin Boyutlarının Standardizasyonu 161
5.4 Sonuçlar 162

6. SONUÇLAR 164

ÖZGEÇMİŞ 174

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Araç Geçiş Gürültüsü Testi..... 2
Şekil 1.2 : Egzos Gürültüsünün Laboratuar Testi..... 2
Şekil 1.3 : Egzos Gürültü Testi..... 3
Şekil 2.1 : Dört Stroklu Kıvılcım Ateşlemeli (Benzinli) Motor..... 10
Şekil 2.2 : Dört Stroklu Benzinli Motorun Termodinamik Döngüleri..... 10
Şekil 2.3 : Egzos Gürültüsünün Hız ile Değişimi..... 12
Şekil 2.4 : Temel Frekansı 31.4 Hz ve 1880 RPM Krankmili Hızına Sahip Bir Motorun Egzos Çıkış Borusundan 0.91m Uzakta Tipik Egzos Gürültüsü Spektrumu..... 13
Şekil 2.5 : Basit Alan Süreksizlikleri: a)Daralma b)Genişleme..... 14
Şekil 2.6 : Uzatılmış Boru Şeklindeki Rezonatörler..... 15
Şekil 2.7 : İki Borulu Perfore Elemanlar..... 16
Şekil 2.8 : Üç Borulu Perfore Elemanlar..... 18
Şekil 2.9 : Sönümlü Susturucu..... 19
Şekil 2.10 : Susturucu Tasarım Prosedürü..... 21
Şekil 3.1 : Sabit Birim Kontrol Hacminin x-yönündeki Parçacıklarının Kütlesel Akışı..... 26
Şekil 3.2 : Birim, Sabit Kontrol Hacmi İçin x-yönündeki Momentum Dengesi..... 28
Şekil 3.3 : Silindirik Bir Boru / Kanal ve Silindirik Polar Koordinat Sistemi..... 39
Şekil 3.4 : m=2 ve n=2'ye Kadar Dikdörtgenel Bir Kanaldaki Enine Basınç Dağılımı İçin Nodal Çizgiler..... 41
Şekil 3.5 : m=2 ve n=2'ye Kadar Dairesel Bir Kanaldaki Enine Basınç Dağılımı İçin Nodal Çizgiler..... 41
Şekil 3.6 : Bir Susturucunun Ses Yutucu Malzeme İle Kaplanmış Bölümünde Radyal Yöndeki Dalga Sayısını Bulabilmek İçin Kullanılan Akış Diyagramı..... 52
Şekil 3.7 : Akustik Kütle için Transfer Elemanının Şematik Gösterimi..... 54
Şekil 3.8 : Seri Halde Birbirine Eklenmiş Akustik Elemanlar..... 55
Şekil 3.9 : L Genişliğindeki Akustik Ortamın Tek Boyutlu Tabakası..... 56
Şekil 3.10 : Bir Akışkan Tabakası boyunca Ses İletim Kaybı..... 58
Şekil 3.11 : Üç Tabaka Akışkan Boyunca Ses İletim Kaybı..... 61
Şekil 3.12 : Kesit Alanları Değişken Olan Kanal Boyunca Ses İletim Kaybı
Şekil 4.1 : Genişleme Odası, Giriş ve Çıkış Borularından Oluşan Sistem ... 63
Şekil 4.2 : Tek Genişleme Odalı Silindirik Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 65
Şekil 4.3 : Değişen Sıcaklıklar İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 68
Şekil 4.4 : Farklı Genişleme Odası Çapı Giriş Borusu Çapı Oranları İçin

Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 69
Şekil 4.5 : Farklı Genişleme Odası Boyları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 70
Şekil 4.6 : İki Genişleme Odalı Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 70
Şekil 4.7 : Üç Genişleme Odalı Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 71
Şekil 4.8 : Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği.... 72
Şekil 4.9a : Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 75
Şekil 4.9b : Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 83
Şekil 4.10 : Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 83
Şekil 4.11 : Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 84
Şekil 4.12 : Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 85
Şekil 4.13 : Farklı Mach Sayıları İçin Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 86
Şekil 4.14 : Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 87
Şekil 4.15a : Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 88
Şekil 4.15b: Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 88
Şekil 4.16 : Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 89
Şekil 4.17 : M=0.1 İçin Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olmayan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Alanları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 89
Şekil 4.18 : Yandan Girişli Susturucu..... 90
Şekil 4.19 : Yandan Çıkışlı Susturucu..... 90
Şekil 4.20 : Yandan Girişli ve Yandan Çıkışlı Susturucu..... 91
Şekil 4.21 : Transfer Matrislerin Çıkarılması İçin Yandan Giriş Şeması..... 92
Şekil 4.22 : Transfer Matrislerin Çıkarılması İçin Yandan Çıkış Şeması..... 92
Şekil 4.23a : Giriş ve Çıkış Borusunun Yandan Bağlandığı Susturucunun Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 96
Şekil 4.23b: Giriş ve Çıkış Borusunun Yandan Bağlandığı Susturucunun Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 97
Şekil 4.24 : Farklı Mach Sayıları İçin Yandan Giriş Borulu ve Yandan Çıkış Borulu Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği. 97

Şekil 4.25 : Yandan Giriş Borulu ve Yandan Çıkış Borulu Susturucu..... 98
Şekil 4.26 : Uzatılmış Giriş ve Uzatılmış Çıkış Borulu Susturucu..... 98
Şekil 4.27 : İki Borulu Sistemin Ortak Perfore Kısmı..... 99
Şekil 4.28 : Eş Merkezli Tüp Rezonatör..... 105
Şekil 4.29 : Farkli Perforasyon Oranlari İçin Bir Eş Merkezli Tüp Rezonatörün Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 108
Şekil 4.30 : Perfore Borudaki Deliklerin Farkli Çapları İçin M=0.3 Akış Koşulunda Bir Eş Merkezli Tüp Rezonatörün Ses İletim Kaybı Frekans Grafiği..... 108
Şekil 4.31 : Farkli Mach Sayıları İçin Bir Eş Merkezli Tüp Rezonatörün Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 109
Şekil 4.32 : Tıkaç Tip Susturucu..... 109
Şekil 4.33 : Tıkaç Tip Susturucunun Farklı Mach Sayılarında Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 113
Şekil 4.34 : Üç Borulu Sistemin Ortak Perfore Kısmı..... 114
Şekil 4.35 : Çapraz Akışlı Üç Borulu Susturucu..... 121
Şekil 4.36 : Farklı Mach Sayılarında Çapraz Akışlı Üç Borulu Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 125
Şekil 4.37 : Ters Akışlı Üç Borulu Susturucu..... 125
Şekil 4.38 : Farklı Mach Sayılarında Ters Akışlı Üç Borulu Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 129
Şekil 4.39 : Genişleme Odası Ses Yutucu Malzeme İle Kaplı Sönümlü Susturucu..... 129
Şekil 4.40a : Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 141
Şekil 4.40b: Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 141
Şekil 4.41a : Farklı Lif Akış Dirençlilikleri İçin Ses Yutucu Malzeme İle Kaplı Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 142
Şekil 4.41b: Farklı Lif Akış Dirençlilikleri İçin Ses Yutucu Malzeme İle Kaplı Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 143
Şekil 4.42a : Genişleme Odasında Çevresine Ses Yutucu Malzeme Sarılı Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 144
Şekil 4.42b: Genişleme Odasında Çevresine Ses Yutucu Malzeme Sarılı Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 144
Şekil 4.43a : Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Akış Dirençlilikleri İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 145
Şekil 4.43b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Akış Dirençlilikleri İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 145
Şekil 4.44a : Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 146

Şekil 4.44b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 147
Şekil 4.45a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Uzunlukları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 148
Şekil 4.45b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Uzunlukları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 148
Şekil 4.46a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Perforasyon Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 149
Şekil 4.46b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Perforasyon Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 149
Şekil 4.47a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 151
Şekil 4.47b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 151
Şekil 4.47c: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 152
Şekil 5.1 : İki Kaynak Yöntemi Deney Seti..... 154
Şekil 5.2 : İki Yük Yöntemi Deney Seti..... 154
Şekil 5.3 : İki Kaynak Yöntemi ve İki Yük Yöntemi..... 155
Şekil 5.4 : Dört Kutup Parametresi..... 155
Şekil 5.5 : Dört Mikrofonlu Empedans Tüpü..... 156
Şekil 5.6 : Deney Düzeneği..... 161
Şekil 5.7 : Deneyde Kullanılan Susturucunun Geometrisi..... 162
Şekil 5.8 : Üç Farklı Yöntemle Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği..... 163
Şekil 5.9 : Şekil 5.7 İle Geometrisi Verilen Susturucunun Deney Düzeneğinin Fotoğrafı..... 163

SEMBOL LİSTESİ

c	**:** Ses hızı
d	**:** Perfore borudaki delik çapı
f	**:** Frekans
F	**:** Ateşleme frekansı
j	**:** $\sqrt{-1}$
J	**:** Bessel fonksiyonu
k	**:** Dalga sayısı
K	**:** İlgili sistem bölgesine ait süreksizlik kayıp katsayısı
l	**:** Genişleme odasının uzunluğu
m	**:** x – yönündeki veya çap boyunca olan nod sayısı
M	**:** Akışkan akışının Mach sayısı
n	**:** y – yönündeki veya azimutal yöndeki nod sayısı
N	**:** Neumann fonksiyonu
p	**:** Boru içindeki akustik ses basınç alanı
Q	**:** Hacim Akış Hızı
r	**:** r ekseninden olan uzaklık, yarıçap
R	**:** Akustik ses yutucu malzemenin akustik direnç katsayısı
S	**:** Kesit alan
t	**:** Perfore borunun kalınlığı
T	**:** İlgili sistem parçasının transfer matrisi, sıcaklık
TL	**:** dB biriminden ses iletim kaybı
TM	**:** Transfer matrisi
u	**:** Eksenel yöndeki partikül hızı
U	**:** Kesit alanında ortalaması alınmış akış hızı
υ	**:** Hacim hızı
Y	**:** Karakteristik empedans
z	**:** z ekseninden olan uzaklık
Z	**:** Boyutsuz empedans
η	**:** Partikül yerdeğişimi
ρ	**:** Yoğunluk
σ	**:** Borunun perforasyon oranı
ω	**:** Akustik tahrik edici frekans
∇	**:** Laplasiyen operatörü
ζ	**:** Perforasyon empedansı

Alt İndisler ve Üst İndisler

0, 1	**:** Bessel ve Neumann fonksiyonlarının mertebesi
1, 2, 3, 4	**:** Borudaki farklı bölgeler

a, b	**:** A düzleminin solundaki veya B düzleminin sağındaki bölge
con	**:** Daralma
exp	**:** Genişleme
ext	**:** Genişleme odasına uzatılan kısım
G	**:** Genel
h	**:** Perfore duvar üzerindeki delik
i, in	**:** Giriş konumu
o, out	**:** Çıkış konumu
p	**:** Perforasyon
r	**:** Radyal yön
rw	**:** Ses yutucu duvar içindeki radyal yön
w	**:** Ses yutucu kaplama, perfore duvar
z	**:** Eksenel yön
$\pm$	**:** Pozitif ve negatif hareket eden dalgalar

REAKTİF VE SÖNÜMLÜ SUSTURUCULARIN AKUSTİK MODELLENMESİ

ÖZET

Günümüz toplumunun karşı karşıya kaldığı rahatsız edici egzos gürültüsünün giderilmesinde kullanılan egzos susturucuları, gürültü kontrol yönetmelikleri ve Avrupa Birliği yönergeleri ile getirilen kısıtlamalar nedeniyle önem kazanmıştır. Gürültü ile ilgili yasaları ve aracın konfor şartlarını dikkate alarak hedeflenen egzos gürültü seviyesinin sağlanabilmesi, ancak; aracın boyutlarına ve motoruna uygun egzos susturucusunun tasarımı ile mümkün olmaktadır.

Tez kapsamında incelenen pasif susturucular; reaktif, sönümlü ve hibrit olmak üzere üç farklı tipte tasarlanmaktadır. Reaktif tip susturucuların temel prensibi, susturucudan geçen gürültü azaltımı için, akustik enerjinin kaynağa geri yansıtılmasıdır. Sönümlü tip susturucuların temel prensibi ise, susturucudaki akustik enerjinin azaltımının susturucu boyunca kullanılan çeşitli yutucu malzemelerle azaltılmasıdır. Hibrit tip susturucular ise, hem reaktif elemanları hem de sönümlü elemanları içerdiğinden, akustik enerjinin azaltımı bu tip susturuculardа her iki mekanizma ile oluşmaktadır.

Reaktif ve sönümlü (dissipatif) susturucuların analitik yöntemlerle akustik modellenmesi ve bulunan sonuçların deneyle kanıtlanması bu tezin konusunu oluşturmaktadır. Bu tezin amacı, bir susturucu performans kriteri olan ses iletim kaybı için gerekli araçları geliştirerek, egzos tasarımcılarının tasarımda kullanabilecekleri yararlı sonuçları ortaya koymaktır. Böylece, ülkemizdeki egzos susturucusu tasarımcıları, kullanılacağı yer ve amaçlara göre en uygun susturucunun tasarımı için hangi matematiksel yaklaşımlar ve deneysel yöntemler kullanabileceklerini toplu olarak bu tezde bulabileceklerdir.

Egzos sistemini oluşturan elemanların akustik olarak modellenmesinde çeşitli teorik yöntemler ve deneysel yöntemler kullanılmaktadır. İki boyutlu analitik yöntem, sonlu elemanlar yöntemi ve transfer matris yöntemi bu teorik yöntemlere örnek olarak verilebilir. Teorik incelemelerde, egsoz sistemlerinin analizinde sınır (cut-off) frekansına kadar olan frekans alanı içinde çok iyi sonuçlar veren transfer matris yöntemi tercih edilmiştir. Bunun sebebi, transfer matris yönteminin iki boyutlu analitik yönteme göre daha kolay uygulanabilir olmasıdır. Buna ek olarak, sonlu elemanlar yöntemine göre daha küçük boyutlu matrisler ortaya çıktığı için bilgisayarlarda daha hızlı ve daha rahat kullanılabilmesi de bir başka tercih sebebidir. Deneysel incelemelerde ise, transfer matris yöntemini esas alan “iki yük yöntemi” (two load method), “iki kaynak yöntemine” (two source method) tercih edilmiştir.

Bunun sebebi egzos uç borusundaki empedansı değiştirmenin kaynağı değiştirmekten daha kolay olmasıdır.

Bölüm 1'de tezin amacı, konusu ve kapsamı belirtilmiş ve tez süresince yapılan literatür araştırması hakkında bilgi verilmiştir.

Bölüm 2'de susturucular konusuna genel bir giriş yapılmış, susturucular anlama kolaylığı açısından gruplandırılmış, susturucu elemanları tanıtılmış ve susturucu tasarım süreci belirtilmiştir. Buna göre reaktif, sönümlü ve bu iki tip susturucunun birleştirilmesiyle oluşturulan hibrit tip susturucular detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Bölüm 3'te susturucuların analitik olarak incelenmesine olanak sağlayan üç boyutlu akustik dalga denklemi çıkartılmış, bu dalga denkleminin iki boyutlu hali kullanılarak, kanal içindeki farklı durumlar için ses dalgasının hareket denklemleri çıkartılmış, transfer matris yöntemi tanıtılmış ve bu yöntemin kanal akustiğine nasıl uyarlandığı gösterilmiştir.

Bölüm 4'te transfer matris yöntemi ile, reaktif ve/veya sönümlü elemanlardan oluşan birçok farklı susturucu örneği üzerinde yapılan çalışmalar ve bu çalışmaların sonucunda elde edilen, susturucu performansını belirleyen bir parametre olan ses iletim kaybı grafiklerine yer verilmiştir. Reaktif tip susturuculara örnek olarak tek genişleme odalı susturucu, akış olması ve olmaması hali için incelenmiş, genişleme odası çapının değişiminin, boy değişiminin ve sayısının değişiminin ses iletim kaybına olan etkileri irdelenmiştir. Genişleme odasının çapının arttırılmasıyla hem reaktif hem de sönümlü tip susturuculara yüksek ses iletim kayıplarının sağlandığı gösterilmiştir.

Giriş ve/veya çıkış boruları genişleme odasının içine uzatılmış susturucular incelenmiştir. Yine reaktif tip susturuculara örnek olarak giriş ve çıkış borularının yandan bağlanması durumunda ses iletim kayıplarının davranışı gösterilmiştir. Buna göre, giriş borusunun veya çıkış borusunun yandan bağlanmasıyla susturucunun reaktif yapısı aynı kalmaktadır. Yani ses iletim kaybı grafiklerinde, belirli frekans değerlerinde yüksek ses iletim kayıpları sağlanabilmektedir. Gürültünün bu frekans değerlerinde birikmesine karşı uygulanabilecek uygun bir çözüm olabilecekleri gösterilmiştir. Ancak, gürültü karakteristiği, çok farklı frekans değerlerine yayılmış bir davranış gösteriyorsa, bu tip bir susturucunun kullanılması yeterli olmayacaktır. Ayrıca giriş ve çıkış borularının yandan bağlanması durumunda, geometrik sınırlamalara karşı tasarımcının daha rahat hareket edebileceği vurgulanmıştır. Giriş ve/veya çıkış borusu uzatılmış bir susturucu kullanılmasının gerekli olduğu ama eksenel bir sınırlamanın bulunduğu bir durumda, bunun yerine; giriş ve/veya çıkış borularının yandan bağlanmasıyla oluşturulan akustik denk susturucunun kullanılabileceği gösterilmiştir.

Endüstride çok sık kullanılan perfore boruların genişleme odası içindeki değişik konfigürasyonlarına yer verilmiştir. Eş merkezli tüp rezonatör, tıkaç tip susturucu, iki borulu ve üç borulu susturucuların akustik modellenmesi gerçekleştirilmiş ve elde edilen ses iletim kaybı grafikleri yorumlanmıştır. Böylece, özet olarak, reaktif tip susturuculara özgü akustik davranış biçimi gözlemlenmiştir. Buna göre, perfore borulu susturucular düşük ve orta frekans alanında yüksek ses iletim kayıpları sağlamaktadır, buna karşılık ancak belli frekans değerlerindeki gürültü birikimlerinin giderilmesinde verimli bir şekilde kullanılabilmektedir. Eş merkezli bir tüp rezonatörde, 0.3 Mach mertebesinde bir akışın varlığında, farklı perforasyon oranları için, frekans alanında ses iletim kaybının değişimi gösterilmiştir. 300 - 600 Hz frekans aralığında, % 5'ten % 30 perforasyon oranına kadar ses iletim kaybı

artmaktadır; fakat % 30 perforasyon oranından sonra ses iletim kaybı, bu frekans aralığında düşmektedir. Tıkaç tip susturucular ile, belirli frekanslarda birikmiş gürültülerin giderilmesinde kayda değer yükseklikte ses iletim kayıpları sağlanmaktadır.

Sönümlü tip susturucularda ve hibrit tip susturucularda ise analizler susturucuyu oluşturan elemanların geometrik ve yapısal özelliklerinin değiştirilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Buna göre, özet olarak sönümlü ve hibrit tip susturucularla, orta ve yüksek frekans alanında, yüksek ses iletim kayıplarının sağlanabileceği gösterilmiştir. Bu tip susturucular, reaktif tip susturuculardan farklı olarak frekans alanında sürekli yapıdadırlar, böylece daha fazla frekans değerinde yüksek ses iletim kayıpları sağlamaktadırlar. Fakat tek bir frekans değerinde birikmiş gürültünün giderilmesinde daha ekonomik olan reaktif tip susturucuların kullanılması daha uygun olacaktır.

Genişleme odası farklı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı sönümlü susturucular için yapılmış akustik analizlerde, ses yutucu malzemenin akış dirençliliği arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının orta ve yüksek frekans alanında arttığı gösterilmiştir.

Genişleme odası farklı kalınlıklardaki ses yutucu malzemeyle kaplı hibrit tip susturucular için yapılmış akustik analizlerde, ses yutucu malzemenin kalınlığı arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının genel bir davranış olarak tüm frekans alanlarında arttığı gösterilmiştir. Sönümlü tip susturuculardа kullanılan elemanlara ek olarak burada, akustik yutucu özelliğe sahip liflerin sarıldığı perfore bir boru genişleme odasına yerleştirilmiştir. Hibrit tip susturucuların, düşük ve orta frekans alanında sürekli bir karakteristiğe sahip gürültünün giderilmesi için egzos sistemlerinde verimli olarak kullanılabilecekleri gösterilmiştir.

Yüksek akış dirençlilikleri, hibrit tip susturucunun performansını orta ve yüksek frekanslarda arttırmaya eğilimlidir, bu sırada ses iletim kaybı tepeleri düşük frekanslara doğru hareket etmektedir. Düşük frekanslarda ise, ses iletim kaybı akış dirençliliğinin artmasıyla düşmektedir. R=54896 Rayls/m akış dirençliliğine sahip akustik yutucu bir malzeme ile kaplı susturucunun performansı, içinde hiç akustik yutucu malzeme bulunmayan susturucunun performansından hemen hemen tüm frekanslarda daha iyidir. Ancak, R=17378 Rayls/m akış dirençliliğine sahip malzeme ile kaplı susturucunun ses iletim kaybı 250 Hz'in altında bozulmaktadır.

Çok yüksek frekanslarda, perforasyon oranının artmasıyla hibrit tip susturuculardа gürültü azaltımı önemli şekilde iyileşmektedir, bu sırada ses iletim kaybı tepeleri ise yüksek frekanslara doğru kaymaktadır. Buna karşılık, perforasyon oranının artması düşük frekanslarda düşük ses iletim kayıplarına sebebiyet vermektedir. %52 perforasyon oranına sahip bir susturucu 700 Hz civarındaki rezonans frekansıyla bir Helmholtz rezonatörü gibi davranmaktadır ve artan frekanslarla ses iletim kayıpları çok hızlı bir şekilde düşmektedir. %50 perforasyon oranındaki bir susturucunun akustik performansı, perforasyonun olmaması durumu ile neredeyse aynıdır.

Susturucunun içinde akış olması halinde ses iletim kaybı grafiklerinde önemli değişiklikler meydana gelmektedir. Buna göre, susturucu içinde akışın olmaması durumunda ve 0.15 Mach mertebesinde bir akışın olması durumunda, hibrit susturucunun ses iletim kaybı grafiğinde çok önemli farklılıklar gözlemlenmektedir. Mach sayısının arttırılmasıyla, ses iletim kaybı grafiğinde tüm frekans alanlarında düşüş gözlemlenmektedir. Bundan dolayı analizlerde akışın sistemde olacağı koşulu dikkate alınarak tasarımlar gerçekleştirilmelidir.

Bölüm 5'te yapılan deneysel çalışmalar sonucunda, verilen geometrideki susturucu için ses iletim eğrisi elde edilmiştir. Elde edilen grafik ile aynı geometri için transfer matris yöntemi kullanılarak elde edilen grafik ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak ses iletim kaybını hesaplayan LMS Sysnoise yazılımı yardımıyla elde edilen grafik üst üste konularak yapılan deneysel çalışma doğrulanmıştır.

Bölüm 6'da tez çalışması süresince yapılan araştırmalar sonucunda elde edilen, egzos susturucusu tasarımında kullanılabilecek pratik sonuçlara yer verilmiştir.

ACOUSTICAL MODELING OF REACTIVE AND DISSIPATIVE MUFFLERS

SUMMARY

Exhaust mufflers, which are mainly used for attenuation of annoying exhaust noise that encounters today's society, came into notice more recently due to the restrictions and regulations dictated by the national and European authorities. The exhaust noise in conformance with the noise law and the comfort quality of the vehicles complying with the limit levels can only be achieved if the exhaust system is designed in accordance with the noise characteristics of the engine and the size of the vehicle.

In the scope of this thesis, three different types of passive mufflers, namely; reactive, dissipative and hybrid mufflers are examined. The fundamental principle of reactive mufflers is the reflection of the acoustic energy back to the source in order to attenuate the noise passing through the muffler. The fundamental principle of dissipative mufflers is the absorption of acoustic energy by using various acoustic materials through the muffler. As the hybrid mufflers contain both the reactive and the dissipative components, the reduction of acoustic energy occurs in both forms.

The subject of this thesis is the acoustic modelling of reactive and dissipative mufflers by making use of the analytical and the experimental methods. The purpose of this thesis is to develop useful tools for the exhaust designers in the design of exhaust mufflers by making use of the sound transmission loss concept as a muffler performance criterion. Hence, the exhaust system manufacturers in our country can select the best method and the most appropriate muffler type depending on the usage area and the size of the vehicle as well as the testing method by using the information provided in this thesis.

There are various theoretical and experimental methods employed in acoustic modelling of components which constitute the exhaust system. The "Two Dimensional Analytical Method", the "Finite Element Method" and the "Transfer Matrix Method" are given as some examples of the theoretical methods. In the theoretical investigations, the transfer matrix method is preferred in the acoustic analyses of the exhaust systems. This method provides perfect matching results with the experimental results up to cut-off frequency in the frequency range of interest. The reason for using the transfer matrix method is that it is easier to apply as compared to the two dimensional analytical method. Additionally, the transfer matrix method employs smaller matrices than the finite element method and this makes the transfer matrix method faster and more applicable on computers. In the experimental studies, "two load method" is preferred against the "two source method" both

utilizing the transfer matrix method. In the “two load method” as it is easier to change the impedance at the tailpipe rather than changing the acoustic source this method was preferred.

In chapter 1, the purpose, the subject and the scope of the thesis is expressed and information about literature review is given.

In chapter 2, a general introduction to the mufflers is given, mufflers are classified for better understanding of the subject, the muffler components are described and the muffler design procedure is given. Accordingly, the reactive, the dissipative and the hybrid mufflers are described in detail.

In the next chapter, the three dimensional wave equation which provides the analytical investigation of mufflers is developed. The equations of the wave propagation for different situations in ducts are derived by utilizing the two dimensional form of the three dimensional wave equation. The transfer matrix method is described and the application of the transfer matrix method to duct acoustics is described.

In chapter 4, the graphs of the muffler performance criterion, the sound transmission loss is defined, and the results of investigations using the transfer matrix method for different kinds of mufflers which are composed of reactive and/or dissipative components are given. As an example to the reactive mufflers, simple expansion chamber muffler is analysed with and without flow in the duct. The effects of change in diameter, length and number of expansion chamber on sound transmission loss are investigated. It is demonstrated that increasing the diameter of the expansion chamber will increase the sound transmission loss in both reactive and dissipative mufflers.

Extended inlet and extended outlet components of mufflers are examined. Additionally, the behaviour of the sound transmission loss parameters is investigated when side inlet / side outlet components are connected to the muffler. Thus, the muffler maintains its reactive behaviour when the side inlet and the side outlet components are connected. Namely, high transmission loss values can be provided in only certain frequencies at transmission loss graphs. It is illustrated that reactive components could be a good solution in order to reduce noise in these certain frequencies. However, if noise characteristics of an acoustic source appear in different frequencies at transmission loss graph, then reactive components won’t be adequate to attenuate this kind of noise. In addition to this, it is emphasized that the designer could be more flexible by using side inlet and side outlet components instead of extended inlet and extended outlet components. As an example, it is demonstrated that it could be applicable using acoustically equivalent side inlet / side outlet components instead of extended inlet / extended outlet components when there is a geometrical restriction.

Different configurations of perforated components in expansion chambers which are frequently used in industry are also investigated. Acoustic modelling of concentric resonator, plug mufflers, two duct and three duct mufflers is performed and transmission loss graphs are obtained. Thus, as a summary, the acoustic behaviour of the reactive mufflers containing perforated components provides high sound transmission losses in low and medium frequency range. However, they could only be efficiently used in the attenuation of noise which is accumulated in certain frequencies. In a concentric resonator, the change of sound transmission loss with respect to frequency is indicated for different porosities of perforated duct when 0.3

Mach flow is included. If porosity of the perforated duct is increased from % 5 to % 30, then the sound transmission loss also increases between 300 Hz and 600 Hz but if the porosity continues to increase, then the sound transmission loss decreases. Plug mufflers provide appreciable sound transmission losses in attenuation of the noise which is accumulated in certain frequencies.

Analyses of dissipative and the hybrid mufflers are performed by changing the geometrical and structural features of the components of the mufflers. Thus, as a summary, dissipative and hybrid mufflers provide high transmission losses in medium and high frequency range. This type of mufflers differ from reactive mufflers in that they show continuous characteristics and thus, they provide high transmission losses more than reactive mufflers through frequency range. However, reactive mufflers, which are economically more convenient than dissipative mufflers in reduction of noise that is accumulated at only one or few frequency values.

It is pointed out that in the analyses of dissipative mufflers, increasing the flow resistivity of acoustic absorbing material will increase the sound transmission loss in medium to high frequency range.

It is designated that in the analyses of hybrid mufflers, increasing the thickness of acoustic absorbing material will increase the sound transmission loss in all frequency ranges. Perforated duct which is surrounded by acoustic absorbing material is emplaced in to the expansion chamber in addition to the components that are used in dissipative mufflers. It is shown that hybrid mufflers could be efficiently employed in exhaust systems for attenuation of continuous noise through low to medium frequency range.

Higher flow resistivity tends to improve the performance of the hybrid muffler at medium to high frequencies, meanwhile the transmission loss peak moves to lower frequencies. At low frequencies, the transmission loss is reduced with flow resistivity. The acoustic performance of the muffler with R=54896 Rayls/m is better than the one with no absorbing material nearly at all frequencies, however, the transmission loss of the muffler with R=17378 Rayls/m deteriorates slightly below 250 Hz.

At relatively high frequencies, the attenuation is significantly improved with porosity, while shifting the peak to higher frequencies. Higher perforations, however, tend to yield somewhat lower sound transmission loss at low frequencies. The muffler with 52% porosity exhibits a behavior similar to that of a Helmholtz resonator, with its resonance frequency around 700 Hz and a rapidly decreasing transmission loss with frequency. The performance of the muffler with 50% porosity is close to the one without the perforated screen.

Significant changes appear in the sound transmission loss graphs when there is flow in the dissipative and hybrid mufflers. Thus, important differences are observed at the transmission loss graphs of a hybrid muffler for such conditions that the flow is excluded and 0.15 Mach flow is included. It is observed that increasing the Mach number will decrease sound transmission loss in all frequencies. Therefore, exhaust muffer designs should be performed considering the flow in ducts.

In chapter 5, as a consequence of experimental studies, transmission loss graph is obtained for a given muffler geometry and this graph is validated by comparing it with the transmission loss graphs which are obtained from transfer matrix method and finite element method by LMS Sysnoise.

In chapter 6, practical consequences which could be utilized in exhaust muffler designs, are stated as a result of investigations performed during the thesis.

1. GİRİŞ

1.1 Tezin Amacı ve Tez Konusunun Tanıtılması

Günümüzde kirlilik, içinde yaşadığımız çevrenin rahatsızlık verici ve hatta çoğu zaman tehlikeli sonuçlara yol açabilecek gözardı edilemez bir parçası olmuştur. Kirlilik, çok değişik formlarda ortaya çıkarak, yaşadığı çevre ile sürekli etkileşim halinde olan toplumu rahatsız edici boyutlara ulaşmaktadır. Bu tezin konusuyla ilgili olan kirlilik ise gürültü kirliliğidir. Gürültü kirliliği, diğer formlardaki kirlilik çeşitlerinden farklıdır. Örneğin, şehir çöplüğünde insanların duyu organlarının kötü bir şekilde uyarılmasıyla rahatsız olabileceği ortadadır. Böyle kötü bir ortamda hava kirliliği, kötü kokular ve kötü görüntüler, görme, koklama duyularını kötü şekilde uyaracaktır. Bu kötü uyarılmalar fizyolojik ve psikolojik olarak kendini gösterecek ve insanda birtakım rahatsızlıkların ortaya çıkmasına neden olabilecektir. İşte gürültü de bir çöplüğün diğer duyu organlarını etkilediği gibi duyma organını etkilemektedir. Bundan dolayı "gürültü kulakların çöplüğüdür". Bu sebeple, diğer kirlilik çeşitleriyle olduğu gibi, gürültü kirliliğiyle de mücadele etmek gerekmektedir.

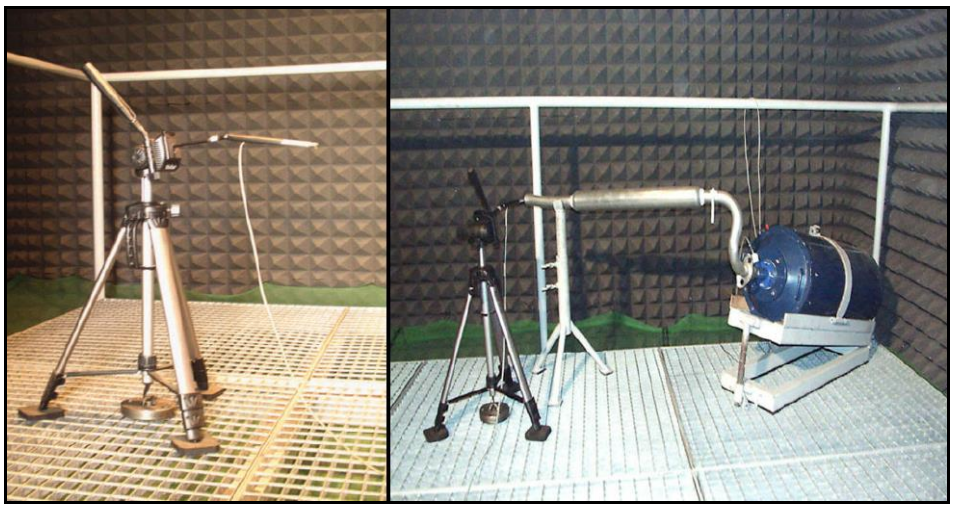
İnsan sağlığı üzerindeki zararlı etkileri tespit edilmiş olan ve yasalarla da belli kısıtlamalar getirilerek kontrol altında tutulmak istenen otomobillerden yayılan egzos gürültüsünün, jeneratörlerden, gemi makinalarından, yat ve teknelerden, havalandırma sistemlerinden ve jet motorlarından yayılan gürültülerin kontrolü için kullanılan reaktif ve sönümlü susturucuların akustik modellenmesi bu tezin konusunu oluşturmaktadır.

Hükümetin yasama organı, gürültü seviyelerini belirli düzeylerde tutarak gürültünün zararlı etkilerinin önüne geçebilmek için yasal sınırlamalar getirmiştir. Tasarımların bu kriterlere uygun olmasını sağlamak amacıyla birçok farklı test gerçekleştirilmektedir. Örneğin, araç geçiş gürültüsünün (vehicle pass-by test) düzeyi ölçülerek, taşıtın dış ortama yaydığı gürültü azaltılmaya çalışılmaktadır. Bu durum, taşıttan belirli bir mesafe uzaklıkta, farklı pozisyonlarda ölçülen ve her yeni model

taşıtın geçmek zorunda olduğu bir dizi gürültü düzey kriterini içinde barındıran sürüş gürültüsü (drive-by) testleri ile uygulanmaktadır. Şekil 1.1, Şekil 1.2 ve Şekil 1.3'te bu gürültü kriterlerine uygunluk için yapılan bazı gürültü ölçüm testleri gösterilmiştir [1]. Egsoz gürültüsü ölçümlerinde gürültü kaynaklarından yayılan ses dalgaları tripodlara yerleştirilmiş mikrofonlar aracılığıyla analizörlere taşınmaktadır. Egzos girişi ve çıkışı arasındaki fark susturucunun performansı hakkında bilgi sahibi olunmasını sağlayacaktır.



Şekil 1.1: Araç Geçiş Gürültüsü Testi [1]



Şekil 1.2: Egzos Gürültüsünün Laboratuar Testi [1]



Şekil 1.3: Egzos Gürültü Testi [1]

Tipik bir otomobilde, gürültünün yayıldığı birçok farklı mekanizma bulunmaktadır ve üreticiler, gürültü kaynaklarını dikkate alarak, ürünlerinin gürültü kriterlerine uygun olabilmesi için, ürünlerini yeniden tasarlamaya mecbur edilmişlerdir. Birçok kuruluş hala, ürettikleri taşıtların akustik karakteristiklerini gürültü kriterlerine uygun hale getirebilmek için deneme – yanılma yöntemini kullanarak tasarımlar yapmayı sürdürmektedir. Şüphesiz, bu tarz bir yaklaşımın bilimsel olmadığı açıkça ortadadır. Bu tarz bir yaklaşımla tasarım yapmanın, kuruluşa getirdiği maddi külfetin oldukça fazla olmasının yanında, tasarımcının her zaman taşıt performansında bir yükselme sağlayabileceği ve sonuçların optimuma yakın olabileceği de garanti değildir. Gürültü yasalarının gittikçe daha zorlayıcı bir hal alması, otomobil tasarımcılarını geleneksel yöntemlerden uzaklaşmaya itmiştir. Otomobil tasarımcıları, deneysel olarak doğrulamaya geçmeden önce, taşıtlardan yayılan toplam gürültü hakkında bilgi sahibi olunabilmesini sağlayan bilgisayar yazılımlarının kullanılmasına büyük önem vermeye başlamışlardır. Tabiki, tasarım öncesinde, yapılacak tasarımın sonuçları hakkında çok değerli bilgiler verebilen bu tarz bilgisayar programlarının yapılabilmesi için de kaçınılmaz olarak gürültünün kaynağının, yayılmasının ve etkilerinin matematiksel olarak modellenmesi gerekmektedir.

Gürültü motordan, emme ve egzos sırasında veya yapısal titreşimler yoluyla yayılmaktadır. Ama motordan yayılan gürültünün en önemli bölümü egzos sırasında yayılmaktadır. Tipik bir egzos sistemi, içten yanmalı bir motorun içine gaz akışını ve gürültüyü gönderdiği bir egzos manifoldundan oluşmaktadır. Egzos gazları, egzos gürültüsü ile birlikte egzos manifoldundan dış ortama egzos borularıyla taşınırlar ve en son uç egzos borusu yardımıyla dış ortama atılırlar. Zararlı egzos gazlarını ve yayılan gürültüyü azaltmak için egzos sistemlerinde çoğunlukla pasif elemanlar kullanılmaktadır. Yayılan gürültüyü azaltmak için susturucular kullanılırken, yayılan zararlı egzos gazlarını kontrol altında tutmak için de katalitik dönüştürücüler kullanılmaktadır. Katalitik dönüştürücünün ana görevinin yanında egzos sisteminin akustik karakterini de değiştirdiği bilinmektedir. Katalitik dönüştürücü, tipik olarak motor manifoldunun çıkışına, susturucudan önce yerleştirilir. Daha sonra bir boruyla susturucuya bağlanmaktadır. Uç egzos borusu gürültüyü ve egzos gazlarını susturucudan dış ortama atmaktadır. Otomobilden yayılan egzos gürültüsü çoğunlukla uç egzos borusundan yayılan gürültünün ölçülmesiyle sayısal olarak belirlenmektedir. Bundan dolayı, maliyeti çok fazla tutan deneme – yanılma yöntemiyle yapılan deneyleri bir tarafa bırakma gayesinde olan tasarımcının, uç egzos borusundan yayılan gürültüyü tam anlamıyla önceden tahmin edebilmesi için gürültü kaynağını (motoru) da dahil ederek tüm egzos sisteminin matematiksel modelini ortaya çıkarması gerekmektedir. Tezde yer alan yaklaşım, bütünü oluşturan parçaların ayrı ayrı akustik modellerinin incelenmesi şeklinde olacaktır. Tezin konusu dahilinde, egzos sistemlerinde bulunan pasif elemanların akustik olarak modellenmesine odaklanılmıştır. Bu pasif elemanlar da egzos sisteminin içinde yer alan susturucunun temel görevini yerine getirebilmesini sağlamaktadırlar.

Tüketici isteklerinin her geçen gün artması ve hızla gelişen teknolojinin bu isteklere cevap verebilmesi, endüstride birbiriyle devamlı rekabet halinde olan kuruluşların varlıklarını devam ettirebilmeleri için, ürünlerini daha kaliteli ve daha uygun fiyat optimizasyonuna göre piyasaya sürmelerini gerektirmiştir. Bu amaca yönelik olarak kuruluşların, modern ve bilimsel tekniklerin kullanıldığı araştırma ünitelerine yatırım yapmaları gerektiği gerçeği ortaya çıkmaktadır.

Bu tezin amacı, analitik ve deneysel yöntemlerden faydalanarak reaktif, sönümlü ve hibrit tip susturucuların akustik modellenmesini gerçekleştirmektir. Temel düşünce ise kullanılacağı yere en uygun olan egsoz susturucusunun tasarımıdır. Analitik

incelemelerde transfer matris yöntemi kullanılmıştır. Deneysel incelemelerde ise transfer matris yöntemini esas alan iki yük yöntemi kullanılmıştır. İki boyutlu analitik yönteme göre daha kolay uygulanabilir olması, sonlu elemanlar yöntemine göre daha küçük matrislerle uğraştığından bilgisayarlarda daha hızlı ve daha rahat kullanılabilmesi ve özellikle egsoz sistemlerinde sınır frekansına kadar olan frekans ilgi alanı içinde çok iyi sonuçlar verdiğinden egzos sistemlerinin analizleri için yeterli olması tezin bütününde transfer matris yönteminin tercih edilmesinin sebepleridir. Tezin bu konuyla ilgilenen tasarımcılara faydalı, Türkçe bir kaynak olmasına özen gösterilmiştir.

1.2 Literatür Araştırması

İçten yanmalı motorların egzos gürültüsünü azaltabilmek için çeşitli geometrik konfigürasyona sahip birçok susturucu elemanı geliştirilmiştir. Hem reaktif hem de sönümlü susturucuların akustiğinin kavranması ve analizlerin gerçekleştirilmesi için sıklıkla ilgili referansa başvurulmuştur [2]. Susturucularda sıklıkla kullanılan perfore akustik elemanların analizleri ilk olarak 1978 senesinde Sullivan ve Crocker'ın eş merkezli bir tüp rezonatör için yaptıkları analitik çalışmadır [3]. Analitik çalışmalarını deneysel sonuçlarla doğrulayan bu çalışmanın hemen ardından aynı konfigürasyon için Sullivan bölümleme yöntemi (segmentation method) kullanarak aynı çalışmayı yapmış ve sistemi üç borulu bir hale taşıyarak çözümlemiştir [4,5]. Bu yöntemde perfore elemanı aralıklara bölerek sistemi parçalara ayırmış daha sonra tüm sistemi ifade etmek için bu küçük parçaların transfer matrislerini çarpmıştır. Aynı çalışma üzerinde yoğunlaşan akustikçilerden Jayaraman ve Yam aynı örnek için kapalı formda bir çözüm elde edebilmek için "ayrıştırma yaklaşımıyla" (decoupling approach) sistemi matematiksel olarak modellemişlerdir [6]. Bu yaklaşımı dikkate alarak yapılan çalışmanın getirdiği en büyük sınırlama, gerçekte doğru olmadığı halde, içiçe geçen kanalların eşit akış hızlarına sahip olduğu kabulüdür. Buna rağmen, birbirine paralel perfore borulardan meydana gelen susturucular içinde akış olmaması hali için bu yaklaşım belli bir süre oldukça kabul edilebilir bir yaklaşım olmuştur. Daha sonra Munjal ve grubu, genelleştirilmiş bir ayrıştırma yaklaşımı ile perfore elemanları analiz etmeyi başarmıştır [7]. İki ve üç borulu perfore elemanlardan oluşan bir egzos sisteminin değişik akış koşullarında uygulanmasında Munjal ve arkadaşları tarafından yayılı parametre yöntemi

tanıtılmıştır [7]. Bundan sonra da benzer akustik elemanlarla değişik konfigürasyona sahip ve farklı akış koşullarının bulunduğu uygulamalar yapılmaya devam edilmiştir. Farklı matematiksel yaklaşımlarla aynı sonuçlar elde edilmiştir. En son olarak bu konuda literatürde yer alan birçok çalışmasına ek olarak Munjal daha genelleştirilmiş bir tasarım prosedürünü geliştirerek n sayıda içiçe etkileşim halinde olan perfore borudan oluşan susturucuları analiz etmiştir [8].

Susturuculardа kullanılan sönümlü elemanlar da perfore elemanlarla birlikte egzos tasarımlarında kullanılan önemli akustik elemanlardandır. Son yıllardaki lif (elyaf) teknolojisindeki önemli gelişmelerden ve bu malzemelerin geniş frekans aralığında yüksek ses iletim kayıplarını sağlayabilmesinden dolayı bu akustik elemanlar susturuculardа sıklıkla kullanılmaktadır. Literatürde ilk olarak 1939 senesinde Morse, iç duvarına ses emici malzemenin yerel bir cevap verecek şekilde yerleştirilmiş halini modelleyerek sistemin bu ses emici malzeme varlığındaki ses iletim kaybını hesaplamıştır [9]. Daha sonra 1946 senesinde Scott, ses emici malzemeyi genişleme odacığına bir yığın halinde yerleştirmiş ve bunun sonucunda sonsuz uzunluktaki dörtgenel ve sonsuz uzunluktaki dairesel kanalların ses iletim kaybını hesaplamıştır [10]. 1975 senesinde ise Ko, dörtgenel, halkasal ve dairesel kanalların ses azaltım karakteristiklerini araştırmıştır [11]. Daha sonra Cummings ve Chang akış etkisini ve modal azalma oranlarını incelemişlerdir [12].

1939 senesinde Morse ile başlayan içinde ses yutucu malzeme olan kanalların incelenmesi 1987 Cummings ve Chang'a kadar sonsuz uzunluktaki kanal boyları kabulu altında sürmüştür. Bu çalışmalar, egzos sistemlerinde sıklıkça rastlanan genişleme/daralma süreksizliklerini incelemede yetersiz kalmıştır. Sonlu uzunluktaki bir susturucunun akustik performansını tam olarak anlamak için, genişleme odasının girişindeki genişlemenin ve çıkışındaki daralmanın akustik etkilerini göz önüne almak gerekir. Bu gerçeği dikkate alan Cummings ve Chang, süreksizliğin olduğu yerlerde akustik modları eşleştirme tekniğini kullanarak akış halinde sonlu uzunluktaki sönümlü bir susturucunun ses azaltım karakteristiklerini analiz etmişlerdir [13]. Bu yöntemde geometrik süreksizliklerin olduğu yerlerde eksenel akustik parçacık hızları ve basınçları eşleştirilmiştir. Elde edilen matematiksel sonuçlar, deneysel sonuçlarla uygunluk içerisindedir. Bu gelişmenin ardından, Peat 1991 senesinde, susturucunun geometrik süreksizliklerinde ortalama akustik basınç ve hız eşleştirmesini kullanarak, sönümlü bir susturucuya yığın halinde yerleştirilmiş

ses yutucu malzemenin akustik olarak azaltım etkisini hesaplamak için bir transfer matrisi geliştirmiştir [14]. Bundan sonra, bu konudaki araştırmalar günümüze kadar devam etmiştir ve yeni modellerin geliştirilmesi konusunda incelemeler sürmektedir. Tezde yer alan sönümlü susturucuların modellenmesinde [15] numaralı kaynaktan faydalanılmıştır. Susturucu üretiminde reaktif elemanlarla sönümlü elemanlar pratikte bir arada kullanıldıklarından, bu örneklerin matematiksel modellenmesinde [16,17] numaralı kaynaklardan faydalanılmıştır. Ayrıca teorik bu araştırmalara ek olarak kullanılan diğer bilgilerin kaynaklarına tez içerisinde yer verilmiştir.

1.3 Çalışmanın Kapsamı

"Susturucular" konu başlığı altında daha kapsamlı olarak ele alınacak olan susturucu çeşitleri iki ana grupta toplanabilir. Pasif susturucular ve aktif susturucular olarak sınıflandırılan susturucu çeşitlerinden pasif susturucular, bu tezin kapsamında detaylı bir şekilde incelenecek susturucu tipi olacaktır. Pasif susturucular da işleyiş prensiplerinin farklı olmasından dolayı, ifade kolaylığı açısından iki grupta incelenebilir. Reaktif ve sönümlü olarak iki ana grup altında toplanan pasif susturuculardan endüstride de yaygın bir şekilde faydalanılmaktadır. Bu iki grup, tezin kapsamına yönelik olarak, öncelikle ayrı ayrı incelenecek ve bu tip elemanlarla tasarlanan susturucuların ses iletim kaybına etkisi gözlemlenecektir. Daha sonra reaktif ve sönümlü özellikteki susturucu elemanlarının aynı tasarım altında kullanılması durumunda egzos susturucusunun akustik performansına etkileri incelenecektir. Analitik çalışmalardan sonra deney düzeneğinin tanıtılmasına ve yapılan deneysel çalışmalara yer verilmiştir.

Bu tezde yapılan kabuller toplu bir halde şu şekildedir: Gerçekleştirilen akustik analizlerde lineer akustiğe bağlı kalınmıştır ve egzos sistemlerinde yer alan yaklaşık olarak 165 dB ses düzeyinin üzerindeki ses basınç düzeylerinin etkisiyle oluşan lineer olmayan etkiler ihmal edilmiştir. Lineerliğin sağlanmasına yönelik yapılan bir başka kabul de basınç dalgalanmalarının çok küçük olmasıdır. Yüksek ses basınç düzeylerinin etkisi sonucu ses yutucu malzemelerin bulunduğu sönümlü susturucularda oluşan lineer olmayan etkilerin incelenmesi oldukça zordur ve daha fazla bir çalışma gerektirmektedir. Bundan başka, reaktif susturucuların analizlerine başlarken sıcaklığın ses iletim kaybına nasıl bir etkisi olduğu incelenmiştir. Sıcaklık arttıkça ses iletim kayıplarının değişmediği fakat buna karşın ses iletim eğrilerinin

kapladığı frekans alanlarının genişlediği ve sivri tepelerin yayıldığı gösterilmiştir. Bu da daha fazla frekans değerinde gürültünün giderilmesi anlamını taşımaktadır. Tezin geri kalan bölümündeki analizlerde ise oda sıcaklığı esas alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Bundan başka, susturucunun duvarları rijit, ses yutucu malzeme rijit, izotropik ve gözenekli olarak kabul edilerek analizler gerçekleştirilmiştir. Bu kabullere ek olarak yapılan çok önemli başka kabuller de egzos gazı ile ilgili yapılan kabullerdir. Buna göre egzos gazı ideal gaz, Hooke'un yasasının geçerli olabilmesi için mükemmel derecede elastik, homojen ve izotropik, akışkanın akmaya karşı direnç göstermediği yani viskoz sönüm ve ısı transferi terimlerinin ihmal edildiği, akışkan üzerinden ses dalgasının yayılımının adyabatik ve tersinir olduğu, yerçekimi etkilerinin olmadığı kabulleri yapılmıştır.

2. SUSTURUCULAR

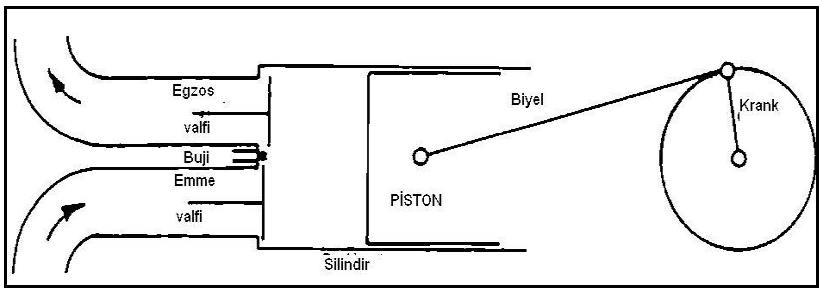
2.1 Susturucuların Çalışma Prensibi, Gruplandırılması ve Elemanları

Susturucu, makineden gelen egzos gürültüsünün, fan gürültüsünün ve gaz akışını içeren diğer gürültü kaynaklarının azaltılması için kullanılan önemli bir kontrol elemanıdır. Genel olarak bir susturucu, akış koridoru boyunca gazın serbest akışına izin verecek şekilde, kanal boyunca iletilen sesi azaltmak için kullanılan bir eleman olarak tanımlanabilir.

Sesin azaltılması, akustik enerjinin elemanın içinde yansıtılması ve emilmesi yoluyla gerçekleştiriliyorsa bu tip susturucular "pasif susturucular" olarak sınıflandırılmaktadır. Pasif susturucular, ayrıca, "ses emiciler" olarak da adlandırılmaktadır. Aktif susturucuda ise, elektronik ileri besleme ve geri besleme teknikleriyle gürültü kesilebilmektedir. Bu tip sistemlerde mikrofonlar ve hoparlörler kullanılmaktadır. Aktif susturucunun işleyiş prensibini kısaca anlatmak yerinde olacaktır. Gürültü kaynağından giriş mikrofonu yardımıyla gürültü, bilgisayarlı elektronik bir devreye beslenmektedir. Bu bilgisayarlı elektronik devre, hoparlörde eşit genlikte fakat ters fazda bir gürültünün yaratılması için uygun sinyali hazırlamaktadır ve belli bir elektriksel gecikme ile hoparlöre göndermektedir. Hoparlör gürültü kaynağının geldiği yöne doğru, ikincil bir gürültü kaynağı gibi davranarak, gönderilen bu sinyali sisteme geri besleyecektir. Giriş mikrofonundan hoparlöre kadar geçen süreyi, elektriksel gecikmeyi ve akustik gecikmeyi hesaba katarak giriş mikrofonunun ve hoparlörün konumlarının ayarlanması önemlidir. Elektriksel gecikme, akustik gecikmeden daha az olacaktır. Böylece gönderilen sinyal gelen gürültü ile karşılaşacak ve gelen gürültüyü sessizleştirecektir.

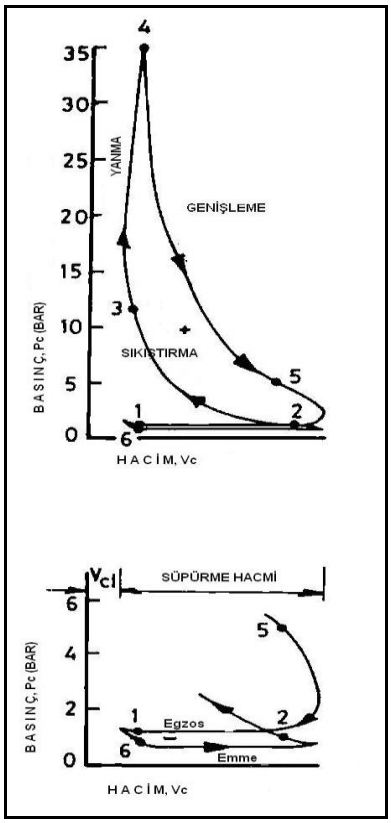
Pasif susturucular, reaktif, sönümlü ve hibrit olmak üzere üç farklı tipte olabilirler. Reaktif tip susturucuların temel prensibi, susturucudan geçen sesin azaltımı için, akustik enerjinin kaynağa geri yansıtılmasıdır. Pasif susturucuların diğer bir çeşidi olan sönümlü tip susturucuların temel prensibi ise, susturucuda akustik enerjinin

azaltımı için, susturucu boyunca kullanılan çeşitli akustik malzemelerle akustik enerjinin emilmesidir. Hibrit tip susturucular ise hem reaktif elemanları hem de sönümlü elemanları içerir.



Şekil 2.1: Dört Stroklu Kıvılcım Ateşlemeli (Benzinli) Motor

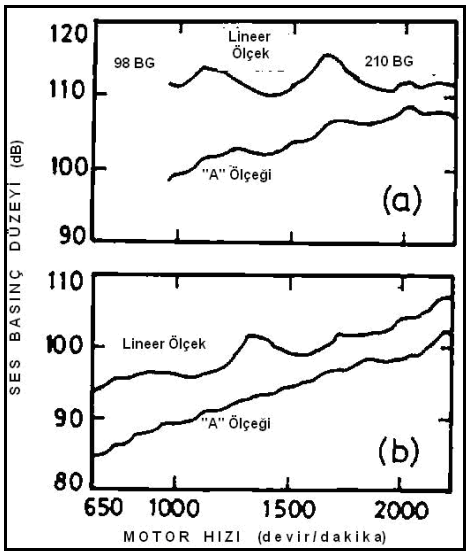
Şekil 2.1'de gösterilen dört stroklu içten yanmalı bir motorun termodinamik döngüsünün içeren tipik işlemler Şekil 2.2'de yer almaktadır [2]. Kıvılcım ateşlemeli motor döngüsü ile sıkıştırma (kompresyon) ateşlemeli motor döngüsü arasında bazı farklılıklar bulunmaktadır. Ama aralarında nitel bir farklılık bulunmamaktadır.



Şekil 2.2: Dört Stroklu Benzinli Motorun Termodinamik Döngüleri
Üstteki: Motor Indikatör Diyagramı
Alttaki: Gaz Değişim Diyagramı

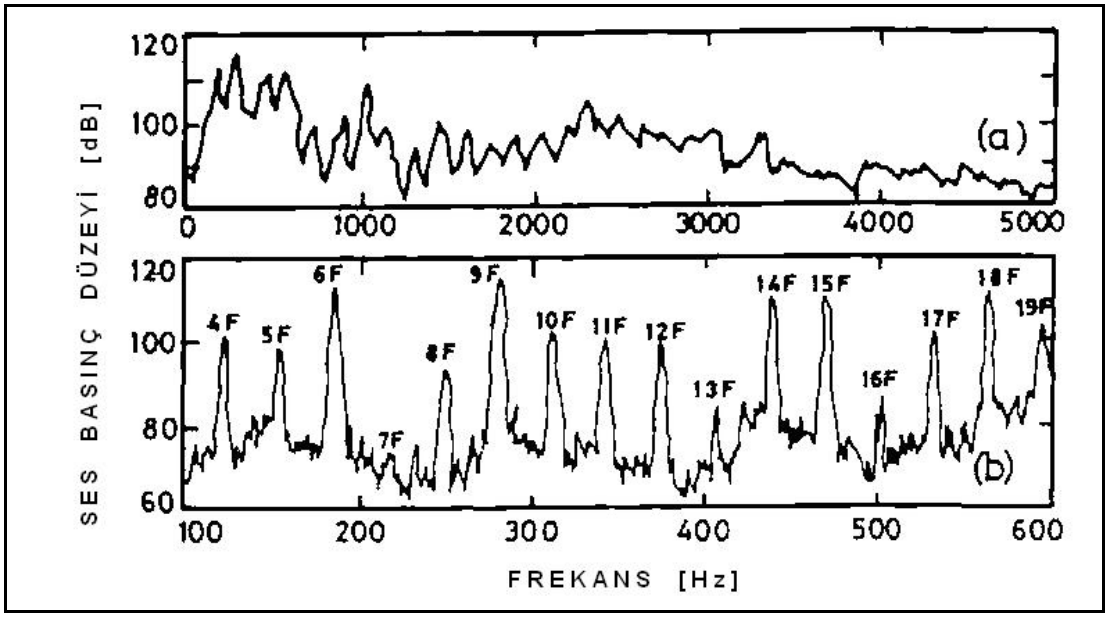
Şekil 2.2'de alt kısımda yer alan diyagram, egzos prosesini göstermektedir. Burada, piston içeri doğru hareket ederken, egzos valfi açılmaktadır. Şekil 2.2'de basınç-hacim diyagramındaki saat yönünde olan döngü, gazların piston üzerine (ve bundan dolayı krank mili üzerine) pozitif iş yaptığını göstermek için (+) ile işaretlenmiştir. Saat yönünün tersi yönünde olan döngünün bulunduğu kapalı alan ise, piston tarafından (dolayısıyla krank mili tarafından) gazlar üzerine gazları dışarı atmak için negatif iş yaptığından (-) işareti ile işaretlenmiştir. Egzos stroku sırasında, egzos borusundaki ortalama basınç, ortalama egzos basıncı olarak adlandırılmaktadır. Geri basınç terimi, bu basınç ile ortam basıncı arasındaki farkı temsil etmektedir. Geri basınç değeri ne kadar artarsa, krank milinde o kadar daha az güç üretilecek ve spesifik yakıt tüketimi de buna bağlı olarak artacaktır.

Egzos valfleri, genişleme stroku sırasında, piston alt ölü noktaya ulaşmadan birkaç derece önce açılmaktadır ve piston üst ölü noktaya ulaştıktan birkaç derece sonra kapanmaktadır. Bundan dolayı, egzos valfleri, 720°'lik krank mili hareketinden sadece 240°'sinde açık kalmaktadır. Bundan dolayı, yanmış gazlar, toplam döngü zamanın sadece üçte birinde dışarı atılmaktadırlar. Geriye kalan zamanda, egzos borusu, artmaya ve azalmaya devam eden basınç atışları için motor tarafına kapalı bir uç olarak, diğer tarafta da atmosfere (veya varsa başka bir egzos borusuna) bağlanmaktadır. Bundan dolayı, egzos borusunun atmosfere açılan ucu tarafında, saniyedeki döngü sayısına (dört stroklu bir motorda krank milinin devir sayısının yarısına eşittir) eşit frekansta egzos atışları oluşmaktadır. Bu frekans "ateşleme frekansı" olarak adlandırılmaktadır ve "F" ile gösterilmektedir. Egzos gürültüsü "F"de ve integral çarpımlarında oluşmaktadır. Bundan dolayı, "F" aynı zamanda "temel frekans" olarak da adlandırılmaktadır. Şekil 2.3'te toplam gürültü düzeyinin hıza bağlılığı gösterilmiştir.



Şekil 2.3: Egzos Gürültüsünün Hız ile Değişimi
(a) Tam yük (b) Yüksüz [2]

Şekil 2.4'te ise bu ilişki, 200 BG (beygir gücü) ve 2200 RPM(devir/dakika) krank mili hızındaki altı silindirli, iki stroklu bir dizel motoru için tasarlanmış tek genişleme odalı bir egzos borusunun çıkışının 0.91m uzaklığından yapılan bir ölçümle örneklendirilmiştir [2].



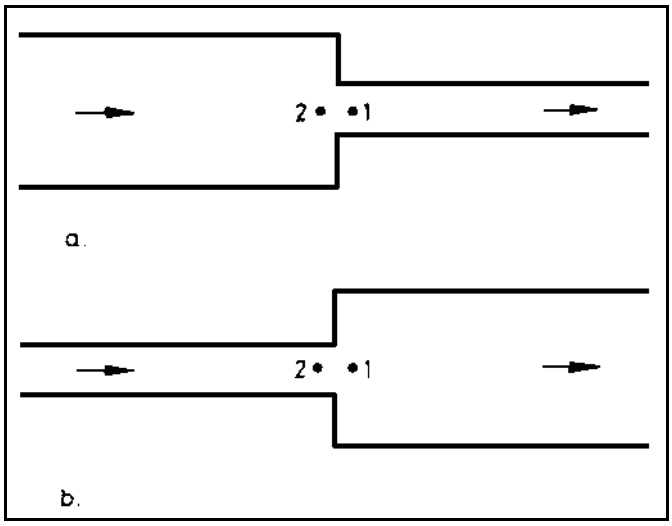
Şekil 2.4: Temel Frekansı 31.4 Hz ve 1880 RPM Krankmili Hızına Sahip Bir Motorun Egzos Çıkış Borusundan 0.91m Uzakta Tipik Egzos Gürültüsü Spektrumu (a) 50-Hz Filtreli (b) 10-Hz Filtreli [2]

Egzos gürültüsünün, fazla sayıda ayrık frekans bileşenlerinden ("F" ateşleme frekansının tüm integral çarpımları) oluştuğuna dikkat edilmelidir. Bu ayrık frekans bileşenleri spektrumun kilohertz bölgesine kadar bulunabilmektedirler ve Şekil 2.4

gaz akışının yarattığı geniş-bant jet gürültüsünün etkisinin önemsiz olduğunu göstermektedir. Eğer geniş-bant jet gürültüsünün etkisi egzos sisteminde önemli derecede var olsaydı, tipik bir egzos borusu için spektrumda 200 ila 500 Hz arasında tepelerde kendini gösterecekti.

Susturucu sistemlerinin tasarımında motordan alınan egzos gürültüsü uyarınca çeşitli elemanlar kullanılarak istenen frekans bölgelerinde ses azaltımı sağlanabilmektedir. Bunun için temel olarak kullanılan bazı elemanların yanısıra bunlara ek olarak, birkaç farklı temel elemanın oluşturduğu tasarımlar mevcuttur. Bu karmaşık tasarımların sisteme getirdiği ses azaltımı, endüstride daha çok deneysel olarak belirlenmektedir. Çeşitli nümerik yöntemler ve bu nümerik yöntemleri kullanan yazılımlar da tasarım aşamasında kullanılmaktadır. Literatürde, analitik olarak susturucu sistemlerinin analizi belli kabuller altında yapılmaktadır. Egzos sistemlerinde kullanılan temel elemanlar ve bu elemanların oluşturduğu çeşitli kombinasyonlar analitik olarak literatürde yer almaktadır.

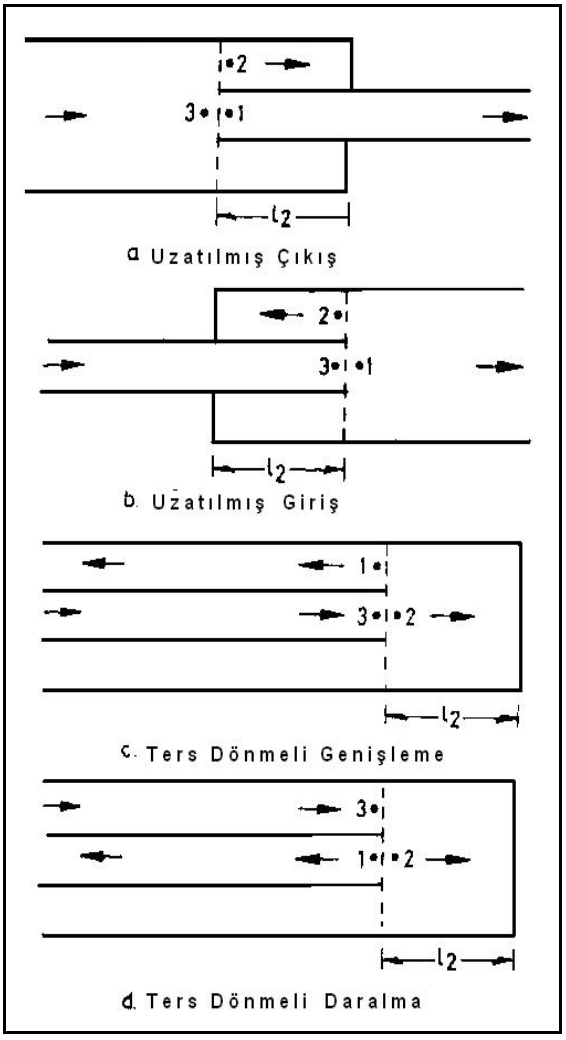
Susturucu sistemlerinde sıkça kullanılan elemanlar genişleme odacıklarıdır. Bu genişleme odacıklarının girişleri ve çıkışları genellikle daha küçük çaptaki egzos borularına bağlıdır. Bu bağlantılar, "basit alan süreksizlikleri" olarak adlandırılmaktadırlar.



Şekil 2.5: Basit Alan Süreksizlikleri: a)Daralma b)Genişleme [2]

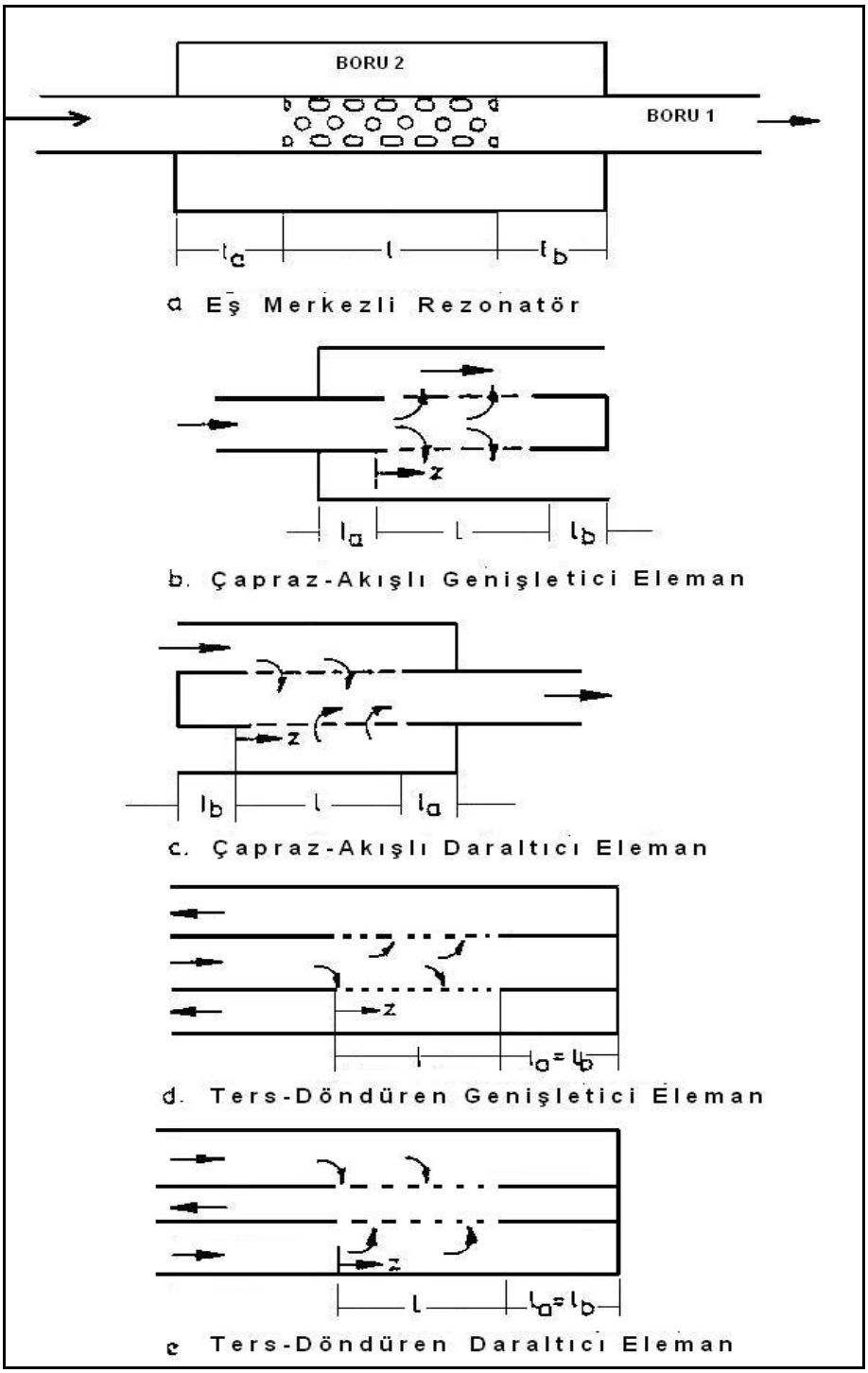
Bu tip basit süreksizliklerin bulunduğu bir geometride eğer her iki borunun çapları da düzlemsel dalga hareketini sağlayabilecek büyüklükte ise, "p" akustik basıncı ve "$\upsilon(=\rho_0 Su)$" akustik kütle hızı her iki süreksizlik boyunca sabit kalacaktır. Bu

durumun sadece durağan ortam şartında geçerli olacağı unutulmamalıdır. Hareketli bir ortamın bulunmasında ise, akış bir alan süreksizliğinden geçtiği zaman, akış akustik enerjisinin bir kısmı ısıya dönüşecektir ve kendini entropi artışı olarak gösterecektir. Bundan dolayı, akış olması durumunda akustik basınç ve akustik kütle hızı sabit kalmayarak, farklı çaplardaki alacakları değerlerle bazı kayıp katsayıları ile ilişkilendirileceklerdir.



Şekil 2.6: Uzatılmış Boru Şeklindeki Rezonatörler [2]

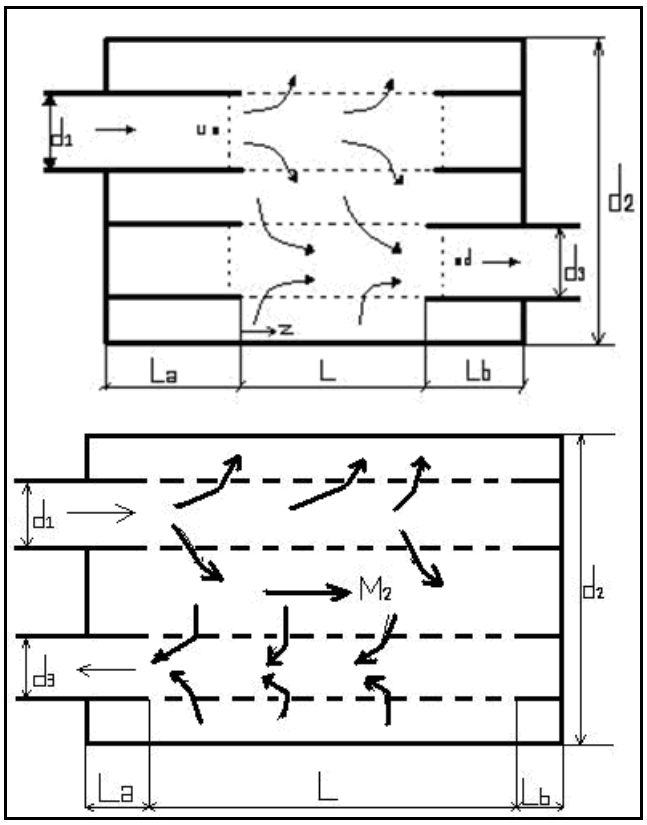
Uzatılmış boru şeklindeki rezonatörlerin dört çeşidi şekil 2.6'da gösterilmiştir. Endüstride sıkça rastlanan konfigürasyonlar aslında basit birkaç rezonatörün bileşkesi şeklindedir. Basit geometrik değişiklikler ve perfore elemanların değişik konfigürasyonlarıyla elde edilebilen yüksek ses iletim kayıplarının bulunduğu ses iletim kaybı – frekans grafiklerine, çeşitli örnekler üzerinde yapılan analitik analizlerde yer verilmiştir.



Şekil 2.7: İki Borulu Perfore Elemanlar [2]

Basit rezonatörlerdeki prensip iki borulu perfore elemanların tasarımında da kullanılabilmektedir. Şekil 2.7'de verilen elemanlar, reaktif susturucularda sıkça rastlanan elemanlara örnek olarak verilmiştir. Perfore boruların çeşitli şekillerde ilişkilendirilmesiyle oluşturulan yeni konfigürasyonlar literatürde sıkça ele

alınmaktadır. Farklı matematiksel yöntemlerin kullanılmasıyla daha karmaşık yapıların akustik analizlerinin gerçekleştirilmesi için araştırmalar devam etmektedir. Bu tez çalışmasında, reaktif susturucuların incelenmesi kapsamında iki borulu perfore elemanları takiben üç borulu perfore elemanların analitik olarak incelenmesine de yer verilmiştir.



Şekil 2.8: Üç Borulu Perfore Elemanlar [2]

Gerek literatürde, gerekse endüstride reaktif elemanlardan oluşan daha birçok susturucu tipine rastlanabilir. Önemli olan susturucuya eklenen elemanın susturucunun akustik performansında nasıl bir etki yapabileceğini önceden tahmin edebilmektir. Buna göre, mevcut araç için en uygun susturucu tasarımı kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Yukarda belirtilen reaktif tip susturucuların yanı sıra yine endüstride sıkça rastlanılan susturucu tipi sönümlü tip susturuculardır. Sönümlü tip susturucular, geniş-bant aralıklı gürültü azaltım karakteristiğine sahiptirler. Reaktif tip susturucuların ses iletim kaybı grafiklerinde görülen sivri tepeler ve derin vadiler sönümlü tip susturuculardа bulunmamaktadır. Bu karakteristiğin bir sonucu olarak, sönümlü tip susturucular "sürekli" bir gürültü spektrasının bulunduğu fan gürültüsü, havalandırma ve iklimlendirme kanallarının gürültüsü, gaz türbinlerinin emme ve

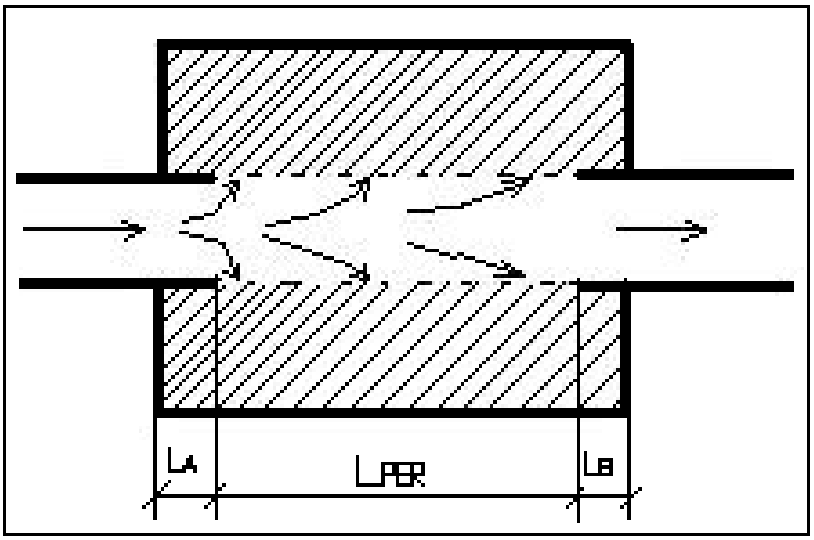
egzos gürültüsü, akustik alanların dış ortama açılan kısımlarından giren gürültü gibi gürültü problemleri içeren gürültü kontrol operasyonlarında sıklıkla kullanılmaktadır.

Otomobillerin egzos gürültüsünün azaltımında da kullanılan sönümlü tip susturucuların orta ve yüksek frekans bölgesinde yüksek ses iletim kayıpları sağlamalarının yanında belli başlı bazı dezavantajları bulunmaktadır. Bu dezavantajlar şu şekilde sıralanabilir [2]:

- Yanmamış karbon parçacıklarının, susturucunun duvarlarına sarılan ses yutucu malzemenin deliklerini kapatmaya eğilimli olmasından dolayı belli bir süre sonra bu malzemeler eski özelliklerini kaybedebilmektedirler,
- Yüksek hızdaki kararsız yapıdaki egzos gaz akışı, ses yutucu malzeme kaplamasından zamanla ses yutucu malzemeyi beraberinde götürebilmektedir,
- Kaplamaların termal sebepli kırılmaları gerçekleşebilmektedir,
- Otomobillerdeki egzos gürültüsünün büyük bir bölümünün yer aldığı düşük frekanslarda (ateşleme frekansının mertebesinde) zayıf gürültü azaltımı sağlamaları,
- Reaktif tip susturuculara nazaran daha pahalı maliyetler.

Bu tip dezavantajları beraberinde getiren sönümlü tip susturucuların yine de reaktif tip elemanlarla birlikte susturucu tasarımlarında kullanılmaktadır. Önemli olan uygun akustik yutucu malzemenin seçimidir. Ama çoğunlukla akışın sabit hızda, çok sıcak olmadığı ve temiz olduğu veya akışın hiç olmadığı yerlerde daha sıklıkla kullanılmaktadırlar. Genellikle silindirik, dikdörtgenel ve bölmeli odalı tiplerde imal edilmektedirler.

Her ne kadar literatürde ses yutucu elemanın tek başına genişleme odasında kullanılması hali için akustik analizler gerçekleştirilmiş olsa da, pratikte çoğunlukla bu akustik yutucu malzeme susturucuda genişleme odası içindeki perfore elemanın çevresine sarılarak kullanılmaktadır. Böylece uygulamada, çoğunlukla reaktif ve sönümlü elemanlardan aynı tasarım içinde birarada faydalanılmaktadır.



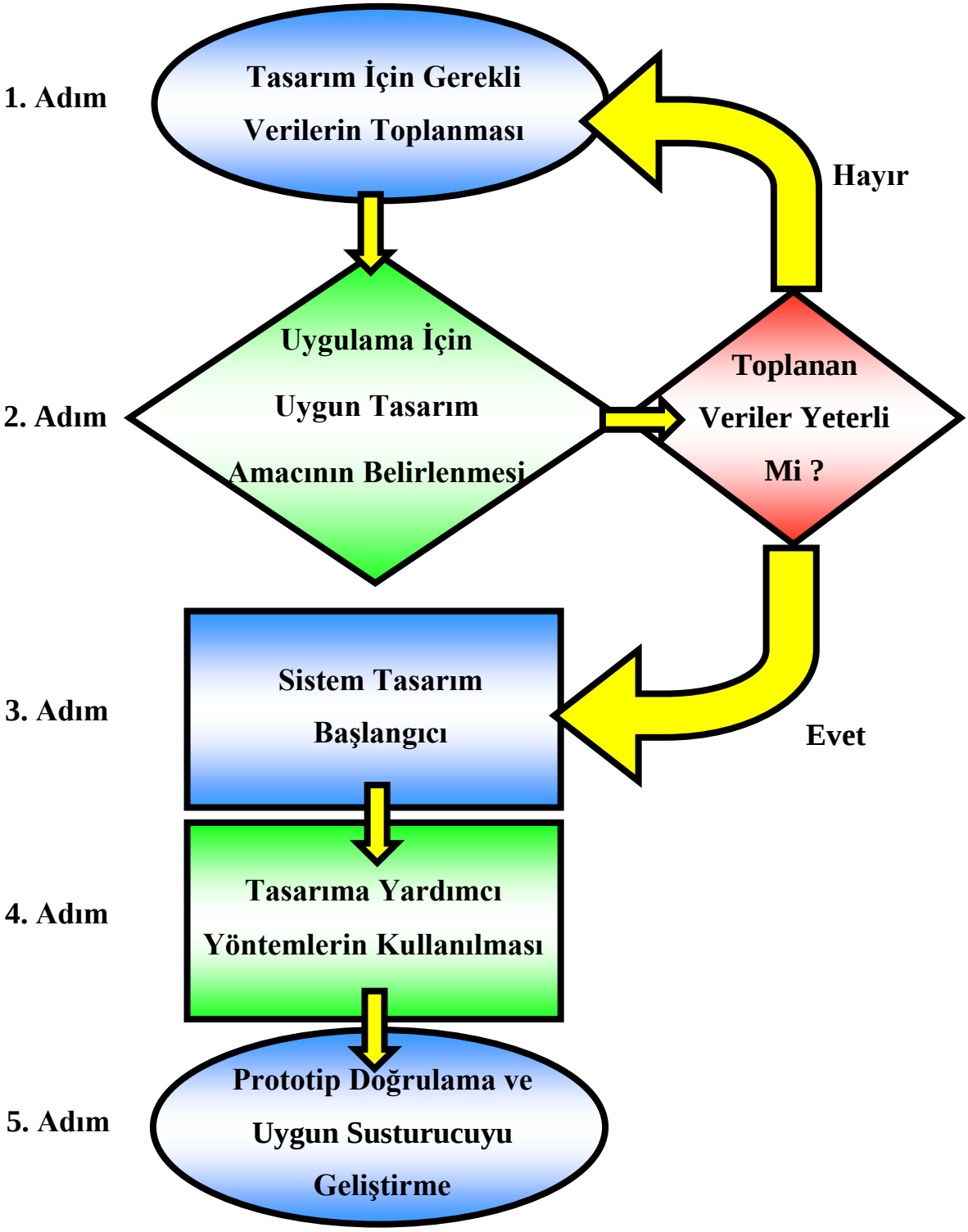
Şekil 2.9: Sönümlü Susturucu

Şekil 2.9'da birbirinden farklı prensipte çalışan susturucu elemanlarının birarada kullanılmasına örnek bir susturucu gösterilmiştir. Bu susturucuda, genişleme odasının içi ses yutucu malzeme ile kaplanmıştır. İçeri doğru uzatılmış giriş ve çıkış borularından başka akustik yutucu malzemenin çevresine sarıldığı perfore boru da akustik analizler üzerinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu perfore borunun sisteme getirdiği bir başka yarar da, hareket eden ortamın, akustik yutucu malzeme üzerinde yaratacağı mekanik erozyonu önlemektir. Ama sisteme eklenen perfore eleman, akustik yutucu malzemenin özelliklerini belli frekanslarda etkilemektedir. Bundan dolayı; analizlerde, bu perfore eleman da sistemin akustik modeli içinde dikkate alınmalıdır. Sistemin akustik modeli çıkarılırken hangi noktalara dikkat edildiği, hangi sınır şartları birarada değerlendirilerek sistemin tam olarak ifade edilebildiği konularına, analitik incelemelerin yer aldığı kısımda detaylıca yer verilmiştir.

2.2 Susturucularda Tasarım Süreci

Bir susturucunun optimum tasarımı, bazı gereksinimlerin bir diğeri ile çelişme olasılığının bulunduğu birçok değişik gereksinimi içermektedir. Sonuç olarak da, susturucu tasarımı, değişik tasarım kriterlerinin etkileşimlerinin değerlendirilmesini içerecektir. Egzos sistemlerinin birincil fonksiyonu atmosfere egzos gazlarını bırakmak ve ikincil fonksiyonu ise egzos işlemi sırasında ortaya çıkan sesleri azaltmaktır. Bunun yanında, egzos sistemleri, egzos emisyon standartlarını sağlamalı ve atık ısıyı geri alabilmelidir. Egzos sistemlerinin tasarımında dikkat edilmesi

gereken husus, gürültü emisyonunu azaltırken, motorun çıkış gücünü ve yakıt kullanım verimliliğini arttırmaktır.



Şekil 2.10: Susturucu Tasarım Prosedürü

Şekil 2.10'da susturucu tasarım prosedürünü gösteren bir akış şeması verilmiştir. Buna göre, tasarım için gerekli verilerin toplanması gerekmektedir. Bunun için, ilk olarak giderilmesi veya azaltılması amaçlanan gürültünün imzasını belirlemek gerekmektedir. Daha önce gösterilen gürültü ölçüm yöntemlerinden birini kullanarak gürültü kaynağının karakteristiği elde edilebilir. Daha sonra kullanılacağı yere göre hangi yasal sınırlamaların geçerli olduğu araştırılmalı ve gerekli gürültü düzeyinin ne olması gerektiği bulunmalıdır. Susturucunun kullanılacağı yerin fiziksel ve geometrik sınırları çıkarılmalıdır. Susturucu içindeki gaz akışının hızı ve sıcaklığı ölçülmelidir. Motorun işletme özellikleri ve sınırları bilinmelidir. Böylece ilk adım tamamlanmış ikinci adıma geçilmiş olur.

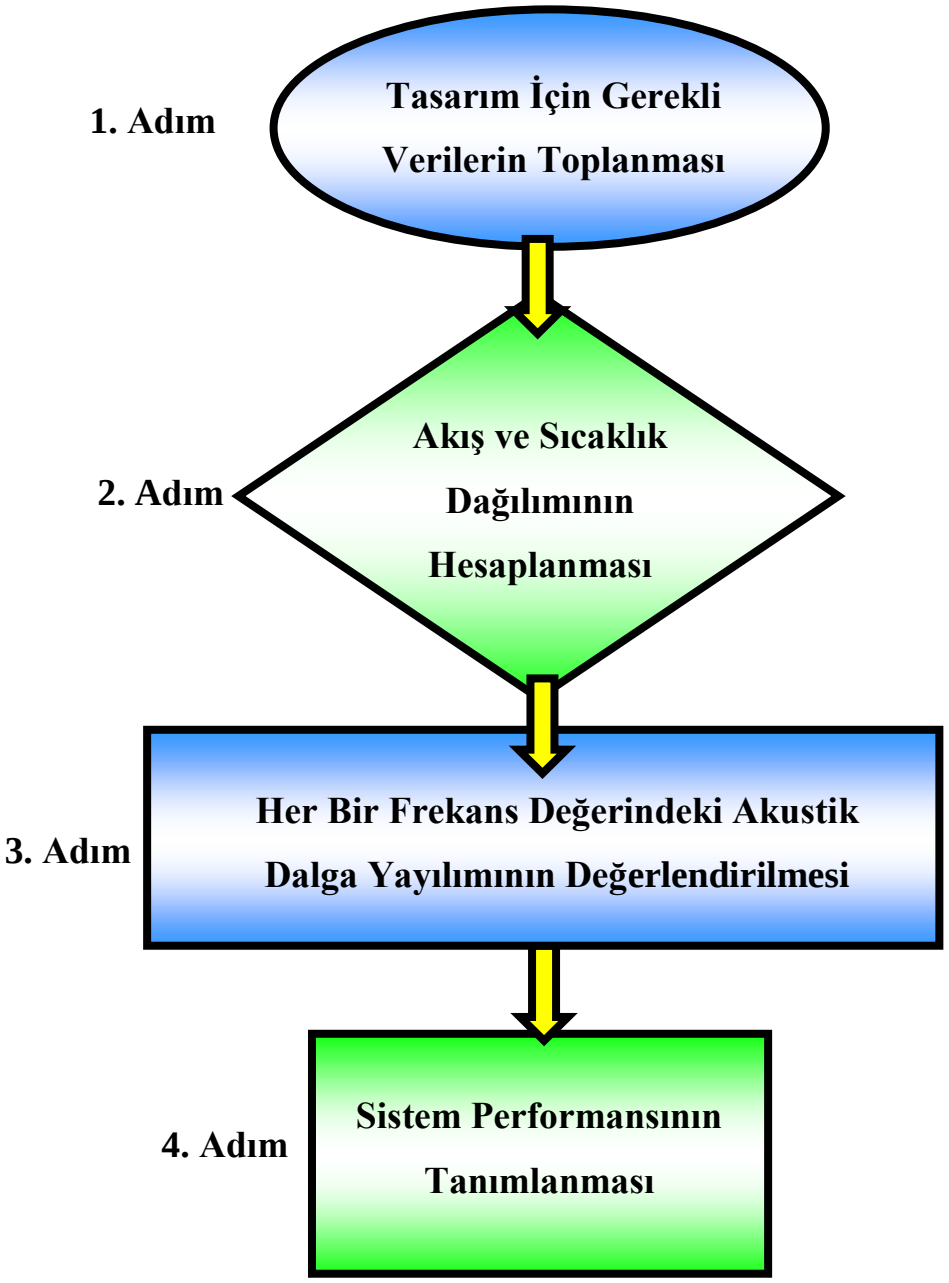
İkinci adımda, elde edilen bu verilerin ışığında yapılacak uygulama için uygun tasarım hedefi belirlenmelidir. Bu tasarım hedefi, gürültü emisyonu, kirlilik emisyonu, yakıt ekonomisi, güç optimizasyonu olabilir. Bu gereksinimlerin birbiriyle çeliştiği unutulmamalıdır.

Üçüncü adımda, akustik davranışı bilinen elemanların oluşturduğu basit bileşenleri kullanarak başlangıç sistem tasarımı geliştirilir. Bununla beraber, veri raporları, nomogramlar, değişik akış ve sıcaklık durumları için ayarlanmış standart bileşenlerin yer aldığı test verisi toplayıcı bilgisayarlı elektronik tezgahlar ve daha önceden edinilmiş tecrübeler kullanılabilir.

Dördüncü adımda, sistemin başlangıç tasarımının performansı tayin edilmektedir. Detayda bazı sistematik değişiklikler yapılarak sistem optimize edilmektedir. Etkileşimli ticari yazılımlar kullanılarak veya daha önceki tecrübelerden elde edilmiş veri kağıtlarına bakılarak düzeltmeler yapılmaktadır.

Beşinci ve son adımda ise prototip doğrulaması veya geliştirilmesi gerçekleştirilmektedir. Bunun için ilk önce, ilk prototip kurulmakta ve doğruluğu kontrol edilmektedir. Normalde büyük endüstriyel uygulamalarda tasarım prosedürü bu uygulama ile sona ermektedir. Ama bundan sonra teorik çalışmalarla elde edilen sonuçlarla yapılan tasarım daha hassas bir hale getirilebilmektedir. Böylece ikinci bir prototip hazırlanmakta ve hazırlanan bu prototip doğrulanmaktadır. Çoğunlukla bir veya iki prototip çalışması üretime geçilmesi için yeterli olmaktadır.

Şekil 2.11'de susturucu performansının teorik olarak hesaplanmasını gösteren bir döngü verilmiştir.



Şekil 2.11: Susturucu Performansının Teorik Olarak Hesaplanması

Sistem performansının teorik olarak incelenmesi dört ana adımdan oluşmaktadır. İlk adımda sistem planı hazırlanır, geometri ve ilgili yapısal özellikler belirlenir. Emme ve egzos döngülerinde ortalama kütlesel debi ölçülür. Ortam şartları ve diğer ilgili işletme şartları belirlenir. Sadece egzos sistemlerini ilgilendirecek olan, döngü başına ortalama egzos valfinin çıkış sıcaklığı ve gaz türleri araştırılır.

İkinci adımda, sistem elemanlarının sıcak olan yüzeylerinin alanları hesaplanır. İlgili ısı transfer katsayıları hesaplanır. Akış sıcaklık dağılımı hesaplanır. Statik basınç

dağılımı ve Mach sayısı hesaplanır. Isı transfer katsayılarının hesabı ve statik basınç dağılımı ve Mach sayısının hesabı iteratif hesaplamaları gerektirmektedir.

Üçüncü adımda, her bir eleman için uygun analitik model seçilir. Açık uçtan başlayarak, her bir frekans değeri için, ilgili kısmın gelen ve yansıyan dalgalarının genlikleri hesaplanır.

Dördüncü ve son adımda ise, sistem performansı belirlenir. Bunun için değişik performans parametreleri kullanılmaktadır. Bu tez dahilinde ses iletim kaybı kullanılmıştır. Bu susturucu performans parametresi en genel tanımla gelen dalganın ses gücünün, iletilen dalganın ses gücüne oranıyla elde edilmektedir.

$$TL = 10\log_{10}\frac{W_i}{W_t} \tag{2.1}$$

2.2.1 Akustik Gereksinimler

Susturucu tarafından gürültü azaltımının minimumu, çoğunlukla oktav bantları veya 1/3 oktav bantları şeklinde, frekansın fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Sıkça kullanılan akustik performans parametreleri aşağıdakileri içermektedir:

- Gürültü Kaybı (IL) **:** Sisteme susturucunun eklenmesine bağlı olarak, çevre için ses basınç düzeyindeki farklılıktır;

- Gürültü Azalması (NR) : Susturucunun, yukarı akış yönündeki noktası ile aşağı akış yönündeki noktası arasındaki anlık ses basınç düzeyindeki farklılıktır;

- Ses İletim Kaybı (TL) : Egzos uç borusundan, susturucuya enerjinin geri yansıtılmadığı kabulü altında, susturucu boyunca ses gücü düzeyindeki değişimdir.

Eklenen kayıp ve gürültü azaltımı şeklinde isimlendirilen performans parametreleri, susturucu parametrelerine ek olarak, genellikle egzos uç borusunun karakteristiklerine de bağlıdır. İletim kaybı ise, genellikle sadece susturucunun karakteristiklerine bağlıdır.

2.2.2 Aerodinamik Gereksinimler

Susturucu boyunca akan gazın maksimum izin verilebilir basınç düşümü çoğunlukla uygulamayla belirlenmektedir. İklimlendirme sistemleri için basınç düşümü genellikle 1kPa veya daha az ile sınırlandırılmıştır. Buna karşılık, içten yanmalı

motorlar, 25-30 kPa (3.6-4.4 psi) kadar yüksek geri basınçlar altında çalışabilmektedir [18]. Geri basınç, geometrik süreksizliklerde ve boruların birbirlerine bağlandığı bağlantı noktalarında oluşan basınç kayıplarından dolayı oluşmaktadır. Geri basınç, egzos gazlarının akış sınırları boyunca susturucu tarafından motor üzerine uygulanan ekstra statik basıncı göstermektedir. Bu değer belli bir minimum büyüklükte tutulmalıdır. Geri basınç değeri ne kadar artarsa, krank kolunda o kadar daha az güç üretilecek ve spesifik yakıt tüketimi de buna bağlı olarak artacaktır. Tek silindirli ve iki stroklu motorlarda, ortalama geri basınç değerinden daha önemli olan çoğunlukla lineer olmayan büyük dalgaların uyguladığı ani basınçtır ve bu basınç dört stroklu motorlarda fren gücüne, hacimsel verimliliğe ve bundan dolayı spesifik yakıt tüketim oranına etkileyebilmektedir [2].

2.2.3 Geometrik Gereksinimler

Çoğu durumda, otomotiv uygulamalarında olduğu gibi, susturucunun fiziksel ebatında ve şeklinde sınırlamalar vardır. Bu gereksinim çoğunlukla akustik gereksinimlerle etkileşim içerisindedir.

2.2.4 Konstrüksiyon ve Malzeme Açısından Gereksinimler

Çok yüksek sıcaklıklardaki gazları veya korozif gazları içeren uygulamalarda, kullanılan akışkan ile susturucu için seçilmiş malzeme uygun olmalıdır. Eğer gazın içerisinde asılı parçalar (is, duman, kurum) varsa, konstrüksiyon, bu parçacıkların susturucu içerisinde kolayca tutulmayacakları şekilde olmalıdır. Bu gereksinim ise, geometrik gereksinimlerle çelişki yaratabilir.

2.2.5 Ekonomik Gereksinimler

Bu gereksinim listenin en sonunda yer almasına rağmen, aslında çoğunlukla en kritik olanıdır. Susturucu, diğer gereksinimlerin sınırlamalarına bağlı olarak, minimum maliyetle tasarlanmalıdır. Ekonomik etmenler, hem ilk maliyet (satın alma) hem de işletme maliyetlerini (bakım) içermektedir.

3. TEORİK İNCELEMELER

3.1 Kanal Akustiğinin Temelleri

17. Yüzyılda, Boyle, Gassendi, Mersenne ve o çağa ait diğer bazı bilimadamları tarafından yapılan deneyler, sesin havada, hava parçacıklarını titreştirmek suretiyle, frekanstan etkilenmeyen belirli bir hız ile yayıldığını göstermiştir. Bu temel bilgi, diğer dalga tiplerinin hareketlerinin genel davranışını açıkladığı gibi akustik dalgaların da varoluşunu açıklamaktadır.

Akustik dalgaların yayılması üç boyutlu ortamda gerçekleşmektedir. Bundan dolayı, öncelikle, tek ve iki boyutlu dalgaların hareketlerini inceleyerek daha genel bir bakış açısı kazanılmaktadır ve üç boyutlu dalgaların yayılmasını temsil eden daha genel denklemlere ulaşılmaktadır.

3.1.1 Akustik Dalga Denkleminin Çıkarılması

Viskoz olmayan bir akışkandaki ses dalgaları boyuna hareket eden dalgalardır. Parçacıklar dalga yayılımı yönünde ileriye ve geriye doğru hareket etmektedirler. Bundan dolayı, akustik parçacık hızı, faz hızı ile aynı yönde olmaktadır. Akışkanın sıkışıp genişlemesiyle oluşan basınç değişimi dalgalanma hareketi için bir kaynak oluşturmaktadır. Ses dalgalarının incelenmesinde doğrudan kullanılan dört değişken bulunmaktadır. Bunlar, "P" basınç, "$\vec{U}$" hız, "ρ" yoğunluk, "T" sıcaklıktır. Basınç, yoğunluk ve sıcaklık skaler büyüklüklerdir. Hız ise vektörel bir büyüklüktür. Her bir değişkenin ortalama bir değeri ve dalgalanan bir bileşeni vardır. [19]

$$P(\vec{x},t) = P_0(\vec{x}) + p(\vec{x},t), \qquad \textbf{(3.1a)}$$

$$\vec{U}(\vec{x},t) = \vec{U}_0(\vec{x}) + \vec{u}(\vec{x},t), \qquad \textbf{(3.1b)}$$

$$\rho(\vec{x},t) = \rho_0(\vec{x}) + \rho'(\vec{x},t), \qquad \textbf{(3.1c)}$$

$$T(\vec{x},t) = T_0(\vec{x}) + T'(\vec{x},t), \qquad \textbf{(3.1d)}$$

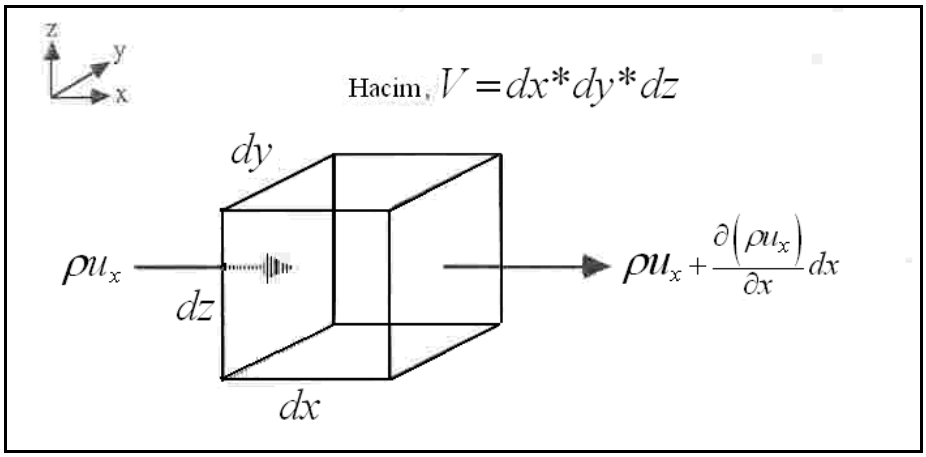
Böylece, dalga denklemi verilen bu değişkenler cinsinden kurulmaktadır. Akustikte en fazla ilgiyi toplayan $p(\vec{x},t)$ basınç dalgalanmalarıdır. Bundan dolayı da basınç değerini bağımlı değişken olarak alıp, dalga denklemini çözmek akustikçiler için genel olarak takip edilen bir yol olmuştur. Ama diğer üç değişkeni kullanarak dalga denklemini çözmek de oldukça geçerlidir. Mesela, ortamdaki akışkan durağan ise $\vec{U}_0(\vec{x})$ sıfır olacak ve bundan dolayı da $\vec{U}_0(\vec{x},t)=\vec{u}(\vec{x},t)$ eşitliğine gelinecektir.

Akustik dalga denklemini elde edebilmek için, çeşitli akustik değişkenler ile akışkanın deformasyonlarıyla eski haline getirici kuvvetler arasındaki etkileşimleri arasındaki ilişkileri tanımlayan denklemlere ihtiyaç duyulmaktadır. İlk ilişki olarak süreklilik veya kütle korunumu olarak bilinen ilişki verilecek, daha sonra Euler'in kuvvet denklemi veya momentum korunumu olarak bilinen ilişki verilecek ve son olarak da durumun termodinamik denklemi verilecektir. Pratikte, ses dalgaları üç boyutludur. Fakat, yukarıda belirtilen denklemleri bir boyutlu olarak türettikten sonra üç boyutlu haline geçilmesi genel olarak izlenen bir yoldur.

3.1.1.1 Kütle Korunumu

Kütle korunumu denklemi (süreklilik denklemi), $\rho(\vec{x},t)$ yoğunluk ve $u(\vec{x},t)$ parçacık hızı arasında ilişki kurmaktadır. Bir başka deyişle, akışkanın hareketi ile akışkana uygulanan sıkıştırma arasında ilişki kurmaktadır [19].

Şekil 3.1'de gösterildiği gibi, birim sabit kontrol hacmi dV'nin x-yönü boyunca olan parçacıkların kütlesel akışı dikkate alındığında kütle korunumunun gerçekleşebilmesi için, birim kütlenin zamana göre değişimi birim hacimden geçen net kütle akışına eşit olmalıdır. Akış tek boyutlu olduğundan, vektör notasyonu geçici olarak iptal olmaktadır. Mevcut denklemler üç boyutlu akışa genişletildiği zaman vektör notasyonu yeniden hesaba katılacaktır. Vektörel olduğu bilinen parçacık hızının açık halinin $\vec{u}=u_x\vec{i}+u_y\vec{j}+u_z\vec{k}$ şeklinde olduğu unutulmamalıdır. Burada, u_x, u_y ve u_z sırasıyla x,y ve z yönlerindeki parçacık hızlarını göstermektedir.



Şekil 3.1: Sabit Birim Kontrol Hacminin x-yönündeki Parçacıklarının Kütlesel Akışı

Sadece x-yönündeki akış için kullanılan terimler şu şekildedir:

1. Birim kütle $\rho A dx$, burada $A = dydz$'dir;
2. Birim hacmin içine giren kütle miktarı $(\rho uA)_x$;
3. Birim hacimden çıkan kütle miktarı $(\rho uA)_{x+dx}$.

Kütle korunumu için aşağıdaki ifadenin sağlanması gerekir:

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = (\rho uA)_x - (\rho uA)_{x+dx} \qquad \textbf{(3.2)}$$

Verilen bu ifade Taylor serisine açılırsa elde edilen yeni ifade aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \left\{ (\rho uA)_x - (\rho uA)_x - \frac{\partial(\rho uA)_x}{\partial x} dx \right\} \qquad \textbf{(3.3)}$$

Böylece,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} = 0 \qquad \textbf{(3.4)}$$

(3.4) denklemi x-yönündeki tek boyutlu kütle korunumunu göstermektedir. Bu ifade üç boyutlu hale genişletilebilir ve üç boyutlu hal de aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \mathbf{g} \rho \mathbf{u} = 0 \qquad \textbf{(3.5)}$$

Burada, $\vec{\nabla}$ diverjans operatörüdür :

$$\vec{\nabla} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \right\} \tag{3.6}$$

(3.5) denklemi, aşağıdaki skaler ifadenin vektörel gösterimidir:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} = 0 \tag{3.7}$$

(3.7) ile verilen ifade lineer değildir çünkü kütlesel akış terimleri $\vec{u}$ ve ρ' ile verilen dalgalanma bileşenlerinin çarpımlarını içermektedir. Bu terimler ses dalgalarının yayılımı dikkate alındığında ikinci mertebeden etkilere sahiptir. Bu yüzden (3.7) ile verilen ifade lineerleştirilmelidir. $\rho(\vec{x},t) = \rho_0(\vec{x}) + \rho'(\vec{x},t)$ ifadesi, (3.7) denkleminde yerine koyulursa ve ikinci ve daha yüksek mertebeden terimler silinirse aşağıda verilen lineerleştirilmiş kütle korunumu denklemi elde edilmiş olunur:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial u_y}{\partial y} + \rho_0 \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{3.8}$$

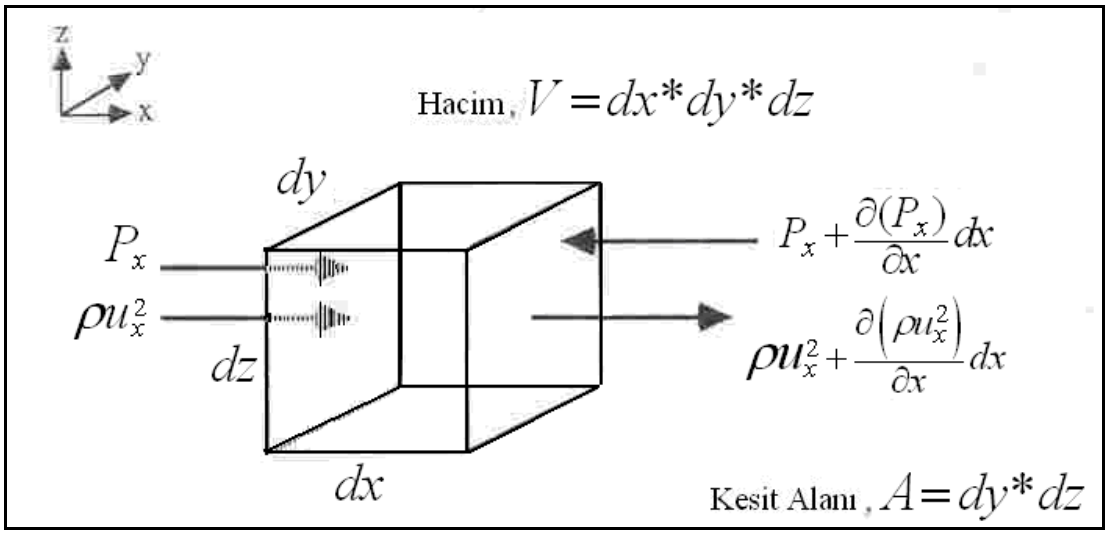
veya

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.9}$$

3.1.1.2 Momentum Korunumu

Momentum korunumunu ifade eden denklem $P(\vec{x},t)$ basınç, $\rho(\vec{x},t)$ yoğunluk ve $\vec{u}(\vec{x},t)$ parçacık hızı arasında ilişki kurmaktadır [2]. Uzayda birim sabit dV kontrol hacmini dikkate alarak momentum korunumu yasasını kullanmak suretiyle veya birim sabit dV kontrol hacminden geçen akışkan parçacıklarını dikkate alarak Newton'un ikinci yasasını uygulamak yoluyla iki şekilde elde edilebilir. Uygulayıcı için her iki prosedür de aynıdır. Ama burada her ikisini de değerlendirmek öğretici olacaktır.

Şekil 3.2'de verildiği gibi birim sabit dV kontrol hacmini kullanan momentum akışını dikkate alarak ilk prosedür uygulanabilir.



Şekil 3.2: Birim, Sabit Kontrol Hacmi İçin x-yönündeki Momentum Dengesi [19]

Momentum korunumu için, sabit hacimdeki momentumun zamana göre değişimi ile hacmin yüzeyleri boyunca olan momentumun net akış oranının toplanması hacme etkiyen tüm kuvvetlerin toplamına eşittir. Yine burada da, akış tek boyutlu olduğundan vektör notasyonu geçici olarak iptal olmuştur. Ayrıca, gövdeye etkiyen kuvvetler ihmal edilmektedir. X-yönündeki akış için aşağıda verilenler geçerlidir:

1. $\rho u_x A dx$, kontrol hacminin momentumudur;
2. $\left(\rho u^2 A\right)_x$, kontrol hacmine olan momentum akışıdır;
3. $\left(\rho u^2 A\right)_{x+dx}$, kontrol hacminden dışarı olan momentum akışıdır;
4. $\left(PA\right)_x$, x konumundaki kuvvettir;
5. $-\left(PA\right)_{x+dx}$, x+dx konumundaki kuvvettir.

Momentum korunumu için aşağıdaki ifade verilebilir:

$$\frac{\partial\left(\rho u_x A\right)dx}{\partial t} = \left(\rho u^2 A\right)_x - \left(\rho u^2 A\right)_{x+dx} + \left(PA\right)_x - \left(PA\right)_{x+dx} \qquad \textbf{(3.10)}$$

Eğer $\left(\rho u^2 A\right)_{x+dx}$ ve $\left(PA\right)_{x+dx}$ için Taylor seri açılımı kullanılırsa (3.10) ifadesi aşağıdaki forma sadeleşecektir:

$$\frac{\partial\left(\rho u_x\right)}{\partial t} = -\frac{\partial\left(\rho u_x^2\right)}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} \qquad \textbf{(3.11)}$$

(3.11) denklemi parantez içindeki ifade süreklilik denklemi olacak şekilde yeniden düzenlenebilir:

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} \right\} + \rho u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \qquad \textbf{(3.12)}$$

Böylece (3.12) ifadesi aşağıdaki hale sadeleştirilebilir:

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial t} + \rho u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \qquad \textbf{(3.13)}$$

(3.13) denklemi x-yönündeki tek boyutlu momentum korunumunu göstermektedir. Benzer ifadeler y ve z yönleri için de yazılabilir. Böylece üç boyutlu momentum korunumu diverjans operatörünün yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \left(\mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} \right\} + \nabla P = 0 \qquad \textbf{(3.14)}$$

Bu denklem lineer olmayan ve viskoz olmayan momentum denklemi veya Euler denklemi olarak bilinmektedir. Ayrıca, birim sabit kontrol hacminden geçen akışkan parçacıklarını dikkate alarak, Newton'un ikinci yasasının doğrudan uygulanmasıyla da (3.14) denklemi elde edilebilir. Şekil 3.2 ile verilen kontrol hacmi, herhangi bir andaki dm kütlesini içermektedir. Hacim elemanı üzerine etkiyen net kuvvet Newton'un ikinci yasasından şu şekilde elde edilmektedir:

$$d\mathbf{f} = \mathbf{a}\, dm \qquad \textbf{(3.15)}$$

Burada, $\mathbf{a}$ ivmesinin uzayda sabit bir noktada akışkan hızındaki değişim oranı olmadığı, uzayda hareket eden akışkan parçacığının hızındaki değişim oranı olduğunun anlaşılması çok önemlidir.

$\mathbf{u}$ parçacık hızı, uzayın ve zamanın fonksiyonudur. Bundan dolayı, herhangi bir t zamanında parçacık (x,y,z) konumunda ve $\mathbf{u}(x, y, z, t)$ hızındadır. Bu t zamanından dt kadar bir süre sonra, $t + dt$, parçacık $\left(x + dx, y + dy, z + dz\right)$ konumunda ve $\mathbf{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$ hızındadır.

$$\mathbf{a} = \lim_{dt \to \infty} \frac{\mathbf{u}\left(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt\right) - \mathbf{u}\left(x, y, z, t\right)}{dt} \qquad \textbf{(3.16)}$$

t+dt zamanında parçacık hızı $\vec{u}(x+u_x dt, y+u_y dt, z+u_z dt, t+dt)$ şeklinde yeniden ifade edilebilir. Burada, $dx = u_x dt, dy = u_y dt$ ve $dz = u_z dt$'dir. Böylece, t+dt zamanında parçacık hızını yeniden ifade ederek ve Taylor seri açılımını kullanarak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\vec{u}(x+dx, y+dy, z+dz, t+dt) = \vec{u}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt \qquad \textbf{(3.17)}$$

Parçacığın ivmesi aşağıda verildiği gibidir:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + u_x \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + u_y \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + u_z \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \qquad \textbf{(3.18)}$$

(3.18) denklemi, $\vec{u}\vec{\mathbf{g}}\vec{\nabla}$ vektör operasyonunu kullanarak vektör notasyonunda aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\vec{\mathbf{g}}\vec{\nabla}\right)\vec{u} \qquad \textbf{(3.19)}$$

Burada,

$$\vec{u}\vec{\mathbf{g}}\vec{\nabla} = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z} \qquad \textbf{(3.20)}$$

Viskoz etkiler ihmal edilerek, x-yönündeki birim akışkan hacmine uygulanan net kuvvet şu şekildedir:

$$\vec{df} = \left\{ P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \right) dx \right\} dydz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV\vec{i} \qquad \textbf{(3.21)}$$

Böylece üç boyutlu toplam vektör kuvvet aşağıda verildiği gibidir:

$$-\vec{\nabla} P dV = -\left\{ \frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k} \right\} dV \qquad \textbf{(3.22)}$$

Newton'un ikinci kanunundan,

$$\rho dV \left\{ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\vec{\mathbf{g}}\vec{\nabla}\right)\vec{u} \right\} = -\vec{\nabla} P dV \qquad \textbf{(3.23)}$$

Burada, $\rho dV = dm$ 'dir. Böylece,

$$\rho\left\{\frac{\partial \mathbf{\vec{u}}}{\partial t} + \left(\mathbf{\vec{u}}\,\mathbf{\vec{g}}\nabla\right)\mathbf{\vec{u}}\right\} + \mathbf{\vec{\nabla}}P = 0 \qquad \textbf{(3.24)}$$

(3.24) denklemi (3.14) denkleminin aynısıdır. Yani bu denklem de lineer olmayan ve viskoz olmayan momentum denklemi veya Euler denklemi olarak bilinmektedir. Kütlenin korunumu denkleminde olduğu gibi, lineerleştirilmek suretiyle sadeleştirilebilir. Yani iki veya daha yüksek mertebeden terimler ses dalgalarının yayılımı için ihmal edilecektir. $P(\mathbf{\vec{x}},t) = P_0(\mathbf{\vec{x}}) + p(\mathbf{\vec{x}},t)$ ve $\rho(\mathbf{\vec{x}},t) = \rho_0(\mathbf{\vec{x}}) + \rho'(\mathbf{\vec{x}},t)$ ifadelerinde yerine konursa ve ikinci ve daha yüksek mertebeden terimler silinirse aşağıdaki ifade elde edilmiş olur:

$$\rho_0\left\{\frac{\partial u_x}{\partial t}\mathbf{\vec{i}} + \frac{\partial u_y}{\partial t}\mathbf{\vec{j}} + \frac{\partial u_z}{\partial t}\mathbf{\vec{k}}\right\} + \left\{\frac{\partial p}{\partial t}\mathbf{\vec{i}} + \frac{\partial p}{\partial t}\mathbf{\vec{j}} + \frac{\partial p}{\partial t}\mathbf{\vec{k}}\right\} = 0 \qquad \textbf{(3.25)}$$

veya

$$\rho_0\frac{\partial \mathbf{\vec{u}}}{\partial t} + \mathbf{\vec{\nabla}}p = 0 \qquad \textbf{(3.26)}$$

(3.26) denklemi lineer, viskoz olmayan kuvvet denklemidir (momentum korunumu). Lineerleştirilmiş kütle korunumu denklemi gibi küçük genlikli ses dalgaları için geçerlidir $\left(\mathbf{:} < 140dB\right)$.

3.1.1.3 Termodinamiksel Denklem

Termodinamiksel denklem akışkanın mutlak sıcaklığı, yoğunluğu ve basıncı arasında ilişki kurmaktadır. İdeal bir akışkan için aşağıdaki ifade geçerli olmalıdır [19] :

$$P = \rho R T_k \qquad \textbf{(3.27)}$$

Bu ifadedeki "P" mutlak basıncı, "ρ" gazın yoğunluğunu, "R" gaz sabitini ve "T_k" akışkanın mutlak sıcaklığını göstermektedir. Evrensel gaz sabiti "G"nin RM'ye eşit olduğu unutulmamalıdır. Burada "M" gazın moleküler ağırlığını göstermektedir.

Ses dalgalarının havada yayılması, parçacıklar arasında çoğunlukla herhangi bir önemli termal değişikliklere yol açmamaktadır ve gazın entropisi sabit kalmaktadır.

Bu duruma ek olarak, gazın termal iletkenliği çok küçüktür. Bundan dolayı ses dalgalarının yayılmasının neredeyse adyabatik olduğu kabul edilmektedir. Bu kabul duyulabilir frekans alanı içinde lineer ses dalgaları (küçük genlikteki ses dalgaları) için geçerlidir. Termal enerjideki kayıp, ses dalgalarının zaman ve uzaklık biriminden azalmasıyla sonuçlanmaktadır. İdeal bir gaz için adyabatik olma durumu aşağıdaki gibidir:

$$P / P_0 = \left(\rho / \rho_0\right)^{\gamma} \tag{3.28}$$

Burada "γ" spesifik ısı oranıdır. İdeal olmayan gazlar için, adyabatik denklem, basınç ve yoğunluk dalgalanmaları arasındaki deneysel olarak elde edilmiş izantropik ilişkinin Taylor serilerine açılmasıyla elde edilmektedir. Bu dalgalanmaların çok küçük olduğu ve aralarında lineer bir ilişkinin bulunduğu kabulleri yapılmaktadır [20].

$$p\left(\mathbf{r}_x, t\right) = B\left\{\frac{\rho'}{\rho_0}\right\} \tag{3.29}$$

Burada "B" adyabatik bulk modülüdür ve aşağıdaki ifade ile bulunmaktadır:

$$B = \rho_0 \left\{\frac{\partial P}{\partial \rho}\right\}_{\rho_0} \tag{3.30}$$

(3.30) denklemindeki kısmi türev adyabatik işlem için değerlendirilmektedir. Örneğin, gazın ortalama yoğunluğu civarında adyabatik sıkıştırma ve genişlemesini türetmektedir.

3.1.1.4 Lineerleştirilmiş Akustik Dalga Denklemi

(3.9) ile verilmiş olan kütlenin korunumu denklemi, (3.26) ile verilmiş olan momentum korunumu denklemi ve (3.29) - (3.30) denklemleriyle verilmiş termodinamiksel denklem artık tek bir bağlı değişken elde etmek için birleştirilebilir [19]. Burada kullanılacak olan bağlı değişken dalgalanan basınç olacaktır. Kütle korunumu denkleminin zamana göre türevi aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial\left(\nabla \cdot \mathbf{u}\right)}{\partial t} = 0 \tag{3.31a}$$

veya

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \rho_0 \nabla \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = 0 \qquad \textbf{(3.31b)}$$

Momentum korunum denkleminin diverjansı ise şu şekildedir:

$$\rho_0 \nabla \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \nabla^2 p = 0 \qquad \textbf{(3.32)}$$

(3.31) ifadesi (3.32) ifadesinden çıkarılırsa;

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} \qquad \textbf{(3.33)}$$

(3.29) denklemi ρ' yi elemek için (3.33) denklemine koyulabilir:

$$\nabla^2 p = \frac{\rho_0}{B} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \qquad \textbf{(3.34)}$$

(3.34) denklemi $p(\mathbf{x}, t)$ dalgalanma basıncının bağlı değişken olduğu lineerleştirilmiş, homojen akustik dalga denklemidir. "c" sabiti dalga yayılım hızıdır ve ses hızı aşağıdaki ilişkiden bulunmaktadır:

$$c = \left(\frac{B}{\rho_0} \right)^{1/2} = \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \right\}^{1/2} \qquad \textbf{(3.35)}$$

Ses yayılım ortamının ideal gaz olduğu kabulü altında ses hızıyla ilgili bazı yararlı yaklaşımlar şu şekilde verilebilir. (3.28) denkleminden :

$$P = \frac{P_0 \rho^\gamma}{\rho_0^\gamma} \qquad \textbf{(3.36)}$$

Buradan,

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{\gamma P}{\rho} \qquad \textbf{(3.37)}$$

Böylece ses hızı şu şekilde verilebilir:

$$c = \left(\frac{\gamma P}{\rho} \right)^{1/2} \quad \textbf{(3.38)}$$

Ayrıca, (3.27) denklemini (3.38) denkleminde yerine koyunca şu ifadeye gelinir:

$$c = \left(\gamma R T_k \right)^{1/2} \quad \textbf{(3.39)}$$

Küçük dalgalanmalar için aşağıdaki ifade de kullanılabilir:

$$c \approx c_0 \approx \left(\frac{\gamma P_0}{\rho_0} \right)^{1/2} \quad \textbf{(3.40)}$$

"T_k" mutlak sıcaklığı Kelvin birimindedir. "c_0" atmosferik şartlardaki ses hızıdır. Hava için gaz sabiti $0.287\, kJkg^{-1}K^{-1}$'dir. Denklemler verilen basınç ve ortam için dalga hızının sabit olduğunu göstermektedir.

3.1.2 Düzlemsel Akustik Dalgaların Durağan Viskoz Olmayan Bir Ortamdaki Hareketi

Genlikleri küçük olan dalgalar, kesit ebatları dalganın içinde ilerlemesine uygun olacak kadar küçük ve içi durağan, ideal (viskoz olmayan) bir akışkanla dolu olan rijit duvarlı borular içinde düzlemsel dalgalar olarak hareket ederler. Bir kesit alanı üzerindeki tüm noktalarda "p" akustik basınç dalgalanmaları ve "u" parçacık hızı aynıdır. Üzerindeki tüm noktaların p ve u'larının aynı genlik ve fazda olduğu bir yüzey olarak tanımlanan "dalga cephesi" veya "faz yüzeyi", borunun boyu boyunca yayılan dalganın yönüne dik olan düzlemdir. Daha önce çıkarılan lineerleştirilmiş temel denklemlerin kullanılmasıyla düzlemsel ses dalgalarının durağan viskoz olmayan bir ortamdaki hareketi açıklanabilir.

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad \text{(Süreklilik Denklemi)} \quad \textbf{(3.41)}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \qquad \text{(Dinamik Denge)} \quad \textbf{(3.42)}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S = \frac{\gamma * \left(p_0 + p \right)}{\rho_0 + \rho} \cong \frac{\gamma * p_0}{\rho_0} = a_0^2 \qquad \text{(Enerji Denklemi)} \quad \textbf{(3.43)}$$

Bu denklemlerdeki, "z" eksenel veya boyuna olan koordinat eksenini, " p_0 " ortam basıncını, " ρ_0 " ortam yoğunluğunu, "s" entropiyi göstermektedir. " p_0 " ile " p " arasındaki ilişki $p/p_0 << 1$ şeklinde ve " ρ_0 " ile " ρ " arasındaki ilişki $\rho/\rho_0 << 1$ şeklindedir. Yukarıda verilen denklemler kullanılarak dalga hareketini gösteren lineer, tek boyutlu (tek uzaysal koordinatı içeren), sabit katsayılı (z ve t değişkenlerinden bağımsız olan a_0 katsayısı), homojen denkleme gelinebilir:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] p = 0 \qquad \textbf{(3.44)}$$

Bu denklemin genel çözümü şu şekilde verilebilir:

$$p(z,t) = C_1 f(z - a_0 * t) + C_2 g(z + a_0 * t) \qquad \textbf{(3.45)}$$

Bu denklemin zamana bağlı olması, üstlü şekilde ifade edilirse, bu denklem şu hali alacaktır [2,18-20]:

$$p(z,t) = C_1 e^{j\omega(t - z/a_0)} + C_2 e^{j\omega(t + z/a_0)} \qquad \textbf{(3.46)}$$

Bu çözümün ilk kısmı, $z = t = 0$ veya $z = a_0 * t$ olması durumunda C_1'e eşit olmaktadır. Bundan dolayı, çözümün ilk kısmı, a_0 hızı ile azalmayan ve artmayan ileriye doğru ilerleyen bir dalgayı temsil etmektedir. Benzer olarak, çözümün ikinci kısmında yer alan ifadenin ise, aynı a_0 hızı ile tersi yönde ilerleyen bir dalgayı temsil ettiği rahatlıkla görülebilir. Bundan dolayı, a_0 dalga yayılım hızını, (3.44) denklemi dalga denklemini, (3.46) çözümü ise C_1 ve C_2 genlikleriyle birbirlerine ters yönde hareket eden iki dalganın süperpozisyonunu göstermektedir.

(3.44) denklemi, klasik tek boyutlu dalga denklemidir. " a_0 " dalga yayılım hızı ise vektörel faz hızını veya ses hızını temsil etmektedir. " p " akustik basıncı ile " u " parçacık hızı lineer olarak ilişkilidir ve bundan dolayı " ϕ " hız potansiyeli şu ilişkilerle tanımlanmaktadır:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \qquad p = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}, \qquad \textbf{(3.47)}$$

(3.44) denklemindeki bağımlı değişkenler yerine "u" veya "ϕ" de kullanılabilir. Bu genellemenin ışığında, (3.44) denkleminin karakterini, klasik tek boyutlu dalga operatörü (L) olarak adlandırılan diferansiyel operatör belirlemektedir.

$$L \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \textbf{(3.48)}$$

Bu dalga operatörü çarpanlarına ayrılırsa

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + a_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - a_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \qquad \textbf{(3.49)}$$

ifadesine gelinir. Buradan, (3.45) veya (3.46) çözümlerinin ilk kısmındaki ileri ilerleyen dalganın

$$\frac{\partial p}{\partial t} + a_0 \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \qquad \textbf{(3.50)}$$

denkleminin çözümü olduğu ve (3.45) veya (3.46) çözümlerinin ikinci kısmındaki geri ilerleyen dalganın

$$\frac{\partial p}{\partial t} - a_0 \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \qquad \textbf{(3.51)}$$

denkleminin çözümü olduğu görülmektedir. (3.46) denklemi yeniden düzenlenirse (3.52) denklemi elde edilebilir:

$$p(z,t) = \left[C_1 e^{-jkz} + C_2 e^{+jkz} \right] \cdot e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.52)}$$

Burada, $k = \omega / a_0 = 2\pi / \lambda$'dır. "$k$" dalga sayısını veya yayılım sabitini ve "λ" ise dalga boyunu göstermektedir.

(3.52) denklemi, "p" basıncı yerine "u" parçacık hızı cinsinden de şu şekilde düzenlenebilir:

$$u(z,t) = \left[C_3 e^{-jkz} + C_4 e^{+jkz} \right] e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.53)}$$

(3.52) ve (3.53) denklemleri (3.42) dinamik denge denkleminde yerine koyulursa ve katsayılar eşitlenirse, C_3 ve C_4 katsayıları, C_1 ve C_2 cinsinden $C_3 = C_1 / \rho_0 a_0$ ve

$C_4 = -C_2 / \rho_0 a_0$ şeklinde yazılabilir. Buradan "u" parçacık hızı için (3.54) ifadesi yazılabilir:

$$u(z,t) = \frac{1}{Z_0}\left(C_1 e^{-jkz} - C_2 e^{+jkz}\right)e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.54)}$$

Burada, $Z_0 = \rho_0 a_0$ ortamın karakteristik empedansıdır ve düzlemsel ilerleyen dalganın akustik basıncının parçacık hızına oranı olarak tanımlanmaktadır.

Bir boru boyunca ilerleyen düzlemsel bir dalga için, hacimsel hız $(S * u)$ ve kütlesel hız $(\rho_0 * S * u)$ tanımlanabilir. Burada "S" borunun kesit alanıdır. Tanımları farklı bu hız değerlerine karşılık gelen karakteristik empedans değerleri (akustik basıncın söz konusu düzlemsel ilerleyen dalganın hızına oranı) şu şekilde verilebilir:

Parçacık Hızı, u içi $\rho_0 a_0$;

Hacimsel Hız için : $\rho_0 a_0 / S$; **(3.55a)**

Kütlesel Hız için : a_0 / S.

Son iki hız ifadesi için karakteristik empedans "S" boru alanını içermektedir. Karakteristik empedans, artık tek başına ortamın bir özelliği olmaktan çıktığı için, borunun karakteristik empedansı olarak adlandırmak daha uygun olacaktır. Sıcak egzos gazlarını ileten borular için, "υ" akustik kütle hızı ile ilgilenmek daha doğru olacaktır. (3.55a)'da gösterilen buna karşılık gelen karakteristik empedans ise şu şekilde yazılabilir:

$$Y_0 = a_0 / S \qquad \textbf{(3.55b)}$$

(3.54) ve (3.55) denklemleri akustik kütle hızı için şu ifadeye götürmektedir:

$$\upsilon(z,t) = \frac{1}{Y_0}\left(C_1 e^{-jkz} - C_2 e^{+jkz}\right) \qquad \textbf{(3.56)}$$

Y'deki "0" altsimgesi ve k viskoz olmayan koşulların varlığına işaret etmektedir. (3.52) denklemindeki ve (3.56) denklemindeki C_1 ve C_2 sabitleri, araştırma

altındaki boru elemanının başlangıcındaki ve boru elemanını takip eden elemanla olan sınır koşullarına göre belirlenmektedirler.

3.1.3 Üç Boyutlu Akustik Dalgaların Durağan Viskoz Olmayan Silindirik Bir Ortamdaki Hareketi

Düzlemsel dalgaların sınırlarını belirleyebilmek için, boru içindeki genel üç boyutlu dalga yayılımını dikkate almak gereklidir. Daha önce değinilen süreklilik ve dinamik denge denklemleri izleme kolaylığı açısından tekrar yazılabilir:

$$\rho_0 \nabla \cdot u + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{(Süreklilik Denklemi)} \tag{3.57}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad \text{(Dinamik Denge)} \tag{3.58}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \frac{\gamma^* (p_0 + p)}{\rho_0 + \rho} \cong \frac{\gamma^* p_0}{\rho_0} = a_0^2 \quad \text{(Enerji Denklemi)} \tag{3.59}$$

(3.59) denklemini (3.57) denkleminde kullanmak için, (3.57) denkleminin t'ye göre diferansiyeli alınır, (3.58) denkleminin de diverjansı alınırsa ve çıkarılırsa gerekli olan üç boyutlu dalga denklemi elde edilmiş olur.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \nabla^2\right] p = 0 \tag{3.60}$$

Bu denklemdeki Laplasiyen aşağıdaki ifadelerle verilebilir:

Dikdörtgenel Kanallar için Kartezyen Koordinat Sistemi

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{3.61}$$

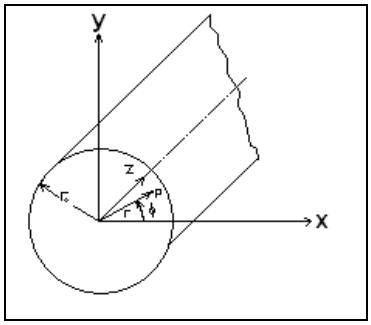
Silindirik Borular için Silindirik Polar Koordinat Sistemi

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{3.62}$$

Egzos sistemlerinin matematiksel modelinin çıkarılmasında ve bu temel modellerin farklı sistemler üzerinde kullanılmasında silindirik borulardan yararlanılacağından,

bu çalışma boyunca silindirik borular için kullanılan silindirik polar koordinat sisteminden faydalanılacaktır.

(3.60) ile verilen dalga denklemi ve (3.62) denklemi ile verilen Laplasiyen, Şekil 3.3'de gösterilen silindirik polar koordinat sistemine uygun olarak, silindirik borularda dalga yayılımına temel teşkil etmektedirler.



Şekil 3.3: Silindirik Bir Boru / Kanal ve Silindirik Polar Koordinat Sistemi (r,ϕ,z) [2]

Değişkenlerine ayırma yöntemini kullanarak, zamana ait bağımlı değişken $e^{j\omega t}$ ve θ'ya bağımlı değişken $e^{jm\theta}$ yazılırsa şu ifadeye gelinir:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_m R_m(r)e^{jm\theta}Z(z)e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.63)}$$

z'ye bağlı fonksiyon olan $Z(z)$ şu şekilde kabul edilmektedir:

$$\frac{d^2Z}{dz^2} = -k_z^2 Z \qquad \textbf{(3.64)}$$

(3.63) ve (3.64) denklemleri dalga denkleminde yerine koyulursa R(r) için Bessel denklemi elde edilmiş olur:

$$\frac{d^2R_m}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR_m}{dr} + \left(k_0^2 - k_z^2 - \frac{m^2}{r^2}\right)R_m = 0 \qquad \textbf{(3.65)}$$

Bu Bessel Denklemi için genel çözüm şu şekildedir:

$$R_m = C_3 J_m(k_r r) + C_4 N_m(k_r r) \qquad \textbf{(3.66)}$$

Burada,

$$k_r^2 = k_0^2 - k_z^2 \qquad \textbf{(3.67)}$$

eşitliği ile radyal yönde yayılan dalga sayısı bulunabilir.

$N_m(k_r r)$, $r = 0$'da (eksen üzerinde) sonsuza gitme eğilimi göstermektedir. Ama akustik basınç değerinin her yerde sonlu değerde olması gerekir. Bu durumun sağlanabilmesi için C_4 katsayısının sıfıra eşit olması gerekir.

Silindirin duvarlarındaki $(r = r_0)$ radyal hız sıfır olmalıdır. Bundan dolayı,

$(r = r_0)$'da $$\frac{dJ_m(k_r r)}{dr} = 0 \qquad \textbf{(3.68)}$$

Bundan dolayı, sadece "k_r" aşağıdaki ifadeyi sağlamak için farklı değerler almaktadır:

$$J'_m(k_r r_0) = 0 \qquad \textbf{(3.69)}$$

Bu denklemin n. köküne karşılık gelen "k_r" ifadesi "$k_{r,m,n}$" olarak gösterilirse şu aşağıdaki ifade elde edilir:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} J_m(k_{r,m,n}) e^{jm\theta} e^{j\omega t}\left(C_{1,m,n}e^{-jk_{z,m,n}z} + C_{2,m,n}e^{+jk_{z,m,n}z}\right) \qquad \textbf{(3.70)}$$

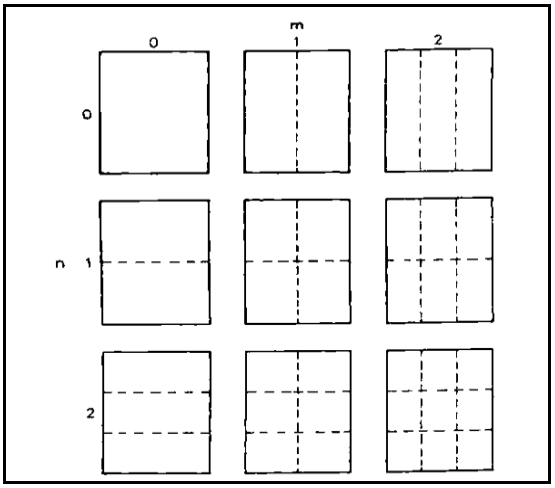
Burada,

$$k_{z,m,n} = \left(k_0^2 - k_{r,m,n}^2\right)^{1/2} \qquad \textbf{(3.71)}$$

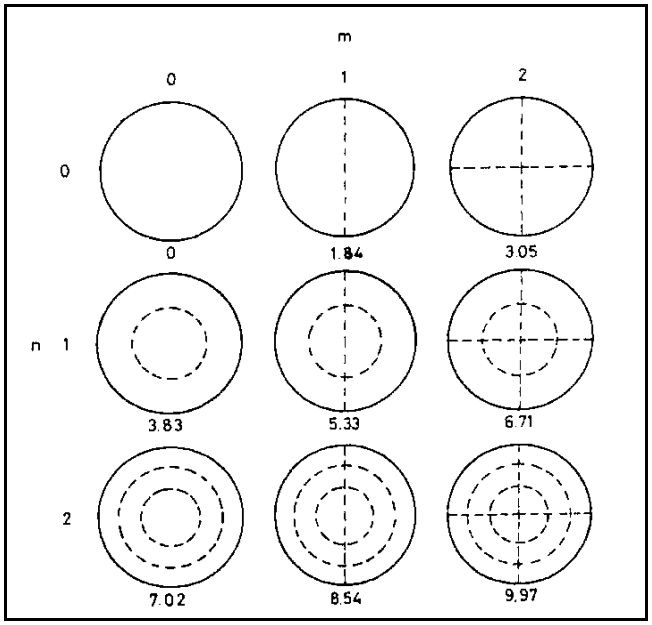
J'_0'ın (veya J_1'in) ilk kökü (sıfırı) sıfır ise $k_{r,0,1} = 0$ ve $k_{z,0,1} = k_0$ eşitlikleri geçerlidir. Bundan dolayı, (0,1) modu için, (3.70) ile verilen ifade sadeleşerek, düzlemsel dalga yayılımını ifade eden (3.52) ifadesine indirgenmektedir. Böylece, düzlemsel dalga yayılımı, (3.70) ifadesinin (0,1) moduna karşılık geldiği görülmektedir ve dalga karakterinde herhangi bir azalım olmadan yayılabilmektedir.

Dikdörtgenel kanallarda, m ve n notasyonları Şekil 3.4'te gösterilen geometride enine basınç dağılımındaki nod sayısını göstermektedir. Benzer durumdan, "n" , enine basınç dağılımındaki dairesel nod sayısını göstermek üzere, dairesel kanallar için de bahsedilebilir. Bu da Şekil 3.5'te gösterilmektedir. Bu notasyonlar sayesinde düzlemsel dalga modu (0,0) ile gösterilmektedir ve hem dikdörtgenel hem de dairesel

kanallar için aynı yan anlamı taşıyacaktır. Özetle, m ve n, enine basınç dağılımını göstermek üzere ilgili yönlerdeki nod sayısını temsil etmektedirler [2].



Şekil 3.4: m=2 ve n=2'ye Kadar Dikdörtgenel Bir Kanaldaki Enine Basınç Dağılımı İçin Nodal Çizgiler [2]



Şekil 3.5: m=2 ve n=2'ye Kadar Dairesel Bir Kanaldaki Enine Basınç Dağılımı İçin Nodal Çizgiler [2]

Eğer $k_{z,1,0}$ ve $k_{z,0,1}$ reel ise, ki bu durum $k_0 > k_{r,1,0}$ ve $k_0 > k_{r,0,1}$ olması durumda gerçekleşebilir, ilk iki yüksek mertebeden modlar olan (1,0) ve (0,1) cut-on olacaklardır. J_1' 'in ilk sıfırı 1.84'te ve J_0' 'ın ilk sıfırı 3.83'te meydana gelmektedir. Bundan dolayı, cut-on dalga sayıları sırasıyla $1.84/r_0$ ve $3.83/r_0$ olacaklardır. Başka bir deyişle, ilk çapsal mod $k_0 r_0 = 1.84$ iken ve ilk eksenel simetrik mod $k_0 r_0 = 3.83$ iken yayılmaya başlayacaktır. Eğer frekans

$$k_0 r_0 < 1.84 \quad \text{veya} \quad \lambda > \frac{\pi}{1.84} D \quad \text{veya} \quad f < \frac{1.84}{\pi D} a_0 \qquad \textbf{(3.72)}$$

olacak şekilde yeterince küçük ise (veya dalga boyu yeterince büyük ise) sadece düzlemsel dalgalar yayılabilecektir. Burada, $D\,(2*r_0)$ ile verilen çaptır. Neyse ki içten yanmalı motorların egzos gürültüsünün frekans ilgi alanı, (3.72) ile verilen geometrik şartları sağlayacak kadar küçüktür. Bundan dolayı, yapılan incelemeler sonucunda düzlemsel dalga analizlerinin yeterli olduğu kanıtlanmıştır.

(3.70) denkleminin (m,n) mod bileşeni, eksenel yön için, dinamik denge denkleminde, yani $\rho_0 \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0$ 'da, yerine koyulursa aşağıdaki ifadeye gelinir:

$$u_{z,m,n} = -\frac{\partial p/\partial z}{j\omega\rho_0} = J_m(k_{r,m,n} r) e^{jm\theta} e^{j\omega t} \frac{k_{z,m,n}}{k_0 \rho_0 a_0} \left\{ C_{1,m,n} e^{-jk_{z,m,n} z} - C_{2,m,n} e^{+jk_{z,m,n} z} \right\} \qquad \textbf{(3.73)}$$

Aynı akustik basınç altında, (m,n) mod için akustik parçacık hızı, düzlemsel dalga parçacık hızının $k_{z,m,n}/k_0$ katı olmaktadır. Yüksek mertebeden modlarda, hacimsel ve kütlesel hızlar herhangi bir anlam taşımamaktadırlar.

3.1.4 Düzlemsel Akustik Dalgaların Viskoz Olmayan Akışlı Bir Ortamdaki Hareketi

Dalga yayılımı, atalet (kütle) ve ortamın elastikliğinin birleşmiş etkilerinden dolayı oluşmaktadır ve bundan dolayı dalga ortamdaki parçacıklara bağlı olarak hareket etmektedir. Bir ortam "U" düzgün vektörel hızı ile hareket ederken, ortama bağlı olarak dalga yayılımının vektörel "a" olarak kalmaktadır. Bundan dolayı, sabit referans koordinat eksenine bağlı olarak (sabit bir izleyici), ileriye doğru hareket eden dalga U+a mutlak hızı ile giderken, geriye doğru hareket eden dalga U-a mutlak hızıyla hareket edecektir. Dalgaların, akış yönünde ortalama akış tarafından iletildiği söylenebilir.

Ortamın, r yönünde olduğu gibi z yönündeki hız bileşenlerinin ihmal edildiği "U" vektörel hızı ile hareket ettiği kabul edilirse, daha önce durağan ortam için yazılan temel lineerleştirilmiş denklemler aynıdır. Daha önce çıkarılan süreklilik, dinamik denge denklemleri akışın eklenmesiyle değişecektir. Enerji denklemi aynı kalacaktır. $\partial/\partial t$ kısmi türevi akışın sisteme eklenmesiyle D/Dt ile yer değiştirecektir.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial z} \qquad \textbf{(3.74)}$$

Bundan dolayı, süreklilik ve dinamik denge denklemleri sırasıyla şu hale geleceklerdir:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{D\rho}{Dt} = 0 \qquad \textbf{(3.75)}$$

ve

$$\rho_0 \frac{Du}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \qquad \textbf{(3.76)}$$

"ρ" ve "u" bu üç denklemden elimine edilirse, tek boyutlu dalga denklemine ulaşılmış olur:

$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) p = 0 \qquad \textbf{(3.77)}$$

veya

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2U\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t} + \left(U^2 - a_0^2\right)\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \qquad \textbf{(3.78)}$$

Değişkenlerine ayırma prensibini kullanarak ve yine zamana bağlı olan kısmı $e^{j\omega t}$ ile ifade ederek (3.78)'da yer alan dalga denklemine genel bir çözüm getirilebilir:

$$p(z,t) = \left(C_1 e^{-j\omega/(a_0+U)z} + C_2 e^{+j\omega/(a_0-U)z}\right) e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.79)}$$

$$p(z,t) = \left(C_1 e^{-jk_0 z/(1+M)} + C_2 e^{+jk_0 z/(1-M)}\right) e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.80)}$$

Aynı ifade basınç ifadesi yerine hız ifadesi şeklinde yazılabilir:

$$u(z,t) = \left(C_3 e^{-jk_0 z/(1+M)} + C_4 e^{+jk_0 z/(1-M)}\right) e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.81)}$$

(3.80) ve (3.81) denklemleri (3.76) dinamik denge denkleminde (momentum denkleminde) yerlerine koyulursa ve eşitliğin iki tarafındaki $e^{-jk_0 z/(1+M)}$ ve $e^{+jk_0 z/(1-M)}$

katsayıları ayrı ayrı sıfıra eşitlenirse C_3 ve C_4 katsayıları, C_1 ve C_2 katsayıları cinsinden şu şekilde ifade edilebilir:

$$C_3 = \frac{C_1}{\rho_0 a_0} \quad \text{ve} \quad C_4 = -\frac{C_2}{\rho_0 a_0} \tag{3.82}$$

Elde edilen bu katsayıları da kullanarak $\upsilon(z,t)$ akustik kütlesel hız ifadesi şu şekilde ifade edilebilir:

$$\upsilon(z,t) = \rho_0 S u(z,t) = \frac{1}{Y_0}\left(C_1 e^{-jk_0 z/(1+M)} - C_2 e^{+jk_0 z/(1-M)}\right) e^{j\omega t} \tag{3.83}$$

Burada, "Y_0" karakteristik empedanstır.

3.1.5 Üç Boyutlu Akustik Dalgaların Viskoz Olmayan Akışlı Silindirik Bir Ortamdaki Hareketi

Daha önce de değinildiği gibi, içinde akış olan bir kanaldaki üç boyutlu dalga hareketinin analizi, hem yüksek mertebeden modlarda yayılımın anlaşılmasında hem de sadece düzlemsel dalganın azalım göstermeden o frekanstan daha aşağı frekanslarda yayılabildiği sınır frekans değerinin değerlendirilmesinde gereklidir. Kanal akustiği için temel teşkil eden üç ana denklem tekrar yazılırsa:

$$\rho_0 \nabla \cdot u + \frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad \text{(Süreklilik Denklemi)} \tag{3.84}$$

$$\rho_0 \frac{Du}{Dt} + \nabla p = 0 \quad \text{(Dinamik Denge)} \tag{3.85}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \frac{\gamma(p_0 + p)}{\rho_0 + \rho} \cong \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = a_0^2 \quad \text{(Enerji Denklemi)} \tag{3.86}$$

Bu denklemleri kullanarak içinde akış olması hali için yazılan üç boyutlu dalga denklemi de şu şekildedir:

$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} - a_0^2 \nabla^2\right) p = 0 \tag{3.87}$$

Burada, ortalama akış hızı, yere ve zamana göre sabittir yani tüm koordinatlardan bağımsızdır. Silindirik kanallarda yüksek mertebeden modların yayılımı için aşağıdaki çözüm kabul edilebilir:

$$p(r,\theta,z,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}J_m\left(k_{r,m,n}r\right)e^{jm\theta}e^{j\omega t}\left\{C_{1,m,n}e^{-jk^{+}_{z,m,n}z}+C_{2,m,n}e^{jk^{-}_{z,m,n}z}\right\} \qquad \textbf{(3.88)}$$

Burada, $k^{+}_{z,m,n}$ ve $k^{-}_{z,m,n}$ aşağıdaki ifade ile tanımlanmaktadırlar:

$$k^2_{z,m,n}+k^2_{r,m,n}=\left(k_0+Mk_{z,m,n}\right)^2 \qquad \textbf{(3.89a)}$$

veya

$$k^{\pm}_{z,m,n}=\frac{\mu\, Mk_0+\left[k_0^2-\left(1-M^2\right)k^2_{r,m,n}\right]^{1/2}}{1-M^2} \qquad \textbf{(3.89b)}$$

Bundan dolayı, daha yüksek modlarda (m ve/veya n > 0) azalım olmadığı için yayılımın olması için gerekli şart şu şekildedir:

$$k_0^2-(1-M^2)k^2_{r,m,n}\geq 0 \qquad \textbf{(3.90a)}$$

Diğer bir deyişle, eğer frekans karakteristik boyut ile ilgili olan sınırlamayı sağlayacak şekilde yeterince küçük ise sadece düzlemsel dalga yayılabilecektir:

$$k_0r_0<1.84\left(1-M^2\right)$$

veya

$$\lambda>\frac{1.84D}{\pi\left(1-M^2\right)^{1/2}}$$

veya

$$f<\frac{\pi a_0}{1.84D}\left(1-M^2\right)^{1/2} \qquad \textbf{(3.90b)}$$

Şimdi benzer durum parçacık hızının bulunması için de uygulanabilir. Daha önceki uygulamalardan da bilindiği gibi, basınca bağlı önerilen çözüm aynı şekilde hıza

bağlı olarak da yazılabilmektedir. Burada, hıza bağlı önerilen çözümde yer alan denklemin katsayıları olan $C_{3,m,n}$ ve $C_{4,m,n}$ sabitleri, basınca bağlı ifadede yer alan $C_{1,m,n}$ ve $C_{2,m,n}$ sabitleri cinsinden yazılabilir. Bunun için p ve u ifadelerindeki (m,n) bileşenlerini eksenel yön için momentum denkleminde yerine koymak ve $e^{-jk^{+}_{z,m,n}z}$ ve $e^{+jk^{-}_{zz,m,n}z}$ katsayılarını ayrı ayrı sıfıra eşitlemek yeterli olacaktır.

$$u_z(r,\theta,z,t) = \frac{1}{\rho_0 a_0}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} J_m\left(k_{r,m,n}r\right)e^{jm\theta}e^{j\omega t}$$

$$\times\left\{\frac{k^{+}_{z,m,n}}{k_0 - Mk^{+}_{z,m,n}}C_{1,m,n}e^{-jk^{+}_{z,m,n}z} - \frac{k^{-}_{z,m,n}z}{k_0 + Mk^{+}_{z,m,n}}C_{2,m,n}e^{+jk^{-}_{z,m,n}z}\right\} \qquad \textbf{(3.91)}$$

3.1.6 Duvarları Akustik Yutucu Malzeme ile Kaplı Silindirik Kanallarda Akustik Dalga Hareketi

Daha önceki incelemelerde, kanalın duvarları rijit olarak kabul edilmişti. Buna karşın, sonlu kalınlığa sahip egzos susturucuların üretildiği tipik sac metal duvarların enine empedansları sınırlı olduğu için, akustik elastikiyetleri bulunmaktadır. Buna ek olarak, kanalın duvarları, sonlu normal empedansı olduğu bilinen akustik yutucu bir malzeme ile kaplanabilir. Bu kaplama uygulaması ilk anlatılandan çok daha önemlidir. Kanalın duvarları çıplakken kanalın duvarlarının akustik elastikiyeti ihmal edilerek rijit olarak kabul edilebilmekteydi, ama duvarların akustik yutucu bir malzeme ile kaplanması durumunda, bu akustik yutucu malzemenin sisteme getireceği empedansın dikkate alınması gereklidir.

Duvarları akustik yutucu malzeme katmanı ile kaplanmış bir kanalın normal empedansı, z'den (eksenel yön) bağımsız olarak kabul edilebilir. Diğer bir deyişle, bu akustik tabakanın lokal olarak tepki verdiği kabul edilebilir. Aynı kabul, duvar empedansının z ile değiştiği (uç plakaların yakınında artan) içten yanmalı motorların egzos susturucularında kullanılan akustik yutucu malzeme ile kaplanmamış metalik borularda geçerli değildir. Yine de, bu tip susturuculardа, duvar kalınlığı, empedansın çok büyük veya akustik elastikiyetin çok küçük olması bakımından çoğunlukla önemlidir. Her durum için, yerel tepki veren duvarlar kabulü, analitik çözülebilirlik açısından gereklidir.

Ortamdaki viskoz sürtünme nispeten önemsiz olduğundan ihmal edilerek ve ortalama akış hızının tüm kesit alanı boyunca sabit olduğunu kabul edilerek, akustik dalgaların, akustik elastikiyete sahip kanallarda hareketini incelemek için üç boyutlu dalga denklemleri kullanılacaktır.

3.1.6.1 Duvarları Akustik Yutucu Malzeme ile Kaplı, Durağan Silindirik Bir Kanalda Akustik Dalga Hareketi

Silindirik kanallardaki akustik dalgaların hareketi için yazılan ifadeler görme kolaylığı açısından tekrar yazılırsa:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \nabla^2\right] p = 0 \qquad \textbf{(3.92)}$$

Bu üç boyutlu dalga denklemindeki Laplasiyenin silindirik polar koordinat sisteminde aşağıdaki şekilde ifade edildiği gösterilmişti:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \textbf{(3.93)}$$

Bu iki ifade tek bir ifade altında birleştirilirse aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\right] p = 0 \qquad \textbf{(3.94)}$$

Daha önce de verildiği gibi, (3.94) denklemine aşağıda gösterilen genel çözüm getirilmektedir:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} J_m\left(k_{r,m,n} r\right) e^{jm\theta} e^{j\omega t}\left\{C_{1,m,n} e^{-jk_{z,m,n} z} + C_{2,m,n} e^{+jk_{z,m,n} z}\right\} \qquad \textbf{(3.95)}$$

Burada, $k_{r,m,n}$ aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$k_{r,m,n} = \left(k_0^2 - k_{z,m,n}^2\right)^{1/2} \qquad \textbf{(3.96)}$$

Burada daha önceki anlatılanlardan farklı olarak dikkat edilmesi geren husus, $k_{r,m,n}$ ifadesinin, duvarın $\left(r = r_0\right)$, "Z_w" ile gösterilen sonlu empedansa sahip olduğu sınır

koşulu ifadesinden belirlenmesidir. Daha önceki incelemelerde duvarların akustik olarak elastikiyetinin bulunmadığı yani rijit olduğu kabulü altında duvarların empedansı sonsuz olarak alınmaktaydı. Radyal yönde momentum denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\rho_0 \frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \qquad \textbf{(3.97)}$$

Buradan radyal yönde hız çekilirse şu ifade elde edilebilir:

$$u_r = -\frac{\partial p / \partial r}{j\omega\rho_0} \qquad \textbf{(3.98)}$$

Böylece duvarın empedansı şu şekilde bulunabilir:

$$Z_w \equiv \left(\frac{p}{u_r}\right)_{r=r_0} = \frac{-j\omega\rho_0 p}{\partial p / \partial r} = \frac{-j\omega\rho_0 J_m\left(k_{r,m,n} r_0\right)}{k_{r,m,n} J'_m\left(k_{r,m,n} r_0\right)} \qquad \textbf{(3.99)}$$

Burada,

$$J'_m\left(k_{r,m,n} r_0\right) = \left[\frac{dJ_m\left(k_{r,m,n} r\right)}{d\left(k_{r,m,n} r\right)}\right]_{r=r_0} \qquad \textbf{(3.100)}$$

$k_{r,m,n}$ n = 0,1,2,... transandant özdenklemin kökleridir.

$$\frac{J_m\left(k_r r_0\right)}{\left(k_r r_0\right) J'_m\left(k_r r_0\right)} = j\frac{Z_w}{\rho_0 a_0}\frac{1}{k_0 r_0} \qquad \textbf{(3.101)}$$

(3.95) ile verilen denklemdeki (m,n) bileşeni, eksenel yön dikkate alınarak momentum denklemindeki akustik basınç için yerine koyulup, $u_{z,m,n}$ değerlendirilip ve daha sonra da m ve n üzerinden toplama işlemi yapılırsa, akustik parçacık hızı için aşağıda yer alan ifadeye gelinir:

$$u(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} J_m\left(k_{r,m,n} r\right) e^{jm\theta} e^{j\omega t} \frac{k_{z,m,n}}{k_0}\frac{1}{\rho_0 a_0}\left\{C_1 e^{-jk_{z,m,n} z} - C_2 e^{+jk_{z,m,n} z}\right\} \qquad \textbf{(3.102)}$$

Eğer kanalın tüm duvarları akustik yutucu malzeme ile kaplanmamışsa, Z_w duvar empedansı, kütle ve elastikliğe bağlı olarak daha fazla veya daha az tepki verecektir.

(3.101) ile verilen ifadedeki $(k_r r_0)$ değerinin reel olacağını göstermektedir. Buna bağlı olarak, (3.96) ile verilen bağıntının yardımıyla da $k_{z,m,n}$ değerinin reel veya sanal bir değere sahip olabileceği ama karmaşık bir değere sahip olamayacağı açıkça görülmektedir. Bu sonuç, duvarları esnek ama akustik yutucu malzeme ile kaplanmamış kanal boyunca hareket eden modların azalım olmadan hareket ettiklerini göstermektedir. Diğer bir deyişle, esnek duvarlar eksenel azalıma yol açmamaktadırlar. Aynı nedenden dolayı, duvarları akustik yutucu malzeme ile kaplı kanalların (karmaşık duvar empedansına sahip) karmaşık $(k_r r_0)$ değerlerine ve haliyle de karmaşık $k_{z,m,n}$ değerine sahip olacağı rahatlıkla görülebilir. $k_{z,m,n}$ karmaşık değerinin sanal bileşeni, eksenel yönde azalıma yol açacaktır ve bu da sönümlü tip susturucuların temel prensibini oluşturmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken bir husus bulunmaktadır. Genel çözüm ifadesi, z ve r yönlerinde genellikle ikişer terimi içermektedir. Buna karşın, yan açı yönü (azimutal yön) için sadece $e^{jm\theta}$ terimi eklenmiş ama $e^{-jm\theta}$ terimi ihmal edilmiştir. Bunun sebebi yan açı yönünde akustik dalganın çarpıp geri döneceği ve tam tersi yönünde hareket edeceği bir sınırlamanın ya da bir süreksizliğin bulunmamasıdır. $e^{jm\theta}$ ile gösterilen spiral modlar, alan süreksizlikleri gibi sistemin simetrikliğini bozan durumlarda tahrik edilebilmektedir. Pistonlu makinaların egzos sistemlerinde radyal modlar tahrik edildiği gibi yan açı yönündeki modlar da tahrik edilmektedir. Bu arada, eksenel simetrinin varlığında, m=0 varsayımı ile (3.95) ve (3.102) denklemleri sadece n üzerinden bir toplama işlemine gireceklerdir. Buna göre, (3.95) denklemi aşağıda verilen ifadeye indirgenmiş olacaktır:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{n=0}^{\infty} J_0\left(k_{r,n} r\right) e^{j\omega t} \left\{ C_{1,n} e^{-jk_{z,n} z} + C_{2,n} e^{+jk_{z,n} z} \right\} \qquad \textbf{(3.103)}$$

Burada, $k_{r,n}$, aşağıda verilen özdenklemin (n+1). köküdür.

$$\frac{J_0\left(k_{r,n} r_0\right)}{\left(k_{r,n} r_0\right) J_1\left(k_{r,n} r_0\right)} = j \frac{Z_w}{\rho_0 a_0} \frac{1}{k_0 r_0} \qquad \textbf{(3.104)}$$

3.1.6.2 Duvarları Akustik Yutucu Malzeme ile Kaplı, Akışlı Silindirik Bir Kanalda Akustik Dalga Hareketi

Boru içindeki akış sürüklenme etkisi yarattığından ses dalgalarının yayılımını etkilediği gibi, duvarları akustik yutum malzemesi ile kaplanmış boruların duvar empedansını değiştirmek suretiyle de sistemi etkilemektedir. Silindirik kanal akışında akustik basınç alanı, yine aşağıda verilen denklem ile ifade edilmektedir:

$$\left[\frac{D^2}{Dt^2} - a_0^2\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\right] p = 0 \qquad \textbf{(3.105)}$$

(3.105) ile verilen denklemin, akustik elastikiyeti bulunan duvarlar için genel çözümü, daha önce (3.95) ile verilmiş olan ve aşağıda inceleme kolaylığı açısından (3.106) ile tekrar verilen çözümün kullanılmasıyla elde edilebilir.

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} J_m\left(k_{r,m,n} r\right) e^{jm\theta} e^{j\omega t}\left\{C_{1,m,n} e^{-jk_{z,m,n} z} + C_{2,m,n} e^{+jk_{z,m,n} z}\right\} \qquad \textbf{(3.106)}$$

Bu denkleme iletime etkisi olan ortalama akış dahil edilip, ortalama akıştan dolayı oluşan k_r ve k_z arasındaki etkileşim de göz önüne alınırsa, (3.106) denklemi duvarları ses yutum malzemesi ile kaplı, silindirik, hareketli bir kanalda akustik dalga hareketini ifade edebilmek için aşağıdaki hali alacaktır:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_{1,m,n} J_m\left(k^{+}_{r,m,n} r\right) e^{-jk^{+}_{z,m,n} z} + C_{2,m,n} J_m\left(k^{-}_{r,m,n} r\right) e^{+jk^{-}_{z,m,n} z}\right\} e^{jm\theta} e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.107)}$$

Burada, $k_{r,m,n}$ $n = 0,1,2,..$, duvar sınır koşulları uygulanarak elde edilmiştir.

$r = r_0$ 'da $$\frac{Dp/Dt}{\partial u_r / \partial t} = Z_w(M) \qquad \textbf{(3.108)}$$

Burada, "u_r" momentum denklemiyle radyal yönde şu şekilde verilmektedir:

$$\rho_0 \frac{Du_r}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \qquad \textbf{(3.109)}$$

veya

$$\rho_0\left(\frac{\partial u_r}{\partial t}+U\frac{\partial u_r}{\partial z}\right)+\frac{\partial p}{\partial r}=0 \qquad \textbf{(3.110)}$$

Açıkça "u_r" aşağıdaki formda olacaktır:

$$u_r(r,\theta,z,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_{3,m,n}J'_m\left(k^+_{r,m,n}r\right)e^{-jk^-_{z,m,n}z}+C_{4,m,n}J'_m\left(k^-_{r,m,n}r\right)e^{+jk_{z,m,n}z}\right\}e^{jm\theta}e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.111)}$$

(3.107) ve (3.111) ile verilen ifadeleri (3.110) denkleminde yerlerine koyulursa ve $e^{-jk^+_{z,m,n}}$ ve $e^{+jk^-_{z,m,n}}$ katsayıları ayrı ayrı sıfıra eşitlenirse, $C_{3,m,n}$ ve $C_{4,m,n}$ sırasıyla $C_{1,m,n}$ ve $C_{2,m,n}$ cinsinden aşağıdaki gibi bulunmaktadır:

$$C_{3,m,n}=\frac{-j}{\rho_0 a_0}\frac{k^+_{r,m,n}}{k_0}\frac{C_{1,m,n}}{1-Mk^+_{z,m,n}/k_0} \qquad \textbf{(3.112)}$$

ve

$$C_{4,m,n}=\frac{-j}{\rho_0 a_0}\frac{k^-_{r,m,n}}{k_0}\frac{C_{2,m,n}}{1-Mk^-_{z,m,n}/k_0} \qquad \textbf{(3.113)}$$

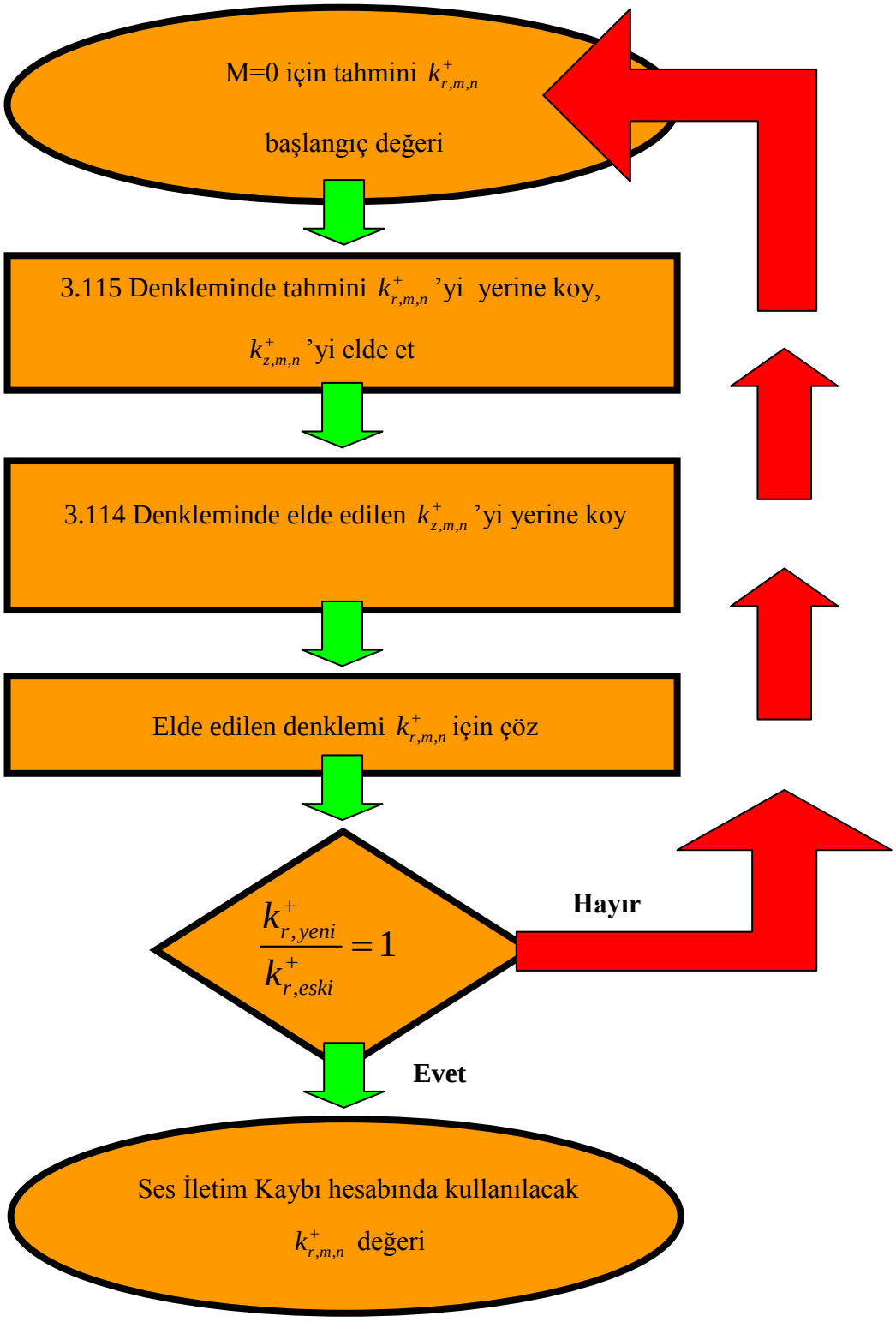
İleri hareket eden dalga için, $k^+_{z,m,n}$ ve $k^+_{r,m,n}$ arasındaki ilişki duvar sınır koşulundan, ileri hareket eden dalga bileşenleri olan p ve u_r kullanılarak elde edilebilir:

$$\frac{J_m\left(k^+_{r,m,n}r_0\right)}{\left(k^+_{r,m,n}r_0\right)J'_m\left(k^-_{r,m,n}r_0\right)}\left(1-\frac{Mk^+_{z,m,n}}{k_0}\right)^2=j\frac{Z_w(M)}{\rho_0 a_0}\frac{1}{k_0 r_0} \qquad \textbf{(3.114)}$$

(m,n) mertebeden mod için, $k^+_{r,m,n}$ ve $k^+_{z,m,n}$, (3.114) ifadesinin ve (3.115) denkleminin eş zamanlı olarak çözülmesiyle elde edilir:

$$k^{\pm}_{z,m,n}=\frac{\mu Mk_0+\left[k_0^2-\left(1-M^2\right)k^{\pm 2}_{r,m,n}\right]^{1/2}}{1-M^2} \qquad \textbf{(3.115)}$$

Bu analizin yapılabilmesi için "Newton-Raphson iterasyonu" dijital bilgisayarlarla kullanılabilmektedir. İterasyonun başlangıcı için, iki değişkenin akış olmaması durumundaki değerleri ile hesaplamaya başlanmaktadır [2].



Şekil 3.6: Bir Susturucunun Ses Yutucu Malzeme İle Kaplanmış Bölümünde Radyal Yöndeki Dalga Sayısını Bulabilmek İçin Kullanılan Akış Diyagramı

$k^+_{r,m,n}$ ve $k^+_{z,m,n}$'yi değerlendirmek için kullanılan diğer yöntem ise birbirini izleyen iterasyonlar yöntemidir. Bu yöntem, (3.114) ifadesini $k^+_{r,m,n}$ için ve M=0 için çözerek başlamaktadır daha sonra bulunan bu $k^+_{r,m,n}$ değerini (3.115) ifadesinde yerine koyarak $k^+_{z,m,n}$ bulunmaktadır bunun ardından yeni $k^+_{r,m,n}$ değerini bulabilmek için eski $k^+_{r,m,n}$ değeri (3.114) ifadesinde tekrar yerine koyulmaktadır ve elde edilen yeni $k^+_{r,m,n}$ değerine karşılık gelen $k^+_{z,m,n}$ değerini bulmak için de bu sefer bu yeni bulunan $k^+_{r,m,n}$ değeri (3.115) ifadesinde yerine koyularak yeni $k^+_{z,m,n}$ değeri elde edilmektedir. Yöntem bu şekilde birbirini izleyen iterasyon adımlarından oluşmaktadır [2]. Şekil 3.6'da bahsedilenler akış diyagramı kullanılarak gösterilmiştir.

Böylece elde edilen radyal yöndeki iletilen dalga sayıları kullanılarak yansıyan dalga sayıları da aynı akış diyagramı kullanılarak elde edilebilir. Mach sayısının arttırılması durumunda ise farklı Mach sayıları için döngü tekrar edilmelidir. İlk önce Mach sayısının sıfır kabul edilerek elde edilen radyal dalga sayısı yeni Mach sayısı hesaplanırken bir başlangıç değeri olarak kabul edilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta Mach sayılarının az aralıklarla arttırılmasıdır.

Yansıyan dalga için de süregiden işlemler, yansıyan dalga bileşenleri olan p ve u_r kullanılarak elde edilebilir.

Sonuç olarak, hem ileri giden hem de geriye yansıyan dalga hareketlerini ifade eden bu çözümler, genel bir çözüm elde etmek için birleştirilirse aşağıdaki ifade elde edilmiş olunur:

$$p(r,\theta,z,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left[C_{1,m,n}J_m\left(k^+_{r,m,n}r\right)e^{-jk^+_{z,m,n}z}+C_{2,m,n}J_m\left(k^-_{r,m,n}r\right)e^{+jk^-_{z,m,n}z}\right]e^{jm\theta}e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.116)}$$

ve

$$u_z(r,\theta,z,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{\rho_0 a_0}\left[\frac{k^+_{z,m,n}}{k_0-Mk^+_{z,m,n}}C_{1,m,n}J_m\left(k^+_{r,m,n}r\right)e^{-jk^+_{z,m,n}z}\right.$$

$$\left.-\frac{k^-_{z,m,n}}{k_0-Mk^-_{z,m,n}}C_{2,m,n}J_m\left(k^-_{r,m,n}r\right)e^{+jk^-_{z,m,n}z}\right]e^{jm\theta}e^{j\omega t} \qquad \textbf{(3.117)}$$

3.2 Kanal Akustiği için Transfer Matris Yöntemi

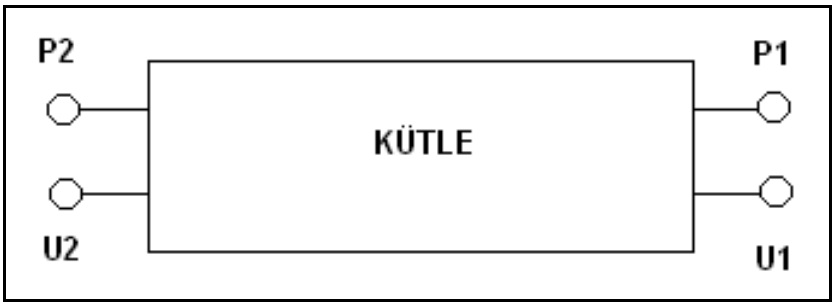
Kapasitesi yüksek dijital bilgisayarların kullanılmaya başlanmasıyla beraber, susturucu tasarımında transfer matris yaklaşımının kullanılması yaygınlaşmıştır. Transfer matrisi olarak isimlendirilen ve sistemin kendini tekrar eden bir bölümünün karakteristik özelliğini taşıyan bu matris "iletim matrisi" veya "dört-kutup parametre gösterimi" isimleriyle de literatürde bulunmaktadır.

Uzun zamandan beri kullanılan bu yöntemin anlaşılması için Şekil 3.7'deki basit akustik kütle elemanından faydalanılacaktır [18]. Akustik sistemlerde, kuvvet yerine akustik basınç ve parçacık hızı yerine akustik hacim hızı (U=S*u) kullanmak daha uygun olacaktır. İvmelendirilmiş bir kütle için Newton'un ikinci hareket kanunu şu formda yazılabilir:

$$F_{net} = S * \Delta p = m * \frac{d(U/S)}{dt} \tag{3.118}$$

$$\Delta p = \frac{m}{S^2}\frac{dU}{dt} = M_A * \frac{dU}{dt} \tag{3.119}$$

"M_A" büyüklüğü akustik kütledir (birimi: kg/m^4). Akustik kütlenin tanımı yapıldığına göre artık transfer matris yönteminin tanıtılması için Şekil 3.7'ye başvurulabilir:



Şekil 3.7: Akustik Kütle için Transfer Elemanının Şematik Gösterimi"Çıkışlar" akustik basınç p_2 ve akustik hacimsel debi oranı u_2
"Girişler" ise p_1 ve u_1

Giriş ve çıkış değişkenleri, akustik basınç ve hacimsel debidir. Aşağıdaki yer alan denklemler durağan durum operasyonu için yazılabilir:

$$p_2 = p_1 + j * \omega * M_A * U_1 \tag{3.120a}$$

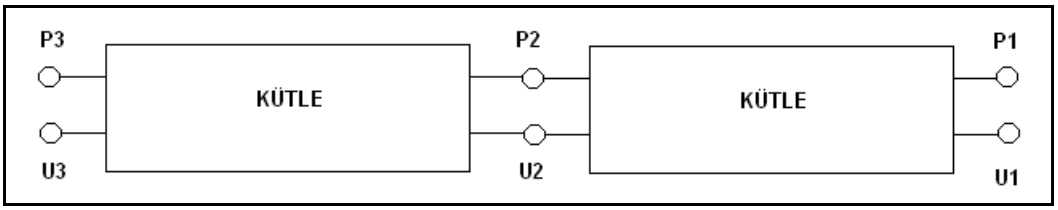
$$U_2 = U_1 \tag{3.120b}$$

Bu iki denklem tek bir matris şeklinde yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j*\omega*M_A \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} p_1 \\ U_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} p_1 \\ U_1 \end{Bmatrix} \tag{3.121}$$

"T" matrisi transfer matrisi olarak adlandırılır. Bir kütle elemanı için transfer matrisi (3.121) denkleminden elde edilir.

$$[T]_{kütle} = \begin{bmatrix} 1 & j*\omega*M_A \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.122}$$



Şekil 3.8: Seri Halde Birbirine Eklenmiş Akustik Elemanlar

Şekil 3.8'de gösterildiği gibi, seri halde birbirine bağlanmış iki veya daha çok eleman için, A'nın çıkışı B'nin girişi olacak şekilde yeni transfer matrisler oluşturulacaktır.

$$\begin{Bmatrix} p_3 \\ U_3 \end{Bmatrix} = [T]_A * \begin{Bmatrix} p_2 \\ U_2 \end{Bmatrix} = [T]_A * [T]_B * \begin{Bmatrix} p_1 \\ U_1 \end{Bmatrix} \tag{3.123}$$

(3.123) denkleminden de görüleceği üzere, iki veya daha fazla, seri haldeki akustik elemanın toplam transfer matrisi, her bir elemanın transfer matrisinin matris çarpımıyla elde edilmektedir.

$$[T]_0 = [T]_A * [T]_B \tag{3.124}$$

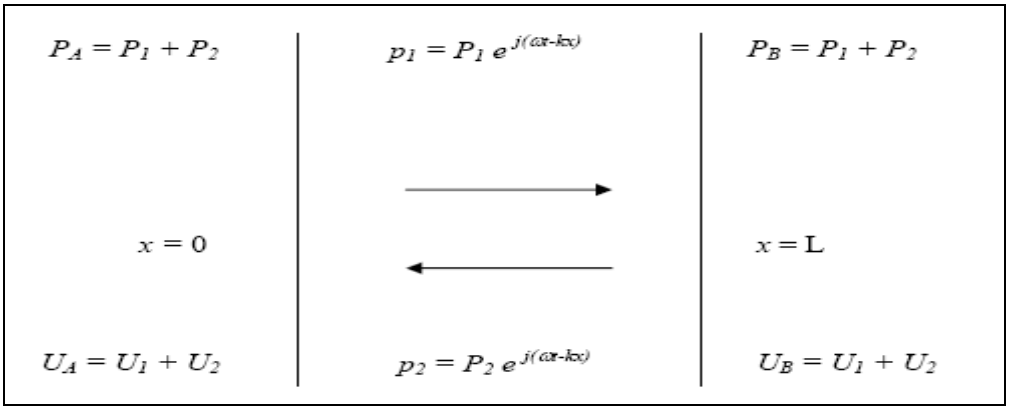
3.2.1 Transfer Matrisinin Türetilmesi

Transfer matrisinin türetilmesinde daha önce değinilen ve kanal akustiğinin temelini oluşturan dalga hareketini ifade eden denklemlerden faydalanılacaktır. Transfer matrisinin türetilmesini daha iyi açıklayabilmek için Şekil 3.9'dan faydalanılmıştır [21].

Şekil 3.9'da L genişliğindeki akustik ortamın bir tabakasında ses iletimi olduğu kabul edilmiştir. Sistemin girişi x=0'da ve sistemin çıkışı x=L'dedir. Yönü sistemin girişinden sistemin çıkışına olan dalganın hareketi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$p_1 = P_1 e^{j(\omega t - kx)} \qquad \textbf{(3.125a)}$$

$$u_1 = \frac{P_1}{\rho c} e^{j(\omega t - kx)} \qquad \textbf{(3.125b)}$$



Şekil 3.9: L Genişliğindeki Akustik Ortamın Tek Boyutlu Tabakası

Yönü sistemin çıkışından sistemin girişine doğru olan dalganın hareketi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$p_2 = P_2 e^{j(\omega t + kx)} \qquad \textbf{(3.126a)}$$

$$u_2 = -\frac{P_2}{\rho c} e^{j(\omega t + kx)} \qquad \textbf{(3.126b)}$$

(3.125) ve (3.126) denklemlerinde yer alan dalga sayısı $k = \frac{\omega}{c}$ ile gösterilmiştir. Buna göre, (3.125) ve (3.126) denklemlerinden giriş tarafındaki toplam basıncın ve toplam parçacık hızının genlikleri, sınır koşulu x=0 olduğundan aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$P_{giris} = P_1 + P_2 \qquad \textbf{(3.127)}$$

$$U_{giris} = \frac{(P_1 - P_2)}{\rho c} \quad \text{veya} \quad \rho c U_{giris} = P_1 - P_2 \qquad \textbf{(3.128)}$$

Buna ek olarak, (3.125) ve (3.126) denklemlerinden çıkış tarafındaki toplam basıncın ve toplam parçacık hızının genlikleri, sınır koşulu x=L olduğundan aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$P_{cikis} = P_1 e^{-jkL} + P_2 e^{jkL} \tag{3.129}$$

$$U_{cikis} = \frac{\left(P_1 e^{-jkL} - P_2 e^{jkL}\right)}{\rho c} \quad \text{veya} \quad \rho c U_{cikis} = P_1 e^{-jkL} - P_2 e^{jkL} \tag{3.130}$$

(3.129) ve (3.130) denklemleri toplanırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$P_1 = \frac{1}{2} e^{jkL} \left(P_{cikis} + \rho c U_{cikis}\right) \tag{3.131}$$

(3.129) ve (3.130) denklemleri çıkarılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$P_2 = \frac{1}{2} e^{-jkL} \left(P_{cikis} - \rho c U_{cikis}\right) \tag{3.132}$$

(3.131) ve (3.132) denklemleri (3.127) denkleminde yerlerine koyulursa, toplam giriş basıncı, toplam çıkış basıncı ve toplam çıkış parçacık hızı cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$P_{giris} = P_{cikis} \cos(kL) + jU_{cikis} \rho c \sin(kL) \tag{3.133}$$

(3.131) ve (3.132) denklemleri (3.128) denkleminde yerlerine koyulursa toplam giriş parçacık hızı, toplam çıkış basıncı ve toplam çıkış parçacık hızı cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$U_{giris} = \frac{j}{\rho c} \sin(kL) P_{cikis} + \cos(kL) U_{cikis} \tag{3.134}$$

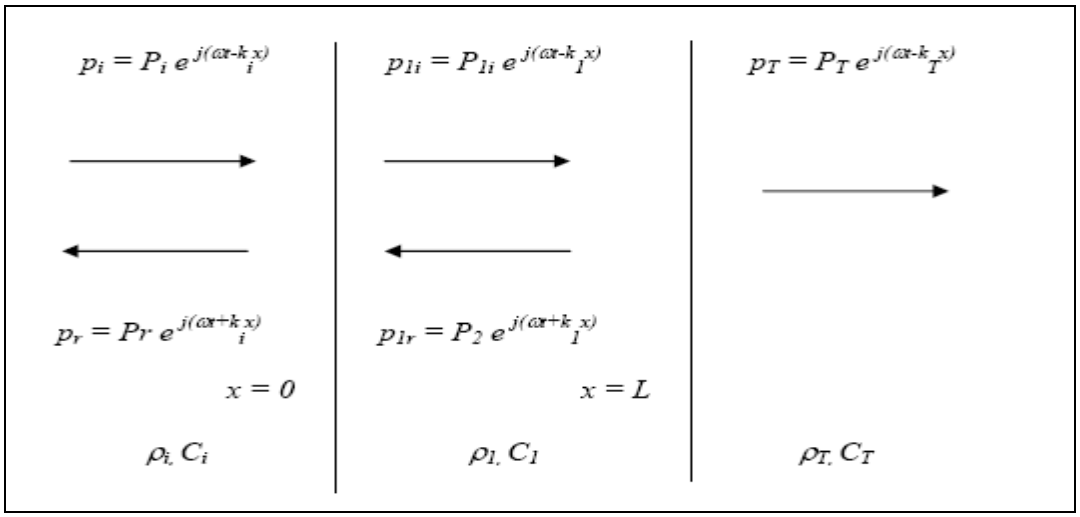
(3.133) ve (3.134) denklemleri birarada matris şeklinde aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{Bmatrix} P_{giris} \\ U_{giris} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & j\rho c \sin(kL) \\ \frac{j}{\rho c} \sin(kL) & \cos(kL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis} \\ U_{cikis} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis} \\ U_{cikis} \end{Bmatrix} \tag{3.135}$$

(3.135) denklemindeki A, B, C, D ile gösterilen ifadeler dört-kutup parametreleridir ve (3.135) denklemi dört-kutup denklemi olarak adlandırılmaktadır. Akustikle uğraşan araştırmacılar ve bilimadamları tarafından sıklıkla dört-kutup denklemi olarak adlandırılan bu denklem "transfer matris denklemi" olarak da adlandırılmaktadır. Bu denklem, temel olarak, sistem girişindeki iki değişkeni sistem çıkışındaki iki değişkenle ilişkilendirmektedir. Bu değişkenler, akustik uygulamalarında, çoğunlukla akustik basınç ve parçacık hızı olarak denkleme katılmaktadırlar. Bu denklemlerde kullanılan basınç ve hızların, hareket eden dalgaların basınç ve hız bileşenleri değil, hareket eden dalgaların toplam basınç ve toplam hız değerleri olduklarına dikkat etmek gerekir.

3.2.2 Transfer Matris Denklemini Kullanarak Sistem Çözümü

Transfer matrisinin nasıl kullanıldığını anlayabilmek için, Şekil 3.10 ile verilen L genişliğine sahip bir akışkan boyunca ses iletim kaybı dikkate alınmıştır. Şekil 3.10'da sistem girişindeki değişkenler gelen dalgayı (incident wave) simgelemesi bakımından "i" alt indisiyle, sistem çıkışındaki değişkenler iletilen dalgayı (transmitted wave) simgelemesi bakımından "t" alt indisiyle ve yansıyan dalgayı (reflected wave) da "r" alt indisiyle simgelenmişlerdir.



Şekil 3.10: Bir Akışkan Tabakası boyunca Ses İletim Kaybı

$$P_{cikis} = P_t, \quad U_{cikis} = U_t = \frac{P_t}{\rho c} \tag{3.136}$$

$$U_{giris} = U_i + U_r = \frac{P_i - P_r}{\rho c}, \quad P_{giris} = P_i + P_r \tag{3.137}$$

Böylece (3.135) denklemi (3.138) şeklinde yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} P_{giris} \\ U_{giris} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & j\rho_1 c_1 \sin(kL) \\ \dfrac{j}{\rho_1 c_1}\sin(kL) & \cos(kL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis} = P_t \\ U_{cikis} = U_t = \dfrac{P_t}{\rho_t c_t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_t \\ \dfrac{P_t}{\rho_t c_t} \end{Bmatrix} \quad \textbf{(3.138)}$$

(3.138) ifadesinin ilk denklemi, daha açık bir şekilde (3.139)'de yazılmıştır:

$$P_{giris} = \left(\cos(kL) + \frac{j\rho_1 c_1 \sin(kL)}{\rho_t c_t} \right) P_t = \left(A + \frac{B}{\rho_t c_t} \right) P_t \quad \textbf{(3.139)}$$

(3.138) ifadesinin ikinci denklemi, daha açık bir şekilde (3.140)'de yazılmıştır:

$$U_{giris} = \left(\frac{j}{\rho_1 c_1}\sin(kL) + \frac{\cos(kL)}{\rho_t c_t} \right) P_t = \left(C + \frac{D}{\rho_t c_t} \right) P_t \quad \textbf{(3.140)}$$

$P_{giris} = P_i + P_r$ ve $U_{giris} = U_i + U_r = \dfrac{P_i - P_r}{\rho_i c_i}$ olduğundan dolayı, (3.139) ve (3.140) ifadeleri yeniden düzenlenebilir.

$$P_i + P_r = \left(\cos(kL) + \frac{j\rho_1 c_1 \sin(kL)}{\rho_t c_t} \right) P_t = \left(A + \frac{B}{\rho_t c_t} \right) P_t \quad \textbf{(3.141)}$$

$$P_i - P_r = \rho_i c_i \left(\frac{j}{\rho_1 c_1}\sin(kL) + \frac{\cos(kL)}{\rho_t c_t} \right) P_t = \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{\rho_t c_t} \right) P_t \quad \textbf{(3.142)}$$

(3.141) ve (3.142) denklemleri toplanırsa (3.143) ifadesine gelinir:

$$\begin{aligned} 2P_i &= \left[\left(A + \frac{B}{\rho_t c_t} \right) + \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{\rho_t c_t} \right) \right] P_t \\ &= \left\{ \left(1 + \frac{\rho_i c_i}{\rho_t c_t} \right) \cos(kL) + j \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho_t c_t} + \frac{\rho_i c_i}{\rho_1 c_1} \right) \sin(kL) \right\} P_t \end{aligned} \quad \textbf{(3.143)}$$

(3.141) denkleminden (3.142) denklemi çıkarılırsa (3.144) ifadesine gelinir:

$$2P_r = \left[\left(A + \frac{B}{\rho_t c_t} \right) - \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{\rho_t c_t} \right) \right] P_t$$

$$= \left\{ \left(1 - \frac{\rho_i c_i}{\rho_t c_t} \right) \cos(kL) + j \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho_t c_t} - \frac{\rho_i c_i}{\rho_1 c_1} \right) \sin(kL) \right\} P_t \qquad \textbf{(3.144)}$$

(3.144) denklemi (3.143) ile bölünürse, $R = \frac{P_r}{P_i}$ ile ifade edilen "basınç yansıma katsayısı" kolayca elde edilmiş olur:

$$R = \frac{\left(A + \frac{B}{\rho_t c_t} \right) - \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{\rho_t c_t} \right)}{\left(A + \frac{B}{\rho_t c_t} \right) + \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{\rho_t c_t} \right)}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{\rho_i c_i}{\rho_t c_t} \right) \cos(kL) + j \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho_t c_t} - \frac{\rho_i c_i}{\rho_1 c_1} \right) \sin(kL)}{\left(1 + \frac{\rho_i c_i}{\rho_t c_t} \right) \cos(kL) + j \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho_t c_t} + \frac{\rho_i c_i}{\rho_1 c_1} \right) \sin(kL)} \qquad \textbf{(3.145)}$$

Çözüm işlemi, Şekil 3.10'da gösterilen egzos uç borusundan geri yansıyan dalgaların oluşmadığı ekosuz bitimden başka daha genel durumlara genişletilebilir. Daha genel haller, bitim noktasında empedans cinsinden eklenir. Örnek olarak x=L'deki empedans $Z_B = \frac{P(L)}{U(L)}$ denklemi ile tanımlanırsa (3.138) denklemi (3.146)'daki gibi olacaktır:

$$\begin{Bmatrix} P_{giris} \\ U_{giris} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_t \\ \frac{P_t}{\rho_t c_t} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(3.138)}$$

$$\begin{Bmatrix} P_{giris} \\ U_{giris} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{1}{Z_B} \end{Bmatrix} P_B \qquad \textbf{(3.146)}$$

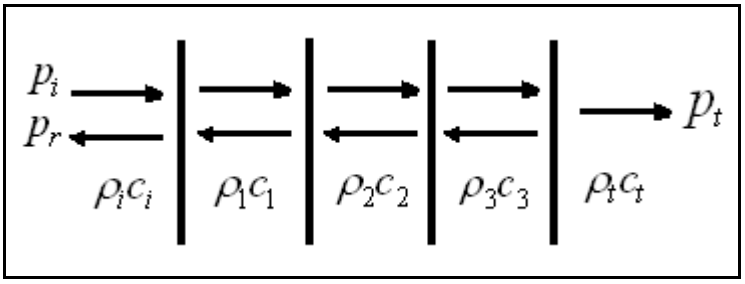
Böylece, bu yeni durum için (3.145) denklemi aşağıdaki hali alacaktır:

$$R = \frac{\left(A + \frac{B}{Z_B} \right) - \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{Z_B} \right)}{\left(A + \frac{B}{Z_B} \right) + \rho_i c_i \left(C + \frac{D}{Z_B} \right)} \qquad \textbf{(3.147)}$$

Aslında, ekosuz bitim, empedans bitim durumunun özel bir hali olarak, yani ekosuz bitim empedansı $Z_B = \rho_t c_t$ olarak değerlendirilebilir.

3.2.3 Transfer Matris Yönteminin Kendini Tekrar Edebilme Özelliği

Transfer Matris Yöntemi kendini tekrar edebilme özelliği sayesinde çok güçlü bir yöntem olma özelliğine sahiptir. Özelliği daha iyi anlayabilmek için Şekil 3.11'deki 3 tabakadan oluşan akışkanlar kullanılmıştır.



Şekil 3.11: Üç Tabaka Akışkan Boyunca Ses İletim Kaybı

(3.138) ile verilen denklem yeni sisteme uygulanırsa aşağıdaki hali alacaktır:

$$\begin{Bmatrix} P_{giris} \\ U_{giris} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_t \\ \dfrac{P_t}{\rho_t c_t} \end{Bmatrix} \tag{3.138}$$

$$\begin{Bmatrix} P_{giris1} \\ U_{giris1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{B1} = P_{A2} \\ U_{B1} = U_{A2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{B2} = P_{A3} \\ U_{B2} = U_{A3} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{B3} \\ U_{B3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{B3} \\ U_{B3} \end{Bmatrix} \tag{3.148}$$

(3.148) denkleminde A_i, B_i, C_i, D_i i.tabakanın dört-kutup parametreleridir. L_i ise i.tabakanın genişliğidir. ρ_i, c_i sırasıyla i.tabakanın yoğunluğu ve i.tabakada ses hızıdır. A_T, B_T, C_T, D_T tüm sistemin dört kutup parametreleridir. Bunlar, sistemi oluşturan her bir tabakaya ait transfer matrisin sırasıyla çarpılmasıyla elde edilmişlerdir. Bu şekilde alt sistemlere ait transfer matrislerinin sırayla çarpılmasıyla bütün sistemin bilgisini içeren transfer matrisin elde edilmesi transfer matris yönteminin kendini tekrar edebilme özelliği sayesinde gerçekleşmektedir. Tüm sisteme ait dört kutup denklemi elde edildiğinde, basınç yansıma katsayısının hesabı

gibi diğer sistem analizlerinin gerçekleştirilmesi, hiçbir değişiklik olmadan, daha önce değinildiği gibi yapılabilmektedir.

Kendini tekrar edebilme özelliği, dört-kutup denklemi toplam basınç ve toplam parçacık hızı cinsinden formüle edildiğinden dolayı mümkündür; bundan dolayı, bir alt sisteme ait çıkış değişkenleri bir sonraki alt sisteme ait giriş değişkenleridir. Ayrıca, sistemde kaç tane alt sistem olursa olsun sistem denklemi 2×2'lik matris olarak kalmaktadır. Örneğin, 100 tabakadan oluşan bir sistemin çözülmesi, tek tabakalı bir sistemin çözülmesinden daha zor olmamaktadır. (3.145) denklemine başvurularak çok tabakalı bir sistemin basınç yansıma katsayısı (3.149) şeklinde yazılabilir:

$$R=\frac{\left(A+\frac{B}{\rho_t c_t}\right)-\rho_i c_i\left(C+\frac{D}{\rho_t c_t}\right)}{\left(A+\frac{B}{\rho_t c_t}\right)+\rho_i c_i\left(C+\frac{D}{\rho_t c_t}\right)} \qquad \textbf{(3.145)}$$

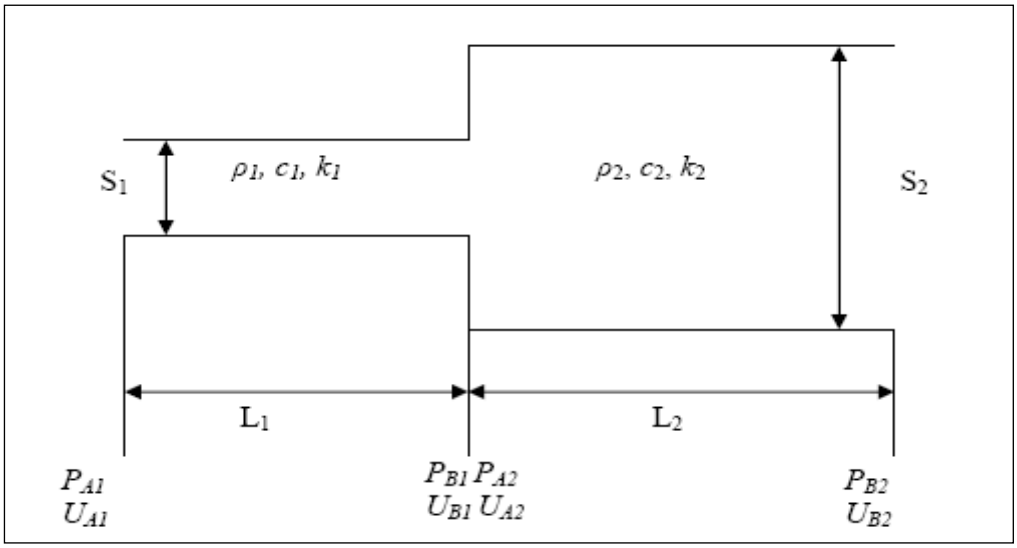
$$R=\frac{\left(A_T+\frac{B_T}{\rho_t c_t}\right)-\rho_i c_i\left(C_T+\frac{D_T}{\rho_t c_t}\right)}{\left(A_T+\frac{B_T}{\rho_t c_t}\right)+\rho_i c_i\left(C_T+\frac{D_T}{\rho_t c_t}\right)} \qquad \textbf{(3.149)}$$

3.2.4 Transfer Matris Yönteminin Kanal Akustiğine Uyarlanması

Dört-kutup denkleminin kendini tekrar edebilme özelliğini kullanmak için, uçlardaki değişkenler sürekli olmalıdır. Şekil 3.12 kullanılarak transfer matris yönteminin kanal akustiğine uyarlanması bir örnek üzerinde anlatılmıştır.

S_1 ve S_2 olmak üzere iki farklı kesit alanı bulunmaktadır. 1. Kısım ve 2. Kısım arasındaki süreklilik şartları aşağıdaki gibidir:

$P_{B1}=P_{A2}$ ve $S_1U_{B1}=S_2U_{A2}$ veya $Q_{B1}=Q_{A2}$



Şekil 3.12: Kesit Alanları Değişken Olan Kanal Boyunca Ses İletim Kaybı

Burada farklı bir gösterimle, dört-kutup denkleminde uç değişkenleri olarak P basıncı ve $Q = SU$ hacim akış hızı kullanılarak sistem ifade edilmiştir.

(3.133) denklemi ve (3.134) denklemi S (kesit alanı) ile çarpılırsa:

$$P_{giris} = P_{cikis}\cos(kL) + jU_{cikis}\rho c\sin(kL) \quad \textbf{(3.133)}$$

$$U_{giris} = \frac{j}{\rho c}\sin(kL)P_{cikis} + \cos(kL)U_{cikis} \quad \textbf{(3.134)}$$

$$SP_{giris} = P_{cikis}S\cos(kL) + jSU_{cikis}\rho c\sin(kL) \quad \textbf{(3.150)}$$

$$P_{giris} = j\frac{Q_{cikis}\rho c\sin(kL)}{S} + P_{cikis}\cos(kL) \quad \textbf{(3.151)}$$

$$SU_{giris} = \frac{jS}{\rho c}\sin(kL)P_{cikis} + \cos(kL)SU_{cikis} \quad \textbf{(3.152)}$$

$$Q_{giris} = \frac{jS}{\rho c}\sin(kL)P_{cikis} + \cos(kL)Q_{cikis} \quad \textbf{(3.153)}$$

(3.151) ve (3.153) denklemleri matris olarak birlikte en genel hal için (3.154)'teki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{Bmatrix} P_{giris,i} \\ Q_{giris,i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_i L_i) & j\dfrac{\rho_i c_i \sin(k_i L_i)}{S_i} \\ \dfrac{jS_i \sin(k_i L_i)}{\rho_i c_i} & \cos(k_i L_i) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis,i} \\ Q_{cikis,i} \end{Bmatrix} \quad \textbf{(3.154)}$$

Transfer matris yönteminin kendini tekrar edebilme özelliğini kullanarak (3.154) ile verilen genel ifade Şekil 3.12 için (3.155)'deki gibi yazılabilir:

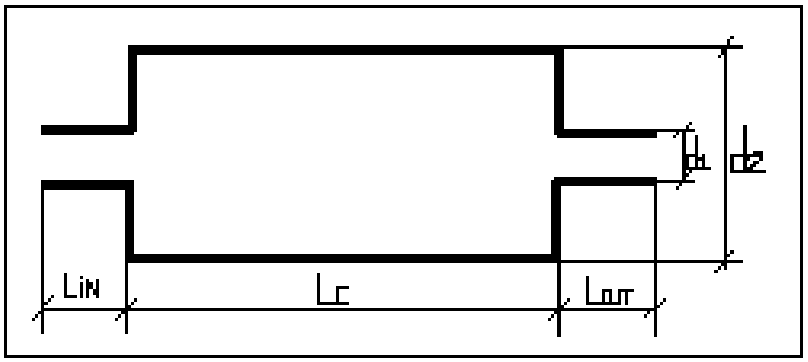
$$\begin{Bmatrix} P_{giris,1} \\ Q_{giris,1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_1 L_1) & j\dfrac{\rho_1 c_1 \sin(k_1 L_1)}{S_1} \\ \dfrac{jS_1 \sin(k_1 L_1)}{\rho_1 c_1} & \cos(k_1 L_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(k_2 L_2) & j\dfrac{\rho_2 c_2 \sin(k_2 L_2)}{S_2} \\ \dfrac{jS_2 \sin(k_2 L_2)}{\rho_2 c_2} & \cos(k_2 L_2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis,2} \\ Q_{cikis,2} \end{Bmatrix} \quad \textbf{(3.155)}$$

4. REAKTİF VE SÖNÜMLÜ ELEMANLARDAN OLUŞAN SİSTEMLER

4.1 Tek Genişleme Odalı Silindirik Susturucular

4.1.1 Boru İçinde Akış Olmaması Hali

Reaktif ve/veya sönümlü elemanlardan oluşan susturucuların modellenmesine ilk örnek olarak, sadece tek bir genişleme odasını içeren, geometrik süreksizliklerin kullanılmasıyla gürültünün azaltılmasını gerçekleştiren, silindirik basit bir susturucunun analizi gerçekleştirilmiştir. Bunun için Şekil 4.1'de şematik olarak iki boyutlu gösterilen susturucu kullanılmıştır.



Şekil 4.1: Genişleme Odası, Giriş ve Çıkış Borularından Oluşan Sistem

Hesaplamalarda "c_0" ile gösterilen ses hızı 343 m/s olarak ve "ρ_0" ile gösterilen havanın ortalama yoğunluğu ise 1.225 kg/m^3 olarak alınmıştır. Sistem içinde ilerleyen dalga sayısı ise $k = \frac{2*\pi*f}{c_0}$ ile gösterilmektedir. Burada "f" frekansı temsil etmektedir. Sistemi tümüyle ifade eden transfer matrislerinin akustik hareket denklemlerinden çıkartılmasına yönelik aşamaların nasıl gerçekleştiği, teorik incelemeler konu başlığı altında detaylıca ele alınmıştı. Bu bilgilerin ışığında yukarıdaki susturucunun transfer matrislerini şu şekilde yazılabilir:

$$T_x = \begin{bmatrix} \cos(k * L_x) & j * Y_x * \sin(k * L_x) \\ \dfrac{j * \sin(k * L_x)}{Y_x} & \cos(k * L_x) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.1)}$$

Burada, "T_x" ile gösterilen matris, giriş borusunun, genişleme odasının ve çıkış borusunun transfer matrislerini temsil etmektedir. Bölümler arasındaki geometrik farklılıklar, transfer matrislerindeki farklılıklara yolaçacaktır. "Y_x" ise giriş borusunun, genişleme odasının ve çıkış borusunun empedanslarını göstermektedir. Şekil 4.1'de yer alan her üç bölüm için, kesit alanlarına göre farklılık gösterecek empedanslar tek bir indis altında şu şekilde verilmektedir [2]:

$$Y_x = \frac{\rho_0 * c_0}{S_x} \quad \textbf{(4.2)}$$

$$S_x = \frac{\pi * D_x^2}{4} \quad \textbf{(4.3)}$$

"S_x" ilgili bölümün kesit alanını, "D_x" ise ilgili borunun çapını göstermektedir.

Böylece bir giriş borusundan, bir genişleme odasından ve bir çıkış borusundan oluşan sistem üç bölgeye ayrılmış oldu. Her bir bölgeyi ifade eden transfer matrislerin, geometrik sıralarına uygun bir şekilde matris çarpımları alınırsa, tüm sistemi ifade eden genel transfer matrise ulaşılır. Literatürde, her bir bölgeyi ifade eden matrisler alan transfer matrisleri ve bu matrislerin matris çarpımları sonucu oluşturulmuş tüm sistemi ifade eden matris de "genel transfer matris" olarak isimlendirilmektedirler. Bunun yanında dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta da sistem içinde akış olması veya akış olmaması halleridir. Yukarıdaki sistemde akış olması halinde sistemi ifade eden akustik hareket denklemleri değişeceğinden, sistemi ifade eden tüm transfer matrisler de değişecektir. Buna bağlı olarak, sistemin geometrisinde, giriş borusu ile genişleme odası arasındaki genişleme süreksizliği ve genişleme odası ile çıkış borusu arasındaki daralma süreksizliği sebebiyle buradaki süreksizlikleri ifade eden transfer matrislerinde de değişimler olacaktır. Sistem içinde akış olmaması hali için, bu genişleme ve daralmadan dolayı olan geometrik süreksizlikleri ifade etmek amacıyla aşağıdaki matrisler kullanılmaktadır [2]:

$$T_{\exp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.4)}$$

$$T_{con} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.5)}$$

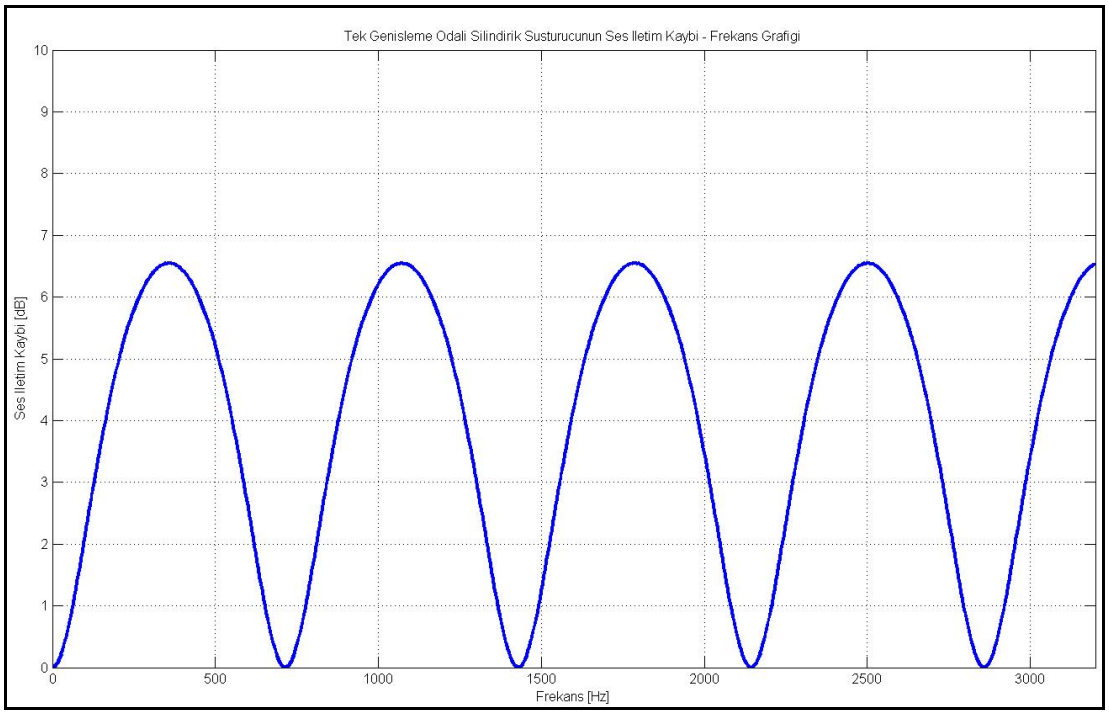
Artık tüm sistem (4.1), (4.4) ve (4.5) denklemleri kullanılarak ifade edilebilir:

$$T_G = T_{in} * T_{\exp} * T_{cham} * T_{con} * T_{out} \quad \textbf{(4.6)}$$

"T_G" tüm sistemin genel transfer matrisidir. Bu matris, sistemi oluşturan alan matrislerinin matris çarpımlarından (4.6)'daki denklem şeklinde oluşturulmaktadır. Sistemi tam anlamıyla ifade edebilen genel transfer matris elde edildikten sonra, aşağıda verilen ifade ile sistemin sağladığı ses iletim kaybının hesabına geçilebilir [2]:

$$TL = 20 * \log\left(\left(\frac{Y_{in}}{Y_{out}} \right)^{0.5} * \left| \frac{TG(1,1) + \frac{TG(1,2)}{Y_{in}} + Y_{out} * TG(2,1) + \left(\frac{Y_{out}}{Y_{in}} \right) * TG(2,2)}{2} \right| \right) \quad \textbf{(4.7)}$$

Ses iletim kaybı ifadesine, (4.7) denklemi ile, matris çarpımlarıyla elde edilen genel transfer matrisin elemanları kullanılarak ulaşılmaktadır. Hesaplamalarda, Şekil 4.1'deki susturucunun giriş borusunun çapı 0.05m, uzunluğu 0.09m, çıkış borusunun çapı 0.05m, uzunluğu 0.09m ve genişleme odasının çapı 0.1m, uzunluğu 0.24m alınmıştır. Bu susturucunun 3.2 kHz'e kadar olan frekans – ses iletim kaybı eğrisi aşağıdaki gibidir:



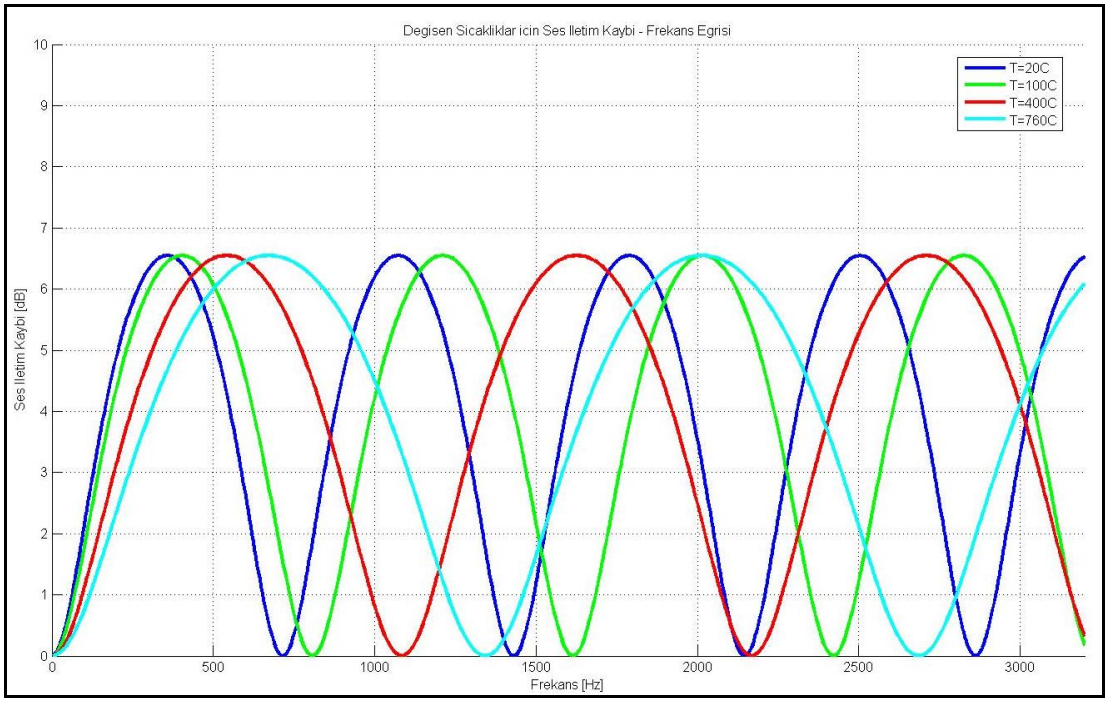
Şekil 4.2: Tek Genişleme Odalı Silindirik Susturucunun
Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

Şekil 4.1'de geometrisi verilmiş tek genişleme odalı silindirik susturucu için ses iletim kaybı frekans grafiği Şekil 4.2'de görülmektedir. Bu tip bir geometrideki susturucu, reaktif susturucuların genel karakteristiğini taşıyarak belli frekans bölgelerinde ses iletim kaybı sağlamaktadır. Sürekli ses iletim kaybı sağlamamaktadır, bölgesel ses iletim kaybı sağlamaktadır. Ses iletim kayıplarının çok fazla olmaması susturucunun basit olmasından kaynaklanmaktadır.

"c_0" ile gösterilen ses hızı, hava sıcaklığına bağlıdır, hava basıncına bağlı değildir. Havadaki rutubetin ses hızı üzerinde ihmal edilebilir bir etkisi bulunmaktadır. Aynı sıcaklık şartları altında, hava basıncı ve havanın yoğunluğu birbirleriyle orantılıdır. Yani, $\frac{p_0}{\rho_0} = sabit$ eşitliğini geçerli kılmaktadır. Bu eşitlikteki "p_0" ses basıncını, "ρ_0" ise hava yoğunluğunu temsil etmektedir. Kuru hava molekülleri ile su buharı moleküllerinden oluşan bir hava karışımının yoğunluğu aşağıdaki ifade ile verilmektedir:

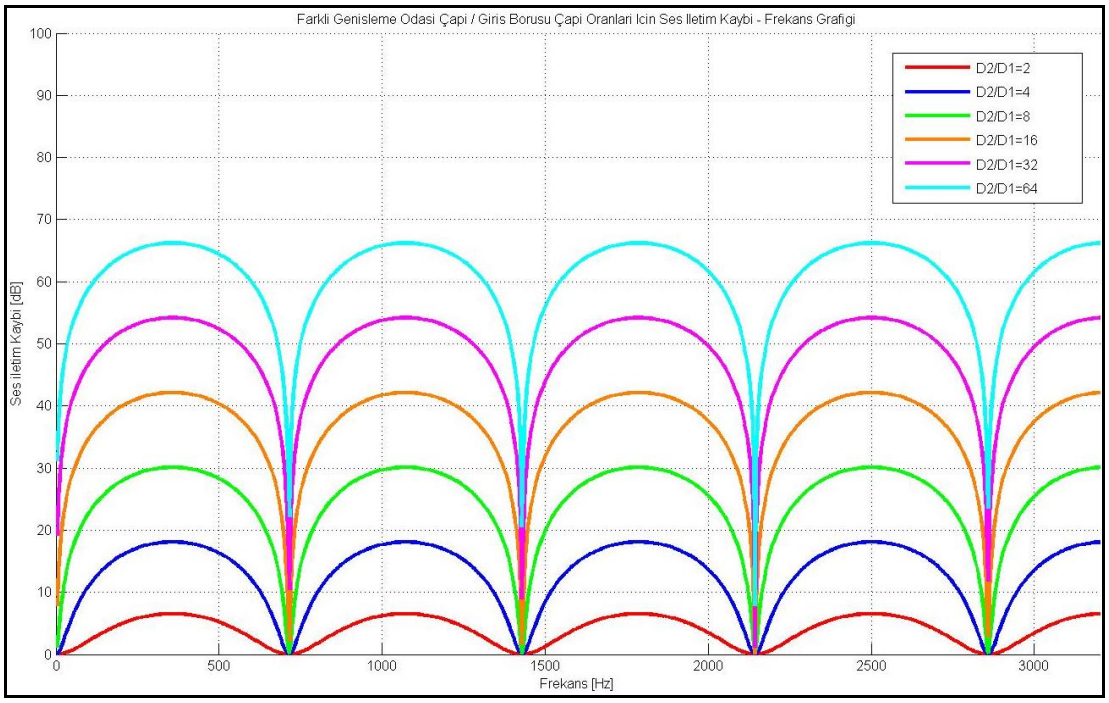
$$D = \left(\frac{P_d}{R_d * T}\right) + \left(\frac{P_v}{R_v * T}\right) \qquad \textbf{(4.8)}$$

(4.8) denklemindeki "D", kg/m^3 biriminden hava karışımının yoğunluğunu, "P_d", [Pa] biriminden kuru havanın yoğunluğunu, "P_v", [Pa] biriminden su buharının yoğunluğunu, "R_d", kuru hava için gaz sabitini $\left(287.05\frac{J}{kg*K}\right)$, "$R_v$", su buharı için gaz sabitini $461.495\left(\frac{J}{kg*K}\right)$ ve "T", ise sıcaklığı $\left(K = {}^{o}C + 273.15\right)$ temsil etmektedir. Buna göre sıcaklık değişiminin, ses iletim kaybı üzerinde önemli bir etken olarak devreye girdiği görülmektedir. Şekil 4.3'te sıcaklık değişiminin ses iletim kaybı üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Şekil 4.3'teki grafikten de açıkça görüldüğü gibi artan sıcaklıklar sonucunda ses iletim kaybı miktarları aynı seviyede kalırken, eğrilerin taradığı frekans alanları değişmektedir. Sivri tepeler yayvanlaşarak daha fazla frekans değerinde gürültünün giderilmesi sağlanmaktadır. Bu durum, tasarım esnasında göz önünde bulundurulması gereken önemli bir husustur.

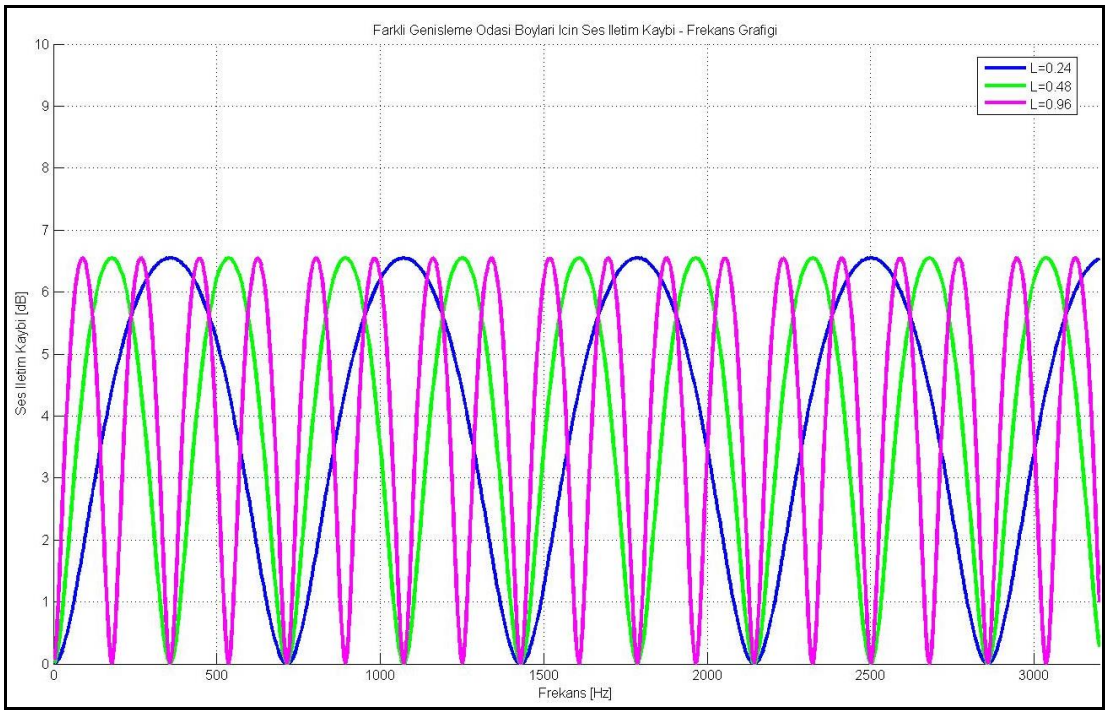


Şekil 4.3: Değişen Sıcaklıklar İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

Susturucunun geometrisinin de ses iletim kaybı üzerinde etkisi büyüktür. Bununla ilgili olarak, Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te ses iletim kayıplarının boyut farklılıklarından nasıl etkilendiği gösterilmiştir.



Şekil 4.4: Farklı Genişleme Odası Çapı Giriş Borusu Çapı Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

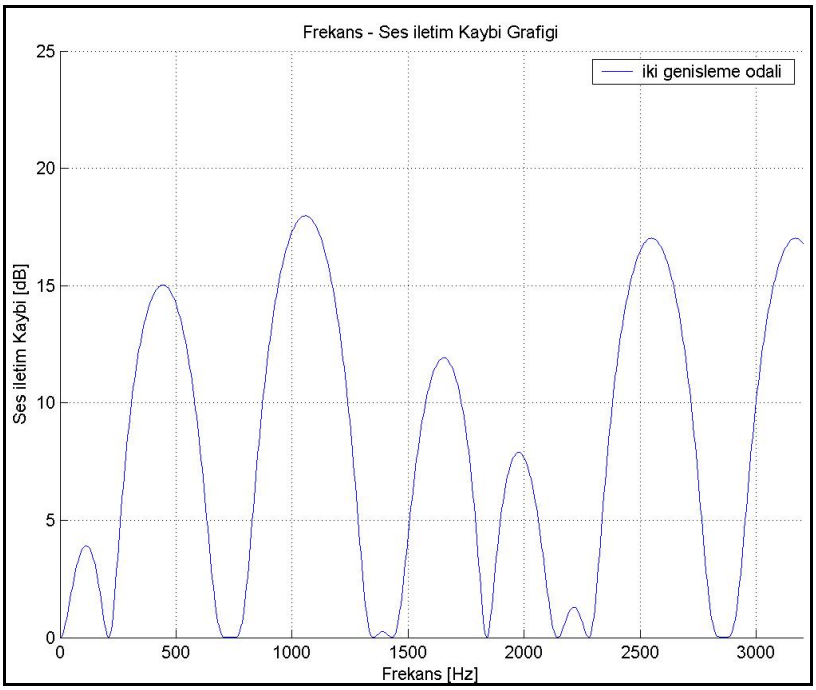


Şekil 4.5: Farklı Genişleme Odası Boyları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

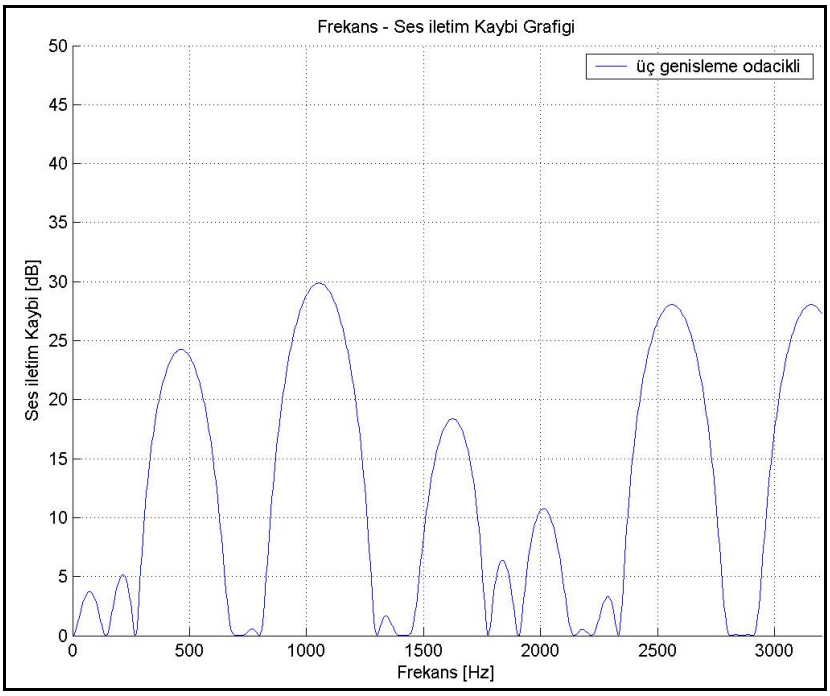
Tek genişleme odalı bir susturucunun tasarımında genişleme odasının çapının ve boyunun değişiminin ses iletim kaybı üzerindeki etkisi yukarıdaki grafiklerle özetlenebilir. Genişleme odasının boyunun arttırılması daha dar bir frekans alanında

ses iletim kayıpları sağlayacaktır. Susturucu belli frekans değerlerinde ses iletim kaybı sağlayan rezonatör davranışı sergileyecektir. Bu durum belli frekans değerlerinde birikmiş olan gürültünün giderilmesi için kullanılabilecek yararlı bir yöntem olarak ortaya çıkmaktadır. Ama sürekli gürültünün giderilmesi için yetersizdir.

Bu grafiklere ek olarak, genişleme oda sayısının arttırılmasının ses iletim kaybına etkisi aşağıdaki grafiklerle verilebilir. Şekil 4.6 ve Şekil 4.7 ile sırasıyla verilen iki genişleme odalı ve üç genişleme odalı susturucuların ses iletim kaybı üzerindeki etkisi açıkça görülmektedir. Genişleme odasının sayıca artışı ses iletim kaybının artışını sağlamaktadır. Ancak daha önce de susturucu tasarım gereksinimleri konu başlığı altında değerlendirildiği gibi optimum bir susturucu tasarımı sadece ses iletim kaybını sağlamaya yönelik değildir. Ses iletim kaybının yanında sağlaması gereken bazı başka gereksinimler de bulunmaktadır. Bunun yanında genişleme odalarının sayılarının arttırılması geri basıncın da artmasına ve motor üzerinde istenmeyen aerodinamik etkilerin meydana gelmesine sebep olmaktadır. Bu konuyla ilgili detaylı bilgi susturucu tasarımının gereksinimleri konu başlığı altında verilmiştir.



Şekil 4.6: İki Genişleme Odalı Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 4.7: Üç Genişleme Odalı Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.1.2 Boru İçinde Akış Olması Hali

Daha önce de değinildiği gibi ses iletim kaybının hesaplanmasında bir başka önemli etken de akıştır. Boru içinde akışın varlığı durumunda, "teorik incelemeler" başlığı altında incelenen akustik hareketi ifade eden denklemlerde akışın yarattığı sürüklenmeden dolayı değişiklikler meydana gelmektedir. Bu değişikliklerden dolayı sistemi ifade eden transfer matrislerde de değişiklikler meydana gelmektedir. İletim kaybının doğru olarak hesaplanabilmesi için geometrik süreksizliklerdeki kayıplar göz önüne alınmaktadır.

$$T_{xx} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k * L_{xx}}{N_{xx}}\right) & j * Y_{xx} * \sin\left(\frac{k * L_{xx}}{N_{xx}}\right) \\ \frac{j * \sin\left(\frac{k * L_{xx}}{N_{xx}}\right)}{Y_{xx}} & \cos\left(\frac{k * L_{xx}}{N_{xx}}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.9)}$$

Burada, "T_{xx}" ile gösterilen matris, boru içinde akış olması durumunda giriş borusunun, genişleme odasının ve çıkış borusunun transfer matrislerini temsil etmektedir. Bölümler arasındaki geometrik farklılıklar, transfer matrislerindeki farklılıklara yolaçacaktır. "Y_{xx}" ise giriş borusunun, genişleme odasının ve çıkış

borusunun empedanslarını göstermektedir. Şekil 4.1'de yer alan her üç bölüm için, kesit alanlarına göre farklılık gösterecek empedanslar tek bir indis altında şu şekilde verilmektedir [2]:

$$Y_{xx} = \frac{\rho_0 * c_0}{S_{xx}} \tag{4.10}$$

$$S_{xx} = \frac{\pi * D_{xx}^2}{4} \tag{4.11}$$

"S_{xx}" ilgili bölümün kesit alanını, "D_x" ise ilgili borunun çapını göstermektedir.

$$N_{xx} = 1 - M_{xx}^2 \tag{4.12}$$

"M_{xx}" giriş borusundaki, genişleme odasındaki ve çıkış borusundaki Mach sayılarını göstermektedir. Ortamın hareket hızının ses hızına oranına Mach sayısı adı verilmektedir. Egzos sistemlerinde 0.2 mertebesine kadar olan Mach sayılarıyla ilgilenmek yeterli olmaktadır.

Hesaplamalarda dikkat edilmesi gereken önemli bir husus da susturucunun giriş borusunda, genişleme odasında ve çıkış borusunda geometriye bağlı olarak Mach sayısının farklı değerler almasıdır. Giriş ve çıkış borularının aynı çaplara sahip olması durumunda, giriş ve çıkış borularındaki Mach sayıları eşittir. Genişleme odasının çapının giriş ve çıkış borularının çaplarından farklı olması, genişleme odasındaki Mach sayısının farklı olmasına yol açacaktır.

$$M_{in} = M_{out} \tag{4.13}$$

$$M_c = M_{in} * \left(\frac{D_{in}}{D_c} \right)^2 \tag{4.14}$$

"M_{in}" giriş borusundaki Mach sayısını, "M_{out}" çıkış borusundaki Mach sayısını "M_c" ise genişleme odasındaki Mach sayısını göstermektedir. Sistem içinde akış olması hali için, bu genişleme ve daralmadan dolayı olan geometrik süreksizlikleri ifade etmek amacıyla aşağıdaki matrisler geliştirilmiştir [2]:

$$T_{\exp}=\begin{bmatrix} 1-\left(\frac{K_{\exp}*M_c^2}{N_c}\right) & \frac{K_{\exp}*M_c*Y_c}{N_c} \\ \frac{(\gamma-1)*K_{\exp}*M_c^3}{N_c*Y_c} & 1-\left(\frac{(\gamma-1)*K_{\exp}*M_c^2}{N_c}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.15)}$$

$$T_{con}=\begin{bmatrix} 1-\left(\frac{K_{con}*M_{out}^2}{N_{out}}\right) & \frac{K_{con}*M_{out}*Y_{out}}{N_{out}} \\ \frac{(\gamma-1)*K_{con}*M_{out}^3}{N_{out}*Y_{out}} & 1-\left(\frac{(\gamma-1)*K_{con}*M_{out}^2}{N_{out}}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.16)}$$

(4.15) eşitliğindeki "$K_{\exp}$" ile gösterilen katsayı, genişleme bölgesindeki süreksizlik katsayısıdır. (4.16) eşitliğindeki "K_{con}" ile gösterilen katsayı, daralma bölgesindeki süreksizlik katsayısıdır. Her iki denklemde de var olan "γ" ise süreksizliklerdeki entropi değişiminden dolayı oluşan termodinamiksel bir değerdir.

$$K_{\exp}=\left(\frac{S_C}{S_{in}}-1\right)^2 \quad \textbf{(4.17)}$$

$$K_{con}=\frac{\left(1-\frac{S_{out}}{S_c}\right)}{2} \quad \textbf{(4.18)}$$

$$\gamma=\frac{R}{C_v}+1 \quad \textbf{(4.19)}$$

(4.19) ifadesinde "R" ile gaz sabiti, "C_v" ile de sabit hacimdeki özgül ısı temsil edilmiştir. Yapılan hesaplamalarda $R=287\left(\frac{J}{kg*K}\right)$ ve $C_v=717\left(\frac{J}{kg*K}\right)$ olarak alınmıştır. Artık tüm sistem (4.9), (4.15) ve (4.16) denklemleri kullanılarak ifade edilebilir:

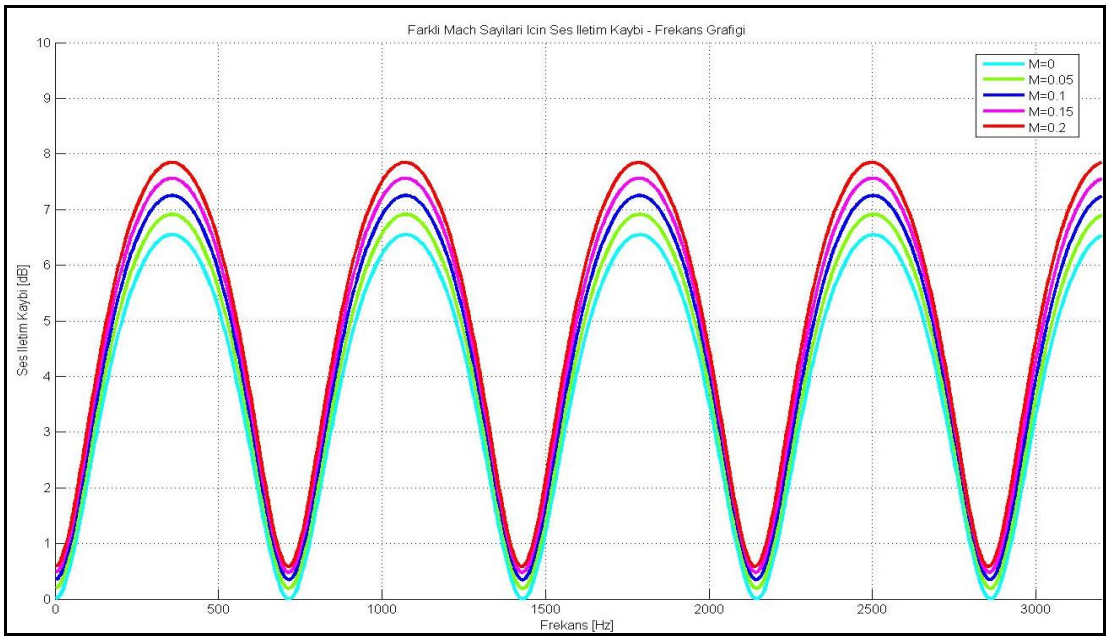
$$T_G=T_{in}*T_{\exp}*T_{cham}*T_{con}*T_{out} \quad \textbf{(4.20)}$$

"T_G" ile gösterilen tüm sistemi ifade eden genel transfer matristir. Bu matris, sistemi oluşturan alan matrislerinin matris çarpımlarından (4.20)'deki denklem şeklinde oluşturulmaktadır. Sistemi tam anlamıyla ifade edebilen genel transfer matris elde

edildikten sonra aşağıda verilen ifade ile sistemin sağladığı ses iletim kaybının hesabına geçilebilir [2]:

$$TL = 20 * \log\left(\left(\frac{Y_{in}}{Y_{out}} \right)^{0.5} * \left| \frac{TG(1,1) + \frac{TG(1,2)}{Y_{in}} + Y_{out} * TG(2,1) + \left(\frac{Y_{out}}{Y_{in}} \right) * TG(2,2)}{2} \right| \right) \quad \textbf{(4.21)}$$

Ses iletim kaybi ifadesine, (4.21) denklemi ile, matris çarpımlarıyla elde edilen genel transfer matrisin elemanları kullanılarak ulaşılmaktadır. Geometrik ölçüleri verilmiş olan Şekil 4.1'deki susturucunun değişik Mach sayılarında 3.2 kHz'e kadar olan frekans – ses iletim kaybı eğrisi Şekil 4.8'deki gibidir. Şekil 4.8'de gösterilen, tek genişleme odalı basit susturucu için 0 ila 0.2 arasındaki mertebelerde Mach sayısının artışı ile ses iletim kaybı eğrilerinde de bir miktar artış görülmektedir. Buna karşın, Şekil 4.13'te giriş borusu genişleme odasının içine doğru uzatılmış bir susturucu için boru içinde akış yokken 2.5 kHz'te tepe yapan ses iletim kaybı miktarı, Mach sayısının arttırılmasıyla birlikte düşmektedir. Her iki susturucu da reaktif tip susturucu olduğundan ses iletim kayıpları bölgesel olarak dağılmıştır. Sönümlü tip susturuculardaki olduğu gibi sürekli ses iletim kaybı davranışı her iki tip susturucuda da görülmemektedir.



Şekil 4.8: Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.2 Giriş Ve/Veya Çıkış Boruları Uzatılmış Tek Genişleme Odalı Silindirik Susturucular

Susturucularda kullanılan bir başka eleman da giriş ve/veya çıkış borularının genişleme odasının içine doğru uzatılmasıdır. Bu basit geometrik değişiklik sonucunda ses iletim kayıplarında önemli farklılıklar ortaya çıkmaktadır. Daha önce verilen tek genişleme odalı susturucunun boyutlarına ek olarak genişleme odasından içeri doğru uzatılmış elemanlar eklenmiştir ve analizler için aynı prensipleri kullanarak her bir bölümün transfer matrisi verilmiştir. Uzatılmış kısımlar için de ayrıca hesaba katılan boyutlar grafikler üzerinde verilmiştir.

$$T_{in} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k * L_{in}}{N_{in}}\right) & j * Y_{in} * \sin\left(\frac{k * L_{in}}{N_{in}}\right) \\ \frac{j * \sin\left(\frac{k * L_{in}}{N_{in}}\right)}{Y_{in}} & \cos\left(\frac{k * L_{in}}{N_{in}}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.22)}$$

Burada, "T_{in}" ile gösterilen matris, giriş borusunun transfer matrisini temsil etmektedir. "Y_{in}" ise giriş borusunun empedansını göstermektedir. Giriş borusunun empedansı ise şu şekilde verilmektedir [2]:

$$Y_{in} = \frac{\rho_0 * c_0}{S_{in}} \quad \textbf{(4.23)}$$

$$S_{in} = \frac{\pi * D_{in}^2}{4} \quad \textbf{(4.24)}$$

"S_{in}" giriş borusunun alanını, "D_{in}" ise giriş borusunun çapını göstermektedir.

$$N_{in} = 1 - M_{in}^2 \quad \textbf{(4.25)}$$

"M_{in}" ise giriş borusundaki Mach sayısını göstermektedir.

$$T_{cham} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right) & j*Y_c*\sin\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right) \\ \frac{j*\sin\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right)}{Y_c} & \cos\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.26)}$$

Burada, "T_{cham}" ile gösterilen matris, genişleme odasının transfer matrisini temsil etmektedir. "Y_c" ise genişleme odasının empedansını göstermektedir. Genişleme odasının empedansı ise şu şekilde verilmektedir [2]:

$$Y_c = \frac{\rho_0 * c_0}{S_c} \quad \textbf{(4.27)}$$

$$S_c = \frac{\pi * D_{cham}^2}{4} \quad \textbf{(4.28)}$$

"S_c" genişleme odasının alanını, "D_{cham}" ise genişleme odasının çapını göstermektedir.

$$N_c = 1 - M_c^2 \quad \textbf{(4.29)}$$

"M_c" ise genişleme odasındaki Mach sayısını göstermektedir.

$$T_{out} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right) & j*Y_{out}*\sin\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right) \\ \frac{j*\sin\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right)}{Y_{out}} & \cos\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.30)}$$

Burada, "T_{out}" ile gösterilen matris, çıkış borusunun transfer matrisini temsil etmektedir. "Y_{out}" ise çıkış borusunun empedansını göstermektedir. Çıkış borusunun empedansı ise şu şekilde verilmektedir [2]:

$$Y_{out} = \frac{\rho_0 * c_0}{S_{out}} \quad \textbf{(4.31)}$$

$$S_{out} = \frac{\pi * D_{out}^2}{4} \tag{4.32}$$

“ S_{out} ”çıkış borusunun alanını, “ D_{out} ” ise çıkış borusunun çapını göstermektedir.

$$N_{out} = 1 - M_{out}^2 \tag{4.33}$$

“ M_{out} ” ise çıkış borusundaki Mach sayısını göstermektedir.

Hesaplamalarda dikkat edilmesi gereken önemli bir husus da susturucunun giriş borusunda, genişleme odasında ve çıkış borusunda geometriye bağlı olarak Mach sayısının farklı değerler almasıdır. Giriş ve çıkış borularının aynı çaplara sahip olması durumunda, giriş ve çıkış borularındaki Mach sayıları eşittir. Genişleme odasının çapının giriş ve çıkış borularının çaplarından farklı olması, genişleme odasındaki Mach sayısının farklı olmasına yol açacaktır.

$$M_{in} = M_{out} \tag{4.34}$$

$$M_c = M_{in} * \left(\frac{D_{in}}{D_c} \right)^2 \tag{4.35}$$

Sistem içinde akış olması hali için, bu genişleme ve daralmadan dolayı olan geometrik süreksizlikleri ifade etmek amacıyla literatürde aşağıdaki matrisler kullanılmaktadır [2]:

$$T_{\exp} = \begin{bmatrix} A_{\exp} & B_{\exp} \\ C_{\exp} & D_{\exp} \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

$$T_{con} = \begin{bmatrix} A_{con} & B_{con} \\ C_{con} & D_{con} \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

Susturucuda sadece giriş borusunun içeri uzatılması, sadece çıkış borusunun içeri uzatılması veya her iki borunun da içeriye doğru uzatılması mümkündür. Bu üç farklı durumda, susturucuyu tam olarak ifade edecek genel matrisi oluştururken kullanılan, genişleme bölgesini ve daralma bölgesini ifade eden matrisler farklı ifadeler alacaktır. Bundan dolayı genişleme ve daralma bölgelerinin matris elemanları yazım kolaylığı açısından isimlendirilmişlerdir. Aşağıda bu üç farklı durum için bu matris

elemanlarının değerleri detaylı olarak verilmiştir. İlk olarak giriş borusunun genişleme odasına uzatılmasıyla genişleme matrisinin ve daralma matrislerinin elemanlarının hangi değerler alacağı verilmiştir:

$$A_{\exp} = 1 - \left(\frac{K_{\exp} * M_c^2}{N_c} \right) \tag{4.38}$$

$$B_{\exp} = \frac{K_{\exp} * M_c * Y_c}{N_c} \tag{4.39}$$

$$C_{\exp} = \frac{\left(-S_{in} * A_{\exp}\right) - \left(\left(C1_{\exp} * S_c\right) * \left(1 - \left(\frac{\left(\gamma - 1\right) * K_{\exp} * M_c^4}{N_c} \right) \right) \right)}{\left(C2_{\exp} * S_{ext} * Z2\right) + \left(S_{in} * M_{in} * Y_{in}\right)}$$

$$+ \frac{\frac{C2_{\exp} * S_{ext} * Z2 * \left(\gamma - 1\right) * K_{\exp} * M_c^3}{N_c * Y_c}}{\left(C2_{\exp} * S_{ext} * Z2\right) + \left(S_{in} * M_{in} * Y_{in}\right)} \tag{4.40}$$

$$D_{\exp} = \frac{\left(\frac{-S_{in} * K_{\exp} * M_c * Y_c}{N_c} \right)}{\left(\left(C2_{\exp} * S_{ext} * Z2\right) + \left(S_{in} * M_{in} * Y_{in}\right) \right)}$$

$$- \frac{\left(\left(C1_{\exp} * S_c * M_c * Y_c\right) * \left(1 - \frac{\left(\gamma - 1\right) * K_{\exp} * M_c^2}{N_c} \right) \right)}{\left(\left(C2_{\exp} * S_{ext} * Z2\right) + \left(S_{in} * M_{in} * Y_{in}\right) \right)}$$

$$+ \frac{\left(\left(C2_{\exp} * S_{ext} * Z2\right) * \left(1 - \frac{\left(\gamma - 1\right) * K_{\exp} * M_c^2}{N_c} \right) \right)}{\left(\left(C2_{\exp} * S_{ext} * Z2\right) + \left(S_{in} * M_{in} * Y_{in}\right) \right)} \tag{4.41}$$

$$A_{con} = 1 - \left(\frac{K_{con} * M_{out}^2}{N_{out}} \right) \tag{4.42}$$

$$B_{con} = \frac{K_{con} * M_{out} * Y_{out}}{N_{out}} \tag{4.43}$$

$$C_{con} = \frac{\left(\gamma - 1\right) * K_{con} * M_{out}^3}{N_{out} * Y_{out}} \tag{4.44}$$

$$D_{con} = 1 - \left(\frac{(\gamma - 1) * K_{con} * M_{out}^2}{N_{out}} \right) \quad \textbf{(4.45)}$$

Eğer sadece çıkış borusunun genişleme odasının içine uzatılması söz konusu ise bu durumda da genişleme bölgesinin matrisi ve daralma bölgesinin transfer matrisi şu şekilde olacaktır:

$$A_{\exp} = 1 - \left(\frac{K_{\exp} * M_c^2}{N_c} \right) \quad \textbf{(4.46)}$$

$$B_{\exp} = \frac{K_{\exp} * M_c * Y_c}{N_c} \quad \textbf{(4.47)}$$

$$C_{\exp} = \frac{(\gamma - 1) * K_{\exp} * M_c^3}{N_c * Y_c} \quad \textbf{(4.48)}$$

$$D_{\exp} = 1 - \left(\frac{(\gamma - 1) * K_{\exp} * M_c^2}{N_c} \right) \quad \textbf{(4.49)}$$

$$A_{con} = 1 - \left(\frac{K_{con} * M_{out}^2}{N_{out}} \right) \quad \textbf{(4.50)}$$

$$B_{con} = \frac{K_{con} * M_{out} * Y_{out}}{N_{out}} \quad \textbf{(4.51)}$$

$$C_{con} = \frac{(-S_c * A_{con}) - \left((C1_{con} * S_{out}) * \left(1 - \left(\frac{(\gamma - 1) * K_{con} * M_{out}^4}{N_{out}} \right) \right) \right)}{(C2_{con} * S_{ext} * Z2) + (S_c * M_c * Y_c)}$$

$$+ \frac{\frac{C2_{con} * S_{ext} * Z2 * (\gamma - 1) * K_{con} * M_{out}^3}{N_{out} * Y_{out}}}{(C2_{con} * S_{ext} * Z2) + (S_c * M_c * Y_c)} \quad \textbf{(4.52)}$$

$$D_{con} = \frac{\left(\frac{-S_c * K_{con} * M_{out} * Y_{out}}{N_{out}} \right)}{\left((C2_{con} * S_{ext} * Z2) + (S_c * M_c * Y_c) \right)} - \frac{\left((C1_{con} * S_{out} * M_{out} * Y_{out}) * \left(1 - \frac{(\gamma - 1) * K_{con} * M_{out}^2}{N_{out}} \right) \right)}{\left((C2_{con} * S_{ext} * Z2) + (S_c * M_c * Y_c) \right)}$$

$$+ \frac{\left((C2_{con} * S_{ext} * Z2) * \left(1 - \frac{(\gamma - 1) * K_{con} * M_{out}^2}{N_{out}} \right) \right)}{\left((C2_{con} * S_{ext} * Z2) + (S_c * M_c * Y_c) \right)} \quad \textbf{(4.53)}$$

Eğer susturucunun hem giriş borusu hem de çıkış borusu genişleme odasının içine doğru uzatılmışsa, bu durumda genişleme bölgesinin transfer matris elemanları için (4.38), (4.39), (4.40) ve (4.41) eşitlikleri ve daralma bölgesinin transfer matris elemanları için (4.50), (4.51), (4.52), (4.53) eşitlikleri birlikte kullanılmaktadır.

"$K_{\exp}$" ile gösterilen genişleme bölgesindeki süreksizlik katsayısıdır. "K_{con}" ile gösterilen daralma bölgesindeki süreksizlik katsayısıdır. "γ" ise süreksizliklerdeki entropi değişiminden dolayı oluşan termodinamiksel bir değerdir.

$$K_{\exp} = \left(\frac{S_C}{S_{in}} - 1 \right)^2 \qquad \textbf{(4.54)}$$

$$K_{con} = \frac{\left(1 - \frac{S_{out}}{S_c} \right)}{2} \qquad \textbf{(4.55)}$$

$$\gamma = \frac{R}{C_v} + 1 \qquad \textbf{(4.56)}$$

(4.56) ifadesinde "R" ile gaz sabiti, "C_v" ile de sabit hacimdeki özgül ısı temsil edilmiştir. Yapılan hesaplamalarda $R = 287\left(\frac{J}{kg * K} \right)$ ve $C_v = 717\left(\frac{J}{kg * K} \right)$ olarak alınmıştır. Genişleme ve daralma süreksizliklerini ifade eden transfer matrislerde verilen katsayılar açık olarak şu şekilde gösterilebilir [2]:

$$C1_{\exp} = -1 \qquad \textbf{(4.57)}$$

$$C2_{\exp} = 1 \qquad \textbf{(4.58)}$$

$$C1_{con} = -1 \qquad \textbf{(4.59)}$$

$$C2_{con} = -1 \qquad \textbf{(4.60)}$$

Bu katsayılara ek olarak, uzatılmış giriş ve/veya çıkış borularının etkileri, kısımların sisteme birer empedans olarak tanıltılması şartıyla sağlanmaktadır. (4.61) denkleminde uzatılmış giriş ve/veya çıkış borularını temsil eden empedans değeri verilmiştir:

$$Z2 = -j * \frac{c_0}{S_{ext}} * \cot\left(k * L_{ext}\right) \tag{4.61}$$

Burada, " S_{ext} " uzatılmış giriş ve/veya çıkış borularının alanını ve " L_{ext} " ise uzatılmış giriş ve/veya çıkış borularının uzunluğunu göstermektedir. Bu değerlere ek olarak, genel transfer matriste, uzatılmış elemanlardan dolayı bir düzeltme faktörü eklenmektedir [2]:

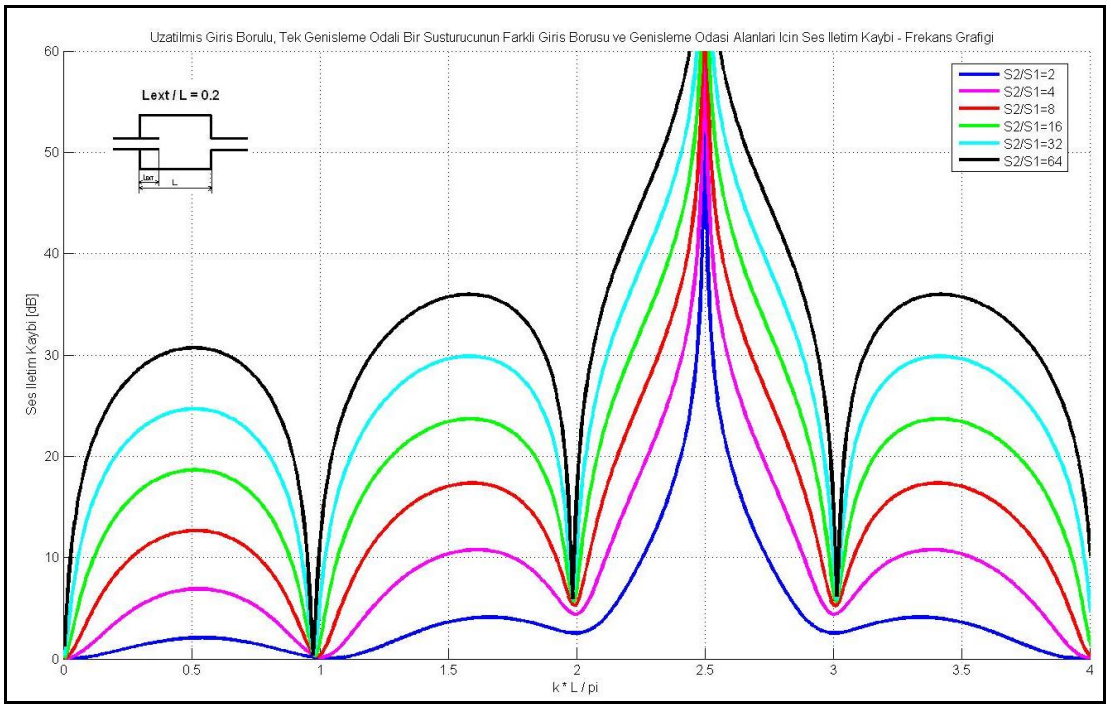
$$A = e^{-j*k_0*\left(\frac{M_{in}*L_{in}}{1-M_{in}^2}+\frac{M_c*L_{cham}}{1-M_c^2}+\frac{M_{out}*L_{out}}{1-M_{out}^2}\right)} \tag{4.62}$$

$$T_G = A * T_{in} * T_{\exp} * T_{cham} * T_{con} * T_{out} \tag{4.63}$$

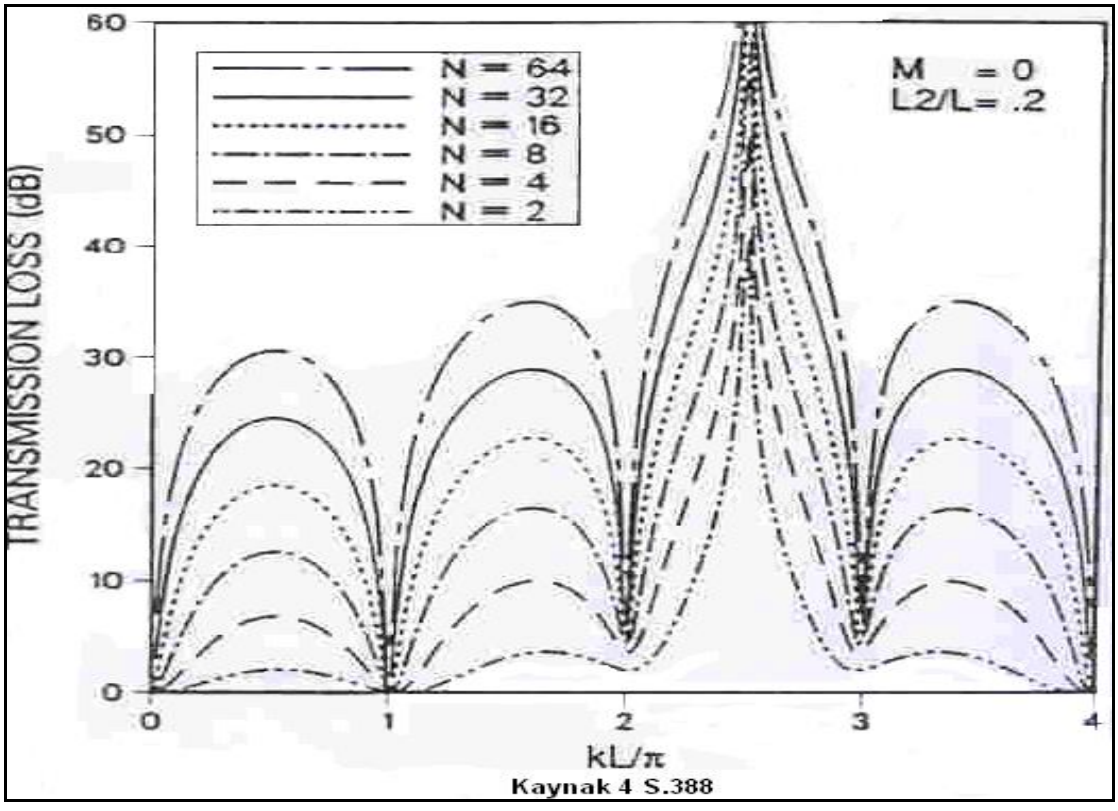
" T_G " ile gösterilen tüm sistemi ifade eden genel transfer matristir. Bu matris, sistemi oluşturan alan matrislerinin matris çarpımlarından (4.63)'teki denklem şeklinde oluşturulmaktadır. Hesaplamalarda Şekil 4.1 ile verilen susturucunun boyutları kullanılmıştır. Sistemi tam anlamıyla ifade edebilen genel transfer matris elde edildikten sonra aşağıda verilen ifade ile sistemin sağladığı ses iletim kaybının hesabına geçilebilir [2]:

$$TL = 20 * \log\left(\left(\frac{Y_{in}}{Y_{out}}\right)^{0.5} * \left|\frac{TG(1,1)+\frac{TG(1,2)}{Y_{in}}+Y_{out}*TG(2,1)+\left(\frac{Y_{out}}{Y_{in}}\right)*TG(2,2)}{2}\right|\right) \tag{4.64}$$

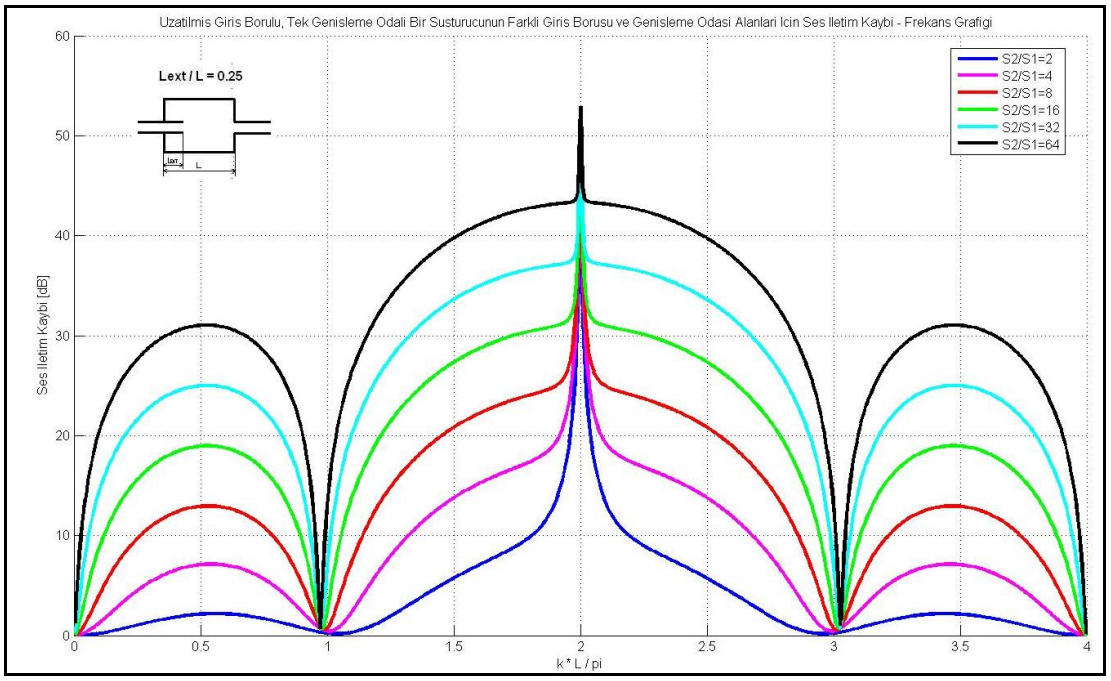
Genişleme odasının içerisine uzatılan boru uzunluğunun genişleme odasının boyuna oranına göre ses iletim kaybı eğrileri çok farklı yapılara sahip olabilmektedir. Genel yapı olarak belirli frekans bölgelerinde birçok farklı alanda yüksek ses iletim kayıpları sağlayabilmektedirler.



Şekil 4.9a: Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



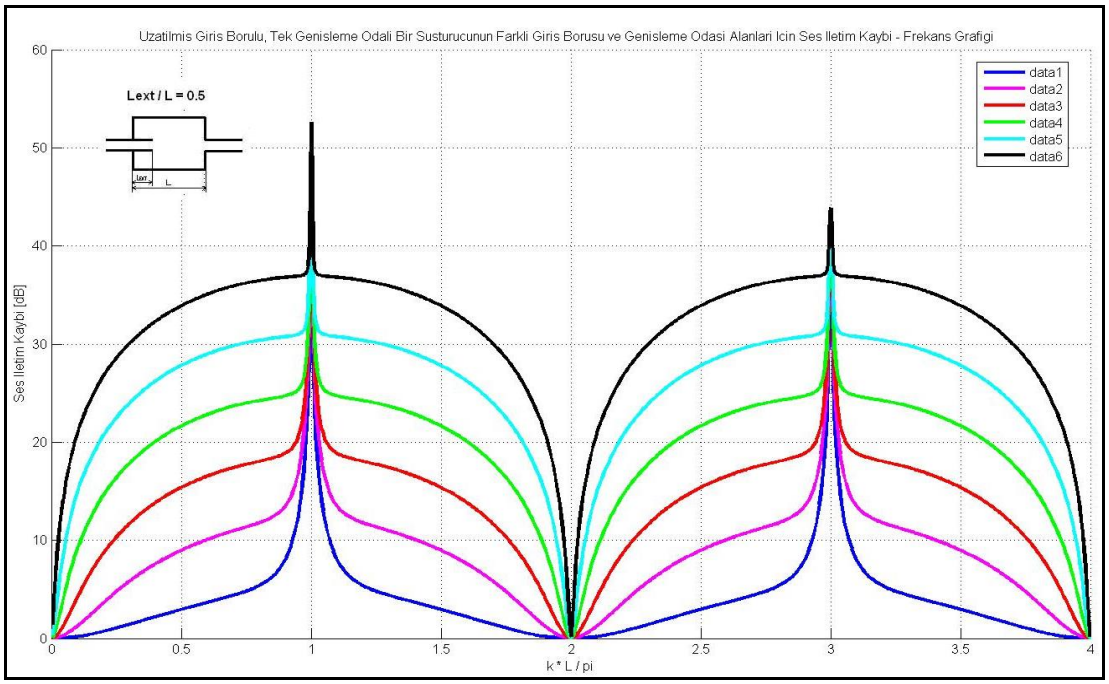
Şekil 4.9b: Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [22]



Şekil 4.10: Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

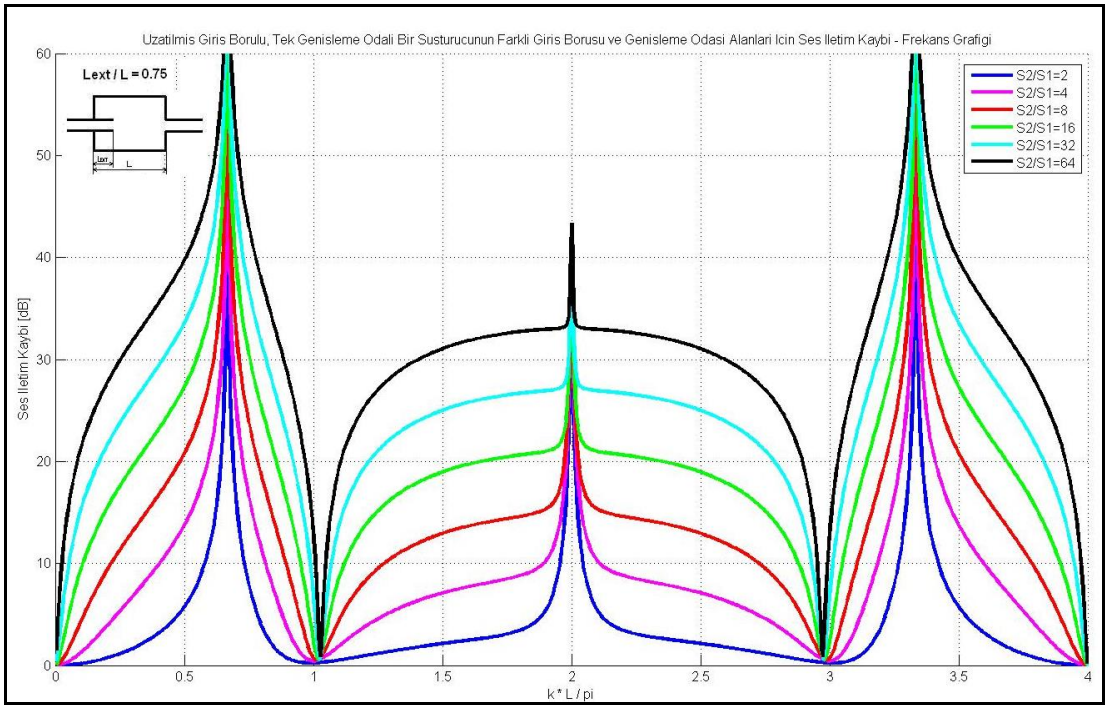
Mesela, Şekil 4.9'da giriş borusunun, genişleme odasının boyunun beşte biri kadar içeriye uzatılmasıyla, 2 - 3 kHz frekans alanında diğer frekans alanlarına göre daha yüksek ses iletim kayıpları elde edilmiştir. Motor gürültüsünün 2 – 3 kHz band aralığında yoğunlaştığı bir gürültü probleminin giderilmesinde bu tasarım başarıyla uygulanabilir.

Şekil 4.10'da verilen ses iletim kaybı grafiğinden açıkça görülmektedir ki, giriş veya çıkış borusu genişleme borusunun dörtte biri kadar içeri uzatılmış susturucularda, 2 kHz dışındaki frekanslarda çok iyi iletim kaybı karakteristiği sağlanamamaktadır. Özellikle gürültünün farklı frekanslarda yayılmış olduğu bir gürültü kaynağı için hiç uygun bir çözüm olmayacaktır.



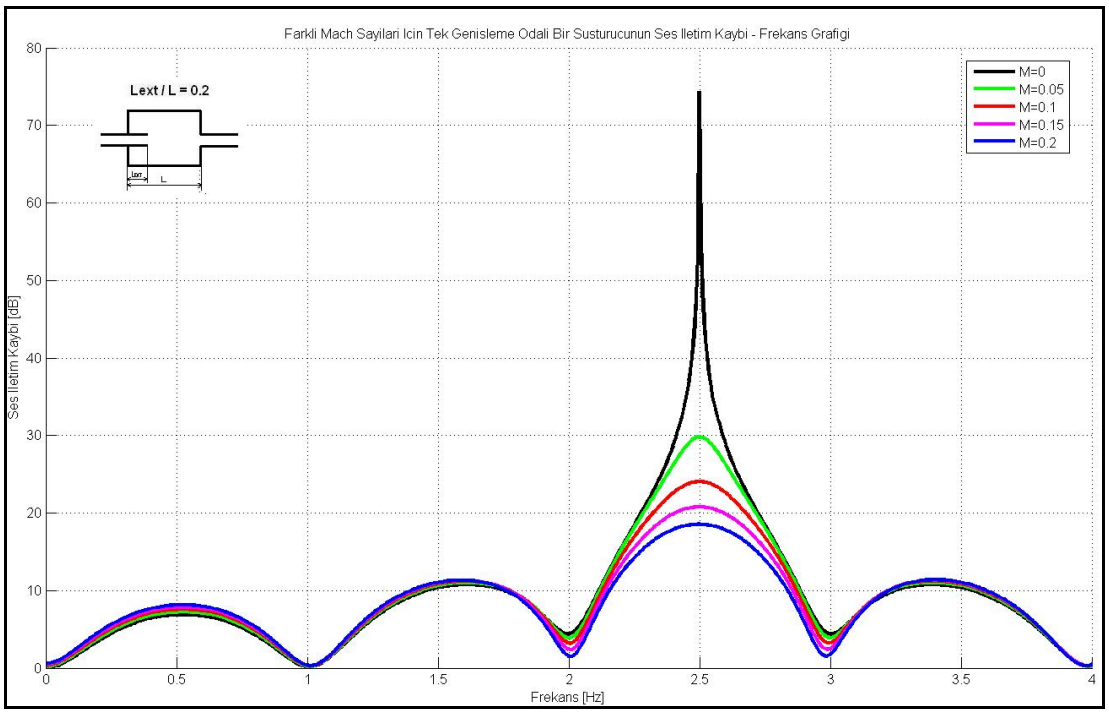
Şekil 4.11: Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

Eğer gürültü, Şekil 4.9'da olduğu gibi 2.5 kHz'te yoğunlaşmamışsa, bu durumdan farklı olarak 1 kHz ve 3 kHz frekanslarında birikmişse bu defa Şekil 4.11'den de görülebileceği gibi giriş veya çıkış borusunun içeriye genişleme odasının yarısına gelecek şekilde uzatılması bu gürültü problemini çözecektir.



Şekil 4.12: Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

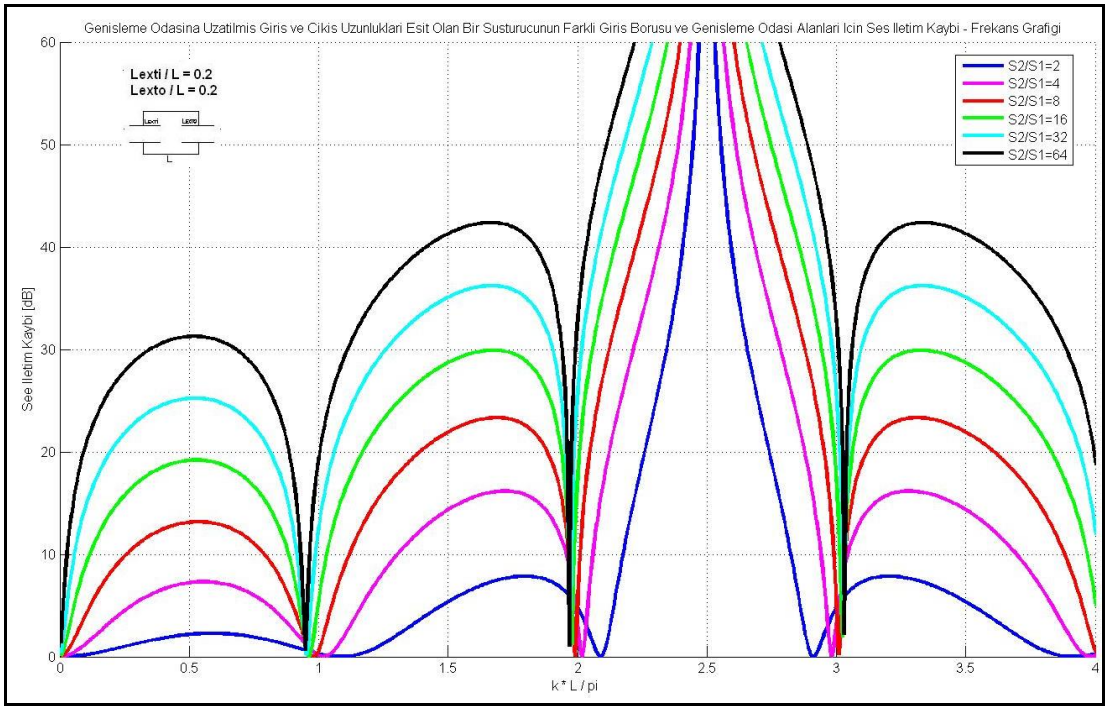
Şekil 4.12'de ise genişleme odasının ¾'ü kadar içeri uzatılan borunun 0.75 kHz, 2 kHz ve 3.2 kHz değerlerinde iyi bir ses iletim karakteristiğinin bulunduğu gösterilmektedir. Eğer hem giriş hem çıkış borusu genişleme odasının beşte biri kadar içeri uzatılırsa, karakteristik olarak tek bir taraftan uzatma halinde olduğu gibi yine 2.5 kHz'te en fazla ses iletim kaybı sağlanmakta ama tek taraflı uzatmadan farklı olarak daha 2.5 kHz civarında daha geniş bir frekans alanında yüksek ses iletim kayıpları sağlanabilmektedir.



Şekil 4.13: Farklı Mach Sayıları İçin Uzatılmış Giriş Borulu Tek Genişleme Odalı Bir Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

Şekil 4.13'te giriş borusu içeriye doğru genişleme odasının beşte biri kadar uzatılmış bir susturucuda Mach sayısı 0 ila 0.2 mertebeleri arasında değiştirildiğinde ses iletim kaybı – frekans grafiğinin nasıl bir davranış gösterdiği görülmektedir. Buna göre tek genişleme odalı basit reaktif tip bir susturucudan farklı olarak, yüksek ses iletim kaybının gözlemlendiği 2 – 3 kHz bölgesinde Mach sayısı arttırıldıkça ses iletim kayıpları düşmektedir. Susturucusu tasarlanacak bir motordan alınan ölçüm sonuçlarında 2 – 3 kHz arası bir gürültü birikimi gözlemleyen tasarımcı hesaplarını M=0 hali için yaparsa muhtemelen içinde akış olan sistemde beklediğinden daha az bir gürültü azaltımı sağlayabilecektir. Bu sebeple akışın da etkisi mutlaka göz önünde bulundurulmalıdır.

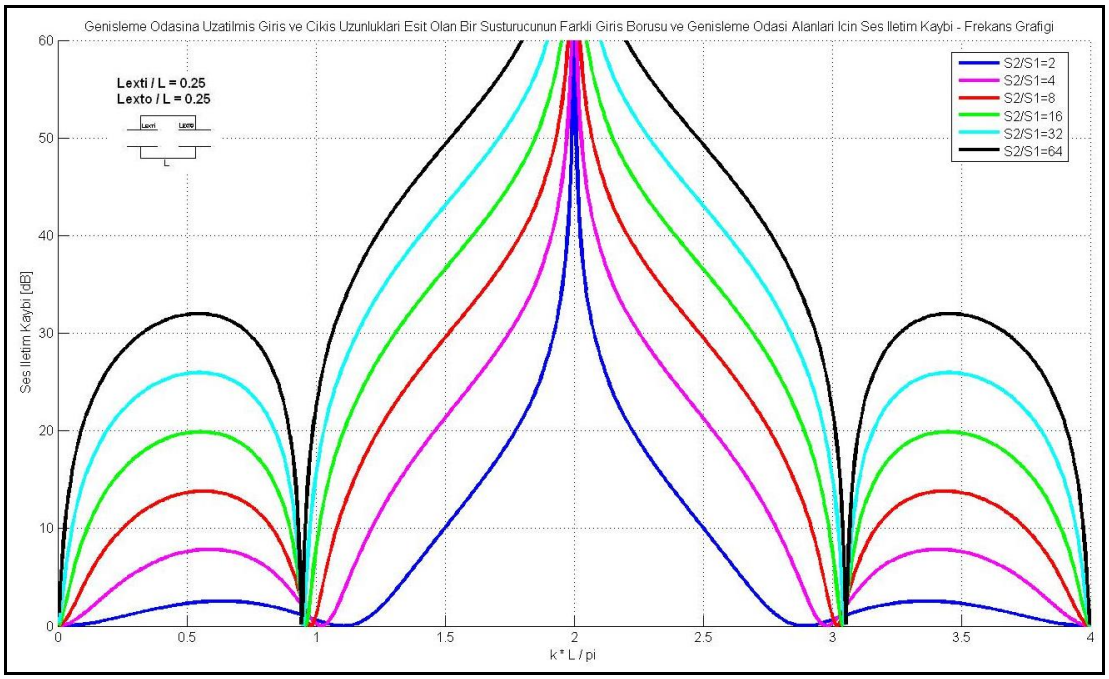
Hem giriş borusunun hem de çıkış borusunun genişleme odasına eşit miktarda uzatılmasıyla elde edilebilecek ses iletim grafiklerine örnek olarak Şekil 4.14 ve Şekil 4.15 verilmiştir.



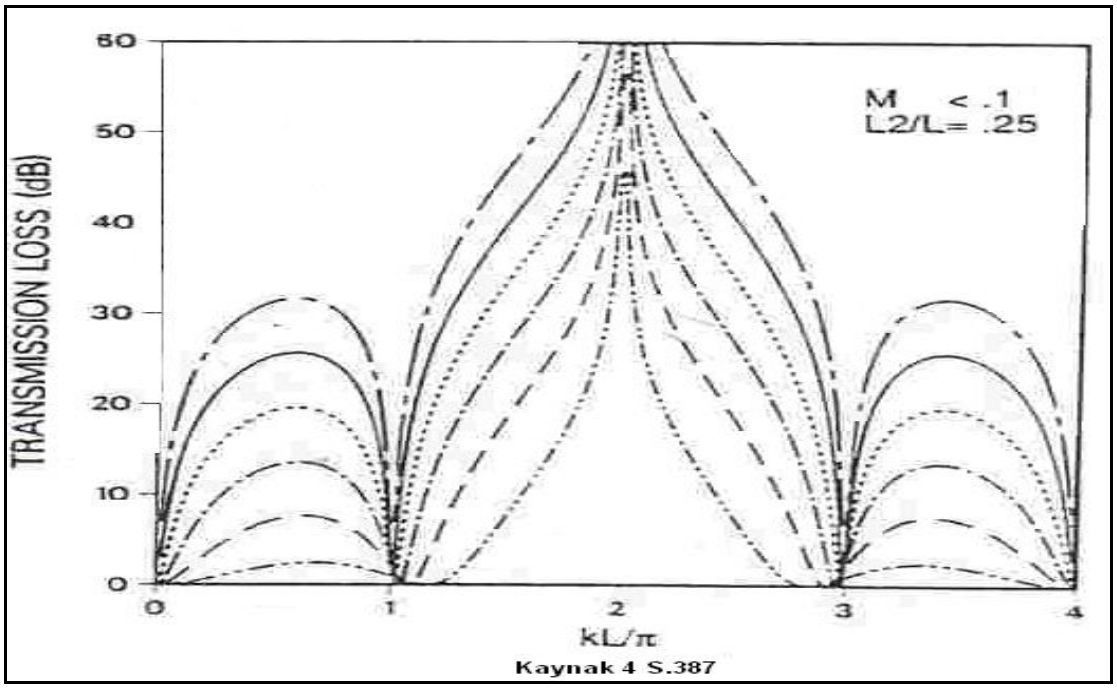
Şekil 4.14: Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

Buna göre içeri uzatılan boru parçaları genişleme odasındaki halkasal boşlukların hacmini değiştireceğinden empedans değerleri de değişecektir. Genişleme odasına beşte bir uzunlukta her iki taraftan da uzatmanın bulunduğu Şekil 4.14'e kıyasla, dörtte bir uzunlukta her iki taraftan uzatma durumunda yüksek ses iletim kayıplarının sağlandığı frekans bölgesi de genişlemektedir. Bu durum Şekil 4.15'ten rahatlıkla gözlemlenebilmektedir. Yine bu grafikler de reaktif tip susturucu davranışı göstermektedirler. Belirli frekans bölgelerinde yüksek ses iletim kayıpları sağlayabilmektedirler fakat eğrilerin frekans alanında sürekli bir yapısı bulunmamaktadır. Şekil 4.15b, transfer matris yöntemiyle elde edilen Şekil 4.15a'nın doğruluğunu ispatlayabilmek amacıyla [22] numaralı referanstan alınmıştır. Şekil 4.16'da hem giriş hem çıkış borularının genişleme odasının üçte biri kadar içeri doğru uzatılmasıyla, 1–2 kHz aralığında yüksek ses iletim kayıpları sağlayabilecekleri gösterilmiştir. Şekil 4.17'de ise giriş ve çıkış borularının farklı oranlarda uzatılmasına ve boru içinde akış olması haline örnek verilmiştir. Burada

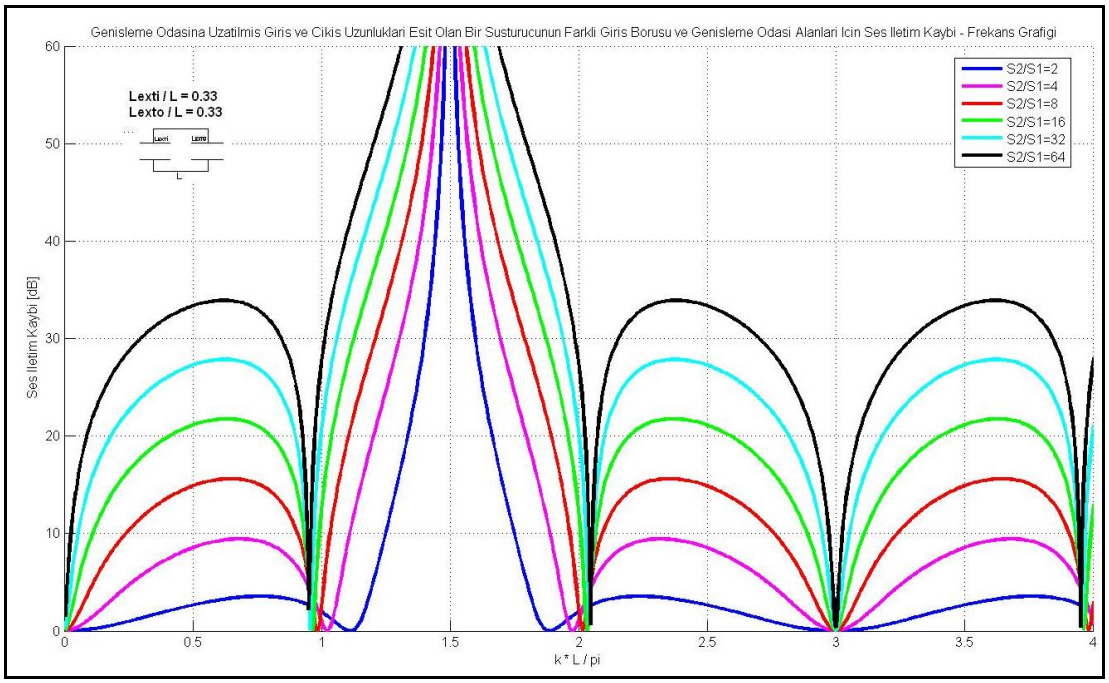
dikkat edilmesi gereken husus akış halinde yüksek ses iletim kaybının sağlandığı tepe noktalarına karşılık gelen frekans değerlerinde eskisi gibi yüksek ses iletim kayıplarının sağlanamamasıdır.



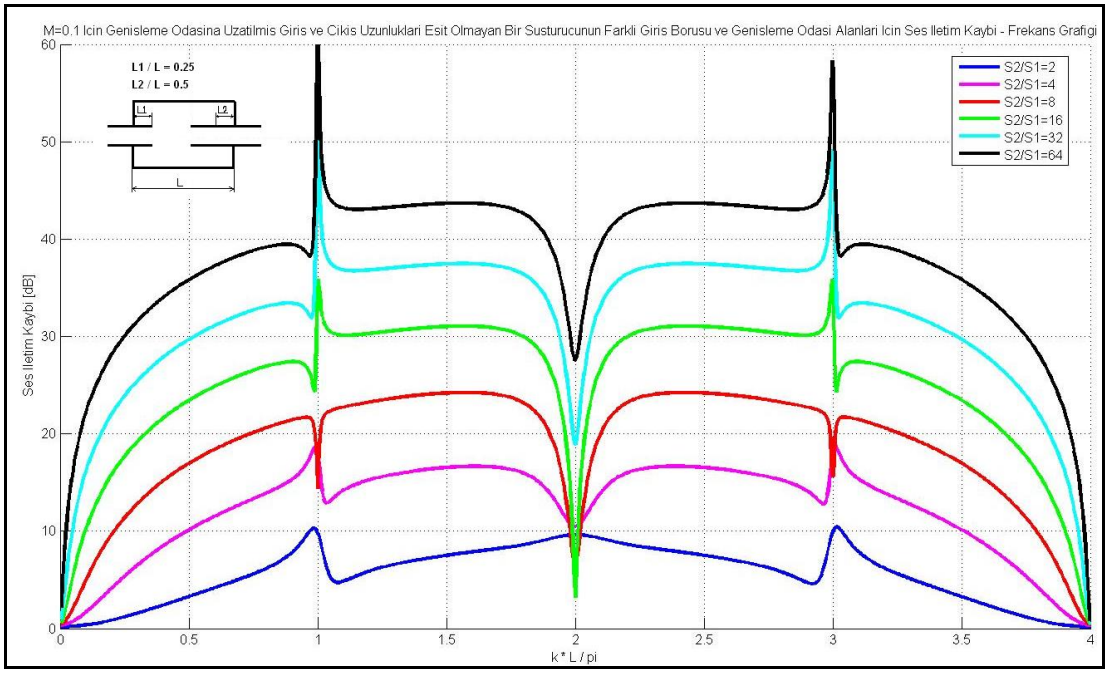
Şekil 4.15a: Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 4.15b: Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [22]



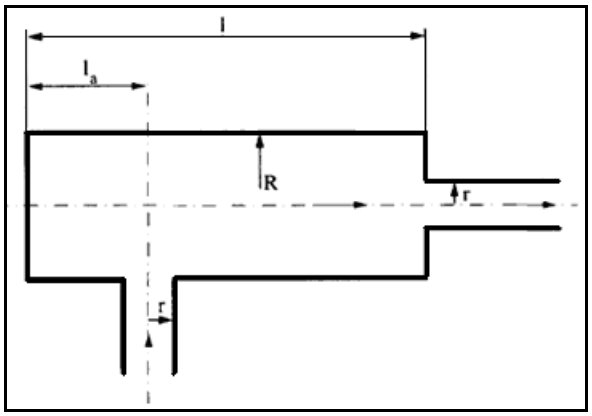
Şekil 4.16: Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



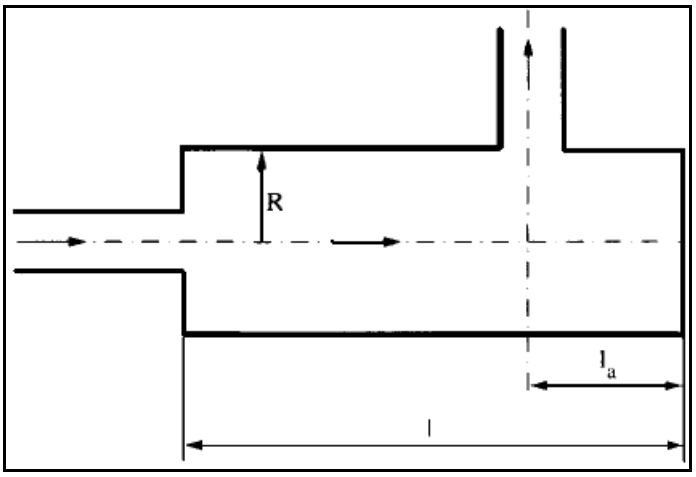
Şekil 4.17: M=0.1 İçin Genişleme Odasına Uzatılmış Giriş ve Çıkış Uzunlukları Eşit Olmayan Bir Susturucunun Farklı Giriş Borusu ve Genişleme Odası Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.3 Giriş Ve Çıkış Borusunun Genişleme Odasına Yandan Bağlandığı Silindirik Susturucular

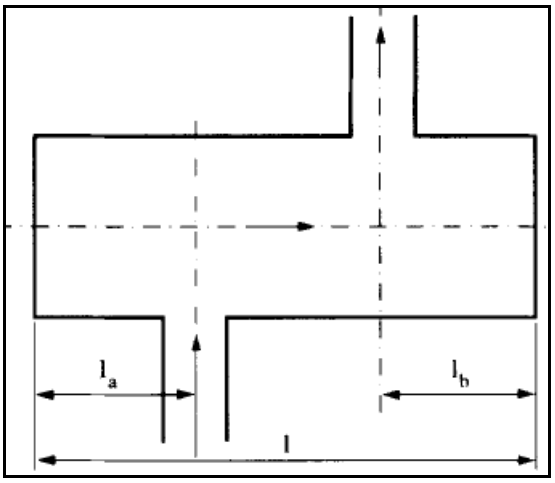
Çoğunlukla susturucuların giriş ve çıkışları, aynı eksen üzerinde uç noktalardadır. Daha önceki kısımlarda analizleri yapılan susturucuların da giriş ve çıkış boruları bu şekildeydi. Ama bazen, geometrik sınırlamalardan dolayı giriş ve çıkış boruları, Şekil 4.18, 4.19 ve 4.20'de gösterildiği gibi susturucunun genişleme odasına susturucunun simetri eksenine dik olacak şekilde yandan bağlanabilmektedir [23].



Şekil 4.18: Yandan Girişli Susturucu



Şekil 4.19: Yandan Çıkışlı Susturucu

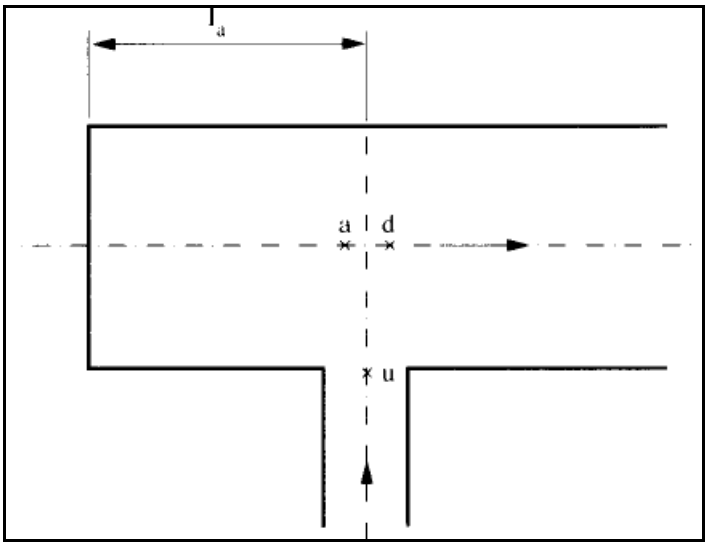


Şekil 4.20: Yandan Girişli ve Yandan Çıkışlı Susturucu

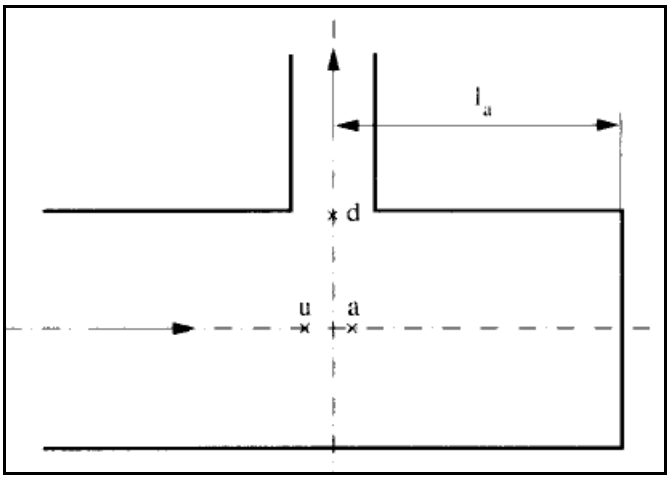
Daha önceki hesaplamalarda yapıldığı gibi sistemin tümünü ifade eden transfer matrisi hesaplamadan önce sistem parçalara ayrılarak her bir parçanın transfer matrisi elde edilmektedir. Burada, giriş genişleme elemanın transfer matrisinden sistem analizine başlanacaktır. Bu hesaplamalar için bazı semboller kullanılacaktır. "u" yukarı akış yönünü, "d" aşağı akış yönünü ve "a" da uçta kalan boşluk yönünü temsil etmektedir. Ayrıca, "M^2" ifadesi Mach sayısının çok küçük değerleri dikkate alınacağından ve birden çok küçük olacağından ihmal edilmiştir [2]. Bu kabuller altında, Şekil 4.21'deki giriş genişleme elemanında basınç eşitliği şu şekilde yazılabilir:

$$p_{c,u} = p_{c,d} + K_e * M_d * Y_d * v_{c,d} \qquad \textbf{(4.65)}$$

$$K_e = \left(\frac{S_d}{S_u} - 1 \right)^2 \qquad \textbf{(4.66)}$$



Şekil 4.21: Transfer Matrislerin Çıkarılması İçin Yandan Giriş Şeması



Şekil 4.22: Transfer Matrislerin Çıkarılması İçin Yandan Çıkış Şeması

Ayrıca kütlenin korunumundan da aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$v_{c,u} = v_{c,d} + v_a \tag{4.67}$$

Bu denklemlerdeki "c" alt indisi ile yazılmış ifadeler "konvektif durum değişkenleri olarak adlandırılmaktadırlar. Bunlar borunun içinde herhangi bir yerde "klasik durum değişkenleriyle" aşağıdaki ifade ile ilişkilendirilmişlerdir:

$$\begin{bmatrix} p_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & M*Y \\ \dfrac{M}{Y} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p \\ v \end{bmatrix} \tag{4.68}$$

Veya ters olarak şu ifade de geçerlidir:

$$\begin{bmatrix} p \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -M*Y \\ \dfrac{-M}{Y} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_c \\ v_c \end{bmatrix} \tag{4.69}$$

Bu denklemlerde "M" Mach sayısını ve "Y" borunun karakteristik empedansını temsil etmektedir. Bu denklemlerde "M^2" ifadesi Mach sayısının çok küçük değerleri dikkate alınacağından ve birden çok küçük olacağından ihmal edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken bir başka husus da (4.66) denkleminde verilen kayıp katsayısının genişleme durumu için geçerli olduğudur. Daralma durumunda kayıp katsayısı değişecektir. Kayıp katsayısı "K_e" şu anki haliyle, eksenel giriş ve çıkışı ifade etmekte ve akışın yönündeki bir değişimi hesaba katmamaktadır. Yani sadece basit genişleme süreksizliğini ifade edebilmektedir. Böylece bu sistem için kısıtlı bir katsayı olarak kalmaktadır. Ama bu sistem için yaklaşıklığı iyi olan bir ifade olarak kullanılmaktadır. Rijit bir uç ile kapalı olan uç taraftaki boşluk ise aşağıdaki empedans ifadesi ile sisteme dahil edilebilmektedir:

$$\frac{p_a}{v_a} = Z_a = -j*Y_a*\cot(k_0*l_a) \tag{4.70}$$

Şekil 4.21'den $p_a = p_d$ eşitliği rahatlıkla görülebilmektedir. Böylece, (4.65) – (4.70) denklemleri ve en son verilen eşitlik göz önüne alınarak aşağıdaki transfer matrisine ulaşılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_{c,u} \\ v_{c,u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K_e*M_d*Y_d \\ \dfrac{1}{Z_a} & 1-\dfrac{M_d*Y_d}{Z_a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_{c,d} \\ v_{c,d} \end{bmatrix} \tag{4.71}$$

(4.71) ile verilen bu matris klasik durum değişkenleri kullanılarak şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_u \\ v_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -M_u*Y_u \\ -\dfrac{M_u}{Y_u} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & K_e*M_d*Y_d \\ \dfrac{1}{Z_a} & 1-\dfrac{M_d*Y_d}{Z_a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & M_d*Y_d \\ \dfrac{M_d}{Y_d} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_d \\ v_d \end{bmatrix} \tag{4.72}$$

(4.72)'deki matrisler çarpılır ve M^2'li terimler ihmal edilirse (4.73) ifadesine gelinir:

$$\begin{bmatrix} p_u \\ v_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{M_u * Y_u}{Z_a} & (1+K_e) * M_d * Y_d - M_u * Y_u \\ \dfrac{1}{Z_a} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_d \\ v_d \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.73)}$$

(4.73) ile verilen bu ifade son halini bir düzeltme katsayısı ile çarpılarak almaktadır [2] :

$$\begin{bmatrix} p_u \\ v_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{M_u * Y_u}{Z_a} & (1+K_e) * M_d * Y_d - M_u * Y_u + Y_u * (j * 0.85 * k_0 * r_u) \\ \dfrac{1}{Z_a} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_d \\ v_d \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.74)}$$

Böylece, Şekil 4.22 ile verilen daralma çıkış elemanının transfer matrisinin hesabına geçilebilir. Bu durumda daralma çıkış elemanının kayıp katsayısı aşağıdaki gibidir:

$$K_c = \left(1 - \frac{S_d}{S_u}\right) / 2 \quad \textbf{(4.75)}$$

Daralma kayıp katsayısı da daha önce değinilen genişleme kayıp katsayısında olduğu gibi bazı sınırlamalar altındadır ama en iyi yaklaşıklığı sağlamaktadır. Şekil 4.22'de $p_u = p_a$ eşitliği açıkça görülmektedir. Bu ifadeler kullanılarak bu elemanın konvektif durum değişkenleri cinsinden transfer matrisi şu şekilde olacaktır:

$$\begin{bmatrix} p_{c,u} \\ v_{c,u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K_c * M_d * Y_d \\ \dfrac{1}{Z_a} & 1-\dfrac{M_u * Y_u}{Z_a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_{c,d} \\ v_{c,d} \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.76)}$$

(4.76) ifadesi klasik durum değişkenlerini kullanarak M^2 li terimleri ihmal ederek ve $\dfrac{M_d}{Y_d} = \dfrac{M_u}{Y_u}$ eşitliğini göz önüne alarak aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_u \\ v_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{M_u * Y_u}{Z_a} & (K_c+1) * M_d * Y_d - M_u * Y_u \\ \dfrac{1}{Z_a} & 1+\dfrac{M_d * Y_d - M_u * Y_u}{Z_a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_d \\ v_d \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.77)}$$

Daha önce genişleme giriş elemanında da olduğu gibi (4.77) ifadesinin ilk satır ikinci sütun elemanı bir düzeltme katsayısı ile çarpılarak aşağıdaki son ifadeye ulaşılır:

$$\begin{bmatrix} p_u \\ v_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\frac{M_u * Y_u}{Z_a} & (K_c+1)*M_d*Y_d - M_u*Y_u + j*(0.85*k_0*r_d)*Y_d \\ \frac{1}{Z_a} & 1+\frac{M_d*Y_d - M_u*Y_u}{Z_a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_d \\ v_d \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.78)}$$

(4.74) ve (4.78) denklemleriyle verilen ifadelerle sırasıyla genişleme giriş elemanı ve daralma çıkış elemanlarının transfer matrisleri çıkarılmıştır. Bunlardan başka yine giriş borusu için genişleme odası için ve çıkış borusu için transfer matrisler de şu şekilde yazılabilir:

$$T_{in} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k*L_{in}}{N_{in}}\right) & j*Y_{in}*\sin\left(\frac{k*L_{in}}{N_{in}}\right) \\ \frac{j*\sin\left(\frac{k*L_{in}}{N_{in}}\right)}{Y_{in}} & \cos\left(\frac{k*L_{in}}{N_{in}}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.79)}$$

$$T_{cham} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right) & j*Y_c*\sin\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right) \\ \frac{j*\sin\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right)}{Y_c} & \cos\left(\frac{k*L_c}{N_c}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.80)}$$

$$T_{out} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right) & j*Y_{out}*\sin\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right) \\ \frac{j*\sin\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right)}{Y_{out}} & \cos\left(\frac{k*L_{out}}{N_{out}}\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.81)}$$

$$A = e^{-j*k_0*\left(\frac{M_{in}*L_{in}}{1-M_{in}^2}+\frac{M_c*L_{cham}}{1-M_c^2}+\frac{M_{out}*L_{out}}{1-M_{out}^2}\right)} \quad \textbf{(4.82)}$$

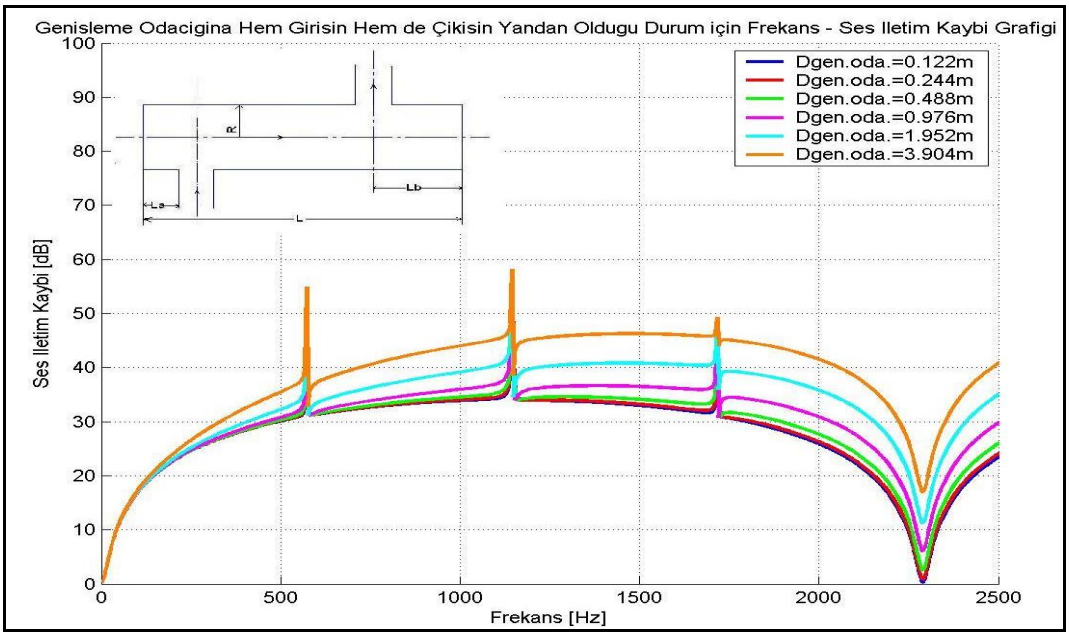
$$T_G = A*T_{in}*T_{\exp}*T_{cham}*T_{con}*T_{out} \quad \textbf{(4.83)}$$

$$TL = 20 * \log\left(\left(\frac{Y_{in}}{Y_{out}} \right)^{0.5} * \left| \frac{TG(1,1) + \frac{TG(1,2)}{Y_{in}} + Y_{out} * TG(2,1) + \left(\frac{Y_{out}}{Y_{in}} \right) * TG(2,2)}{2} \right| \right) \quad \textbf{(4.84)}$$

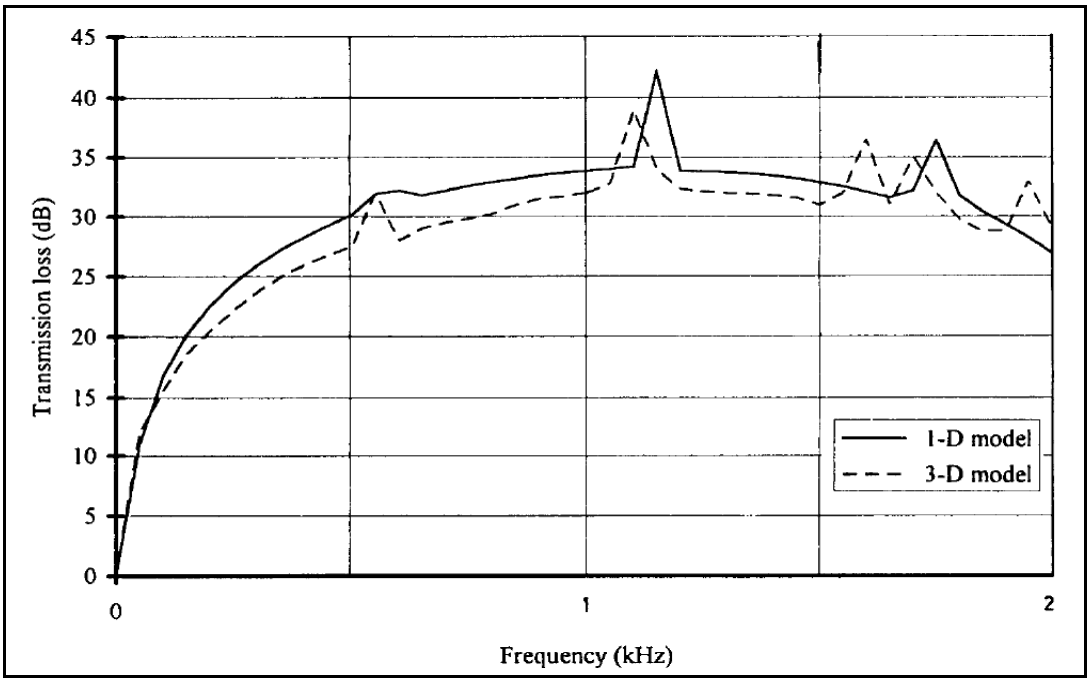
Şekil 4.20 ile verilen giriş ve çıkış boruları genişleme odasına yandan bağlanmış susturucunun ses iletim kaybı üzerindeki etkisini gözlemleyebilmek için kullanılan örnek susturucunun boyutları şu şekildedir: $l = 0.3m$, $l_a = 0.15m$, $l_b = 0.075m$, $R/r = 5$.

Bu tip tasarımlarda da reaktif tip susturucular grubuna girdiklerinden sürekli bir ses iletim kaybı karakteristiği gözlenmemektedir. Şekil 4.23'ten de görülebileceği gibi üç farklı frekans değerinde toplanmış gürültünün giderilmesinde uygun sonuçlar verecek bir yapıya sahiptir. Şekil 4.23'te genişleme odasının çapının arttırılması yine tüm frekans değerlerinde ses iletim kayıplarını arttırmaktadır.

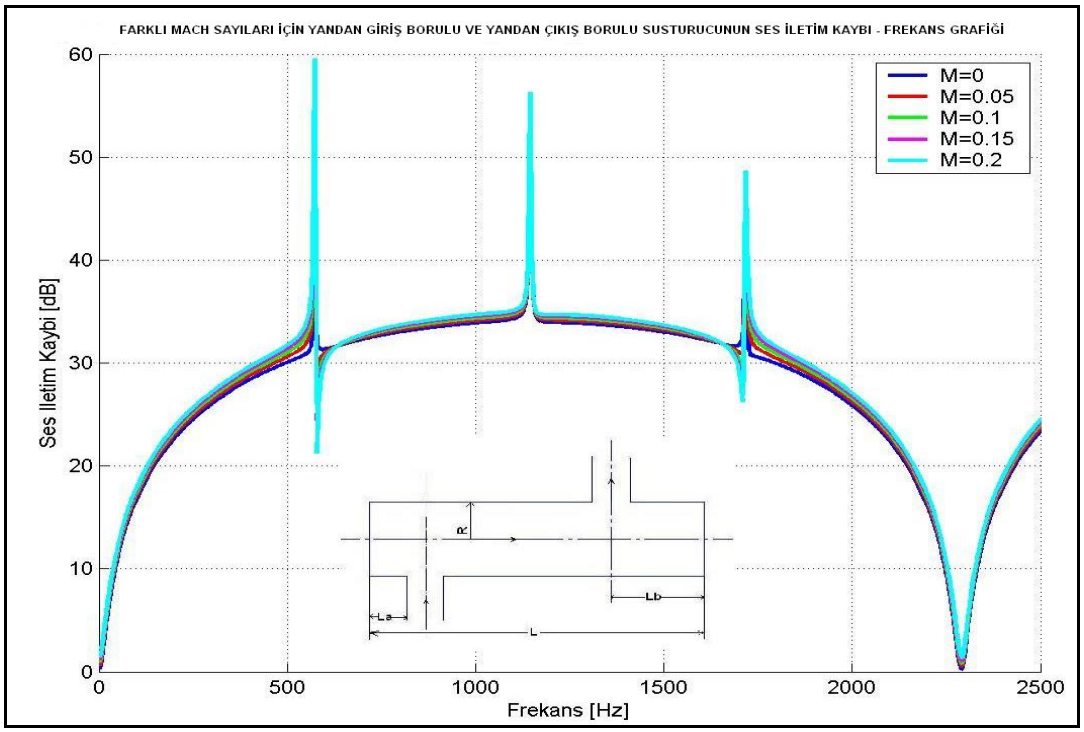
Şekil 4.23a transfer matris yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiş bir analizin sonucundaki ses iletim kaybı frekans grafiğini göstermektedir. Şekil 4.23b ise tek boyutlu ve üç boyutlu analizlerin sonucunda elde edilen ve [23] numaralı kaynaktan alınmıştır. Açıkça görüldüğü gibi transfer matris yöntemi kullanılarak yapılan analizler başarıyla gerçekleştirilmiştir.



Şekil 4.23a: Giriş ve Çıkış Borusunun Yandan Bağlandığı Susturucunun Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



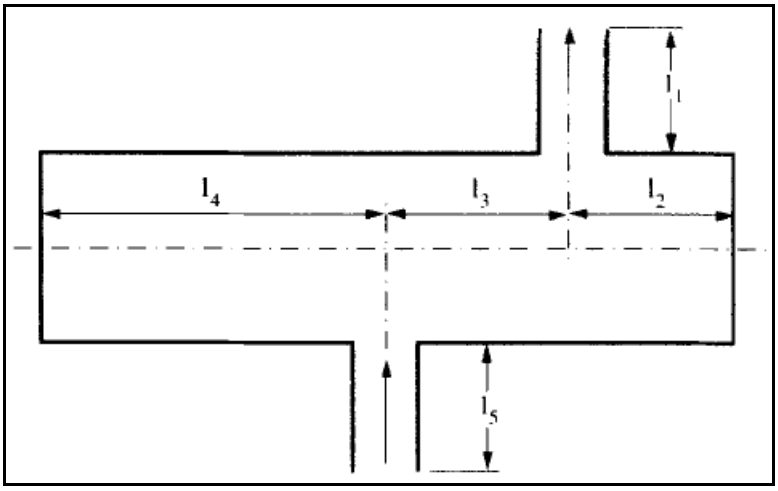
Şekil 4.23b: Giriş ve Çıkış Borusunun Yandan Bağlandığı Susturucunun Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [23]



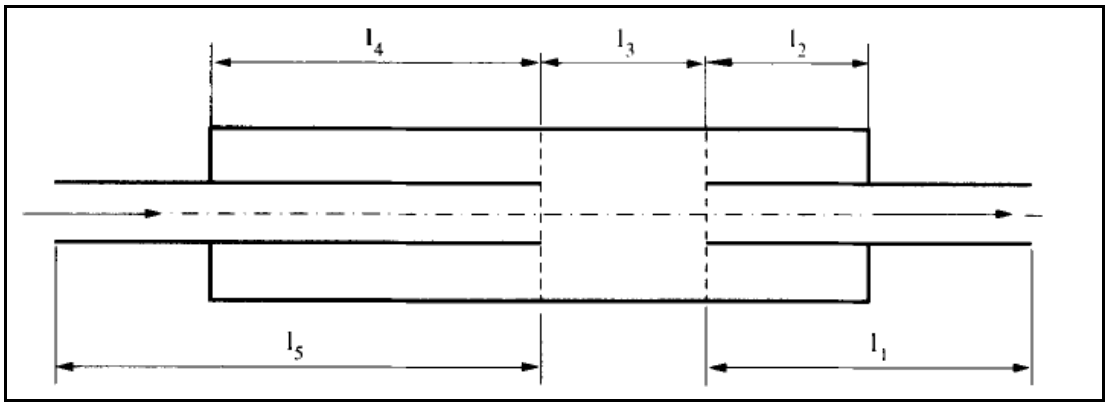
Şekil 4.24: Farklı Mach Sayıları İçin Yandan Giriş Borulu ve Yandan Çıkış Borulu Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

Yandan girişli ve yandan çıkışlı tek genişleme odalı susturucular endüstride de sıklıkla faydalanılan susturuculardandır. Geometrik özelliklerinin farklı olması kullanım kolaylığı sağlayabilir. Fonksiyonel açıdan genişleme odasının içine

uzatılmış giriş ve çıkış borulu susturucularla aynı görevi görmekte ve aynı ses iletim kaybını sağlamaktadır. Bu konuyla ilgili olarak aşağıdaki akustik olarak denk sistemler örnek verilebilir:



Şekil 4.25: Yandan Giriş Borulu ve Yandan Çıkış Borulu Susturucu [23]



Şekil 4.26: Uzatılmış Giriş ve Uzatılmış Çıkış Borulu Susturucu [23]

4.4 Perfore Susturucu Elemanlarının Aeroakustik Analizleri

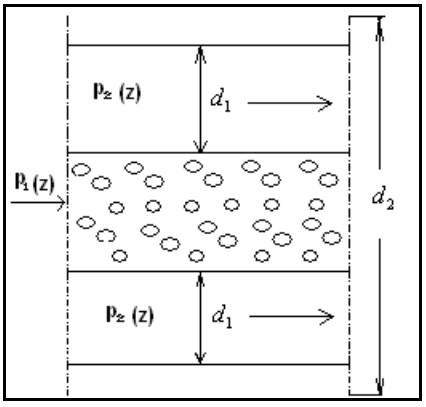
İçten yanmalı motorların egzos gürültüsünü azaltabilmek için susturucu elemanlarının çeşitli geometrik konfigürasyonları geliştirilmiştir. Bunlardan eş merkezli bir silindirik odanın içinde kapatılmış perfore tüplerden oluşan eş merkezli tüp rezonatörler ve çapraz akışlı elemanlar endüstride sıklıkla rastlanılan konfigürasyonlardandır. Bunlar düzgün ileri akışlı veya geri döndüren akışlı elemanlardan oluşturulmuş olabilirler. Çoğunlukla, düzgün ileri akışlı susturucular gazların akışına düşük direnç göstermektedir ve böylece motor üzerinde düşük geri basınçların olmasını sağlarlar. Ama bu tip susturucular akustik olarak istenen etkide

olmamaktadırlar. Buna karşın, akışı geri döndüren susturucularda akustik olarak istenen azalımlar sağlanabilmektedir fakat bu sefer de artan geri basınçlar motor üzerinde olumsuz etkilere yol açmaktadır. Endüstride ise çapraz akışlı susturucular, hem yüksek oranlarda akustik azalımlar sağladıkları için, hem de motor üzerinde kötü etkilere sebebiyet vermeyen makul basınç düşümleri sağladıkları için tercih edilmektedirler. Bu sebeplerden dolayı, sıklıkla kullanılan perfore susturucu elemanların analizleri de tez kapsamına alınmıştır. Bu kapsamda yapılan analizlerde, Mach sayılarının boru içindeki eksenel değişimleri ihmal edilmiştir. Ayrıca, perfore kısımdan akış transferinin boru boyunca düzgün yayıldığı kabulü altında boru boyunca perforasyon empedansı sabit olarak alınmıştır.

Bu tezin kapsamı altında, perfore susturucu elemanların aeroakustik analizleri için iki borulu ve üç borulu sistemlerin akustik olarak incelenmesi ele alınmıştır. İki boulu ve üç borulu susturucuların değişik geometrik konfigürasyonları üzerinde durulmuştur. Bu sistemlerin akustik performanslarının incelenmesi için ses iletim kaybı – frekans grafiklerine başvurulmuştur.

4.4.1 İki Borulu Perfore Susturucuların Analizleri

Çapraz akışlı elemanlarda da olduğu gibi eş merkezli tüp rezonatörlerin analizlerindeki temel denklemlerin çıkarılmasında Şekil 4.27 ile verilen şematik gösterimden faydalanılır [2].



Şekil 4.27: İki Borulu Sistemin Ortak Perfore Kısmı

Eş merkezli bir tüp rezonatörün iç ve dış borularındaki süreklilik ve momentum denklemleri yazılarak incelemelere başlanabilir. Öncelikle ilk olarak içteki "d_1" çapındaki tüpün süreklilik ve momentum denklemleri sırasıyla şu şekilde verilebilir:

$$U_1 * \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \rho_0 * \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{4 * \rho_0}{d_1} * u = -\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad \textbf{(4.85)}$$

$$\rho_0 * \left(\frac{Du_1}{Dt} \right) = \frac{-\partial p_1}{\partial z} \quad \textbf{(4.86)}$$

Bu denklemlere ek olarak dıştaki "d_2" tüpünün süreklilik ve momentum denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

$$U_2 * \frac{\partial \rho_2}{\partial z} + \rho_0 * \frac{\partial u_2}{\partial z} - \frac{4 * d_1 * \rho_0}{d_2^2 - d_1^2} * u = -\frac{\partial \rho_2}{\partial t} \quad \textbf{(4.87)}$$

$$\rho_0 * \left(\frac{Du_2}{Dt} \right) = \frac{-\partial p_2}{\partial z} \quad \textbf{(4.88)}$$

Bu denklemlerde, "ρ_0" zamana göre ortalaması alınmış yoğunluğu, "U_1" iç tüpteki eksenel akış hızını ve "U_2" de dış tüpteki eksenel akış hızını göstermektedir. Ayrıca, "u_1" iç borudaki eksenel parçacık hızındaki dalgalanmaları, "u_2" dış borudaki eksenel parçacık hızındaki dalgalanmaları, "ρ_1" iç borudaki yoğunluğu, "ρ_2" dış borudaki yoğunluğu, "p_1" iç borudaki basıncı, "p_2" dış borudaki basıncı ve "u" perforasyonlarda radyal parçacık hızındaki dalgalanmaları göstermektedir. "$\rho_0 * c_0 * \zeta$" ile verilen düzgün perforasyon empedansı kabulü altında, perforasyonlardaki radyal parçacık hızı "u", perforasyonlardaki iki bölge arasındaki basınç farkı ile aşağıdaki ifade ile ilişkilendirilmiştir:

$$u(z) = \frac{p_1(z) - p_2(z)}{\rho_0 * c_0 * \zeta} \quad \textbf{(4.89)}$$

İzentropi (entropi eşitliği) ve (4.85), (4.86), (4.87) ve (4.88) denklemlerinin hepsinin zamana bağlılığının harmonik olduğu kabulleri altında, ρ_1, ρ_2, u, u_1 ve u_2 bu denklemlerden elimine edilirse aşağıdaki bağlı diferansiyel denklemlere ulaşılır:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{j * M_1}{1 - M_1^2} * \left(\frac{k_a^2 + k^2}{k} \right) \frac{d}{dz} + \frac{k_a^2}{1 - M_1^2} \right) * p_1(z) = -\left(\frac{j * M_1}{1 - M_1^2} \left(\frac{k_a^2 - k^2}{k} \right) \frac{d}{dz} - \frac{k_a^2 - k^2}{1 - M_1^2} \right) * p_2(z) \quad \textbf{(4.90)}$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{j * M_2}{1 - M_2^2} * \left(\frac{k_b^2 + k^2}{k} \right) \frac{d}{dz} + \frac{k_b^2}{1 - M_2^2} \right) * p_2(z) = -\left(\frac{j * M_2}{1 - M_2^2} \left(\frac{k_b^2 - k^2}{k} \right) \frac{d}{dz} - \frac{k_b^2 - k^2}{1 - M_2^2} \right) * p_1(z) \quad \textbf{(4.91)}$$

(4.90) ve (4.91) ile verilen denklemler birlikte çözülebilmeleri için kolaylık açısından matris formatında şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} D^2+\alpha_1 D+\alpha_2 & \alpha_3 D+\alpha_4 \\ \alpha_5 D+\alpha_6 & D^2+\alpha_7 D+\alpha_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_1(z) \\ p_2(z) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.92a)}$$

veya

$$\left[A(D)\right]\{p\}=\{0\} \quad \textbf{(4.92b)}$$

Bu denklemlerde yer alan bilinmeyenler aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_1=-\frac{j*M_1}{1-M_1^2}*\left(\frac{k_a^2+k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.93)}$$

$$\alpha_2=\frac{k_a^2}{1-M_1^2} \quad \textbf{(4.94)}$$

$$\alpha_3=\frac{j*M_1}{1-M_1^2}*\left(\frac{k_a^2-k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.95)}$$

$$\alpha_4=-\left(\frac{k_a^2-k_0^2}{1-M_1^2}\right) \quad \textbf{(4.96)}$$

$$\alpha_5=\frac{j*M_2}{1-M_2^2}*\left(\frac{k_b^2-k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.97)}$$

$$\alpha_6=-\left(\frac{k_b^2-k_0^2}{1-M_2^2}\right) \quad \textbf{(4.98)}$$

$$\alpha_7=-\frac{j*M_2}{1-M_2^2}*\left(\frac{k_b^2+k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.99)}$$

$$\alpha_8=\frac{k_b^2}{1-M_2^2} \quad \textbf{(4.100)}$$

$$k_0=\frac{\omega}{c_0} \quad \textbf{(4.101)}$$

$$M_1 = \frac{U_1}{c_0} \tag{4.102}$$

$$M_2 = \frac{U_2}{c_0} \tag{4.103}$$

$$k_a^2 = k_0^2 - \frac{j*4*k_0}{d_1*\zeta} \tag{4.104}$$

$$k_b^2 = k_0^2 - \frac{j*4*k_0*d_1}{\left(d_2^2 - d_1^2\right)*\zeta} \tag{4.105}$$

$$D = \frac{d}{dz} \tag{4.106}$$

(4.92)'deki ikinci mertebeden denklemler, dört simultane birinci mertebeden denklemlerin kümesi olarak (4.107)'deki gibi düzenlenebilir:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 \\ 0 & 1 & \alpha_5 & \alpha_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1'' \\ p_2'' \\ p_1'' \\ p_2'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & \alpha_4 \\ 0 & 0 & \alpha_6 & \alpha_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_1' \\ p_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.107}$$

(4.107)'deki denklemleri daha uygun bir forma taşımak için şu düzenlemeler yapılabilir:

$$p_1' = y_1, \quad p_2' = y_2, \quad p_1 = y_3 \quad \text{ve} \quad p_2 = y_4 \tag{4.108}$$

Böylece (4.107) denklemi daha uygun bir şekilde (4.109) ifadesi ile yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & D & 0 \\ 0 & -1 & 0 & D \\ D & 0 & \alpha_1*D + \alpha_2 & \alpha_3*D + \alpha_4 \\ 0 & D & \alpha_5*D + \alpha_6 & \alpha_7*D + \alpha_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.109a}$$

veya

$$[\Delta]\{y\} = \{0\} \tag{4.109b}$$

(4.109) denklemi, Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4 ana değişkenlerine şu şekilde dönüştürülebilir:

$$\begin{bmatrix} D-\beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D-\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D-\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D-\beta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \Gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.110)}$$

(4.110) denklemindeki β'lar "$|\Delta|$" karakteristik polinomunun kökleridir. Böylece (4.110) denklemiyle bağlı diferansiyel denklemler çözümlenebilecek hale getirilmişlerdir. Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4 ana durum değişkenleri y_1, y_2, y_3, y_4 değişkenlerine $[\psi]$ özmatrisi ile bağlıdır.

$$\{y\} = [\psi]\{\Gamma\} \quad \textbf{(4.111)}$$

(4.111) denklemindeki $[\psi]$ değerleri aşağıdaki gibidir:

$$\psi_{1,i} = 1 \quad \textbf{(4.112)}$$

$$\psi_{2,i} = -\frac{\beta_i^2 + \alpha_1 * \beta_i + \alpha_2}{\alpha_3 * \beta_i + \alpha_4} \quad \textbf{(4.113)}$$

$$\psi_{3,i} = \frac{1}{\beta_i} \quad \textbf{(4.114)}$$

$$\psi_{4,i} = \frac{\psi_{2,i}}{\beta_i} = \psi_{2,i} * \psi_{3,i} \quad \textbf{(4.115)}$$

(4.112), (4.113), (4.114) ve (4.115) denklemlerinde $i = 1,2,3,4$'tür.

(4.110) denkleminin genel çözümü aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Gamma_1(z) = C_1 * e^{\beta_1 * z} \quad \textbf{(4.116)}$$

$$\Gamma_2(z) = C_2 * e^{\beta_2 * z} \quad \textbf{(4.117)}$$

$$\Gamma_3(z) = C_3 * e^{\beta_3 * z} \quad \textbf{(4.118)}$$

$$\Gamma_4(z) = C_4 * e^{\beta_4 * z} \quad \textbf{(4.119)}$$

$u_1(z)$ ve $u_2(z)$ ifadelerini elde etmek için (4.112) ve (4.114) denklemleri kullanılabilir. Böylece aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(z) \\ p_2(z) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(z) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(z) \end{bmatrix} = [A(z)] \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.120)}$$

$$A_{1,i} = \psi_{3,i} * e^{\beta_i * z} \quad \textbf{(4.121)}$$

$$A_{2,i} = \psi_{4,i} * e^{\beta_i * z} \quad \textbf{(4.122)}$$

$$A_{3,i} = -\frac{e^{\beta_i * z}}{j * k_0 + M_1 * \beta_i} \quad \textbf{(4.123)}$$

$$A_{4,i} = -\frac{\psi_{2,i} * e^{\beta_i * z}}{j * k_0 + M_2 * \beta_i} \quad \textbf{(4.124)}$$

Burada, $i = 1,2,3,4$ ile verilen alt indisler, $[A(z)]$ matrisinin sütunlarını işaret etmektedir. Sonuç olarak, z = 0 noktasındaki basınçlar ve hızlar, z = l noktasındaki basınçlar ve hızlar ile aşağıdaki transfer matrisi ile ilişkilendirilebilirler:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(0) \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} p_1(l) \\ p_2(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(l) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.125)}$$

(4.125) ile verilen 4*4'lük $[T]$ matrisi aşağıdaki gibidir:

$$[T] = [A(0)][A(l)]^{-1} \quad \textbf{(4.126)}$$

(4.126) ile verilen $[T]$ matrisinden, uygun aşağı akış ve yukarı akış değişkenlerini ve elemanın karakteristiğini belirleyen iki sınır koşulunu kullanarak 2*2'lik istenen transfer matrisi elde edilebilir. Bu transfer matrisi belirledikten sonra artık sistemin frekansa göre ses iletim kaybını veren grafikler aşağıdaki bağıntıdan elde edilebilir:

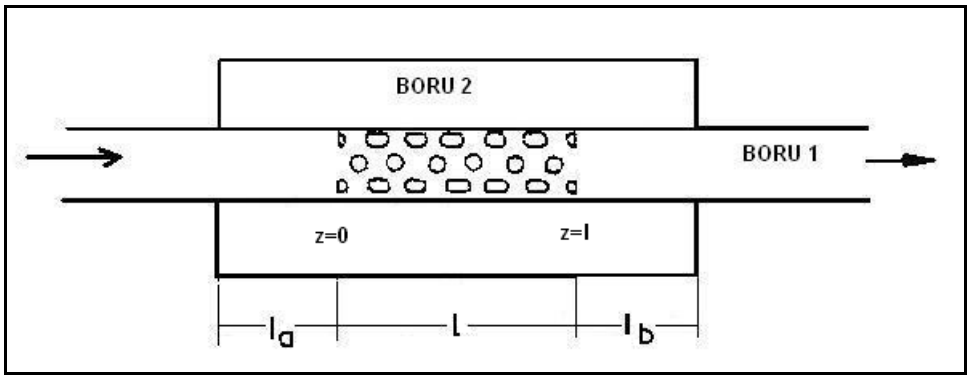
$$TL = 10 * \log_{10}\left(\frac{A_i}{A_0} * \left(\frac{1+M_i}{1+M_o}\right)^2 * \left|\frac{T_a + T_b + T_c + T_d}{2}\right|^2\right) \quad \textbf{(4.127)}$$

(4.127) denklemiyle verilen "A_i" ve "A_o" sırasıyla susturucunun giriş borusunun kesit alanını ve çıkış borusunun kesit alanını göstermektedir. "M_i" ve "M_o" ise sırasıyla susturucunun girişindeki ve çıkışındaki ortalama akış Mach sayılarını göstermektedir.

İki borulu susturucuların akustik analizlerinde geçerli olan bu ana denklemlerin ışığında çeşitli iki borulu susturucuların incelemelerine ayrı ayrı geçilebilir.

4.4.1.1 Eş Merkezli Tüp Rezonatör

İki borunun iç içe geçirilmesi ve perfore bir bölge üzerinden birbirlerine bağlanmalarıyla ilgili olarak verilebilecek örneklerin en basit halini ifade eden eş merkezli tüp rezonatörü inceleyerek iki borulu susturucu sistem analizlerine giriş yapılabilir. Bu susturucu modeline ait geometrinin şematik gösterimi Şekil 2.7a ile verilmiştir. Sınır koşulları yazılırken kullanılan z eksenin de gösterildiği eş merkezli rezonatör aşağıdaki gibidir [2,7]:



Şekil 4.28: Eş Merkezli Tüp Rezonatör

Eş merkezli tüp rezonatör için sınır koşulları şu şekilde verilebilir [2]:

$$Z_2(0) = \frac{p_2(0)}{-u_2(0)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_a) \qquad \textbf{(4.128)}$$

$$Z_2(l) = \frac{p_2(l)}{u_2(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \qquad \textbf{(4.129)}$$

Transfer matris ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a & T_b \\ T_c & T_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(l) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.130)}$$

$$T_a = T_{11} + A_1 A_2 \quad \textbf{(4.131a)}$$

$$T_b = T_{13} + B_1 A_2 \quad \textbf{(4.131b)}$$

$$T_c = T_{31} + A_1 B_2 \quad \textbf{(4.131c)}$$

$$T_d = T_{33} + B_1 B_2 \quad \textbf{(4.131d)}$$

$$A_1 = \frac{X_1 * T_{21} - T_{41}}{F_1} \quad \textbf{(4.131e)}$$

$$A_2 = T_{12} + X_2 * T_{14} \quad \textbf{(4.131f)}$$

$$B_1 = \frac{X_1 * T_{23} - T_{43}}{F_1} \quad \textbf{(4.131g)}$$

$$B_2 = T_{32} + X_2 * T_{34} \quad \textbf{(4.131h)}$$

$$F_1 = T_{42} + X_2 * T_{44} - X_1 * \left(T_{22} + X_2 * T_{24}\right) \quad \textbf{(4.131i)}$$

$$X_1 = -j * \tan(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.131j)}$$

$$X_2 = j * \tan(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.131k)}$$

Bu verilenler doğrultusunda Şekil 4.28'de verilmiş bir susturucunun analizlerine geçilebilir. Elde edilen transfer matrisindeki bilinmeyenler iki borulu perfore susturucular için hazırlanmış analitik prosedürden elde edilmektedirler.

Analizlerde perforasyon empedansını hesaplarken aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2,7]:

$$\zeta = \frac{7.337 * 10^{-3} * \left(1 + 72.23 * M\right) + j * 2.2245 * 10^{-5} * (1 + 51 * t) * \left(1 + 204 * d\right) * f}{\sigma} \quad \textbf{(4.132)}$$

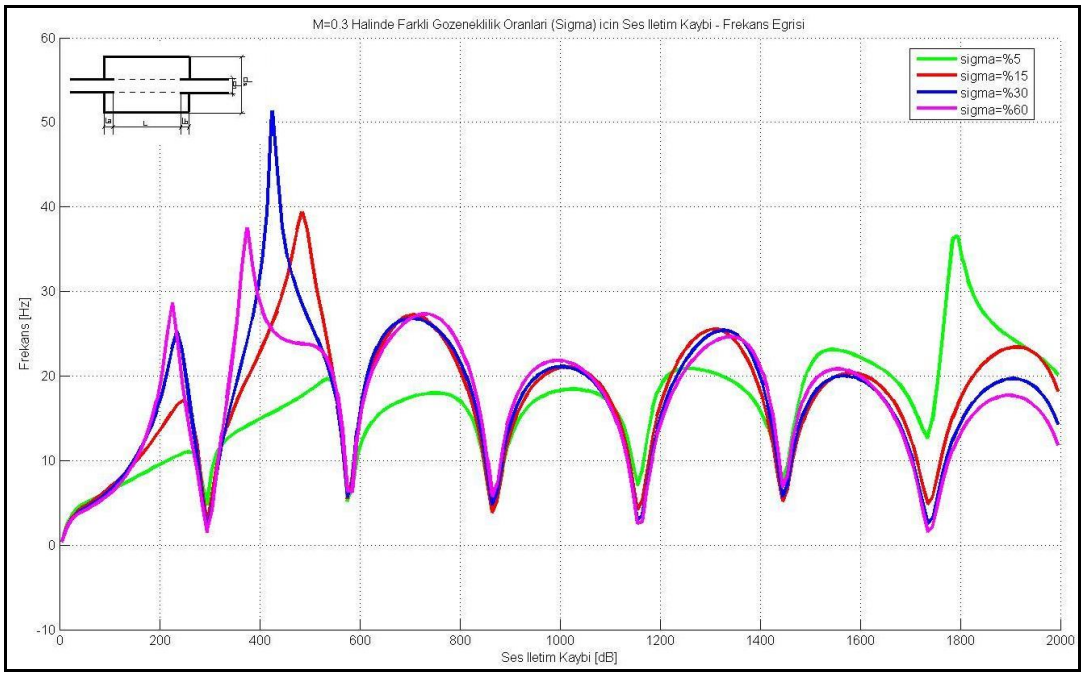
Ayrıca hesaplamalarda, ses hızı $c_0 = 348 m/s$ ve havanın yoğunluğu $\rho_0 = 1.158 kg/m^3$ olarak alınmıştır. Böylece sistemin transfer matrisi aşağıdaki ifade yardımıyla ses iletim kaybının bulunmasında kullanılabilir:

$$TL = 10 * \log_{10}\left(\frac{A_i}{A_0} * \left(\frac{1+M_i}{1+M_o} \right)^2 * \left| \frac{T_a + T_b + T_c + T_d}{2} \right|^2 \right) \quad \textbf{(4.133)}$$

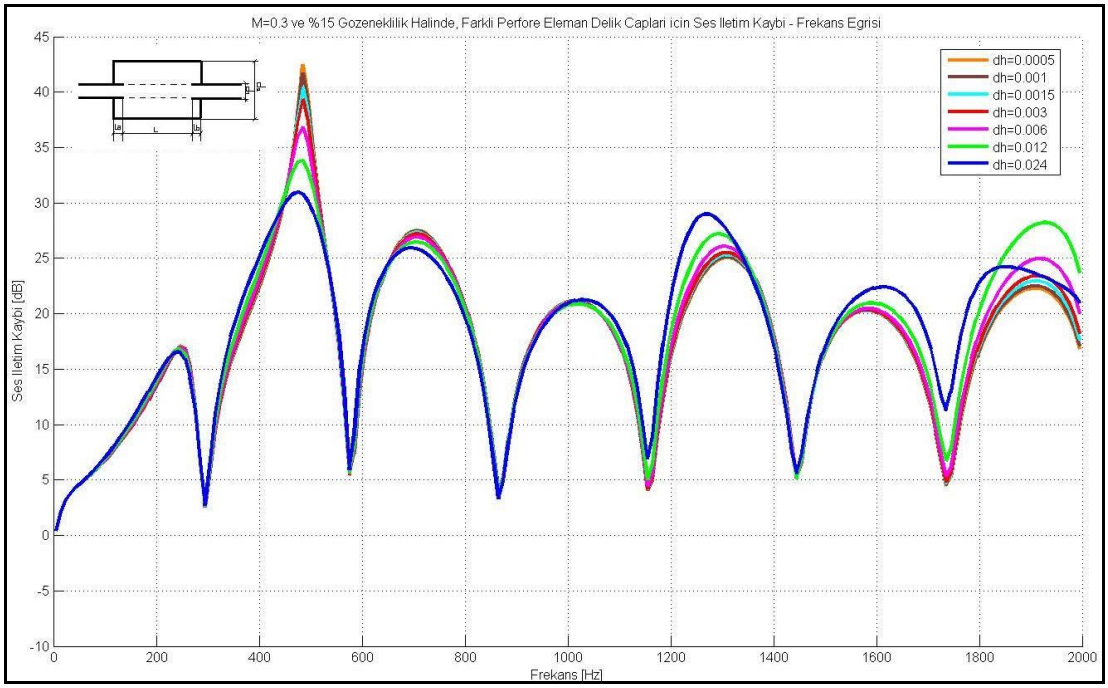
(4.133) denklemiyle verilen "A_i" ve "A_o" sırasıyla susturucunun giriş borusunun kesit alanını ve çıkış borusunun kesit alanını göstermektedir. "M_i" ve "M_o" ise sırasıyla susturucunun girişindeki ve çıkışındaki ortalama akış Mach sayılarını göstermektedir.

Bu susturucunun perfore kısmının boyu $l = 0.325m$, giriş borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_a = 0.175m$, çıkış borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_b = 0.1m$, giriş borusunun çapı $d_1 = 0.075m$, çıkış borusunun çapı $d_2 = 0.25m$, perfore kısmındaki delik çapı $d_h = 0.003m$, perfore kısmındaki perforasyon oranı $\sigma = \%15$ ve perfore kısmındaki perfore elemanın kalınlığı $0.0003m$ olarak kullanılmıştır.

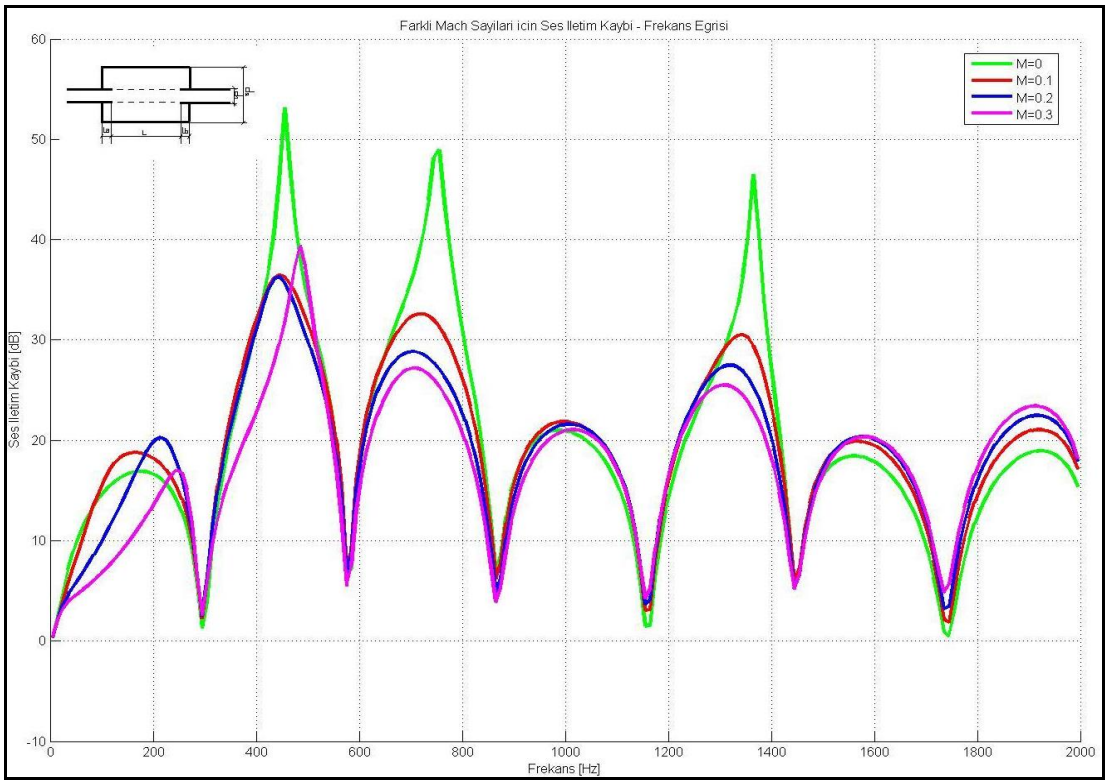
Eş merkezli bir tüp rezonatörde, 0.3 Mach mertebesinde bir akışın varlığında, Şekil 4.29'da farklı perforasyon oranları için verilmiş ses iletim kaybı grafiğinden değişik perforasyon oranlarının farklı frekans alanlarındaki farklı davranışları görülmektedir. 300 - 600 Hz frekans aralığında % 5'ten % 30 perforasyon oranına kadar ses iletim kaybı artmaktadır ama % 30 perforasyon oranından sonra ses iletim kaybı bu frekans aralığında düşmektedir. Bundan başka perfore kısımdaki delik çaplarının farklı frekans alanlarında ses iletim kaybına olan etkisi de Şekil 4.30'da verilmiştir. Şekil 4.31'de ise Mach sayısının değişmesi durumunda ses iletim kaybı grafiğindeki değişikler gösterilmektedir. Farklı frekans alanlarında farklı Mach sayıları için eğrinin davranışı değişmektedir. Genel bir davranış biçimi olarak da Mach sayısı arttıkça sivri tepeler yuvarlanmaktadır. Buna ek olarak, eş merkezli bir tüp rezonatörün, reaktif tip susturucuların genel davranışına uygun olarak belli frekans değerlerinde yüksek ses iletim kayıpları sağladığı gösterilmiştir. Geniş-band sürekli bir gürültünün giderilmesinde tek başına kullanılması durumunda hedeflenen sonuçlara ulaşılmasının mümkün olmayacağı analiz sonucu elde edilen grafiklerden görülmektedir. Şekil 4.29, Şekil 4.30 ve 4.31'deki grafikler [7] numaralı kaynakla tam olarak bir uygunluk içerisindedir.



Şekil 4.29: Farkli Perforasyon Oranlari İçin Bir Eş Merkezli Tüp Rezonatörün Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



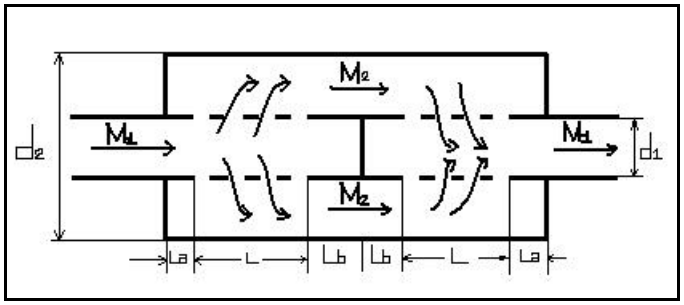
Şekil 4.30: Perfore Borudaki Deliklerin Farkli Çapları İçin M=0.3 Akış Koşulunda Bir Eş Merkezli Tüp Rezonatörün Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 4.31: Farkli Mach Sayıları İçin Bir Eş Merkezli Tüp Rezonatörün Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.4.1.2 Tıkaçlı Tip Susturucu

Bu tip bir susturucuda çapraz akışlı genişleme elemanı ve çapraz akışlı daralma elemanı aynı geometri içinde Şekil 4.32'de olduğu gibi bir araya getirilmiştir. Bu tip bir örneğin ele alınmasının sebebi ayrı ayrı akustik azalım sağlayabilen susturucu elemanlarının bir arada kullanılması durumunda sonuçların nasıl olacağını incelemektir [2].



Şekil 4.32: Tıkaç Tip Susturucu

Burada kullanılan çapraz akışlı genişleme elemanının sınır koşulları şu şekildedir:

$$Z_2(0) = \frac{p_2(0)}{-u_2(0)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.134)}$$

$$Z_1(l) = \frac{p_1(l)}{u_1(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.135)}$$

Transfer matris ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a & T_b \\ T_c & T_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(l) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.136)}$$

$$T_a = T_{12} + A_1 A_2 \quad \textbf{(4.137a)}$$

$$T_b = T_{14} + B_1 A_2 \quad \textbf{(4.137b)}$$

$$T_c = T_{32} + A_1 B_2 \quad \textbf{(4.137c)}$$

$$T_d = T_{34} + B_1 B_2 \quad \textbf{(4.137d)}$$

$$A_1 = \frac{X_1 * T_{22} - T_{42}}{F_1} \quad \textbf{(4.137e)}$$

$$A_2 = T_{11} + X_2 * T_{13} \quad \textbf{(4.137f)}$$

$$B_1 = \frac{X_1 * T_{24} - T_{44}}{F_1} \quad \textbf{(4.137g)}$$

$$B_2 = T_{31} + X_2 * T_{33} \quad \textbf{(4.137h)}$$

$$F_1 = T_{41} + X_2 * T_{43} - X_1 * \left(T_{21} + X_2 * T_{23}\right) \quad \textbf{(4.137i)}$$

$$X_1 = -j * \tan(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.137j)}$$

$$X_2 = j * \tan(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.137k)}$$

Burada kullanılan çapraz akışlı daralma elemanının sınır koşulları da şu şekildedir [2, 7]:

$$Z_1(0) = \frac{p_1(0)}{-u_1(0)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.138)}$$

$$Z_2(l) = \frac{p_2(l)}{u_2(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.139)}$$

Transfer matris ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_2(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a & T_b \\ T_c & T_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(l) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.140)}$$

$$T_a = T_{21} + A_1 A_2 \quad \textbf{(4.141a)}$$

$$T_b = T_{23} + B_1 A_2 \quad \textbf{(4.141b)}$$

$$T_c = T_{41} + A_1 B_2 \quad \textbf{(4.141c)}$$

$$T_d = T_{43} + B_1 B_2 \quad \textbf{(4.141d)}$$

$$A_1 = \frac{X_1 * T_{11} - T_{31}}{F_1} \quad \textbf{(4.141e)}$$

$$A_2 = T_{22} + X_2 * T_{24} \quad \textbf{(4.141f)}$$

$$B_1 = \frac{X_1 * T_{13} - T_{33}}{F_1} \quad \textbf{(4.141g)}$$

$$B_2 = T_{42} + X_2 * T_{44} \quad \textbf{(4.141h)}$$

$$F_1 = T_{32} + X_2 * T_{34} - X_1 * \left(T_{12} + X_2 * T_{14}\right) \quad \textbf{(4.141i)}$$

$$X_1 = -j * \tan(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.141j)}$$

$$X_2 = j * \tan(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.141k)}$$

Bu verilenler doğrultusunda Şekil 4.32'de verilmiş bir susturucunun analizlerine geçilebilir. Analizlerde perforasyon empedansını hesaplarken akış olmaması hali için aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2,7]:

$$\zeta = \frac{6 * 10^{-3} + j * 4.8 * 10^{-5} * f}{\sigma} \quad \textbf{(4.142)}$$

Analizlerde perforasyon empedansını hesaplarken akış olması hali için aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2,7]:

$$\zeta = \frac{\frac{0.514 * D_{in} * M}{l * \sigma} + j * 4.8 * 10^{-5} * f}{\sigma} \quad \textbf{(4.143)}$$

Ayrıca hesaplamalarda, ses hızı $c_0 = 348m/s$ ve havanın yoğunluğu $\rho_0 = 1.158kg/m^3$ olarak alınmıştır. Tıkaç (plug) tip susturucunun çapraz akışlı genişleme elemanının transfer matrisi ile çapraz akışlı daralma elemanının transfer matrisi çarpılarak tıkaç tip susturucuya ait genel transfer matris elde edilmektedir.

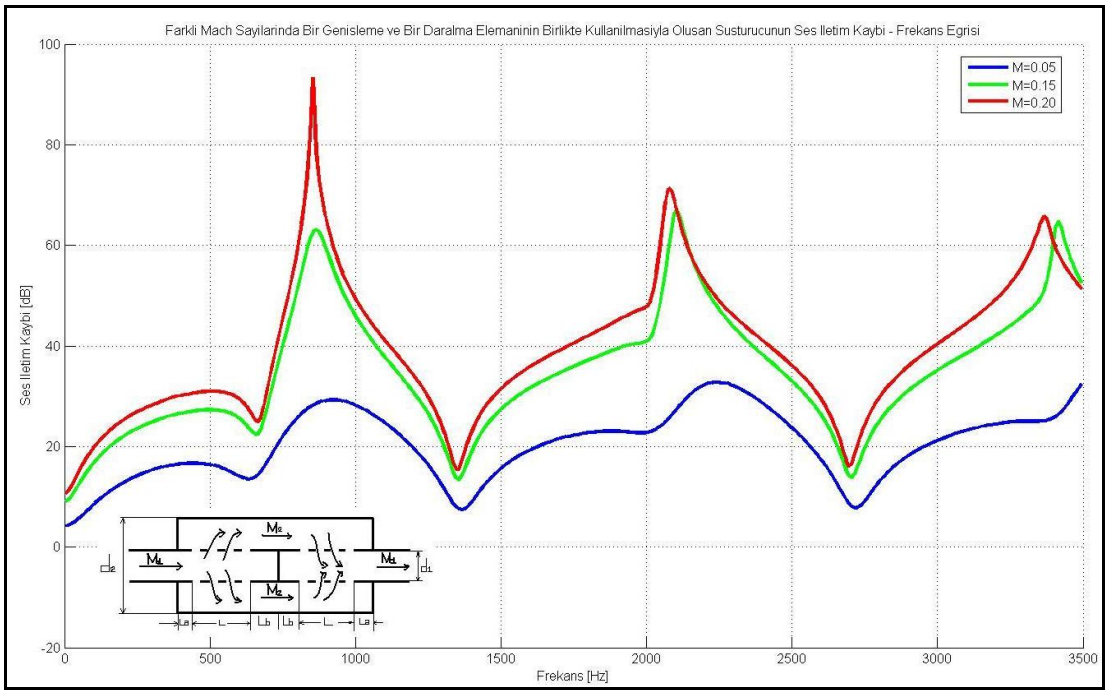
Böylece tüm sistemin genel transfer matrisi aşağıdaki ifade yardımıyla ses iletim kaybının bulunmasında kullanılabilir:

$$TL = 10 * \log_{10}\left(\frac{A_i}{A_0} * \left(\frac{1+M_i}{1+M_o}\right)^2 * \left|\frac{T_a + T_b + T_c + T_d}{2}\right|^2\right) \qquad \textbf{(4.144)}$$

(4.144) denklemiyle verilen "A_i" ve "A_o" sırasıyla susturucunun giriş borusunun kesit alanını ve çıkış borusunun kesit alanını göstermektedir. "M_i" ve "M_o" ise sırasıyla susturucunun girişindeki ve çıkışındaki ortalama akış Mach sayılarını göstermektedir.

Bu susturucunun perfore kısımlarının boyu $l = 0.1286m$, giriş borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_a = 0m$, çıkış borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_b = 0m$, giriş borusunun çapı $d_1 = 0.0493m$, çıkış borusunun çapı $d_3 = 0.0493m$, genişleme odasının çapı $d_2 = 0.1016m$, perfore kısmındaki delik çapı $d_h = 0.003m$, perfore kısmındaki perforasyon oranı $\sigma = \%3.9$ ve perfore kısmındaki perfore elemanın kalınlığı $0.0003m$ olarak kullanılmıştır.

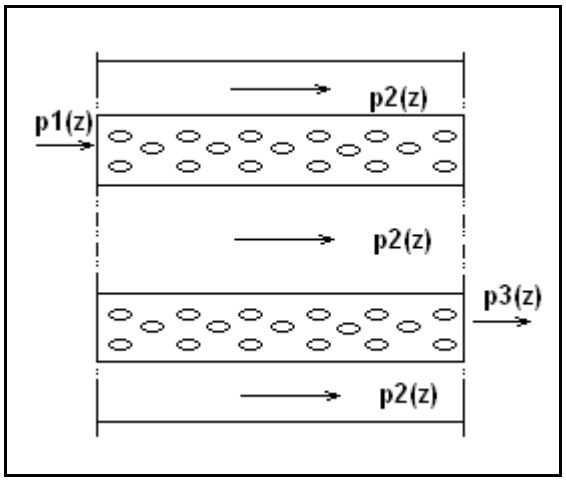
Tıkaç tip susturucularla, dar-band aralığında diğer perfore borulu reaktif susturuculara nazaran daha yüksek ses iletim kayıpları sağlandığından belirli frekanslarda birikmiş gürültülerin giderilmesinde bu tip susturuculardan endüstride sıkça faydalanılmaktadır. Şekil 4.33'de tıkaç tip susturuculardaki genel bir davranış biçimi olarak Mach sayısının artmasıyla ses iletim kayıpları artmakta ve tepeler sivrileşmektedir. Elde edilen bu grafik [7] numaralı referansla tam bir uygunluk içerisindedir.



Şekil 4.33: Tıkaç Tip Susturucunun Farklı Mach Sayılarında Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.4.1.3 Üç Borulu Perfore Susturucuların Analizleri

Bu kısımda bağlı diferansiyel denklemlerin çözülmeleri ile ilgili olarak iki borulu susturucularda yapılan incelemeler üç borulu susturuculara genişletilmiştir. Giriş borusu çıkış borusundan belli bir mesafe uzakta yerleştirilmiştir. Giriş ve çıkış boruları silindirik bir başka boru içine alınmıştır. Bu sistem birbirine bağlı üç kısmi diferansiyel denklemle ifade edilebilmektedir. İlgili sınır koşullarını kullanarak, akış olması ve olmaması hali için bağlı diferansiyel denklemlerin çözümlenmesinde kullanılan genel çözüm prosedürünü izleyerek, dalga yayılımını ifade eden bu üç bağlı kısmi diferansiyel denklem çözümlenebilmektedir. Bu kısımda çapraz akışlı genişleme odasının ve akışı ters döndüren genişleme odasının bulunduğu susturucular analiz edilmiştir. Bağlı diferansiyel denklemlerin çözümlenmesinin sonucunda elde edilecek ifadeler dört kutup parametrelerini türetmek için kullanılmaktadır. Dört kutup parametreleri de sistemin transfer matrisini oluşturmaktadır ve sonuç olarak sistemin akustik performansı hakkında bilgi sahibi olunmasını sağlayan ses iletim kaybı – frekans eğrileri elde edilmektedir [2,7].



Şekil 4.34: Üç Borulu Sistemin Ortak Perfore Kısmı

Böylece, Şekil 4.34'ten faydalanarak üç borulu sistemdeki dalga yayılımını ifade eden denklemler sistemdeki her bir boru için yazılabilir. Bu denklemler sırasıyla her bir boru için kütle korunum ve momentum denklemleridir.

Giriş borusu için kütle korunum ve momentum denklemleri şu şekildedir:

$$\rho_0 * \frac{\partial u_1}{\partial z} + U_1 * \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \frac{4}{d_1} * \rho_0 * u_{1,2} = -\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \qquad \textbf{(4.145)}$$

$$\rho_0 * \frac{Du_1}{Dt} = -\frac{\partial p_1}{\partial z} \qquad \textbf{(4.146)}$$

Çıkış borusu için kütle korunum ve momentum denklemleri şu şekildedir:

$$\rho_0 * \frac{\partial u_3}{\partial z} + U_3 * \frac{\partial \rho_3}{\partial z} + \frac{4}{d_3} * \rho_0 * u_{2,3} = -\frac{\partial \rho_3}{\partial t} \qquad \textbf{(4.147)}$$

$$\rho_0 * \frac{Du_3}{Dt} = -\frac{\partial p_3}{\partial z} \qquad \textbf{(4.148)}$$

Giriş ve çıkış borularını içine alan en dıştaki borunun kütle korunum ve momentum denklemleri de şu şekildedir:

$$\rho_0 * \frac{\partial u_2}{\partial z} + U_2 * \frac{\partial \rho_2}{\partial z} - \frac{4 * d_1}{d_2^2 - d_1^2 - d_3^2} * \rho_0 * u_{1,2} + \frac{4 * d_3}{d_2^2 - d_1^2 - d_3^2} * \rho_0 * u_{2,3} = -\frac{\partial \rho_2}{\partial t} \qquad \textbf{(4.149)}$$

$$\rho_0 * \frac{Du_2}{Dt} = -\frac{\partial p_2}{\partial z} \qquad \textbf{(4.150)}$$

Giriş (birinci boru) ve çıkış (üçüncü boru) borularının arayüzlerindeki radyal momentum denklemleri de şu şekildedir:

$$u_{1,2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho_0 * c_0 * \zeta_1} \tag{4.151}$$

$$u_{2,3} = \frac{p_2 - p_3}{\rho_0 * c_0 * \zeta_2} \tag{4.152}$$

İzentropi (entropi eşitliği) ve (4.145), (4.146), (4.147), (4.148), (4.149), (4.150), (4.151), (4.152) denklemlerinin hepsinin zamana bağlılığının harmonik olduğu kabulleri altında, $\rho_1, \rho_2, \rho_3, u, u_1, u_3, u_{1,2}$ ve $u_{2,3}$ bu denklemlerden elimine edilirse aşağıdaki bağlı diferansiyel denklemlere ulaşılır:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{j * M_1}{1 - M_1^2} * \left(\frac{k_a^2 + k^2}{k} \right) * \frac{d}{dz} + \frac{k_a^2}{1 - M_1^2} \right) * p_1(z)$$

$$+ \left(\frac{j * M_1}{1 - M_1^2} * \left(\frac{k_a^2 - k^2}{k} \right) * \frac{d}{dz} + \frac{k_a^2 - k^2}{1 - M_1^2} \right) * p_2(z) = 0 \tag{4.153}$$

$$\left(\frac{j * M_2}{1 - M_2^2} * \left(\frac{k_b^2 + k^2}{k} \right) * \frac{d}{dz} - \frac{k_b^2 - k^2}{1 - M_2^2} \right) * p_1(z)$$

$$+ \left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{j * M_2}{1 - M_2^2} * \left(\frac{k_b^2 - k_c^2}{k} \right) * \frac{d}{dz} + \frac{k_b^2 + k_c^2 - k^2}{1 - M_2^2} \right) * p_2(z)$$

$$+ \left(\frac{j * M_2}{1 - M_2^2} * \frac{k_c^2 - k^2}{k} * \frac{d}{dz} - \frac{k_c^2 - k^2}{1 - M_2^2} \right) = 0 \tag{4.154}$$

$$\left(\frac{j * M_3}{1 - M_3^2} * \left(\frac{k_d^2 + k^2}{k} \right) * \frac{d}{dz} - \frac{k_d^2 - k^2}{1 - M_3^2} \right) * p_2(z)$$

$$+ \left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{j * M_3}{1 - M_3^2} * \left(\frac{k_d^2 + k^2}{k} \right) * \frac{d}{dz} + \frac{k_d^2}{1 - M_3^2} \right) * p_3(z) = 0 \tag{4.155}$$

(4.153), (4.154), (4.155) ile verilen denklemler birlikte çözülebilmeleri için kolaylık açısından matris formatında şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} D^2+\alpha_1*D+\alpha_2 & \alpha_3*D+\alpha_4 & 0 \\ \alpha_5*D+\alpha_6 & D^2+\alpha_7*D+\alpha_8 & \alpha_9*D+\alpha_{10} \\ 0 & \alpha_{11}*D+\alpha_{12} & D^2+\alpha_{13}*D+\alpha_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(z) \\ p_2(z) \\ p_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.156)}$$

veya

$$[A(D)]\{P\} = \{0\} \quad \textbf{(4.157)}$$

Bu denklemlerde yer alan bilinmeyenler aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_1 = -\frac{j*M_1}{1-M_1^2}*\left(\frac{k_a^2+k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.158)}$$

$$\alpha_2 = \frac{k_a^2}{1-M_1^2} \quad \textbf{(4.159)}$$

$$\alpha_3 = \frac{j*M_1}{1-M_1^2}*\left(\frac{k_a^2-k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.160)}$$

$$\alpha_4 = -\left(\frac{k_a^2-k_0^2}{1-M_1^2}\right) \quad \textbf{(4.161)}$$

$$\alpha_5 = \frac{j*M_2}{1-M_2^2}*\left(\frac{k_b^2-k_0^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.162)}$$

$$\alpha_6 = -\left(\frac{k_b^2-k_0^2}{1-M_2^2}\right) \quad \textbf{(4.163)}$$

$$\alpha_7 = -\frac{j*M_2}{1-M_2^2}*\left(\frac{k_b^2+k_c^2}{k_0}\right) \quad \textbf{(4.164)}$$

$$\alpha_8 = \frac{k_b^2+k_c^2-k_0^2}{1-M_2^2} \quad \textbf{(4.165)}$$

$$\alpha_9 = \frac{j*M_2}{1-M_2^2}*\frac{k_c^2-k_0^2}{k_0} \quad \textbf{(4.166)}$$

$$\alpha_{10} = -\frac{k_c^2-k_0^2}{1-M_2^2} \quad \textbf{(4.167)}$$

$$\alpha_{11} = \frac{j * M_3}{1 - M_3^2} * \frac{k_d^2 - k_0^2}{k_0} \quad \textbf{(4.168)}$$

$$\alpha_{12} = -\frac{k_d^2 - k_0^2}{1 - M_3^2} \quad \textbf{(4.169)}$$

$$\alpha_{13} = \left(\frac{-j * M_3}{1 - M_3^2} \right) * \frac{k_d^2 + k_0^2}{k_0} \quad \textbf{(4.170)}$$

$$\alpha_{14} = \frac{k_d^2}{1 - M_3^2} \quad \textbf{(4.171)}$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0} \quad \textbf{(4.172)}$$

$$M_1 = \frac{U_1}{c_0} \quad \textbf{(4.173)}$$

$$M_2 = \frac{U_2}{c_0} \quad \textbf{(4.174)}$$

$$M_3 = \frac{U_3}{c_0} \quad \textbf{(4.175)}$$

$$k_a^2 = k_0^2 - \frac{j * 4 * k_0}{d_1 * \zeta} \quad \textbf{(4.176)}$$

$$k_b^2 = k_0^2 - \frac{j * 4 * k_0 * d_1}{\left(d_2^2 - d_1^2 - d_3^2 \right) * \zeta_1} \quad \textbf{(4.177)}$$

$$k_c^2 = k_0^2 - \frac{j * 4 * k_0 * d_3}{\left(d_2^2 - d_1^2 - d_3^2 \right) * \zeta_2} \quad \textbf{(4.178)}$$

$$k_d^2 = k_0^2 - \frac{j * 4 * k_0}{d_3 * \zeta_2} \quad \textbf{(4.179)}$$

$$D = \frac{d}{dz} \quad \textbf{(4.180)}$$

(4.156) veya (4.157)'deki ikinci mertebeden denklemler, altı simultane birinci mertebeden denklemlerin kümesi olarak (4.181)'deki gibi düzenlenebilir:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & D & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & D \\ D & 0 & 0 & \alpha_1 * D + \alpha_2 & \alpha_3 * D + \alpha_4 & 0 \\ 0 & D & 0 & \alpha_5 * D + \alpha_6 & \alpha_7 * D + \alpha_8 & \alpha_9 * D + \alpha_{10} \\ 0 & 0 & D & 0 & \alpha_{11} * D + \alpha_{12} & \alpha_{13} * D + \alpha_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.181a)}$$

veya

$$[\Delta]\{y\} = \{0\} \quad \textbf{(4.181b)}$$

$$p_1^{'} = y_1,\ p_2^{'} = y_2,\ p_3^{'} = y_3,\ p_1 = y_4,\ p_2 = y_5 \text{ ve } p_3 = y_6 \quad \textbf{(4.182)}$$

(4.181) ifadesi, Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4, Γ_5, Γ_6 ana değişkenlerine şu şekilde dönüştürülebilir:

$$\begin{bmatrix} D-\beta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D-\beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D-\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D-\beta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D-\beta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D-\beta_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \Gamma_4 \\ \Gamma_5 \\ \Gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.183)}$$

(4.183) denklemindeki β'lar "$|\Delta|$" karakteristik polinomunun kökleridir. Böylece (4.183) denklemiyle bağlı diferansiyel denklemler istenen çözümlenebilecek hale getirilmişlerdir. Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4, Γ_5, Γ_6 ana durum değişkenleri y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 değişkenlerine $[\psi]$ özmatrisi ile bağlıdır.

$$\{y\} = [\psi]\{\Gamma\} \quad \textbf{(4.184)}$$

(4.184) denklemindeki $[\psi]$ değerleri aşağıdaki gibidir:

$$\psi_{1,i} = 1 \quad \textbf{(4.185)}$$

$$\psi_{2,i} = -\frac{\beta_i^2 + \alpha_1 * \beta_i + \alpha_2}{\alpha_3 * \beta_i + \alpha_4} \quad \textbf{(4.186)}$$

$$\psi_{3,i} = \frac{\left(\beta_i^2 + \alpha_1 * \beta_i + \alpha_2\right) * \left(\beta_i^2 + \alpha_7 * \beta_i + \alpha_8\right) - \left(\alpha_3 * \beta_i + \alpha_4\right) * \left(\alpha_5 * \beta_i + \alpha_6\right)}{\left(\alpha_3 * \beta_i + \alpha_4\right) * \left(\alpha_9 * \beta_i + \alpha_{10}\right)} \quad \textbf{(4.187)}$$

$$\psi_{4,i} = \frac{1}{\beta_i} \quad \textbf{(4.188)}$$

$$\psi_{5,i} = \frac{\psi_{2,i}}{\beta_i} \quad \textbf{(4.189)}$$

$$\psi_{6,i} = \frac{\psi_{3,i}}{\beta_i} \quad \textbf{(4.190)}$$

(4.185), (4.186), (4.187), (4.188), (4.189), (4.190) denklemlerinde $i = 1,2,3,4,5,6$'dır.

(4.183) veya (4.184) denkleminin genel çözümü aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Gamma_1(z) = C_1 * e^{\beta_1 * z} \quad \textbf{(4.191)}$$

$$\Gamma_2(z) = C_2 * e^{\beta_2 * z} \quad \textbf{(4.192)}$$

$$\Gamma_3(z) = C_3 * e^{\beta_3 * z} \quad \textbf{(4.193)}$$

$$\Gamma_4(z) = C_4 * e^{\beta_4 * z} \quad \textbf{(4.194)}$$

$$\Gamma_5(z) = C_5 * e^{\beta_5 * z} \quad \textbf{(4.195)}$$

$$\Gamma_6(z) = C_6 * e^{\beta_6 * z} \quad \textbf{(4.196)}$$

$u_1(z)$, $u_2(z)$ ve $u_3(z)$ ifadelerini elde etmek için (4.146), (4.148) ve (4.150) denklemleri kullanılabilir. Böylece aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(z) \\ p_2(z) \\ p_3(z) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(z) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(z) \\ \rho_0 * c_0 * u_3(z) \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.197)}$$

$$A_{1,i} = \psi_{4,i} * e^{\beta_i * z} \quad \textbf{(4.198)}$$

$$A_{2,i} = \psi_{5,i} * e^{\beta_i * z} \tag{4.199}$$

$$A_{3,i} = \psi_{6,i} * e^{\beta_i * z} \tag{4.200}$$

$$A_{4,i} = -\frac{e^{\beta_i * z}}{j * k_0 + M_1 * \beta_i} \tag{4.201}$$

$$A_{5,i} = -\frac{\psi_{2,i} * e^{\beta_i * z}}{j * k_0 + M_2 * \beta_i} \tag{4.202}$$

$$A_{6,i} = -\frac{\psi_{3,i} * e^{\beta_i * z}}{j * k_0 + M_3 * \beta_i} \tag{4.203}$$

Burada, $i = 1,2,3,4,5,6$ ile verilen alt indisler, $[A(z)]$ matrisinin sütunlarını işaret etmektedir. Sonuç olarak, z = 0 noktasındaki basınçlar ve hızlar, z = l noktasındaki basınçlar ve hızlar ile aşağıdaki transfer matrisi ile ilişkilendirilebilirler:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \\ p_3(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_3(0) \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} p_1(l) \\ p_2(l) \\ p_3(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_3(l) \end{bmatrix} \tag{4.204}$$

(4.204) ile verilen 4*4'lük $[T]$ matrisi aşağıdaki gibidir:

$$[T] = [A(0)][A(l)]^{-1} \tag{4.205}$$

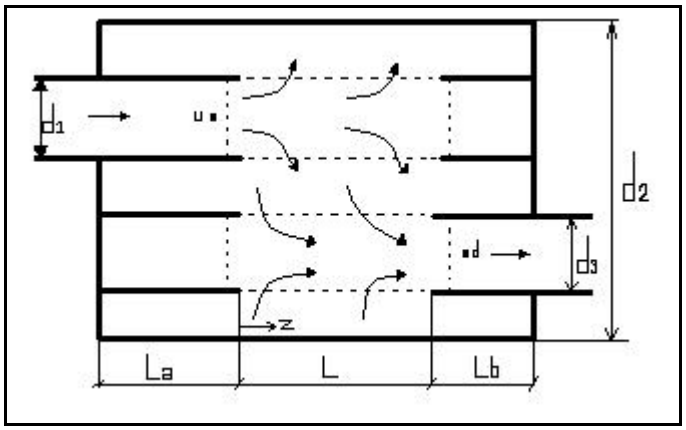
(4.205) ile verilen $[T]$ matrisinden, uygun aşağı akış ve yukarı akış değişkenlerini kullanarak ve elemanın karakteristiğini belirleyen dört sınır koşulunu kullanarak 2*2'lik istenen transfer matrisi elde edilebilir. Bu transfer matrisini belirledikten sonra artık sistemin frekansa göre ses iletim kaybını veren grafikler aşağıdaki bağıntıdan elde edilebilir:

$$TL = 10 * \log_{10}\left(\frac{A_i}{A_0} * \left(\frac{1+M_i}{1+M_o}\right)^2 * \left|\frac{T_a + T_b + T_c + T_d}{2}\right|^2\right) \tag{4.206}$$

(4.206) denklemiyle verilen "A_i" ve "A_o" sırasıyla susturucunun giriş borusunun kesit alanını ve çıkış borusunun kesit alanını göstermektedir. "M_i" ve "M_o" ise sırasıyla susturucunun girişindeki ve çıkışındaki ortalama akış Mach sayılarını göstermektedir.

4.4.1.4 Çapraz Akışlı Üç Borulu Susturucu

Bu tip bir susturucuda aynı eksen üzerinde yer almayan giriş ve çıkış boruları ve bu boruları içinde barındıran bir genişleme odası bulunmaktadır. Borular birbirlerine perfore kısımları boyunca bağlanmaktadır [2].



Şekil 4.35: Çapraz Akışlı Üç Borulu Susturucu

Burada kullanılan çapraz akışlı genişleme elemanının sınır koşulları şu şekildedir [2,7]:

$$Z_2(0) = \frac{p_2(0)}{-u_2(0)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.207)}$$

$$Z_3(0) = \frac{p_3(0)}{-u_3(0)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.208)}$$

$$Z_1(l) = \frac{p_1(l)}{u_1(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.209)}$$

$$Z_2(l) = \frac{p_2(l)}{u_2(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.210)}$$

Transfer matris ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a & T_b \\ T_c & T_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_3(l) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.211)}$$

$$T_a = TT_{1,2} + A_3 * C_3 \quad \textbf{(4.212a)}$$

$$T_b = TT_{1,4} + B_3 * C_3 \quad \textbf{(4.212b)}$$

$$T_c = TT_{3,2} + A_3 * D_3 \quad \textbf{(4.212c)}$$

$$T_d = TT_{3,4} + B_3 * D_3 \quad \textbf{(4.212d)}$$

$$A_3 = \frac{TT_{2,2} * X_2 - TT_{4,2}}{F_2} \quad \textbf{(4.212e)}$$

$$B_3 = \frac{TT_{2,4} * X_2 - TT_{4,4}}{F_2} \quad \textbf{(4.212f)}$$

$$C_3 = TT_{1,1} + X_1 * TT_{1,3} \quad \textbf{(4.212g)}$$

$$D_3 = TT_{3,1} + X_1 * TT_{3,3} \quad \textbf{(4.212h)}$$

$$F_2 = TT_{4,1} + X_1 * TT_{4,3} - X_2 * \left(TT_{2,1} + X_1 * TT_{2,3} \right) \quad \textbf{(4.212i)}$$

(4.212) denklemlerinde kullanılan 4*4'lük ara transfer matrisi şu şekilde tanımlanabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \end{bmatrix} = [TT] \begin{bmatrix} p_2(l) \\ p_3(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_2(l) \\ \rho_0 * c_0 * u_3(l) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.213)}$$

$$TT_{1,1} = T_{1,2} + A_1 * A_2 \quad \textbf{(4.214a)}$$

$$TT_{1,2} = T_{1,3} + B_1 * A_2 \quad \textbf{(4.214b)}$$

$$TT_{1,3} = T_{1,5} + C_1 * A_2 \quad \textbf{(4.214c)}$$

$$TT_{1,4} = T_{1,6} + D_1 * A_2 \quad \textbf{(4.214d)}$$

$$TT_{2,1} = T_{2,2} + A_1 * B_2 \quad \textbf{(4.214e)}$$

$$TT_{2,2} = T_{2,3} + B_1 * B_2 \quad \textbf{(4.214f)}$$

$$TT_{2,3} = T_{2,5} + C_1 * B_2 \quad \textbf{(4.214g)}$$

$$TT_{2,4} = T_{2,6} + D_1 * B_2 \quad \textbf{(4.214h)}$$

$$TT_{3,1} = T_{4,2} + A_1 * C_2 \quad \textbf{(4.214i)}$$

$$TT_{3,2} = T_{4,3} + B_1 * C_2 \quad \textbf{(4.214j)}$$

$$TT_{3,3} = T_{4,5} + C_1 * C_2 \quad \textbf{(4.214k)}$$

$$TT_{3,4} = T_{4,6} + D_1 * C_2 \quad \textbf{(4.214l)}$$

$$TT_{4,1} = T_{5,2} + A_1 * D_2 \quad \textbf{(4.214m)}$$

$$TT_{4,2} = T_{5,3} + B_1 * D_2 \quad \textbf{(4.214n)}$$

$$TT_{4,3} = T_{5,5} + C_1 * D_2 \quad \textbf{(4.214o)}$$

$$TT_{4,4} = T_{5,6} + D_1 * D_2 \quad \textbf{(4.214p)}$$

$$A_1 = \frac{T_{3,2} * X_2 - T_{6,2}}{F_1} \quad \textbf{(4.215)}$$

$$B_1 = \frac{T_{3,3} * X_2 - T_{6,3}}{F_1} \quad \textbf{(4.216)}$$

$$C_1 = \frac{T_{3,5} * X_2 - T_{6,5}}{F_1} \quad \textbf{(4.217)}$$

$$D_1 = \frac{T_{3,6} * X_2 - T_{6,6}}{F_1} \quad \textbf{(4.218)}$$

$$A_2 = T_{1,1} + T_{1,4} * X_1 \quad \textbf{(4.219)}$$

$$B_2 = T_{2,1} + T_{2,4} * X_1 \quad \textbf{(4.220)}$$

$$C_2 = T_{4,1} + T_{4,4} * X_1 \quad \textbf{(4.221)}$$

$$D_2 = T_{5,1} + T_{5,4} * X_1 \quad \textbf{(4.222)}$$

$$F_1 = T_{6,1} + X_1 * T_{6,4} - X_2 * \left(T_{3,1} + X_1 * T_{3,4}\right) \quad \textbf{(4.223)}$$

$$X_1 = j * \tan\left(k_0 * l_b\right) \quad \textbf{(4.224)}$$

$$X_2 = -j * \tan(k_0 * l_a) \tag{4.225}$$

Bu verilenler doğrultusunda Şekil 4.35'te verilmiş bir susturucunun analizlerine geçilebilir. Analizlerde her iki perfore borunun perforasyon empedansını hesaplarken akış olmaması hali için aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2]:

$$\zeta = \frac{6*10^{-3} + j*4.8*10^{-5}*f}{\sigma} \tag{4.226}$$

Analizlerde perforasyon empedansını hesaplarken akış olması hali için aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2]:

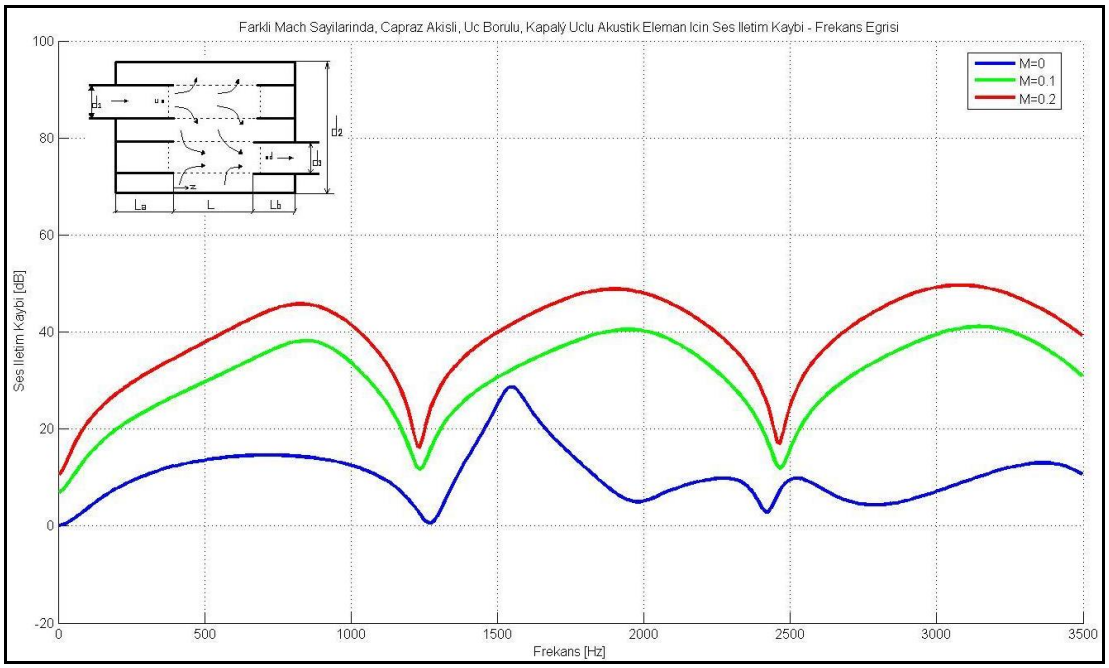
$$\zeta = \frac{\frac{0.514*D_{in}*M}{l*\sigma} + j*4.8*10^{-5}*f}{\sigma} \tag{4.227}$$

Ayrıca hesaplamalarda, ses hızı $c_0 = 348 m/s$ ve havanın yoğunluğu $\rho_0 = 1.158 kg/m^3$ olarak alınmıştır. Böylece tüm sistemin genel transfer matrisi aşağıdaki ifade yardımıyla ses iletim kaybının bulunmasında kullanılabilir:

$$TL = 10*\log_{10}\left(\frac{A_i}{A_0} * \left(\frac{1+M_i}{1+M_o}\right)^2 * \left|\frac{T_a + T_b + T_c + T_d}{2}\right|^2\right) \tag{4.228}$$

(4.228) denklemiyle verilen "A_i" ve "A_o" sırasıyla susturucunun giriş borusunun kesit alanını ve çıkış borusunun kesit alanını göstermektedir. "M_i" ve "M_o" ise sırasıyla susturucunun girişindeki ve çıkışındaki ortalama akış Mach sayılarını göstermektedir.

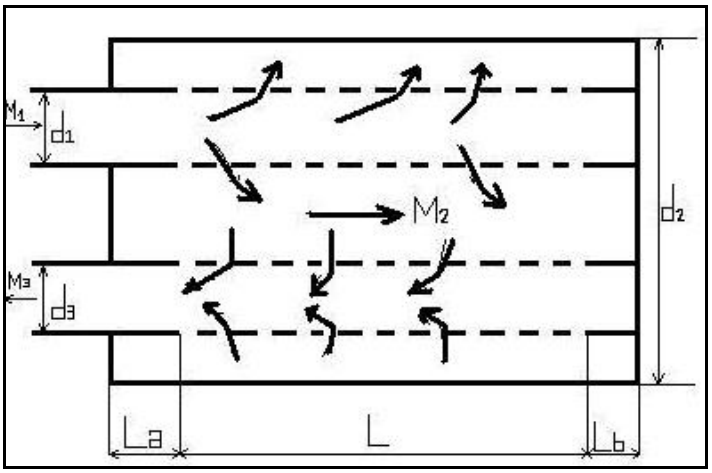
Bu susturucunun perfore kısımlarının boyu $l = 0.1286m$, giriş borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_a = 0.0064m$, çıkış borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_b = 0.0064m$, giriş borusunun çapı $d_1 = 0.0493m$, çıkış borusunun çapı $d_3 = 0.0493m$, genişleme odasının çapı $d_2 = 0.1016m$, perfore kısmındaki delik çapı $d_h = 0.003m$, perfore kısmındaki perforasyon oranı $\sigma = \%3.9$ ve perfore kısmındaki perfore elemanın kalınlığı $0.0003m$ olarak kullanılmıştır. Elde edilen bu grafik [7] numaralı referansla tam bir uygunluk içerisindedir.



Şekil 4.36: Farklı Mach Sayılarında Çapraz Akışlı Üç Borulu Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.4.1.5 Ters Akışlı Üç Borulu Susturucu

Bu tip bir susturucuda aynı eksen üzerinde yer almayan giriş ve çıkış boruları ve bu boruları içinde barındıran bir genişleme odası bulunmaktadır. Borular birbirlerine perfore kısımları boyunca bağlanmaktadır. Boru içindeki akışın, giriş kısımdan perfore kısımlara geçmeye, perfore kısımlardan çıkış borusuna ve buradan da ters yöne döndürülüp çıkışa zorlandığı bir geometri söz konusudur. Çapraz akışa göre ses iletim kaybında artan akustik azalımlar bir avantaj gibi gözükse de, geri basıncı arttırmasıyla başka bir tasarım kriteri açısından dezavantaj sağlamaktadır.



Şekil 4.37: Ters Akışlı Üç Borulu Susturucu

Burada kullanılan ters akışlı genişleme elemanının sınır koşulları şu şekildedir [2] :

$$Z_2(0) = \frac{p_2(0)}{-u_2(0)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.229)}$$

$$Z_1(l) = \frac{p_1(l)}{u_1(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.230)}$$

$$Z_2(l) = \frac{p_2(l)}{u_2(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.231)}$$

$$Z_3(l) = \frac{p_3(l)}{u_3(l)} = -j * \rho_0 * c_0 * \cot(k_0 * l_b) \quad \textbf{(4.232)}$$

Transfer matris ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_1(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a & -T_b \\ T_c & -T_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3(0) \\ \rho_0 * c_0 * u_3(0) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.233)}$$

$$T_a = B_{1,1} * D_{1,1} + B_{1,2} * D_{2,1} + B_{1,3} * D_{3,1} \quad \textbf{(4.234)}$$

$$T_b = B_{1,1} * D_{1,2} + B_{1,2} * D_{2,2} + B_{1,3} * D_{3,2} \quad \textbf{(4.235)}$$

$$T_c = B_{4,1} * D_{1,1} + B_{4,2} * D_{2,1} + B_{4,3} * D_{3,1} \quad \textbf{(4.236)}$$

$$T_d = B_{4,1} * D_{1,2} + B_{4,2} * D_{2,2} + B_{4,3} * D_{3,2} \quad \textbf{(4.237)}$$

$$B_{i1,i2} = T_{i1,i2} + X_1 * T_{i1,i2+3} \quad \textbf{(4.238a)}$$

$$i1 = 1,2,3,4,5,6 \quad \textbf{(4.238b)}$$

$$i2 = 1,2,3 \quad \textbf{(4.238c)}$$

$$X_1 = j * \tan\left(k_0 * l_b\right) \quad \textbf{(4.239)}$$

$$D_{1,1} = C_{1,1} * D_{2,1} + C_{1,2} * D_{3,1} \quad \textbf{(4.240)}$$

$$D_{1,2} = C_{1,1} * D_{2,2} + C_{1,2} * D_{3,2} \quad \textbf{(4.241)}$$

$$D_{2,1} = \frac{C_{3,2}}{F_4} \quad \textbf{(4.242)}$$

$$D_{2,2} = -\frac{C_{2,2}}{F_4} \quad \textbf{(4.243)}$$

$$D_{3,1} = -\frac{C_{3,1}}{F_4} \quad \textbf{(4.244)}$$

$$D_{3,2} = \frac{C_{2,1}}{F_4} \quad \textbf{(4.245)}$$

$$F_4 = C_{2,1} * C_{3,2} - C_{2,2} * C_{3,1} \quad \textbf{(4.246)}$$

$$C_{1,1} = \frac{B_{5,2} - X_2 * B_{2,2}}{F_3} \quad \textbf{(4.247)}$$

$$C_{1,2} = \frac{B_{5,3} - X_2 * B_{2,3}}{F_3} \quad \textbf{(4.248)}$$

$$C_{2,1} = B_{3,2} + C_{1,1} * B_{3,1} \quad \textbf{(4.249)}$$

$$C_{2,2} = B_{3,3} + C_{1,2} * B_{3,1} \quad \textbf{(4.250)}$$

$$C_{3,1} = B_{6,2} + C_{1,1} * B_{6,1} \quad \textbf{(4.251)}$$

$$C_{3,2} = B_{6,3} + C_{1,2} * B_{6,1} \quad \textbf{(4.252)}$$

$$F_3 = X_2 * B_{2,1} - B_{5,1} \quad \textbf{(4.253)}$$

$$X_2 = -j * \tan(k_0 * l_a) \quad \textbf{(4.254)}$$

Bu verilenler doğrultusunda Şekil 4.37'de verilmiş bir susturucunun analizlerine geçilebilir. Analizlerde her iki perfore borunun perforasyon empedansını hesaplarken akış olmaması hali için aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2] :

$$\zeta = \frac{6*10^{-3} + j*4.8*10^{-5} * f}{\sigma} \quad \textbf{(4.255)}$$

Analizlerde perforasyon empedansını hesaplarken akış olması hali için aşağıdaki bağıntıdan yararlanılmıştır [2] :

$$\zeta = \frac{\frac{0.514 * D_{in} * M}{l * \sigma} + j*4.8*10^{-5} * f}{\sigma} \quad \textbf{(4.256)}$$

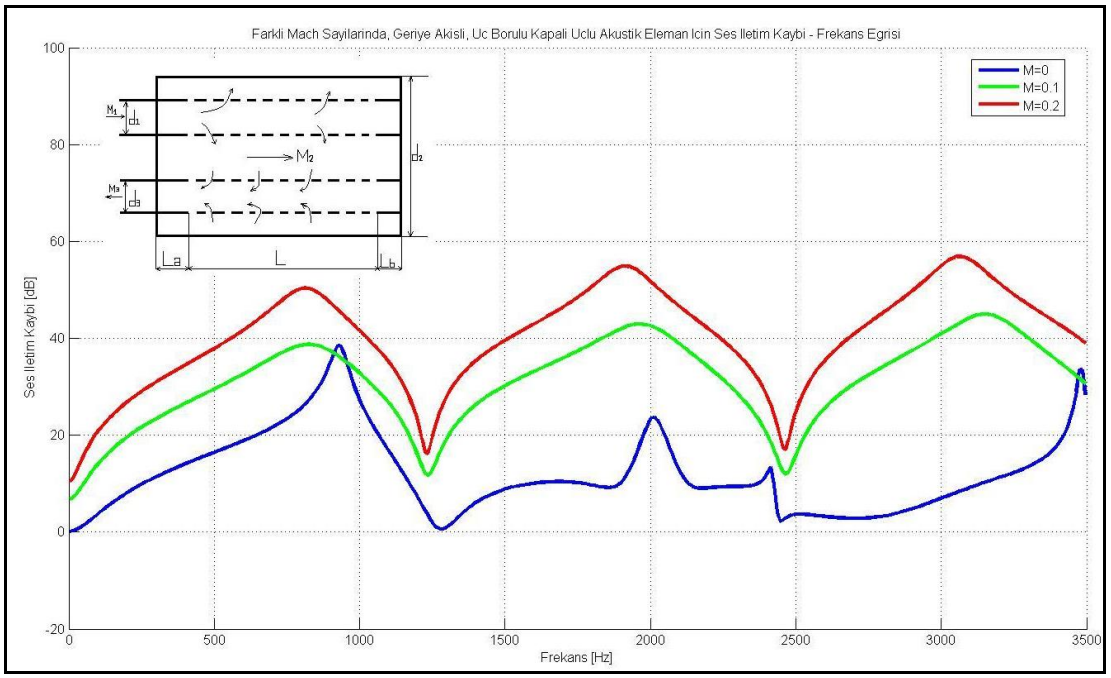
Ayrıca hesaplamalarda, ses hızı $c_0 = 348 m/s$ ve havanın yoğunluğu $\rho_0 = 1.158 kg/m^3$ olarak alınmıştır. Böylece tüm sistemin genel transfer matrisi aşağıdaki ifade yardımıyla ses iletim kaybının bulunmasında kullanılabilir:

$$TL = 10 * \log_{10}\left(\frac{A_i}{A_0} * \left(\frac{1+M_i}{1+M_o} \right)^2 * \left| \frac{T_a - T_b + T_c - T_d}{2} \right|^2 \right) \qquad \textbf{(4.257)}$$

(4.257) denklemiyle verilen "A_i" ve "A_o" sırasıyla susturucunun giriş borusunun kesit alanını ve çıkış borusunun kesit alanını göstermektedir. "M_i" ve "M_o" ise sırasıyla susturucunun girişindeki ve çıkışındaki ortalama akış Mach sayılarını göstermektedir.

Bu susturucunun perfore kısımlarının boyu $l = 0.1286 m$, giriş borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_a = 0.0064 m$, çıkış borusunun içeri doğru uzatılmış kısmı $l_b = 0.0064 m$, giriş borusunun çapı $d_1 = 0.0493 m$, çıkış borusunun çapı $d_3 = 0.0493 m$, genişleme odasının çapı $d_2 = 0.1481 m$, perfore kısmındaki delik çapı $d_h = 0.003 m$, perfore kısmındaki perforasyon oranı $\sigma = \%3.9$ ve perfore kısmındaki perfore elemanın kalınlığı $0.0003 m$ olarak kullanılmıştır.

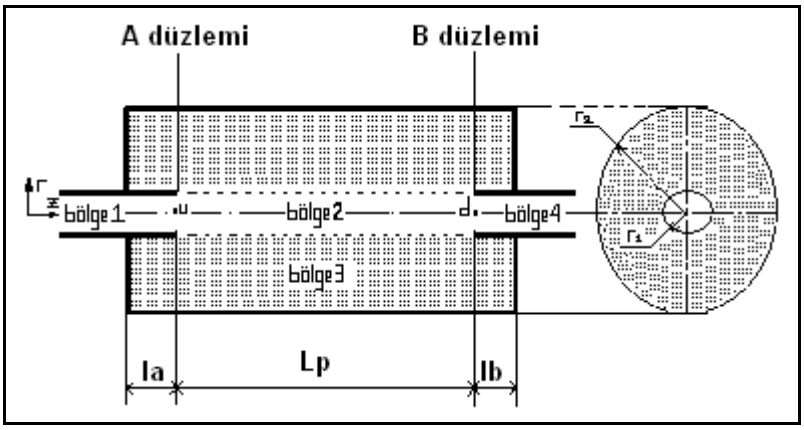
Üç borulu perfore elemanlı susturucularda da Şekil 4.36 ve Şekil 4.38'den görüldüğü gibi dar-band aralığında girişten çıkışa çapraz akış olması durumunda veya geri akış olması durumunda yüksek ses iletim kayıpları elde edilebilmektedir. Geri akış olması durumu sistemin çok karmaşık olması durumunda geri basıncı arttırdığından pek istenmemektedir. Üç borulu her iki sistemde de Mach sayısı arttırıldıkça ses iletim kayıpları da artmaktadır. Elde edilen bu grafik [7] numaralı referansla tam bir uygunluk içerisindedir.



Şekil 4.38: Farklı Mach Sayılarında Ters Akışlı Üç Borulu Susturucu İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

4.5 Sönümlü Tip Susturucuların Analizleri

Sönümlü tip susturucular işleyiş prensipleri bakımından reaktif susturuculardan ayrılmaktadırlar. Sönümlü susturucularda gürültü azaltımı susturucu içerisine yerleştirilmiş ses yutucu malzeme ile gerçekleştirilmektedir [15-17]. Ayrıca sönümlü susturucular da aynı zamanda reaktif susturucularda olduğu gibi akustik enerjinin bir bölümünü kaynağa geri yollamaktadırlar. Sönümlü tip susturucularla ilgili olarak daha detaylı bilgi Bölüm 2'de verilmiştir.



Şekil 4.39: Genişleme Odası Ses Yutucu Malzeme İle Kaplı Sönümlü Susturucu

Şekil 4.39'da gösterildiği gibi "u" yukarı akış noktası ve "d" aşağı akış noktası arasındaki sistemin transfer matrisini elde edebilmek için yapılacak ilk iş, kompleks eksenel dalga sayısının elde edildiği özdenklemi elde etmektir. Daha sonra "A" ve "B" düzlemlerinde integral manada kuvvet dengesini ve hacim hızının sürekliliğini kullanarak, sonlu uzunluk sınır koşulları sisteme dahil edilebilir.

Buna göre ilk aşama olarak geometrisi Şekil 4.39'da verilmiş silindirik sönümlü bir susturucu için özdenklemin elde edilmesine ihtiyaç vardır. Bölge 1, bölge 2 ve bölge 4'te ilerleyen dalgaların hareket denklemleri iki boyutlu konvektif dalga denklemleriyle ifade edilmektedir. Şekil 4.39'daki bölge 2 için dalga denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{1}{a_0^2} * \frac{D^2 p_2}{Dt^2} - \nabla^2 p_2 = 0 \qquad \textbf{(4.258)}$$

Zamana göre değişimin sinüsoidal olduğu kabulü altında (4.258) denklemi konvektif Helmholtz denklemi olarak aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir:

$$(1-M^2) * \frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial p_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 p_2}{\partial r^2} + k_0^2 * p_2 - 2 * j * M * k_0 * \frac{\partial p_2}{\partial z} = 0 \qquad \textbf{(4.259)}$$

Durağan ortam hali için Bölge 3'e karşılık gelen Helmholtz denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\partial^2 p_3}{\partial z^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial p_3}{\partial r} + \frac{\partial^2 p_3}{\partial r^2} + k_w^2 * p_3 = 0 \qquad \textbf{(4.260)}$$

Burada, "k_w" ses yutucu malzemenin kompleks dalga sayısını göstermektedir. Bölge 2'de radyal yönde yayılan dalga sayısı ile eksenel yönde yayılan dalga sayısı arasındaki ilişkiyi sağlayan ifade (4.261)'deki gibidir [24] :

$$k_{r,m,n}^{\pm} = \sqrt{k_0^2 \pm 2 * M * k_0 * k_{z,m,n}^{\pm} - {k_{z,m,n}^{\pm}}^2 * \left(1-M^2\right)} \qquad \textbf{(4.261)}$$

Bölge 3'de ise radyal yönde yayılan dalga sayısı ile eksenel yönde yayılan dalga sayısı arasındaki ilişkiyi sağlayan ifade (4.262)'deki gibidir [24] :

$$k_{z,m,n}^{\pm} = \sqrt{k_w^{\pm 2} - k_{rw}^{\pm\,2}} \qquad \textbf{(4.262)}$$

Burada, "$k_{z,m,n}^{\pm}$" ile verilen ifade eksenel yönde yayılan dalga sayısını göstermektedir. Pozitiflik ileri doğru yayılan dalgayı, negatiflik ise geri yansıyan dalgayı ifade etmektedir. "$k_{r,m,n}^{\pm}$" ile verilen ifade radyal yönde yayılan dalga sayısını göstermektedir. "k_0" ile verilen ifade hava ortamı içindeki dalga sayısını, "k_w" ses yutucu malzemenin bulunduğu ortamdaki dalga sayısını, "k_{rw}" ise ses yutucu malzemenin kapladığı duvarda radyal yöndeki dalga sayısını göstermektedir.

Böylece, Bölge 2 ve Bölge 3'te ilerleyen ve yansıyan dalgaların bulunduğu basınç alanları sırasıyla şu şekilde verilebilir:

$$p(z,r,t) = A^{\pm} * J_0\left(k_r^{\pm} * r\right) * e^{j*(\omega t - k_z^{\pm} z)} \tag{4.263}$$

$$p_w(z,r,t) = B^{\pm} * \left\{ J_0\left(k_{rw}^{\pm} * r\right) + C_b^{\pm} * N_0\left(k_{rw}^{\pm} * r\right) \right\} * e^{j*\left(\omega t - k_z^{\pm} * z\right)} \tag{4.264}$$

Bu basınç alanlarını ifade eden birbirinden bağımsız denklemler, birbirleriyle fiziksel olarak etkileşimde olan Bölge 2 ve Bölge 3'ü tam olarak ifade etmekte yetersizdir. Bundan dolayı genişleme odasındaki birbirine bağlı basınç alanını tam olarak ifade edebilmek için $A^{\pm}$ ve $B^{\pm}$ ile gösterilen basınç genlikleri birbirleri ile ilişkilendirilmiştir. Böylece, halkasal bölgedeki (A ve B düzlemleri arasında) bu birbirine bağlı basınç alanları aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$p_p(z,r) = P_p^{+} * \psi_p^{+}(r) * e^{-jk_z^{+} z} + P_p^{-} * \psi_p^{-}(r) * e^{+jk_z^{-} z} \tag{4.265}$$

Burada, "$\psi_p^{\pm}$" basınç alanının radyal bağımlılığını temsil etmektedir ve bu ifade iki bölge için bölünerek şu şekilde gösterilebilir:

$$\psi_p^{\pm} = \begin{Bmatrix} \psi_{2p}^{\pm}, & 0 < r < r_1 \\ \psi_{3p}^{\pm}, & r_1 < r < r_2 \end{Bmatrix} \tag{4.266}$$

Buradaki $\psi_{2p}^{\pm}$ ve $\psi_{3p}^{\pm}$, Bölge 2 ve Bölge 3 bölgelerindeki basınç genliklerini birbirine bağlı haline gelmesine olanak sağlayan modal özfonksiyonlardır. Aslında, $\psi_{2p}^{\pm}$, $r = r_1$'de birbiriyle etkileşim halinde olan iki bölgenin ilgili basınç genliklerinin oranlarıdır. "η" ile gösterilen radyal parçacık yerdeğişiminin sürekliliğine izin verebilmek için bu iki bölgenin bağlantı yerindeki düzgün basınç farkını

sürdürebilmek gerekmektedir. Basınç düşümü ve sınırdaki radyal parçacık yerdeğişiminin sürekliliği şu şekilde yazılabilir:

$$p(r_1) - p_w(r_1) = Z_p * \rho_0 * c_0 * u_r(r_1) \quad \textbf{(4.267)}$$

Burada,

$$u_r = j * \omega * \eta_r \quad \textbf{(4.268)}$$

Bu ifadeye ek olarak $r = r_1$'de aşağıdaki ifade geçerlidir:

$$\eta_r(r_1) = \eta_{rw}(r_1) \quad \textbf{(4.269)}$$

(4.267) ifadesinde yer alan "Z_p", perfore kısmın boyutsuzlaştırılmış empedansıdır. "$\eta_r(r)$" ve "$\eta_{rw}(r)$" terimleri sırasıyla Bölge 2 ve Bölge 3'teki radyal parçacık yerdeğişimleridir. "$\eta_r(r)$" ve "$\eta_{rw}(r)$" terimleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\eta_r = \frac{1}{\rho_0 * \omega^2 * \left(1\,\mathrm{m}M * \left(\frac{k_z^{\pm}}{k_0}\right)\right)} * \frac{\partial p}{\partial r} \quad \textbf{(4.270)}$$

$$\eta_{rw} = \frac{1}{\rho_w * \omega^2} * \frac{\partial p_w}{\partial r} \quad \textbf{(4.271)}$$

(4.267) denklemini, (4.263) ve (4.264) denklemleriyle birlikte kullanarak, $\frac{A^{\pm}}{B^{\pm}}$ oranı elde edilebilir. Bu da $\psi_{2p}^{\pm}$ modal özfonksiyonuna karşılık gelmektedir. Böylece özfonksiyonlar aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\psi_{2p}^{\pm} = J_0(k_r^{\pm} * r) * \frac{J_0(k_{rw}^{\pm} * r_1) - C_b^{\pm} * N_0(k_{rw}^{\pm} * r_1)}{J_0(k_{rw}^{\pm} * r_1) + j * \frac{Z_p * k_r^{\pm} * k_0 * J_1(k_r^{\pm} * r_1)}{(k_0\,\mathrm{m}M * k_z^{\pm})^2}} \quad \textbf{(4.272)}$$

$$\psi_{3p}^{\pm} = J_0(k_{rw}^{\pm} * r_1) - C_b^{\pm} * N_0(k_{rw}^{\pm} * r_1) \quad \textbf{(4.273)}$$

Yukarıdaki denklemlerde yer alan $C_b^{\pm}$ ifadesi şu şekilde yazılabilir:

$$C_b^{\pm} = -\frac{J_1(k_{rw}^{\pm} * r_2)}{N_1(k_{rw}^{\pm} * r_2)} \tag{4.274}$$

(4.270) ve (4.271) denklemleri, (4.269) yerdeğişim sürekliliği denkleminde kullanılarak $A^{\pm}$ ve $B^{\pm}$ arasındaki bir başka ilişki elde edilebilir. Böylece bu sabit terimler elimine edilerek aşağıdaki özdenklem elde edilebilir:

$$\left(\frac{k_{rw}^{\pm}}{k_r^{\pm}}\right) * \left(\frac{\left(1\mathrm{m}M * \left(k_z^{\pm}/k_0\right)\right)^2 * J_0\left(k_r^{\pm} * r_1\right)}{J_1(k_r^{\pm} * r_1)} + j * \frac{Z_p * k_r}{k_0} \right)$$

$$-\left(\frac{\rho_w}{\rho_0}\right) * \frac{J_0(k_{rw}^{\pm} * r_1) + C_b^{\pm} * N_0(k_{rw}^{\pm} * r_1)}{J_1(k_{rw}^{\pm} * r_1) + C_b^{\pm} * N_1(k_{rw}^{\pm} * r_1)} = 0 \tag{4.275}$$

Bu özdenklem akış olması halini ve ses yutucu malzeme ile kaplı genişleme odasını ve bu bölge ile iç boruyu etkileşim haline sokan perfore elemanı içermektedir. Özdenklem, "Z_p" ile verilen perfore elemanın empedansını, "ρ_w" ile verilen ses yutucu malzemenin yoğunluğunu, "ρ_0" ile verilen havanın empedansını, "J_0" sıfırıncı mertebe Bessel fonksiyonunu, "J_1" birinci mertebe Bessel fonksiyonunu, "N_0" sıfırıncı mertebe Neumann fonksiyonunu, "N_1" birinci mertebe Neumann fonksiyonunu içermektedir. Bu denklem Newton-Raphson veya Secant Yöntemleri kullanılarak kompleks eksenel dalga sayısı için çözülmektedir. Burada çözüm prosedürü izlenirken dikkat edilmesi gereken nokta, ilk önce akış olmaması hali için özdenklemi çözüp kompleks dalga sayılarını bulmak daha sonra da bu değerleri akış halinin bulunması durumu için aynı çözüm prosedüründe tekrarlayıp son kompleks dalga sayılarına ulaşmaktır.

Özdenklemin çözümünden sonra dört kutup parametrelerinin türetilmesine geçilebilir. Bölge 1 ve Bölge 4'teki düzlemsel dalga yayılımı, bu bölgelerdeki ses basınç alanlarının aşağıdaki denklemlerle ifade edilmesine olanak sağlamaktadır:

$$p_1(z,r) = P_1^{+} * e^{-j*k_{1z}^{+}*z} + P_1^{-} * e^{+j*k_{1z}^{-}*z} \tag{4.276}$$

$$p_4(z',r) = P_4^{+} * e^{-j*k_{4z}^{+}*z'} \tag{4.277}$$

"z'" Bölge 4'ün başlangıç noktası olan "d" noktasından itibaren ölçülmektedir. Sistemde egzos uç kısmının ekosuz olduğu yani uç kısımdan yansıyan dalganın bulunmadığı kabul edilmiştir, bundan dolayı dört kutup parametresinin türetilmesi için "$P_4 = 0$" olarak alınmaktadır. A düzleminde kuvvet denge denklemi (4.278) ile verilmektedir:

$$S_1 * \left(P_1^+ + P_1^-\right) = P_p^+ * S_2^+ + P_p^- * S_2^- \qquad \textbf{(4.278)}$$

B düzleminde kuvvet denge denklemi de (4.279) ile verilmektedir:

$$S_4 * P_4^+ = P_p^+ * S_2^+ * e^{-j*k_z^+*l_p} + P_p^- * S_2^- * e^{+j*k_z^-*l_p} \qquad \textbf{(4.279)}$$

Yukarıdaki denklemlerdeki bilinmeyen bazı ifadelerin açık hali aşağıdaki gibidir:

$$S_1 = \pi * r_1^2 \qquad \textbf{(4.280)}$$

$$S_4 = \pi * r_4^2 \qquad \textbf{(4.281)}$$

$$S_2^+ = 2\pi * \int_0^{r_1} \psi_{2p}^+(r) * r * dr \qquad \textbf{(4.282)}$$

$$S_2^- = 2\pi * \int_0^{r_1} \psi_{2p}^-(r) * r * dr \qquad \textbf{(4.283)}$$

Bu açıklamaların ışığında (4.278) ve (4.279) denklemleri tekrar yazılabilir:

$$p_1 = P_p^+ * \left(\frac{S_2^+}{S_1}\right) + P_p^- * \left(\frac{S_2^-}{S_1}\right) \qquad \textbf{(4.284)}$$

$$p_4 = P_p^+ * \left(\frac{S_2^+}{S_4}\right) * e^{-j*k_z^+*l_p} + P_p^- * \left(\frac{S_2^-}{S_4}\right) * e^{+j*k_z^-*l_p} \qquad \textbf{(4.285)}$$

İlerleyen dalga için Bölge 2'de Euler denkleminden parçacık hızı aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\rho_0 * \frac{Du_2^+}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} \qquad \textbf{(4.286)}$$

veya

$$j*\omega*\rho_0*\left(1-\frac{U}{\omega}*k_z^+\right)*u_2^+ = P_p^+ *\psi_{2p}^+ *(j*k_z^+) \quad \textbf{(4.287)}$$

(4.287) denklemindeki "U" akışkanın akış hızını temsil etmektedir. Böylece aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$u_2^+ = P_p^+ *\psi_{2p}^+ *\frac{k_z^+/k_0}{\rho_0*c_0*(1-M*k_z^+/k_0)} \quad \textbf{(4.288)}$$

Böylece, ilerleyen ve yansıyan dalgaların Bölge 2'deki denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$u_2^+ = P_p^+ *\psi_{2p}^+ *\alpha_2^\pm \quad \textbf{(4.289)}$$

$$\alpha_2^\pm = \frac{k_z^+/k_0}{\rho_0*c_0*(1\mathrm{m}M*\left(k_z^+/k_0\right))} \quad \textbf{(4.290)}$$

Benzer olarak, Bölge 3'de akış etkisinin olmadığı kabulü altında, ilerleyen ve geri yansıyan dalgaların parçacık hızları şu şekilde yazılır:

$$u_3^\pm = P_p^\pm *\psi_{3p}^\pm *\alpha_3^\pm \quad \textbf{(4.291)}$$

Burada;

$$\alpha_3^\pm = \left(\frac{k_z^\pm/k_0}{\rho_0*c_0}\right)*\left(\frac{\rho_0}{\rho_w}\right) \quad \textbf{(4.292)}$$

"A" düzlemindeki halkasal kısmın yukarı akış yönünde parçacık hızı aşağıdaki gibidir:

$$u(l_a,r) = \frac{p_p(l_a,r)}{Z_a(l_a)} \quad \textbf{(4.293)}$$

Burada "$Z_a(l_a)$", Bölge 3'de A düzleminde ses dalgasının karşı karşıya kaldığı normal empedanstır. Şekil 4.39'da bu nokta sol uç plakadan eksenel yönde "l_a" kadar uzaklıkta olarak verilmiştir. Böylece hacim hızı aşağıdaki ifade ile verilebilir:

$$\upsilon_{l_a} = 2\pi * \int_{r_1}^{r_2} u(l_a, r) * r * dr = \frac{2\pi}{Z_a(l_a)} * \int_{r_1}^{r_2} p_p(l_a, r) * r * dr \quad \textbf{(4.294)}$$

Burada $p_p(l_a, r)$ ve $u(l_a, r)$, Şekil 4.39'dan da görüldüğü gibi "r" radyal uzaklığın bir fonksiyonu olarak sol uç plakadan eksenel yönde "l_a" kadar uzaklıkta sırasıyla basınç ve parçacık hızıdır. "A" düzleminde hacim hızının sürekliliğini dikkate alarak şu ifade elde edilebilir:

$$\frac{S_1}{\rho_0 * c_0} * (P_1^+ - P_1^-) = \int_{S_2} (u_2^+ - u_2^-) * dS + \int_{S_3} \left(\frac{P_p^+ * \psi_{3p}^+}{Z_a} - \frac{P_p^- * \psi_{3p}^-}{Z_a} \right) * dS \quad \textbf{(4.295)}$$

(4.295) ile verilen eşitliğin sağ tarafı iki bölüme ayrılabilir: ilerleyen dalganın hacim hızı ve geri yansıyan dalganın hacim hızı. Böylece, aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$\frac{S_1}{\rho_0 * c_0} * (P_1^+ - P_1^-) = Volume^+ - Volume^- \quad \textbf{(4.296)}$$

(4.296) denklemindeki bilinmeyenler şu şekildedir:

$$Volume^+ = P_p^+ * \left(\int_0^{r_1} (\alpha_2^+ * \psi_{2p}^+ + \frac{1}{Z_a} * \psi_{3p}^+) * 2\pi r * dr \right) \quad \textbf{(4.297)}$$

$$Volume^- = P_p^- * \left(\int_0^{r_1} (\alpha_2^- * \psi_{2p}^- + \frac{1}{Z_a} * \psi_{3p}^-) * 2\pi r * dr \right) \quad \textbf{(4.298)}$$

Böylece, "A" düzlemindeki hacim hızının süreklilik denklemi akustik değişkenler cinsinden şu şekilde yazılabilir:

$$\upsilon_1 = P_p^+ * \left(\alpha_2^+ * S_2^+ + \frac{1}{Z_a} * S_3^+ \right) - P_p^- * \left(\alpha_2^- * S_2^- + \frac{1}{Z_a} * S_3^- \right) \quad \textbf{(4.299)}$$

Benzer olarak "B" düzlemindeki hacim hızının sürekliliği şu şekilde ifade edilebilir:

$$\upsilon_4 = P_p^+ * \left(\alpha_2^+ * S_2^+ - \frac{1}{Z_b} * S_3^+ \right) * e^{\left(-j * k_z^+ * l_p\right)} - P_p^- * \left(\alpha_2^- * S_2^- - \frac{1}{Z_b} * S_3^- \right) * e^{\left(+j * k_z^- * l_p\right)} \quad \textbf{(4.300)}$$

Yukardaki denklemlerde "$S_2^{\pm}$" ifadesi (4.282) ve (4.283) denklemleriyle verilmiştir. "$S_3^{\pm}$" ifadesi de aşağıdaki gibidir:

$$S_3^+ = 2\pi * \int_{r_1}^{r_2} \psi_{3p}^+(r) * r * dr \tag{4.301}$$

$$S_3^- = 2\pi * \int_{r_1}^{r_2} \psi_{3p}^-(r) * r * dr \tag{4.302}$$

Artık (4.284) ve (4.299) denklemleri kullanılarak durum değişkenleri kapalı bir formda şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ \upsilon_1 \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} P_p^+ \\ P_p^- \end{Bmatrix} \tag{4.303}$$

(4.303) denklemindeki $[A]$ matrisi aşağıdaki gibidir:

$$[A] = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_2^+}{S_1}\right) & \left(\frac{S_2^-}{S_1}\right) \\ \left(\alpha_2^+ * S_2^+ + \frac{1}{Z_a} * S_3^+\right) & -\left(\alpha_2^- * S_2^- + \frac{1}{Z_a} * S_3^-\right) \end{bmatrix} \tag{4.304}$$

Benzer şekilde, (4.285) ve (4.300) denklemleri kullanılarak Bölge 4'ün girişindeki durum değişkenleri ile Bölge 2'deki ilerleyen ve geri yansıyan dalgaların basınç genlikleri şu şekilde ilişkilendirilebilir:

$$\begin{Bmatrix} p_4 \\ \upsilon_4 \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} P_p^+ \\ P_p^- \end{Bmatrix} \tag{4.305}$$

(4.305) denklemindeki $[B]$ matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\left[B\right]=\begin{bmatrix} \left(\frac{S_2^+}{S_4}\right)*e^{-jk_z^+l_p} & \left(\frac{S_2^-}{S_4}\right)*e^{+jk_z^-l_p} \\ \left(\alpha_2^+*S_2^+-\frac{1}{Z_b}*S_3^+\right)*e^{-jk_z^+l_p} & -\left(\alpha_2^-*S_2^--\frac{1}{Z_b}*S_3^-\right)*e^{+jk_z^-l_p} \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.306)}$$

Böylece, Şekil 4.39'daki "u" ile gösterilen yukarı akış yönündeki ve "d" ile gösterilen aşağı akış yönündeki akustik değişkenleri ilişkilendirebilmek için (4.303) ve (4.305) ifadelerinden "$P_p^{\pm}$" ile verilen basınç genliklerini elimine etmek gerekmektedir.

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ \upsilon_1 \end{Bmatrix}=\left[TM\right]\begin{Bmatrix} p_4 \\ \upsilon_4 \end{Bmatrix} \quad \textbf{(4.307)}$$

Burada,

$$\left[TM\right]=\left[A\right]\left[B\right]^{-1} \quad \textbf{(4.308)}$$

Perfore kısmın yukarı uç ve aşağı uç noktalarının arasındaki bu transfer matris, yukarı akış yönündeki ve aşağı akış yönündeki düzgün silindirik boruların transfer matrisleriyle birleştirilerek sistemi tam olarak ifade eden toplam transfer matris elde edilebilir. Ses iletim kaybı toplam transfer matrisin dört kutup parametresinden hesaplanabilir.

Bu noktada, perfore tüpün iki ucundaki halkasal alanların etkisini incelemek en kritik yerdir. Eğer bu kısımların uzunluğu sıfıra eşit olursa, "Z_a" ve "Z_b" empedansları sonsuz olmaktadır. Böylece A ve B matrisleri aşağıdaki formu almaktadırlar:

$$\left[A\right]=\begin{bmatrix} \left(\frac{S_2^+}{S_1}\right) & \left(\frac{S_2^-}{S_1}\right) \\ \left(\alpha_2^+*S_2^+\right) & -\left(\alpha_2^-*S_2^-\right) \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.309)}$$

$$\left[B\right]=\begin{bmatrix} \left(\frac{S_2^+}{S_4}\right)*e^{-jk_z^+l_p} & \left(\frac{S_2^-}{S_4}\right)*e^{+jk_z^-l_p} \\ \left(\alpha_2^+*S_2^+\right)*e^{-jk_z^+l_p} & -\left(\alpha_2^-*S_2^-\right)*e^{+jk_z^-l_p} \end{bmatrix} \tag{4.310}$$

(4.308) denklemi kullanılarak ve $S_1=S_4$ eşitliği olduğu kabulü altında, genişleme odası ses yutucu malzeme ile kaplı basit bir susturucunun genel transfer matrisi aşağıdaki hale gelmektedir:

$$[TM]=\begin{bmatrix} \frac{\alpha_2^-*e^{\left(+j*k_z^+*l_p\right)}}{\alpha_2^-+\alpha_2^+} & \frac{e^{\left(+j*k_z^+*l_p\right)}-e^{\left(-j*k_z^-*l_p\right)}}{S_1*\left(\alpha_2^-+\alpha_2^+\right)} \\ \frac{\alpha_2^-*\alpha_2^+*S_1*\left(e^{\left(+j*k_z^+*l_p\right)}-e^{\left(-j*k_z^-*l_p\right)}\right)}{\alpha_2^-+\alpha_2^+} & \frac{\alpha_2^-*e^{\left(+j*k_z^+*l_p\right)}+\alpha_2^+*e^{\left(-j*k_z^-*l_p\right)}}{\alpha_2^-+\alpha_2^+} \end{bmatrix} \tag{4.311}$$

(4.311) ifadesinden de açıkça görülebildiği gibi genişleme odasına giriş ve çıkış borularını bağlayan merkez borunun perfore olmayan kısımlarının uzunlukları olan "l_a" ve " l_b" sıfır ise, transfer matrisini oluşturan dört kutup parametreleri S_2^+ ve S_2^- ifadelerinden bağımsızdırlar. Hesaplamalarda ses yutucu malzemenin empedansı "Y_w" ile havanın karakteristik empedansı "Y_0" arasında kullanılan bağıntı aşağıdaki gibidir [16,17]:

$$\frac{Y_w}{Y_0}=\left(1+0.0855*\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.754}\right)+j*\left(-0.0765*\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.732}\right) \tag{4.312}$$

Hesaplamalarda ses yutucu malzemedeki kompleks dalga sayısı "k_w" ile hava ortamındaki dalga sayısı "k_0" arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir [24,25]:

$$\frac{k_w}{k_0}=\left(1+0.1472*\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.577}\right)+j*\left(-0.1734*\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.595}\right) \tag{4.313}$$

Ayrıca, ses yutucu malzemelerle karşı karşıya gelen perfore kısmın empedansı şu şekilde verilmektedir:

$$Z_p=\frac{7.337*10^{-3}*\left(1+72.23*M\right)}{\sigma}$$

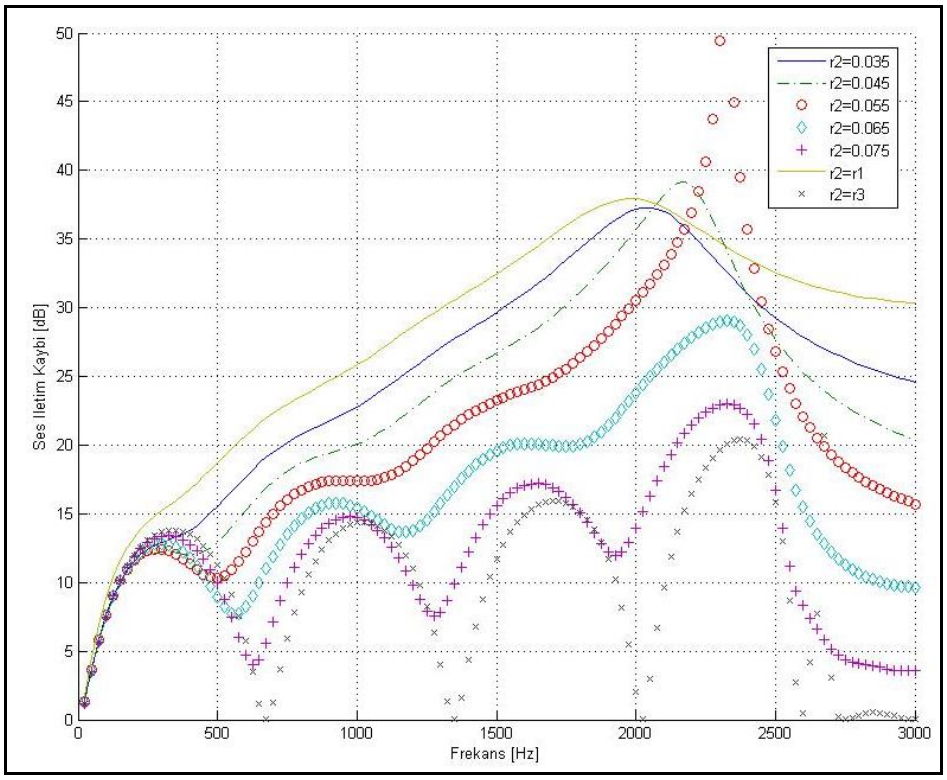
$$+\frac{j*2.2245*10^{-5}*(1+51*t_w)*\left(1+102*d_h*\left(1+\frac{Y_w}{Y_0}*\frac{k_w}{k_0}\right)\right)*f}{\sigma} \quad \textbf{(4.314)}$$

4.40, 4.41, 4.42, 4.43, 4.44, 4.45 ve 4.46 grafiklerindeki sönümlü tip susturucuların akustik analizlerinde aşağıda verilen boyutlara sahip susturucu kullanılmıştır:

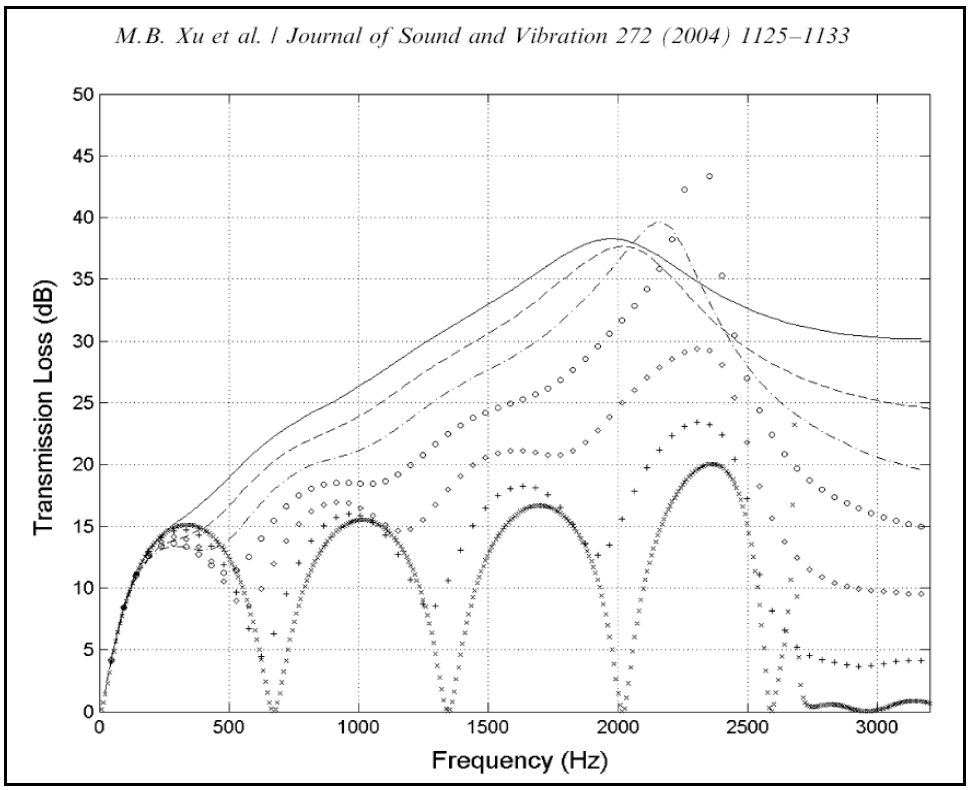
Genişleme odasının boyu $L = 0.2572m$, giriş borusunun yarıçapı $r_1 = 0.0245m$, ses yutucu malzemenin kalınlığı $r_2 = 0.0245m$, genişleme odasının yarıçapı $r_3 = 0.0822m$, perforasyon oranı σ=%8, perfore delik çapı $d_h = 0.00249m$, perfore kısmın kalınlığı $t_w = 0.0009m$, ses yutucu malzemenin akış direnci $R = 4896Rayls/m$.

4.47 grafiğindeki sönümlü tip susturucunun akustik analizinde aşağıda verilen boyutlara sahip susturucu kullanılmıştır:

Perfore kısmın boyu $L_p = 0.0315m$, perfore kısma giriş borusundan uzatılmış bölümün uzunluğu $L_a = 0$, perfore kısma çıkış borusundan uzatılmış bölümün uzunluğu $L_b = 0$, giriş borusunun yarıçapı $r_1 = 0.038m$, genişleme odasının yarıçapı $r_2 = 0.076m$, perforasyon oranı σ=%26.3, perfore delik çapı $d_h = 0.0035m$, perfore kısmın kalınlığı $t_w = 0.001m$, ses yutucu malzemenin akış direnci $R = 30700Pa*s/m^2$.



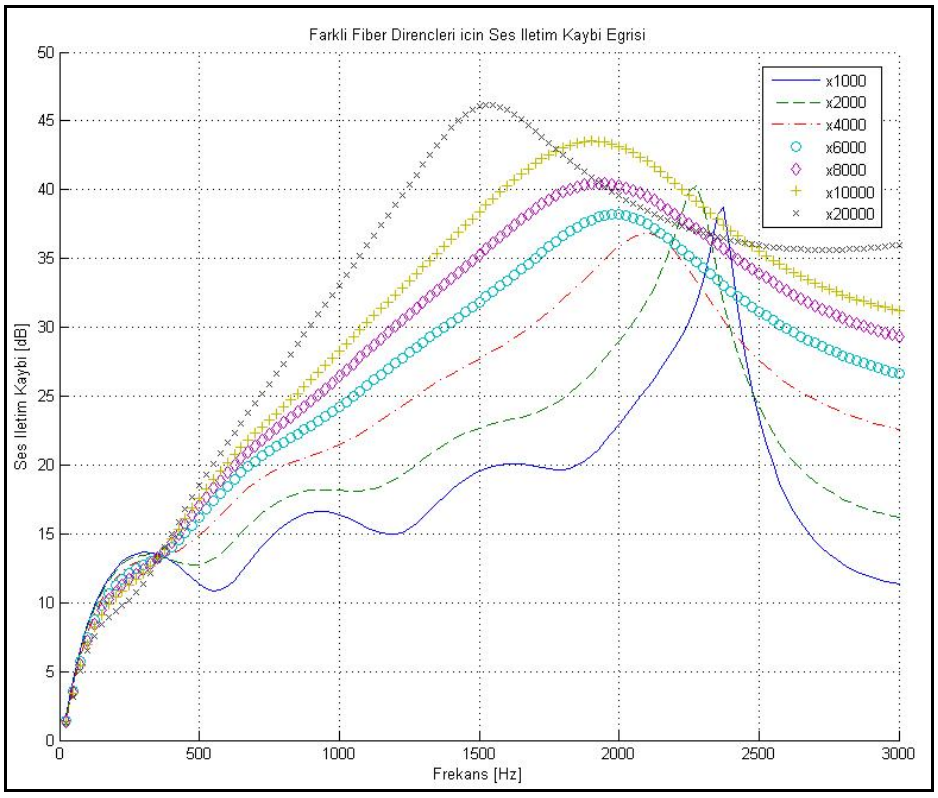
Şekil 4.40a: Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



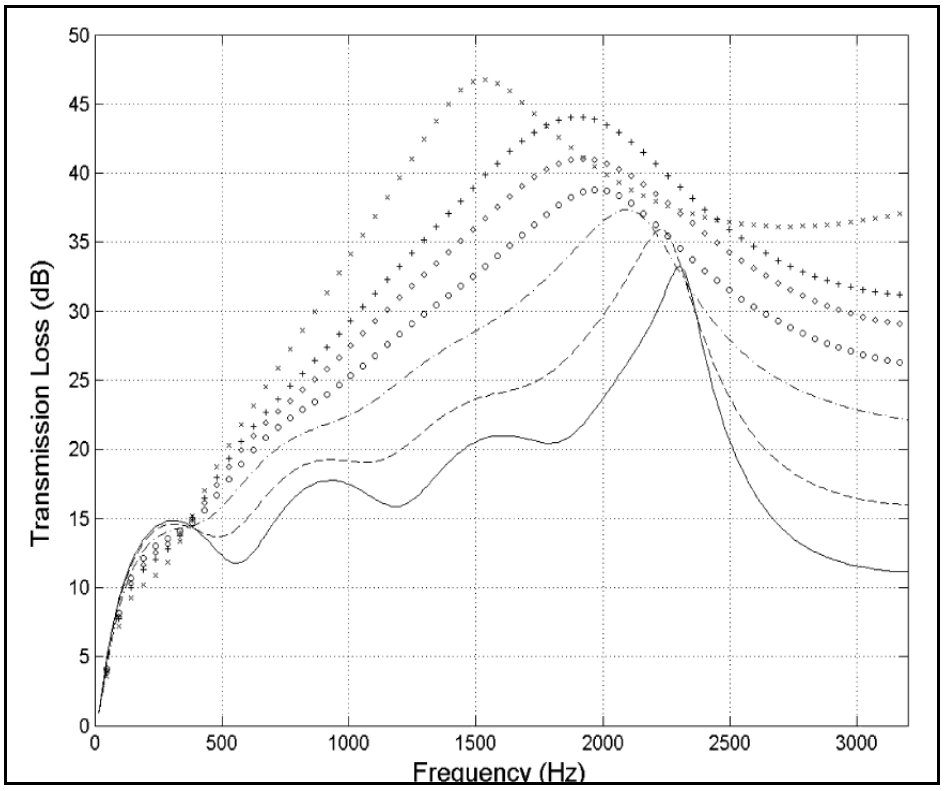
Şekil 4.40b: Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [15]

Genişleme odası aynı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı, aynı genişleme odası çaplarındaki fakat farklı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki sönümlü susturucular için yapılmış akustik analizlerde ses yutucu malzemenin kalınlığı arttırıldıkça susturucunun geniş-band aralığında ses iletim kaybının arttığı sonucu elde edilmiştir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.40 ile verilmiştir. Buna göre, düşük frekans alanında çok iyi bir ses iletim kaybı sağlayamamasına karşın yüksek frekans alanında yüksek ses iletim kayıpları sağlamaktadır. Bu durum sönümlü tip susturucuların genel akustik karakteristiği olarak ortaya çıkmaktadır.

Genişleme odası farklı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı, aynı genişleme odası çaplarındaki ve aynı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki sönümlü susturucular için yapılmış akustik analizlerde ses yutucu malzemenin akış dirençliliği arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının arttığı görülmüştür. Reaktif tip susturuculardan farklı olarak ses iletim kayıpları frekanslara yayılı olarak daha sürekli bir davranış göstermektedir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.41 ile verilmiştir.

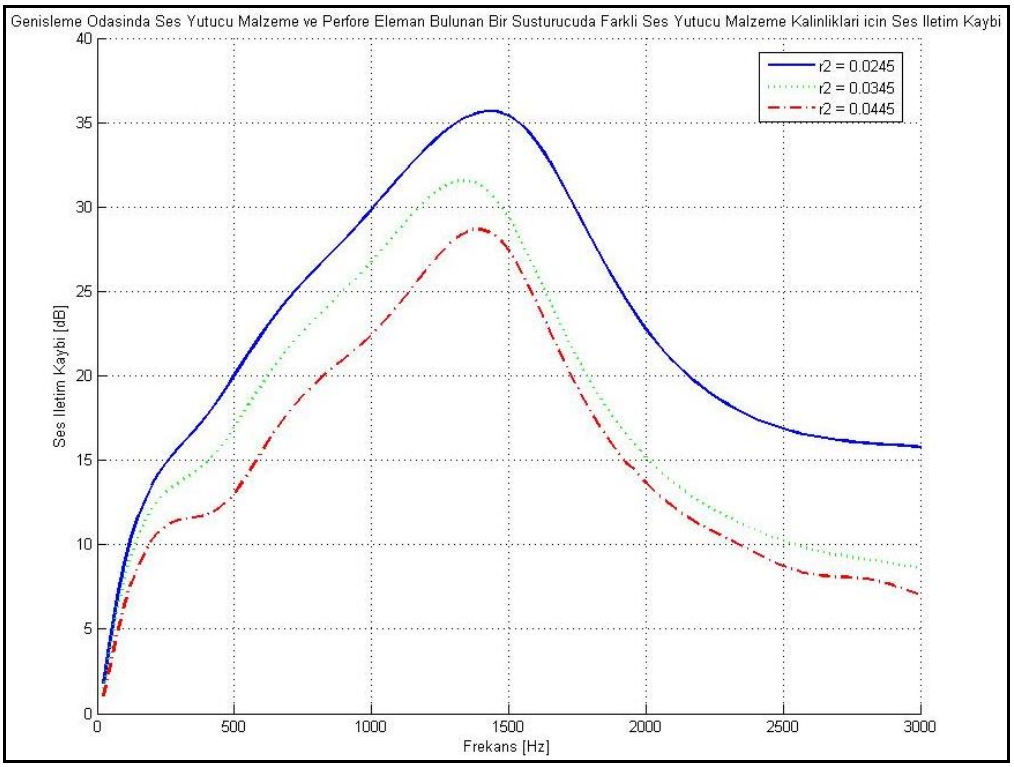


Şekil 4.41a: Farklı Lif Akış Dirençlilikleri İçin Ses Yutucu Malzeme İle Kaplı Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

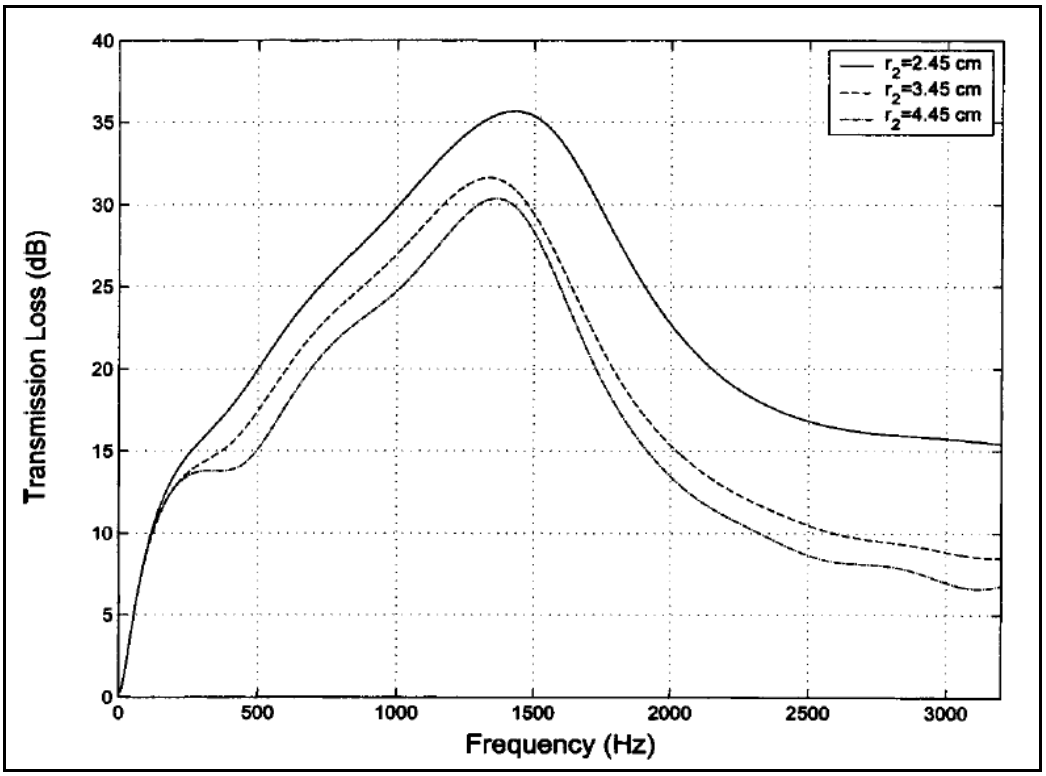


Şekil 4.41b: Farklı Lif Akış Dirençlilikleri İçin Ses Yutucu Malzeme İle Kaplı Sönümlü Susturucunun Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [15]

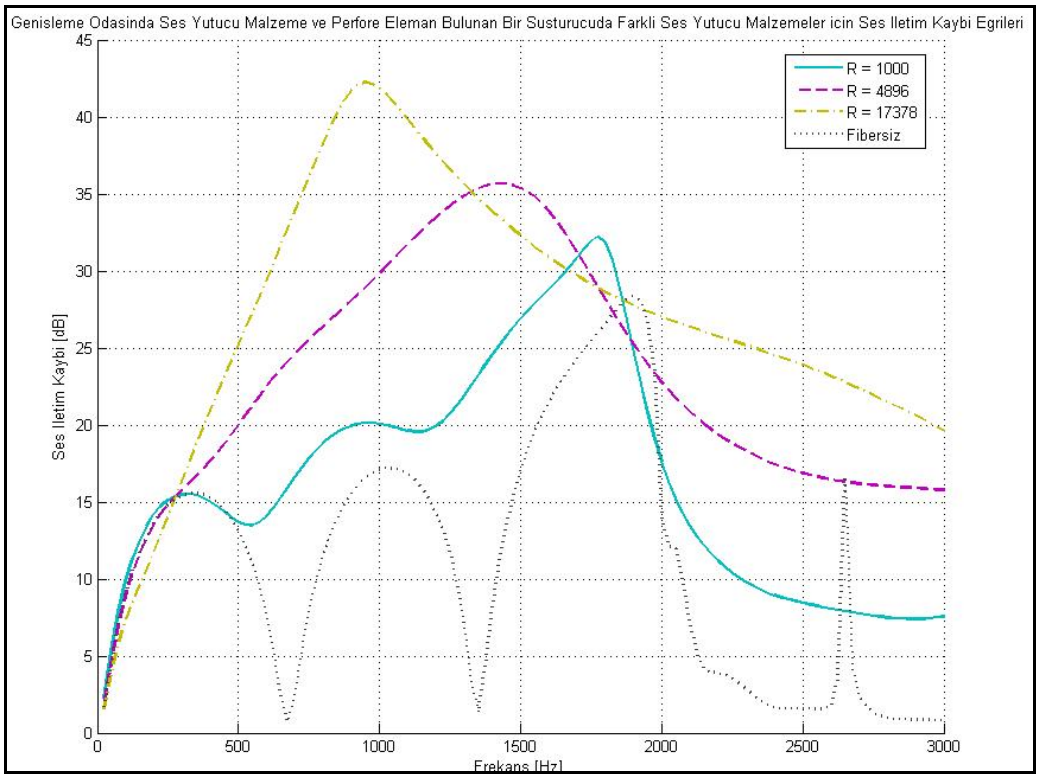
Genişleme odası aynı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı, aynı genişleme odası çaplarındaki fakat farklı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki hibrit tip susturucular için yapılmış akustik analizlerde ses yutucu malzemenin kalınlığı arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının genel bir davranış olarak düşük ve orta frekans alanlarında arttığı görülmüştür. Sönümlü tip susturuculardа kullanılan elemanlara ek olarak burada akustik yutucu özelliğe sahip liflerin sarıldığı perfore bir boru genişleme odasının merkezinden geçmektedir. Hibrit tip susturuculardа reaktif ve sönümlü tip elemanlar birlikte kullanıldığından her iki susturucu tipinin özelliklerinden farklı bir durum ortaya çıkmaktadır. Bu çıkan önemli sonuç ile özellikle, düşük ve orta frekans alanında gürültü problemlerinin görüldüğü egzos sistemlerinde gürültünün giderilmesi için verimli olarak hibrit susturucuların kullanılabileceği gösterilmiştir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.42 ile verilmiştir.



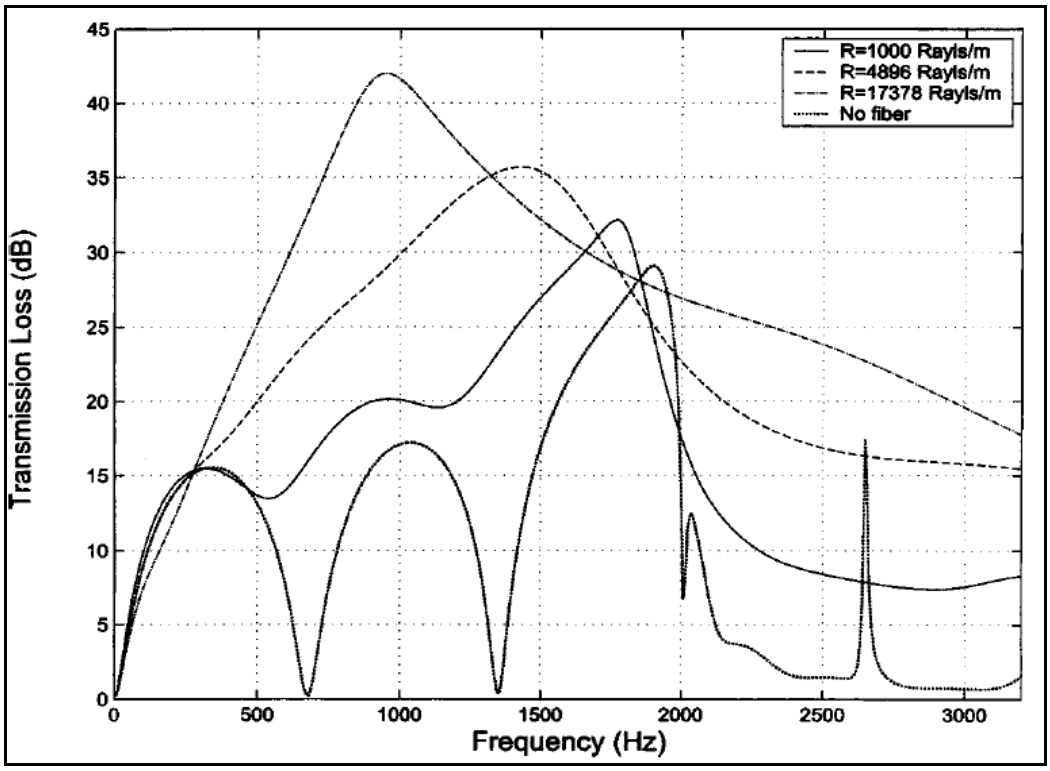
Şekil 4.42a: Genişleme Odasında Çevresine Ses Yutucu Malzeme Sarılı Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 4.42b: Genişleme Odasında Çevresine Ses Yutucu Malzeme Sarılı Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Kalınlıkları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [16]

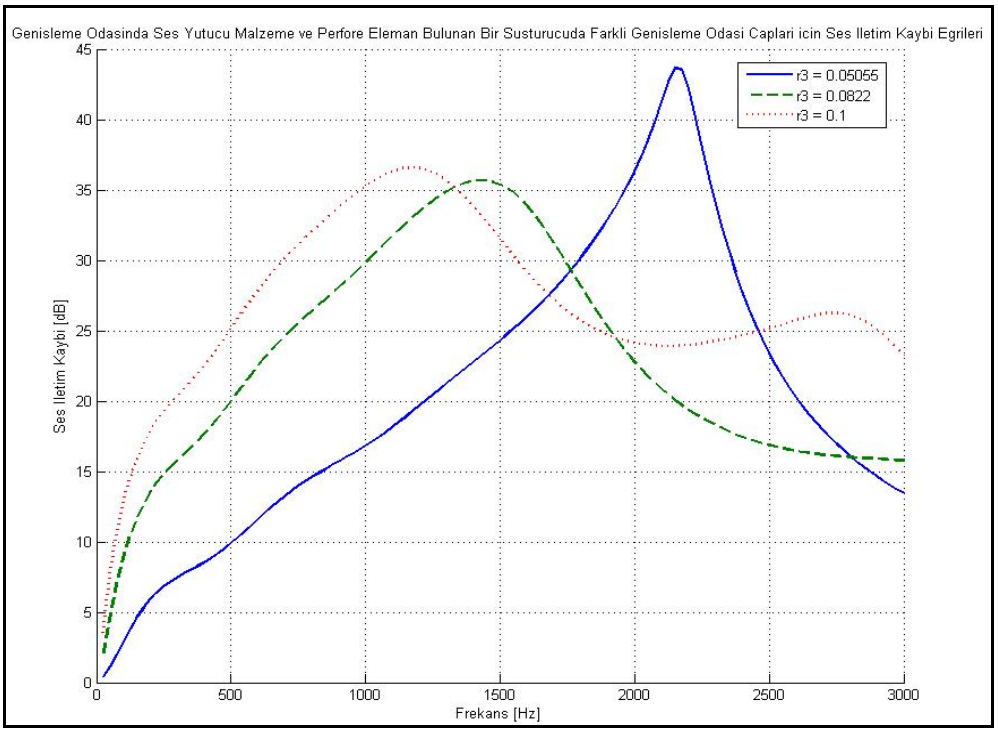


Şekil 4.43a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Akış Dirençlilikleri İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

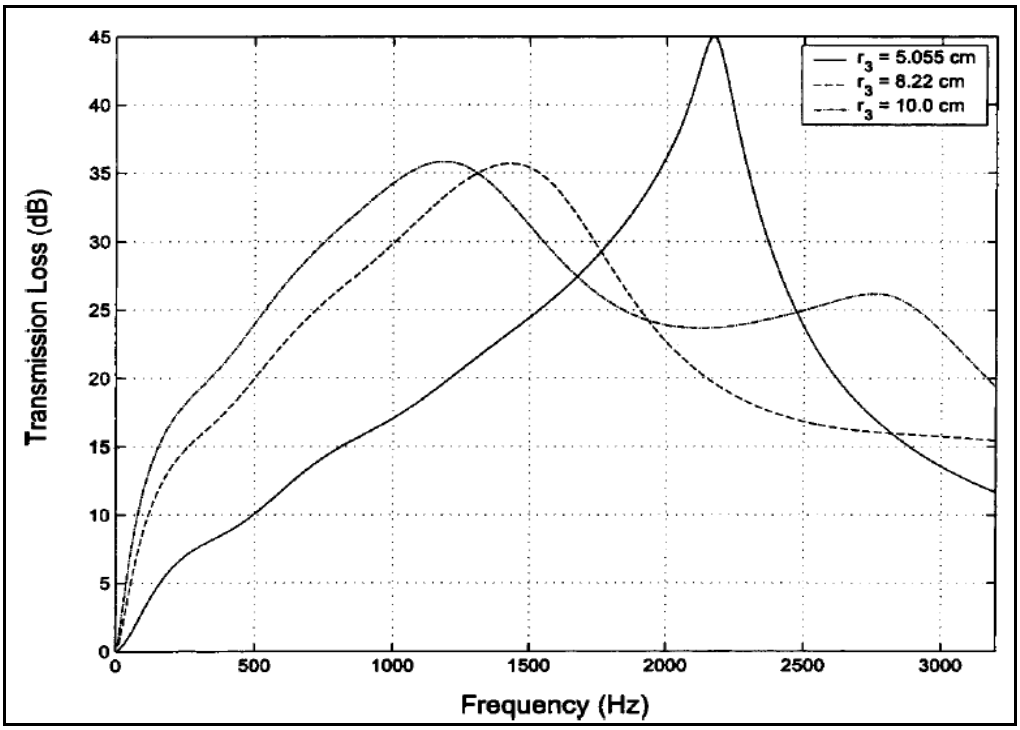


Şekil 4.43b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Hibrit Susturucuda Farklı Ses Yutucu Malzeme Akış Dirençlilikleri İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [16]

Genişleme odası farklı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı ve bu kısmı akış yolundan ayıran perfore bir borunun varlığında, aynı genişleme odası çaplarındaki ve aynı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki sönümlü susturucular için yapılmış akustik analizlerde ses yutucu malzemenin akış dirençliliği arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının orta ve yüksek frekans alanlarında arttığı görülmüştür. Düşük frekans alanında ise bu durum tersine dönmektedir. Akış dirençliliği arttırıldıkça düşük frekans alanında ses iletim kaybı düşmektedir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.43 ile verilmiştir.



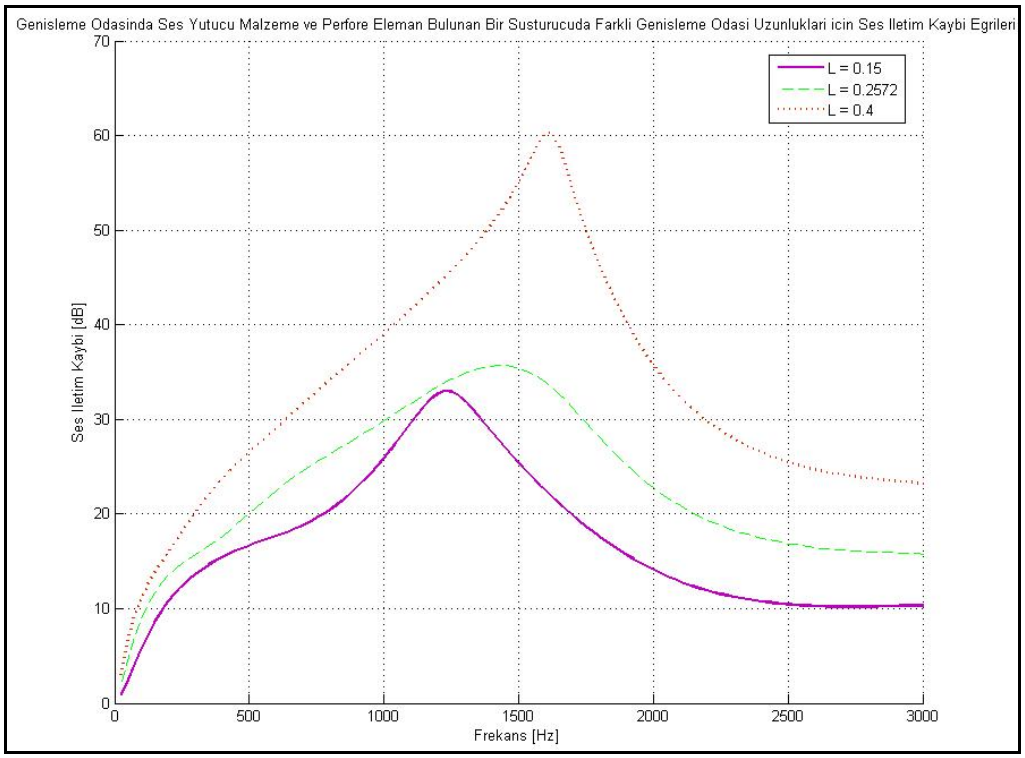
Şekil 4.44a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı Frekans Grafiği



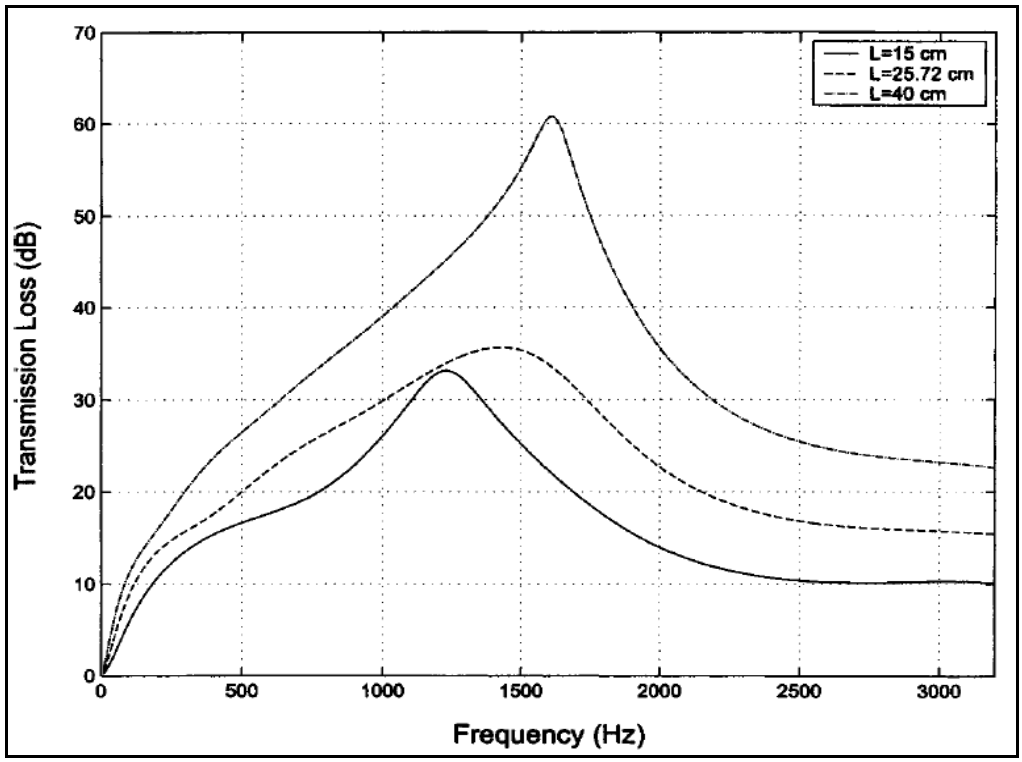
Şekil 4.44b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Çapları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [16]

Diğer parametreler sabit tutulurken genişleme odasının çapının arttırılması ses iletim kaybını düşük frekans alanında arttırmaktadır. Bu sırada ses iletim kaybı eğrilerinin tepe noktalarının yerleri de değişmektedir. Yüksek frekans alanında ise belli bir dereceye kadar artış ve daha sonra azalış gözlemlenmiştir. Reaktif susturuculardan farklı olarak sönümlü tip susturucularda, genişleme odasının çapının arttırılması reaktif susturucularda olduğu kadar büyük boyutlarda ses iletim kaybı artışlarını sağlamamaktadır. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.44 ile verilmiştir.

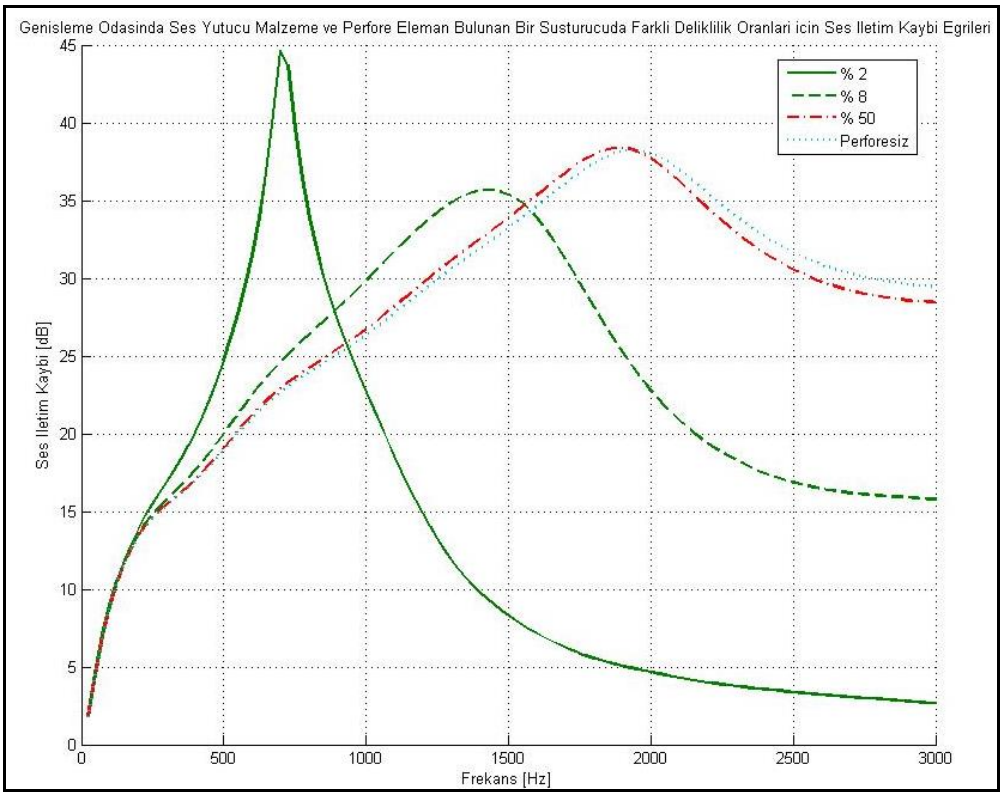
Diğer parametreler sabit tutulurken genişleme odasının uzunluğunun arttırılması beklenildiği gibi tüm frekans alanlarında ses iletim kaybını arttırmaktadır. Bu artış susturucunun yerleştirileceği aracın izin verilebilir boyutlarıyla sınırlıdır. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.45 ile verilmiştir.



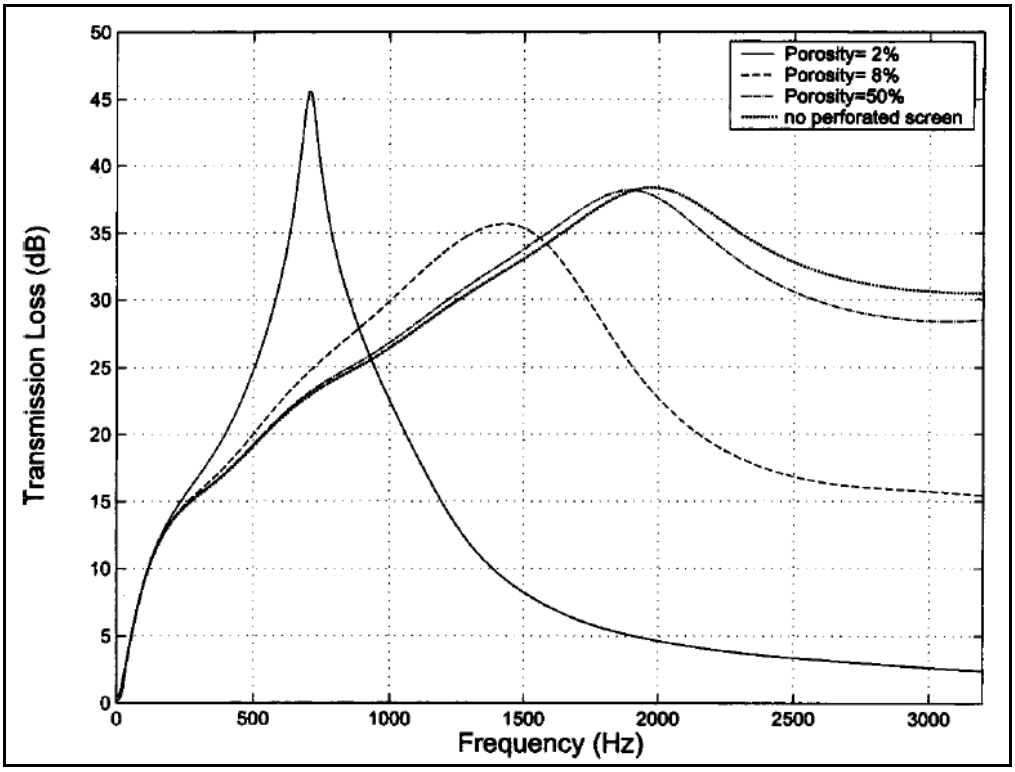
Şekil 4.45a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Uzunlukları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 4.45b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Genişleme Odası Uzunlukları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [16]



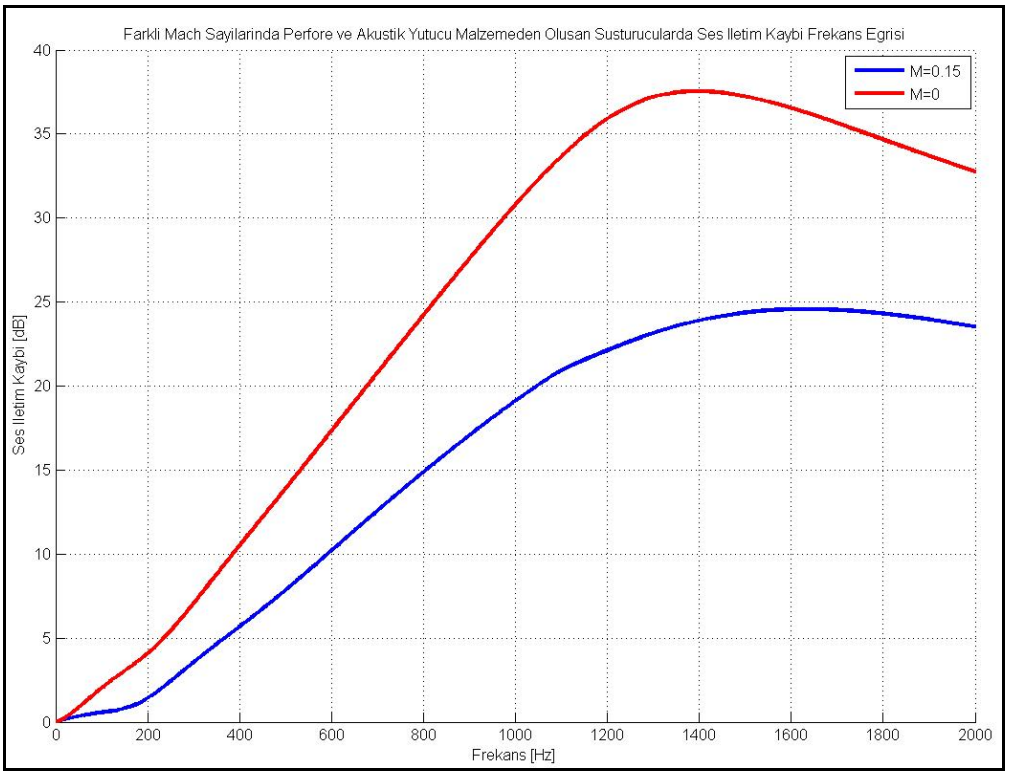
Şekil 4.46a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Perforasyon Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 4.46b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Perforasyon Oranları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [16]

Diğer parametrelerin sabit tutulduğu fakat genişleme odası içindeki akış yolu ile ses yutucu malzemeyi birbirinden ayıran perfore elemanın perforasyon oranının arttırılması durumunda yüksek frekans alanında ses iletim kaybı artarken düşük ve orta frekans alanında ses iletim kaybı düşmektedir. %50 perforasyonlu bir elemanla ayrılmış genişleme odasının ses iletim eğrisi hiç perfore eleman olmaması durumu ile neredeyse aynıdır. Perforasyon oranının %2 olduğu durumda ise Helmholtz rezonatörünün davranışına benzer bir davranış görülmektedir. Buna göre, 700 Hz civarında rezonans frekansına ulaşılırken, bu frekanstan sonra frekansın artmasıyla ses iletim kaybı hızlıca düşmektedir. Bu incelemenin sonucu 4.46 ile verilmiştir.

Diğer tüm parametrelerin sabit tutulduğu susturucunun içinde akış olması halinde ses iletim kaybı grafiklerinde değişiklikler meydana gelmektedir. Akış olması halinde hareket denklemleri de buna uygun olarak konvektif bir yapı alacaktır [24]. Buna göre Şekil 4.47'den de görülebileceği gibi, susturucu içindeki akışın olmaması durumunda ve Mach sayısının 0.15 mertebesinde olması durumunda, genişleme odasında ses yutucu malzemenin ve bu malzemeyi akış yolundan ayıran perfore elemanın bulunduğu sönümlü susturucunun ses iletim kaybı grafiğinde dikkate değer değişiklik gözlemlenmektedir. Mach sayısının arttırılmasıyla ses iletim kaybı grafiğinde tüm frekans alanlarında düşüş gözlemlenmektedir. Bundan dolayı analizlerde akışın sistemde olacağı koşulu dikkate alınarak tasarımlar gerçekleştirilmelidir. Şekil 4.40, Şekil 4.41, Şekil 4.42, Şekil 4.43, Şekil 4.44, Şekil 4.45, Şekil 4.46'daki grafiklerin doğruluğu [15-17] numaralı kaynaklarla doğrulanmıştır. Şekil 4.47'daki grafiğin doğrulanmasında ise [25] numaralı kaynaktan faydalanılmıştır. a ibaresinin olduğu şekiller transfer matris yöntemi ile MATLAB ve MATHEMATICA kullanılarak elde edilmiştir. b ibaresi olan şekiller ise ilgili referanstan alınmıştır.



Şekil 4.47a: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği

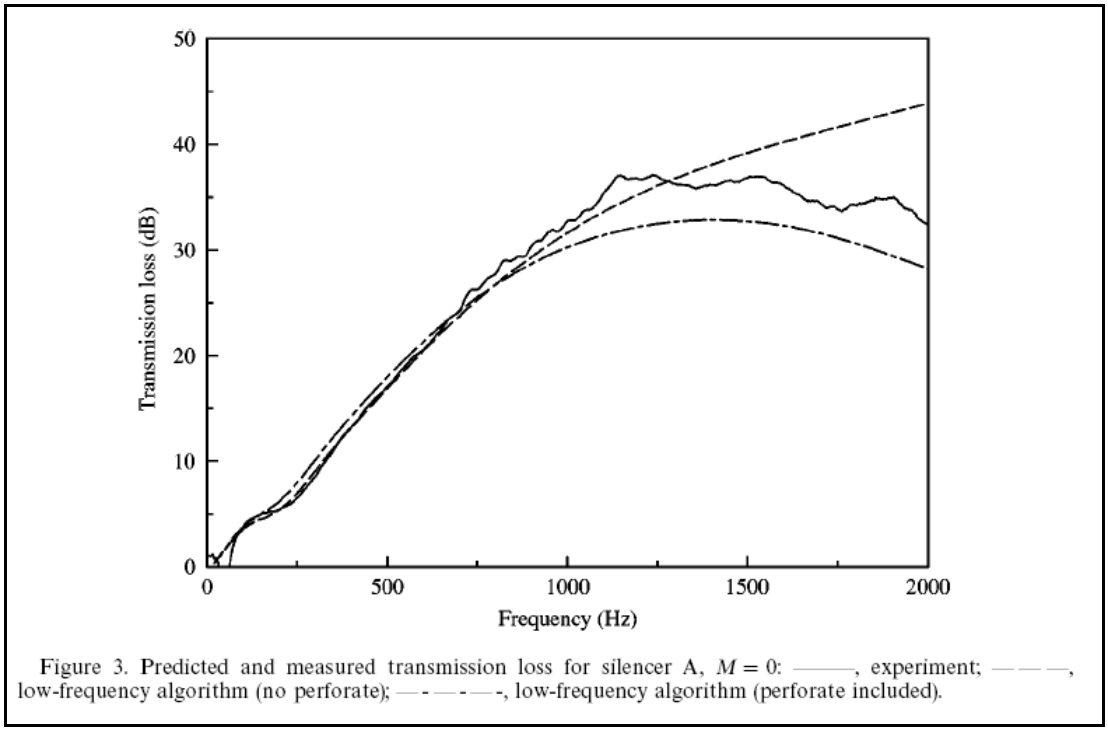


Figure 3. Predicted and measured transmission loss for silencer A, $M = 0$: ———, experiment; — — —, low-frequency algorithm (no perforate); — - — - —, low-frequency algorithm (perforate included).

Şekil 4.47b: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [25]

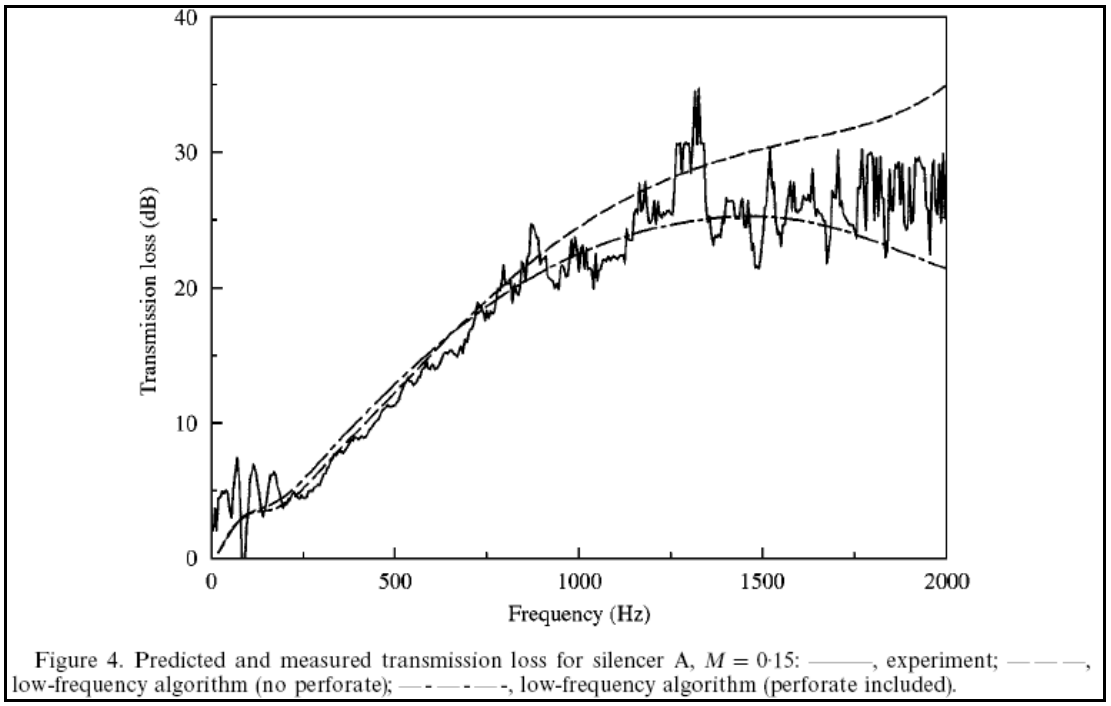


Figure 4. Predicted and measured transmission loss for silencer A, $M = 0{\cdot}15$: ———, experiment; — — —, low-frequency algorithm (no perforate); — - — - —, low-frequency algorithm (perforate included).

Şekil 4.47c: Genişleme Odasında Ses Yutucu Malzeme ve Perfore Eleman Bulunan Bir Susturucuda Farklı Mach Sayıları İçin Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği [25]

5. DENEYSEL İNCELEMELER

Susturucuların tasarımlarında teorik yöntemlerden faydanıldığı gibi bu yöntemlerin doğruluğunu ispatlayabilmek için deneysel yöntemlerden de faydalanılmaktadır. Bu sayede, tasarım sürecinde oluşabilecek bir hata, imalattan önce farkedilebilmektedir ve gerekli önlemler alınarak oluşabilecek ek masrafların önüne geçilebilmektedir. Bu bölümde araçlardaki egzos sistemlerinin performansını tanımlayabilmek için kullanılan ses iletim kaybı (TL) parametresinin, deneysel olarak elde edilmesinde kullanılan ölçüm yöntemi incelenmektedir.

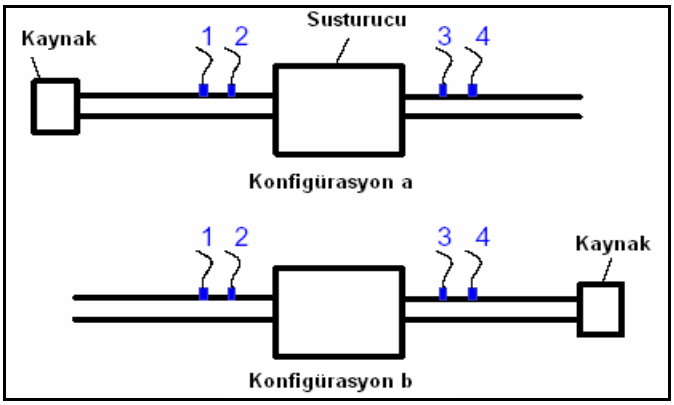
Ses iletim kaybı hesabı için en genel yaklaşım, girişte oluşan ses gücünü ayrıştırma (decomposition) teorisiyle ve iletilen ses gücünü de düz dalga yaklaşımıyla hesaplamaktır. İletilen ses gücünün hesaplanması esnasında ortamın tamamen egzos uç borusundan yansıyan ses dalgasının olmadığı kabulü yapılmaktadır. Fakat bu ortamın oluşturulması oldukça zordur. Bunun yerine ekosuz ortam kabulü gerektirmeyen, "İki yük yöntemi" ve "iki kaynak yöntemi" olarak isimlendirilen iki farklı yöntem kullanılmaktadır.

İki kaynak yöntemi transfer matris yaklaşımıyla analiz edilmektedir. Bir akustik eleman Şekil 3.7'de görüldüğü gibi dört kutup parametreleriyle tanımlanabilir.

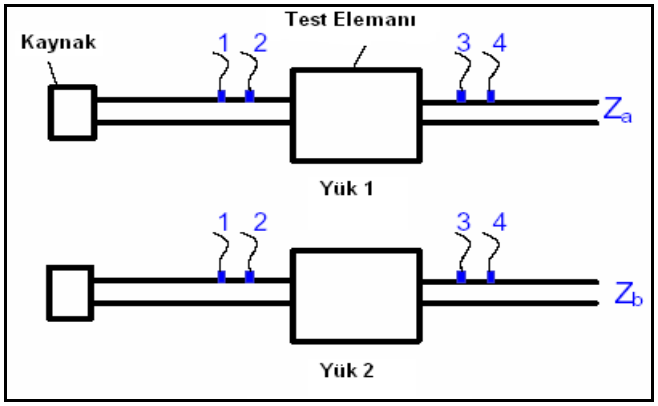
$$\begin{Bmatrix} P_{giris} \\ U_{giris} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & j\rho c \sin(kL) \\ \frac{j}{\rho c}\sin(kL) & \cos(kL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis} \\ U_{cikis} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{cikis} \\ U_{cikis} \end{Bmatrix} \quad \textbf{(3.135)}$$

A, B, C ve D ise sistemin dört kutup parametreleridir. Susturucu çıkışında iyi bir ekosuz ortamın olmayışı ayrıştırma yönteminin sınırlandığını göstermektedir. Başka bir dezavantajı da bu yöntemin sistemin eklenen kayıp değerinin tahmininde kullanılan dört kutup parametrelerinin hesaplanmasına izin vermemesidir. Hem iki kaynak yöntemi hem de iki yük yöntemi kullanılarak ekosuz ortam gerektirmeden TL değeri doğru bir şekilde ölçülebilmektedir. Teorik olarak egzos sistemlerinin analizinde ekosuz bir çıkış tavsiye edilmektedir. İki yük yöntemi, kaynağın yerinin

değiştirilmesini gerektirmediğinden uygulanması daha kolay bir yöntemdir. Bu yöntem iki yükün birbirinden yeterince farklı olduğunu kabul etmektedir. İki kaynak yöntemin kaynağı taşımak yerine susturucuyu ters çevirmek de mümkündür. Şekil 5.1'de iki kaynak yönteminin uygulanmasına ait deney seti şematik olarak gösterilmiştir. Şekil 5.2'de ise tezde kullanılan iki yük yöntemine ait deney seti şematik olarak gösterilmiştir.

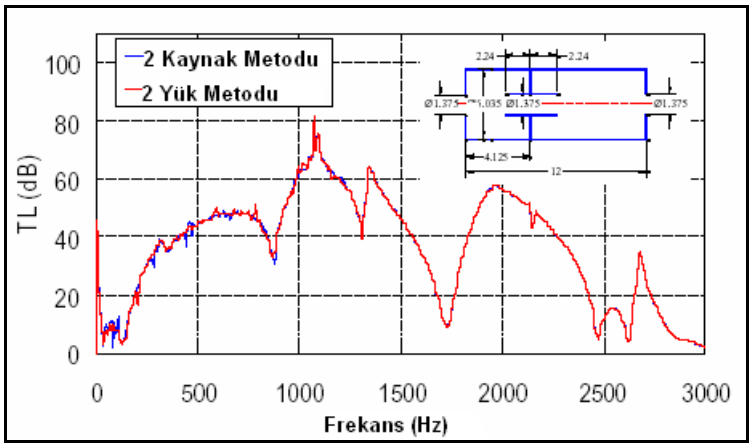


Şekil 5.1: İki Kaynak Yöntemi Deney Seti



Şekil 5.2: İki Yük Yöntemi Deney Seti

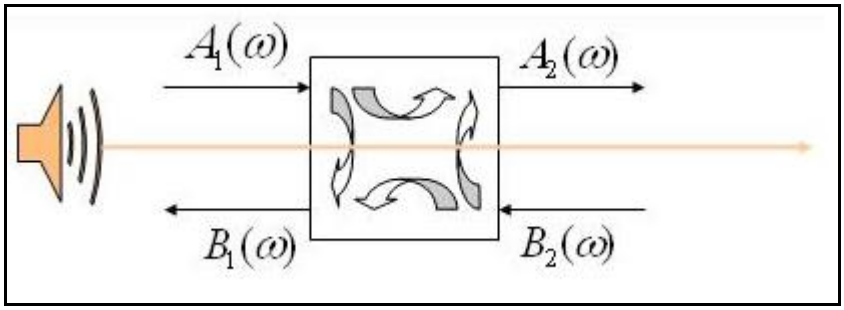
Ses iletim kaybı (TL) hesabı için kullanılacak ölçüm yöntemi dört mikrofon kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Bu yöntemin teorik temelini ise daha önce teorik incelemeler kısmında değinilen transfer matris yöntemi oluşturmaktadır. Şekil 5.3'de bir susturucu performansının deneysel ölçülmesine ait ses iletim kaybı grafikleri gösterilmiştir. Her iki deneysel yöntemin ayrı ayrı uygulandığı sistemde sonuç olarak, yöntemlerin birbirini doğrular bir yapıda olduğu anlaşılmaktadır. Bu sebeple, deneysel doğrulama amaçlı olarak bu iki yöntem kullanılabilir.



Şekil 5.3: İki Kaynak Yöntemi ve İki Yük Yöntemi

5.1 İki Yük Yönteminin Teorik Olarak İncelenmesi

"İki Yük Yöntemi", susturucunun akustik özelliklerinin tümünü içeren genel transfer matrisini oluşturan dört kutup parametresinin hesaplanmasında kullanılmaktadır.



Şekil 5.4: Dört Kutup Parametresi

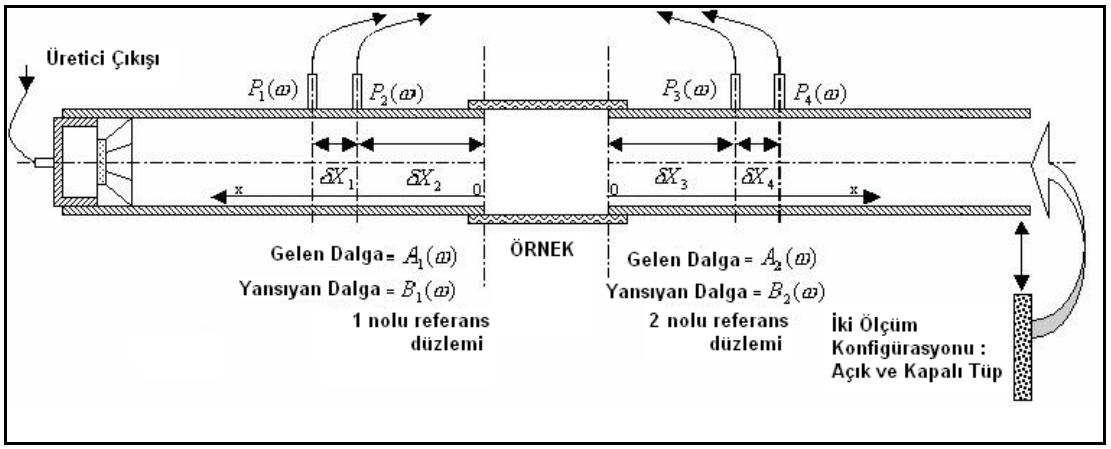
$$\begin{Bmatrix} A_1(\omega) \\ B_1(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_2(\omega) \\ B_2(\omega) \end{Bmatrix}, \quad \textbf{(5.1)}$$

$$A_1(\omega) = \alpha(\omega) * A_2(\omega) + \beta(\omega) * B_2(\omega), \quad \text{(Gelen Dalga)} \quad \textbf{(5.2)}$$

$$B_1(\omega) = \lambda(\omega) * A_2(\omega) + \delta(\omega) * B_2(\omega), \quad \text{(Yansıyan Dalga)} \quad \textbf{(5.3)}$$

(5.1) nolu denklemde tanımlanan dört kutup parametrelerin hesaplanması sonucunda susturucunun iletim kaybını veren ifade aşağıdaki denklemle ifade edilmiştir [26].

$$TL(\omega) = 20 * Log_{10} |\alpha(\omega)| \quad \textbf{(5.4)}$$



Şekil 5.5: Dört Mikrofonlu Empedans Tüpü

4 adet kutup parametresinin hesaplanabilmesi için iki adet denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu sebeple susturucu çıkışının kapalı ve açık olduğu iki farklı sınır şartı için iki adet ölçüm yapılması gerekmektedir [26].

$$\begin{Bmatrix} A_{1A}(\omega) \\ B_{1A}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_{2A}(\omega) \\ B_{2A}(\omega) \end{Bmatrix} \text{ (Açık Çıkış Sınır Şartı),} \quad \textbf{(5.5)}$$

$$\begin{Bmatrix} A_{1K}(\omega) \\ B_{1K}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_{2K}(\omega) \\ B_{2K}(\omega) \end{Bmatrix} \text{(Kapalı Çıkış Sınır Şartı).} \quad \textbf{(5.6)}$$

Şekil 5.5 yardımıyla mikrofonlar tarafından ölçülen basınç ifadeleri, susturucuya gelen ve yansıyan dalgalar cinsinden her iki sınır şartı için aşağıdaki denklemler ile tanımlanmıştır:

$$P_{1A}(\omega) = A_{1A}(\omega) * e^{jk(\delta x_1 + \delta x_2)} + B_{1A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_1 + \delta x_2)} \quad \textbf{(5.7)}$$

$$P_{2A}(\omega) = A_{1A}(\omega) * e^{jk(\delta x_2)} + B_{1A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.8)}$$

$$P_{3A}(\omega) = A_{2A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_3)} + B_{2A}(\omega) * e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.9)}$$

$$P_{4A}(\omega) = A_{2A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_3 + \delta x_4)} + B_{2A}(\omega) * e^{jk(\delta x_3 + \delta x_4)} \quad \textbf{(5.10)}$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i * \sin\theta \quad \textbf{(5.11a)}$$

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \quad \textbf{(5.11b)}$$

$$i*\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2} \quad \textbf{(5.11c)}$$

(5.5) ifadesi ile verilen açık uç sınır şartına ait matris kullanılarak ve (5.11) ifadeleriyle verilmiş Euler denklemleri yardımıyla 1 nolu referans düzlemindeki ve 2 nolu referans düzlemindeki açık uç sınır şartı için gelen ve yansıyan dalgalara ait genlikler (5.7) - (5.10) denklemlerinden aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$P_{1A}(\omega) = A_{1A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1+\delta x_2)} + B_{1A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1+\delta x_2)} \quad \textbf{(5.7)}$$

$$P_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1)} = A_{1A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1)}*e^{jk(\delta x_2)} + B_{1A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1)}*e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.12)}$$

$$P_{1A}(\omega) - P_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1)} = A_{1A}\left(e^{jk(\delta x_2)}*\left(e^{jk(\delta x_1)} - e^{-jk(\delta x_1)}\right)\right) \quad \textbf{(5.13)}$$

$$A_{1A} = \frac{-j}{2}*\frac{P_{1A}(\omega) - P_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k*\delta x_1\right)}*e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.14)}$$

$$P_{1A}(\omega) = A_{1A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1+\delta x_2)} + B_{1A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_1+\delta x_2)} \quad \textbf{(5.7)}$$

$$P_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1)} = A_{1A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1)}*e^{jk(\delta x_2)} + B_{1A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1)}*e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.15)}$$

$$P_{1A}(\omega) - P_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1)} = A_{1A}\left(e^{-jk(\delta x_2)}*\left(e^{-jk(\delta x_1)} - e^{jk(\delta x_1)}\right)\right) \quad \textbf{(5.16)}$$

$$B_{1A} = \frac{j}{2}*\frac{P_{1A}(\omega) - P_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k*\delta x_1\right)}*e^{jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.17)}$$

$$P_{3A}(\omega)*e^{jk(\delta x_4)} = A_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_3)}*e^{jk(\delta x_4)} + B_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_3)}*e^{jk(\delta x_4)} \quad \textbf{(5.18)}$$

$$P_{4A}(\omega) = A_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_3+\delta x_4)} + B_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_3+\delta x_4)} \quad \textbf{(5.10)}$$

$$P_{4A}(\omega) - P_{3A}(\omega)*e^{jk(\delta x_4)} = A_{2A}\left(e^{-jk(\delta x_3)}*\left(e^{-jk(\delta x_4)} - e^{jk(\delta x_4)}\right)\right) \quad \textbf{(5.19)}$$

$$A_{2A} = \frac{j}{2}*\frac{P_{4A}(\omega) - P_{3A}(\omega)*e^{jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k*\delta x_4\right)}*e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.20)}$$

$$P_{3A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_4)} = A_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_3)}*e^{-jk(\delta x_4)} + B_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_3)}*e^{-jk(\delta x_4)} \quad \textbf{(5.21)}$$

$$P_{4A}(\omega) = A_{2A}(\omega)*e^{-jk(\delta x_3+\delta x_4)} + B_{2A}(\omega)*e^{jk(\delta x_3+\delta x_4)} \quad \textbf{(5.10)}$$

$$P_{4A}(\omega) - P_{3A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_4)} = B_{2A}\left(e^{jk(\delta x_3)} * \left(e^{jk(\delta x_4)} - e^{-jk(\delta x_4)}\right)\right) \quad \textbf{(5.22)}$$

$$B_{2A} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{4A}(\omega) - P_{3A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{-jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.23)}$$

Elde edilen (5.14), (5.17), (5.20) ve (5.23) denklemleri toplu halde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$A_{1A} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{1A}(\omega) - P_{2A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.14)}$$

$$B_{1A} = \frac{j}{2} * \frac{P_{1A}(\omega) - P_{2A}(\omega) * e^{jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.17)}$$

$$A_{2A} = \frac{j}{2} * \frac{P_{4A}(\omega) - P_{3A}(\omega) * e^{jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.20)}$$

$$B_{2A} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{4A}(\omega) - P_{3A}(\omega) * e^{-jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{-jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.23)}$$

Buna göre, 1 ve 2 nolu referans düzlemlerindeki kapalı uç sınır şartı için geçerli olacak "K" alt indisli denklemler, açık uç sınır şartı için çıkartılmış "A" alt indisli denklemlere benzer olarak toplu halde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P_{1K}(\omega) = A_{1K}(\omega) * e^{jk(\delta x_1 + \delta x_2)} + B_{1K}(\omega) * e^{-jk(\delta x_1 + \delta x_2)} \quad \textbf{(5.24)}$$

$$P_{2K}(\omega) = A_{1K}(\omega) * e^{jk(\delta x_2)} + B_{1K}(\omega) * e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.25)}$$

$$P_{3K}(\omega) = A_{2K}(\omega) * e^{-jk(\delta x_3)} + B_{2K}(\omega) * e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.26)}$$

$$P_{4K}(\omega) = A_{2K}(\omega) * e^{-jk(\delta x_3 + \delta x_4)} + B_{2K}(\omega) * e^{jk(\delta x_3 + \delta x_4)} \quad \textbf{(5.27)}$$

$$A_{1K} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{1K}(\omega) - P_{2K}(\omega) * e^{-jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.28)}$$

$$B_{1K} = \frac{j}{2} * \frac{P_{1K}(\omega) - P_{2K}(\omega) * e^{jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.29)}$$

$$A_{2K} = \frac{j}{2} * \frac{P_{4K}(\omega) - P_{3K}(\omega) * e^{jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.30)}$$

$$B_{2K} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{4K}(\omega) - P_{3K}(\omega) * e^{-jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{-jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.31)}$$

(5.14), (5.17), (5.20), (5.23) ve (5.28) - (5.31) denklemleri, her iki sınır şartı için 1 numaralı mikrofon tarafından okunan basınç değerlerinin eşleniği ile çarpıldığında $\left(\overline{P_{1A_e}(\omega)} \text{ ve } \overline{P_{1K_e}(\omega)}\right)$ aşağıdaki ifadelere ulaşılacaktır. Bu işlem dört ayrı mikrofon tarafından okunan ses basıncı değerlerinin, birinci mikrofondan alınan ses basıncı değerlerine göre "Çapraz korelasyon alınması" işlemidir. [26,27]

$$A_{1A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{1A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} - P_{2A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} * e^{-jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.32)}$$

$$B_{1A} * \overline{P_{1A}(\omega)} = \frac{j}{2} * \frac{P_{1A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} - P_{2A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} * e^{jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.33)}$$

$$A_{2A} * \overline{P_{1A}(\omega)} = \frac{j}{2} * \frac{P_{4A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} - P_{3A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} * e^{jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.34)}$$

$$B_{2A} * \overline{P_{1A}(\omega)} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{4A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} - P_{3A}(\omega) * \overline{P_{1A}(\omega)} * e^{-jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{-jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.35)}$$

$$A_{1K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{1K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} - P_{2K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} * e^{-jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{-jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.36)}$$

$$B_{1K} * \overline{P_{1K}(\omega)} = \frac{j}{2} * \frac{P_{1K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} - P_{2K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} * e^{jk(\delta x_1)}}{\sin\left(k * \delta x_1\right)} * e^{jk(\delta x_2)} \quad \textbf{(5.37)}$$

$$A_{2K} * \overline{P_{1K}(\omega)} = \frac{j}{2} * \frac{P_{4K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} - P_{3K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} * e^{jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.38)}$$

$$B_{2K} * \overline{P_{1K}(\omega)} = \frac{-j}{2} * \frac{P_{4K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} - P_{3K}(\omega) * \overline{P_{1K}(\omega)} * e^{-jk(\delta x_4)}}{\sin\left(k * \delta x_4\right)} * e^{-jk(\delta x_3)} \quad \textbf{(5.39)}$$

(5.32) - (5.35) ve (5.36) - (5.39) denklemleri, (5.2) denkleminde yerine koyulduğunda susturucuya ait transfer matrisinin ses iletim bağıntısında kullanılacak olan $\alpha(\omega)$ ile gösterilen birinci sütun birinci satır elemanı aşağıda şekilde elde edilir:

$$A_{1A}(\omega)*\overline{P_{1A}(\omega)} = \alpha(\omega)*A_{2A}(\omega)*\overline{P_{1A}(\omega)} + \beta(\omega)*B_{2A}(\omega)*\overline{P_{1A}(\omega)} \quad \textbf{(5.40)}$$

$$A_{1K}(\omega)*\overline{P_{1K}(\omega)} = \alpha(\omega)*A_{2K}(\omega)*\overline{P_{1K}(\omega)} + \beta(\omega)*B_{2K}(\omega)*\overline{P_{1K}(\omega)} \quad \textbf{(5.41)}$$

$$A_{1A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*B_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - A_{1K}*\overline{P_{1K}(\omega)}*B_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}$$

$$= \alpha\left(A_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*B_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - A_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)}*B_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}\right) \quad \textbf{(5.42)}$$

$$\alpha(\omega) = \frac{A_{1A}*\overline{P_{1A}(\omega)} - \beta*B_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}}{A_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}} = \frac{A_{1K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - \beta*B_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)}}{A_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)}} \quad \textbf{(5.43)}$$

$$A_{1A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*A_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - \beta*B_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*A_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)}$$

$$= A_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*A_{1K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - \beta*B_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)}*A_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)} \quad \textbf{(5.44)}$$

$$\beta(\omega) = \frac{A_{1A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*A_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - A_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*A_{1K}*\overline{P_{1K}(\omega)}}{B_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}*A_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)} - B_{2K}*\overline{P_{1K}(\omega)}*A_{2A}*\overline{P_{1A}(\omega)}} \quad \textbf{(5.45)}$$

(5.45) denklemi (5.43) denkleminde yerine koyulursa aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$\alpha(\omega) = \frac{\left\{A_{1A}(\omega)\overline{P_{1A}(\omega)}\right\}\left\{B_{2K}(\omega)\overline{P_{1K}(\omega)}\right\} - \left\{A_{1K}(\omega)\overline{P_{1K}(\omega)}\right\}\left\{B_{2A}(\omega)\overline{P_{1A}(\omega)}\right\}}{\left\{A_{2A}(\omega)\overline{P_{1A}(\omega)}\right\}\left\{B_{2K}(\omega)\overline{P_{1K}(\omega)}\right\} - \left\{A_{2K}(\omega)\overline{P_{1K}(\omega)}\right\}\left\{B_{2A}(\omega)\overline{P_{1A}(\omega)}\right\}} \quad \textbf{(5.46)}$$

$$TL(\omega) = 20*Log_{10}\left|\alpha(\omega)\right| \quad \textbf{(5.47)}$$

(5.47) denkleminden elde edilen $\alpha(\omega)$ değeri, gerçekte susturucunun ve mikrofonları taşıyan silindirlerin akustik performansını ifade etmektedir. Bu nedenle sadece susturucunun akustik performansının belirlenebilmesi için, deney öncelikle mikrofonları taşıyan silindirler birleştirilerek susturucu olmadan yapılır ($\alpha(\omega)_{sus.suz}$). Daha sonra susturucu takılarak deney tekrarlanır ($\alpha(\omega)_{sus.lu}$). Susturucuya ait gerçek ses iletim kaybı ifadesi (5.48) denklemiyle elde edilebilir.

$$TL(\omega) = 20 * Log_{10} \left| \frac{\alpha(\omega)_{sus.lu}}{\alpha(\omega)_{sus.suz}} \right| \qquad \textbf{(5.48)}$$

5.2 Ölçüm Ekipmanları

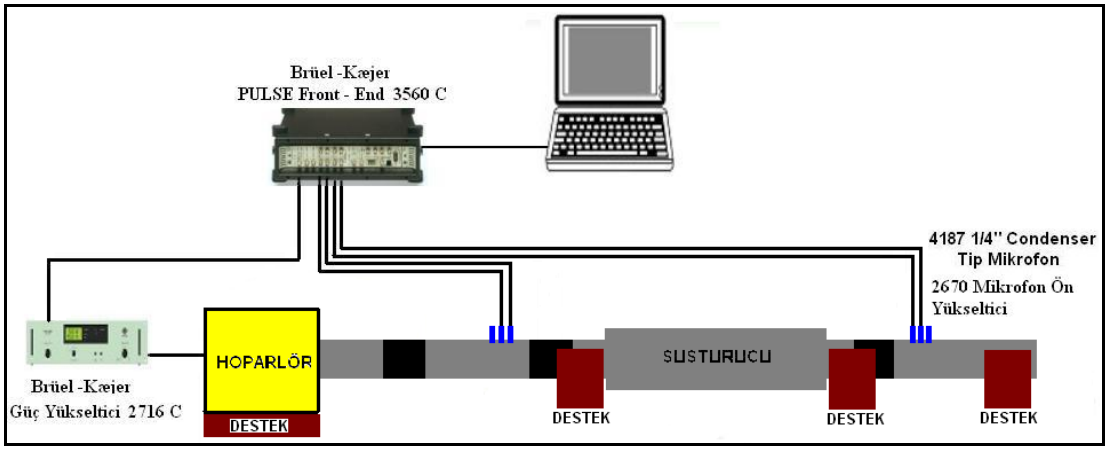
Analizör : PULSE Front-End 3560 C

Güç Yükseltici : Brüel&Kæjer 2716 C

Mikrofon : 4 Adet Brüel-Kajer 4187 1/4" Condenser Type

Mikrofon Ön Yükseltici : 4 Adet Brüel&Kæjer 2670

Hoparlor : Beyma 15LX60



Şekil 5.6: Deney Düzeneği

5.3 Deney Düzeneğinin Boyutlarının Standardizasyonu

Mikrofonlar arasındaki mesafe (s), alt frekans sınırına göre (f_1) aşağıdaki ifadeler ile belirlenir [26].

$0.05*\lambda_l < s \quad => \quad f_l > 0.05*c_0/s,$ (ISO 10534-2),

$0.01*\lambda_l < s \quad => \quad f_l > 0.01*c_0/s,$ (ASTM E 1050).

Mikrofonları taşıyan silindir çapı (d) ise, üst frekans sınırına (f_u) göre aşağıdaki denklemler yardımıyla belirlenir [26].

$d < 0.58*\lambda_u \quad => \quad f_u < 0.58*c_0/d,$ (ISO 10534-2),

$d < 0.586*\lambda_u \quad => \quad f_u < 0.586*c_0/d,$ (ASTM E 1050).

Kaynak ile ilk mikrofon arasındaki mesafe (x_{ms}), silindir içinde düzlemsel olmayan dalga yayılımını engellemek için aşağıdaki kritere göre tasarlanmalıdır [26].

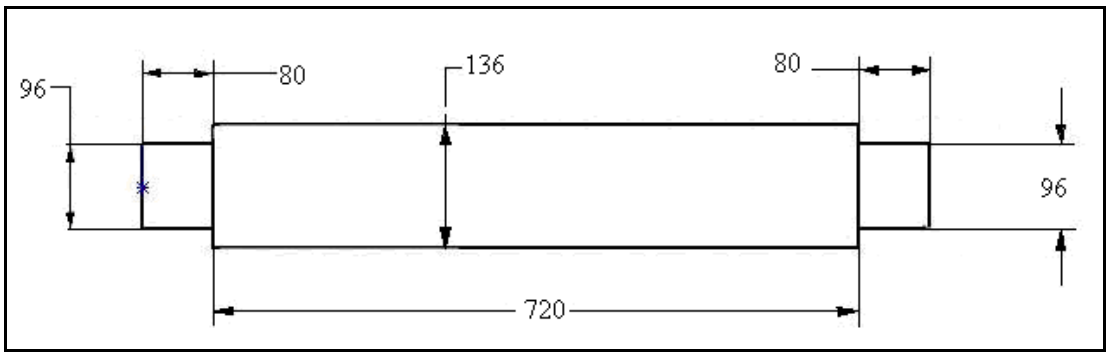
$x_{ms} > d$ (minimum),

$x_{ms} > 3d$ (tavsiye edilen).

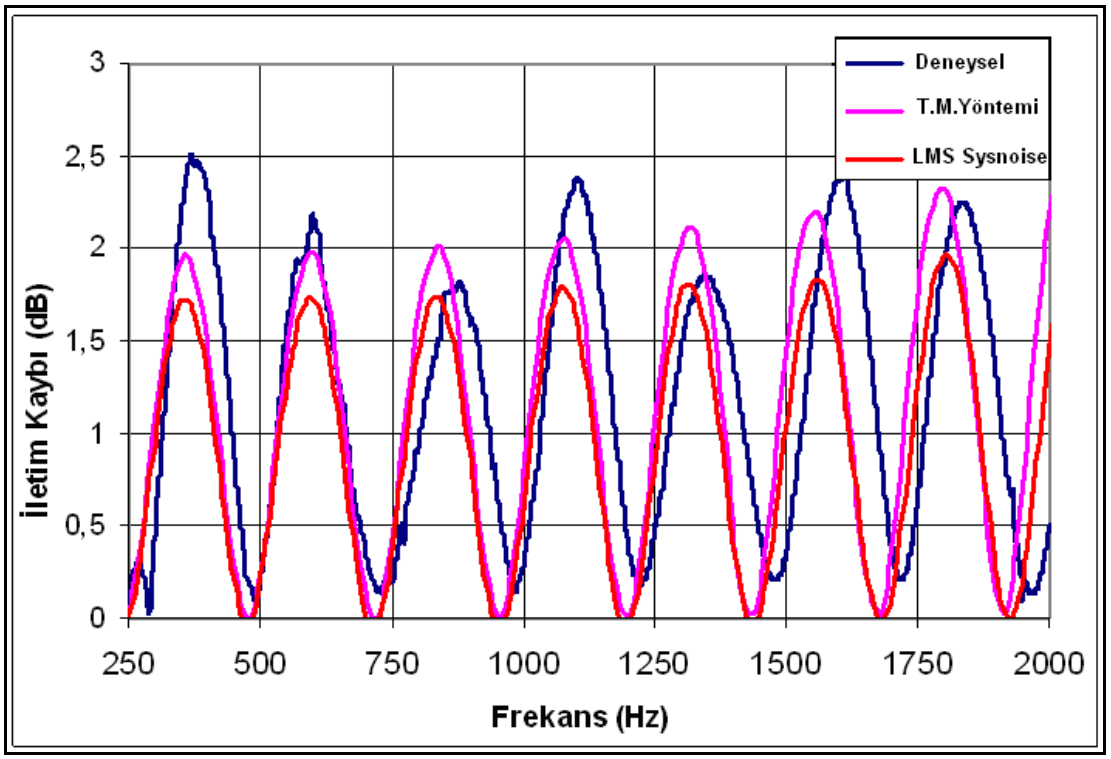
Susturucu ile en yakın mikrofon arasındaki mesafe ise, en az mikrofonları taşıyan silindirin çapı kadar olmalıdır [26].

5.4 Sonuçlar

Yapılan deneysel çalışmalar sonucunda Şekil 5.7 ile verilen geometrideki susturucu için ses iletim eğrisi elde edilmiştir. Elde edilen grafik ile aynı geometri için transfer matris yöntemi kullanılarak elde edilen grafik ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak ses iletim kaybını hesaplayan LMS Sysnoise yazılımı yardımıyla elde edilen grafik üst üste konularak yapılan deneysel çalışma Şekil 5.8 ile doğrulanmıştır. Ölçüm sisteminde mikrofonların ve analiz sisteminin frekans, genlik ve faz karakteristiklerinin mutlak uyum içinde olması gerekir. Ancak mikrofonlar ve elektronik analiz sistemi imalatında iki mikrofonun veya iki analiz devresinin idantik olarak imal edilmesi mümkün değildir. Bundan dolayı ölçüm sistemine özgü hatalar olabilmektedir. Ayrıca, elde edilen bu eğrilerin aralarındaki küçük farkların sebebi, geometrideki süreksizlikler, pürüzlülükler, ses kaynağı ve mikrofonların susturucu ile bağlantısındaki meydana gelen kaymalar ve mikrofonların susturucu üzerine yerleştirilmesinde oluşan bazı problemler de olabilmektedir. Bu küçük farklar da insan kulağının farkedemeyeceği kadar küçük olduğundan deneysel çalışma doğru olarak gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.9'da deney düzeneğinin fotoğrafı verilmiştir [27].



Şekil 5.7: Deneyde Kullanılan Susturucunun Geometrisi



Şekil 5.8: Üç Farklı Yöntemle Ses İletim Kaybı – Frekans Grafiği



Şekil 5.9: Şekil 5.7 İle Geometrisi Verilen Susturucunun Deney Düzeneğinin Fotoğrafı

6. SONUÇLAR

Reaktif ve sönümlü elemanlar kullanılarak imal edilen susturucuların tasarımlarında teorik ve deneysel yöntemler kullanılmaktadır. Buna göre, tez kapsamında, Bölüm 4'te reaktif ve sönümlü elemanlar, transfer matris yöntemi kullanılarak, teorik olarak incelenmiştir. Bölüm 5'te ise hazırlanan bir deney düzeneğinde iki yük yöntemi kullanılarak deneysel olarak bir susturucunun ses iletim kaybı – frekans grafiği elde edilmiştir.

Tüm bu çalışmaların ışığında, tezin bütünlüğünde, susturucu tasarımcıların kullanabileceği çok önemli, anahtar rol oynayabilecek sonuçlar elde edilmiştir. Bu önemli sonuçlar aşağıda maddeler halinde verilmiştir:

- İki boyutlu analitik yönteme göre çok daha kolay uygulanabilir olması, sonlu elemanlar yöntemine göre çok daha küçük matrislerle çalıştığından bilgisayarlarda daha hızlı ve daha rahat kullanılabilmesi ve özellikle egsoz sistemlerinde sınır frekansına kadar olan frekans ilgi alanı içinde çok iyi sonuçlar verdiğinden egzos sistemlerinin analizleri için yeterli olması gibi üstünlüklere sahip olan transfer matris yönteminin susturucu tasarımlarında kullanılabilecek çok güçlü bir yöntem olduğu gösterilmiştir.

- Artan ortam sıcaklıkları sonucunda ses iletim kaybı miktarlarının aynı seviyede kaldığı, buna karşın daha geniş bir frekans alanında ses iletim kayıplarının etkin olduğu Şekil 4.3 yardımıyla gözlemlenmiştir. Ayrıca motorun etkin olarak çalıştığı 760 ^{o}C'ye ait ses iletim kaybı eğrisi ile oda sıcaklığı olarak kabul edilen 20 ^{o}C'ye ait ses iletim kaybı eğrisinin tepe noktalarının farklı frekans değerlerine karşı geldiği gözlemlenmiştir. Deneysel çalışmalarını motor harici bir gürültü kaynağı kullanarak oda sıcaklığında gerçekleştiren tasarımcının, gürültünün yoğun bir şekilde toplandığı frekans alanlarına getirilebilecek uygun çözümleri belirlerken, sıcaklık farklarının etkilerini de hesaba katması gerektiğine dikkat çekilmiştir.

• Genişleme odasının çapının, giriş borusunun çapına oranla arttırılmasının susturucunun ses iletim kaybını arttırdığı Şekil 4.4 ile gösterilmiştir. Genişleme odasının çapının arttırılmasıyla beraber genişleme odasının hacmi de artacaktır. Gelen ses dalgaları dar bir borudan bir anda daha geniş bir hacme açılacak ve ses enerjisinde de buna bağlı bir azalma gözlemlenecektir. Fakat genişleme odasının çapının artışı susturucunun kullanılacağı yerin hacmiyle sınırlandığından uygulanması basit olan bu yöntemden başka yöntemlere başvurmak çoğunlukla gerekmektedir. Ama genişleme odasının çapının arttırılmasının susturucu performansına getireceği etkinin akılda tutulmasında fayda vardır.

• Genişleme odasının boyunun artmasıyla Şekil 4.5'ten de açıkça görülebildiği gibi ses iletim kaybı miktarları aynı seviyede kalmaktadır. Genişleme odasının boyunun arttırılması daha dar bir frekans alanında ses iletim kayıpları sağlayacaktır. Susturucu belli frekans değerlerinde ses iletim kaybı sağlayan rezonatör davranışı sergileyecektir. Bu durum belli frekans değerlerinde birikmiş olan gürültünün giderilmesi için kullanılabilecek yararlı bir yöntem olarak ortaya çıkmaktadır. Genişleme odasının çapının arttırılmasına benzer şekilde yine susturucunun genişleme odasının boyunun arttırılması da kullanılacağı yerin hacmi ile sınırlı kalacaktır.

• Genişleme odası sayısının arttırılması Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'den de gözlemlendiği gibi ses iletim kaybını arttırmaktadır. Fakat çoğunlukla genişleme odası sayısının arttırılması sistemdeki geri basıncı arttıracağından susturucunun tasarımında pek tercih edilen bir çözüm değildir. Çoğunlukla tek bir genişleme odası içine yapılan düzenlemeler ve eklentilerle ses iletim kaybını maksimum elde etmek amaçlanır. Buna ek olarak, yine susturucunun kullanılacağı hacmin getireceği sınır da bir engel teşkil edecektir. Artan genişleme odaları kullanılan malzemeyi de arttıracağından ekonomik olarak pek avantajlı olmayacaktır.

• Susturucu içinde akış olması halinde ise ses iletim kaybı grafikleri üzerinde birtakım değişiklikler olmaktadır. Bu değişiklikler susturucunun özelliğine göre farklılık göstermektedir. Şekil 4.8'de gösterilen, tek genişleme odalı basit susturucu için 0 ila 0.2 arasındaki mertebelerde Mach sayısının artışı ile ses iletim kaybı eğrilerinde de bir miktar artış görülmektedir. Buna karşın, Şekil 4.13'te giriş borusu genişleme odasının içine doğru uzatılmış bir susturucu için boru içinde akış yokken 2.5 kHz'te tepe yapan ses iletim kaybı miktarı, Mach sayısının arttırılmasıyla birlikte

düşmektedir. Aynı şekilde, perfore bir boru ve bu perfore borunun etrafının sarılmasıyla genişleme odası doldurulmuş bir hibrit tip susturucuda Mach sayısının arttırılmasıyla ses iletim kaybının düştüğü analizler sonucunda Şekil 4.47 ile gösterilmiştir. Buna göre, boru içindeki akışın etkilerinin sistemden sisteme farklılık gösterebileceğini ama en genel hatlarıyla verilen örnekler şeklinde olduğunu bir tasarımcının unutmaması gerekmektedir.

• Genişleme odasına uzatılan giriş ve çıkış borularının da ses iletim kaybına önemli etkileri vardır. Genişleme odasının içerisine uzatılan boru uzunluğunun genişleme odasının boyuna oranına göre ses iletim kaybı eğrileri çok farklı yapılara sahip olabilmektedir. Basit geometrik değişikliklerle susturucunun ses iletim kaybı grafiklerindeki büyük değişimler tasarımcıya egzos gürültüsünün azaltılması konusunda rahatlıkla hareket edebileceği geniş bir alan sağlamaktadır. Genel yapı olarak belirli frekans bölgelerinde geniş bir alanda yüksek ses iletim kayıpları sağlayabilmektedirler. Mesela, Şekil 4.9'da giriş borusunun, genişleme odasının boyunun beşte biri kadar içeriye uzatılmasıyla, 2 - 3 kHz frekans alanında diğer frekans alanlarına göre daha yüksek ses iletim kayıpları elde edilmiştir. Motor gürültüsünün 2 – 3 kHz band aralığında yoğunlaştığı bir gürültü probleminin giderilmesinde bu tasarım başarıyla uygulanabilir. Eğer gürültü Şekil 4.9'da olduğu gibi 2.5 kHz'te yoğunlaşmamışsa, bu durumdan farklı olarak 1 kHz ve 3 kHz frekanslarında birikmişse, bu defa Şekil 4.11'den de görülebileceği gibi giriş veya çıkış borusunun içeriye genişleme odasının yarısına gelecek şekilde uzatılması bu gürültü problemini çözecektir. Tek bir frekans alanında yoğunlaşmamış diğer frekans alanlarına yayılmış bir gürültü formu bulunuyorsa, bu defa susturucu tipi değiştirilip geniş frekans alanlarında yüksek ses iletim kayıpları sağlayabilen sönümlü veya hibrit susturucuların kullanılması gürültü probleminin çözümünde etkili olacaktır. İçeri uzatılan boru boylarındaki küçük değişimlerin ses iletim kaybı eğrilerinde yüksek sönüm sağlanan frekans alanlarının farklılaşmasında önemli rol oynadığı gösterilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, içeri uzatılan borunun, susturucunun genişleme odasının giriş veya çıkış bölgesinde yer almasının ses iletim eğrileri üzerinde bir farklılığa yol açmadığı gözlemlenmiştir. Bu durumda tasarımcı uzatılacak boruyu genişleme odasının girişinde veya çıkışında kullanabilir. Eğer genişleme odasına hem giriş borusu hem de çıkış borusu uzatılmışsa, bu durumda elde edilen ses iletim kaybı eğrilerinin sadece giriş borusunun veya sadece çıkış

borusunun uzatılması durumunda elde edilen grafiklerden farklı olduğu gözlemlenmiştir. Hem giriş borusunun ve hem de çıkış borusunun aynı anda içeri, aynı boyda veya farklı boylarda uzatılması durumunda ses iletim kaybı eğrileri farklılaşmaktadır. Bu analizlerde kullanılan susturucularda genişleme odasının çapının arttırılmasıyla ses iletim kaybının da arttığı gözlemlenmiştir.

- Genişleme odasına giriş ve çıkış borularının yandan bağlanması durumunda ise daha önce değinilen genişleme odasına giriş ve çıkış borularının uzatılması durumu ile akustik olarak denk bir sistem oluşturulabildiği gösterilmiştir. Şekil 4.25 ve Şekil 4.26'da yer alan geometrik olarak farklı ama akustik olarak denk susturucular bu duruma örnek olarak gösterilmiştir. Sonuç olarak, genişleme odasına borunun yandan girişi ile genişleme odasına giriş borusunun uzatılması ve genişleme odasından borunun yandan çıkışı ile genişleme odasına çıkış borusunun uzatılması akustik olarak denk geometrik değişikliklerdir. Bu tip tasarımlarda da geniş-band ses iletim kayıpları gözlenmemektedir. Bazı frekanslarda rezonatörlerin akustik davranışında gözlendiği gibi yüksek ses iletim kayıpları gözlenebilmektedir. Bu tip bir davranış ancak belli frekanslarda toplanmış gürültülerin giderilmesinde başarılı olabilecektir.

- Eş merkezli bir tüp rezonatörde, 0.3 Mach mertebesinde bir akışın varlığında, Şekil 4.29'da farklı perforasyon oranları için verilmiş ses iletim kaybı grafiğinden değişik perforasyon oranlarının farklı frekans alanlarındaki farklı davranışları görülmektedir. 300 - 600 Hz frekans aralığında % 5'ten % 30 perforasyon oranına kadar ses iletim kaybı artmaktadır ama % 30 perforasyon oranından sonra ses iletim kaybı bu frekans aralığında düşmektedir. Bundan başka perfore kısımdaki delik çaplarının farklı frekans alanlarında ses iletim kaybına olan etkisi de Şekil 4.30'da verilmiştir. Şekil 4.31'de ise Mach sayısının değişmesi durumunda ses iletim kaybı grafiğindeki değişikler gösterilmektedir. Farklı frekans alanlarında farklı Mach sayıları için eğrinin davranışı değişmektedir. Genel bir davranış biçimi olarak da Mach sayısı arttıkça sivri tepeler yuvarlanmaktadır. Buna ek olarak, eş merkezli bir tüp rezonatörün, reaktif tip susturucuların genel davranışına uygun olarak belli frekans değerlerinde yüksek ses iletim kayıpları sağladığı gösterilmiştir. Geniş-band bir gürültünün giderilmesinde, tek başına kullanılması durumunda, hedeflenen sonuçlara ulaşılmasının mümkün olmayacağı analiz sonucu elde edilen grafiklerden görülmektedir.

- Tıkaç tip susturucularla, dar-band aralığında diğer perfore borulu reaktif susturuculara nazaran daha yüksek ses iletim kayıpları sağlandığından belirli frekanslarda birikmiş gürültülerin giderilmesinde bu tip susturuculardan endüstride sıkça faydalanılmaktadır. Şekil 4.33'te tıkaç tip susturuculardaki genel bir davranış biçimi olarak Mach sayısının artmasıyla ses iletim kayıpları artmakta ve tepeler sivrileşmektedir.

- Üç borulu perfore elemanlı susturuculardaki da Şekil 4.36 ve Şekil 4.38'den görüldüğü gibi dar-band aralığında girişten çıkışa çapraz akış olması durumunda veya geri akış olması durumunda yüksek ses iletim kayıpları elde edilebilmektedir. Geri akış olması durumu sistemin çok karmaşık olması durumunda geri basıncı arttırdığından pek istenmemektedir. Üç borulu her iki sistemde de Mach sayısı arttırıldıkça ses iletim kayıpları da artmaktadır.

- Genişleme odası aynı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı, aynı genişleme odası çaplarındaki fakat farklı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki sönümlü susturucular için yapılmış akustik analizlerde ses yutucu malzemenin kalınlığı arttırıldıkça susturucunun geniş-band aralığında ses iletim kaybının arttığı sonucu elde edilmiştir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.40 ile verilmiştir. Buna göre, düşük frekans alanında çok iyi bir ses iletim kaybı sağlayamamasına karşın yüksek frekans alanında yüksek ses iletim kayıpları sağlamaktadır. Bu durum sönümlü tip susturucuların genel akustik karakteristiği olarak ortaya çıkmaktadır.

- Genişleme odası farklı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı, aynı genişleme odası çaplarındaki ve aynı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki sönümlü susturucular için yapılmış akustik analizlerde ses yutucu malzemenin akış dirençliliği arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının arttığı görülmüştür. Reaktif tip susturuculardan farklı olarak ses iletim kayıpları frekanslara yayılı olarak daha sürekli bir davranış göstermektedir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.41 ile verilmiştir.

- Genişleme odası aynı akış dirençliliğine sahip ses yutucu malzeme ile kaplı, aynı genişleme odası çaplarındaki fakat farklı ses yutucu malzeme kalınlıklarındaki hibrit tip susturucular için yapılmış akustik analizlerde, ses yutucu malzemenin kalınlığı arttırıldıkça susturucunun ses iletim kaybının genel bir davranış olarak düşük ve orta frekans alanlarında arttığı görülmüştür. Sönümlü tip susturuculardaki kullanılan elemanlara ek olarak burada akustik yutucu özelliğe sahip liflerin sarıldığı perfore bir

boru genişleme odasının merkezinden geçmektedir. Hibrit tip susturucularda reaktif ve sönümlü tip elemanlar birlikte kullanıldığından her iki susturucu tipinin özelliklerinden farklı bir durum ortaya çıkmaktadır. Bu çıkan önemli sonuç ile özellikle, düşük ve orta frekans alanında gürültü problemlerinin görüldüğü egzos sistemlerinde gürültünün giderilmesi için verimli olarak hibrit susturucuların kullanılabileceği gösterilmiştir. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.42 ile verilmiştir.

- Yüksek akış dirençlilikleri, hibrit susturucunun performansını orta ve yüksek frekanslarda arttırmaya eğilimlidir, bu sırada ses iletim kaybı tepeleri düşük frekanslara doğru hareket etmektedir. Düşük frekanslarda, ses iletim kaybı akış dirençliliğinin artmasıyla düşmektedir. R=54896 Rayls/m akış dirençliliğine sahip bir akustik yutucu malzeme ile kaplı susturucunun performansı, içinde hiç akustik yutucu malzeme bulunmayan susturucunun performansından hemen hemen tüm frekanslarda daha iyidir. Ancak, R=17378 Rayls/m akış dirençliliğine sahip malzeme ile kaplı susturucunun ses iletim kaybı 250 Hz'in altında bozulmaktadır. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.43 ile verilmiştir.

- Diğer parametreler sabit tutulurken genişleme odasının çapının arttırılması ses iletim kaybını düşük frekans alanında arttırmaktadır. Bu sırada ses iletim kaybı eğrilerinin tepe noktalarının yerleri de değişmektedir. Yüksek frekans alanında ise belli bir dereceye kadar artış ve daha sonra azalış gözlemlenmiştir. Reaktif susturuculardan farklı olarak sönümlü tip susturucularda, genişleme odasının çapının arttırılması reaktif susturucularda olduğu kadar büyük boyutlarda ses iletim kaybı artışlarını sağlamamaktadır. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.44 ile verilmiştir.

- Diğer parametreler sabit tutulurken genişleme odasının uzunluğunun arttırılması beklenildiği gibi tüm frekans alanlarında ses iletim kaybını arttırmaktadır. Bu artış susturucunun yerleştirileceği aracın izin verilebilir boyutlarıyla sınırlandırılmaktadır. Bu incelemenin sonucu Şekil 4.45 ile verilmiştir.

- Çok yüksek frekanslarda, perforasyon oranının artmasıyla hibrit tip susturucularda gürültü azaltımı önemli şekilde iyileşmektedir, bu sırada ses iletim kaybı tepeleri ise yüksek frekanslara doğru kaymaktadır. Buna karşılık, perforasyon oranının artması düşük frekanslarda düşük ses iletim kayıplarına sebebiyet vermektedir. %52 perforasyon oranına sahip bir susturucu 700 Hz civarındaki rezonans frekansıyla bir Helmholtz rezonatörü gibi davranmaktadır ve artan frekanslarla ses iletim kayıpları

çok hızlı bir şekilde düşmektedir. % 50 perforasyon oranındaki bir susturucunun akustik performansı perforasyonun olmaması durumu ile neredeyse aynıdır. Bu incelemenin sonucu 4.46 ile verilmiştir.

- Diğer tüm parametrelerin sabit tutulduğu susturucunun içinde akış olması halinde ses iletim kaybı grafiklerinde değişiklikler meydana gelmektedir. Buna göre Şekil 4.47'den de görülebileceği gibi, susturucu içindeki akışın olmaması durumunda ve Mach sayısının 0.15 mertebesinde olması durumunda, genişleme odasında ses yutucu malzemenin ve bu malzemeyi akış yolundan ayıran perfore elemanın bulunduğu sönümlü susturucunun ses iletim kaybı grafiğinde dikkate değer değişiklik gözlemlenmektedir. Mach sayısının arttırılmasıyla ses iletim kaybı grafiğinde tüm frekans alanlarında düşüş gözlemlenmektedir. Bundan dolayı analizlerde akışın sistemde olacağı koşulu dikkate alınarak tasarımlar gerçekleştirilmelidir.

- Yapılan deneysel çalışmalar sonucunda Şekil 5.7 ile verilen geometrideki susturucu için ses iletim eğrisi elde edilmiştir. Elde edilen grafik ile aynı geometri için transfer matris yöntemi kullanılarak elde edilen grafik ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak ses iletim kaybını hesaplayan LMS Sysnoise yazılımı yardımıyla elde edilen grafik üst üste konularak, yapılan deneysel çalışma Şekil 5.8 ile doğrulanmıştır.

KAYNAKLAR

[1] **http://www.bksv.com/**

[2] **Munjal M.L.,** 1987. Acoustics of Ducts and Mufflers. Wiley - Interscience, New York.

[3] **Sullivan J.W., Crocker M.J.,** 1978. Analysis of concentric – tube resonators having unpartitioned cavities. *Journal of Acoustical Society of America*, 64(1), 207 – 215.

[4] **Sullivan J.W.,** 1979. A method for modelling perforated tube muffler components. 1.Theory. *Journal of Acoustical Society of America,* 66(3), 772 – 778.

[5] **Sullivan J.W.,** 1979. A method for modelling perforated tube muffler components. 2.Applications. *Journal of Acoustical Society of America*, 66(3), 779 – 788.

[6] **Jayaraman K., Yam K.,** 1981. Decoupling approach to modelling perforated tube muffler components. *Journal of Acoustical Society of America,* 69, 390 – 396.

[7] **Munjal M.L., Rao K.N., Sahasrabudhe A.D.,** 1986. Acoustic analysis of perforated muffler components. *Journal of Sound and Vibration,* 114(2), 173 – 188.

[8] **Kar T., Munjal M.L.,** 2005. Generalized analysis of a muffler with any number of interacting ducts. *Journal of Sound and Vibration,* 285(3), 585 – 596.

[9] **Morse P.M.,** 1939. Transmission of sound inside pipes. *Journal of Acoustical Society of America,* 11, 205 – 210.

[10] **Scott R.A.,** 1946. The propagation of sound between walls of porous material. *Proceedings of the Physical Society*, 58, 358 – 368.

[11] **Ko S.H.,** 1975. Theoretical analysis of sound attenuation in acoustically lined flow ducts seperated by porous splitters (rectangular, annular and circular ducts), *Journal of Sound and Vibration,* 39, 471 – 487.

[12] **Cummings A., Chang I.J.,** 1987. Internal mean flow effects on the characteristics of bulk-reacting liners in circular ducts, *Acustica,* 64, 169 – 178.

[13] **Cummings A., Chang I.J.,** 1988. Sound attenuation of a finite length dissipative flow duct silencer with internal mean flow in the absorbent, *Journal of Sound and Vibration,* 127, 1 – 17.

[14] **Peat K.S,** 1991. A transfer matrix for an absorption silencer element, *Journal of Sound and Vibration,* 146, 353 – 360.

[15] **Xu M.B., Selamet A., Lee I.-J., Huff N.T.,** 2004. Sound attenuation in dissipative expansion chambers, *Journal of Sound and Vibration,* 272, 1125 – 1133.

[16] **Selamet A., Xu M.B., Lee I.-J.,** 2004. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers, *Journal of Acoustical Society of America,* 115(5), 2091 – 2099.

[17] **Selamet A., Xu M.B., Lee I.-J.,** 2005. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers with extended inlet/outlet extensions, *Journal of Acoustical Society of America,* 117(4), 2078 – 2089.

[18] **Barron F.R.,** 2003. Industrial Noise Control and Acoustics. Marcel Decker, Inc., New York.

[19] **Norton, M.P. and Karczub, D.,** 2003. Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers. 2nd Edition, pp. 111-120, Cambridge University Press, Cambridge.

[20] **Kinsler L.E., Frey A.R., Coppens A.B., Sanders J.V.,** 1982. Fundamentals of Acoustics. pp. 98-121, John Wiley & Sons, New York.

[21] **Kulkarni P.,** 2003. Experimental Formulation of Four – Pole Parameters for Analytical – Experimental Hybrid Modelling of Acoustic Systems. *Master Thesis,* Division of Research and Advanced Studies of the University of Cincinnati, Ohio.

[22] **Beranek L.L., Ver L.I.,** 1992. Noise and Vibration Control Engineering Principles and Applications, pp. 367 – 427, Wiley - Interscience, New York.

[23] **Munjal M.L.,** 1997. Plane wave analysis of side inlet / outlet chamber mufflers with mean flow. *Applied Acoustics,* 52(2), 165 – 175.

[24] **Kirby R.,** 1996. The Acoustic Modelling of Dissipative Elements in Automotive Exhausts, *PhD Thesis*, Hull Universitesi, Hull.

[25] **Kirby R.,** 2001. Simplified techniques for predicting the transmission loss of a circular dissipative silencer. *Journal of Sound and Vibration*, 243(3), 403 – 426.

[26] **Ryu Y.,** 2005. Transmission loss measurements of exhaust system using 4 microphones. *Brüel Kæjer University*, Denmark.

[27] **Tao Z., Seybert A.F.,** 2001. A review of current techniques for measuring muffler transmission loss, *Society of Automotive Engineers*, 03NVC-38.

[28] **Akbaş A.,** 2005. Susturucuların Akustik Performanslarının İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi,* İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

ÖZGEÇMİŞ

Okyay Nabi ÖZKOZACI, 1980 yılında ÜSKÜDAR/İSTANBUL'da doğdu, ortaokul ve liseyi F.M.V. Ayazağa Işık Lisesi'nde tamamladıktan sonra, 1999 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi'nde Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde mühendislik öğrenimine başladı. 2003 senesinde Yıldız Teknik Üniversitesi'nde lisans eğitimini tamamladıktan sonra, yüksek lisans eğitimi için başvurduğu İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustik Bölümü'nde yüksek lisans eğitimine başladı.