KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

AĞIR-HAFİF VE AĞIR MEZONLARIN TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE SONLU SICAKLIKLARDA İNCELENMESİ

GÜLŞAH KAYA

KOCAELİ 2013

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

AĞIR-HAFİF VE AĞIR MEZONLARIN TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE SONLU SICAKLIKLARDA İNCELENMESİ

GÜLŞAH KAYA

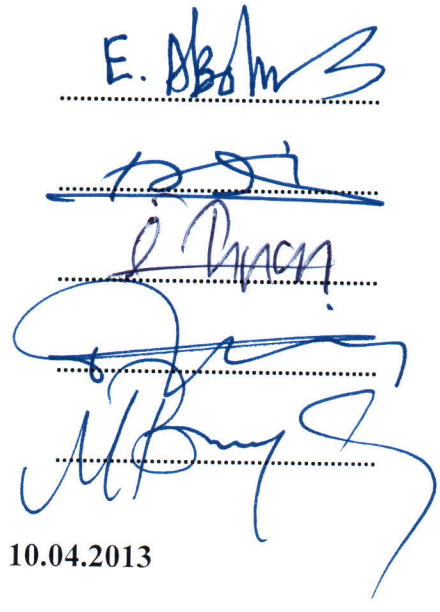
Prof.Dr. Elşen VELİ
Danışman, Kocaeli Üniv.

Prof.Dr. Arif DEMİR
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

Prof.Dr. İlhan TAPAN
Jüri Üyesi, Uludağ Üniv.

Doç.Dr. Hayriye SUNDU PAMUK
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

Doç.Dr. Melahat BAYAR NUHOĞLU
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.



Tezin Savunulduğu Tarih: 10.04.2013

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Güçlü etkileşmenin en önemli araştırma konularından biri sonlu sıcaklıklarda hadronların davranışlarının incelenmesidir. Bu tez çalışmasında, ağır-hafif ve ağır mezonların kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklıkla değişimi, termal KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçların, literatürde mevcut olan teorik ve deneysel verilerle karşılaştırılması yapılmış ve sonuçların birbirleriyle uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca sonlu sıcaklıkta ağır-hafif ve ağır mezonlar için bozunum sabitlerinin kritik sıcaklığa yakın bölgede vakumdaki değerine göre çok azaldığı görülmüş ve bunun da maddenin yeni hali olarak kabul edilen kuark-gluon plazma faz geçişine işaret olabileceği düşünülmüştür.

Uzun ve planlı bir çalışmanın ürünü olan doktora tezimde beni sabırla yönlendiren ve desteğini esirgemeyen danışmanım çok değerli hocam Prof.Dr. Elşen VELİ (VELİEV)'e, bu tezin hazırlanmasında desteğini ve tavsiyelerini esirgemeyen hocalarım; Doç.Dr. Kazem AZİZİ'ye (Doğuş Üniversitesi), Doç.Dr. Hayriye SUNDU PAMUK'a, bu konuda çalışma olanağı sağlayan değerli hocam Fen-Edebiyat Fakültesi Dekanı Prof.Dr. Halis AYGÜN'e, maddi ve manevi desteklerini her zaman yanımda hissettiğim değerli ailem; annem Z.Berrin BOZKIR'a, babam Zeki BOZKIR'a, kardeşim Melih BOZKIR'a, çok değerli eşim Öğr.Gör. Hasan KAYA'ya ve oğlum Kuzey KAYA'ya sonsuz sevgi, saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Nisan-2013 Gülşah KAYA

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR i
İÇİNDEKİLER ii
ŞEKİLLER DİZİNİ iv
TABLOLAR DİZİNİ vi
SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR vii
ÖZET x
ABSTRACT xi
GİRİŞ 1
1. PERTÜRBATİF KUANTUM RENK DİNAMİĞİ 9
1.1. Kuantum Renk Dinamiğinin Temelleri 9
1.2. Abelyen Olmayan Alanların Kuantumlanması 10
1.3. Asimtotik Özgürlük ve Hapsolma 14
1.4. Kiral Simetrinin Kırılması 15
2. PERTÜRBATİF OLMAYAN KUANTUM RENK DİNAMİĞİ 17
2.1. Pertürbatif Olmayan Yöntemler 17
2.2. KRD Toplam Kurallarına Giriş 18
2.3. Wilson Katsayıları 20
2.4. Termal KRD Toplam Kuralları 22
2.5. Termal Dispersiyon Bağıntıları 23
2.6. Mezonların Termal Özellikleri 24
3. (PSEUDO)SKALER VE VEKTÖR MEZONLARIN TERMAL SPEKTRAL YOĞUNLUKLARI 27
3.1. (Pseudo) Skaler Akımların Termal Spektral Yoğunlukları 27
3.2. Vektör Akımların Termal Spektral Yoğunlukları 34
4. SONLU SICAKLIKTA AĞIR-HAFİF (PSEUDO) SKALER MEZONLAR 41
4.1. Pseudoskaler D_s ve B_s Mezonların İncelenmesi 41
4.1.1. Acayip kuark içeren D_s ve B_s mezonların termal davranışı 43
4.1.2. D_s ve B_s mezonun kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin nümerik olarak incelenmesi 45
4.1.3. D_s ve B_s mezonları için iyileştirilmiş termal KRD toplam kuralları 50
4.1.4. B_s mezonu için iyileştirilmiş Hilbert moment termal KRD toplam kuralları ve moment parametresine bağlı kararlılık 55
4.2. Skaler $D_{s0}(2317)$ Mezonunun İncelenmesi 61
4.2.1. $D_{s0}(2317)$ mezonunun termal davranışı 62
4.2.2. $D_{s0}(2317)$ mezonun kütlesinin ve leptonik bozunum sabitinin nümerik olarak incelenmesi 66
5. SONLU SICAKLIKTA AĞIR-AĞIR (AKSİYAL) VEKTÖR MEZONLAR 71
5.1. Ağır-Ağır Vektör Mezonlarının İncelenmesi 72

5.1.1. Ağır-ağır J/Ψ ve Y vektör mezonları için termal korelasyon fonksiyonunun operatör çarpım açılımı 72
5.1.2. Fenomenolojik kısım ve termal KRD toplam kuralları 78
5.1.3. Nümerik analizler 80
5.2.2. Fiziksel nicelikler için termal toplam kuralları 92
5.2.3. Nümerik analizler 94
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 100
KAYNAKLAR 103
KİŞİSEL YAYINLAR VE ESERLER 110
ÖZGEÇMİŞ 112

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Etkileşme mesafesi ile etkileşme kuvveti arasındaki ilişki..... 15
Şekil 3.1. $T = 120MeV$ sıcaklıkta $K^{\pm}$ mezonun spektral yoğunluğunun $\sqrt{s}$ parametresine bağlılığı.....34
Şekil 3.2. $T = 120MeV$ sıcaklıkta D^0 mezonun spektral yoğunluğunun $\sqrt{s}$ parametresine bağlılığı.....34
Şekil 4.1. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde D_s mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.....48
Şekil 4.2. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde B_s mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.....49
Şekil 4.3. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde D_s mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.....49
Şekil 4.4. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde B_s mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.....50
Şekil 4.5. f_{D_s}'in sıcaklığa bağlı olarak değişimi. Burada Borel parametresi $M^2 = 2.5, 3, 3.5\,GeV^2$, hadronik eşik $s_0 = 6GeV^2$ olarak alınmıştır.....54
Şekil 4.6. f_{B_s}'in sıcaklığa bağlı olarak değişimi. Burada Borel parametresi $M^2 = 18, 20\,22\,GeV^2$, hadronik eşik $s_0 = 34\,GeV^2$ olarak alınmıştır.....55
Şekil 4.7. $n=1$, $n=4$ ve $n=5$ için B_s mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.....60
Şekil 4.8. $n=1$, $n=4$ ve $n=5$ için B_s mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.....60
Şekil 4.9. $s_0 = 7.5\,GeV^2$'da $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.....68
Şekil 4.10. $s_0 = 7.5\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.....68
Şekil 4.11. $s_0 = 8.0\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.....69
Şekil 4.12. $s_0 = 8.0\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.....69
Şekil 4.13. $s_0 = 8.5\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.....70

Şekil 4.14. $s_0 = 8.5\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.....70
Şekil 5.1. Gluon arka alanında kuark propagatörü.....76
Şekil 5.2. J/Ψ vektör mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.....84
Şekil 5.3. J/Ψ vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı..... 85
Şekil 5.4. Y vektör mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı..... ..85
Şekil 5.5. Y vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı..... 86
Şekil 5.6. $M^2 = 10\,GeV^2$'de J/Ψ vektör mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.....86
Şekil 5.7. $M^2 = 10\,GeV^2$'de J/Ψ vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı..... 87
Şekil 5.8. $M^2 = 20\,GeV^2$'de Y vektör mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı..... 87
Şekil 5.9. $M^2 = 20\,GeV^2$'de Y vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı..... 88
Şekil 5.10. χ_{b1} mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı..... 96
Şekil 5.11. χ_{b1} mezonun bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı..... 96
Şekil 5.12. χ_{c1} mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı. 97
Şekil 5.13. χ_{c1} mezonun bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı..... 97
Şekil 5.14. $M^2 = 20\,GeV^2$'de χ_{b1} mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı..... 98
Şekil 5.15. $M^2 = 20\,GeV^2$'de χ_{b1} mezonun bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.....98
Şekil 5.16. $M^2 = 10\,GeV^2$'de χ_{c1} mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı. 99
Şekil 5.17. $M^2 = 10\,GeV^2$'de χ_{c1} mezonun bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.....99

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. $d \leq 6$ boyutlu operatörler seti. 21
Tablo 2.2. $d = 5,6$ boyutlu operatörler seti. 21
Tablo 4.1. D_s ve B_s mezonları için KRD parametreleri..... 47
Tablo 4.2. Fit fonksiyonlarındaki sabitlerin değerleri..... 54
Tablo 4.3. $D_{s0}(2317)$ skaler mezonu için KRD parametreleri. 67
Tablo 5.1. J/Ψ ve Y ağır-ağır vektör mezonlarının leptonik bozunum sabitlerinin vakumdaki değerleri.....84
Tablo 5.2. J/Ψ ve Y ağır-ağır vektör mezonlarının kütlelerinin vakumdaki değerleri. 84
Tablo 5.3. χ_{b1} ve χ_{c1} ağır aksiyal vektör mezonlarının kütlelerinin leptonik bozunum sabitlerinin vakumdaki değerleri. 95
Tablo 5.4. χ_{b1} ve χ_{c1} ağır aksiyal vektör mezonlarının bozunum sabitlerinin vakumdaki değerleri. 95

SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR

$a\,,b$	:Renk indisleri
A_μ^a	:Gluon alanı
$C_n\left(q^2\right)$	:Wilson katsayıları
d	:Operatörün boyutu
D_μ	:Kovaryant türev
f	:Leptonik bozunum sabiti
f^{abc}	: $SU(3)$ grubunun yapı sabiti
f_B	: B mezonunun leptonik bozunum sabiti
f_{B_s}	: B_s mezonunun leptonik bozunum sabiti
f_D	: D mezonunun leptonik bozunum sabiti
f_{D_s}	: D_s mezonunun leptonik bozunum sabiti
$f_{D_{s0}(2317)}$	: $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabiti
$f_{J/\Psi}$	: J/Ψ mezonunun leptonik bozunum sabiti
f_Y	: Y mezonunun leptonik bozunum sabiti
$f_{\chi_{b1}}$	: χ_{b1} mezonunun leptonik bozunum sabiti
$f_{\chi_{c1}}$	: χ_{c1} mezonunun leptonik bozunum sabiti
g	:Kuark ve gluon alanları arasındaki şiddetli etkileşmeyi temsil eden şiddetli etkileşme sabiti
$G_{\mu\nu}^a$	:Abelyen olmayan gluonik alan şiddet tensörü
$\left\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}\right\rangle$	:Gluon yoğunlaşmaları
H	:Sistemin Hamilton operatörü
$J(x)$	:Dirac-gamma matrisleri ve kuark alanları ile oluşturulan akım
L_F	:Fermiyon alanı lagranjiyeni
L_{FP}	:Ghost alanı lagranjiyeni
L_G	:Gluon alanı lagranjiyeni
L_{GF}	:Fiziksel olmayan serbestlik derecelerinin ortadan kaldırılmasını temsil eden lagranjiyen
L_{KRD}	:Kuantum Renk Dinamiği lagranjiyeni
m	:Kütle
M	:Borel parametresi
m_B	: B mezonunun kütlesi
m_{B_s}	: B_s mezonunun kütlesi
m_D	: D mezonunun kütlesi
m_{D_s}	: D_s mezonunun kütlesi

$m_{D_{s0}(2317)}$: $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesi

$m_{J/\Psi}$: J/Ψ mezonunun kütlesi

m_q :Kuarkların kütlesi $(q = u, d, s, c, b, t)$

m_Y : Y mezonunun kütlesi

$m_{\chi_{b1}}$: χ_{b1} mezonunun kütlesi

$m_{\chi_{c1}}$: χ_{c1} mezonunun kütlesi

$n(x)$:Fermi dağılım fonksiyonu

N_f :çeşni sayısı

O_n :Tam sistem oluşturan operatörler kümesi

q :momentum

S :Etki

$S(k)$:Termal kuark propagatörünün 11 bileşeni

s_0 : :Sıfır sıcaklıktaki süreklilik eşiği

$s_0(T)$: :Süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlılığı

$\mathcal{T}$:Zaman sıralama operatörü

T :Sıcaklık

T_c :Kritik sıcaklık

u_μ :Dört boyutlu hız vektörü

$V_{q\bar{q}}$:Kuark ve anti kuark arasındaki potansiyel

$\Pi(q^2)$:Korelasyon fonksiyonu

Π_{np} :Korelasyon fonksiyonunun pertürbatif olmayan kısmı

Π_p :Korelasyon fonksiyonunun pertürbatif kısmı

α_0 : μ momentum transferi için etkileşme sabiti

α_s :KRD için etkileşme sabiti

γ_μ : 4×4 şeklinde verilen Dirac matrisleri

δ :Dirac delta fonksiyonu

ε_μ^λ :Vektör mezonlar için polarizasyon durumları

$\eta(x)$:Grassmann değişkenleri

$\eta_a(x)$:Hayali fermiyon alanları

$\theta(x)$:Basamak fonksiyonu

$\Theta_{\mu\nu}$:Enerji-momentum tensörü

λ^a : 3×3 şeklindeki Gell-Mann matrisleri

μ :momentum transferi

$\rho(s)$:Spektral yoğunluk

$\rho_0(s)$:Sıfır sıcaklıkta spektral yoğunluk

ψ :Kuark alanı

$\overline{\psi}$:Anti kuark alanı

$\langle\overline{\psi}\psi\rangle$:Kuark yoğunlaşmaları

$\omega(x)$:Dönüşüm fonksiyonu

$|0\rangle$:Vakum durumu

Kısaltmalar

CLEO : Cornell Elektron depolama halkaları deneyi
KRD : Kuantum Renk Dinamiği
KGP : Kuark Gluon Plazma
OPE : Operatör çarpım açılımı

AĞIR-HAFİF VE AĞIR MEZONLARIN TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE SONLU SICAKLIKLARDA İNCELENMESİ

ÖZET

Ağır-hafif ve ağır mezonların hadronik özelliklerinin sonlu sıcaklıklarda incelenmesi, ağır iyon çarpışma deney sonuçlarının anlaşılabilmesinde oldukça önemli bir rol oynamaktadır. Bu özellikleri incelemek için literatürde çok sayıda farklı pertürbatif olmayan yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bu yaklaşımlar arasında en başarılı yöntemlerden biri, KRD Toplam Kuralları metodudur.

KRD toplam kurallarının termal versiyonu $T \neq 0$ 'da bazı yeni özelliklere sahiptir. Bu yeni özelliklerden biri ortamda parçacıkların akımlar ile etkileşmesi olup, hadron spektral fonksiyonunun modifiye edilmesini gerektirir. Diğer yeni özellik ise sonlu sıcaklıkta maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle, Lorentz invaryantlığın bozulması ve Wilson açılımında yeni operatörlerin ortaya çıkmasıdır.

Bu tezin amacı, KRD Toplam Kuralları yöntemini kullanarak, mezon parametrelerinin sonlu sıcaklıklarda modifikasyonlarını incelemektir. Bu çalışmada, termal kuark propagatörü kullanılarak pertürbatif katkılar hesaplanmış, spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımları elde edilmiş ve α_s mertebesinde iki ilmekli katkılar gözönüne alınmıştır. Sonlu sıcaklıklarda $T = 0$ durumuna ilaveten ortaya çıkan pertürbatif olmayan yeni katkılar da göz önüne alınarak ağır-hafif pseudoskaler D_s ve B_s, skaler $D_{s0}(2317)$, ağır vektör J/Ψ ve Y, aksiyal-vektör χ_{b1} ve χ_{c1} mezonların termal korelasyon fonksiyonu için Operatör Çarpım Açılımı incelenmiştir. Bu mezonlar için uygun ara kesit akımları kullanılarak Wilson katsayıları hesaplanmış, kütle ve leptonik bozunum sabitleri için Termal KRD Toplam Kuralları elde edilmiştir. Nümerik incelemelerde hadronik parametrelerin $T \approx 100\,MeV$ 'e kadar değişmediği, ancak bu noktadan sonra kütlelerin ve bozunum sabitlerinin sıcaklığın artmasıyla azalmaya başladığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Ağır-ağır Mezonlar, Ağır-hafif Mezonlar, Leptonik Bozunum Sabiti, Termal KRD Toplam Kuralları, Termal Spektral Yoğunluk.

THE INVESTIGATION OF HEAVY-LIGHT AND HEAVY MESONS WITH THERMAL QCD SUM RULES AT FINITE TEMPERATURE

ABSTRACT

The investigation of heavy-light and heavy mesons hadron properties at finite temperature can play an essential role in understanding the results of the heavy ion collision experiments. To investigate these features, a lot of different nonperturbative approaches is used in literature. Among these approaches, one of the most successful methods is the QCD Sum Rules method.

Thermal version of QCD sum rules method has some new features at $T \neq 0$. One of these new properties is the interaction of the current with the particles in medium, which requires the modification of hadron spectral function. The other new feature is the breakdown of Lorentz invariance at finite temperature caused by the choice of the reference frame in which matter is at rest and new operators appear in the Wilson expansion.

The aim of this thesis is to investigate at finite temperature modifications of meson parameters using QCD Sum Rules method. In this study, perturbative contributions were calculated using thermal quark propagator, annihilation and scattering parts of spectral density were obtained and the α_s order of two loops contributions were taken into account. Taking into account the new nonperturbative contributions which appears at finite temperature, in addition to the $T = 0$ case, Operator Product Expansion (OPE) was investigated for thermal correlation functions of heavy-light pseudoscalar D_s and B_s, scalar $D_{s0}(2317)$, heavy vector J/Ψ and Y and aksiyal-vector χ_{b1} and χ_{c1} mesons masses and leptonic decay constants. Using interpolating currents for these mesons, Wilson coefficients was calculated and Thermal QCD Sum Rules was obtained for masses and leptonic decay constants. In numerical analysis, the hadronic parameters remain unchanged up to $T \approx 100\,MeV$, but after this point, masses and decay constants were started to decrease with increasing temperature.

Keywords: Heavy-heavy Mesons, Heavy-light Mesons, Leptonic Decay Constant, Thermal QCD Sum Rules, Thermal Spectral density.

GİRİŞ

Günümüz fiziğinde parçacıkları ve onlar arasındaki etkileşmeleri açıklayan en iyi teori Standart modeldir. Bu modelde madde, kuark ve lepton denilen temel parçacıklardan oluşmaktadır ve bu parçacıklar arasındaki etkileşmeler ayar bozonları aracılığıyla gerçekleşmektedir. (u,d) kuark çifti ve (ν_e,e) lepton çifti temel parçacıkların ilk ailesini, (c,s) kuark çiftiyle (ν_μ,μ) lepton çifti ise temel parçacıkların ikinci ailesini oluşturmaktadırlar. Bu modele göre (ν_τ,τ) lepton çifti ile (t,b) kuark çifti üçüncü aileyi oluşturur [1, 2].

Standart modelde şiddetli etkileşmelerin teorisi Kuantum Renk Dinamiği (KRD) ile verilir [2-4]. KRD'de kuraklar arasındaki şiddetli etkileşim, gluon adı verilen parçacıklar aracılığıyla gerçekleşir ve bu etkileşmeye katılan parçacıklara da hadronlar adı verilir. 1960'lı yıllarda Gell-Mann ve Zweig tarafından hadronların kuarklardan oluştuğunun keşfedilmesiyle yeni bir dönem başlamıştır [5]. Üç tane kuarkın bir araya gelmesiyle oluşan baryonlar ve bir kuark ile bir anti kuarkın bir araya gelmesiyle oluşan mezonlar hadron sınıfına girerler. Şiddetli etkileşmenin ara parçacığı olan gluonlar ise spini 1 olan kütlesiz, renk yüküne sahip parçacıklardır. Gluonların, elektrik yüklü parçacıklar arasındaki etkileşimi sağlayan fotonlardan tek farkı sahip oldukları renk yüklerinden dolayı birbirleriyle etkileşebilmeleridir. Doğada kırmızı, yeşil ve mavi olmak üzere üç çeşit renk yükü vardır. Renk yükü bir çeşit kuantum sayısıdır. Her kuark bir renk yükü taşırken, her anti kuarkta bir anti renk yükü taşır. 1960'lı yılların sonunda, elastik olmayan elektron-çekirdek çarpışmalarında çok kısa mesafelerde yada çok yüksek momentum transferlerinde çekirdek bileşenlerinin zayıf etkileşen parçacıklar gibi davrandıkları gözlenmiştir. Diğer taraftan kuarklar arasındaki etkileşmelerin uzun mesafelerde çok güçlü olduğu ve yalıtılmış kuarkların gözlenememesini açıklamak için kuarkların hadronlar içerisine hapsolmuş oldukları düşüncesi ortaya çıkmış ve kısa mesafelerde azalan uzun mesafelerde artan bir kuvvetin varlığı ilk kez öne sürülmüştür [6,7].

Hadronik maddenin sıcaklığı dolayısıyla enerji yoğunluğu gittikçe arttığında, kuark ve gluonlar serbest hale geçerler ve maddenin yeni hali olarak kabul edilen kuark-gluon plazmayı (KGP) oluştururlar [8-11]. KGP fazında kuarklar ve gluonlar herhangi bir hadrona ait olmayıp KGP'nin tüm hacmi boyunca serbestçe hareket etme olanağına sahiptirler. Elektrik yüklü parçacıklardan oluşan plazmanın toplam elektrik yükü sıfır olduğu gibi, renk yüklü kuark ve gluonlardan oluşan plazmanın da toplam renk yükü sıfır olur. Termal KRD'ye göre KGP'de protonlar ve nötronlar kimliklerini kaybeder ve hadron maddesi normal nükleer maddeden farklı olarak kuarkların ve gluonların etkileşmede bulunduğu bir karışıma dönüşür [12-14]. İncelemeler KGP' de kuarklar arası etkileşmenin, uzun menzilli Coulomb etkileşmesi yapısında olduğunu gösterir ve KGP pek çok açıdan elektrik yüklü parçacıklardan oluşmuş plazmaya benzer. Aralarındaki en önemli fark, kuarkların ve gluonların elektrik yükü değil, renk yükü taşımalarıdır. Bu yeni fazda, şiddetli etkileşme zayıflar ve ideal renk-iletken bir KGP oluşur. KGP'de uzun menzilli renk kuvveti, elektron-iyon plazmasında olduğu gibi kollektif etkiler yüzünden perdelenir [15, 16].

Etkileşme sabiti, etkileşmenin koşullarına bağlı olduğundan kuarkların ve gluonların olduğu sistemde çalışmak için pertürbatif ve pertürbatif olmayan KRD incelenmelidir [17]. KRD için etkileşme sabiti olan α, q momentumuna bağlı olarak değişmektedir [18]. Etkileşme mesafesi küçük olduğunda etkileşme sabiti de küçük olacaktır. Buna "asimtotik özgürlük" denir. KRD'de, kısa mesafelerde (veya büyük momentumlar) gerçekleşen asimtotik özgürlük özelliğinden dolayı etkileşme sabiti α'ya göre pertürbatif açılım yapmak mümkündür ve bu bölgede pertürbasyon teorisi kullanılabilir. Ancak büyük mesafelerde (veya küçük momentumlar) ise kuark-gluon etkileşmeleri kuvvetli olduğundan pertürbatif olmayan etkiler baskındır. Bu nedenle KGP ortamında kritik sıcaklığa yakın bölgede hadron üretimi, hadron bozunumları ve hadron parametrelerine ortam etkilerinin incelenmesi, pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirmektedir. Örgü teorisi, torba modeli, efektif Lagrange yöntemi, potansiyel model, fenomenolojik kuark modeli ve KRD toplam kuralları yöntemi bu yöntemlerden bazılarıdır.

Yaklaşık otuz yıl önce öne sürülen KRD Toplam Kuralları [19], hadron fiziğinde pertürbatif olmayan katkıları hesaplamada oldukça başarılı olmuştur. KRD toplam

kuralları KRD Lagrange fonksiyonunu, kuark hadron ikilemini ve asimtotik özgürlük ilkelerini temel almaktadır. Shifmann, Vainshtain ve Zakharov (1979) tarafından mezonlar için geliştirilmiş ve uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını açıklayan bu yöntem daha sonra Ioffe (1981) tarafından baryonlar için genelleştirilmiştir [20]. Bu yöntem bozunum form faktörünü ve kütleleri araştırmak için etkili bir yöntemdir [21-23]. Son yıllarda ağır iyon çarpışmalarının sonuçlarını yorumlayabilmek için sonlu sıcaklıkta parçacıkların hadronik özelliklerinin değişiminin incelenmesine ihtiyaç duyulmuş ve bu nedenle KRD toplam kuralları ile yapılan hesaplamalara ağırlık verilmiştir [24, 25].

KRD toplam kuralları yöntemi kısa mesafelerde geçerli olan asimtotik özgürlük halinden başlayarak KRD'deki bağlı durumların oluştuğu uzun mesafelere adım adım yaklaşmaktan ibarettir. Bu süreçte, asimtotik özgürlük özelliği bozulmaya başlar ve hadronlar içinde hapsolan bağlı kuark durumlarına karşılık gelen rezonanslar ortaya çıkar. Asimtotik özgürlüğün bozulması ile KRD boşluğunda pertürbatif olmayan etkiler oluşur. Bunlar kuark ve gluon operatörlerinin boşluktaki sıfırdan farklı değerleri olarak ortaya çıkar. KRD Toplam Kuralları ile çeşitli hadronik özellikler, KRD parametreleri cinsinden ifade edilebilir. Bu amaçla kuark alanları cinsinden yazılan arakesit akımlarının zaman-sıralama çarpımı ile ifade edilen korelasyon fonksiyonu ele alınır. Arakesit akımlarının incelenen hadronlarla aynı kuantum sayılarına sahip olması gerekir. Arakesit akımı hadronların kuantum sayılarına bağlı olarak skaler, pseudoskaler, vektör, aksiyal-vektör veya tensör şeklinde olabilir. Toplam kuralları, vakum matris elemanının dispersiyon bağıntısının Wilson Operatör Çarpım Açılımına (OPE) eşitlenmesiyle elde edilir [26]. Wilson açılımındaki $d>0$ boyutlu operatörler pertürbatif olmayan terimleri ifade etmektedir.

KRD toplam kuralları yöntemi birkaç ek özelliğe sahip olan Termal KRD (sonlu sıcaklık) toplam kurallarına genişletilebilir ve bu konu ile ilgili ilk orijinal çalışma Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından yapılmıştır [27]. Onlar ortamın etkilerini açıklayabilmek için spektral fonksiyonda düşük enerjili süreklilik durumlarının önemli olduğunu düşünmüşlerdir. Bu toplam kurallarına dayanarak rezonans parametrelerinin sıcaklığa bağlılığı ve faz geçişinin varlığını ele almışlardır. İncelemeler gösterir ki sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında ilave operatörler ortaya çıkmaktadır [28].

Sonlu sıcaklıklarda maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığını bozan ilave operatörler ortaya çıkar [29-32]. Bu yeni Lorentz invaryant olmayan operatörlerin termal ortalamalarının davranışı, $T = 0$ sıcaklığı durumunu ifade eden Lorentz invaryant operatörlerin davranışının tam tersidir: eski operatörler sıfır sıcaklıkta sıfır olmayan değerlerle başlar ve sıcaklık arttıkça büyüklüğü azalırken yeni operatörler sıfır sıcaklıkta sıfır değerini alıp sıcaklık arttıkça hızlı bir şekilde artmaktadır. Termal KRD toplam kurallarına bu yeni operatörlerin dahil olmasının önemi açıkça görülmektedir. Diğer bir deyimle sıcaklığın artmasıyla bu yeni operatörlerin katkısı $T = 0$ durumundaki operatörlerin katkısından daha baskın olacaktır.

OPE' nin sonlu sıcaklık ve yoğunluklardaki uygulamalarında birtakım zorluklar vardır [32, 33]. Dört boyuta kadar olan bu yeni operatörlerin Wilson katsayılarını hesaplamak için konfigürasyon uzay metodu [30] uygulanır. Bu yeni operatörler, yüksek sıcaklıklarda iki kuark bilineer operatörlerinin çarpımının kısa mesafelerde seriye açılımında ortaya çıkar.

Termal KRD toplam kuralları elde edilirken sonlu sıcaklıktaki toplam kurallarından vakum katkılarının çıkarılarak yazılması gerekmektedir. Farklı operatörlerin termal ortalamaları, kuark yoğunlaşması ve gluon yoğunlaşması, kuark ve gluonların enerji yoğunlukları cinsinden ifade edilir. Kuark yoğunlaşmasının [34] sıcaklığa bağlılığı kiral pertürbasyon teori [35] ile hesaplanabilir.

Ağır-hafif mezonlar bir ağır (c, b, t) ve bir hafif kuark (u, d, s) ve anti kuarklardan oluşan mezonlardır. Bu olayların incelenmesi pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirir. Bu konu ile ilgili kullanılan en etkin yöntemlerden biri Termal KRD Toplam Kuralları yöntemidir. Şimdiye kadar Termal KRD Toplam Kuralları ile ilgili çok sayıda çalışma olmasına rağmen, Operatör Çarpım Açılımı (OPE)'nın sonlu sıcaklıklara ve yoğunluklara uygulanmasında birtakım zorluklar vardır. Ağır-hafif mezonların sonlu sıcaklıklarda incelenmesinde vakum yoğunlaşmalarının sıcaklığa bağlı değişimlerinin göz önüne alınması gerekmektedir [36].

Ağır-hafif mezon parametrelerinin incelenmesi ile ilgili yapılan ilk çalışmalarda moment toplam kuralları kullanılarak B mezonun $T=0$'da f_B ile gösterilen leptonik bozunum sabiti belirlenmiş, ancak continuum katkılarının hesaplanmasındaki zorluklardan dolayı bulunan değer beklenenin çok üzerinde olmuştur [21]. Daha sonra bu durum düzeltilmiş ve Borel KRD toplam kuralları kullanılarak $f_D \approx 170\ MeV$ ve $f_B \approx 130\ MeV$ olarak bulunmuştur [37]. Ayrıca acayip (s) kuark içeren D_s ve B_s pseudoskaler mezonların leptonik bozunum sabitleri $T=0$'da Hilbert toplam kuralları ve Laplace dönüşüm KRD toplam kuralları çatısı altında incelenmiş ve ağır kuark kütlesinden bağımsız olarak $m_s \approx 0$ durumunda $\frac{f_{D_s}}{f_D} = 1{,}21 \pm 0{,}06$ ve $\frac{f_{B_s}}{f_D} = 1{,}22 \pm 0{,}02$ olarak elde edilmiştir [38]. Pseudoskaler ağır mezonların leptonik bozunum sabitleri f_D ve f_B, $D \to l\nu$ ve $B \to l\nu$ bozunumlarını yönetir ve bu bozunumlar kuark-antikuark yok olarak lepton çiftine bozunmasıyla teorik olarak açıklanabilir. Bu sabitlerin belirlenmesi, deneysel verilerden Standart Model parametrelerinin elde edilmesinde ve önemli fiziksel etkilerin anlaşılmasında büyük bir öneme sahiptir. Kiral limitde örneğin u, d ve s kuarkların kütlelerinin sıfır olduğu düşünülürse SU(3) çeşnisi tam olarak simetrik olur ve $\frac{f_{D_s}}{f_D} = \frac{f_{B_s}}{f_B} = 1$'dir. SU(3) bozunması olduğunda yani $m_s \neq 0$ durumunda bu oranlar bir değerinden sapacaklardır. B ve D pseudoskaler ve vektör mezonların termal davranışı incelendiğinde leptonik bozunum sabitlerinin T_c kritik sıcaklığında sıfır olduğu görülmüştür. Bu durum $T = T_c$'de Kuark-Gluon Plazma fazına geçiş olduğunun göstergesidir. Ayrıca mezonların termal kütlelerine bakıldığında kritik sıcaklığa kadar kütlelerin sabit kaldığı kritik sıcaklık değerinde ise pseudoskaler mezonların kütlesinin %10–20 kadar arttığı, vektör mezonların kütlesinin ise %20–30 kadar azaldığı görülmüştür [36].

Pozitif pariteye sahip skaler s kuark içeren ve çok dar genişliğe sahip bir mezon olan $D_{s0}(2317)$ mezonu ilk olarak 2003 yılında BABAR'da keşfedilmiş [39], daha sonra CLEO (Cornell Elektron depolama halkaları deneyi) [40] ve BELLE [41] deneylerinde de varlığı kabul edilmiştir. Gözlenen bu durum $D_{s0}(2317)$ mezonunun

ölçülen kütlesi ve genişliği, potansiyel temelli kuark modellerinden elde edilen tahminlerle uyuşmadığı için çok dikkat çekmiştir [42-44]. Karşılaşılan bu problemleri çözmek için literatürde pek çok teoriksel model ileri sürülmüştür. $D_{s0}(2317)$ mezonunun bozunum genişliğinin dar, kütlesinin düşük olmasını araştırmak için $c\bar{s}$ kuark yapısını temel alan çeşitli teoriksel modeller önerilmiştir [45-51]. KRD toplam kuralları kullanılarak yapılan incelemeler $D_{s0}(2317)$ doğasının $c\bar{s}$ varsayımını destekler [52, 53]. Bu durum kuark-antikuark yorumu dışında bir DK molekülü [54], $D_s\pi$ molekülü [55], $c\bar{s}q\bar{q}$ dört kuark durumu [56, 57] ve konvansiyonel durumun karışımı [58] olarak da yorumlanmıştır. Bu durum ayrıca kiral simetri çatısında da incelenmiştir [59].

D mezonların özellikleri literatürde uzun zamandır tartışılmaktadır ve bu mezon KRD'nin pertürbatif olmayan dinamiğinin anlaşılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Bu mezonların leptonik bozunum sabitlerinin belirlenmesi üzerine yapılan çalışmalara yirmi yıl önce başlanmıştır [60-62]. Yapılan teorik ve deneysel çalışmalarda kayan kuark kütleleri ve korelasyon fonksiyonuna yapılan pertürbatif üç ilmekli α_s^2 düzeltmeleri dikkate alınarak bu problem yeniden düşünülmüştür [63, 64]. Son yıllarda bazı D mezonların leptonik bozunum sabitini sonlu sıcaklıkta termal KRD toplam kuralları çatısında hesaplamak için ilk girişimler yapılmıştır [36,65].

Yüksek sıcaklıklarda kiral simetrinin restorasyonu ve yeniden hapsolma olayları gerçekleşmektedir. Bu açıdan sonlu sıcalıklarda skaler mezonlarla ilgili çalışmalar özellikle dikkat çekmektedir. Bu mezonların fiziksel parametrelerinin sıcaklığa bağlılığının çalışılması bize simetrinin restorasyonu ile ilgili ipuçları vermektedir [59]. Skaler mezonlar üzerine uzun zamandır çalışılıyor olmasına rağmen onların pek çok özelliği henüz net değildir ve skaler mezonların deneysel olarak tanımlanması zordur. Sonuç olarak bu noktada teorik çalışmalar önem kazanmaktadır.

Ağır mezonların incelenmesi de pertürbatif olmayan KRD vakum özelliklerinin anlaşılması bakımından büyük önem taşımaktadır [19]. Hadron ortamında charmonium $(\bar{c}c)$ ve bottomonium $(\bar{b}b)$ parametrelerinin sıcaklıkla değişiminin incelenmesi KRD vakum ve KGP fazına geçiş hakkında önemli bilgiler vermektedir.

Sıcak ve yoğun KRD ortamında vektör mezonların hadronik özellikleri yaklaşık 20 yıldır hem deneysel hem de teorik araştırmaların önemli konularından biri olmuştur. Renk perdelenmesinin neden olduğu J/Ψ suppression olayının KGP'nin önemli bir kanıtı olabileceği öne sürülmüş [19] ve CERN'de SPS'de ve BNL'de RHIC'de yapılan ağır iyon çarpışma deneylerinde J/Ψ suppression olayı deneysel olarak gözlenmiştir. Ağır mezonların özellikleri KRD Toplam Kuralları, non-relativistik potansiyel modeller, örgü teorisi, Ağır Kuark Etkin Teori ve Kiral Pertürbasyon Teorisi kullanılarak literatürde geniş şekilde incelenmiştir. Ancak bu modellerin sonlu sıcaklıklara genelleştirilmesinde bir takım zorluklar ortaya çıkmaktadır. KRD toplam kuralları OPE, KRD Lagranjiyanı, kuark hadron dualityi temel almaktadır ve hadron özellikleri hakkında bilgi veren en etkili yöntemlerden birisidir [21, 66]. Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından sonlu sıcaklıklara genelleştirilen bu yöntem [23] $T \neq 0$ durumunda bazı yeni özelliklere sahiptir [27-29]. Bu yeni özelliklerden biri ortamda parçacıkların akımlar ile etkileşmesi olup, hadron spektral fonksiyonunun modifiye edilmesini gerektirir. Diğer özellik ise sonlu sıcaklıkta maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Wilson açılımında Lorentz invaryantlığının bozulması ve bunun sonucu olarak Wilson açılımında $T = 0$ durumunda mevcut operatörlere ilaveten yeni operatörlerin ortaya çıkmasıdır. Bu yöntem hafif [31, 32], ağır-hafif [68, 69] ve ağır-ağır [36, 65-68] mezonların termal özelliklerini çalışmak için literatürde geniş olarak çalışılmaktadır.

Bu tez çalışmasında birinci Bölümde pertürbatif KRD hakkında temel bilgiler verilmiştir. ikinci bölümde pertürbatif olmayan KRD'ye giriş yapılmış ve KRD toplam kuralları hakkında genel teorik bilgiler sunulmuştur. üçüncü bölümde (pseudo) skaler ve (aksiyal) vektör mezonlar için termal spektral yoğunluk ifadeleri elde edilmiştir [69-72]. Dördüncü bölümde ilk olarak pseudoskaler D_s ve B_s mezonları için kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı Borel dönüşüm toplam kuralları ve Hilbert moment toplam kuralları kullanılarak incelenmiş [65], ikinci olarak ise pozitif pariteye sahip $c\bar{s}$ kuarklarından oluşan ve skaler bir mezon olan skaler $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı Termal KRD toplam kuralları kullanılarak incelenmiştir [68]. Yapılan bu çalışmalarda termal korelasyon fonksiyonu incelenmiş, iki noktalı termal korelasyon fonksiyonu için sonlu sıcaklıkta Wilson

Operator Açılımı elde edilmiş ve Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Tezin Beşinci bölümünde ise ağır-ağır vektör (J/Ψ ve Y) ve aksiyal vektör mezonların (χ_{b1} ve χ_{c1}) sonlu sıcaklıkta kütleleri ve leptonik bozunum sabitleri Termal KRD çerçevesinde incelenmiştir [69, 72, 73]. Termal kuark propagatörü kullanılarak spektral yoğunluk ifadesi bir ilmekli yaklaşımda hesaplanmış, α_s mertebesindeki iki ilmekli pertürbatif katkılar [5, 7] ve $T = 0$ durumuna ilaveten ortaya çıkan yeni pertürbatif olmayan katkılar da göz önüne alınarak KRD toplam kuralları elde edilmiştir [69].

1. PERTÜRBATİF KUANTUM RENK DİNAMİĞİ

1.1. Kuantum Renk Dinamiğinin Temelleri

Şiddetli etkileşmelerin teorisi olan KRD, $SU(3)_c$ renk grubu ile verilen ve ilk kez Yang-Mills tarafından tanımlanan abelyen olmayan bir ayar alan teorisidir [75] ve KRD lagranjiyeni,

$$L_{KRD} = \bar{\psi}\left(i\gamma_\mu D^\mu - m\right)\psi - \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a, \qquad (a = 1,\overline{8}) \tag{1.1}$$

ile ifade edilir. Burada ψ kuarkları, $\bar{\psi}$ anti kuarkları, m kuarkların kütlesini ve γ_μ 4×4 şeklinde verilen Dirac matrislerini göstermektedir. Abelyen olmayan gluonik alan şiddet tensörü $G^a_{\mu\nu}$ ve kovaryant türev D_μ sırasıyla

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + igf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu, \tag{1.2}$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\lambda^a}{2}A^a_\mu \tag{1.3}$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca A^a_ν ve A^b_μ gluon alanlarını, g; ψ ve A^a_μ arasındaki şiddetli etkileşmeyi temsil eden şiddetli etkileşme sabitini ve f^{abc} ise $SU(3)$ grubunun yapı sabitini göstermektedir (Abelyen durumda birim e yüküne karşılık gelir). Kovaryant türev ifadesindeki λ^a ise $Tr[\lambda_a\lambda_b] = 2\delta_{ab}$ bağıntısını sağlayan 3×3 şeklinde Gell-Mann matrisleridir.

Minkowski uzayında KRD etkisi,

$$\int d^4x\, L_{KRD} = \int d^4x \sum_q \bar{q}_a (i\not{D} - m)_{ab} q_b - \frac{1}{4}\int d^4x \left(F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a\right) \tag{1.4}$$

ile verilir. Burada a ve b indisleri $a,b \in \{1,2,3\}$ değerlerini almak üzere renk indisleri, m_q her bir kuarkın kütlesi olmakta ve $q \in \{u,d,c,s,t,b\}$ olmak üzere kuarkların altı farklı çeşnisi üzerinden toplam yapılmaktadır. Şiddetli etkileşmelerin teorisi KRD, $SU(3)$ ayar invaryant bir teoridir ve KRD lagranjiyeni $SU(3)$ renk uzayında $\omega(x)$ dönüşüm fonksiyonu ve

$$U(x) = e^{-i\omega(x)} \tag{1.5}$$

olmak üzere

$$\psi'(x) = U(x)\psi(x), \tag{1.6}$$

$$A'_\mu(x) = U(x)\left(A_\mu(x) - \frac{i}{g}\partial_\mu \right)U^{-1}(x), \tag{1.7}$$

$$F'_{\mu\nu}(x) = U(x)F_{\mu\nu}(x)U^{-1}(x) \tag{1.8}$$

yerel ayar dönüşümlerine göre değişmez kalmaktadır.

1.2. Abelyen Olmayan Alanların Kuantumlanması

Burada amaç tüm konfigürasyonlar üzerinden integral almak yerine sadece $\lfloor A_\mu \rfloor$ konfigürasyonlarına denk sınıflar üzerinden integral almaktır. Eğer iki konfigürasyon,

$$A'_\mu = U(g)A_\mu U^{-1}(g) + i\left[\partial_\mu U(g)\right]U^{-1}(g) \tag{1.9}$$

ayar dönüşümü ile ifade edilebiliyorsa bu konfigürasyonlar aynı durumu göstermektedir [3, 76]. Ayar, $f_a\left(A^b_\mu\right) = 0$ gibi koşullar kullanarak sabitlenmelidir. Verilen bir x noktasında orjindeki bir değişim, (1.9) ayar dönüşümünü üniter bir dönüşüme çevirir. Bu dönüşüm integral ölçüsünü invaryant bırakır:

$$DA_\mu\left(= \prod_{x,a,\mu} dA^\mu_a(x) \right) = DA^g_\mu \ . \tag{1.10}$$

Ayrıca,

$$S = -\frac{1}{2\bar{g}^2}\int d^4x \mathrm{Tr}\left(\mathrm{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right) = -\frac{1}{4\bar{g}^2}\int d^4x F_a^{\mu\nu}F_{\mu\nu a} \tag{1.11}$$

ile tanımlanan S etkiside ayar dönüşümleri altında invaryant kalır. $f_a\left(A_\mu^g\right)=0$ denkleminin g'yi tanımladığı varsayılırsa,

$$\Delta_f^{-1}(A) = \int\prod_x \delta\left(f_a\left(A^g(x)\right)\right) \tag{1.12}$$

ile verilen bir $\Delta_f(A)$ niceliği tanımlanabilir. Denklemlerde çok sayıda bulunan indislerin sayısını azaltmak için, Lorentz indisleri ve bazen de grup indisleri ihmal edilir.

$\Delta_f(A)$'nın ayar invaryant olduğu kolayca görülebilir. Burada g_0 sabit grup elemanıdır. Şimdi Z bölüşüm fonksiyonu

$$\begin{aligned} Z &= \int\prod_{x,a} dA_a(x)\, e^{iS[A]}\Delta_f(A)\prod_{x,a}\delta\left(f_a\left(A^g(x)\right)\right)\prod_x dg(x) \\ &= \int\prod_x dg(x)\int\prod_{x,a} dA_a^{g^{-1}}(x)\, e^{iS\left[A^{g^{-1}}\right]}\Delta_f\left(A^{g^{-1}}\right)\prod_{x,a}\delta\left(f_a(A(x))\right) \end{aligned} \tag{1.13}$$

şeklinde ifade edilebilir. İkinci integralin g'den bağımsız olması her bir noktadaki grup hacmi üzerinden alınan integrallerin çarpımını çarpanlarına ayırmamızı sağlar. Bu durumda,

$$Z = \int DA\, e^{iS[A]}\Delta_f(A)\prod_{x,a}\delta\left(f_a(A(x))\right) \tag{1.14}$$

elde edilir. Bu durumda (1.12)'den $\Delta_f(A)$'yı hesaplayabiliriz. Delta fonksiyonu nedeniyle sadece ayar koşulunu sağlayan konfigürasyonlara yakın $[A]$ konfigürasyonları üzerinden integral alınmalıdır. $f_a(A)=0$ koşulunu sağlayan bir $[A]$ konfigürasyonu ele alınarak,

$$\delta A_a^\mu = f_{abc}\Lambda_b A_c^\mu + \partial^\mu\Lambda_a \tag{1.15}$$

$$\delta A_\mu^a = \Delta_{ab}^\mu \Lambda_b \tag{1.16}$$

sonsuz küçük ayar dönüşümü yapılır. Bu durumu kolaylaştırmak için yalnızca $\partial_\mu A_a^\mu = 0$ olan Lorentz ayarı göz önüne alınırsa

$$\begin{aligned}\partial_\mu A_a^{\mu g} &= \partial_\mu A_a^\mu + \partial_\mu \left[\partial^\mu \Lambda_a + f_{abc} \Lambda_b A_c^\mu\right] \\ &= \Box \Lambda_a + f_{abc} A_c^\mu \partial^\mu \Lambda_b \end{aligned} \tag{1.17}$$

olur. Şimdi bu sonuç aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\partial_\mu A_a^{\mu g} = \int d^4 y \left[M_f(x,y)\right]_{ab} \Lambda_b(y). \tag{1.18}$$

Burada,

$$\left[M_f(x,y)\right]_{ab} = \left(\Box \delta_{ab} + f_{abc} A_c^\mu \partial_\mu\right) \delta^{(4)}(x-y). \tag{1.19}$$

Bu gösterimde, $\prod_x dg(x) = \prod_{x,a} d\Lambda_a(x)$ göz önünde bulundurularak $\Delta_f(A)$, $\Delta_f(A) = \det M_f$'ye dönüşür. Determinantı daha kullanışlı hale getirmek için,

$$\int \prod_{i=1}^N d\overline{\psi}_i \, d\psi_i \exp\left(- \sum_{i,j=1}^N \overline{\psi}_i A_{ij} \psi_j \right) = \det A \tag{1.20}$$

olduğu göz önüne alınarak $\eta(x)$ ve $\overline{\eta}(x)$ Grassmann değişkenleri üzerinden integral alınmalı ve pertürbasyon serisine dönüştürülmelidir:

$$\det M_f = \int D(\eta, \overline{\eta}) \exp\left(-i \int d^4x d^4y \, \overline{\eta}_a(x) \left[M_f(x,y)\right]_{ab} \eta_b(y)\right). \tag{1.21}$$

η ve $\overline{\eta}$ değişkenleri bize her bir terimin önüne gelen katsayıları ihmal ederek, bölüşüm fonksiyonunun aşağıdaki formda yazılmasını sağlar [76]:

$$Z = \int D A D\eta D\overline{\eta} \exp\left(i \int d^4x L_{eff}(x)\right) \prod_{x,a} \delta\left(\partial_\mu A_a^\mu(x)\right). \tag{1.22}$$

Burada,

$$L_{eff}(x) = -\frac{1}{4\bar{g}^2} F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu a} - \bar{\eta}_a(x)\left[\Box\,\delta_{ac} - f_{abc} A_b^{\mu} \partial_{\mu}\right]\eta_c(x). \tag{1.23}$$

Ayar grubunun eşlenik gösterimi altında dönüşen ve Faddeev-Popov ghostları diye adlandırılan $\bar{\eta}_a(x)$ ve $\eta_a(x)$ hayali fermiyon alanları (1.23) lagranjiyeninde yer alır. Bu alanlar sadece iç hatlarda ortaya çıkar ve asla S matris elemanlarında dış parçacık olarak bulunmaz. Bu fermiyonlar spini sıfır olan parçacıklardır. Eğer dış hatlarda bulunsalardı, spin istatistik teoremine uymazlardı. Onlar fermiyon alanları olduğundan, bir diyagramda kapalı bir ilmek oluşturduklarında önüne -1 çarpanı gelir. Sonuç olarak (1.22)'de kullanılan $L_{eff}(x)$ lagranjiyeni ayar alanı için L_G lagranjiyenini, ayarı sabitleyen L_{GF} terimini ve Faddeev-Popov ghostlarına karşılık gelen L_{FP} terimini içerir.

Sonuçta etkileşme sabitinde $\bar{g}$ 'nin yerine g yazılarak, $A_a^{\mu} \to gA_a^{\mu}$ dönüşümleri ile ayar alanlarını tekrar ölçeklendirmek uygun olur. Ayara bağlı $Z(J, \rho, \bar{\rho})$ oluşum fonksiyoneli ayar ve fermiyon alanları için J, ρ ve $\bar{\rho}$ kaynakları cinsinden elde edilir. Ayrıca Ghost alanı, Green fonksiyonları için oluşum fonksiyoneli yazılabilir.

L_{FP} 'nin kısmi integrasyonunu yaptıktan sonra elde edilen sonuç

$$L = L_G + L_{GF} + L_{FP} + L_F \tag{1.24}$$

$$L_G = -\frac{1}{4}\left(\partial^{\mu} A_a^{\nu} - \partial^{\nu} A_a^{\mu} - g f_{abc} A_b^{\mu} A_c^{\nu}\right)^2 \tag{1.25}$$

$$L_{GF} = -\frac{1}{2a}\left(\partial_{\mu} A_a^{\mu}\right)^2 \tag{1.26}$$

$$L_{FP} = \left(\partial^{\mu}\bar{\eta}_a\right)\left(\partial_{\mu}\delta_{ac} - g f_{abc} A_{\mu b}\right)\eta_c \tag{1.27}$$

$$L_F = \bar{\psi}_i\left[i\gamma_{\mu}\left(\partial^{\mu}\delta_{ij} + igA_a^{\mu}(T_a)_{ij}\right) - m\,\delta_{ij}\right]\psi_j \tag{1.28}$$

olur. Burada L_G gluon alanını, L_F fermiyon alanını, L_{FP} Ghost alanlarını ve L_{GF} ise fiziksel olmayan serbestlik derecelerinin ortadan kaldırılmasını temsil etmektedir.

1.3. Asimtotik Özgürlük ve Hapsolma

Abelyen olmayan bir ayar teorisi olan KRD; kısa mesafelerde zayıf etkileşen, buna karşılık uzun mesafelerde şiddetli etkileşen bir sistemi tanımlar. Elektromanyetik etkileşmeleri tanımlayan abelyen ayar teorisindeki durumun tersine abelyen olmayan bir ayar teorisinde ayar alan operatörleri komütatif değildir ve sahip oldukları yerel simetriden dolayı asimtotik özgürlük ve hapsolma gibi yeni özelliklere sahiptir [6, 7].

Kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşme şiddeti etkileşme koşullarına bağlıdır. KRD için etkileşme sabiti olan α_s, Q momentumuna bağlı olarak,

$$\alpha_s\left(Q^2\right)=\frac{12\pi}{\left(33-2n_f\right)\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{KRD}^2}\right)} \tag{1.29}$$

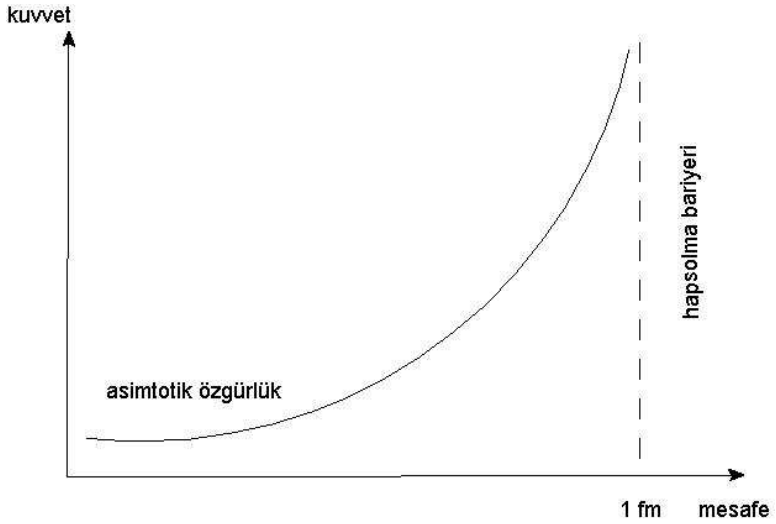
ile ifade edilir [6, 7]. Burada Q dört boyutlu momentum, Λ_{KRD} KRD enerji skalası ($\cong 200\,MeV$) ve n_f ise çeşnilerin sayısıdır. Buna göre Q'nun büyük değerlerinde (etkileşme mesafesi küçük olduğunda) etkileşme sabiti $\alpha_s << 1$ olacaktır ve kuarklar serbest parçacıklar gibi davranacaktır:

$$\lim_{Q^2\to\infty}\alpha_s=0\,. \tag{1.30}$$

Buna "asimtotik özgürlük" denir. Bu durumda pertürbatif teori güvenilir bir şekilde kullanılabilir. Q'nun küçük değerlerinde (etkileşme mesafesi büyük olduğunda) ise kuarklar arasındaki etkileşme kuvveti gluon bulutlarının da katkısından dolayı büyür ve kuarklar serbest hale geçemez. Bu olaya ise hapsolma denir. Bu nedenle deneylerde serbest kuark gözlenememiştir. Kuark ve anti kuark arasındaki $V_{q\bar{q}}$ potansiyeli için

$$V_{q\bar{q}}(r)\approx\sigma r\,,\qquad \sigma\cong\left(425MeV\right)^2 \tag{1.31}$$

yazılabilir. Ayrıca büyük mesafelerde etkileşme sabiti büyük değerlere sahip olduğundan, artık pertürbatif açılım da uygulanamaz.



Şekil 1.1. Etkileşme mesafesi ile etkileşme kuvveti arasındaki ilişki.

Şekil 1.1'den görüldüğü gibi mesafe azaldıkça etkileşme şiddeti küçülürken mesafe arttığında etkileşme şiddeti büyümekte ve kuarklar hadronların içinde hapsolmaktadır.

1.4. Kiral Simetrinin Kırılması

Kuarkların kütlelerinin sıfıra yaklaştığı ($m_q \to 0$) durumda KRD lagranjiyeni kiral simetri adı verilen bir simetriye sahiptir. Bu durumda,

$$L(m_q = 0) = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a + i\overline{\Psi}_L \not{D} \Psi_L + i\overline{\Psi}_R \not{D} \Psi_R \tag{1.32}$$

ile verilen KRD lagranjiyeni kiral dönüşümler altında invaryant kalmaktadır. Burada R ve L indisleri sırasıyla sağ ve sol elli bileşenleri göstermektedir. u, d ve s kuarkın sağ ve sol elli bileşenlerinin bağımsız dönmeleri örnek olarak verilebilir:

$$\begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ s_R \end{pmatrix} \to V_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ s_R \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ s_L \end{pmatrix} \to V_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ s_L \end{pmatrix}. \tag{1.33}$$

Burada $V_R \in SU(3)_R$ ve $V_L \in SU(3)_L$'dir. KRD lagranjiyeni,

$$U(1)_V \times U(1)_A \times SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times SU(3)_C \tag{1.34}$$

ile verilen grup için simetriktir. Burada $U(1)_V$ vektör baryon sayısının korunum simetrisine sahip grup, $U(1)_A$ $U(1)_V$'nin eksenel karşıt simetri grubu, $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_C$ çeşnilerin kiral simetri grubu ve $SU(3)_C$ KRD'nin ayar simetri grubudur. Bu simetri dinamik olarak $SU(N_f)$'e kırılır ve teoride Goldstone bozonlarının $(N_f^2 - 1)$ ortaya çıkmasına neden olur. Kiral simetri tam olmadığı için (küçük ama sıfır olmayan kuark kütleleri tarafından açık bir şekilde kırılır) KRD'de Goldstone bozonları kütlesiz değildir ama oldukça hafiftirler. Bu mezonların gerçek kütleleri temelde kiral pertürbasyon teorisi (kuarkların gerçek kütlelerine genişletilmesi) ile elde edilebilir.

Kiral simetrinin kırlıma mekanizması vakumun yapısı ile yakından ilişkilidir. KRD'de kuarklar ve antikuarklar şiddetli bir şekilde birbirlerini etkilerler ve bunun sonucunda eğer kuarklar kütlesizlerse vakumdan çift oluşuma neden olan enerji küçük olacaktır. Bu nedenle KRD vakumunun vakum kuantum sayılarına sahip kuark-antikuark kondensatlarını içermesi beklenir (toplam momentum ve açısal momentum sıfır). Bu kondensatların kiral yüke sahip olduğu ve sağ elli kuarkların anti parçacıklarıyla sol elli kuarkların çiftleştiği anlamına gelmektedir. Bu durumda skaler bir operatörün vakum beklenen değeri

$$\langle 0|\overline{\psi}\psi|0\rangle = \langle 0|\overline{\psi}_L\psi_R + \overline{\psi}_R\psi_L|0\rangle \neq 0 \qquad (1.35)$$

şeklinde sıfırdan farklı değerler alacaktır. Buradan vakumun iki kuark helisitesine sahip olduğu görülmektedir. Kütlesiz kuarklar vakum aracılığıyla taşındıkları için efektif kütleye ihtiyaç duyarlar. Pertürbayon teorisinde dinamik kiral simetrinin kırılması imkansızdır, çünkü bu teoride parçacığın self enerjisi onun renormalize edilmiş olan kütlesiyle orantılıdır. Sonuç olarak dinamik kiral simetri kırılması pertürbatif olmayan yöntemler kullanılarak çalışılmalıdır. Ayrıca yüksek sıcaklıklarda yada yoğunluklarda kiral simetri yeniden restore edilmektedir.

2. PERTÜRBATİF OLMAYAN KUANTUM RENK DİNAMİĞİ

2.1. Pertürbatif Olmayan Yöntemler

KRD'de, kısa mesafelerde (veya büyük momentumlar) asimtotik özgürlük özelliğinden dolayı etkileşme sabiti α'ya göre pertürbatif açılım yapmak mümkündür ve bu bölgede pertürbasyon teorisi kullanılabilir. Ancak büyük mesafelerde (veya küçük momentumlar) ise kuark-gluon etkileşmeleri kuvvetli olduğundan pertürbatif olmayan etkiler baskındır. Bu nedenle KGP ortamında kritik sıcaklığa yakın bölgede hadron üretimi, hadron bozunumları ve hadron parametrelerine ortam etkilerinin incelenmesi, pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirmektedir. Örgü teorisi, torba modeli, efektif Lagrange yöntemi, potansiyel model, fenomenolojik kuark modeli ve KRD toplam kuralları yöntemi bu yöntemlerden bazılarıdır.

Parçacıkların farklı özelliklerini ve hadron spektrumunu açıklamak için ilk olarak 1975 yılında California Masachusetts Teknoloji Enstitüsü'nde fenomenolojik torba modeli geliştirildi [77]. Bu modelin fenomenolojik varsayımları parçacıkların serbest hareket ettiği küçük uzay bölgesinde hapsolmuş kuarkları ve gluonları temel almaktadır. Kuarklar torba içerisinde kütlesiz, dışarıda ise kütleye sahip olmaktadır. Bu, Lorentz invaryant olmayan ve tüm kuarkların osilasyonu gibi birçok benzer hareketleri oluşturan sınır koşullarına dönüşür. Hapsolma olayı, torbanın içerisindeki kuarkların kinetik enerjisi sonucunda oluşan basıncın ve torbanın dış duvarlarındaki basıncın dengesinin bir sonucu olarak ortaya çıkar.

Örgü teorisi yaklaşımında ise KRD'nin simülasyonunu bir bilgisayarda yapmak için serbestlik derecesinin sayısı azaltılmaktadır. Dört boyutlu uzay-zaman burada örgülerden oluşan küpe ayrıştırılmaktadır.

2.2. KRD Toplam Kurallarına Giriş

Yaklaşık otuz dört yıl önce öne sürülen KRD Toplam Kuralları [19], hadron fiziğinde pertürbatif olmayan katkıları hesaplamada oldukça başarılı olmuştur. KRD toplam kuralları KRD Lagrange fonksiyonunu, kuark hadron ikilemini ve asimtotik özgürlük ilkelerini temel almaktadır. Shifmann, Vainshtain ve Zakharov (1979) tarafından mezonlar için geliştirilmiş ve uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını açıklayan bu yöntem daha sonra Ioffe (1981) tarafından baryonlar için genelleştirilmiştir [20]. Bu yöntem bozunum form faktörünü ve kütleleri araştırmak için etkili bir yöntemdir [23]. Son yıllarda ağır iyon çarpışmalarının sonuçlarını yorumlayabilmek için sonlu sıcaklıkta parçacıkların hadronik özelliklerinin değişiminin incelenmesine ihtiyaç duyulmuş ve bu nedenle KRD toplam kuralları ile yapılan hesaplamalara ağırlık verilmiştir.

KRD toplam kuraları yöntemi kısa mesafelerde geçerli olan asimtotik özgürlük halinden başlayarak KRD'deki bağlı durumların oluştuğu uzun mesafelere adım adım yaklaşmaktan ibarettir. Bu süreçte, asimtotik özgürlük özelliği bozulmaya başlar ve hadronlar içinde hapsolan bağlı kuark durumlarına karşılık gelen rezonanslar ortaya çıkar. Asimtotik özgürlüğün bozulması ile KRD boşluğunda pertürbatif olmayan etkiler oluşur. Bunlar kuark ve gluon operatörlerinin boşluktaki sıfırdan farklı değerleri olarak ortaya çıkar.

Boşlukta kuarkların özelliklerini anlamak için $x = 0$ uzay-zaman noktasında KRD boşluğuna kuarklar yerleştirilir ve bunun gelişimi incelenir. Bu süreç,

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x e^{iq\cdot x} \left\langle 0 \middle| \mathrm{T}\ J(x)\, \bar{J}(0) \middle| 0 \right\rangle \tag{2.1}$$

korelasyon fonksiyonu ile ifade edilir. Bu korelasyon fonksiyonunun incelenmesi KRD toplam kurallarının çıkış noktasını oluşturur. Burada T sağdan sola doğru zamana ait argümanlar artacak şekilde çarpanların düzenlendiği zaman sıralama operatörü, $J(x)$ Dirac-gamma matrisleri ve kuark alanları ile oluşturulan akım, $|0\rangle$ vakum durumu ve q kuarkların toplam momentumudur. $q^2 > 0$ için $\Pi(q^2)$ 'nin tekillikleri $J(x)$ akımıyla aynı kuantum sayılarına sahip hadronik uyarılmalar ile

ilgilidir. Korelasyon fonksiyonu iki farklı şekilde hesaplanarak uzun ve kısa mesafe ifadeleri karşılaştırılır. Önce kuark yapısına girmeden $J(x)$ alanının spinörler ile betimlendiği, fermiyon propagatörlerine benzer terimler ve yüksek enerji uyarılmalarından gelen katkıların oluşturduğu dispersiyon bağıntısı ile betimlenen hadronik kısım ele alınır. Daha sonra korelasyon fonksiyonu operatör çarpım açılımı (OPE) kullanılarak kuark ve gluon alanları cinsinden elde edilir. Sonuçta, Borel dönüşümü uygulanarak bu iki farklı korelasyon fonksiyonu birbirine eşitlenir.

$\Pi_{\mu\nu}$'nün pertürbatif kısmı korelasyon fonksiyonuna gelecek olan tüm katkıları henüz içermemektedir. Korelasyon fonksiyonu KRD vakumunda yer alan soft kuark ve gluon alanlarından gelen pertürbatif olmayan katkıları içermelidir. KRD hareket denklemlerinin çözümü ve vakum alanlarının tam şekli bilinmemektedir. Çeşitli pertürbatif olmayan yaklaşımlar (instanton modelleri, KRD'nin örgü simulasyonları vs.) uzun mesafelerde bu alan dalgalanmalarının $\Lambda_{vac} \approx \Lambda_{KRD}$ olduğunu göstermektedir. Dış akım tarafından bir noktada kuark-antikuark yaratılacağı ve vakum alanlarıyla etkileşmede bulunan diğer noktalarda da soğurulacağı açıktır. Bu etkileşim KRD pertürbasyon teorisinin ötesindedir ve ayrıca ele alınmalıdır.

Korelasyon fonksiyonuna vakum alan katkılarını hesaplamanın pratik yolu aşağıdaki niteliksel düşüncelere dayanır. Büyük momentumlarda, yani $Q^2 >> \Lambda^2_{KRD}$ değerlerinde kuark-antikuark emisyonu ve soğurulma noktaları arasındaki ortalama mesafe, aslında vakum dalgalanmalarının karakteristik boyutlarından daha küçüktür. Böylece kuark-antikuark çiftleri KRD vakumunda yayılarak, uzun mesafeli vakum alanlarını (kuark ve gluon yoğunlaşmalarını) algılamaktadır. Aynı zamanda kuark ve antikuarkların bulunması vakumun yapısında önemli bir değişikliğe neden olmamaktadır. Sonuçta ilk yaklaşımda büyük momentuma sahip olan kuarklar soft vakum gluonlarından ve kuarklarından oluşan dış statik alanlarda saçılmaktadır. Hafif kuarkların olduğu durumda önemli birçok etkileşme vardır: vakum gluonları virtual kuarklar tarafından yayımlanır ve soğurulur, kuarklar ve antikuarklar onlarla etkileşmeye girer ve son olarak da vakumun yapısını karakterize eden etkileşmeler ortaya çıkar. Ağır kuarkların sadece vakum gluonlarıyla etkileşmeleri önemlidir.

2.3. Wilson Katsayıları

Hem kısa hem de uzun mesafe katkıları 1969 yılında K.G.Wilson tarafından verilen Operatör Çarpım Açılımı (OPE) yönteminde göz önüne alınmaktadır [26]. Bu yöntemde akımların çarpımını içeren korelasyon fonksiyonu yerel operatörlerin serisi şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\Pi(q^2) = \sum_d C_d(q^2)\langle 0|O_d|0\rangle . \tag{2.2}$$

$J_\mu(x) = \overline{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)$ şeklindeki vektör akımların zaman sıralama çarpımını içeren $\Pi_{\mu\nu}(q)$ korelatörü (2.2) göz önüne alınarak

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = i\int d^4x e^{iq\cdot x}\left\langle 0\left|\mathrm{T}\{J_\mu(x)J_\nu(0)\}\right|0\right\rangle = (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu})\sum_d C_d(q^2)\langle 0|O_d|0\rangle \tag{2.3}$$

yazılabilir. Burada $C_d(q^2)$'ler Wilson katsayıları, O_d'ler tam sistem oluşturan operatörler kümesidir. Bu açılım operatörlerin d boyutuna göre düzenlenir. En düşük boyutlu operatör $d = 0$'dır ve pertürbatif katkıları ifade etmektedir:

$$C_0(q^2) = \Pi^{pert}(q^2),\ \langle 0|O_0|0\rangle \equiv 1 \tag{2.4}$$

Vakum toplam kurallarında $d = 3$ ve $d = 4$ boyutlu operatörler, sırasıyla $\langle\overline{\psi}\psi\rangle$ kuark yoğunlaşmaları ve $\left\langle G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}\right\rangle$ gluon yoğunlaşmalarına sahip kuark ve gluon alanlarından oluşurlar. Yüksek boyutlu yoğunlaşmaların katkıları Λ^2_{vac}/Q^2'nin kuvvetleri şeklinde ortadan kaldırılır.

(2.3) denkleminde kısa mesafelerden (büyük momentumlardan) gelen katkı $C_d(q^2)$ Wilson katsayılarında, büyük mesafelerden (küçük momentumlardan) gelen katkılar ise vakum yoğunlaşmalarında kendisini ifade etmektedir. Ayrıca vakum-akım etkileşimi, kuark akımlarının özelliklerinden bağımsız olup $d \neq 0$ boyutlu operatörler içeren $\langle 0|O_d|0\rangle$ yoğunlaşmaları ile (2.3) denkleminde ifade edilmiştir. Bu yaklaşımda kısa ve uzun mesafe bölgelerini ayıran μ gerçek ölçeği tanımlarsak $C_d(q^2)$ katsayıları $p^2 > \mu^2$ momentumlarındaki etkileşmeleri, vakum

yoğunlaşmaları ise $p^2 < \mu^2$ momentumlarındaki etkileri içerirler. KRD pertürbasyon teorisinde C_d katsayılarını hesaplamak için μ skalası yeterince büyük olmalıdır.

Pertürbatif olmayan düzeltmeler $\langle q\bar{q} \rangle$, $\langle q\sigma \cdot G\bar{q} \rangle$, $\langle G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ ve $\langle (q\bar{q})^2 \rangle$ vakum yoğunlaşmaları ile ifade edilirler. Kuark alanı q'nun $d = 3/2$ boyutlu ve gluon alanı A_μ'nün boyutunun $d = 1$ olduğu anımsanırsa yukarıdaki ifadelerde $d \leq 6$ boyutlu operatörler seti Tablo 2.1.'de aşağıdaki şekilde verilir:

Tablo 2.1. $d \leq 6$ boyutlu operatörler seti.

Operatör	Boyut
I (Birim operatör)	$d = 0$
$O_3 = \bar{\psi}\psi$	$d = 3$
$O_4 = m\bar{\psi}\psi$	$d = 4$
$O_4 = G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu}$	$d = 4$

O_3 ve O_4 operatörleri sırasıyla kuark ve gluon yoğunlaşmaları olarak bilinir. KRD'de ($d = 1,2$) daha düşük boyutlu renksiz operatörlerin olmaması durumu önemlidir. $d = 5,6$ boyutlu operatörler ise Tablo 2.2.'de verilmiştir.

Tablo 2.2. $d = 5,6$ boyutlu operatörler seti.

Operatör	Boyut
$O_5 = \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu}\psi$	$d = 5$
$O_6^{\psi} = (\bar{\psi}\Gamma_r\psi)(\bar{\psi}\Gamma_s\psi)$	$d = 6$
$O_6^G = f_{abc} G^a_{\mu\nu} G^{b\nu}_{\sigma} G^{c\sigma\mu}$	$d = 6$

Burada $\Gamma_{r,s}$ Lorentz ve renk matrislerinin çeşitli kombinasyonlarını gösterir ve m kuark kütlesi, λ^a'lar ise $SU(3)$ Gell-Mann matrisleri, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ şeklinde olup, $G^a_{\mu\nu}$ ise gluon alan tensörüdür. Yukarıdaki operatörlerin vakum ortalamaları

sırasıyla kuark-gluon, dört-kuark ve üç-gluon yoğunlaşmalarıdır. $d > 6$ boyutlu yoğunlaşmalar genellikle daha çok KRD toplam kuralları yöntemi uygulamalarına az katkı sağladıklarından bunlar göz önüne alınmazlar.

2.4. Termal KRD Toplam Kuralları

KRD toplam kuralları yöntemi birkaç ek özelliğe sahip olan Termal KRD (sonlu sıcaklık) toplam kurallarına genişletilebilir ve bu konu ile ilgili ilk orijinal çalışma Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından yapılmıştır [27]. Onlar ortamın etkilerini açıklayabilmek için spektral fonksiyonda düşük enerjili süreklilik durumlarının önemli olduğunu düşünmüşlerdir. Bu toplam kurallarına dayanarak rezonans parametrelerinin sıcaklığa bağlılığı ve faz geçişinin varlığını ele almışlardır. İncelemeler gösterir ki sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında ilave operatörler ortaya çıkmaktadır [28].

Sonlu sıcaklıklarda maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığını bozan ilave operatörler ortaya çıkar [29]. Bu yeni Lorentz invaryant olmayan operatörlerin termal ortalamalarının davranışı, $T = 0$ sıcaklık durumunu ifade eden Lorentz invaryant operatörlerin davranışının tam tersidir: eski operatörler sıfır sıcaklıkta sıfır olmayan değerlerle başlar ve sıcaklık arttıkça büyüklüğü azalırken yeni operatörler sıfır sıcaklıkta sıfır değerini alıp sıcaklık arttıkça hızlı bir şekilde artmaktadır. Termal KRD toplam kurallarına bu yeni operatörlerin dahil olmasının önemi açıkça görülmektedir. Diğer bir deyimle sıcaklığın artmasıyla bu yeni operatörlerin katkısı $T = 0$ durumundaki operatörlerin katkısından daha baskın olacaktır.

OPE' nin sonlu sıcaklık ve yoğunluklardaki uygulamalarında birtakım zorluklar vardır [32, 33]. Dört boyuta kadar olan bu yeni operatörlerin Wilson katsayılarını hesaplamak için konfigürasyon uzay metodu [30] uygulanır. Bu yeni operatörler, yüksek sıcaklıklarda iki kuark bilineer operatörlerinin çarpımının kısa mesafelerde seriye açılımında ortaya çıkar. Örneğin ρ mezon kanalındaki ikili vektör akımlarının zaman sıralama çarpımının korelasyon fonksiyonunu ele alalım. Burada sadece fiziksel alanları değil bunlara eşlik eden ghost alanlarının da hesaba katılması gerektiğinden termal alan teorisinin gerçek zaman formülasyonu kullanılır. Ancak

düşük mertebeli pertürbasyon açılımı kullanıldığından ghost alanları göz önüne alınmaz.

Sonlu sıcaklıktaki toplam kurallarından vakum katkılarının çıkarılarak yazılması gerekmektedir. Farklı operatörlerin termal ortalamaları, kuark yoğunlaşması ve gluon yoğunlaşması, kuark ve gluonların enerji yoğunlukları cinsinden ifade edilir. Kuark yoğunlaşmasının [34] sıcaklığa bağlılığı kiral pertürbasyon teori [35] ile hesaplanabilir.

Toplam kurallarının farkından mezon parametrelerinin sıcaklığa bağlılığı elde edilmektedir (mezon kütlesi ve vektör akımı ile yaptığı kuplaj). Kurulan satürasyon modeli ile toplam kuralları belirli bir sıcaklığa kadar kararlılık göstermektedir.

2.5. Termal Dispersiyon Bağıntıları

Termal KRD toplam kuralları yönteminde iki akımın zaman sıralama çarpımının termal ortalaması

$$\mathcal{T}_{\mu\nu}^{ab}(q) = i\int d^4x e^{iq\cdot x}\left\langle \mathcal{T}\left(J_\mu^a(x)J_o^b(o)\right)\right\rangle \tag{2.5}$$

ile verilmektedir. Burada $J_\mu^a(x)$, KRD çerçevesinde bakılan parçacık için akımdır. Örneğin π^+,π^-,π^0 için akım ifadeleri sırasıyla

$$\begin{aligned} J_\mu^+(x) &= \bar{u}(x)\gamma_\mu\gamma_5 d(x), \qquad J_\mu^-(x) = \bar{d}(x)\gamma_\mu\gamma_5 u(x) \\ J_\mu^0(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}(x)\gamma_\mu\gamma_5 u(x) - \bar{d}(x)\gamma_\mu\gamma_5 d(x)\right) \end{aligned} \tag{2.6}$$

olur. Herhangi bir operatörün termal ortalaması ise

$$\langle O\rangle = Tre^{-\beta H}O / Tre^{-\beta H} \tag{2.7}$$

şeklinde verilir. Burada H sistemin Hamilton operatörü, $\beta = 1/T$ ve iz (Tr) tüm tam durumlar üzerinden yapılmaktadır. $\theta(t)$ basamak fonksiyonu kullanılarak termal ortalama,

$$T\left(J_\mu(x)J_\nu(x)\right) = \theta\left(t_x - t_y'\right)J_\mu(t)\,J_\upsilon(t') \pm \theta\left(t_y' - t_x\right)J_\upsilon(t')\,J_\mu(t) \tag{2.8}$$

şeklinde yazılır ve basamak fonksiyonunun integral gösterimi,

$$\theta(t-t') = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_o}{2\pi i} \frac{e^{ip_o(t-t')}}{p_o - i\varepsilon} \tag{2.9}$$

kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$T_{\mu\nu}(p_o) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp'_o}{2\pi} \left(\frac{1}{p_o - p'_o + i\varepsilon} - \frac{e^{-\beta p'_o}}{p_o - p'_o - i\varepsilon} \right) M_{\mu\nu}(p'_o). \tag{2.10}$$

Bu ifadenin elde edilmesinde ayrıca KMS (Kubo-Martin-Schwinger) bağıntısı da kullanılmıştır. Sonuç olarak T çarpımı, Landau gösterimi kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$T_{\mu\nu}(q_o, |\mathbf{q}|) = i \operatorname{Im} T_{\mu\nu}(q_o, |\mathbf{q}|) + P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_{\mu\nu}(q'_o, |\mathbf{q}|)}{q'_o - q_o} dq'_o. \tag{2.11}$$

Burada izlenilen yol sadece vektör kuark bilineer operatörü değil, skaler, tensör vb. gibi akımları içeren korelasyon fonksiyonlarını göz önüne alınarak toplam kuralları setini oluşturmaktır. Tüm bu toplam kurallarına bazı rezonans parçacıklarından ve aynı setteki operatörlerden katkılar gelir. Aynı anda tüm bu toplam kurallarının hesabı, operatörlerin termal ortalamalarının kontrolünü sağlar. İlaveten uygun quark bileneer operatörler kullanılarak gluon operatörlerinin herhangi biri olmaksızın toplam kuralları elde edilebilir. Bu toplam kuralları hesaplamaları kolaylaştırır ve daha basit şartlarda satürasyon modeli kontrol edilmiş olunur.

2.6. Mezonların Termal Özellikleri

Termal KRD toplam kuralları ile hafif bir mezon olan ρ mezonlar üzerine bir takım çalışmalar yapılmıştır [30]. Bu çalışmalardan biri de tüm dört boyutlu operatörlerden gelen baskın kuvvet düzeltmesi de dahil olmak üzere ρ-kanalındaki vektör akımların iki noktalı korelasyon fonksiyonu için termal KRD toplam kurallarının yazılması olmuştur. Sonlu sıcaklıkta Lorentz invaryantlığı sağlanmadığı için Wilson açılımında iki eski Lorentz invaryant operatöre (ki bunlar zaten vakum toplam kurallarında mevcuttur) ilaveten iki yeni (Lorentz invaryant olmayan) operatör ortaya

çıkmıştır. Böylece vakum toplam kurallarında sadece $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle$ ve $\langle 0|G^2|0\rangle$ terimleriyle karşılaşırken termal toplam kurallarında artık sıcaklığa bağlı dört terimle karşılaşılır: $\langle \bar{q}q\rangle$, $\langle G^2\rangle$, $\langle \Theta^g\rangle$ ve $\langle \Theta^f\rangle$. Tüm bu termal ortalamalar kiral pertürbasyon teori ile hesaplanabilmektedir. Bu durumda toplam kuralları ρ mezon parametrelerinin sıcaklığa bağlılığını tanımlamak için kullanılabilir.

Yakın zamanda Termal KRD Toplam Kuralları Yöntemi kullanılarak skaler σ mezonlar için yapılan çalışmalarda kütle kaymaları ve leptonik bozunma sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmiştir [77, 78]. $\sigma(600)$ mezonu için akım ifadesi

$$J(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}u+\bar{d}d\right) \tag{2.12}$$

şeklindedir. Operatörlerin d ile gösterilen operatör boyutlarına göre düzenlendiği OPE'de, en düşük boyutlu operatör $d=0$'dır ve pertürbatif katkıları ifade etmektedir. Vakumda toplam kurallarında $d=3$ ve $d=4$ boyutlu operatörler, sırasıyla $\langle \bar{\psi}\psi\rangle$ kuark yoğunlaşmaları ve $\langle G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}\rangle$ gluon yoğunlaşmalarına sahip kuark ve gluon alanlarından oluşmaktadırlar. Sonlu sıcaklıklarda maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığı bozulur ve bunun sonucu olarak Wilson dağılımında $T=0$ durumunda mevcut iki Lorentz invaryant operatöre ilaveten iki yeni Lorentz invaryant olmayan operatör ortaya çıkar [29-31]. Termal alan teorisinde Lorentz invaryantlığı yeniden sağlamak için ortamın u^μ ile verilen dört boyutlu hız vektörünün tanımlanması gerekir ($u^\mu=(1,0,0,0)$). Dört boyutlu hız vektörü ve kuark-gluon alanları kullanılarak $d=4$ boyuta sahip olan $\langle u\Theta^f u\rangle$ ve $\langle u\Theta^g u\rangle$ yeni düşük boyutlu operatörler oluşturulabilir. Burada $\Theta^f_{\mu\nu}$ ve $\Theta^g_{\mu\nu}$ sırasıyla $\Theta_{\mu\nu}$ ile gösterilen enerji-momentum tensörünün fermiyonik ve gluonik kısımlarıdır. Böylece skaler akımların termal korelasyon fonksiyonu kısa mesafe açılımında sıcaklığa bağlı dört terim içermektedir: kuark yoğunlaşması $\langle \bar{\psi}\psi\rangle$, gluon yoğunlaşması $\langle G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}\rangle$, kuark enerji yoğunluğu $\langle u\theta^f u\rangle$ ve gluon enerji yoğunluğu $\langle u\theta^g u\rangle$. Buna göre termal korelasyon fonksiyonu

$$T(q) = C_1 I + C_2 \langle \overline{\psi}\psi \rangle + C_3 \left\langle G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} \right\rangle + C_4 \left\langle u\Theta^f u \right\rangle + C_5 \left\langle u\Theta^g u \right\rangle \quad (2.13)$$

olarak yazılabilir. Bu denklemde Wilson katsayıları hesaplanır. Burada amaç, Termal KRD Toplam Kuralları Yöntemini kullanılarak skaler σ mezonları için kütle kaymaları ve leptonik bozunma sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmesidir. Sonlu sıcaklıklarda real zaman formülasyonu kullanılarak skaler akımların korelasyon fonksiyonuna $\pi\pi$ continuum katkısı hesaplanmış ve korelasyon fonksiyonu hadron parametreleri cinsinden elde edilmiştir. Skaler akımlar için sonlu sıcaklıkta Wilson Operator açılımı da kullanılarak Borel dönüşümlerinden sonra skaler mezonlar için Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Elde edilen ifadeler nümerik olarak incelenmiş, kritik sıcaklığa yakın bölgede skaler mezonların kütle ve kuplaj sabitlerinde değişimler olduğu görülmüştür. Özellikle, kritik sıcaklığa yakın bölgelerde pertürbatif olmayan katkıların etkin olduğu elde edilmiştir [65].

3. (PSEUDO)SKALER VE VEKTÖR MEZONLARIN TERMAL SPEKTRAL YOĞUNLUKLARI

3.1. (Pseudo) Skaler Akımların Termal Spektral Yoğunlukları

İki nokta termal korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(q,T) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\left\langle \mathcal{T}\left(J(x)J^{+}(0)\right)\right\rangle \tag{3.1}$$

ile verilmektedir. Burada $J(x) =: \bar{q}_1(x)\Gamma q_2(x):$ ilgili durumun kuantum sayılarını taşıyan akımı göstermektedir. Ayrıca Γ yerine skaler parçacıklar için $\Gamma = I$, pseudoskaler parçacıklar için ise $\Gamma = i\gamma_5$ yazılmaktadır. $\mathcal{T}$ zaman sıralama çarpımı olmak üzere herhangi bir operatörün termal ortalaması ise

$$\langle A\rangle = Tre^{-\beta H}A / Tre^{-\beta H} \tag{3.2}$$

ile ifade edilir. Burada H sistemin Hamilton operatörü, $\beta = 1/T$ ve iz (Tr) tüm tam durumlar üzerinden yapılmaktadır. Real zaman durumunda termal korelatör 2×2 şeklinde bir matristir. Ancak bu matris tek bir analitik fonksiyon tarafından ifade edildiğinde köşegen bir matris haline getirilebilirse iki nokta fonksiyonuna göre belirlenebilir [79]. Matrisin 11 bileşeninden bahsedebilmek için korelasyon fonksiyonunun sadece bu bileşenin hesaplanması gerekir. Termal kuark propagatörünün 11 bileşeni

$$S(k) = \left(\gamma^{\mu}k_{\mu} + m\right)\left(\frac{1}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n(k_0)\delta\left(k^2 - m^2\right)\right) \tag{3.3}$$

ile verilir. Burada $n(x)$ Fermi dağılım fonksiyonu olmak üzere $n(x) = [\exp(\beta x) + 1]^{-1}$ şeklindedir. Hesaplamalara başlamadan önce sıcaklığa bağlı dispersiyon ilişkisinin

elde edilmesi gerekmektedir. (3.1) denklemindeki zaman sıralama çarpımı aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\left\langle T\left(J(x)J^{+}(x')\right)\right\rangle = \theta(x_0 - x_0')\left\langle J(x_0)J^{+}(x_0')\right\rangle + \theta(x_0' - x_0)\left\langle J^{+}(x')J(x)\right\rangle. \tag{3.4}$$

Burada $\theta(x)$ basamak fonksiyonudur. Kubo-Martin-Schwinger ilişkisi kullanılarak $\left\langle J(x_0)J^{+}(x_0')\right\rangle = \left\langle J^{+}(x_0')J(x_0 + i\beta)\right\rangle$ ile verilen termal beklenen değer yazılır ve bazı dönüşümlerden sonra momentum uzayında termal korelasyon fonksiyonu [80]

$$\Pi(|\mathbf{q}|, q_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dq_0'\, M(|\mathbf{q}|, q_0)\left(\frac{1}{q_0 - q_0' + i\varepsilon} - \frac{\exp(-\beta q_0)}{q_0 - q_0' - i\varepsilon}\right) \tag{3.5}$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$M(|\mathbf{q}|, q_0) = \int d^4x\, e^{iq\cdot x}\left\langle J(x)J^{+}(0)\right\rangle \tag{3.6}$$

ile ifade edilmektedir. Yukarıdaki dönüşümlerde aşağıda verilen θ-basamak fonksiyonu kullanılmıştır:

$$\theta(x_0 - x_0') = \frac{1}{2i\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk_0 \frac{\exp[ik_0(x_0 - x_0')]}{k_0 - i\varepsilon}. \tag{3.7}$$

Korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı $\frac{i}{x + i\varepsilon} = \pi\delta(x) + i\beta\left(\frac{1}{x}\right)$ formülü kullanılarak kolayca hesaplanabilir. Buna göre termal korelasyon fonksiyonu [31]

$$\Pi(q,T) = \int_0^{\infty} ds \frac{\rho(s)}{s + Q_0^2}, \tag{3.8}$$

ile verilir. Burada $\rho(q,T) = \frac{1}{\pi}\operatorname{Im}\Pi(q,T)\tanh\frac{\beta q_0}{2}$ ve $Q_0^2 = -q_0^2$ şeklindedir. Eğer $s \to \infty$ durumunda spektral fonksiyon sıfır olmazsa (3.8)'deki dispersiyon integrali ıraksar. Bu problemin üstesinden gelmenin bir yolu $q^2 = 0$'da $\Pi(q,T)$'den Taylor açılımının ilk birkaç terimini çıkarmaktır. Momentum uzayında termal korelasyon fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi(q,T) = -i\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr(\Gamma\, S(k)\, \Gamma\, S(k-q)). \tag{3.9}$$

(3.3) ile verilen propagatör, (3.9)'da yerine yazılırsa

$$\begin{aligned}\Pi(q,T) = i\,N_c \int\ & \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr\left[\left(\gamma_\mu k^\mu - m_1\right)\left(\gamma_\nu (k-q)^\nu + m_2\right)\right] \\ & \times\left(\frac{1}{k^2 - m_1^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n_F\left(|k_0|\right)\delta\left(k_0^2 - m_1^2\right)\right) \\ & \times\left(\frac{1}{(k-q)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n_F\left(|k_0 - q_0|\right)\delta\left((k-q)^2 - m_2^2\right)\right)\end{aligned} \tag{3.10}$$

olur. Burada $Tr\left[\left(\gamma_\mu k^\mu - m_1\right)\left(\gamma_\nu (k-q)^\nu + m_2\right)\right] = 4\left(k^2 - k\cdot q - m_1 m_2\right)$ olduğu göz önüne alınırsa

$$\begin{aligned}\Pi(q,T) = 4i\,N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2 - k\cdot q - m_1 m_2\right)\Bigg[& \left(\frac{1}{k^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)\left(\frac{1}{(k-q)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right) \\ & + 2\pi i\, n_F(\omega_1)\delta\left(k_0^2 - \omega_1^2\right)\left(\frac{1}{(k-q)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right) \\ & + 2\pi i\, n_F(\omega_2)\,\delta\left((k-q)^2 - \omega_2^2\right)\left(\frac{1}{k^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right) \\ & - 4\pi^2 n_F(\omega_1) n_F(\omega_2)\,\delta\left(k_0^2 - \omega_1^2\right)\delta\left((k_0 - q_0)^2 - \omega_2^2\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{3.11}$$

elde edilir. (3.11) ile verilen termal korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(q,T) = \Pi_1(q,T) + \Pi_2(q,T) + \Pi_3(q,T) + \Pi_4(q,T) \tag{3.12}$$

şeklinde dört parçaya ayrılarak incelenebilir. İlk önce

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_1(q,T) = 4N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2 - q\cdot k - m_1 m_2\right)\left(-\frac{1}{4\omega_1\,\omega_2}\right) \\ \times \mathrm{Re}\Bigg[\left(\frac{1}{k_0 - \omega_1 + i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0 - q_0 + \omega_2 - i\delta_2}\right) \\ + \left(\frac{1}{k_0 + \omega_1 - i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0 - q_0 - \omega_2 + i\delta_2}\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{3.13}$$

ile verilen integrali hesaplayalım. Burada

$$\frac{1}{k_0^2-\omega_1^2+i\varepsilon}=\left(\frac{1}{k_0-\omega_1+i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0+\omega_1-i\delta_1}\right)=\frac{1}{k_0^2+2i\,\delta_1\,\omega_1-\omega_1^2}$$
$$=\frac{1}{2\omega_1}\left(\frac{1}{k_0-\omega_1+i\delta_1}-\frac{1}{k_0+\omega_1-i\delta_1}\right) \tag{3.14}$$

ve

$$\frac{1}{(k-q)^2-m_2^2+i\varepsilon}=\left(\frac{1}{k_0-q_0-\omega_2+i\delta_2}\right)\left(\frac{1}{k_0-q_0+\omega_2-i\delta_2}\right)$$
$$=\frac{1}{k_0^2-2q_0k_0+q_0^2+2i\,\delta_2\,\omega_2-\omega_2^2} \tag{3.15}$$
$$=\frac{1}{2\omega_2}\left(\frac{1}{k_0-q_0-\omega_2+i\delta_2}-\frac{1}{k_0-q_0+\omega_2-i\delta_2}\right)$$

olduğu dikkate alınmıştır. Ayrıca $\omega_1=\sqrt{\mathbf{k}^2+m_1^2}$ ve $\omega_2=\sqrt{\mathbf{k}^2+m_2^2}$'dir. k_0 üzerinden integral alınırsa $\Pi_1(q,T)$'nin imajiner kısmı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\operatorname{Im}\Pi_1(q,T)=-N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\{(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1q_0-m_1m_2)$$
$$\times\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)+(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+\omega_1q_0-m_1m_2) \tag{3.16}$$
$$\times\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)\}.$$

Benzer şekilde,

$$\operatorname{Im}\Pi_2(q,T)=N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{n_1}{\omega_1\omega_2}\{(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1q_0-m_1m_2)$$
$$\times[\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)+\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)] \tag{3.17}$$
$$+(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+\omega_1q_0\pm m_1m_2)$$
$$\times[\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)+\delta(q_0+\omega_1-\omega_2)]\},$$

$$\operatorname{Im}\Pi_3(q,T)=N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{n_2}{\omega_1\omega_2}\{(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1q_0-m_1m_2)$$
$$\times[\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)+\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)] \tag{3.18}$$
$$+(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+\omega_1q_0\pm m_1m_2)$$
$$\times[\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)+\delta(q_0+\omega_1-\omega_2)]\},$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_4(q,T) = -N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{2n_1 n_2}{\omega_1\omega_2}\Big\{&\big(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - m_1 m_2\big)\\ &\times\left[\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) + \delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)\right]\\ &+\big(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + \omega_1 q_0 \pm m_1 m_2\big)\\ &\times\left[\delta(q_0 + \omega_1 + \omega_2) + \delta(q_0 + \omega_1 - \omega_2)\right]\Big\}\end{aligned} \tag{3.19}$$

olarak bulunur. Buna göre termal korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı,

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi(q,T) = -N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\Big\{&\big(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 \pm m_1 m_2\big)\\ &\times\left[(1 - n_1 - n_2 + 2n_1 n_2)\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)\right.\\ &\left.-(n_1 + n_2 - 2n_1 n_2)\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)\right]\\ &+\big(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + \omega_1 q_0 \pm m_1 m_2\big)\\ &\times\left[(1 - n_1 - n_2 + 2n_1 n_2)\delta(q_0 + \omega_1 + \omega_2)\right.\\ &\left.-(n_1 + n_2 - 2n_1 n_2)\delta(q_0 + \omega_1 - \omega_2)\right]\Big\}\end{aligned} \tag{3.20}$$

olur. Burada m_1 ve m_2 kuarkların kütleleri olmak üzere ω_1, ω_2, n_1 ve n_2 nicelikleri $\omega_1 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_1^2}$, $\omega_2 = \sqrt{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 + m_2^2}$, $n_1 = n(\omega_1)$, $n_2 = n(\omega_2)$ ile ifade edilmektedir, ayrıca m_1 ve m_2 kütlelerinin önündeki işaret skaler parçacıklar için pozitif, pseudoskaler parçacıklar için ise negatif olmaktadır. Vakum katkılarını içeren terimler Fermi dağılım fonksiyonunu içermezken, ortam katkılarında Fermi dağılımı söz konusudur. (3.20) eşitliğindeki delta-fonksiyonlarını içeren terimler $\Pi(q,T)$'nin imajiner kısmını yönetir ve ilave terimler buradan gelir. $\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)$ içeren terim $q_0 = \omega_1 + \omega_2$ durumunda katkı getirmektedir. Burada $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right) \geq \left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2$ ile ifade edilen Cauchy-Schwarz integrali kullanıldığında

$$\omega_1\omega_2 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_1^2}\sqrt{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 + m_2^2} \geq |\mathbf{k}|\,|\mathbf{k}-\mathbf{q}| + m_1 m_2 \tag{3.21}$$

olmaktadır ve $q_0 = \omega_1 + \omega_2$ için

$$q_0^2 = (\omega_1 + \omega_2)^2 \geq m_1^2 + \mathbf{k}^2 + m_2^2 + (\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 + 2\,\omega_1\,\omega_2 \geq (m_1 + m_2)^2 + \mathbf{q}^2 \tag{3.22}$$

olarak elde edilmektedir. Bu elde edilen ilk bölgedir. Bu terim sıfır sıcaklıkta $q^2 \geq (m_1 + m_2)^2$ bölgesinde geçerlidir ve yok etme terimi adını alır. Diğer taraftan $\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)$ içeren terim ise $q_0 = \omega_1 - \omega_2$ durumunda katkı verir. (3.22)' e benzer şekilde

$$q_0^2 = (\omega_1 - \omega_2)^2 = m_1^2 + \mathbf{k}^2 + m_2^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 - 2\,\omega_1\,\omega_2 \leq (m_1 - m_2)^2 + \mathbf{q}^2 \qquad (3.23)$$

ifadesi elde edilir ve sonuç olarak sonlu sıcaklıkta ilave bir bölge daha ortaya çıkar. Bu terim $q^2 \leq (m_1 - m_2)^2$ bölgesinde geçerlidir ve ortamdan parçacık soğrulmasını gösterir, ayrıca bu terim $T = 0$ 'da sıfır değerini alan saçılma terimidir.

Hesaplamalar yapılırken $|\mathbf{q}| = 0$ olarak alındığından burada açıya bağlılık yoktur. Ancak $|\mathbf{q}| = 0$ durumunda kuark-antikuark sisteminin kütle merkezinde kuark ya da antikuarkın üç boyutlu momentumunun büyüklüğü olan $|\mathbf{k}|$'nın, (3.20) ifadesindeki δ-fonksiyonu tarafından belirlendiğine dikkat edilmelidir:

$$\mathbf{k}^2 = \frac{\left(q_0^2 - (m_1 + m_2)^2\right)\left(q_0^2 - (m_1 - m_2)^2\right)}{4\,q_0^2}. \qquad (3.24)$$

$|\mathbf{q}| = 0$ durumunda (3.20) ifadesinde $\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)$ ve $\delta(q_0 + \omega_1 + \omega_2)$ fonksiyonlarını içeren terimler $q_0 \geq (m_1 + m_2)$ ve $q_0 \leq -(m_1 + m_2)$ bölgelerinde katkı vermektedir ve sırasıyla üniter bölgeler ortaya çıkmaktadır. Benzer şekilde (3.20) ifadesinde $\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)$ ve $\delta(q_0 + \omega_1 - \omega_2)$ fonksiyonlarını içeren terimler ise $0 \leq q_0 \leq (m_1 - m_2)$ ve $-(m_1 - m_2) \leq q_0 \leq 0$ bölgelerinde katkı vermektedir ve sırasıyla Landau bölgeleri ortaya çıkmaktadır. Yapılan hesaplamalar sonucunda $\mathrm{Im}\,\Pi(q,T)$'nin vakum kısmı

$$\mathrm{Im}\,\Pi(q_0, T=0) = \frac{N_c}{8\pi\,q_0^2}\sqrt{\left(q_0^2 - m_1^2 - m_2^2\right)^2 - 4m_1^2 m_2^2}\left(q_0^2 - (m_1 - m_2)^2\right) \qquad (3.25)$$

olarak bulunur. Bir takım dönüşümler sonucunda her iki bölge göz önüne alınarak $m_1 \geq m_2$ olmak üzere spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımları;

$(m_1+m_2)^2 \le s \le \infty$ için,

$$\rho_{a,\,pert}(s,T)=\rho_0(s)\left[1-n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)-n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)\right], \tag{3.26}$$

$0 \le s \le (m_1-m_2)^2$ için,

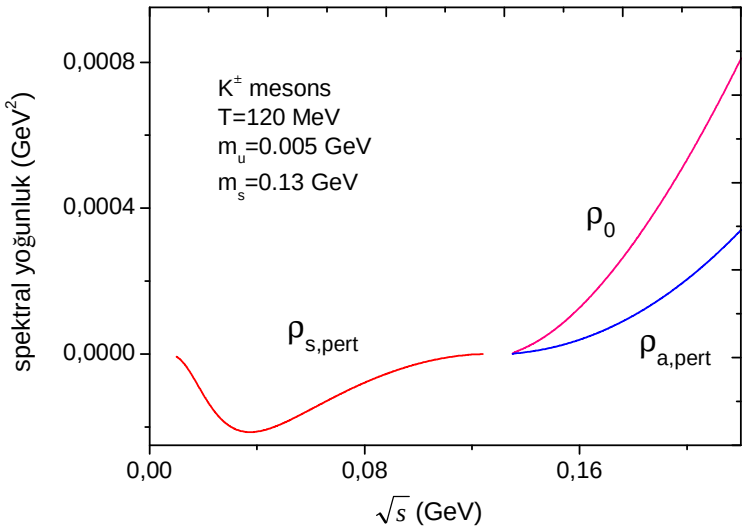
$$\rho_{s,\,pert}(s,T)=\rho_0(s)\left[n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)-n\left(-\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_1^2-m_2^2}{s}\right)\right)\right], \tag{3.27}$$

olarak elde edilir. Burada $\rho_0(s)$, sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin en düşük mertebedeki spektral yoğunluk ifadesidir ve

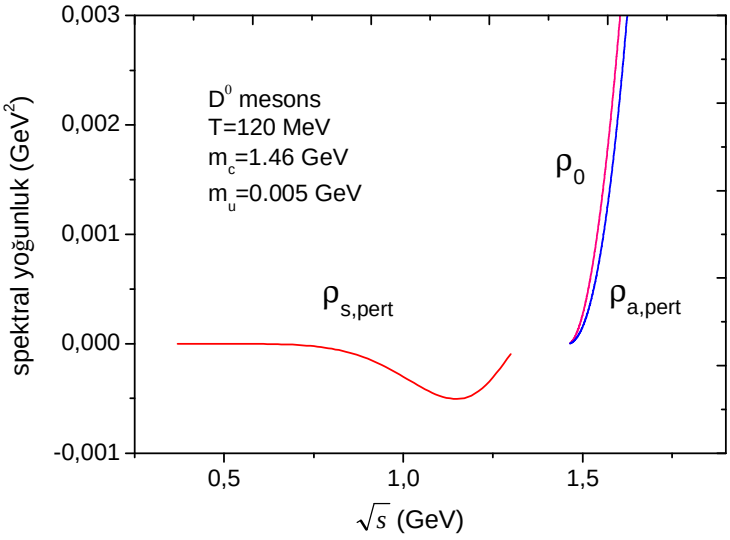
$$\rho_0(s)=\frac{3}{8\pi^2 s}q^2(s)v^n(s) \tag{3.28}$$

ile verilir. Ayrıca skaler parçacıklar için $n=3$, pseudoskaler parçacıklar için $n=1$ olmaktadır ve $q(s)=s-(m_1-m_2)^2$, $v(s)=(1-4m_1m_2/q(s))^{1/2}$ şeklinde tanımlanmıştır. $T \to 0$ limitinde bu ifadelerin vakumdaki değerleriyle tam anlamıyla uyumlu olduğu görülmektedir. Elde edilen sonuçların skaler ve pseudoskaler parçacıklar için $m_1=m_2$ durumunda var olan sonuçlarla da aynı çıktığı görülmüştür [36, 81, 82].

Hafif-hafif pseudo skaler bir mezon olan $K^{\pm}$ ve ağır-hafif pseudo skaler bir mezon olan D^0 mezonları için spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımlarının $\sqrt{s}$ parametresine bağlılığı Şekil 3.1 ve Şekil 3.2'deki grafikler çizilerek incelenmiştir. Nümerik incelemelerde kuarkların kütleleri $m_s = 0{,}13GeV$ ve $m_c = 1{,}46GeV$ olarak alınmıştır. Parçacık bozunumları için standart eşik bölgesinde $\rho_0(s)$ yok etme terimi ile yer değiştirdiği açıkça görülmektedir. Hafif mezonlarda $\rho_{a,pert}(s,T)$ değeri $\rho_0(s)$'den farklıdır. Ancak ağır mezonlarda $\rho_{a,pert}(s,T)$ ve $\rho_0(s)$ değerleri birbirlerine yakın değerler almaktadırlar. Şekil 3.1'den görüldüğü gibi $K^{\pm}$ hafif mezon durumlarında ortam katkıları önemli bir rol oynamaktadır ve toplam değerin oldukça büyük bir kısmını kaplamaktadır.



Şekil 3.1. $T = 120MeV$ sıcaklıkta $K^{\pm}$ mezonun spektral yoğunluğunun $\sqrt{s}$ parametresine bağlılığı.



Şekil 3.2. $T = 120MeV$ sıcaklıkta D^0 mezonun spektral yoğunluğunun $\sqrt{s}$ parametresine bağlılığı.

3.2. Vektör Akımların Termal Spektral Yoğunlukları

Vektör akımlar için termal spektral yoğunluk ifadesinin elde edilmesine (3.1) ile verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonu ile başlanır. Bu ifadede $J(x)$ akımında vektör mezonlar için Γ yerine $\Gamma = \gamma_\mu$ yazılmalıdır. Daha önceki bölümlerde de bahsettiğimiz gibi sonlu sıcaklıkta maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığı bozulur. Ancak maddenin dört boyutlu hız vektörü u_μ kullanılarak (durgun referans sisteminde

$u_\mu = (1,0,0,0)$'dır.), $\omega = u \cdot q$ ve $\bar{q} = \sqrt{\omega^2 - q^2}$ gibi Lorentz invaryant nicelikler tanımlanabilir. Bu niceliklerin yardımıyla, (3.1) ile verilen termal korelasyon fonksiyonu sonlu sıcaklıklarda $P_{\mu\nu}$ ve $Q_{\mu\nu}$ şeklinde ifade edilen bağımsız iki tensör cinsinden yazılabilir [31]:

$$\Pi_{\mu\nu}(q,T) = Q_{\mu\nu}\Pi_l\left(q^2,\omega\right) + P_{\mu\nu}\Pi_t\left(q^2,\omega\right). \tag{3.29}$$

Burada,

$$P_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - \frac{q^2}{\bar{q}^2}\tilde{u}_\mu\tilde{u}_\nu, \tag{3.30}$$

$$Q_{\mu\nu} = \frac{q^4}{\bar{q}^2}\tilde{u}_\mu\tilde{u}_\nu, \tag{3.31}$$

ve $\tilde{u}_\mu = u_\mu - \omega q_\mu / q^2$ şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca $\Pi_l\left(q^2,\omega\right)$ ve $\Pi_t\left(q^2,\omega\right)$ fonksiyonları,

$$\Pi_l\left(q^2,\omega\right) = \frac{1}{\bar{q}^2}u^\mu\Pi_{\mu\nu}(q)u^\nu, \quad . \tag{3.32}$$

$$\Pi_t\left(q^2,\omega\right) = -\frac{1}{2}\left(g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu} + \frac{q^2}{\bar{q}^2}u^\mu\Pi_{\mu\nu}(q)u^\nu\right). \tag{3.33}$$

ile verilen Lorentz invaryant fonksiyonlardır. $|\mathbf{q}| \to 0$ limitinde $\Pi_t = -\frac{1}{3}g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu}$ şeklinde ifade edilmekte, Π_l ve Π_t fonksiyonları arasındaki ilişki ise $\Pi_t\left(q_0,|\mathbf{q}|=0\right) = q_0^2\Pi_l\left(q_0,|\mathbf{q}|=0\right)$ olmaktadır. Reel zaman termal alan teorisinde $\Pi_l\left(q^2,\omega\right)$ ve $\Pi_t\left(q^2,\omega\right)$ fonksiyonları 2×2 şeklinde matrisle ifade edilir ve bu matrisin elemanları tek bir analitik fonksiyona bağlıdır [79, 83]. Sonuç olarak matrisin 11-bileşeninin hesaplanması iki nokta fonksiyonunun belirlenmesi için yeterlidir. Sabit $\mathbf{q}$ değerinde termal korelasyon fonksiyonunun spektral gösterimi

$$\Pi_{l,t}\left(q_0^2,T\right)=\int_0^\infty dq_0'^2\,\frac{\rho_{l,t}\left(q_0'^2,T\right)}{q_0'^2+Q_0^2}\ , \tag{3.34}$$

şeklinde ifade edilir. Burada $Q_0^2=-q_0^2$ ve

$$\rho_{l,t}\left(q_0^2,T\right)=\frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}\Pi_{l,t}\left(q_0^2,T\right)\tanh\frac{\beta q_0}{2} \tag{3.35}$$

olarak tanımlanmaktadır. (3.9) ile verilen termal korelasyon fonksiyonunun momentum uzayındaki ifadesinde vektör akımlar için Γ ve termal kuark propagatörü $S(k)$ yerine yazıldığında termal korelasyon fonksiyonu,

$$\begin{aligned}\Pi(q,T)=i\,N_c\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,Tr\left[\gamma_\mu\left(\gamma_\alpha k^\alpha+m_1\right)\gamma_\nu\left(\gamma_\beta(k-q)^\beta+m_2\right)\right]\\ \times\left(\frac{1}{k^2-m_1^2+i\varepsilon}+2\pi i\,n_F\left(|k_0|\right)\delta\left(k_0^2-m_1^2\right)\right)\\ \times\left(\frac{1}{(k-q)^2-m_2^2+i\varepsilon}+2\pi i\,n_F\left(|k_0-q_0|\right)\right.\\ \left.\times\,\delta\left((k-q)^2-m_2^2\right)\right)\end{aligned} \tag{3.36}$$

olarak elde edilir. Burada

$$\begin{aligned}Tr\left[\gamma_\mu\left(\gamma_\alpha k^\alpha+m_1\right)\gamma_\nu\left(\gamma_\beta(k-q)^\beta+m_2\right)\right]=-4\left(q_\nu k_\mu+q_\mu k_\nu-2k_\mu k_\nu-m_1m_2g_{\mu\nu}\right.\\ \left.-q\cdot kq_{\mu\nu}+k^2g_{\mu\nu}\right)\end{aligned} \tag{3.37}$$

olmaktadır. Ayrıca $\Pi_1=g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu}$ olduğu göz önüne alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\Pi_1(q,T) = -8i\,N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2 - k\cdot q - 2m_1m_2\right)\Bigg[\left(\frac{1}{k^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{(k-q)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right) + 2\pi i\, n_F(\omega_1)\delta\left(k_0^2 - \omega_1^2\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{(k-q)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right) + 2\pi i\, n_F(\omega_2) \qquad (3.38)$$
$$\times\delta\left((k_0 - q_0)^2 - \omega_2^2\right)\left(\frac{1}{k^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)$$
$$- 4\pi^2 n_F(\omega_1) n_F(\omega_2)\delta\left(k_0^2 - \omega_1^2\right)\delta\left((k_0 - q_0)^2 - \omega_2^2\right)\Bigg].$$

$\Pi_1(q,T)$ termal korelasyon fonksiyonu

$$\Pi_1(q,T) = \Pi_a(q,T) + \Pi_b(q,T) + \Pi_c(q,T) + \Pi_d(q,T) \qquad (3.39)$$

şeklinde dört parçaya ayrılarak incelenebilir. Burada ilk olarak

$$\Pi_a(q,T) = -8i\,N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2 - k\cdot q - 2m_1m_2\right)\Bigg[\left(\frac{1}{k^2 - m_1^2 + i\varepsilon}\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{(k-q)^2 - m_2^2 + i\varepsilon}\right) \qquad (3.40)$$

ile verilen $\Pi_a(q,T)$ terimini hesaplamaya çalışalım. (3.14) ve (3.15) ifadelerinden yararlanılırsa ve $m_1 = m_2$ olduğu dikkate alınırsa $\Pi_a(q,T)$'nin imajiner kısmı,

$$\mathrm{Im}\,\Pi_a(q,T) = -8N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 - 2m^2\right)$$
$$\times\left(-\frac{1}{4\omega_1\omega_2}\right)\mathrm{Re}\Bigg[\left(\frac{1}{k_0 - \omega_1 + i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0 - q_0 + \omega_2 - i\delta_2}\right) \qquad (3.41)$$
$$+\left(\frac{1}{k_0 + \omega_1 - i\delta_1}\right)\left(\frac{1}{k_0 - q_0 - \omega_2 + i\delta_2}\right)\Bigg]$$

olur. Burada k_0 üzerinden integral alınırsa

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_a(q,T) &= N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)\\ &+ N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)\end{aligned} \tag{3.42}$$

elde edilir. Burada $q_0>0$ için $\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)=0$ olur. Buna göre

$$\mathrm{Im}\,\Pi_a(q,T) = N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2) \tag{3.43}$$

olur. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_b(q,T) &= -N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{n_1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)\\ &- N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{n_1}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0+\omega_1-\omega_2),\end{aligned} \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_c(q,T) &= -N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{n_2}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)\\ &- N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{n_{21}}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0+\omega_1-\omega_2),\end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi_d(q,T) &= N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{2n_1n_2}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)\\ &+ N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{2n_1n_2}{\omega_1\omega_2}\left(\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+\omega_1 q_0-2m^2\right)\delta(q_0+\omega_1-\omega_2)\end{aligned} \tag{3.46}$$

olarak bulunur. Ayrıca burada (pseudo)skaler çalışmasından farklı olarak $k_0=\omega_1$ ve $k_0-q_0=\omega_2$ ise $\cos\theta=-\dfrac{q^2-2q_0\omega_1}{2|\mathbf{k}|\cdot|\mathbf{q}|}$ olmaktadır, yani integralde açıya bağlılık ortaya çıkmaktadır. Her bir terimin ayrı ayrı k_0 üzerinden integrali alınır ve $\Pi_1(q,T)$ termal korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmında yerine yazılırsa

$$\mathrm{Im}\,\Pi_1(q,T) = L(q_0)+L(-q_0) \tag{3.47}$$

olur. Burada,

$$L(q_0)=N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\frac{\omega_1^2-\mathbf{k}^2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega_1 q_0-m^2}{\omega_1\omega_2}\Big(\big[(1-n_1)(1-n_2)+n_1n_2\big]$$
$$\times\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)-\big[(1-n_1)n_2+(1-n_2)n_1\big]\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)\Big), \tag{3.48}$$

ile verilmektedir ve $n_1=n(\omega_1)$, $n_2=n(\omega_2)$, $\omega_1=\sqrt{\mathbf{k}^2+m^2}$, $\omega_2=\sqrt{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2+m^2}$ olmaktadır. Fermi dağılım fonksiyonunu içermeyen terimler vakum katkılarını, Fermi dağılım fonksiyonunu içeren terimler ise ortam katkılarını göstermektedirler. (3.48) denkleminin farklı terimlerindeki delta fonksiyonları, ıraksaklığın ortadan kalktığı bölgeleri tanımlar ve $\Pi_1(q,T)$'nin imajiner kısmı tanım aralığını belirler [13]. Bir takım hesaplamalardan sonra sıfırdan farklı bir momentum değerinde $\rho_1(q_0^2,T)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,\Pi_1(q_0^2,T)\tanh\left(\frac{\beta q_0}{2}\right)$ ile verilen $\rho_1(q_0^2,T)$'nin yok olma $(\rho_{1,a})$ ve saçılma terimleri $(\rho_{1,s})$aşağıdaki şekilde bulunur:

$$4m^2+\mathbf{q}^2\le q_0^2\le\infty \text{ için } \rho_{1,a}=-\frac{3q^2}{8\pi^2}(3-v^2)\left[v-\int_{-v}^{v}dx\,n_+(x)\right], \tag{3.49}$$

$$q_0^2\le\mathbf{q}^2 \text{ için } \rho_{1,s}=\frac{3q^2}{16\pi^2}(3-v^2)\int_{v}^{\infty}dx\big[n_-(x)-n_+(x)\big] \tag{3.50}$$

Burada,

$$v(q_0^2)=\sqrt{1-4m^2/q_0^2(s)}, \tag{3.51}$$

$$n_+(x)=n\left[\frac{1}{2}(q_0+|\mathbf{q}|x)\right] \text{ ve } n_-(x)=n\left[\frac{1}{2}(|\mathbf{q}|x-q_0)\right] \tag{3.52}$$

olarak tanımlanmıştır. Benzer şekilde $\Pi_2(q,T)=u^\mu\Pi_{\mu\nu}(q,T)u^\nu$ fonksiyonu da hesaplanarak

$$\mathrm{Im}\,\Pi_2(q,T)=-4i\,N_c\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2-k\cdot q-m^2+2k_0q_0-2k_0^2\right)D(k)D(k-q) \tag{3.53}$$

bulunmuştur. Burada $D(k)=1/\left(k^2-m^2+i\varepsilon\right)+2\pi i n\left(|k_0|\right)\delta\left(k^2+m^2\right)$ olarak ifade edilmektedir. k_0 ve açı üzerinden integral alınırsa $\mathrm{Im}\Pi_2(q,T)$'nin yok olma ve saçılma kısımları

$$\mathrm{Im}\,\Pi_{2,a}=N_c\int_{\omega_-}^{\omega_+}\frac{d\omega_1}{8\pi|\mathbf{q}|}\left(4q_0\omega_1-q^2-4\omega_1^2\right)F(\omega_1), \tag{3.54}$$

$$\mathrm{Im}\,\Pi_{2,s}=N_c\int_{\omega_+}^{\infty}\frac{d\omega_1}{8\pi|\mathbf{q}|}\left(4q_0\omega_1-q^2-4\omega_1^2\right)G(\omega_1), \tag{3.55}$$

olarak bulunur. Burada,

$$F(\omega_1)=1-n(\omega_1)-n(q_0-\omega_1)+2n(\omega_1)n(q_0-\omega_1), \tag{3.56}$$

$$G(\omega_1)=2n(\omega_1)n(q_0-\omega_1)-n(\omega_1)-n(q_0-\omega_1) \tag{3.57}$$

$$\omega_\pm=\frac{1}{2}\left(q_0\pm|\mathbf{q}|v\right). \tag{3.58}$$

Elde edilen bu sonuçlar (3.32) ve (3.33) denkleminde yerine yazılırsa ρ_t'nin yok olma ve saçılma kısımları

$$\rho_{t,a}=\frac{3q^2}{32\pi^2}\int_{-v}^{v}dx\left(2-v^2+x^2\right)\left[1-2n_+(x)\right], \tag{3.59}$$

$$\rho_{t,s}=-\frac{3q^2}{32\pi^2}\int_{v}^{\infty}dx\left(2-v^2+x^2\right)\left[n_-(x)-n_+(x)\right] \tag{3.60}$$

olarak elde edilir. Sıfırdan farklı bir momentum değerinde ρ_l'nin yok olma kısmı örneğin $\rho_{l,a}$ ve onun saçılma kısmı $\rho_{l,s}$'de (3.59) ve (3.60) denklemine benzer çıkmaktadır. Burada $\left(2-v^2+x^2\right)$ katsayısının yerine $2\left(1-x^2\right)$ gelmektedir.

4. SONLU SICAKLIKTA AĞIR-HAFİF (PSEUDO) SKALER MEZONLAR

4.1. Pseudoskaler D_s ve B_s Mezonların İncelenmesi

Ağır-hafif mezonlar; bir hafif $(u, d \text{ veya } s)$ ve bir ağır $(c, b \text{ veya } t)$ kuarkın birleşmesiyle oluşan mezonlardır. Bu olayların incelenmesi pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirir. Bu konu ile ilgili en etkin yöntemlerden biri Termal KRD Toplam Kuralları yöntemidir. Şimdiye kadar Termal KRD Toplam Kuralları ile ilgili çok sayıda çalışma olmasına rağmen, Operatör Çarpım Açılımı (OPE)'nın sonlu sıcaklık ve yoğunluklarda uygulanmasında birtakım zorluklar vardır. Ağır-hafif mezonların sonlu sıcaklıklarda incelenmesinde vakum yoğunlaşmalarının sıcaklığa bağlı değişimlerini göz önüne almamız gerekir [36].

Bu bölümde kuark-gluon faz geçişi kritik sıcaklığına yakın bölgede ağır-hafif mezon parametrelerine ortam etkilerinin incelenmesi ele alınmış ve bu konuda şimdiye kadar yapılan çalışmalar incelenmiştir. İlk olarak pseudoskaler mezon olan ve bir ağır kuark ile bir hafif kuarktan oluşan D_s ve B_s mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığına bakılmıştır. Bu amaçla pseudoskaler mezonlar için $T = 0$'da ve $T \neq 0$'da günümüze kadar yapılmış olan çalışmalar incelenmiştir. $T = 0$ durumunu incelemek $T \neq 0$ durumunda elde edeceğimiz sonuçların doğruluğunu tespit etmemiz açısından önemlidir.

Bu konu ile ilgili olarak yapılan ilk çalışmalarda moment toplam kuralları kullanılarak B mezonun $T = 0$'da f_B ile gösterilen leptonik bozunum sabiti belirlenmiş, ancak continuum katkılarının hesaplanmasındaki zorluklardan dolayı bulunan değer beklenilenin çok üzerinde olmuştur [21]. Daha sonra yapılan bir çalışmada bu durum düzeltilmiş ve Borel KRD toplam

kuralları kullanılarak $f_D \approx 170\ MeV$ ve $f_B \approx 130\ MeV$ olarak bulunmuştur [37]. Başka bir çalışmada ise s kuark içeren D_s ve B_s pseudoskaler mezonların leptonik bozunum sabitleri $T = 0$'da Hilbert toplam kuralları ve Laplace transform KRD toplam kuralları çatısı altında incelemiş ve ağır kuark kütlesinden bağımsız olarak $m_s \approx 0$ durumunda $\frac{f_{D_s}}{f_D} = 1{,}21 \pm 0{,}06$ ve $\frac{f_{B_s}}{f_D} = 1{,}22 \pm 0{,}02$ olarak elde edilmiştir [38].

Pseudoskaler ağır-haif mezonların leptonik bozunum sabitleri f_D ve f_B, $D \to l\nu$ ve $B \to l\nu$ bozunumlarını yönetir ve bu bozunumlar kuark-antikuark yok olarak lepton çiftine bozunmasıyla teorik olarak açıklanabilir. Bu sabitlerin belirlenmesi, deneysel verilerden Standart Model parametrelerinin elde edilmesinde ve önemli fiziksel etkilerin anlaşılmasında büyük bir öneme sahiptir. Kiral limitde örneğin u, d ve s kuark kütlelerinin sıfır olduğu düşünülürse SU(3) çeşnisi tam olarak simetrik olur ve $\frac{f_{D_s}}{f_D} = \frac{f_{B_s}}{f_B} = 1$'dir. SU(3) bozunması olduğunda yani $m_s \neq 0$ durumunda bu oranlar bir sayısal değerinden sapacaklardır. B ve D pseudoskaler mezonların termal davranışı incelendiğinde leptonik bozunum sabitlerinin T_c kritik sıcaklığında sıfır olduğu görülmüştür. Bu durum $T = T_c$'de Kuark-Gluon Plazma fazına geçiş olduğunun göstergesidir. Ayrıca mezonların termal kütlelerine bakıldığında kritik sıcaklığa kadar kütlelerin sabit kaldığı, kritik sıcaklık değerinde ise pseudoskaler mezonların kütlesinin %10–20 kadar arttığı, vektör mezonların kütlesinin ise %20–30 kadar azaldığı görülmüştür [36].

Bu bölümde D_s ve B_s mezonları için kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı Borel dönüşüm toplam kuralları ve Hilbert moment toplam kuralları kullanılarak incelenmiştir [65]. Yapılan çalışmada termal korelasyon fonksiyonu incelenmiş, iki noktalı termal korelasyon fonksiyonu için sonlu sıcaklıkta Wilson Operator Açılımı elde edilmiş ve Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Elde edilen sonuçların, literatürde mevcut olan teorik ve deneysel verilerle karşılaştırılması yapılmış ve uyumlu olduğu görülmüştür.

4.1.1. Acayip kuark içeren D_s ve B_s mezonların termal davranışı

Acayip kuark içeren D_s ve B_s mezonların termal davranışını incelemek için

$$\Pi(q,T) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\left\langle \mathcal{T}\left(J(x)J^{+}(0)\right)\right\rangle \tag{4.1}$$

ile verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonu kullanılır. Burada m_Q ve m_s sırasıyla ağır ve s kuarkların kütlesi olmak üzere $J(x)$ ağır-hafif kuark akımı

$$J(x) = \left(m_Q + m_s\right):\bar{s}(x)i\gamma_5 Q(x): \tag{4.2}$$

şeklinde seçilir. Burada yapılan hesaplmada hafif bir kuark olan s kuarkın kütlesi ihmal edilmemiştir. $\Pi(q^2)$, çok terimli çıkarma terimlerine kadar geniş q^2 davranışına bağlı kalmakta ve aşağıdaki dispersiyon bağıntısına uymaktadır [19]:

$$\Pi\left(Q^2\right) = \int ds \frac{\rho(s)}{s+Q^2} + \text{ çıkarma.} \tag{4.3}$$

Burada $Q^2 = -q^2$ ile verilen Öklit momentumu ve $\rho(s) = \frac{1}{\pi}\operatorname{Im}\Pi(s)$ spektral yoğunluk olmak üzere pertürbasyon teorisinde [38]

$$\rho(s) = \frac{3\left(m_s + m_Q\right)^2}{8\pi^2 s} v(s) q^2(s)\left[1 + \frac{4\alpha_s}{3\pi} f(x)\right] \tag{4.4}$$

ile verilmektedir. Burada,

$$q(s) = s - \left(m_Q - m_s\right)^2, \quad v(s) = \left(1 - 4m_s m_Q / q(s)\right)^{1/2} \tag{4.5}$$

olmaktadır. Çıkarma terimleri Borel dönüşümü ya da Hilbert moment yöntemi kullanılarak ortadan kaldırılmaktadır ve bu terimler hesaba dahil edilmemektedir. Termal propagatör hapsolmuş fazda bulunmayan, kabuktaki soft kuarkları içermektedir. Sonuç olarak, (4.1) ile verilen termal korelatörün operatör çarpım açılımının elde edilmesinde vakum propagatörleri kullanılmalıdır [29]. Sıfır sıcaklıkta korelatöre gelen pertürbatif olmayan katkılar;

$$\Pi(Q^2)\big|_{NP} = -m_Q\lambda\langle\bar{s}s\rangle\left[1+\frac{1}{2}\varepsilon(3-\lambda)-\lambda\varepsilon^2(1-\lambda)-\frac{1}{2}\varepsilon^3\left(1+\lambda-4\lambda^2+2\lambda^3\right)\right]$$
$$+\frac{\langle\alpha_s G^2\rangle}{12\pi}\lambda\left[1+3\varepsilon\left(1-\frac{8}{3}\lambda+2\lambda^2+2\lambda(1-\lambda)\ln\frac{1}{\varepsilon\lambda}\right)\right]- \tag{4.6}$$
$$\frac{M_0^2}{2m_Q}\langle\bar{s}s\rangle\lambda^2(1-\lambda)(1+\varepsilon(2-\lambda))-\frac{8}{27}\frac{\pi\rho}{m_Q^2}\alpha_s\langle\bar{s}s\rangle^2\lambda^2\left(2-\lambda-\lambda^2\right)$$

ile verilmektedir. Burada $\lambda = m_Q^2/\left(Q^2+m_Q^2\right)$ ve $\varepsilon = m_s/m_Q$ olarak tanımlanmıştır. Ayrıca karışık kondensat:

$$g\left\langle 0\left|\bar{q}\sigma_{\mu\nu}\frac{\lambda_a}{2}G_a^{\mu\nu}q\right|0\right\rangle = M_0^2\langle 0|\bar{q}q|0\rangle. \tag{4.7}$$

(4.6) ifadesinin sonlu sıcaklıklarda geçerli olduğu kabul edilse bile vakum yoğunlaşmaları onların termal beklenen değerleri ile yer değiştirmek zorundadır [27]. Sonlu sıcaklıktaki hafif kuark yoğunlaşması için kiral pertürbasyon teoride elde edilen sonuçlar kullanılır [84, 85]. İyi bir yaklaşımla kuark yoğunlaşmasının sıcaklığa bağlılığı

$$\langle\bar{q}q\rangle = \langle 0|\bar{q}q|0\rangle\left[1-0.4\left(\frac{T}{T_c}\right)^4-0.6\left(\frac{T}{T_c}\right)^8\right] \tag{4.8}$$

olarak yazılabilir. Burada T_c kritik sıcaklık olmak üzere değeri $160\,MeV$'dir. Gluon yoğunlaşmasının düşük sıcaklıktaki açılımı enerji momentum tensörüyle orantılıdır [86] ve yaklaşık olarak

$$\langle\alpha_s G^2\rangle = \langle 0|\alpha_s G^2|0\rangle\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^8\right] \tag{4.9}$$

ifadesi ile verilir [36]. Kuark-hadron ikilemi kullanılarak korelasyon fonksiyonunun OPE kısmıyla hadronik kısmının eşitlenmesiyle elde edilen toplam kuralları

$$\frac{f_H^2 m_H^4}{Q^2+m_H^2} = \frac{1}{\pi}\int_{(m_Q+m_s)^2}^{s_0} ds\frac{\rho(s)}{s+Q^2}+\psi_{5,np}\left(Q^2\right) \tag{4.10}$$

ile ifade edilir. Burada f_H leptonik bozunum sabitidir ve vakum ile, ilgili mezon arasındaki aksiyal vektör akımının matris elemanı tarafından aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\left\langle 0\left|\bar{s}\gamma_\mu\gamma_5 Q\right|H(q)\right\rangle = if_H q_\mu, \tag{4.11}$$

Burada $Q=c,b$, $H=D_s,B_s$ ve $f_\pi = 130.56MeV$ 'dir. Termal alan teorisinde m_H ve f_H onların sıcaklığa bağlı değerleriyle yer değiştirmek zorundadır. Süreklilik eşiği s_0 ise

$$s_0(T) = s_0 \frac{\langle \bar{q}q\rangle_T}{\langle \bar{q}q\rangle_0}\left(1-\frac{(m_Q+m_s)^2}{s_0}\right)+(m_Q+m_s)^2 \tag{4.12}$$

şeklinde sıcaklığa bağlı olmaktadır. Burada denklemin sağ tarafındaki s_0, sıfır sıcaklıktaki hadronik eşiktir $(s_0 \equiv s_0(0))$. İncelemeler sonucu termal pertürbatif olmayan korelatörün temel olarak kuark yoğunlaşmalarına bağlı olduğu görülmüştür.

4.1.2. D_s ve B_s mezonun kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin nümerik olarak incelenmesi

Bu bölümde (4.10) ile verilen toplam kuralı kullanılarak D_s ve B_s mezonun kütleleri ve leptonik bozunum sabitleri nümerik olarak incelenecektir. Çalışmalara ilk olarak (4.10) denkleminin her iki tarafının Q_0^2'ye göre Borel dönüşümünün uygulanması ile başlanır ve $1/M^2$ 'ye göre diferansiyelinin alınmasıyla

$$m_H^2(T) = \frac{f_H^2 m_H^2 \exp\left(-m_H^2/M^2\right)+\overline{B}(T)}{f_H^2 m_H^4 \exp\left(-m_H^2/M^2\right)+\overline{A}(T)}, \tag{4.13}$$

$$f_H^2(T) = \frac{1}{m_H^4(T)}\left[\overline{A}_1(T)+f_H^2 m_H^4 \exp\left(\frac{m_H^2}{M^2}\right)\right]\exp\left(\frac{m_H^2(T)}{M^2}\right) \tag{4.14}$$

ifadeleri elde edilir. Burada operatörlerin üzerindeki düz çizgi onların termal değerlerinden vakum değerlerinin çıkarıldığı anlamına gelmektedir. Örneğin $\overline{\Pi}_{np}\left(M^2,T\right)=\Pi_{np}\left(M^2,T\right)-\Pi_{np}\left(M^2,T=0\right)$ gibi. Burada $\overline{A}(T)$ ve $\overline{\Pi}_{np}\left(M^2,T\right)$,

$$\overline{A}(T)=-\int_{s_0(T)}^{s_0} ds\rho(s)\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right)+\Pi_{np}\left(M^2,T\right), \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}\overline{\Pi}_{np}\left(M^2,T\right)=&-m_Q^2\overline{\langle 0|\bar{s}s|0\rangle}\,e^{-\beta}\left[1+\frac{3}{2}\varepsilon-\frac{1}{2}\beta-\beta\varepsilon^2\left(1-\frac{1}{2}\beta\right)\right.\\&\left.-\frac{1}{2}\varepsilon^3\left(1+\beta-2\beta^2+\frac{1}{3}\beta^3\right)\right]+\frac{1}{12}\overline{\langle 0|\alpha_s G^2|0\rangle}\,m_Q^2\,e^{-\beta}\\&\times\left[1+3\varepsilon\left(1-\frac{8}{3}\beta+\beta^2-2\beta\left(\ln(\beta\varepsilon)+\gamma-1\right)+\beta^2\left(\ln(\beta\varepsilon)+\gamma-\frac{3}{2}\right)\right)\right]\\&-\frac{1}{2}M_0^2 m_Q\,\beta\overline{\langle 0|\bar{s}s|0\rangle}\,e^{-\beta}\left[1-\frac{1}{2}\beta+2\varepsilon\left(1-\frac{3}{4}\beta\left(1-\frac{1}{9}\beta\right)\right)\right]\\&-\frac{4}{81}\pi\alpha_s\,\rho\overline{\langle 0|\bar{s}s|0\rangle^2}\,\beta e^{-\beta}\left(12-3\beta-\beta^2\right)\end{aligned} \tag{4.16}$$

ile tanımlanmaktadır.

Ayrıca γ Euler sabiti, $\beta=m_Q^2/M^2$ ve $\overline{B}(T)=-m_Q^2\dfrac{d\overline{A}(T)}{d\beta}$ olmaktadır. Sonlu sıcaklıkta mezon parametrelerini incelemek için çıkarma terimlerini elimine etmeye yarayan yöntemlerden biri de Hilbert moment yöntemidir. Hilbert moment yöntemi ile Borel toplam kurallarındaki gibi çıkarma terimleri elimine edilir. $Q^2=-q^2=0$'da Hilbert moment hesaplandığında ve ilk iki moment kullanıldığında,

$$m_H^2(T)=\frac{F(T)-\int_{s_0(T)}^{s_0} ds\rho(s)s^{-3}+f_H^2/m_H^2}{G(T)-\int_{s_0(T)}^{s_0} ds\rho(s)s^{-4}+f_H^2/m_H^4}, \tag{4.17}$$

$$f_H^2(T)=m_H^2(T)\left(F(T)-\int_{s_0(T)}^{s_0} ds\rho(s)s^{-3}+f_H^2/m_H^2\right) \tag{4.18}$$

elde edilir. Burada $F(T)$ ve $G(T)$ fonksiyonları kondensatların termal beklenen değerleri tarafından aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$F(T)=-\frac{1}{m_Q^3}\overline{\langle\bar{s}s\rangle}\left(1+3\varepsilon^2\right)+\frac{1}{12\pi m_Q^4}\overline{\langle\alpha_s G^2\rangle}\left[1+\varepsilon\left(21+18\ln\varepsilon\right)\right]$$
$$+\frac{1}{2m_Q^5}M_0^2\overline{\langle\bar{s}s\rangle}\left(3+2\varepsilon\right)+\frac{80}{27m_Q^6}\pi\rho\alpha_s\overline{\langle\bar{s}s\rangle^2}, \tag{4.19}$$

$$G(T)=-\frac{1}{m_Q^5}\overline{\langle\bar{s}s\rangle}\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon+6\varepsilon^2-\frac{5}{2}\varepsilon^3\right)+\frac{1}{12\pi m_Q^6}\overline{\langle\alpha_s G^2\rangle}\left[1+\varepsilon\left(52+36\ln\varepsilon\right)\right]$$
$$+\frac{1}{m_Q^7}M_0^2\overline{\langle\bar{s}s\rangle}\left(3+\varepsilon\right)+\frac{176}{27m_Q^8}\pi\rho\alpha_s\overline{\langle\bar{s}s\rangle^2}. \tag{4.20}$$

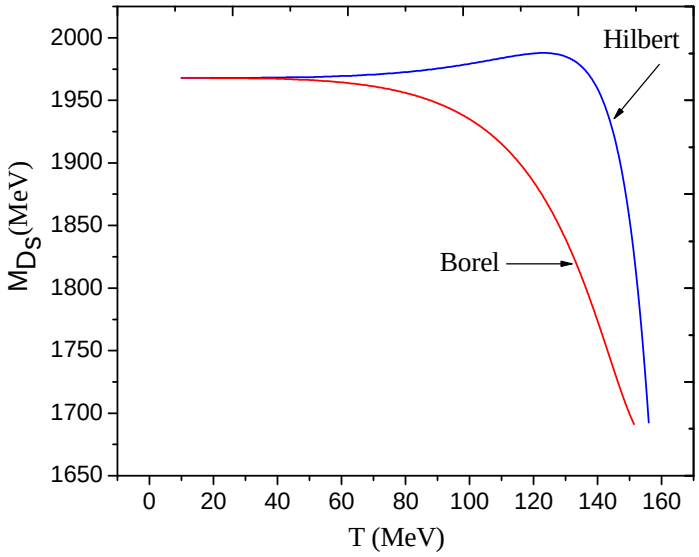
Tablo 4.1. D_s ve B_s mezonları için KRD parametreleri.

Parametreler	Kaynaklar
$m_{D_s}=1968MeV$	[87]
$m_{B_s}=5367MeV$	[87]
$m_s=120MeV$	[87]
$m_c=1.47GeV$	[53, 63, 87]
$m_b=4.4GeV$	[53, 63, 87]
$f_{D_s}=235MeV$	[53, 63, 87]
$f_{B_s}=240MeV$	[53, 63, 87]
$\rho=4$	[36, 38]
$\langle 0\vert\bar{q}q\vert 0\rangle=-0.014GeV^3$	[19]
$\left\langle 0\vert\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\vert 0\right\rangle=0.012GeV^4$	[19]
$\alpha_s\langle 0\vert\bar{q}q\vert 0\rangle^2=5.8\times10^{-4}GeV^6$	[53, 63]
$M_0^2=0.8GeV^2$	[53, 63]
$\langle 0\vert\bar{s}s\vert 0\rangle=-0.8\langle 0\vert\bar{q}q\vert 0\rangle$	[53, 63]

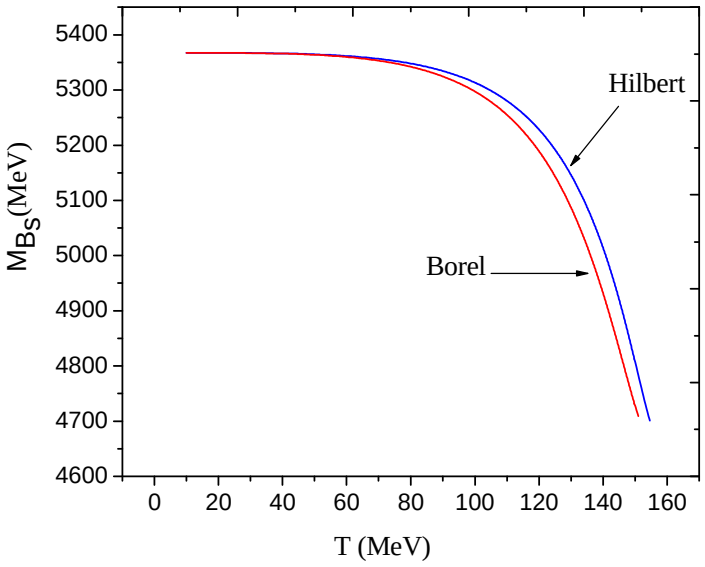
Toplam kurallarının nümerik olarak hesaplanmasında Tablo 4.1'de verilen KRD parametreleri kullanılmıştır. Mezon kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin sıfır sıcaklıktaki değerlerini yeniden oluşturmak için s_0 değerini sabit tutup buradaki kriterler kabul edildi. Laplace dönüşüm KRD Toplam Kuralları yöntemi ile yapılan hesaplamalarda; D_s mezonu için Borel parametresi $M^2=3GeV^2$, B_s mezonu için ise Borel parametresi $M^2=15GeV^2$ olarak alınmıştır. Ayrıca rezonans parçacıkların katkısını ifade eden süreklilik eşiği s_0'ın değeri, Laplace

dönüşüm KRD Toplam Kuralları ile yapılan hesaplamalarda D_s mezonu için $s_0 = 6.8\,GeV^2$, B_s mezonu için $s_0 = 36.5\,GeV^2$, Hilbert Moment KRD Toplam Kuralları yöntemi ile yapılan hesaplamalarda ise D_s mezonu için $s_0 = 12\,GeV^2$, B_s mezonu için $s_0 = 38\,GeV^2$ olarak alınmıştır.

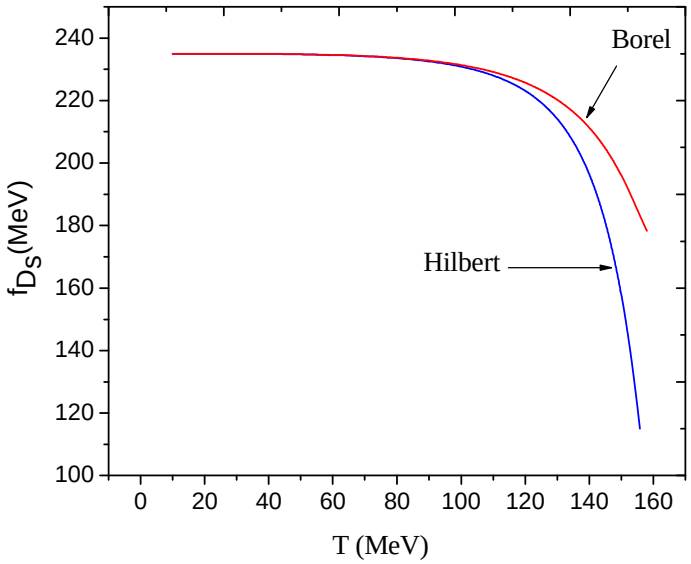
Her iki yöntemle de yapılan hesaplamalar sonucunda B_s mezonu için her iki yöntemin uyum içinde çalıştığı, yani grafiklerinin hemen hemen çakıştıkları sonucuna varılmıştır. D_s mezonu için ise leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı davranışı her iki yöntemde de aynı olduğu fakat kütlenin sıcaklığa bağlı değişimine bakıldığında biraz farklılaşmalar olduğu görülmüştür. Ayrıca hem Δm_{D_s}, Δf_{D_s} için hem de Δm_{B_s}, Δf_{B_s} için elde edilen sonuçlar $120MeV$'in altındaki sıcaklıklarda kararlı olup sıcaklığın artmasıyla değerleri giderek azalmakta, ve $T = 160MeV$ (kiral restorasyonun gerçekleştiği kritik sıcaklık) civarında sıfır olmaktadır.



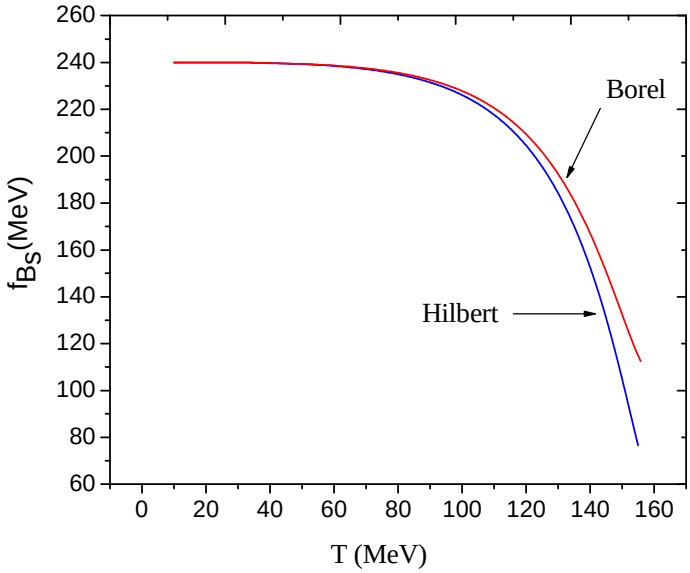
Şekil 4.1. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde D_s mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.



Şekil 4.2. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde B_s mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.



Şekil 4.3. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde D_s mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.



Şekil 4.4. Hilbert moment ve Borel toplam kuralları yönteminde B_s mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı olarak değişimi.

4.1.3. D_s ve B_s mezonları için iyileştirilmiş termal KRD toplam kuralları

Bu bölümde termal spektral yoğunluk ve korelasyon fonksiyonuna gelen pertürbatif iki ilmek düzeltmeleri dikkate alınarak bir önceki bölümde D_s ve B_s için mezonlar için elde ettiğimiz Termal toplam kuralları iyileştirilmiştir. Hesaplamalara

$$S(k)=\left(\gamma^{\mu}k_{\mu}+m\right)\left(\frac{1}{k^2-m^2+i\varepsilon}+2\pi i\, n(k_0)\delta\left(k^2-m^2\right)\right) \tag{4.21}$$

ile verilen termal kuark propagatörünün 11 bileşeni ile başlanır. (4.1) ile verilen termal korelasyon fonksiyonu momentum uzayında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi(q,T)=-i\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}Tr\left(\Gamma\, S(k)\Gamma\, S(k-q)\right). \tag{4.22}$$

(4.21) ile verilen propagatör, (4.22)'de yerine yazılır ve k_0 üzerinden integral alınırsa termal korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı,

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Pi(q,T) = -N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\Big\{&\big(\omega_Q^2 - \omega_1 q_0 - m_Q m_s\big)\\ &\times\big[(1-n_1-n_2+2n_1n_2)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)\\ &-(n_1+n_2-2n_1n_2)\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)\big]\\ &+\big(m_Q^2+\omega_1 q_0 - m_Q m_s\big)\big[(1-n_1-n_2+2n_1n_2)\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)\\ &-(n_1+n_2-2n_1n_2)\delta(q_0+\omega_1-\omega_2)\big]\Big\}\end{aligned} \tag{4.23}$$

olarak elde edilir. Burada m_Q ve m_s kuarkların kütleleri olmak üzere ω_1, ω_2, n_1 ve n_2 nicelikleri $\omega_1 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_Q^2}$, $\omega_2 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_s^2}$, $n_1 = n(\omega_1)$, $n_2 = n(\omega_2)$ ile ifade edilmektedir. Vakum katkılarını içeren terimler Fermi dağılım fonksiyonunu içermezken, ortam katkılarında Fermi dağılımı söz konusudur. (4.23) eşitliğindeki delta-fonksiyonlarını içeren terimler $\Pi(q,T)$'nin imajiner kısmını yönetir ve ilave terimler buradan gelir. $\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)$ içeren terim $q_0 = \omega_1+\omega_2$ durumunda katkı getirirken, $\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)$ içeren terim $q_0 = \omega_1-\omega_2$ durumunda katkı getirmektedir. (4.23) eşitliğinde bu özellikler dikkate alınarak ve $q_0 = \omega_1-\omega_2$ için

$$(n_1+n_2-2n_1n_2)\tan h\frac{\beta q_0}{2} = n_2 - n_1 \tag{4.24}$$

ve $q_0 = \omega_1+\omega_2$ için

$$(1-n_1-n_2+2n_1n_2)\tan h\frac{\beta q_0}{2} = 1-n_1-n_2 \tag{4.25}$$

kullanılarak termal spektral yoğunluğun yok olma ve saçılma kısımları aşağıdaki şekilde elde edilir [70]:

$$\rho_{a,pert}(s,T) = \rho_0(s)\left[1 - n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right) - n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right)\right], \tag{4.26}$$

$$\rho_{s,pert}(s,T) = \rho_0(s)\left[n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right) - n\left(-\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right)\right]. \tag{4.27}$$

Burada $m_Q \geq m_s$ olmak üzere (4.26) ifadesi $(m_Q + m_s)^2 \leq s \leq \infty$ durumunda, (4.27) ifadesi ise $0 \leq s \leq (m_Q - m_s)^2$ durumunda geçerlidir. Ayrıca, $\rho_0(s)$ sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin en düşük mertebesindeki spektral yoğunluk olup

$$\rho_0(s) = \frac{3(m_Q + m_s)^2}{8\pi^2 s} q^2(s) v(s), \tag{4.28}$$

ile verilmektedir. Burada $q(s) = s - (m_Q - m_s)^2$ ve $v(s) = (1 - 4m_Q m_s / q(s))^{1/2}$'dir.

Hesaplamalarda spektral yoğunluk için pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmesi dikkate alınmıştır. Bu düzeltme

$$\begin{aligned}\rho_{\alpha_s}(s,T) = \rho_0(s)\frac{4\alpha_s}{3\pi}\Bigg[\frac{3}{8}(7 - v^2) + \sum_{i=1}^{2}(v + v^{-1})\big[Li_2(\alpha_1\alpha_2) - Li_2(-\alpha_i) \\ - \ln\alpha_i \ln\beta_i\big] + A_i \ln\alpha_i + B_i \ln\beta_i\Bigg]\end{aligned} \tag{4.29}$$

olarak ifade edilmektedir [21]. Burada Li_2 Spence fonksiyonudur ve $Li_2(x) = -\int_0^x dt\, t^{-1} \ln(1-t)$'dir. Ayrıca, A_i, B_i, α_i ve β_i fonksiyonları aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$A_1 = \frac{3}{4}\frac{3m_s + m_Q}{m_s + m_Q} - \frac{19 + 2v^2 + 3v^4}{32v} - \frac{m_s(m_s - m_Q)}{q^2(s)v(1+v)}\left(1 + v + \frac{2v}{1+\alpha_1}\right), \tag{4.30}$$

$$B_1 = 2 + \frac{2(m_s^2 - m_Q^2)}{q(s)v}, \quad \alpha_1 = \frac{m_s}{m_Q}\frac{1-v}{1+v}, \quad \beta_1 = \frac{\sqrt{1+\alpha_1}(1+v)^2}{4v}. \tag{4.31}$$

Burada $v = v(s)$'dir. A_2, B_2, α_2 ve β_2 ifadeleri (s kuark kütlesinin ve ağır kuark kütlesinin değiş tokuş edilmesiyle) (4.30) ve (4.31)'den elde edilir.

Termal korelatörün pertürbatif olmayan kısmı,

$$\Pi^{np}(M^2,T) = -m_Q^3 F(\varepsilon)\langle \bar{s}s\rangle\, e^{-\beta} + m_Q^2 G(\varepsilon)\frac{\langle \alpha_s G^2\rangle}{12\pi} e^{-\beta} - \frac{1}{2} m_Q H(\varepsilon) M_0^2 \beta \langle \bar{s}s\rangle\, e^{-\beta} - I(\varepsilon)\langle \bar{s}s\rangle^2 \beta\, e^{-\beta} \tag{4.32}$$

ile verilmektedir. Burada çeşitli boyutlardaki operatörlerin katkılarını ifade eden $F(\varepsilon)$, $G(\varepsilon), H(\varepsilon)$ ve $I(\varepsilon)$ fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$F(\varepsilon) = 1 + \frac{3}{2}\varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon\beta - \beta\varepsilon^2\left(1 - \frac{1}{2}\beta\right) - \frac{1}{2}\varepsilon^3\left(1 + \beta - 2\beta^2 + \frac{1}{3}\beta^3\right), \tag{4.33}$$

$$G(\varepsilon) = 1 + 3\varepsilon\left(1 - \frac{8}{3}\beta + \beta^2 - 2\beta(\ln(\beta\varepsilon)) + \gamma - 1\right) + \beta^2\left(\ln(\beta\varepsilon) + \gamma - \frac{3}{2}\right), \tag{4.34}$$

$$H(\varepsilon) = 1 - \frac{1}{2}\beta + 2\varepsilon\left(1 - \frac{3}{4}\beta\left(1 - \frac{1}{9}\beta\right)\right) \tag{4.35}$$

ve

$$I(\varepsilon) = \frac{4}{81}\pi\rho\alpha_s(12 - 3\beta - \beta^2). \tag{4.36}$$

Burada γ, Euler sabiti, $\beta = m_Q^2/M^2$ ve $\varepsilon = m_s/m_Q$ olmaktadır.

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı ve fenomenolojik kısmı birbirlerine eşitlenerek pseudoskaler mezonların bozunum sabitleri için toplam kuralı,

$$f_P^2(T) m_P^4(T) \exp\left(-\frac{m_P^2}{M^2}\right) = \int_{(m_s+m_Q)^2}^{s_0(T)} ds\left[\rho_a(s) + \rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \int_0^{(m_Q-m_s)^2} ds\, \rho_s(s)\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi^{np}(M^2) \tag{4.37}$$

olarak elde edilir. Burada P, pseudoskaler D_s ve B_s mezonları göstermektedir. Bu hesaplamada nümerik değerler olarak kuark kütleleri için $m_s = 120\,MeV$, $m_c = 1.47\,GeV$, $m_b = 4.4\,GeV$, sıfır sıcaklıkta kuark ve gluon kondensatları için ise

$\langle 0|\bar{q}q|0\rangle = -0.014 GeV^3$, $\left\langle 0\left|\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\right|0\right\rangle = 0.012\, GeV^4$ değerleri kullanılmıştır. Ayrıca sırasıyla D_s ve B_s mezonları için süreklilik eşiği $s_0 = 6\, GeV^2$ ve $s_0 = 34 GeV^2$, Borel parametresi için ise $M^2 = 3GeV^2$ ve $M^2 = 20 GeV^2$ olarak seçilmiştir.

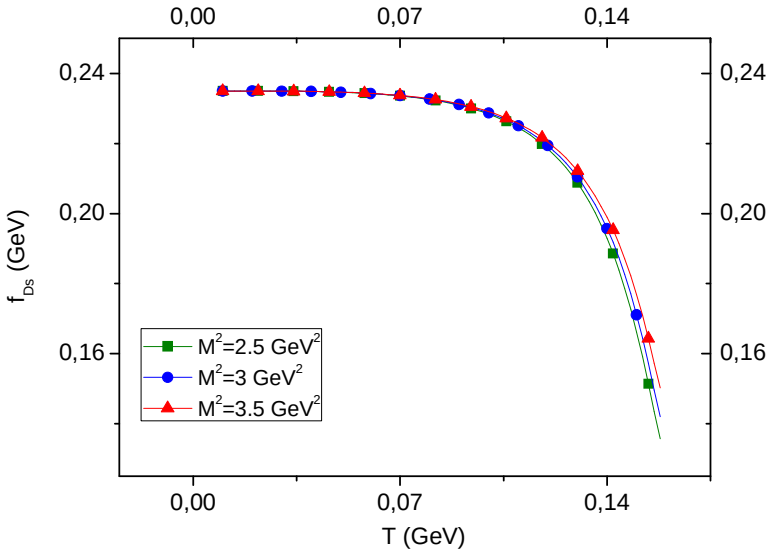
Süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlılığını, kuark ve gluon kondensatlarını dikkate alarak (detaylı bilgi için bakınız [36]) elde edilen toplam kuralları incelenmiş ve leptonik bozunum sabiti için fit fonksiyonu,

$$f_P = A_P \exp(-T/\lambda_P) + B_P \tag{4.38}$$

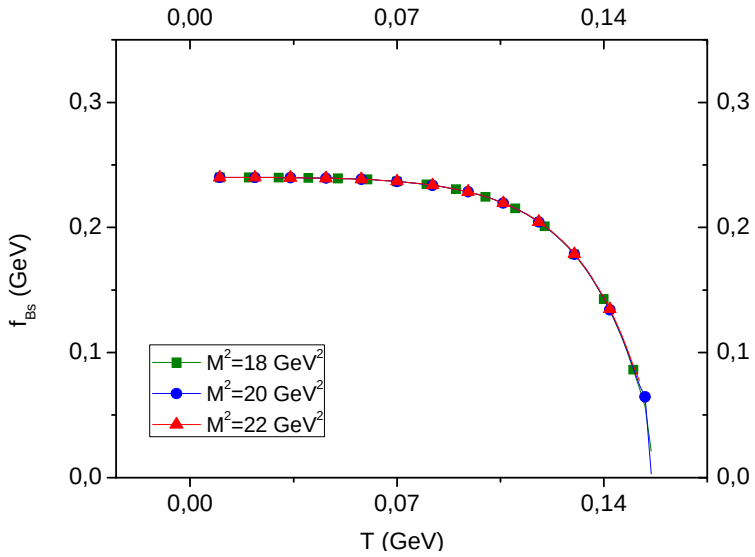
olarak bulunmuştur. Burada A_P, λ_P ve B_P sabit parametrelerdir ve bu parametrelerin elde edilen değerleri Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Fit fonksiyonlarındaki sabitlerin değerleri.

	A_P	λ_P	B_P
D_s	-5.29239×10^{-5}	-0.02114	0.23507
B_s	-1.16556×10^{-4}	-0.02081	0.023988



Şekil 4.5. f_{D_s}'in sıcaklığa bağlı olarak değişimi. Burada Borel parametresi $M^2 = 2.5, 3, 3.5\, GeV^2$, hadronik eşik $s_0 = 6 GeV^2$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.6. f_{B_s}'in sıcaklığa bağlı olarak değişimi. Burada Borel parametresi $M^2 = 18, 20\,22\,GeV^2$, hadronik eşik $s_0 = 34\,GeV^2$ olarak alınmıştır.

Tablo 4.2'de verilen parametreler $0.1 \le T \le 0.16\,GeV$ aralığında geçerlidir ve tüm bu değerler GeV birimindedir. Yaptığımız bu çalışma sonucunda D_s ve B_s mezonlarının leptonik bozunu sabitlerinin vakumdaki değerleri sırasıyla $234\,MeV$ ve $239\,MeV$ olarak bulunmuştur. Elde ettiğimiz sonuçların diğer pertüratif olmayan modellerin tahminleriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

4.1.4. B_s mezonu için iyileştirilmiş Hilbert moment termal KRD toplam kuralları ve moment parametresine bağlı kararlılık

Sonlu sıcaklıkta B_s mezonun kütle ve leptonik bozunum sabitini hesaplamak için

$$\Pi(q,T) = i\int d^4x e^{iq\cdot x} Tr\left(\rho\, \mathcal{T}\left(J(x)J^+(0)\right)\right), \tag{4.39}$$

ile verilen iki nokta termal korelatör kullanılır. Burada $\mathcal{T}$ zaman sıralama çarpımı ve $\rho = e^{-\beta H}/Tre^{-\beta H}$ KRD'nin termal yoğunluk matrisidir $(\beta = 1/T)$.

Dispersiyon integralinde pertürbatif kısım,

$$\Pi(q^2) = \int ds \frac{\rho(s)}{s-q^2} + \text{ çıkarma} \tag{4.40}$$

ile ifade edilir. Burada $\rho(q,T)=\frac{1}{\pi}\Pi(q,T)\tanh\left(\frac{\beta q_0}{2}\right)$ sabit **q** değerinde termal spektral yoğunluktur.

Çıkarma terimlerini ortadan kaldırmak için

$$M_n F(Q^2)=\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}\left(\frac{d}{dQ^2}\right)^{n+1}F(Q^2)\Bigg|_{Q^2=0} \tag{4.41}$$

ile verilen Hilbert moment toplam kuralları kullanılır. Burada n Hilbert moment parametresidir.

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmını elde etnek için OPE aracılığıyla korelasyon fonksiyonu hesaplanır. Kısa mesafe katkılarını pertürbayon teorisi ile hesaplamak için önce düşük mertebeden termal spektral yoğunluğu elde etmek gerekmektedir. Korelasyon fonksiyonunda reel zamanda fermiyon propagatörü kullanılır ve k_0 üzerinden integral alınırsa korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}\operatorname{Im}\Pi(q,T)=-N_c\int\frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2}\frac{1}{\omega_1\omega_2}\Big\{&\left(\omega_Q^2-\omega_1 q_0-m_Q m_s\right)\\&\times\left[(1-n_1-n_2+2n_1n_2)\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)\right.\\&\left.-(n_1+n_2-2n_1n_2)\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)\right]\\&+\left(m_Q^2+\omega_1 q_0-m_Q m_s\right)\left[(1-n_1-n_2+2n_1n_2)\delta(q_0+\omega_1+\omega_2)\right.\\&\left.-(n_1+n_2-2n_1n_2)\delta(q_0+\omega_1-\omega_2)\right]\Big\}\end{aligned} \tag{4.42}$$

Burada m_Q ve m_s kuarkların kütleleri olmak üzere ω_1, ω_2, n_1 ve n_2 nicelikleri $\omega_1=\sqrt{\mathbf{k}^2+m_Q^2}$, $\omega_2=\sqrt{\mathbf{k}^2+m_s^2}$, $n_1=n(\omega_1)$, $n_2=n(\omega_2)$ ile ifade edilmektedir. Vakum katkılarını içeren terimler Fermi dağılım fonksiyonunu içermezken, ortam katkılarında Fermi dağılımı söz konusudur. (4.42) eşitliğindeki delta-fonksiyonlarını içeren terimler $\Pi(q,T)$'nin imajiner kısmını yönetir ve ilave terimler buradan gelir. $\delta(q_0-\omega_1-\omega_2)$ içeren terim $q_0=\omega_1+\omega_2$ durumunda katkı getirirken, $\delta(q_0-\omega_1+\omega_2)$ içeren terim $q_0=\omega_1-\omega_2$ durumunda katkı getirmektedir. (4.42) eşitliğinde bu özellikler dikkate alınarak ve $q_0=\omega_1-\omega_2$ için

$$(n_1+n_2-2n_1n_2)\tan h\frac{\beta q_0}{2}=n_2-n_1 \tag{4.43}$$

ve $q_0=\omega_1+\omega_2$ için

$$(1-n_1-n_2+2n_1n_2)\tan h\frac{\beta q_0}{2}=1-n_1-n_2 \tag{4.44}$$

kullanılarak termal spektral yoğunluğun yok olma ve saçılma kısımları aşağıdaki şekilde elde edilir [70]:

$$\rho_{a,pert}(s,T)=\rho_0(s)\left[1-n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right)-n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right)\right], \tag{4.45}$$

$$\rho_{s,pert}(s,T)=\rho_0(s)\left[n\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1+\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right)-n\left(-\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1-\frac{m_Q^2-m_s^2}{s}\right)\right)\right]. \tag{4.46}$$

Burada $m_Q\geq m_s$ olmak üzere (4.45) ifadesi $(m_Q+m_s)^2\leq s\leq\infty$ durumunda, (4.46) ifadesi ise $0\leq s\leq(m_Q-m_s)^2$ durumunda geçerlidir. Ayrıca, $\rho_0(s)$ sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin en düşük mertebesindeki spektral yoğunluk olup

$$\rho_0(s)=\frac{3(m_Q+m_s)^2}{8\pi^2 s}q^2(s)v(s), \tag{4.47}$$

ile verilmektedir. Burada $q(s)=s-(m_Q-m_s)^2$ ve $v(s)=(1-4m_Qm_s/q(s))^{1/2}$'dir.

Hesaplamalarda spektral yoğunluk için pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmesi dikkate alınmıştır. Bu düzeltme

$$\begin{aligned}\rho_{\alpha_s}(s,T)=\rho_0(s)\frac{4\alpha_s}{3\pi}\Bigg[&\frac{3}{8}(7-v^2)+\sum_{i=1}^{2}(v+v^{-1})\left[Li_2(\alpha_1\alpha_2)-Li_2(-\alpha_i)\right.\\&\left.-\ln\alpha_i\ln\beta_i\right]+A_i\ln\alpha_i+B_i\ln\beta_i\Bigg]\end{aligned} \tag{4.48}$$

olarak ifade edilmektedir [21]. Burada Li_2 Spence fonksiyonudur ve $Li_2(x) = -\int_0^x dt\, t^{-1} \ln(1-t)$'dir. Ayrıca, A_i, B_i, α_i ve β_i fonksiyonları aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$A_1 = \frac{3}{4}\frac{3m_s + m_Q}{m_s + m_Q} - \frac{19 + 2v^2 + 3v^4}{32v} - \frac{m_s(m_s - m_Q)}{q^2(s)v(1+v)}\left(1 + v + \frac{2v}{1+\alpha_1}\right), \tag{4.49}$$

$$B_1 = 2 + \frac{2(m_s^2 - m_Q^2)}{q(s)v}, \quad \alpha_1 = \frac{m_s}{m_Q}\frac{1-v}{1+v}, \quad \beta_1 = \frac{\sqrt{1+\alpha_1}(1+v)^2}{4v}. \tag{4.50}$$

Burada $v = v(s)$'dir. A_2, B_2, α_2 ve β_2 ifadeleri (s kuark kütlesinin ve ağır kuark kütlesinin değiş tokuş edilmesiyle) (4.49) ve (4.50)'den elde edilir.

Korelasyon fonksiyonunun OPE kısmı ve hadronik kısmı kuark hadron ikilemi kullanılarak birbirine eşitlenirse toplam kuralı;

$$\frac{f_H^2 m_H^4}{Q^2 + m_H^2} = \int_{(m_b+m_s)^2}^{s_0} ds \frac{\rho(s) + \rho_{\alpha_s}(s,T)}{s + Q^2} + \Pi^{np}(Q^2) \tag{4.51}$$

olarak elde edilir. Bu toplam kuaralına Hilbert moment dönüşümü uygulanırsa kütle ve bozunum sabiti

$$m^2(T) = F_n(T)/F_{n+1}(T), \tag{4.52}$$

$$f^2(T) = m^2(T)F_n(T). \tag{4.53}$$

olur. Burada $F_n(T)$ aşağıdaki gibidir:

$$F_n(T) = \int_{(m_b+m_s)^2}^{s_0(T)} ds \frac{\rho_a(s,T) + \rho_{\alpha_s}(s,T)}{s^{n+2}} + \int_0^{(m_b-m_s)^2} ds \frac{\rho_s(s,T)}{s^{n+2}} + M_n \Pi^{np}, \tag{4.54}$$

m ve f; B_s mezonun kütle ve leptonik bozunum sabiti, s_0 düreklilik eşiği,dir. $M_n\Pi^{np}$ ise Hilbert moment dönüşümünde KRD'nin perturbatif olmayan kısmını gösterir ve

$$M_n\Pi^{np} = -\frac{\langle\bar{q}q\rangle}{m_b^{2n+2}}K(\varepsilon)+\frac{\langle\alpha_s G^2\rangle}{12\pi}\frac{1}{m_b^{2n+2}}L(\varepsilon)+\frac{1}{4}M_0^2\langle\bar{q}q\rangle\frac{(n+1)(n+2)}{m_b^{2n+3}}N(\varepsilon)$$
$$+\frac{4}{81}\pi\alpha_s\rho\langle\bar{q}q\rangle^2\frac{1}{m_b^{2n+4}}(n+2)(n^2+10n+9) \quad , \quad (4.55)$$

ile verilir. Burada $K(\varepsilon), L(\varepsilon)$ ve $N(\varepsilon)$ fonksiyonları çeşitli boyutlu operatörlerin katkılarını içeren fonksiyonlardır ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedirler:

$$K(\varepsilon)=1-\frac{1}{2}\varepsilon(n-1)+\frac{1}{2}\varepsilon^2(n+2)(n+1)-\frac{1}{2}\varepsilon^3(n+3)\left(1+\frac{1}{3}(n+2)(n-2)\right), \quad (4.56)$$

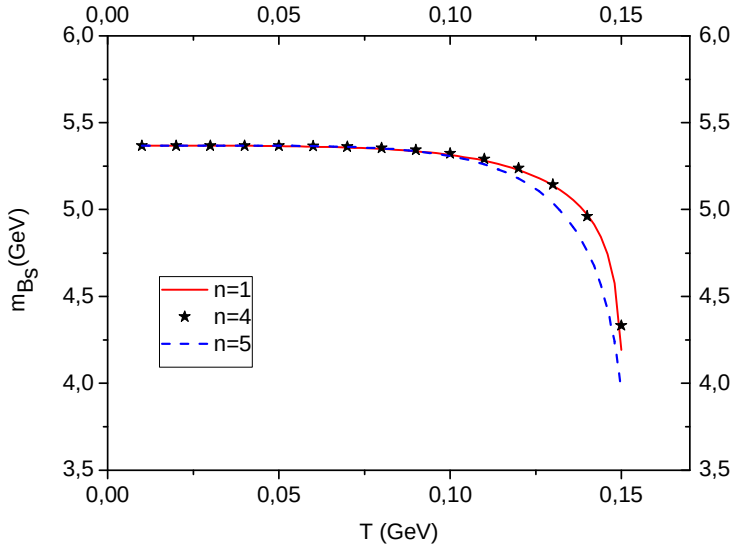
$$L(\varepsilon)=1+\varepsilon(3n^2+7n+5)+\varepsilon\left[(6+9n+3n^2)\ln\varepsilon+3\sum_{r=1}^{n+1}\frac{1}{r}(n+2-r)(n+1-r)\right], \quad (4.57)$$

$$N(\varepsilon)=1-\frac{1}{3}\varepsilon(n-3). \quad (4.58)$$

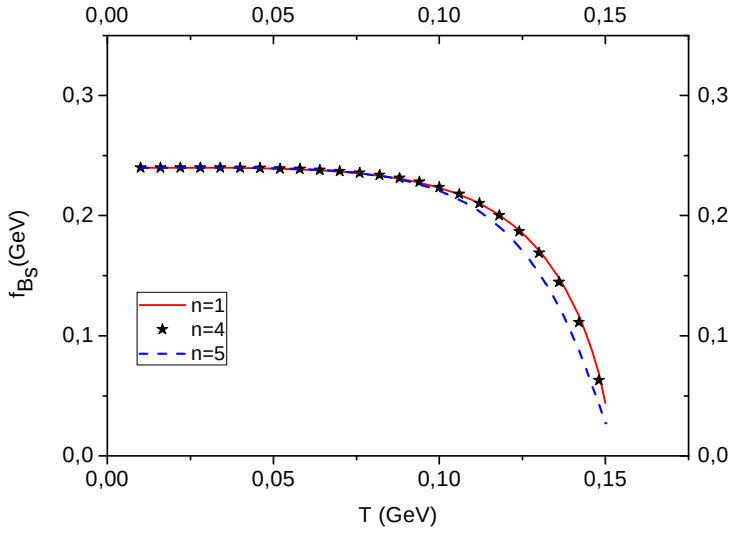
burada, $\varepsilon=\frac{m_s}{m_b}$.

Bu hesaplamada nümerik değerler olarak kuark kütleleri için $m_s=120\,MeV$, $m_b=4.4GeV$, sıfır sıcaklıkta kuark ve gluon kondensatları için ise $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle=-0.014GeV^3$, $\left\langle 0\left|\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\right|0\right\rangle=0.012\,GeV^4$ değerleri kullanılmıştır. Kütle ve bozunum sabiti için toplam kuralları s_0 süreklilik eşiğine ve n Hilbert moment parametresine bağlıdır. Süreklilik eşiği s_0 tamamen keyfi değildir, fakat akımdaki aynı kuantum sayılarına sahip ilk uyarılmış durumların enerjileriyle ilişkilidir. Sonuç olarak bu çalışmada kütle ve bozunum sabitinin bu parametrelere en az bağlı olduğu bölgeleri belirlendi. Süreklilik eşiği $s_0=35GeV^2$, Hilbert moment parametreleri ise $n=1$, $n=4$ ve $n=5$ olarak alındı ve hesaplamalar yapıldı ve B_s mezonu için kütle ve leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı elde edildi. Hesaplamalarda kuark ve gluon yoğunlaşmalarının kiral pertürbasyon teorisinden elde edilen sıcaklığa bağlı sonuçları kullanılmıştır. Ayrıca süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlı ifadesi göz önüne alınmıştır. Yapılan sayısal analizlerde, B_s mezonunun kütle ve

bozunma sabitleri $T \approx 100 MeV$ ' e kadar değişmezken, bu sıcaklık noktasından sonra sıcaklık arttıkça azalmaya başladığı gözlenmiştir. Kritik veya serbest faz sıcaklığı yakınında kütle değeri vakumdaki değerlerine göre $\%16$ azalırken, bozunma sabiti $\%78$ azalmaktadır. Bunun yanı sıra, sayısal analizlerde kütle ve bozunma sabitinin n Hilbert momentum parametresine göre kararlı olduğu gözlenmiştir.



Şekil 4.7. $n=1$, $n=4$ ve $n=5$ için B_s mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 4.8. $n=1$, $n=4$ ve $n=5$ için B_s mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.

4.2. Skaler $D_{s0}(2317)$ Mezonunun İncelenmesi

Pozitif pariteye sahip skaler s kuark içeren ve çok dar genişliğe sahip bir mezon olan $D_{s0}(2317)$ mezonu ilk olarak 2003 yılında BABAR'da keşfedilmiş [39], daha sonra CLEO [40] ve BELLE [41] deneylerinde varlığı kabul edilmiştir. Gözlenen bu durum $D_{s0}(2317)$ mezonunun ölçülen kütlesi ve genişliği, potansiyel temelli kuark modellerinden elde edilen tahminlerle uyuşmadığı için çok dikkat çekmiştir [42-44]. Karşılaşılan bu problemleri çözmek için literatürde pek çok teoriksel model ileri sürülmüştür. $D_{s0}(2317)$ mezonunun bozunum genişliğinin dar, kütlesinin düşük olması durumunu araştırmak için $c\bar{s}$ kuark yapısını temel alan çeşitli teoriksel modeller önerilmiştir [45-51]. KRD toplam kuralları kullanılarak yapılan incelemeler $D_{s0}(2317)$ doğasının $c\bar{s}$ varsayımını destekler [52, 53]. Bu durum kuark-antikuark yorumu dışında bir DK molekülü [54], $D_s\pi$ molekülü [55], $c\bar{s}q\bar{q}$ dört kuark durumu [56, 57] ve dört kuark durumunun konvansiyonel karışımı [58] olarak da yorumlanmış, ayrıca kiral simetri çatısında da incelenmiştir [59].

D mezonların özellikleri literatürde uzun zamandır tartışılmaktadır ve bu mezon KRD'nin pertürbatif olmayan dinamiğinin anlaşılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Bu mezonların leptonik bozunum sabitlerinin belirlenmesi üzerine yapılan çalışmalara yirmi yıl önce başlanmıştır [38, 60-62]. Yapılan teorik ve deneysel çalışmalarda kayan kuark kütleleri ve korelasyon fonksiyonuna yapılan pertürbatif üç ilmekli α_s^2 düzeltmeleri dikkate alınarak bu problem yeniden düşünülmüştür [63, 64]. Son yıllarda bazı D mezonların leptonik bozunum sabitini sonlu sıcaklıkta termal KRD toplam kuralları çatısında hesaplamak için ilk girişimler yapılmıştır [36, 65].

Yüksek sıcaklıklarda kiral simetrinin restorasyonu ve yeniden hapsolma olayları gerçekleşmektedir. Bu açıdan sonlu sıcalıklarda skaler mezonlarla ilgili çalışmalar özellikle dikkat çekmektedir. Bu mezonların fiziksel parametrelerinin sıcaklığa bağlılığının çalışılması bize simetrinin restorasyonu ile ilgili ipuçları vermektedir [59]. Skaler mezonlar üzerine uzun zamandır çalışılıyor olmasına rağmen onların pek çok özelliği henüz net değildir ve skaler mezonların deneysel olarak tanımlanması zordur. Sonuç olarak bu noktada teorik çalışmalar önem kazanmaktadır.

4.2.1. $D_{s0}(2317)$ mezonunun termal davranışı

Bu bölümde pozitif pariteye sahip $c\bar{s}$ kuarklarından oluşan ve skaler bir mezon olan $D_{s0}(2317)$ mezonunun termal davranışı incelenecektir. 4.1 ile verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonunda $J(x)$ ağır-hafif kuark akımı

$$J(x) = (m_c - m_s) : \bar{s}(x) c(x) : \tag{4.59}$$

olmaktadır. Burada m_c ve m_s sırasıyla c (tılsımlı) ve s (acayip) kuarkların kütlesini göstermektedir. Bu çalışmada da bir öncekine benzer şekilde s kuarkın kütlesi ihmal edilmemiştir. $\Pi(q^2)$, çok terimli çıkarma terimlerine kadar geniş q^2 davranışına bağlı kalmakta ve aşağıdaki dispersiyon bağıntısına uymaktadır [27, 29, 31, 32]:

$$\Pi(q^2) = \int ds \frac{\rho(s)}{s + Q^2} + \text{çıkarma.} \tag{4.60}$$

Burada sepektral yoğunluk $\rho(q) = \frac{1}{\pi} \text{Im}\,\Pi(q) \tanh\left(\frac{\beta q_0}{2}\right)$ ile verilmektedir. Pertürbasyon teorisinde düşük mertebeden iki noktalı termal korelatörü hesaplamak için

$$S_{11}(q) = (\gamma^\mu q_\mu + m)\left(\frac{1}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n(\omega_q)\, \delta(q^2 - m^2)\right) \tag{4.61}$$

ile verilen kuark propagatörü kullanılır [80]. Burada $n(\omega_q)$ Fermi dağılım fonksiyonu olup $n(\omega_q) = [\exp(\beta\omega_q) + 1]^{-1}$ ile ifade edilmekte ve $\omega_q = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m^2}$ olmaktadır. Bir takım hesaplamalardan sonra spektral yoğunluk,

$$\rho_{pert}(q,T) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - \omega_1 q_0 + m_c m_s}{\omega_1 \omega_2} \times [(1 - n_1 - n_2)\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) + (n_1 - n_2)\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)] \tag{4.62}$$

şeklinde elde edilir. Burada $\omega_1 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_c^2}$ ve $\omega_2 = \sqrt{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 + m_s^2}$ ile verilir. Ayrıca dikkat edilmesi gereken nokta spektral yoğunluğun iki parçadan oluştuğudur. Bunlar $\rho_{a,\,pert}(s,T)$ ile gösterilen yok etme terimi ve $\rho_{s,\,pert}(s,T)$ ile gösterilen saçılma terimidir. $\rho_{a,\,pert}(s,T)$ ifadesi $q^2 \geq (m_c + m_s)^2$ bölgesinde, $\rho_{s,\,pert}(s,T)$ ise $q^2 \leq m_c^2 - m_s^2$ bölgesinde geçerlidir. $T = 0$ durumunda $\rho_{s,\,pert}(s,T) = 0$ olmaktadır, yani spektral yoğunluk yalnız $\rho_{a,\,pert}(s)$ teriminden oluşmaktadır. $T \neq 0$ durumunda $\rho_{a,\,pert}(s)$ terimine ilave olarak $\rho_{s,\,pert}(s,T)$ gelmektedir. Görüldüğü gibi (4.62) denklemindeki $\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)$ delta fonksiyonu ilk bölge olup $q^2 \geq (m_c + m_s)^2$ bölgesinde sıfır sıcaklık bölgesi ile çakışmakta ve parçacık bozunmaları için standart eşiği tanımlamaktadır. Diğer taraftan (4.62) denklemindeki $\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)$ delta fonksiyonu $q^2 \leq (m_c - m_s)^2$ bölgesinde sonlu sıcaklıklarda ilave bölgelerin ortaya çıktığını göstermektedir ve bu yeni bölgeler ortamdan parçacık soğrulmasına karşılık gelmektedir. Sonuç olarak (4.42) denklemindeki $\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)$ ve $\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)$ delta fonksiyonları sırasıyla $(m_c + m_s)^2 + \mathbf{q}^2 \leq q_0^2 \leq \infty$ ve $0 \leq q_0^2 \leq \mathbf{q}^2 + (m_c - m_s)^2$ bölgelerine katkı sağlamaktadır. Bu durumda spektral fonksiyonun saçılma ve yok etme terimleri,

$$\rho_{a,\,pert}(s,T) = \rho_0(s)\left[1 - n\left[\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1 + \frac{m_c^2 - m_s^2}{s}\right)\right] - n\left[\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1 - \frac{m_c^2 - m_s^2}{s}\right)\right]\right], \qquad (4.63)$$

$$\rho_{s,\,pert}(s,T) = \rho_0(s)\left[n\left[\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1 + \frac{m_c^2 - m_s^2}{s}\right)\right] - n\left[-\frac{\sqrt{s}}{2}\left(1 - \frac{m_c^2 - m_s^2}{s}\right)\right]\right]. \qquad (4.64)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $\rho_0(s)$ sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin en düşük mertebedeki spektral yoğunluğudur ve

$$\rho_0(s) = \frac{3(m_c - m_s)^2}{8\pi^2 s} q^2(s) v^3(s) \qquad (4.65)$$

ile verilmektedir. Burada $q(s)$ ve $v(s)$,

$$q(s)=s-(m_c-m_s)^2,\ v(s)=(1-4m_s m_c/q(s))^{1/2} \tag{4.66}$$

olmaktadır. Sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinde spektral yoğunluğa pertürbatif iki ilmek mertebesindeki α_s düzeltmelerinden gelen katkı aşağıdaki şekilde ifade edilir [38]:

$$\rho_1(s)=\frac{4\alpha_s}{3\pi}\rho_0(s)f(x). \tag{4.67}$$

Burada $x=m_c^2/s$, $\alpha_s=\alpha_s(m_c^2)$ ve

$$\begin{aligned} f(x)=&\frac{9}{4}+2Li_2(x)+\ln x\ln(1-x)-\frac{3}{2}\ln(1/x-1)-\ln(1-x)+\\ &x\ln(1/x-1)-\frac{x}{1-x}\ln x \end{aligned} \tag{4.68}$$

ile verilmektedir. Ayrıca (4.68) ifadesindeki $Li_2(x)=-\int_0^x dt\frac{\ln(1-t)}{t}$ fonksiyonu dilogaritmik bir fonksiyondur. Dikkat edilirse burada α_s düzeltme terimlerinde s kuarkın kütlesi dikkate alınmıştır. (4.60) denklemindeki çıkarma terimleri Borel dönüşümü kullanılarak ortadan kaldırılır. Sonuç olarak biz bu terimleri ihmal edeceğiz. Korelatöre sıfır sıcaklıkta gelen pertürbatif olmayan katkılar,

$$\begin{aligned} \Pi_{np}(q^2)=&m_c\lambda\langle\bar{s}s\rangle\left[1-\frac{1}{2}\varepsilon(3-\lambda)-\lambda\varepsilon^2(1-\lambda)+\frac{1}{2}\varepsilon^3(1+\lambda-4\lambda^2+2\lambda^3)\right]\\ &+\frac{\langle\alpha_s G^2\rangle}{12\pi}\lambda\left[1-3\varepsilon\left(1-\frac{8}{3}\lambda+2\lambda^2+2\lambda(1-\lambda)\ln\frac{1}{\varepsilon\lambda}\right)\right]\\ &+\frac{M_0^2}{2m_c}\langle\bar{s}s\rangle\lambda^2(1-\lambda)(1-\varepsilon(2-\lambda))-\frac{8}{27}\frac{\pi\rho}{m_c^2}\alpha_s\langle\bar{s}s\rangle^2\lambda^2(2-\lambda-\lambda^2), \end{aligned} \tag{4.69}$$

olmaktadır. Burada $\lambda=m_c^2/(Q^2+m_c^2)$, $\varepsilon=m_s/m_c$ olup OPE'de ortaya çıkmaktadır. Korelatöre sıfır sıcaklıkta gelen pertürbatif olmayan katkılar KRD lagranjiyeninde kuark ve gluon alanlarının vakum beklenen değerleri ile ifade edilmekte ve onların boyutlarına göre yönetilmektedir. (4.69) ifadesinin sonlu sıcaklıklarda geçerli olduğu kabul edilse bile vakum yoğunlaşmaları onların termal

beklenen değerlerleri ile yer değiştirmek zorundadır [27]. Sonlu sıcaklıktaki hafif kuark yoğunlaşması için, kiral pertürbasyon teorisinde elde edilen sonuçlar kullanılır [84, 85]. İyi bir yaklaşımla kuark yoğunlaşmasının sıcaklığa bağlılığı

$$\langle \bar{q}q \rangle = \langle 0|\bar{q}q|0\rangle \left[1 - 0.4\left(\frac{T}{T_c}\right)^4 - 0.6\left(\frac{T}{T_c}\right)^8 \right], \tag{4.70}$$

olmaktadır. Gluon yoğunlaşmasının düşük sıcaklıktaki açılımı enerji momentum tensörüyle orantılıdır [86] ve yaklaşık olarak

$$\left\langle \alpha_s G^2 \right\rangle = \left\langle 0 \left| \alpha_s G^2 \right| 0 \right\rangle \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^8 \right] \tag{4.71}$$

ile verilmektedir [36, 65, 67]. Ayrıca parametrize edebilmek için karışık kondensat olan

$$g\left\langle \bar{q}\sigma_{\mu\nu}\frac{\lambda_a}{2}G_a^{\mu\nu}q \right\rangle = M_0^2 \langle \bar{q}q \rangle \tag{4.72}$$

ifadesini kullanmak gerekmektedir ve $\alpha_s(M_Z) = 0.1176$ değeri kullanarak KRD skalasI Λ'nın değeri bulunur [36].

Sonraki adımda amaç (4.1) ile verilen korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmını hesaplamaktır. Kuark-hadron ikilemine göre (4.1) denkleminin sağ tarafı hadron dilinde hesaplanabilir. Toplam kuralları çerçevesinde elde edilen temel denklem,

$$\begin{aligned} \frac{f^2(T)m^4(T)}{Q^2+m^2(T)} = & \int_{(m_c+m_s)^2}^{s_0(T)} ds \frac{\rho_{a,\,pert}(s,T)+\rho_1(s)}{s+Q^2} \\ & + \int_0^{(m_c-m_s)^2} ds \frac{\rho_{s,\,pert}(s,T)}{s+Q^2} + \Pi_{np}(Q^2,T) \end{aligned} \tag{4.73}$$

olmaktadır. Burada $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabiti f ile kütlesi ise m ile gösterilmiştir. (4.73) denkleminde kütle ve leptonik bozunum sabiti, onların termal beklenen değerleriyle yer değiştirmiştir. Süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlı ifadesi

$$s_0(T) = s_0 \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\langle 0|\bar{q}q|0 \rangle} \left(1 - \frac{(m_c + m_s)^2}{s_0} \right) + (m_c + m_s)^2 \tag{4.74}$$

ile verilir [36, 65, 67]. Burada denklemin sağ tarafındaki s_0; $s_0 \equiv s_0(0)$ olan sıfır sıcaklıktaki hadronik eşiktir. İncelemeler sonucu termal pertürbatif olmayan korelatörün temel olarak kuark yoğunlaşmaları tarafından yürütüldüğü görülmüştür.

4.2.2. $D_{s0}(2317)$ mezonun kütlesinin ve leptonik bozunum sabitinin nümerik olarak incelenmesi

(4.73) denkleminin her iki tarafında Q_0^2'ye göre Borel dönüşümünün uygulanması ve $1/M^2$'ye göre diferansiyelinin alınmasıyla

$$m^2(T) = B(T)/A(T), \tag{4.75}$$

$$f^2(T) = \frac{A(T)}{m^4(T)} \exp\left(\frac{m^2(T)}{M^2} \right), \tag{4.76}$$

elde edilir. Burada $A(T)$ ve $B(T)$,

$$\begin{aligned} A(T) = & \int_{(m_c+m_s)^2}^{s_0(T)} ds \left(\rho_{a,pert}(s) + \rho_1(s) \right) \exp\left(-\frac{s}{M^2} \right) \\ & + \int_0^{(m_c-m_s)^2} ds\, \rho_{s,pert}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2} \right) + \Pi_{np}(M^2, T), \end{aligned} \tag{4.77}$$

$$B(T) = -m_Q^2 \frac{dA(T)}{d\beta} \tag{4.78}$$

ile ifade edilmektedirler ve $\beta = m_Q^2 / M^2$ olmak üzere $\Pi_{np}(M^2, T)$;

$$
\begin{aligned}
&\Pi_{np}\left(M^2,T\right)=m_c^2\langle\bar{s}s\rangle e^{-\beta}\\
&\times\left[1-\frac{3}{2}\varepsilon-\frac{1}{2}\beta-\beta\varepsilon^2\left(1-\frac{1}{2}\beta\right)+\frac{1}{2}\varepsilon^3\left(1+\beta-2\beta^2+\frac{1}{3}\beta^3\right)\right]\\
&+\frac{1}{12}\left\langle\frac{\alpha_s G^2}{\pi}\right\rangle m_c^2 e^{-\beta}\\
&\times\left[1-3\varepsilon\left(1-\frac{8}{3}\beta+\beta^2-2\beta\left(\ln(\beta\varepsilon)+\gamma-1\right)+\beta^2\left(\ln(\beta\varepsilon)+\gamma-\frac{3}{2}\right)\right)\right]\\
&-\frac{1}{2}M_0^2 m_c\beta\langle\bar{s}s\rangle e^{-\beta}\\
&\times\left[1-\frac{1}{2}\beta-2\varepsilon\left(1-\frac{3}{4}\beta\left(1-\frac{1}{9}\beta\right)\right)\right]-\frac{4}{81}\pi\alpha_s\rho\langle\bar{s}s\rangle^2\beta e^{-\beta}\left(12-3\beta-\beta^2\right)
\end{aligned}
\tag{4.79}
$$

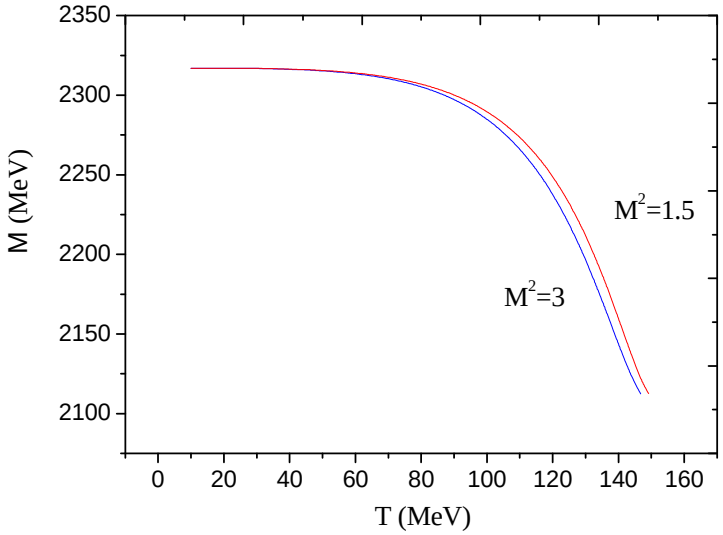
ile verilmektedir. Bu bölümde yapılan hesaplamalarda $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin ve leptonik bozunum sabitinin sıfır sıcaklıktaki değerlerini yeniden oluşturmak için s_0 değeri sabit tutulup Tablo 4.3'deki parametreler kabul edildi.

Tablo 4.3. $D_{s0}(2317)$ skaler mezonu için KRD parametreleri.

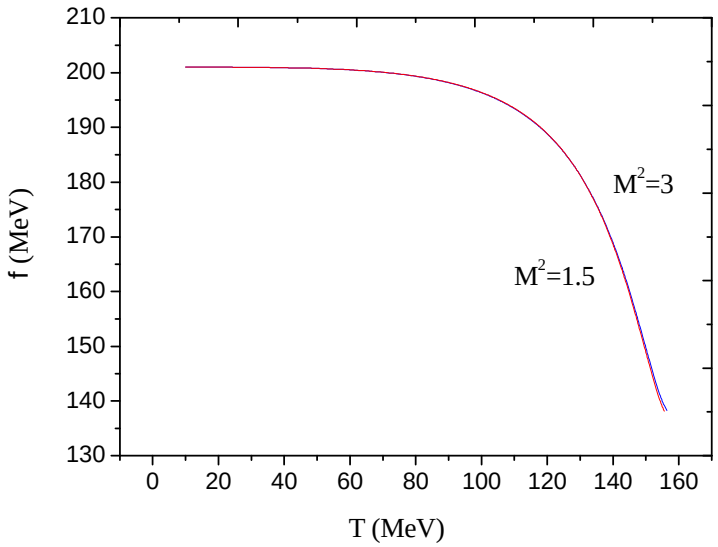
Parametreler	Kaynaklar
$m_{D_{s0}(2317)}=2317MeV$	[87]
$m_s=120MeV$	[87]
$m_c=1.47GeV$	[63, 87]
$f_{D_{s0}(2317)}=201MeV$	[63, 87]
$\rho=4$	[38, 67]
$\langle 0\|\bar{q}q\|0\rangle=-0.014GeV^3$	[19]
$\left\langle 0\left\|\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\right|0\right\rangle=0.012GeV^4$	[19]
$\alpha_s\langle 0\|\bar{q}q\|0\rangle^2=5.8\times10^{-4}GeV^6$	[53]
$M_0^2=0.8GeV^2$	[53]
$\langle 0\|\bar{s}s\|0\rangle=-0.8\langle 0\|\bar{q}q\|0\rangle$	[53]

$D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı; süreklilik eşiği sırasıyla $s_0=7.5;8.0;8.5GeV^2$ olmak üzere Şekil.4.9, Şekil.4.11 ve Şekil.4.13'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi kütle, sıcaklığın artmasıyla yaklaşık olarak %15 kadar azalmıştır. Leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı süreklilik eşiği sırasıyla $s_0=7.5;8.0;8.5GeV^2$ olmak üzere Şekil.4.10, Şekil.4.12 ve Şekil.4.14'de

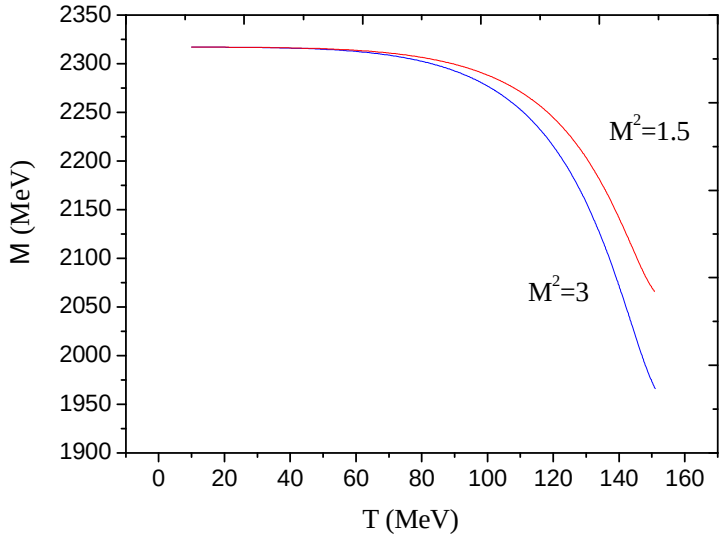
gösterilmiştir. Ayrıca leptonik bozunum sabitinin sıcaklığın artmasıyla azaldığı ve kritik sıcaklıkta yaklaşık olarak sıfır olduğu görülmektedir.



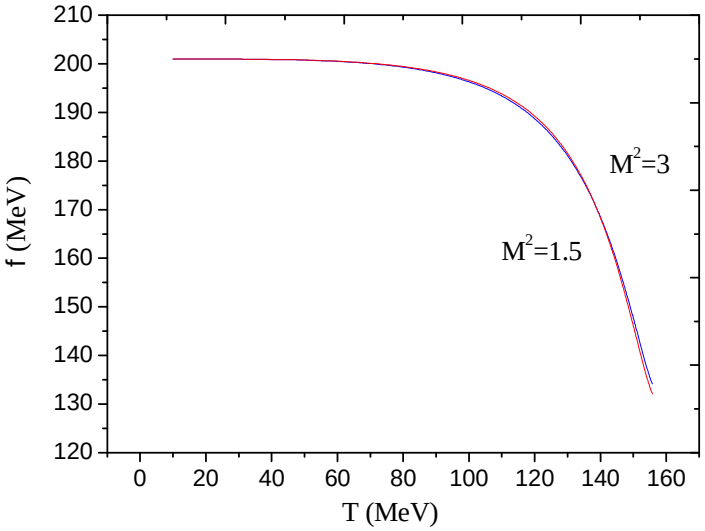
Şekil 4.9. $s_0 = 7.5\,GeV^2$'da $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



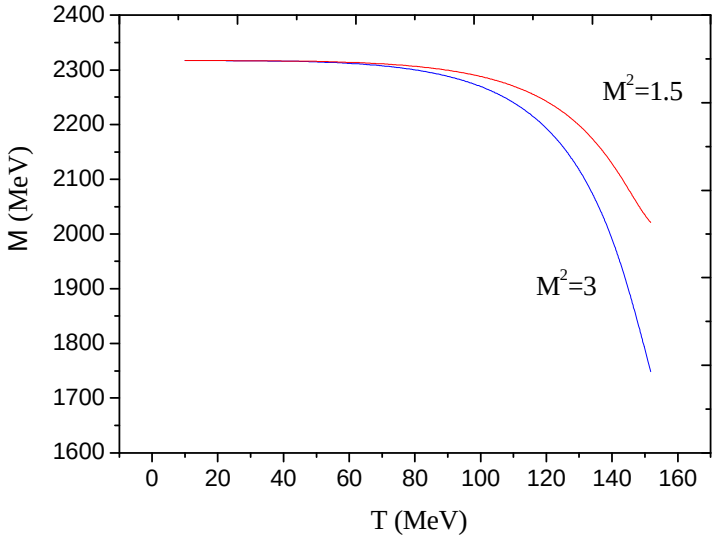
Şekil 4.10. $s_0 = 7.5\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.



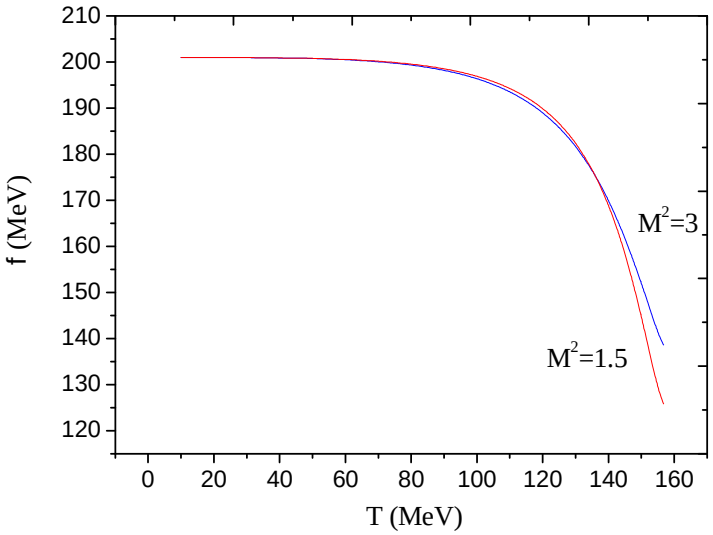
Şekil 4.11. $s_0 = 8.0\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 4.12. $s_0 = 8.0\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 4.13. $s_0 = 8.5\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 4.14. $s_0 = 8.5\,GeV^2$'de $M^2 = 1.5$ ve $M^2 = 3$ için $D_{s0}(2317)$ mezonunun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.

5. SONLU SICAKLIKTA AĞIR-AĞIR (AKSİYAL) VEKTÖR MEZONLAR

Ağır mezonların incelenmesi pertürbatif olmayan KRD vakum özelliklerinin anlaşılması bakımından büyük önem taşımaktadır [19]. Hadron ortamında charmonium $(\bar{c}c)$ ve bottomonium $(\bar{b}b)$ parametrelerinin sıcaklıkla değişiminin incelenmesi KRD vakum ve KGP fazına geçiş hakkında önemli bilgiler vermektedir. Sıcak ve yoğun KRD ortamında vektör mezonların hadronik özellikleri yaklaşık 20 yıldır hem deneysel hem de teorik araştırmaların önemli konularından biri olmuştur. Renk perdelenmesinin neden olduğu J/Ψ baskılama olayının KGP'nin önemli bir kanıtı olabileceği öne sürülmüş [66] ve CERN'de SPS'de ve BNL'de RHIC'de yapılan ağır iyon çarpışma deneylerinde J/Ψ baskılama olayı deneysel olarak gözlenmiştir.

Ağır mezonların özellikleri KRD Toplam Kuralları, non-relativistik potansiyel modeller, örgü teorisi, Ağır Kuark Etkin Teori ve Kiral Pertürbasyon Teorisi kullanılarak literatürde geniş şekilde incelenmiştir. Ancak bu modellerin sonlu sıcaklıklara genelleştirilmesinde bir takım zorluklar ortaya çıkmaktadır. KRD toplam kuralları OPE, KRD Lagranjiyanı, kuark hadron dualityi temel almaktadır ve hadron özellikleri hakkında bilgi veren en etkili yöntemlerden birisidir [21, 23]. Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından sonlu sıcaklıklara genelleştirilen bu yöntem [23] $T \neq 0$ durumunda bazı yeni özelliklere sahiptir [28, 29, 32]. Bu yeni özelliklerden biri ortamda parçacıkların akımlar ile etkileşmesi olup, hadron spektral fonksiyonunun modifiye edilmesini gerektirir. Diğer özellik ise sonlu sıcaklıkta maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Wilson açılımında Lorentz invaryantlığının bozulması ve bunun sonucu olarak Wilson açılımında $T = 0$ durumunda mevcut operatörlere ilaveten yeni operatörlerin ortaya çıkmasıdır. Bu yöntem hafif [31, 68, 69, 88], ağır-hafif [36, 65, 67, 68] ve ağır-ağır [81, 93-95] mezonların termal özelliklerini çalışmak için literatürde geniş olarak çalışılmaktadır.

Bu bölümde ağır-ağır vektör mezon olan J/Ψ ve Y mezonlarının ve aksiyal vektör χ_{b1} ve χ_{c1} mezonlarının sonlu sıcaklıkta kütleleri ve leptonik bozunum sabitleri Termal KRD çerçevesinde incelenmiştir. Termal kuark propagatörü kullanılarak spektral yoğunluk ifadesi bir ilmekli yaklaşımda hesaplanmış, α_s mertebesindeki iki ilmekli pertürbatif katkılar [19, 21] ve $T=0$ durumuna ilaveten ortaya çıkan yeni pertürbatif olmayan katkılar da göz önüne alınarak KRD toplam kuralları elde edilmiştir. $T=0\,MeV$'den $T=170\,MeV$'e kadar olan sıcaklıklarda enerji yoğunluğu için Kiral pertürbasyon teorisinde elde edilen sonuçlar [84], $T=100\,MeV$'den $T=170\,MeV$'e kadar olan bölgede ise gluon kondensatı ve enerji yoğunluğu için örgü teorisinde elde edilen sonuçlar [89, 90] kullanılarak J/Ψ, Y, χ_{b1} ve χ_{c1} mezonlarının kütlelerinin ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmiştir. Ayrıca etkileşme sabitinin sıcaklığa bağlılığı için pertürbatif teoriden elde edilen iki ilmekli sonucun örgü teorisinden elde edilen sonuçları da göz önüne alınarak iyileştirilmiş ifadesi [91, 94] kullanılmıştır. J/Ψ, Y, χ_{b1} ve χ_{c1} mezonlarının bozunum sabitlerinin kritik sıcaklığa yakın bölgede vakumdaki değerine göre çok azaldığı görülmekte ve bu durumun da KGP faz geçişinin bir işareti olduğu düşünülmektedir.

5.1. Ağır-Ağır Vektör Mezonlarının İncelenmesi

5.1.1. Ağır-ağır J/Ψ ve Y vektör mezonları için termal korelasyon fonksiyonunun operatör çarpım açılımı

Bir ağır kuark ve bir ağır antikuarktan oluşan vektör mezonların fiziksel parametrelerinin incelenmesinde termal KRD toplam kurallarını elde etmek için öncelikle termal korelasyon fonksiyonunun bulunması gerekmektedir. Termal korelasyon fonksiyonu hadronik parametrelerin terimlerinde ve özgürlüğün KRD derecelerinin terimlerinde olmak üzere iki farklı yoldan hesaplanabilir. KRD kısmında korelasyon fonksiyonu OPE kullanılarak hesaplanır. OPE, farklı boyutlardaki operatörlerin terimlerinde akımların zaman sıralama çarpım açılımının yapılmasını sağlar. Bu bölümde düşünülen nicelikler için OPE elde edilecektir.

Hesaplamalara

$$\Pi_{\mu\nu}(q,T) = i\int d^4x\, e^{iq\cdot x} Tr\left(\rho \mathcal{T}\left(J_\mu(x)\, J_\nu^+(0)\right)\right) \tag{5.1}$$

ile verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonu yazılarak başlanır. Burada $Q = b$ ya da c olmak üzere $J_\mu(x) =: \overline{Q}(x)\gamma_\mu Q(x)$: vektör akımı, $\mathcal{T}$ zaman sıralama çarpımı ve $\rho = e^{-\beta H}/Tre^{-\beta H}$ KRD'nin termal yoğunluk matrisidir $(\beta = 1/T)$. Daha önceki bölümlerde de bahsettiğimiz gibi sonlu sıcaklıkta maddenin durgun halde olduğu referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığı bozulur. Ancak maddenin dört boyutlu hız vektörü u_μ kullanılarak [27] (durgun referans sisteminde $u_\mu = (1,0,0,0)$'dır.) $\omega = u\cdot q$ ve $\overline{q} = \sqrt{\omega^2 - q^2}$ gibi Lorentz invaryant nicelikler tanımlanabilir. Bu niceliklerin yardımıyla, (5.1) ile verilen termal korelasyon fonksiyonu sonlu sıcaklıklarda $P_{\mu\nu}$ ve $Q_{\mu\nu}$ şeklinde ifade edilen iki tane birbirinden bağımsız olan tensörler cinsinden yazılabilir [31]:

$$\Pi_{\mu\nu}(q,T) = Q_{\mu\nu}\Pi_l(q^2,\omega) + P_{\mu\nu}\Pi_t(q^2,\omega) \tag{5.2}$$

Burada,

$$P_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - \frac{q^2}{\overline{q}^2}\tilde{u}_\mu\tilde{u}_\nu, \tag{5.3}$$

$$Q_{\mu\nu} = \frac{q^4}{\overline{q}^2}\tilde{u}_\mu\tilde{u}_\nu, \tag{5.4}$$

ve $\tilde{u}_\mu = u_\mu - \omega q_\mu/q^2$ şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca sırasıyla korelasyon fonksiyonunun boyuna ve enine bileşenlerini gösteren $\Pi_l(q^2,\omega)$ ve $\Pi_t(q^2,\omega)$ fonksiyonları,

$$\Pi_l(q^2,\omega) = \frac{1}{\overline{q}^2}\Pi_2, \tag{5.5}$$

$$\Pi_t(q^2,\omega) = -\frac{1}{2}\left(\Pi_1 + \frac{q^2}{\overline{q}^2}\Pi_2\right). \tag{5.6}$$

ile verilen Lorentz invaryant fonksiyonlardır. Burada $\Pi_1 = g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu}$ ve $\Pi_2 = u^{\mu}\Pi_{\mu\nu}(q)u^{\nu}$'dir. Sabit **q** değerinde termal korelasyon fonksiyonunun spektral gösterimi

$$\Pi_{l,t}(q_0^2,T) = \int_0^{\infty} dq_0'^2 \frac{\rho_{l,t}(q_0'^2,T)}{q_0'^2 + Q_0^2} \tag{5.7}$$

yazılabilir. Burada $Q_0^2 = -q_0^2$ ve

$$\rho_{l,t}(q_0^2,T) = \frac{1}{\pi} Im\Pi_{l,t}(q_0^2,T) tanh\frac{\beta q_0}{2}. \tag{5.8}$$

(5.1) denklemindeki termal korelasyon fonksiyonu momentum uzayında,

$$\Pi_{\mu\nu}(q,T) = i\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr\left[\gamma_\mu S(k)\gamma_\nu S(k-q)\right] \tag{5.9}$$

ile verilir. Burada termal kuark propagatörünün 11-bileşeni olan $S(k)$, Fermi dağılımına bağlı bir terim ve vakum ifadesinin toplamı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$S(k) = (\gamma^{\mu}k_{\mu} + m)\left(\frac{1}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n(k_0)\delta(k^2 - m^2)\right). \tag{5.10}$$

Burada $n(x)$ Fermi dağılım fonksiyonu, $n(x) = [exp(\beta x) + 1]^{-1}$ ile ifade edilmektedir. (5.10) ile verilen propagatör (5.9) denkleminde yerine yazılır,
$\Pi_2(q,T) = u^{\mu}\Pi_{\mu\nu}(q,T)u^{\nu}$ olduğu göz önüne alınır ve k_0 üzerinden integral alınırsa $\Pi_1(q,T)$'nin imajiner kısmı,

$$\Pi_2(q,T) = -4iN_c\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(k^2 - q\cdot k - m^2 + 2q_0k_0 - 2k_0^2\right)D(k)D(k-q) \tag{5.11}$$

olarak elde edilir. Burada,

$$D(k) = \frac{1}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} + 2\pi i\, n(|k_0|)\,\delta(k^2 - m^2) \tag{5.12}$$

ile verilmektedir. k_0 ve açı üzerinden integral alındığında $\mathrm{Im}\,\Pi_2(q,T)$'nin yok olma ve saçılma terimleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mathrm{Im}\,\Pi_{2,a} = N_c \int_{\omega_-}^{\omega_+} \frac{d\omega_1}{8\pi|\mathbf{q}|}\left(4q_0\omega_1 - q^2 - 4\omega_1^2\right)F(\omega_1), \tag{5.13}$$

$$\mathrm{Im}\,\Pi_{2,s} = N_c \int_{\omega_+}^{\infty} \frac{d\omega_1}{8\pi|\mathbf{q}|}\left(4q_0\omega_1 - q^2 - 4\omega_1^2\right)G(\omega_1). \tag{5.14}$$

Burada,

$$F(\omega_1) = 1 - n(\omega_1) - n(q_0 - \omega_1) + 2n(\omega_1)n(q_0 - \omega_1), \tag{5.15}$$

$$G(\omega_1) = 2n(\omega_1)n(q_0 - \omega_1) - n(\omega_1) - n(q_0 - \omega_1) \tag{5.16}$$

ve

$$\omega_\pm = \frac{1}{2}\left(q_0 \pm |\mathbf{q}|v\right). \tag{5.17}$$

Elde edilen bu sonuçlar (5.5) ve (5.6) denkleminde yerine yazılırsa ρ_t'nin yok olma ve saçılma kısımları

$$\rho_{t,a} = \frac{3q^2}{32\pi^2}\int_{-v}^{v} dx\left(2 - v^2 + x^2\right)\left[1 - 2n_+(x)\right], \tag{5.18}$$

$$\rho_{t,s} = -\frac{3q^2}{32\pi^2}\int_{v}^{\infty} dx\left(2 - v^2 + x^2\right)\left[n_-(x) - n_+(x)\right], \tag{5.19}$$

olarak bulunur. Burada $v\left(q_0^2\right) = \sqrt{1 - 4m^2/q_0^2(s)}$, $n_+(x) = n\left[\frac{1}{2}\left(q_0 + |\mathbf{q}|x\right)\right]$ ve $n_-(x) = n\left[\frac{1}{2}\left(|\mathbf{q}|x - q_0\right)\right]$ olarak tanımlanmıştır. Sıfırdan farklı bir momentum değerinde ρ_l'nin yok olma kısmı örneğin $\rho_{l,a}$ ve onun saçılma kısmı $\rho_{l,s}$'de (3.59)

ve (3.60) denklemine benzer çıkmaktadır. Burada $\left(2-v^2+x^2\right)$ katsayısının yerine $2\left(1-x^2\right)$ gelmektedir. Benzer şekilde $\Pi_1 = g^{\mu\nu}\Pi_{\mu\nu}$ fonksiyonu da hesaplanmıştır.

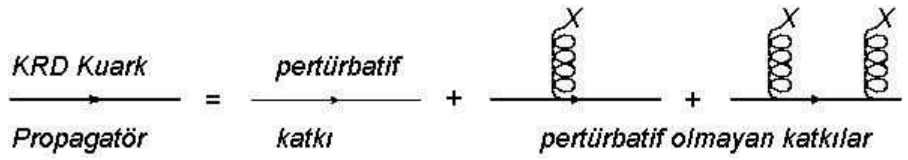
Hesaplamalarda spektral yoğunluk için pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmesi dikkate alınmıştır. Sıfır sıcaklıkta bu düzeltme,

$$\rho_{\alpha_s}(s) = \alpha_s \frac{s}{6\pi^2} v(s)\left(3-v^2(s)\right)\left[\frac{\pi}{2v(s)} - \frac{1}{4}\left(3+v(s)\right)\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3}{4\pi}\right)\right] \tag{5.20}$$

olarak yazılabilir [19, 21]. Yapılan hesaplamalarda (5.20) denklemindeki α_s güçlü etkileşme sabitinin yerine örgü teorisinde yapılan hesaplamalarla elde edilen sıcaklığa bağlı $\alpha(T) = 2.095(82)\frac{g^2(T)}{4\pi}$ değeri yazılmıştır. Burada

$$\bar{g}^2(T) = \frac{11}{8\pi^2}\ln\left(\frac{2\pi T}{\Lambda_{\overline{MS}}}\right) + \frac{51}{88\pi^2}\ln\left[2\ln\left(\frac{2\pi T}{\Lambda_{\overline{MS}}}\right)\right] \tag{5.21}$$

ile verilmekte, $T_c = 0.160\,GeV$ ve $\Lambda_{\overline{MS}} = T_c/1.14(4)$ değerlerini almaktadırlar.



Şekil 5.1. Gluon arka alanında kuark propagatörü.

Bundan sonraki aşamada Şekil 5.1'de verilen kuark çizgisinden gelen pertürbatif katkının bir ve iki gluonun çıktığı pertürbatif olmayan katkıların hesaplanması gerekmektedir. Bunun için bir $A_\mu^a(x)$ dış gluon alanında kuark propagatörünün pertürbatif olmayan parçasını kullanacağız. Fock-Schwinger ayarında $x^\mu A_\mu^a(x) = 0$ olmaktadır. Feynman diyagramında kuark çizgisine iki tane gluon çizgisinin eklendiği dikkate alınarak momentum uzayında kuark propagatörü,

$$S^{aa'np}(k) = -\frac{i}{4} g\left(t^c\right)^{aa'} G^c_{\kappa\lambda}(0) \frac{1}{\left(k^2 - m^2\right)^2} \left[\sigma_{\kappa\lambda}(\not{k} + m) + (\not{k} + m)\sigma_{\kappa\lambda}\right]$$
$$- \frac{i}{4} g^2 \left(t^c t^d\right)^{aa'} G^c_{\alpha\beta}(0) G^d_{\mu\nu}(0) \frac{\not{k} + m}{\left(k^2 - m^2\right)^5} \qquad (5.22)$$
$$\times \left(f_{\alpha\beta\mu\nu} + f_{\alpha\mu\beta\nu} + f_{\alpha\mu\nu\beta}\right)(\not{k} + m)$$

şeklinde ifade edilmektedir [21]. Burada,

$$f_{\alpha\beta\mu\nu} = \gamma_\alpha(\not{k} + m)\gamma_\beta(\not{k} + m)\gamma_\mu(\not{k} + m)\gamma_\nu \qquad (5.23)$$

ile verilmektedir. Hesaplamamıza devam edebilmemiz için $\left\langle TrG_{\alpha\beta}G_{\mu\nu}\right\rangle$ beklenen değerini bilmemiz gerekmektedir. Sonlu sıcaklıkta Lorentz kovaryantlık özelliğinden yararlanarak bu beklenen değeri aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\left\langle Tr^c G_{\alpha\beta}G_{\mu\nu}\right\rangle = \frac{1}{24}\left(g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right)\left\langle G^a_{\lambda\sigma}G^{a\lambda\sigma}\right\rangle + \frac{1}{6}\left[g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}\right.$$
$$\left. - 2\left(u_\alpha u_\mu\, g_{\beta\nu} - u_\alpha u_\nu\, g_{\beta\mu} - u_\beta u_\mu\, g_{\alpha\nu} + u_\beta u_\nu\, g_{\alpha\mu}\right)\right]\left\langle u^\lambda \theta^g_{\lambda\sigma} u^\sigma\right\rangle . \qquad (5.24)$$

Burada u_μ ısı banyosunun dört boyutlu hızıdır ve termal alan teorisinde Lorentz invaryantlığı yeniden sağlamak için tanımlanmıştır. Isı banyosunun durgun referans sisteminde $u_\mu = (1,0,0,0)$ ve $u^2 = 1$'dir. Ayrıca $\theta^g_{\lambda\sigma}$, KRD'nin şiddet tensörünün gluonik kısmıdır. Sonlu sıcaklıkta kuark propagatörünün pertürbatif olmayan kısmı,

$$S^{aa'np}(k) = -\frac{i}{4} g\left(t^c\right)^{aa'} G^c_{\kappa\lambda} \frac{1}{\left(k^2 - m^2\right)^2} \left[\sigma_{\kappa\lambda}(\not{k} + m) + (\not{k} + m)\sigma_{\kappa\lambda}\right]$$
$$+ \frac{ig^2\delta^{aa'}}{3\left(k^2 - m^2\right)^4} \left\{ \frac{m\left(k^2 + m\not{k}\right)}{4} \left\langle G^c_{\alpha\beta}G^{c\alpha\beta}\right\rangle + \frac{1}{3\left(k^2 - m^2\right)} \left[m\left(k^2 - m^2\right)\right.\right. \qquad (5.25)$$
$$\times \left(k^2 - 4(k\cdot u)^2\right) + \left(m^2 - k^2\right)\left(-m^2 + 4(k\cdot u)^2\right)\not{k}$$
$$\left.\left. + 4(k\cdot u)\left(m^2 - k^2\right)^2 \not{u}\right]\left\langle u^\alpha \theta^g_{\alpha\beta} u^\beta\right\rangle\right\}$$

olarak elde edilir. Bu propagatör kullanılarak yapılan basit ama uzun hesaplamalar sonunda KRD'nin pertürbatif olmayan kısmı aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\Pi_t^{np}=\int_0^1 dx\Bigg\{-\frac{\langle\alpha_s G^2\rangle}{72\pi\left[m^2+q^2(-1+x)x\right]^4}\Big[6q^6(-1+x)^4x^4+6m^2q^4x^2 \\ \times(-1+x)^2\left(1-6x+6x^2\right)+m^6\left(5-32x+42x^2-20x^3+10x^4\right) \\ +m^4q^2x\left(-14+95x-140x^2+65^3+6x^4-2x^5\right)\Big] \\ -\frac{\alpha_s\langle u^\alpha\theta^g_{\alpha\beta}u^\beta\rangle}{54\pi\left[m^2+q^2(-1+x)x\right]^4}\Big[x(-1+x)\Big(4q^4x^2\left(1-3x+2x^2\right)^2 \\ +m^4\left(12-35x+21x^2+28x^3-14x^4\right)+m^2q^2x(-13+55x \\ -82x^2+36x^3+6x^4-2x^5\Big)\Big)\Big(q^2-4(q\cdot u)^2\Big)\Big]\Bigg\}. \tag{5.26}$$

Burada $\langle G^2\rangle=\langle G^c_{\alpha\beta}G^{c\alpha\beta}\rangle$'dır.

5.1.2. Fenomenolojik kısım ve termal KRD toplam kuralları

Bu bölümün amacı korelasyon fonksiyonunun fiziksel (fenomenolojik) kısmını hesaplamaktır. İlk olarak (5.1) denklemine fiziksel ortam durumunun tam setini koymak ve x üzeinden integral almak gerekir. Korelasyon fonksiyonu temel duruma ayrıştırılırsa

$$\Pi_{\mu\nu}(q)=\sum_\lambda\frac{\langle 0|J_\mu|V(q,\lambda)\rangle\langle V(q,\lambda)|J_\nu^+|0\rangle}{m_V^2-q^2}+.... \tag{5.27}$$

olarak elde edilir. Burada $\{|V(q,\lambda)\rangle\}$ hadronik durumları tam set oluşturur ve …. uyarılmış vektör mezonların ve continuum durumlarının katkılarını göstermektedir.

Termal KRD toplam kurallarını elde etmek için yeteri kadar büyük Q_0^2 değerinde $\Pi_l(q^2,\omega)$ ya da $\Pi_t(q^2,\omega)$ için operatör çarpım açılımının sonuçlarını ve spektral gösterimi eşitlemek gerekmektedir. Nümerik sonuçlar gösterilirken referansın değiştirilmesi ve parçacığın durgun olduğu referans sistemine geçilerek $|\mathbf{q}|\to 0$ alınması gerekmektedir. Bu limitte Π_l ve Π_t fonksiyonları birbirleriyle ilişkili olduğundan termal KRD toplam kurallarını elde etmek için yalnızca birinin hesaplanması yeterlidir. Bu çalışmada Π_t fonksiyonu kullanılacaktır. Standart spektral gösterim kullanılırken spektral yoğunluğun $s\to\infty$ limitinde sıfıra yaklaşmaması durumunda korelasyon fonksiyonu ayrı bir integralin terimlerinde

ifade edilir. Böyle bir durumda bu problemin üstesinden gelebilmek için $q^2 = 0$'da $\Pi_t\left(q^2, \omega\right)$'dan Taylor serisine açılımının ilk birkaç terimini çıkarmak gerekmektedir:

$$\Pi_t\left(q_0^2, |\mathbf{q}|\right) = \Pi_t(0) + \left(\frac{d\Pi_t}{dQ_0^2}\right)_{Q_0^2=0} Q_0^2 + Q_0^4 \int_0^\infty \frac{\rho_t(s)}{\left(s + Q_0^2\right)} ds. \tag{5.28}$$

Korelasyon fonksiyonunun OPE gösterimi ve hadronik gösterimi birbirlerine eşitlenir ve kuark-hadron ikilemi uygulanırsa toplam kuralı

$$\frac{f_V^2\, Q_0^4}{\left[\mathrm{m}_\mathrm{V}^2 + Q_0^2\right]\mathrm{m}_\mathrm{V}^2} = Q_0^4 \int_{4\mathrm{m}^2}^{\mathrm{s}_0} \frac{\left[\rho_{t,a}(s) + \rho_{\alpha_s}(s)\right]}{s^2\left(s + Q_0^2\right)} ds + \int_0^{|\mathbf{q}|^2} \frac{\rho_{t,s}}{s + Q_0^2} + \Pi_t^{rp} \tag{5.29}$$

olarak elde edilir. Burada kolaylık sağlaması açısından mezonun toplam bozunum genişliği ihmal edilmiştir. f_V bozunum sabiti; vakum ve vektör mezon durumları arasındaki J_μ akımının matris elemanı tarafından

$$\left\langle 0 \middle| J_\mu \middle| V(q,\lambda) \right\rangle = f_V m_V \varepsilon_\mu^{(\lambda)} \tag{5.30}$$

olarak tanımlanır. (5.29) denkleminin türevinde, tüm polarizasyon durumları üzerinden toplam alınarak yazılan $\sum_\lambda \varepsilon_\mu^{(\lambda)^*} \varepsilon_\nu^{(\lambda)} = -\left(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_V^2\right)$ özelliği kullanılmıştır. Borel dönüşümü, dispersiyon bağıntısındaki istenmeyen terimleri ortadan kaldırır. Ayrıca uyarılmış resonanslardan ve düşünülen vektör durumlarından daha ağır olan süreklilik durumlarından gelen katkılar eksponansiyel olarak gizlenmiştir. Q_0^2'ye göre Borel dönüşümü uygulandıktan sonra,

$$\begin{aligned} f_V^2 \mathrm{m}_\mathrm{V}^2 \exp\left(-\frac{m_V^2}{\mathrm{M}^2}\right) = & \int_{4\mathrm{m}^2}^{\mathrm{s}_0} ds\left[\rho_{t,a}(s) + \rho_{\alpha_s}(s)\right] e^{\left(-\frac{s}{\mathrm{M}^2}\right)} \\ & + \int_0^{|\mathbf{q}|^2} ds\, \rho_{t,s}(s) e^{\left(-\frac{s}{\mathrm{M}^2}\right)} + \hat{\mathrm{B}}\Pi_\mathrm{t}^{\mathrm{np}} \end{aligned} \tag{5.31}$$

elde edilir. Daha önce de belirttiğimiz gibi nümerik analiz yaparken parçacığın durgun olduğu referans sisteminde $|\mathbf{q}| \to 0$ alacağız. Bu durumda saçılma kısmı bir noktaya çekilir ve (5.31) denkleminin sağ tarafı tek bir fonksiyon olur. Sonuç olarak

(5.31) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terimin ayrıntılı olarak incelenmesi gerekmektedir. Benzer incelemeler [27, 31]'de yapılmıştır. Ayrıntılı olarak yapılan incelemeler,

$$\lim_{|\mathbf{q}|\to 0}\int_0^{|\mathbf{q}|^2} ds\,\rho_{t,s}(s)e^{-\frac{s}{M^2}} = 0 \tag{5.32}$$

olduğunu göstermektedir. (5.31) denkleminde $\hat{\mathrm{B}}\Pi_{\mathrm{t}}^{\mathrm{nonpert}}$, KRD kısmının pertürbatif olmayan parçasının Boreli alınmış halini göstermektedir ve Borel dönüşümünden sonra

$$\begin{aligned}\hat{\mathrm{B}}\Pi_{\mathrm{t}}^{\mathrm{np}} = \int_0^1 dx \frac{1}{144\pi \mathrm{M}^6 x^4(-1+x)^4}\exp\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{M}^2 x(-1+x)}\right]\Big\{\langle\alpha_s G^2\rangle\Big[12M^6x^4 \\ \times(-1+x)^4 - m^6(1-2x)^2(-1-x+x^2) - 12m^2M^4x^2(-1+x)^2 \\ \times(1-3x+3x^2) + m^4M^2x(-2+19x-32x^2+11x^3+6x^4-2x^5)\Big] \\ + 4\alpha_s\langle\theta^g\rangle\Big[-8M^6x^3(1-2x)^2(-1+x)^3 + m^6(1-2x)^2(-1-x+x^2) \\ - 2m^2M^4x^2(-1+x)^2(-1-6x+8x^2-4x^3+2x^4) \\ + m^4M^2x(-2+3x-12x^2+31x^3-30x^4+10x^5)\Big]\Big\}\end{aligned} \tag{5.33}$$

olarak elde edilir. Burada $\theta^g = \theta_{00}^g$'dir.

5.1.3. Nümerik analizler

Bu bölümde J/Ψ ve Y mezonların kütlelerinin ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmiş ve bu niceliklerin vakumdaki nümerik sonuçları elde edilmiştir. (5.32) ve (5.33) denklemleri göz önüne alınarak (5.31) denkleminin her iki tarafının $1/M^2$'ye göre türevi alınırsa ve bu ifade türev alınmamış olan (5.31) denklemine bölünürse vektör mezonun kütlesi,

$$\mathrm{m}_{\mathrm{V}}^2(T) = \frac{\int_{4\mathrm{m}^2}^{\mathrm{s}_0(T)} ds\, s\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]e^{\left(-\frac{s}{\mathrm{M}^2}\right)} + \Pi_{\mathrm{l}}^{\mathrm{np}}(M^2,T)}{\int_{4\mathrm{m}^2}^{\mathrm{s}_0(T)} ds\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]e^{\left(-\frac{s}{\mathrm{M}^2}\right)} + \hat{\mathrm{B}}\Pi_{\mathrm{t}}^{\mathrm{np}}} \tag{5.34}$$

olarak elde edilir. Burada Π_l^{np} ve $\rho_{t,a}(s)$;

$$\Pi_l^{np}\left(M^2,T\right)=\mathrm{M}^4\frac{d}{d\mathrm{M}^2}\hat{B}\Pi_t^{np} \tag{5.35}$$

$$\rho_{t,a}(s)=\frac{1}{8\pi^2}s\nu(s)\left(3-\nu^2(s)\right)\left[1-2n\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right)\right] \tag{5.36}$$

olarak ifade edilmektedir. Bu çalışmada [89, 92] kaynaklarında yapıldığı gibi hem örgü KRD'deki [89, 90] hem de kiral pertürbasyon teorisindeki [84] enerji yoğunluğunun gluonik kısmı kullanılmıştır. Maddenin durgun olduğu referans sisteminde [89] örgü KRD kullanılarak elde edilen bazı niceliklerin sonuçları, toplam enerji yoğunluğunun termal ortalaması $\langle\theta\rangle$ için aşağıdaki parametrizasyonun yardımıyla fit edilerek elde edilmiştir:

$$\langle\theta\rangle=2\langle\theta^g\rangle=6\times10^{-6}\exp[80(T-0.1)]\left(GeV^4\right). \tag{5.37}$$

Burada T sıcaklığı GeV biriminde ölçülür ve bu parametrizasyon sadece $0.1\,GeV\le T\le0.17\,GeV$ bölgesinde geçerlidir. Ayrıca toplam enerji yoğunluğu $T\ge100\,MeV$ için örgü KRD'de, $T\ge0$ için ise kiral pertürbasyon teorisinde hesaplanmıştır. Düşük sıcaklıklardaki kiral pertürbasyon limitinde, enerji yoğunluğunun termal ortalaması

$$\langle\theta\rangle=\langle\theta_\mu^\mu\rangle+3p \tag{5.38}$$

ile ifade edilmektedir. Burada $\langle\theta_\mu^\mu\rangle$ toplam enerji yoğunluğunun izi, p ise basınçtır. Bu nicelikler;

$$\langle\theta_\mu^\mu\rangle=\frac{\pi^2}{270}\frac{T^8}{F_\pi^4}\ln\left(\frac{\Lambda_p}{T}\right), \tag{5.39}$$

$$p=3T\left(\frac{\mathrm{m}_\pi T}{2\pi}\right)^{3/2}\left(1+\frac{15T}{8\mathrm{m}_\pi}+\frac{105T^2}{128\,\mathrm{m}_\pi^2}\right)\exp\left(-\frac{\mathrm{m}_\pi}{T}\right) \tag{5.40}$$

ile verilmektedir. Burada $\Lambda_p=0.275\,GeV$, $F_\pi=0.093\,GeV$ ve $m_\pi=0.14\,GeV$'dir.

Bu çalışmada $s_0(T)$ ve $\langle G^2 \rangle$;

$$s_0(T) = s_0\left[1 - \left(\frac{T}{T_c^*}\right)^8\right] + 4m^2\left(\frac{T}{T_c^*}\right)^8, \tag{5.41}$$

$$\langle G^2 \rangle = \frac{\langle 0|G^2|0\rangle}{\exp\left[12\left(\frac{T}{T_c} - 1.05\right)\right] + 1} \tag{5.42}$$

olarak alınmıştır ve $T_c^* = 1.1T_c = 0.176GeV$'dir.

Yapılan hesaplamalarda kuarkların sıfır sıcaklıktaki kütleleri için $m_c = (1.3 \pm 0.05)GeV$ ve $m_b = (4.7 \pm 0.1)GeV$ değerleri, gluon kondensatı için ise $\left\langle 0\left|\frac{1}{\pi}\alpha_s G^2\right|0\right\rangle = (0.012 \pm 0.004)GeV^4$ değeri alınmıştır. Ayrıca kütle ve bozunum sabitleri için toplam kuralları; süreklilik eşiği s_0 ve Borel kütle parametresi M^2 olmak üzere iki tane daha yardımcı parametre içermektedir. Bu parametreler fiziksel değildir. Sonuç olarak kütle ve bozunum sabitlerinin bu parametrelere bağlılığının az olduğu bölgede çalışılması gerekmektedir. Süreklilik eşiği s_0 tamamen keyfi değildir, ara akımlar gibi aynı kuantum sayılarına sahip ilk uyarılmış durumun enerjisine bağlıdır. Yapılan nümerik incelemeler sonucunda J/Ψ vektör mezonu için $s_0 = (11-13)GeV^2$ ve Y vektör mezonu için $s_0 = (98-102)GeV^2$ aralıklarında sonuçların bu parametreye çok az bağlı oldukları görülmüştür. Borel kütle parametresi M^2; hem daha yüksek durumların katkılarını hem de sürekliliğin yeteri kadar baskılandığı katkıları belirler ve katkılar; değeri küçük olan daha yüksek boyutlu operatörlerden gelir. Sonuç olarak Borel parametresi çalışma bölgesi J/Ψ için $8\,GeV^2 \le \mathrm{M}^2 \le 25GeV^2$ ve Y için $12\,GeV^2 \le \mathrm{M}^2 \le 35GeV^2$ olarak bulunmuştur.

Girilen diğer parametrelerin yanı sıra yardımcı parametreler için çalışma bölgeleri de kullanılarak $T = 0$'da (vakumda) ağır J/Ψ ve Y vektör mezonlarının kütlelerinin ve bozunum sabitlerinin M^2 borel parametresine bağlılığı Şekil (5.2-5.5)'de

gösterilmiştir. Bu grafiklere bakıldığında kütle ve bozunum sabitlerinin uygun çalışma aralığında Borel parametresine bağlı olarak çok az değiştiği görülmektedir. Ayrıca sonuçların s_0 süreklilik eşiğine de çok az bağlı olduğu görülmektedir. Bu grafiklerden yararlanarak Tablo 5.1 ve Tablo 5.2'de parametrelerin nümerik değerleri gösterilmiştir. Bu tablolarda verilen belirsizlikler, hem girilen diğer parametrelerin değerlerindeki hatalara hem de yardımcı parametreler için çalışma bölgelerinin hesaplanmasındaki belirsizliklere bağlı olmaktadır. Bu tablolarda deneysel verilerin yanı sıra örgü KRD, potansiyel model ve relativistik olmayan kuark modelleri gibi diğer yaklaşımlardan elde edilen nümerik değerler de verilmiştir. Leptonik bozunum sabitleriyle ilgilenildiği kadar, merkez değerler için yapılan tahminler; deneysel ve diğer yaklaşımların tahminlerinden biraz daha küçüktür, ama belirsizlikler dikkate alındığında elde edilen sonuçlar deneysel verilerle olduğu kadar relativistik olmayan kuark modelleri ve potansiyel modellerle karşılaştırılabilir boyutta olmaya başlamaktadır. Buna rağmen kütleler üzerindeki tahminler deneysel değerlerle oldukça tutarlıdır.

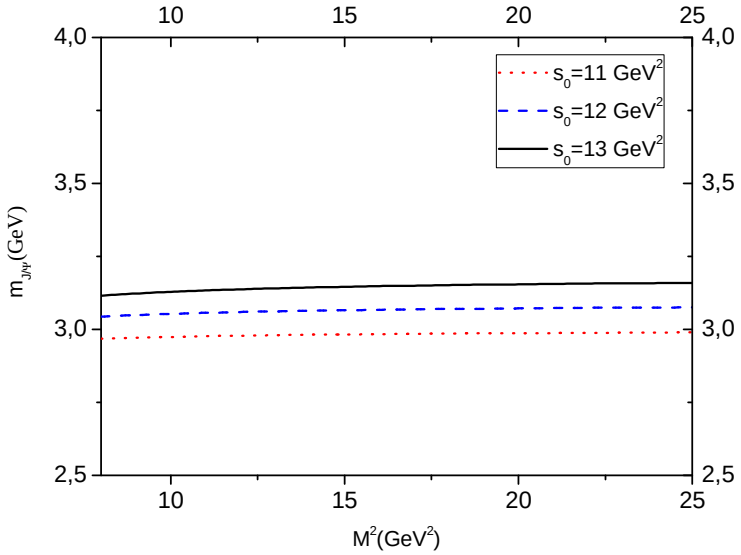
Son incelememiz J/Ψ ve Y vektör mezonlarının kütlelerinin ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı üzerinedir. Bu amaçla hem kiral pertürbasyon teorisinden hem de örgü KRD'den (sadece $T \geq 100$ MeV için geçerlidir) elde edilen enerji yoğunluğu kullanılarak bu niceliklerin sıcaklığa bağlı grafikleri çizilmiş ve Şekil(5.6-5.9)'da gösterilmiştir. Bu grafikler çizilirken s_0'ın farklı değerleri sabit alınmış ancak Borel kütle parametresi M^2 çizilen grafikler için sabit tutulmuştur. Bu grafiklerden yararlanılarak kütlelerin ve bozunum sabitlerinin $T \cong 100\ MeV$'e kadar sıcaklığa bağlı değişiminin hemen hemen hiç olmadığı aynı kaldığı, ancak bu noktadan sonra sıcaklığa bağlı olarak azaldığı görülmüştür. Kritik sıcaklıkta diğer bir değişle serbest hale geçme sıcaklığında bozunum sabitleri; sıfır sıcaklıktaki değerlerinin yaklaşık %45'ine yaklaşırken, J/Ψ mezonun kütlesi %12 ve Y mezonun kütlesi ise %2.5 kadar azalmaktadır. Bozunum sabitlerinin kritik sıcaklığa yakın bölgede azalması kuark-gluon plazma fazına geçişin bir işareti olarak düşünülebilir.

Tablo 5.1. J/Ψ ve Y ağır-ağır vektör mezonlarının leptonik bozunum sabitlerinin vakumdaki değerleri.

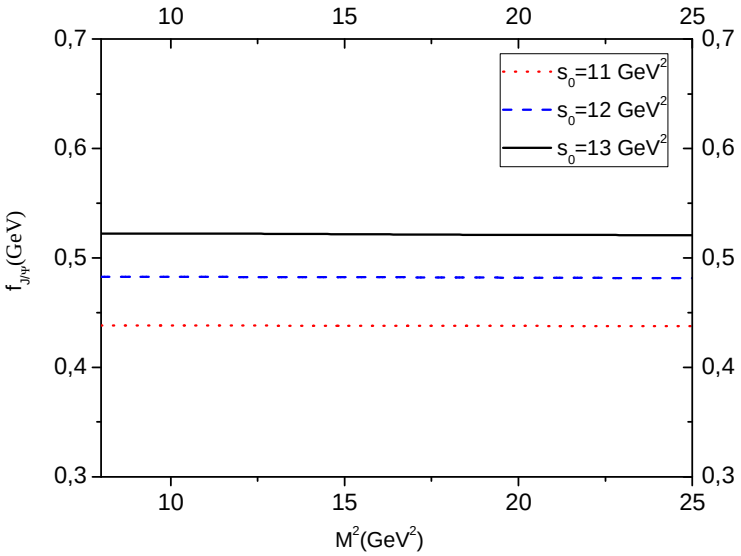
	$f_{J/\Psi}(MeV)$	$f_Y(MeV)$
Sunulan Çalışma	481 ± 36	746 ± 62
Örgü [96, 97]	399 ± 4	-
Deneysel [96, 97]	409 ± 15	708 ± 8
Potansiyel Model [96]	400 ± 45	685 ± 30
Non-relativistik Kuark Modeli [97]	423	716

Tablo 5.2. J/Ψ ve Y ağır-ağır vektör mezonlarının kütlelerinin vakumdaki değerleri.

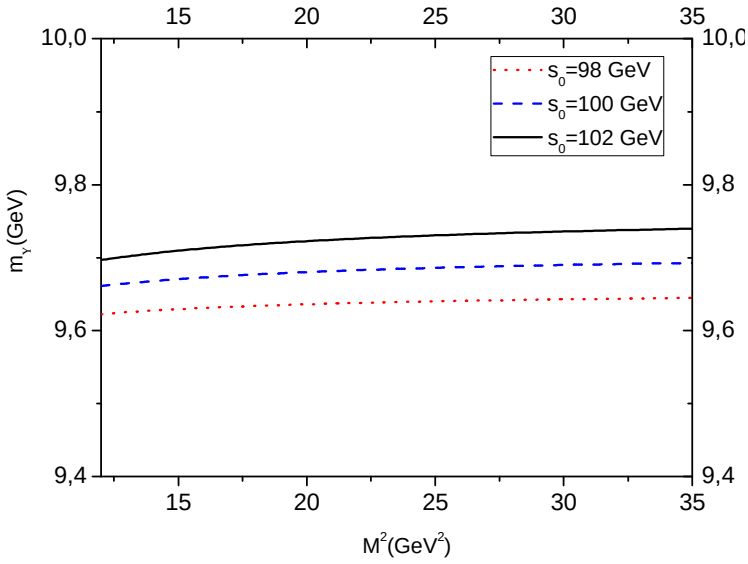
	$m_{J/\Psi}(GeV)$	$m_Y(GeV)$
Sunulan Çalışma	3.05 ± 0.08	9.68 ± 0.25
Deneysel [98]	3.096916 ± 0.000011	9.46030 ± 0.00026



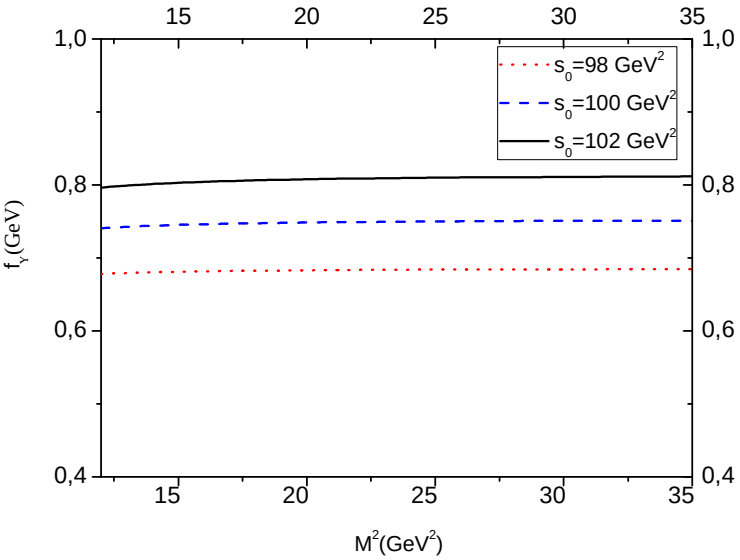
Şekil 5.2. J/Ψ vektör mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



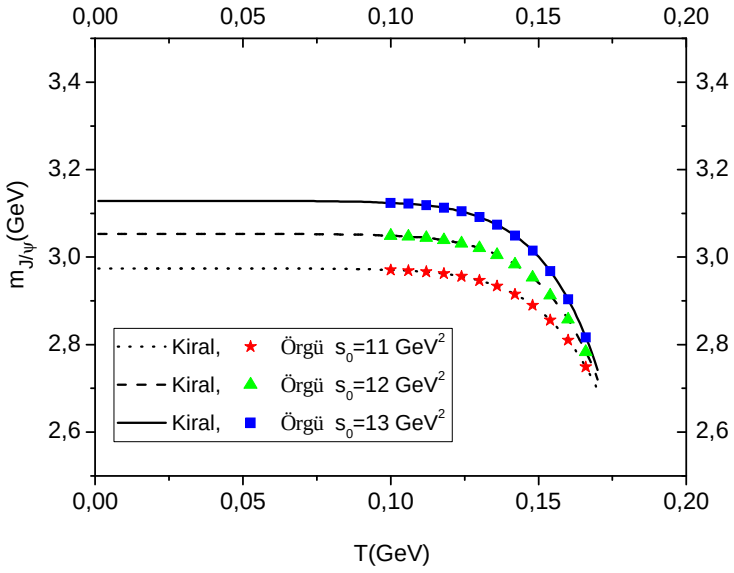
Şekil 5.3. J/Ψ vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



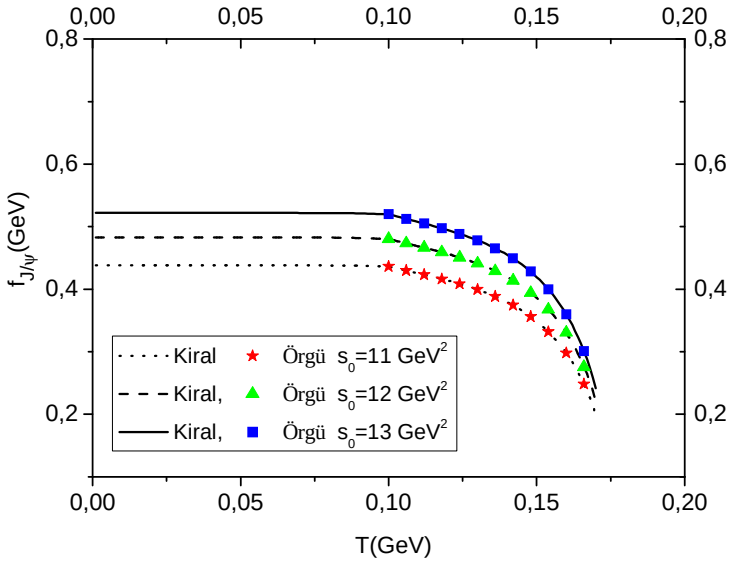
Şekil 5.4. Y vektör mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



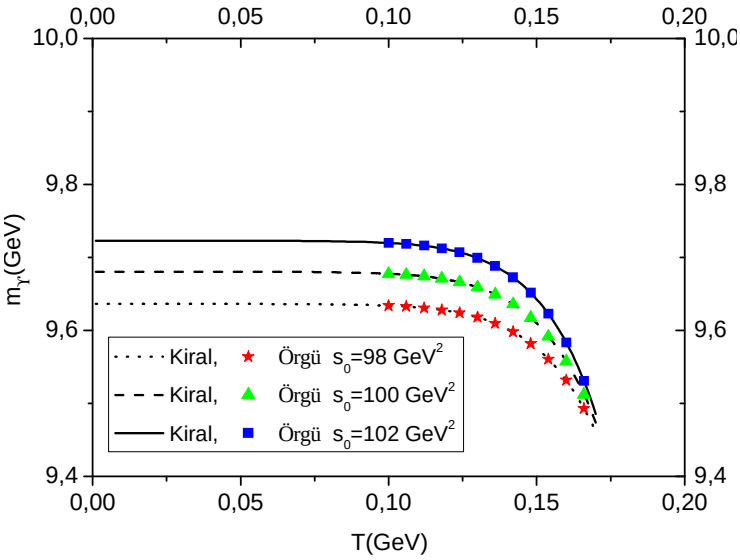
Şekil 5.5. Y vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



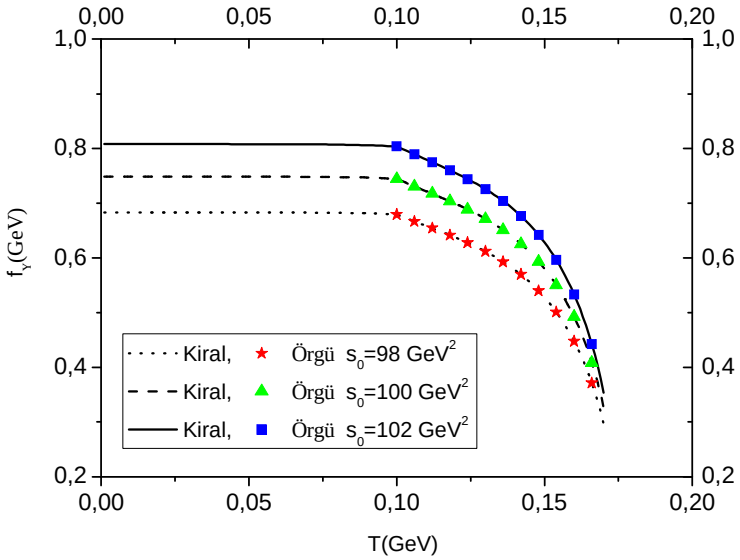
Şekil 5.6. $M^2 = 10\,GeV^2$'de J/Ψ vektör mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 5.7. $M^2 = 10\,GeV^2$'de J/Ψ vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 5.8. $M^2 = 20\,GeV^2$'de Y vektör mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 5.9. $M^2 = 20\,GeV^2$'de Y vektör mezonun leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.

5.2. Ağır-Ağır Aksiyal Vektör Mezonlarının İncelenmesi

5.2.1. χ_{b1} ve χ_{c1} Mezonlarının Termal Özellikleri

χ_{b1} ve χ_{c1} ağır aksiyal vektör mezonlarının kütlelerini ve bozunum sabitlerini Termal KRD toplam kuralları kullanarak elde etmek için (5.1) ile verilen iki nokta termal korelasyon fonksiyonunda aksiyal vektör akımı yerine χ_{b1} için $Q = b$ ve χ_{c1} için $Q = c$ olmak üzere

$$J_\mu(x) =: \overline{Q}(x)\gamma_\mu\gamma_5 Q(x): \tag{5.43}$$

ifadesi yazılır. Korelasyon fonksiyonunun fiziksel (fenemenolojik) kısmını elde edebilmek için korelasyon fonksiyonunda ara kesit akımı ifadesinde aynı kuantum sayısına sahip hadronik ortam durumlarının tam setini koymak gerekmektedir. Temel durum katkısını izole ettikten ve x üzerinden integral aldıktan sonra

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \frac{f_A^2 M_A^2}{M_A^2 - q^2}\left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) + ..., \tag{5.44}$$

elde edilir. Burada f_A ağır aksiyal vektörün bozunum sabitini M_A ise kütlesini göstermektedir. (5.44) ifadesinde …. ise uyarılmış ağır aksiyal vektör mezonların

ve süreklilik durumlarının katkılarını göstermektedir. (5.44) eşitliğinden yararlanılarak vakum ve mezonik durum arasındaki J_μ akımının matris elemanı tarafından verilen f_A bozunum sabiti,

$$\left\langle 0\left|J_\mu\right|A(q,\lambda)\right\rangle = f_A m_A \varepsilon_\mu^{(\lambda)} \tag{5.45}$$

olarak tanımlanır.

KRD kısmında korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi_{\mu\nu}^{KRD}(q,T) = \Pi_{\mu\nu}^{p}(q,T) + \Pi_{\mu\nu}^{np}(q,T) \tag{5.46}$$

şeklinde kısa mesafede pertürbatif ve uzun mesafede pertürbatif olmayan parçalara ayrılarak hesaplanır. Kısa mesafe katkıları pertürbasyon teorisi kullanılarak hesaplanırken, uzun mesafe katkıları ise hem sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan enerji yoğunluğunun termal ortalaması cinsinden hem de kuark ve gluon kondensatlarının termal beklenen değerleri cinsinden ifade edilir.

Aksiyal vektörler için ortamın durgun olduğu referans sisteminde korelasyon fonksiyonun KRD kısmı enine $(\Pi_t(q))$ ve boyuna bileşenler $(\Pi_l(q))$ cinsinden aşağıdaki gibi yazılır:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right)\Pi_t(q) + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\Pi_l(q). \tag{5.47}$$

Burada Π_t ve Π_l korelasyon fonksiyonu cinsinden

$$\Pi_t(q) = \frac{1}{3}\left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right)\Pi_{\mu\nu}(q), \tag{5.48}$$

$$\Pi_l(q) = \frac{1}{q^2} q_\mu q_\nu \Pi_{\mu\nu}(q) \tag{5.49}$$

olarak elde edilir. Burada enine ve boyuna korelasyon fonksiyonları birbirleriyle ilişkilidir ve buna göre termal KRD toplam kurallarını elde etmek için bunlardan

yalnız birini hesaplamak yeterli olacaktır. Biz burada Π_t fonksiyonunu ele aldık. Sabit **q** değerinde Π_t fonksiyonu,

$$\Pi_t\left(q_0^2,T\right)=\int_0^\infty dq_0'^2\,\frac{\rho_t\left(q_0'^2,T\right)}{q_0'^2+Q_0^2}\ , \tag{5.50}$$

olarak yazılabilir [31]. Burada $Q_0^2=-q_0^2$ 'dir. Spektral yoğunluk ise,

$$\rho_t\left(q_0^2,T\right)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\Pi_t\left(q_0^2,T\right)\tanh\frac{\beta q_0}{2} \tag{5.51}$$

ile verilmektedir. Bir önceki çalışmadakine benzer şekilde Π_t fonksiyonuna hem yok etme ve hem de saçılma kısımlarından katkı gelmektedir [69]. Ancak biz aynı kütleye sahip kuark ve antikuark içeren mezonlarla ilgilendiğimiz için saçılma kısmı sıfır verecektir ve sonuç olarak bizim sadece yok etme kısmını hesaplamamız yeterli olacaktır.

Hesaplamamızda (5.9) ile verilen termal korelasyon fonksiyonunun momentum uzayındaki ifadesinde, (5.10) ile verilen termal kuark propagatörü yerine yazılır ve $q=0$ limitinde k_0 üzerinden integral alınırsa $\Pi_t\left(q_0^2,T\right)$'nin imajiner kısmı,

$$\mathrm{Im}\,\Pi_t\left(q_0^2,T\right)=-\int\frac{dk}{8\pi^2}\frac{4m^2-3q_0\omega+2\omega^2}{\omega^2}\left[1-2n(\omega)+2n^2(\omega)\right]\delta(q_0-2\omega) \tag{5.52}$$

olarak elde edilir. Burada $\omega=\sqrt{1-4m^2/s}$ 'dir. Hesaplamalarda spektral yoğunluk için pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmesi dikkate alınmıştır. Sıfır sıcaklıkta bu düzeltme,

$$\begin{aligned}\rho_{\alpha_s}(s)=\alpha_s\frac{s}{3\pi^3}\Bigg[&\pi v^3\left(\frac{\pi}{2v}-\frac{1+v}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3}{\pi}\right)\right)+\left(P^A(v)-P(v)\right)\\&\times\ln\frac{1+v}{1-v}+Q^A(v)-Q(v)\Bigg]\end{aligned} \tag{5.53}$$

olarak verilir [40, 45]. Burada $v=v(s)$'dir. $P(v)$, $Q(v)$, $P^A(v)$ ve $Q^A(v)$ ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$P(v)=\frac{5}{4}\left(1+v^2\right)^2-2, \tag{5.54}$$

$$Q(v)=\frac{3}{2}v\left(1+v^2\right), \tag{5.55}$$

$$P^A(v)=\frac{21}{32}+\frac{59}{32}v^2+\frac{19}{32}v^4-\frac{3}{32}v^6, \tag{5.56}$$

$$Q^A(v)=-\frac{21}{16}v+\frac{30}{16}v^3+\frac{3}{16}v^5. \tag{5.57}$$

(5.53) ile verilen pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmesinin termal şeklini elde etmek için α_s güçlü etkileşme sabitinin yerine örgü teorisinde yapılan hesaplamalarla elde edilen sıcaklığa bağlı $\alpha(T)=2.095(82)\dfrac{g^2(T)}{4\pi}$ değeri yazılmıştır (Detaylı inceleme için [91, 94]).

Aksiyal vektör durumu için termal korelasyon fonksiyonunun pertürbatif olmayan kısmı dört boyuta kadar olan operatörler cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi_t^{np}\left(q_0^2,T\right)=C_1\langle\bar{\psi}\psi\rangle+C_2\left\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}\right\rangle+C_3\langle u\theta u\rangle. \tag{5.58}$$

Burada $C_n\left(q^2\right)$ Wilson katsayılarıdır. Daha önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi sonlu sıcaklıkta referans sisteminin seçimi sebebiyle Lorentz invaryantlığı bozulur ve yukarıdaki Wilson açılımında yeni operatörler ortaya çıkar. Burada bahsedilen yeni dört boyutlu operatör $\langle u\theta u\rangle$'dur ve $\theta^{\mu\nu}$ enerji momentum tensörü, u^μ dört boyutlu hızdır. Burada dikkat etmemiz gereken nokta ağır kuarkların kütlesi baskın olduğundan $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ ile verilen ağır kuark kondensatını ihmal etmemiz gerektiğidir.

Pertürbatif olmayan kısmın hesabına devam edebilmek için vektör mezon hesabında kullandığımız gibi $A_\mu^a(x)$ dış gluon alanında kuark propagatörünün pertürbatif olmayan parçasını kullanmamız gerekmektedir. Bildiğimiz gibi Fock-Schwinger ayarında $x^\mu A_\mu^a(x)=0$ olmaktadır. Bu ayarda $A_\mu^a(k')$ vakum gluon alanı, momentum uzayında gluon alan şiddet tensörü cinsinden aşağıdaki şekilde yazılır:

$$A_{\mu}^{a}(k') = -\frac{i}{2}(2\pi)^4 G_{\rho\mu}^{a}(0)\frac{\partial}{\partial k'_{\rho}}\delta^{(4)}(k'). \tag{5.59}$$

Burada k' gluonun momentumudur. Şekil 5.1'deki gibi kuark çizgisine bir ve iki gluon çizgisinin eklendiği dikkate alınarak yapılan hesaplamalar sonucunda, sıcaklığa bağlı kuark propagatörünün pertürbatif olmayan kısmı

$$\begin{aligned} S^{aa'np}(k) = &-\frac{i}{4}g\left(t^c\right)^{aa'}G_{\kappa\lambda}^{c}\frac{1}{\left(k^2-m^2\right)^2}\left[\sigma_{\kappa\lambda}(\not{k}+m)+(\not{k}+m)\sigma_{\kappa\lambda}\right] \\ &+\frac{ig^2\delta^{aa'}}{9\left(k^2-m^2\right)^4}\left\{\frac{3m\left(k^2+m\not{k}\right)}{4}\left\langle G_{\alpha\beta}^{c}G^{c\alpha\beta}\right\rangle+\left[m\left(k^2-4(k\cdot u)^2\right)\right.\right. \\ &\left.\left.+\left(m^2-4(k\cdot u)^2\right)\not{k}+4(k\cdot u)\left(k^2-m^2\right)\not{u}\right]\left\langle u^{\alpha}\theta_{\alpha\beta}^{g}u^{\beta}\right\rangle\right\} \end{aligned} \tag{5.60}$$

olarak elde edilir. Burada $\theta_{\alpha\beta}^{g}$ KRD'nin enerji momentum tensörünün gluonik kısmının izidir. (5.60) ifadesi kullanılarak yapılan bir takım hesaplamalardan sonra korelasyon fonksiyonunun pertürbatif olmayan kısmı aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\begin{aligned} \Pi_{t}^{np} = \int_0^1 dx\Bigg\{ &\frac{g^2}{144q^2\pi^2\left(m^2+q^2(-1+x)x\right)^4}\Big[q^2\Big(9A\Big(-8q^6(-1+x)^4x^4-m^2q^4 \\ &\times(-1+x)^2x^2\left(-3-26x+28x^2-4x^3+2x^4\right)+3m^6\left(5-16x+26x^2\right. \\ &\left.-20x^3+10x^4\right)+2m^4q^2x\left(-6+3x+16x^2-33x^3+30x^4-10x^5\right)\Big) \\ &+B\Big(-8m^2q^4(-1+x)^2x^2\left(4+5x-4x^2-2x^3+x^4\right)-q^6(-1+x)^3x^3 \\ &\times\left(6+19x-17x^2-4x^3+2x^4\right)-2m^6\left(29-92x+150x^2-116x^3+58x^4\right) \\ &+11m^4q^2x\left(6-11x+8x^2+x^3-6x^4+2x^5\right)\Big)\Big)-2B\Big(-2q^6(-1+x)^3x^3 \\ &\times\left(6-17x+19x^2-4x^3+2x^4\right)-m^2q^4(-1+x)^2x^2\left(37-154x+188x^2\right. \\ &\left.-68x^3+34x^4\right)+m^6\left(19-64x+102x^2-76x^3+38x^4\right)-4m^4q^2x \\ &\times\left(-6+47x-116x^2+143x^3-102x^4+34x^5\right)\Big)(q\cdot u)^2\Big]\Bigg\}. \end{aligned} \tag{5.61}$$

Burada $A=\frac{1}{24}\left\langle G_{\mu\nu}^{a}G^{a\mu\nu}\right\rangle+\frac{1}{6}\left\langle u^{\alpha}\theta_{\alpha\beta}^{g}u^{\beta}\right\rangle$ ve $B=\frac{1}{3}\left\langle u^{\alpha}\theta_{\alpha\beta}^{g}u^{\beta}\right\rangle$ olmaktadır.

5.2.2. Fiziksel nicelikler için termal toplam kuralları

Bu bölümde, yüksek mertebeden katkılar Borel dönüşümü kullanılarak çıkarılacak, daha sonra korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı ve KRD kısmı birbirlerine eşitlenerek termal toplam kuralları elde edilecektir. Sonuç olarak aksiyal vektör

parçacığının sıcaklığa bağlı kütlesi ve bozunum sabiti için elde edilen termal toplam kuralı,

$$\frac{f_A^2(T)Q_0^4}{\left[m_A^2(T)+Q_0^2\right]m_A^2(T)} = Q_0^4\int_{4m^2}^{s_0(T)}\frac{\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]}{s^2\left(s+Q_0^2\right)}ds + \Pi_t^{np} \tag{5.62}$$

olmaktadır. Burada $s_0(T)$ sıcaklığa bağlı süreklilik eşiğidir. Yüksek mertebeden katkıları çıkarmak için yukarıdaki toplam kuralında eşitliğin her iki tarafının Q_0^2'ye göre Borel dönüşümü alındıktan sonra

$$f_A^2(T)\,m_A^2(T)\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) = \int_{4m^2}^{s_0(T)} ds\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi_t^{np} \tag{5.63}$$

ifadesi elde edilir. Burada $\hat{\mathrm{B}}\Pi_{\mathrm{t}}^{\mathrm{np}}$ pertürbatif olmayan kısmın Boreli

$$\begin{aligned}\hat{\mathrm{B}}\Pi_{\mathrm{t}}^{\mathrm{np}} = \int_0^1 dx \frac{1}{48\mathrm{M}^6\pi^2(-1+x)^4x^4}\exp\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{M}^2(-1+x)x}\right]g^2 \\ \times\{3A(8\mathrm{M}^6(-1+x)^4x^4+\mathrm{m}^6(1-2x)^2(1-2x+2x^2) \\ -\mathrm{m}^2\mathrm{M}^4(-1+x)^2x^2(-3-2x+4x^2-4x^3+2x^4) \\ +\mathrm{m}^4\mathrm{M}^2x(3-14x+14x^2+13x^3-24x^4+8x^5)) \\ -\mathrm{B}(3\mathrm{m}^6(1-2x)^2(1-2x+2x^2)+\mathrm{M}^6(-1+x)^3x^3 \\ \times(6-29x+31x^2-4x^3+2x^4)-\mathrm{m}^2\mathrm{M}^4(-1+x)^2x^2 \\ \times(-4-29x+43x^2-28x^3+14x^4)+\mathrm{m}^4\mathrm{M}^2x \\ \times(8-35x+22x^2+69x^3-96x^4+32x^5))\}.\end{aligned} \tag{5.64}$$

olarak elde edilmiştir. Burada M^2 Borel kütle parametresidir. (5.63) ifadesi göz önüne alınarak yapılan hesaplamalar sonucu ağır aksiyal vektör mezonun karesi,

$$m_A^2(T) = \frac{G(T)}{F(T)} \tag{5.65}$$

olur. Burada

$$F(T) = \int_{4m^2}^{s_0(T)} ds\left[\rho_{t,a}(s)+\rho_{\alpha_s}(s)\right]\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \hat{B}\Pi_t^{np} \tag{5.66}$$

ve

$$G(T) = M^4 \frac{d}{dM^2} F(T) \tag{5.67}$$

ile verilmektedir.

5.2.3. Nümerik analizler

Bu çalışmada s_0 süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlılığı, $\langle G^2 \rangle$ gluon kondensatının sıcaklığa bağlılığı, $\langle \theta \rangle$ toplam enerji yoğunluğunun termal ortalaması ve $\langle \theta^\mu_\mu \rangle$ toplam enerji yoğunluğunun izi için vektör çalışmasında kullandığımız ifadeler kullanılmıştır [69].

Yapılan hesaplamalarda kuarkların sıfır sıcaklıktaki kütleleri için $m_c = (1.3 \pm 0.05) GeV$ ve $m_b = (4.7 \pm 0.1) GeV$ değerleri, gluon kondensatı için ise $\left\langle 0 \left| \frac{1}{\pi} \alpha_s G^2 \right| 0 \right\rangle = (0.012 \pm 0.004) GeV^4$ değeri alınmıştır. Sonuç olarak termal toplam kurallarının sıfır sıcaklıkta s_0 süreklilik eşiğine ve M^2 Borel parametresine bağlı olmadığı çalışma bölgeleri elde edilmiştir. Nümerik incelemeler sonucunda χ_{b1} aksiyal vektör mezonu için $s_0 = (106 - 110) GeV^2$ ve χ_{c1} vektör mezonu için $s_0 = (15 - 17) GeV^2$ aralıklarında sonuçların bu parametreye çok az bağlı oldukları görülmüştür. Borel kütle parametresi M^2; hem daha yüksek durumların katkılarını hem de sürekliliğin yeteri kadar baskılandığı katkıları belirler ve katkılar, değeri küçük olan daha yüksek boyutlu operatörlerden gelir. Sonuç olarak Borel parametresi çalışma bölgesi χ_{b1} için $10\, GeV^2 \le M^2 \le 35 GeV^2$ ve χ_{c1} için $5\, GeV^2 \le M^2 \le 25\, GeV^2$ olarak belirlenmiştir.

χ_{b1} ve χ_{c1} aksiyal mezonları için bahsedilen çalışma bölgeleri kullanılarak $T = 0$'da (vakumda) her bir mezonun kütlesinin ve bozunum sabitinin M^2 borel parametresine bağlılığı Şekil (5.10-5.14)'de gösterilmiştir. Bu grafiklere bakıldığında kütle ve bozunum sabitlerinin vektör mezon çalışmasındakine benzer şekilde uygun çalışma aralığında Borel parametresine bağlı olarak çok az değiştiği görülmektedir.

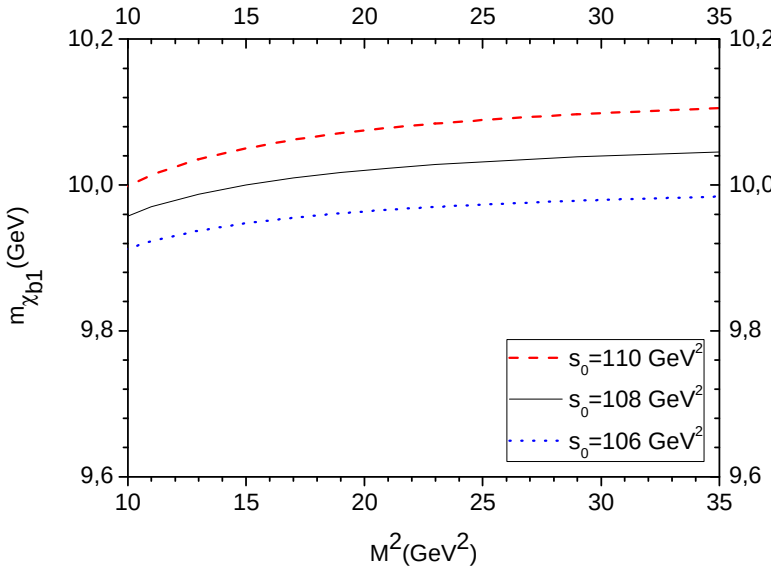
Ağır aksiyal vektör mezonların kütle ve bozunum sabitlerinin nümerik sonuçları Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'de verilmiştir. Tablo 5.3'den görüldüğü gibi elde ettiğimiz sonuçlar deneysel verilerle oldukça uyumludur.

Tablo 5.3. χ_{b1} ve χ_{c1} ağır aksiyal vektör mezonlarının kütlelerinin leptonik bozunum sabitlerinin vakumdaki değerleri.

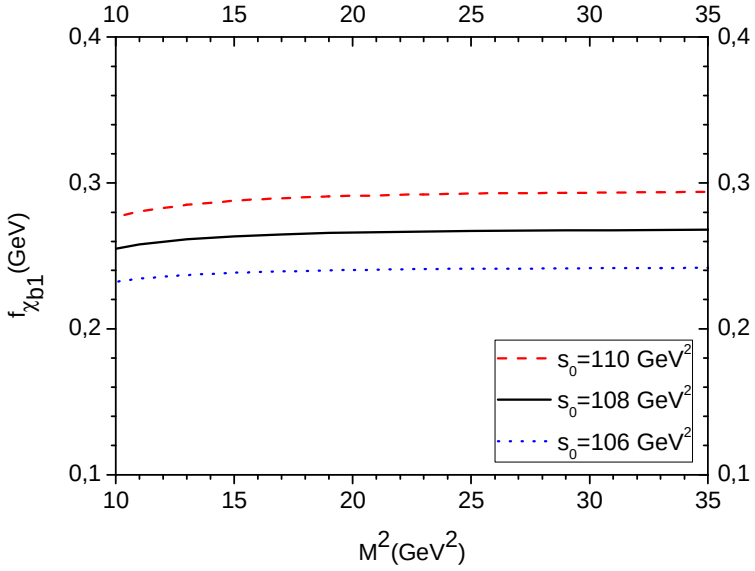
	$m_{\chi_{b1}}(GeV)$	$m_{\chi_{c1}}(GeV)$
Sunulan Çalışma	9.96 ± 0.26	3.52 ± 0.11
Deneysel Çalışma [48]	$9.89278 \pm 0.00026 \pm 0.0($	3.51066 ± 0.00007

Tablo 5. 4. χ_{b1} ve χ_{c1} ağır aksiyal vektör mezonlarının bozunum sabitlerinin vakumdaki değerleri.

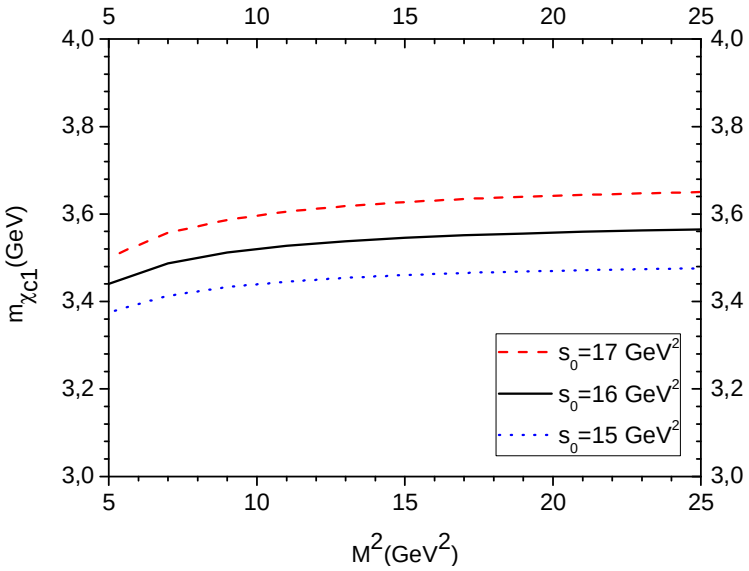
	$f_{\chi_{b1}}(MeV)$	$f_{\chi_{c1}}(MeV)$
Sunulan Çalışma	240 ± 12	344 ± 27



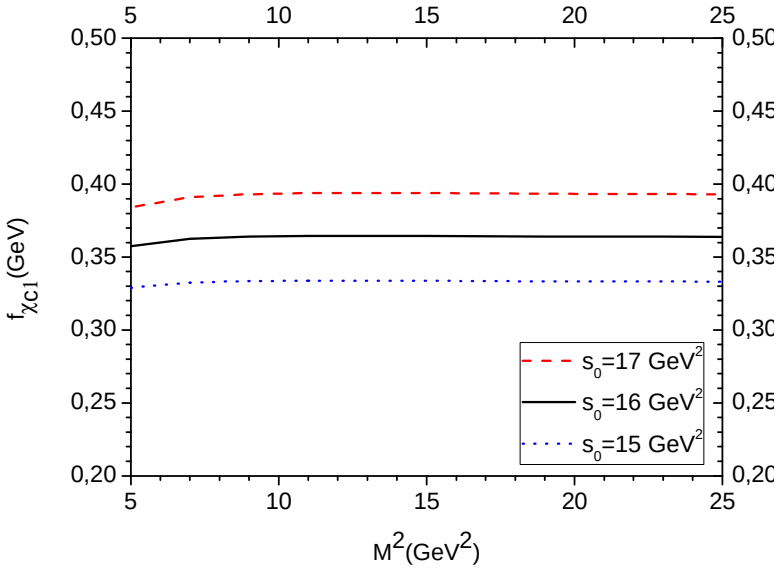
Şekil 5.10. χ_{b1} mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



Şekil 5.11. χ_{b1} mezonun bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



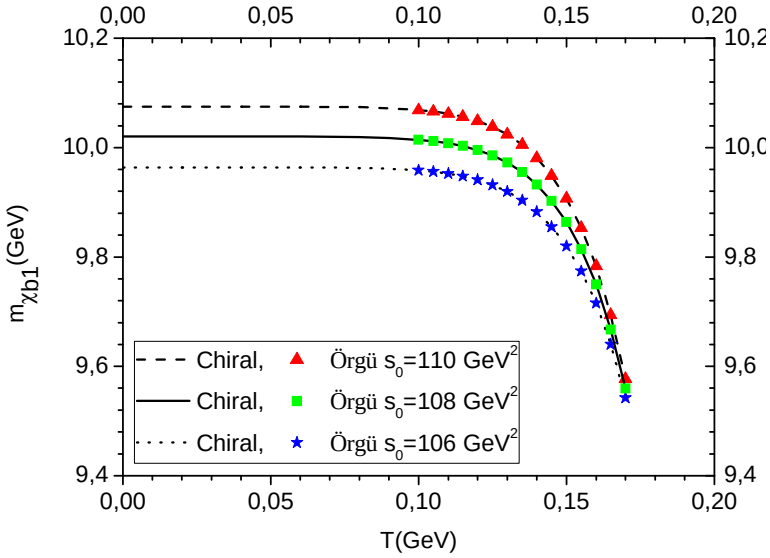
Şekil 5.12. χ_{c1} mezonun kütlesinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.



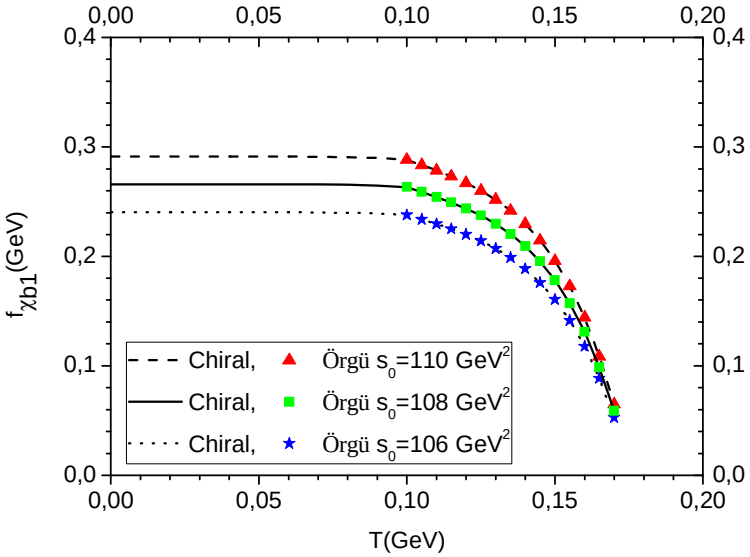
Şekil 5.13. χ_{c1} mezonun bozunum sabitinin vakumda Borel parametresi M^2'ye bağlılığı.

Son olarak χ_{b1} ve χ_{c1} ağır aksiyal mezonların kütlelerinin ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı davranışları Şekil (5.14-5.17)'de gösterilen grafiklere bakılarak yorumlanabilmektedir. Burada grafikler hem kiral pertürbasyon teorisinden hem de örgü KRD'den (sadece $T \geq 100\,MeV$ için geçerlidir) elde edilen enerji yoğunluğu kullanılarak çizilmiştir. Bu grafikler çizilirken s_0'ın farklı değerleri sabit alınmış, ancak Borel kütle parametresi M^2 çizilen grafikler için sabit tutulmuştur. Bu

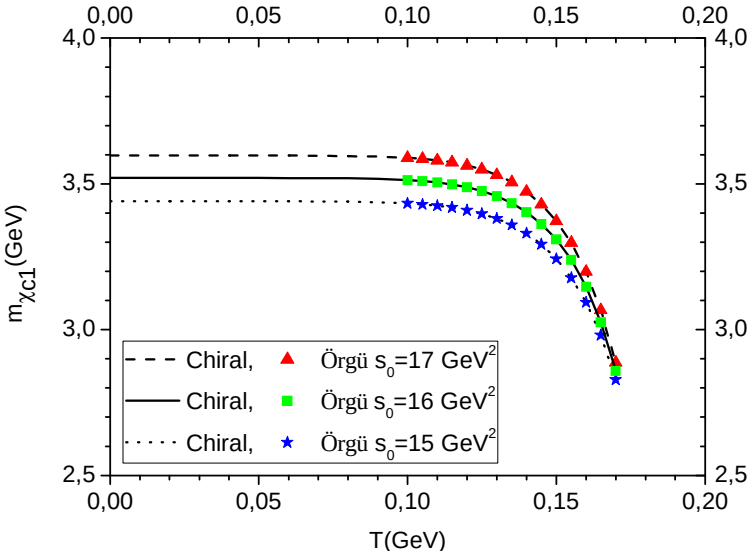
grafiklerden yararlanılarak kütlelerin ve bozunum sabitlerinin $T \cong 100\ MeV$'e kadar sıcaklığa bağlı değişiminin hemen hemen hiç olmadığı aynı kaldığı, ancak bu noktadan sonra sıcaklığa bağlı olarak azaldığı görülmüştür. Kritik sıcaklıkta diğer bir değişle serbest hale geçme sıcaklığında bozunum sabitleri; sıfır sıcaklıktaki değerlerinin yaklaşık $\%(73-78)$'ine yaklaşırken, χ_{b1} mezonun kütlesi $\%4$ χ_{c1} mezonun kütlesi ise $\%19$ kadar azalmaktadır.



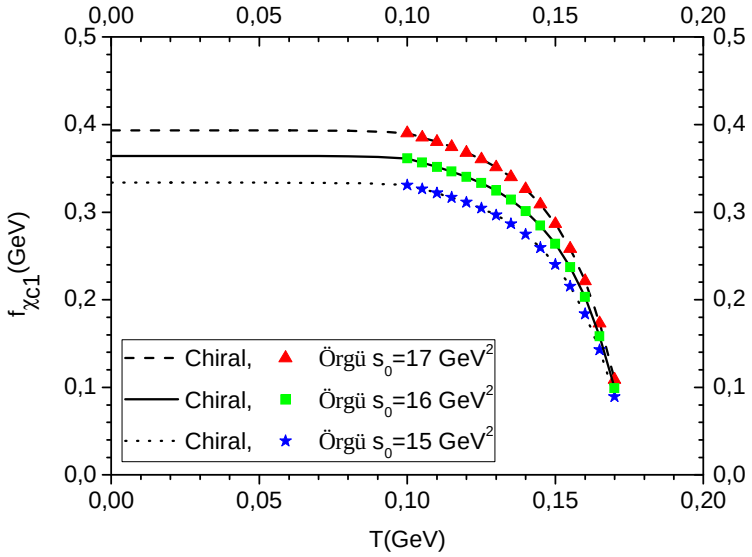
Şekil 5.14. $M^2 = 20 GeV^2$'de χ_{b1} mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 5.15. $M^2 = 20 GeV^2$'de χ_{b1} mezonun bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 5.16. $M^2 = 10 GeV^2$'de χ_{c1} mezonun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı.



Şekil 5.17. $M^2 = 10 GeV^2$'de χ_{c1} mezonun bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tez çalışmasında ağır-hafif ve ağır mezonlar termal KRD toplam kuralları yöntemiyle sonlu sıcaklıklarda incelenmiştir. Tez çalışmasının sonuçlarını aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

1. Termal kuark propagatörü kullanılarak $m_1 = m_2$ ve $m_1 \neq m_2$ durumlarında (pseudo)skaler ve (aksiyal)vektör akımlar için termal spektral yoğunluklarının yokolma ve saçılma kısımları hesaplanmıştır. Uygulama olarak hafif-hafif pseudo skaler bir mezon olan $K^{\pm}$ ve ağır-hafif pseudo skaler bir mezon olan D^0 mezonları için spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımlarının $\sqrt{s}$ parametresine bağlılığının grafikleri çizilerek incelenmiş, parçacık bozunumları için standart eşik bölgesinde $\rho_0(s)$'in yok etme terimi ile yer değiştirdiği görülmüş ve hafif mezonlarda ağır mezonlara kıyasla ortam katkılarının önemli bir rol oynadığı sonucuna varılmıştır.

2. Pseudoskaler D_s ve B_s mezonların kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı Borel dönüşüm toplam kuralları ve Hilbert moment toplam kuralları kullanılarak incelenmiştir. Yapılan çalışmada termal korelasyon fonksiyonu incelenmiş, iki noktalı termal korelasyon fonksiyonu için sonlu sıcaklıkta Wilson Operator Açılımı elde edilmiş ve Termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Elde edilen sonuçların, literatürde mevcut olan teorik ve deneysel verilerle karşılaştırılması yapılmış ve uyumlu olduğu görülmüştür. Özellikle, kritik sıcaklığa yakın bölgelerde pertürbatif olmayan katkıların etkin olduğu elde edilmiştir. Her iki yöntemle de yapılan hesaplamalar sonucunda B_s mezonu için her iki yöntemin uyum içinde çalıştığı, yani grafiklerinin hemen hemen çakıştıkları sonucuna varılmıştır. D_s mezonu için ise leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı davranışı her iki yöntemde de aynı olduğu fakat kütlenin sıcaklığa bağlı değişimine bakıldığında biraz farklılaşmalar olduğu görülmüştür. Ayrıca hem Δm_{D_s}, Δf_{D_s} için hem de Δm_{B_s}, Δf_{B_s} için elde edilen sonuçlar $120MeV$ 'in altındaki sıcaklıklarda kararlı olup sıcaklığın

artmasıyla değerleri giderek azalmakta ve $T = 160 MeV$ (kiral restorasyonun gerçekleştiği kritik sıcaklık) civarında sıfır olmaktadır.

3. Sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörler ve spektral yoğunluk için korelasyon fonksiyonuna gelen pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmeleri gözönüne alınarak D_s ve B_s mezonları için daha önce elde ettiğimiz Termal toplam kuralları iyileştirilmiş ve leptonik bozunum sabitleri için fit fonksiyonu elde edilmiştir. Yaptığımız bu çalışma sonucunda D_s ve B_s mezonlarının leptonik bozunu sabitlerinin vakumdaki değerleri sırasıyla $234 MeV$ ve $239 MeV$ olarak bulunmuştur. Elde ettiğimiz sonuçların diğer pertüratif olmayan modellerin tahminleriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

4. B_s mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı Hilbert moment toplam kuralları kullanılarak incelenmiştir. B_s mezonunun kütle ve bozunma sabitinin sıcaklık arttıkça azalmaya başladığı görülmüş ve leptonik bozunum sabitinin sıcaklıkla değişimini ifade eden fit fonksiyonları elde edilmiştir. Ayrıca elde edilen sonuçların *n* Hilbert moment parametresine bağlılığı incelenmiş ve sonuçların kararlı olduğu görülmüştür.

5. Pozitif pariteye sahip $c\bar{s}$ kuarklarından oluşan ve skaler bir mezon olan $D_{s0}(2317)$ mezonunun termal davranışı incelenmiştir. Hesaplamalarda sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında ilave operatörlerin katkıları göz önüne alınmış, KRD tarafında termal spektral yoğunluk ifadesi hesaplanmış ve pertürbatif iki ilmekli α_s düzeltmeleri gözönüne alınarak $D_{s0}(2317)$ mezonun kütle ve leptonik bozunum sabiti için termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. $D_{s0}(2317)$ mezonunun kütlesinin sıcaklığa bağlılığı; süreklilik eşiği sırasıyla $s_0 = 7.5; 8.0; 8.5 GeV^2$ alınarak yapılan incelemelerde sıcaklığın artmasıyla yaklaşık olarak %15 kadar azaldığı görülmüştür. Leptonik bozunum sabitinin sıcaklığa bağlılığı süreklilik eşiği sırasıyla $s_0 = 7.5; 8.0; 8.5 GeV^2$ alınarak yapılan incelemelerde sıcaklığın artmasıyla azaldığı ve kritik sıcaklıkta yaklaşık olarak sıfır olduğu görülmüştür.

6. Pertürbatif olmayan KRD vakum özelliklerinin anlaşılması bakımından ve KGP faz geçişi hakkında önemli bilgiler vermesi açısından oldukça büyük bir öneme sahip olan ağır-ağır vektör J/Ψ ve Y mezonlarının ve aksiyal vektör χ_{b1} ve χ_{c1} mezonları Termal KRD çerçevesinde incelenmiştir. Termal kuark propagatörü kullanılarak spektral yoğunluk ifadesi bir ilmekli yaklaşımda hesaplanmış, α_s mertebesindeki iki ilmekli pertürbatif katkılar ve $T=0$ durumuna ilaveten ortaya çıkan yeni pertürbatif olmayan katkılar da göz önüne alınarak KRD toplam kuralları elde edilmiştir. $T=0\,MeV$'den $T=170\,MeV$'e kadar olan sıcaklıklarda enerji yoğunluğu için Kiral pertürbasyon teorisinde elde edilen sonuçlar, $T=100\,MeV$'den $T=170\,MeV$'e kadar olan bölgede ise gluon kondensatı ve enerji yoğunluğu için örgü teorisinde elde edilen sonuçlar kullanılarak J/Ψ, Y, χ_{b1} ve χ_{c1} mezonlarının kütlelerinin ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmiştir. Ayrıca etkileşme sabitinin sıcaklığa bağlılığı için pertürbatif teoriden elde edilen iki ilmekli sonucun Lattice sonuçları da göz önüne alınarak iyileştirilmiş ifadesi kullanılmıştır. J/Ψ, Y, χ_{b1} ve χ_{c1} mezonlarının bozunum sabitlerinin kritik sıcaklığa yakın bölgede vakumdaki değerine göre çok azaldığı görülmüş ve bu durumun da KGP faz geçişinin bir işareti olduğu düşünülmüştür.

Tez çalışması kapsamında elde edilen sonuçların diğer pertürbatif olmayan yaklaşımların öngörüleri ile ve var olan deneysel verilerle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca teorik olarak elde edilen bu sonuçların ağır iyon çarpışma deneylerinin daha iyi yorumlanabilmesi açısından önemli olabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

[1] Huang K., *Quarks, leptons&gauge fields*, World Scientific, Massachusetts, U.S.A., 1992.

[2] Muta T., *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific, U.S.A, 1987.

[3] Bellac M. L., Thermal field theory, Cambridge University Press, 1996.

[4] Greiner W., Schramm S., Stein E., *Quantum Chromodynamics*, Springer, Germany, 2000.

[5] Gell-Mann M., A schematic model of baryons and mesons, *Phys. Lett.*, 1964, **8**, 214-215.

[6] Gross D. J., Wilczek F., Ultraviolet Behaviour of Non-Abelian Gauge Theories, *Phys. Rev. Lett.*, 1973, **30** (26), 1343-1346.

[7] Politzer H. D., Reliable Perturbative Results For Strong Interactions, *Phy. Rev. Lett*, 1973, **30**, 26, 1346-1349.

[8] Kapusta J. I, Quantum Chromodynamics at high-temperature, *Nucl.Phys. B*, 1979, **148**, 461-498.

[9] Kapusta J. I., *Finite Temperature Field Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[10] Letessier J., Rafelski J., *Hadrons and Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Pres, Cambridge, 2002.

[11] Satz H., The Search for the KGP: A Critical Appraisal, *Nucl.Phys B Proc. (Suppl.)*, 2001, **94,** 204-218.

[12] Veliev E. V., The investigation of fermi excitations in a Quark-Gluon Plasma in the light-cone gauge, *J. Phys. G:Nucl. Partic. Phys.*, 2000, **26**, 1235-1238.

[13] Veliev E. V., Yılmazkaya J., Quark-Gluon Plasma signals, *Eur. J. Phys.*, 2003, **24**, 341-349.

[14] Veliev E. V., Yılmazkaya J., The calculation of Quark–Gluon Plasma thermodynamic potential in the lightcone gauge, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2004, **30**, 1–7.

[15] Kalashnikov O. K., QCD at finite temperature, *Fortsch.Phys.*, 1984, **32**, 525-583.

[16] Kalashnikov O. K., Veliev E., The Magnetic Mass of a Gluon in QCD in a Two Loop Approximation, *Sov. Phys.-Lebedev Inst.Rep.*, 1986, **3**, 39.

[17] Singh C. P., Signals of Quark Gluon Plasma, *Phys. Rept.*, 1993, **236**, 147-224.

[18] Bethke S., Determination of the QCD coupling α_s, *J. Phys. G*, 2000, **26,** R27-R66.

[19] Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics theoretical foundations, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 385-447.

[20] Ioffe B. L., Calculation of baryon masses in Quantum Chromodynamics, *Nucl. Phys. B*, 1981, **188**, 317-341.

[21] Reinders L. J, Rubinstein H., Yazaki S., Hadron properties from QCD sum rules, *Phys. Rep.*, 1985, **127**, 1-97.

[22] Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics applications, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 448-518.

[23] Colangelo P., Khodjamirian A., QCD Sum Rules, a Modern Perspective, *In:at the frontier of particle physics*, Editor: Shifman M., World Scientific, Singapore, 1495-1576, 2001.

[24] Yagi K., Hatsuda T., Miake Y., *Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.

[25] Letessier J., Rafelski J., *Hadrons and Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

[26] Wilson K. G., Non-lagrangian models of current algebra, *Phys. Rev. D*, 1969, **179**, 1499-1512.

[27] Bochkarev A. I., Shaposhnikov M. E., The spectrum of hot hadronic matter and finite-temperature QCD sum rules, *Nucl. Phys. B*, 1986, **268**, 220-252.

[28] Shuryak E. V., Correlation functions in the QCD vacuum, *Rev. Mod. Phys.*, 1993, **65**, 1-46.

[29] Hatsuda T., Koike Y., Lee S. H., Finite-temperature QCD sum rules reexamined: ρ, ω and A_1 mesons, *Nucl. Phys. B*, 1993, **394**, 221-264.

[30] Mallik S., Nyffeler A., QCD sum rules for ρ mesons in nuclear matter, *Phys. Rev. C*, 2001, **63**, 065204.

[31] Mallik S., Mukherjee K., QCD sum rules at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 1998, **58,** 096011. ; Rho parameters from odd and even chirality, thermal QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2000, **61**, 116007.

[32] Mallik S., Operator product expansion at finite temperature, *Phys. Lett. B*, 1998, **416**, 373-378.

[33] Eletsky V. L., Ioffe B. L., Meson masses in nuclear matter, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**, 1010-1013.

[34] Gokalp A., Yilmaz O., Coupling constant $g_{\rho\sigma\gamma}$ as derived from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2001, **64**, 034012.

[35] Veliev E. V., Operator product expansion for the thermal correlator of scalar currents, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2008, **35**, 035004.

[36] Dominguez C. A., Loewe M., Rojas J. C., Heavy-light quark pseudoscalar and vector mesons at finite temperature, *JHEP*, 2007, **08**, 040.

[37] Aliev T. M., Eletsky V. L., On the leptonic decay constants of the pseudoscalar D-meson and B-meson, *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1983, **38**, 936-946.

[38] Dominguez C. A., Paver N., Leptonic decay constants of D_s and B_s mesons from QCD sum rules, *Phys. Lett B*, 1993, **318**, 629-639.

[39] Aubert B., et al., [BaBar Collaboration], Observation of a narrow meson decaying to $D_s^+\pi^0$ at a mass of 2.32-GeV/c^2, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**, 242001.

[40] Besson D., et al., [CLEO Collaboration], Observation of a Narrow Resonance of Mass $2.46\,GeV/c^2$ Decaying to $D_s^{*+}\pi^0$ and Confirmation of the $D_{s,J}^*(2317)$ State, *Phys. Rev. D*, 2003, **68,** 032002.

[41] Krokovny P., et al., [BELLE Collaboration], Observation of the $D_{s,J}(2317)$ and $D_{s,J}(2457)$ in B decays, *Phys. Rev. Lett.* 2003, **91,** 262002.

[42] Godfrey S., Isgur N., Mesons in a relativized quark model with chromodynamics, *Phys. Rev. D*, 1985, **32,** 189.

[43] Godfrey S., Kokoski R., Properties of *P*-wave mesons with one heavy quark *Phys. Rev. D*, 1991, **43,** 1679.

[44] Di Pierro M., Eichten E., Excited heavy-light systems and hadronic transitions, *Phys. Rev. D*, 2001, **64,** 114004.

[45] Colangelo P., De Fazio F., Understanding $D_{sJ}(2317)$, *Phys. Lett. B*, 2003, **570,** 180-184.

[46] Colangelo P., De Fazio F., Ozpineci A., Radiative transitions of $D_{sJ}^*(2317)$ and $D_{sJ}(2460)$, *Phys. Rev. D*, 2005, **72,** 074004.

[47] Cahn R. N., Jackson J. D., Spin-orbit and tensor forces in heavy-quark light-quark mesons: Implications of the new D_s state at 2.32 GeV, *Phys. Rev. D,* 2003, **68,** 037502.

[48] Godfrey S., Testing the nature of the $D_{sJ}^{+}(2317)$ and $D_{sJ}^{+}(2463)$ states using radiative transitions, *Phys. Lett. B,* 2003, **568,** 254-260.

[49] Datta A., O'Donnell P. J., Understanding the nature of $D_s(2317)$ and $D_s(2460)$ through nonleptonic B decays, *Phys. Lett. B,* 2003, **572,** 164.

[50] Chen C. H., Li H. n., Looking for D_{sJ}^{*} mesons in B meson decays, *Phys. Rev. D,* 2004, **69,** 054002.

[51] Huang M. Q., Exclusive semileptonic B_s decays to excited D_s mesons: Search of $D_{sJ}(2317)$ and $D_{sJ}(2460)$, *Phys. Rev. D,* 2004, **69,** 114015.

[52] Dai Y. B., Huang C. S., Liu C., Zhu S. L., Understanding the $D_{sJ}^{+}(2317)$ and $D_{sJ}^{+}(2460)$ with sum rules in heavy quark effective theory, *Phys. Rev. D,* 2003, **68,** 114011.

[53] Narison S., Open charm and beauty chiral multiplets in QCD, *Phys. Lett. B,* 2005, **605,** 319-325.

[54] Barnes T., Close F. E., Lipkin H. J., Implications of a DK molecule at 2.32 GeV, *Phys. Rev. D,* 2003, **68,** 054006.

[55] Szczepaniak A. P., Description of the $D_s^{*}(2320)$ resonance as the $D\pi$ atom, *Phys. Lett. B,* 2003, **567,** 23-26.

[56] Cheng H.Y., Hou W.S., B decays as spectroscope for charmed four-quark states, *Phys. Lett. B,* 2003, **566,** 193-200.

[57] Terasaki K., BABAR resonance as a new window of hadron physics, *Phys. Rev. D,* 2003, **68,** 011501.

[58] Browder T., Pakvasa S., Petrov A., Comment on the new $s^{(*)+}\pi^0$ resonances, *Phys. Lett. B,* 2004, **578,** 365-368.

[59] Bardeen W. A., Eichten E. J., Hill C. T., Chiral multiplets of heavy-light mesons, *Phys. Rev. D,* 2003, **68,** 054024.

[60] Aliev T. M., Eletsky V. L., On Leptonic Decay Constants of Pseudoscalar D and B Mesons, *Sov. J. Nucl. Phys.,* 1983, **38,** 936-946.

[61] Dominguez C. A., Paver N., Leptonic decay constants of charm and beauty mesons in QCD, *Phys. Lett. B,* 1987, **197**, 423-429.

[62] Reinders L. J., Leptonic decay constant f_B of the $B(bd^{-})$ meson and the b-quark mass, *Phys. Rev. D,* 1988, **38,** 947-953.

[63] Narison S., c, b quark masses and $f_{D_{(s)}}$, $f_{B_{(s)}}$ decay constants from pseudoscalar sum rules in full QCD to order α_s^2, *Phys. Lett. B,* 2001, **520**, 115-123.

[64] Jamin M., Lange B. O., f_B, $f_{B_{(s)}}$ from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2002, **65**, 056005.

[65] Veliev E. V., Kaya G., Leptonic decay constants of D_s and B_s Mesons at finite temperature, *Eur. Phys. J. C,* 2009, **63**, 87-91.

[66] Matsui T., Satz H., J/ψ suppression by Quark-Gluon Plasma formation, Phys. Lett. B, 1986, **178**, 416-422.

[67] Dominguez C. A., Loewe M., Rojas J. C, Zhang Y., Charmonium in the vector channel at finite temperature from QCD sum rules, *Phys. Rev.D,* 2010, **81**, 014007.

[68] Veliev E. V., Kaya G., The mass and leptonic decay constant of $D_{s0}(2317)$ meson in the framework of thermal QCD sum rules, *Act. Phys. Pol. B,* 2010, **41**, 1905-1906.

[69] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Türkan A., Thermal QCD sum rules study of vector charmonium and bottomonium states, *Eur. Phys. J. A,* 2011, **47**, 110-118.

[70] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Spectral Density of (Pseudo)Scalar Currents at finite temperature, arxiv, http://arxiv.org/abs/1012.0683, (Ziyaret tarihi: 3 Aralık 2010).

[71] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Akşit N., Mesons spectral functions at finite temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.,* 2012, **348**, 012016.

[72] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Spectrum of the heavy aksiyal vector $\chi_{b1}(1P)$ and $\chi_{c1}(1P)$ mesons in Thermal QCD, arxiv, http://arxiv.org/abs/1205.5703, (Ziyaret tarihi: 25 Mayıs 2012).

[73] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Türkan A., Decay Constants of Heavy Vector Mesons at Finite Temperature, 2012, *J. Phys.: Conf. Ser.*, **347,** 012034.

[74] Veliev E. V., Kaya G., Türkan A., Yazıcı E., Improved Hilbert Moment Thermal QCD sum rules for meson and stability with respect to moment parameter, *Turk. J. Phys.*, DOI: 10.3906/fiz-1207-14.

[75] Yang C. N., Mills, R. L., Conversation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, *Phys. Rev.* 1954, **96**, 1, 191-195.

[76] Veliev E. V., Obtaining Gluon Propagator with Leibbrandt-Mandelstam Prescription, *Phys. Lett. B*, 2001, **498**, 199-202.

[77] Johnson K., The M.I.T. Bag model, *Act. Phys. Pol. B*, 1975, **6,** 865-892.

[78] Veliev E. V., Aliev T. M., Thermal QCD sum rules for σ(600) meson, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2008, **35**, 125002.

[79] Kobes R. L. and Semenoff G. W., Discontinuities of Green Functions in Field Theory at Finite Temperature and Density, *Nucl. Phys. B*, 1985, **260,** 714-746.

[80] Das A., *Finite temperature field theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

[81] Veliev E. V., Sundu H., Azizi K., Bayar M., Scalar quarkonia at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 2010, **82**, 056012.

[82] Dominguez C. A., Loewe M., Rojas J. C., Zhang Y., (Pseudo)Scalar Charmonium in Finite Temperature QCD, *Phys. Rev. D*, 2011, **83**, 034033.

[83] Sarkar S., Patra B. K., Menon V. J., Mallik S., Spectral representation at finite temperature, *Indian J. Phys*., 2002, **76A**, 385-391.

[84] Gerber P., Leutwyler H., Hadrons below the chiral phase transition, *Nucl. Phys. B*, 1989, **321**, 387-429.

[85] Gasser J., Leutwyler H., Light quarks at low temperatures, *Phys. Lett. B*, 1987, **184**, 83-88.

[86] Miller D. E., Gluon condensates at finite temperature, *Acta Phys. Pol. B*, 1997, **28**, 2937-2947.

[87] Amsler C., et.al (Particle Data Group), Review of Particle Physics: Pentaquarks, *Phys. Lett. B*, 2008, **667**, 1-1340.

[88] Mallik S., Sarkar S., Thermal QCD sum rules for mesons, Phys.Rev. D, 2002, **66,** 056008.

[89] Cheng M., Christ, N. H., Datta S., van der Heide J., Jung C., Frithjof K., Kaczmarek O., Edwin L., Mawhinney R. D., Miao C., Petreczky P., Petrov K., Schmidt C., Soeldner W., Umeda T., QCD equation of state with almost physical quark masses, *Phys. Rev. D*, 2008, **77,** 014511.

[90] Miller D. E., Lattice QCD calculations for the physical equation of state, *Phys. Rep.*, 2007, **443**, 55-96.

[91] Kaczmarek O., Karsch F., Zantow F., Petreczky P., Static quark-antiquark free energy and the running coupling at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 2004, **70**, 074505.

[92] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Aksit N., Investigation of heavy-heavy pseudoscalar mesons in thermal QCD sum rules, *J. Phys. G*, 2012, **39,** 015002.

[93] Klingl F., Kim S., Lee S. H., Morath P., Weise W., Masses of J/Ψ and η_c in the nuclear medium: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**, 3396-3399.

[94] Morita K., Lee S. H., Critical behavior of charmonia across the phase transition: A QCD sum rule approach, *Phys. Rev. C,* 2008, **77**, 064904.

[95] Morita K., Lee S. H., Heavy quarkonium correlators at finite temperature: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. D,* 2010, **82**, 054008.

[96] Kiselev V. V., Likhoded A. K., Pakhomova O. N., Saleev V. A., Leptonic constants of heavy quarkonia in potential approach of NRQCD, *Phys. Rev. D,* 2002, **65,** 034013.

[97] Lakhina O., Swanson E. S., Dynamic properties of charmonium, *Phys. Rev. D,* 2006, **74,** 014012.

[98] Nakamura K., et al., (Particle Data Group), Review of Particle Physics, *J. Phys. G,* 2010, **37**, 075021.

KİŞİSEL YAYINLAR VE ESERLER

[1] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., **Kaya G.,** Türkan A., Thermal QCD sum rules study of vector charmonium and bottomonium states, *Eur. Phys. J. A,* 2011, **47**, 110-118.

[2] Veliev E. V., **Kaya G.,** The mass and leptonic decay constant of $D_{s0}(2317)$ meson in the framework of thermal QCD sum rules, *Act. Phys. Pol. B,* 2010, **41**, 1905-1906.

[3] Veliev E. V., **Kaya G.,** Leptonic decay constants of D_s and B_s Mesons at finite temperature, *Eur. Phys. J. C,* 2009, **63**, 87-91.

[4] Veliev E. V., **Kaya G.,** Türkan A., Yazıcı E., Improved Hilbert Moment Thermal QCD sum rules for meson and stability with respect to moment parameter, *Turk. J. Phys.,* DOI: 10.3906/fiz-1207-14.

[5] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., **Kaya G.,** Türkan A., Decay Constants of Heavy Vector Mesons at Finite Temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **347,** 012034.

[6] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., **Kaya G.,** Akşit N., Mesons spectral functions at finite temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **348**, 012016.

[7] Veliev E. V., **Kaya G.,** The Mass and Leptonic Decay constant of $D_{s0}(2317)$ Meson in the framework of thermal QCD sum rules, *XIII International Conference on Hadron Spectroscopy,* Florida State University, U.S.A, *AIP*, 978-0-7354-0807-4/10, 306-310, 29 Kasım-4 Aralık 2010.

[8] Veliev E. V., Süngü J. Y., **Bozkır G.,** Akşit N., The investigation of Bose excitations in quark-gluon plasma in lightcone gauge, *6th Int. Conf. of the Balkan Physical Union,* İstanbul, Türkiye, Book of Abstracts p.223. Full Texts CD, 22-26 Ağustos, 2006.

[9] Veliev E. V., Sundu H., Azizi K., **Kaya G.,** Thermal Modifications of the Heavy Axial Vector Mesons Properties, *Xth Quark Confinement and the Hadron Spectrum,* Münih, Almanya, 8-12 Ekim 2012.

[10] Veliev E. V., Sundu H., Azizi K., **Kaya G.,** Akşit N., Bayar M., Medium modifications of heavy scalar quarkonium states, *Türk Fizik Derneği 28. Uluslararası Fizik Kongresi*, Bodrum, Türkiye, 6-9 Eylül 2011.

[11] Veliev E. V., **Kaya G.,** Türkan A., Thermal Behaviors of the Heavy Strange Mesons, *Türk Fizik Derneği 28. Uluslararası Fizik Kongresi*, Bodrum, Türkiye, 6-9 Eylül 2011.

[12] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., **Kaya G.,** Spectral Density of (Pseudo)Scalar Currents at Finite Temprature, *Türk Fizik Derneği 27. Uluslararası Fizik Kongresi,* İstanbul, Türkiye, 14-17 Eylül 2010.

[13] Veliev E. V., **Kaya G.,** Tunçel A., The Contribution of Two-Loop Perturbative Correction to Heavy-Light Mesons Parameters at Finite Temperature, *Türk Fizik Derneği 26. Uluslararası Fizik Kongresi,* Bodrum, Türkiye, 24-27 Eylül 2009.

[14] Veliev E. V., **Kaya G.,** Heavy Light Strange Mesons at Finite Temperature, *Second International Conference on Hadron Physics,* Çanakkale, Türkiye, 10-14 Eylül 2009.

[15] Veliev E. V., **Bozkır G.,** Akşit N., Finite temperature calculations in noncovariant gauges, *Turk. Phys. Soc. 23rd Int. Phys. Conf.,* Muğla, Türkiye, Book of Abstracts p.308, Full Texts CD p.437, 13-16 Eylül 2005.

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Gümüşhane'de doğdu. İlk ve ortaokul öğrenimini Kocaeli'nde Gölcük İlköğretim Okulunda, lise öğrenimini ise Gölcük İhsaniye Yabancı Dil Ağırlıklı Lise'de tamamladı. 1999 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Lisans Bölümünden 2003 yılında birincilikle mezun oldu. 2003 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim dalında başladığı yüksek lisans eğitimini 2006 yılında tamamlayarak aynı yıl Doktora öğrenimine başladı. 2004 yılından bu yana Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.