İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÜÇ CİSİMLİ KABLOLU UYDU SİSTEMİNİN DİNAMİĞİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Erhan TOPAL

Anabilim Dalı : Uçak ve Uzay Mühendisliği

Programı : Disiplinler Arası Program

HAZİRAN 2005

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÜÇ CİSİMLİ KABLOLU UYDU SİSTEMİNİN DİNAMİĞİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Erhan TOPAL

511031007

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 9 Mayıs 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Haziran 2005

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Umur DAYBELGE

Diğer Jüri Üyeleri Yrd.Doç.Dr. Bülent YÜCEİL

Yrd.Doç.Dr. Ümit SÖNMEZ

HAZİRAN 2005

ÖNSÖZ

Son yıllarda gittikçe önem kazanan bir konu olan kablolu uydu sistemleri, sahip olduğu ilginç özellikleri ile beni ve saygıdeğer hocam Prof. Dr. Umur Daybelge'yi etkilemiş ve bu nedenle de tezimin konusu olmuştur. Bu tür sistemlerin dinamiği, sahip oldukları potansiyelin büyüklüğüne rağmen henüz tam olarak araştırılmış değildir. Dolayısıyla bu tezdeki gibi çalışmaların yapılması, Uzay Mühendisliği adına çok önemli ve gereklidir.

Bu çalışmada, beni destekleyen ve yönlendiren hocam Prof. Dr. Umur Daybelge'ye teşekkür ederim.

Haziran 2005 Erhan Topal

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ **IV**
ŞEKİL LİSTESİ **V**
SEMBOL LİSTESİ **VII**
ÖZET **IX**
SUMMARY **X**

1. GİRİŞ **1**
1.1. TSS'lerin Yapısı ve Geçmiş Deneysel Çalışmalar 1
1.2. Literatür Taraması 3
1.3. Sistemimiz 5

2. MODİ'NİN YAKLAŞIMI **7**
2.1. Modi'nin Modeli 7
2.2. Dönmekte Olan TSS'ler 10

3. YENİ BİR YAKLAŞIM **11**
3.1. Kablo Boyunun Sabit Olduğu Durum 11
3.1.1. Denge denklemlerinin normalizasyonu 14
3.1.2. Başlangıç şartları 15
3.1.3. Sayısal çözümler 17
3.2. Esnek Kablo Durumu 20
3.3. Esnemiş Durumdaki Kablonun Titreşimi 22

4. TSS'NİN YÖRÜNGEDEKİ DENGESİ VE KARARLILIĞI **27**
4.1. TSS'nin Atalet Moment Oranlarının Belirlenmesi 27
4.2. TSS'nin Yörüngedeki Dengesi 28
4.3. TSS'nin Yörüngedeki Kararlılığı 29

5. SONUÇ **31**

KAYNAKLAR **33**

EK-A **35**

EK-B **44**

EK-C **51**

EK-D **52**

ÖZGEÇMİŞ **53**

TABLO LİSTESİ

		Sayfa No
Tablo 1.1.	1966'dan itibaren denenen kablolu uydu uçuşları [1,2] ...……..	2
Tablo 3.1.	Kevlar-49 malzemesinin özellikleri [14] ...……..	20
Tablo 4.1.	Denge durumuna ilişkin çözülmüş örnekler (μ = 3.986e+5 km^3/s^2 ve Ω = -0.0004 rad/s) ……..…….	29

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Sistemimiz …..... 5
Şekil 2.1 : Modi'nin modeli …….... 7
Şekil 2.2 : Dönmekte olan üçgensel TSS 10
Şekil 3.1 : Kablo boyunun sabit olduğu durumdaki sistem ……..... 11
Şekil 3.2 : ds kablo elemanının detaylı şeması 12
Şekil 3.3 : M kütlesinin dengesi 15
Şekil 3.4 : $f(\hat{T}_0)$ için örnek değerler 17
Şekil 3.5 : M/m = 1 ve l = 20 km için TSS geometrisi …….....17
Şekil 3.6 : Değişik M/m oranları için TSS şekilleri (kablonun esnek olmadığı durumlarda) …….....18
Şekil 3.7 : Değişik M/m oranları için bazı parametrelerin sayısal değerleri . 18
Şekil 3.8 : Kablodaki normalize edilmiş gerilme kuvveti. $\hat{T}(\varphi, M/m)$ 19
Şekil 3.9 : Şekil 3.8'e farklı bir bakış ……..... 19
Şekil 3.10 : Esnek kablo durumu için bir örnek 21
Şekil 3.11 : Çeşitli Ω değerlerine göre uzamalar. …….... 21
Şekil 3.12 : Esnemiş kablodaki titreşim (abartılı çizilmiştir) ..……..... 22
Şekil 3.13 : Titreşim modeli: radyal simetri modu 22
Şekil 4.1 : Dairesel yörüngede dönen simetrik cismin bağıl denge durumları [15]. (grafikte tarafımdan değişiklikler yapılmıştır) 28
Şekil A.1 : Alfven sistemi ile gezegenler arası yolculuk. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) …..... 36
Şekil A.2 : Uzay mekiği ve kablo kullanılarak uydunun yörüngeye yerleştirilmesi. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) …..... 37
Şekil A.3 : Füze ile uydu yerleştirilmesinde kablolu sistemin kullanımı. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) ……..... 37
Şekil A.4 : TSS'nin atmosferik sürtünme ile yörüngeye girişi. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) ……..... 38
Şekil A.5 : Mars'ın uydularının kullanımıyla yörünge manevrasının yapılması. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) 38
Şekil A.6 : Mikro çekim düzeyi ayarlanabilir uydu (E. C. Lorenzini'nin izni ile) ……..... 40
Şekil A.7 : Sıfır çekim ortamının oluşturulması (E. C. Lorenzini'nin izni ile) ……..…..... 40
Şekil A.8 : Uzay asansörü [1] ……..... 41
Şekil A.9 : TSS'lerin atmosferik araştırmalarda kullanımı. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) …….....42
Şekil A.10 : TSS ile uzaktan algılama. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) 43
Şekil B.1 : Gemini XII'nin yapısı [1] ……..... 44

Şekil B.2 **:** OEDIPUS-A'nın yapısı. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) …… 45
Şekil B.3 **:** TSS-1'in yapısı [13]. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) 45
Şekil B.4 **:** PMG'nin yapısı [13]. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) 46
Şekil B.5 **:** SEDS-2'nin yapısı [19] (orijinal resmin negatifi alınmıştır) 47
Şekil B.6 **:** OEDIPUS-C'nin yapısı [13]. (E. C. Lorenzini'nin izni ile) 47
Şekil B.7 **:** TSS-1R'nin yapısı [1]. (orijinal resmin negatifi alınmıştır) 48
Şekil B.8 **:** TiPS'in yapısı. [12] ……..…….... 49
Şekil B.9 **:** ATEx uydusunun yapısı [20] ……....……..... 50
Şekil C.1 **:** Tasarlanmış olan kullanıcı arayüz programı 51
Şekil D.1 **:** Radyal simetri modu ile ilgili bir model …….. 52

SEMBOL LİSTESİ

Bölüm 2 için sembol listesi

$\mathbf{D_i}$: i numaralı referans eksen takımının F_0'a göre konumu (i = 1,2,…)
$\mathbf{F_i}$: i numaralı cismin referans eksen takımı (i = 1,2,…)
$\mathbf{F_0}$: Ataletsel referans eksen takımı
$\mathbf{g_i}$: $\mathbf{r}_i+\mathbf{f}^{\,f}(\mathbf{r}_i)$
$\mathbf{K_e}$: TSS'nin toplam kinetik enerjisi
$\boldsymbol{l}$: Bağın boyu
$\mathbf{r}_i+\mathbf{f}^{\,f}(\mathbf{r}_i)$: dm kütlesinin F_i'ye göre konumu (katı cisim mesafesi + uzama)
$\mathbf{R_{dmi}}$: dm kütlesinin F_0'a göre konumu
$\vee$: Tek bir bağın kuvvet fonksiyonu
$\mathbf{V}$: TSS'nin toplam potansiyel enerjisi
$\mathbf{V_e}$: Kablodaki toplam gerilme enerjisi
$\mathbf{T_i}$: Transfer matrisi
γ, β, α : 3 Euler açısı
μ : Gezegenin kütleçekim sabiti
$\mathbf{\Phi^j_{xi}, \Phi^j_{yi}, \Phi^j_{zi}}$: x, y, z yönlerindeki j.inci şekil fonksiyonları (i = 1,2,… ve j = 1,2,...)

Diğer bölümler için sembol listesi

$\mathbf{A}$: Kablonun kesit alanı
$\mathbf{ds}$: Birim uzunluktaki kablo parçası
$\mathbf{ds'}$: Esnemiş durumdaki birim kablo uzunluğu
$\mathbf{e_r}$: Radyal yöndeki birim vektör
$\mathbf{e_\varphi}$: Radyale dik doğrultudaki birim vektör
$\tilde{\tilde{F}}_c$: Coriolis kuvveti
$\hat{F}_M$: M kütlesine etkiyen normalize edilmiş savrulma kuvveti
$f(\hat{T}_0)$: Çeşitli $\hat{T}_0$ parametreleri için denklem 3.23'ün değerleri
$\mathbf{I_i}$: TSS'nin asal eksenlerindeki atalet momentleri (i = 1,2,3)
$\mathbf{k_i}$: φ'ye bağlı i numaralı fonksiyon (i = 1,2,3)
$\mathbf{K_i}$: TSS'nin asal eksenlerdeki atalet momenti oranları (i = 1,2,3)
ℓ : Kablonun ilk uzunluğu
$\mathbf{L}$: Kablonun görev uzunluğu (uzamış kablonun uzunluğu)
$\mathbf{m}$: Tek bir kenardaki kablonun toplam kütlesi
$\mathbf{M}$: $\varphi = \pi/3$ 'te bulunan alt uydunun kütlesi
$\mathbf{r}$: TSS'nin kütle merkezi ile φ açısındaki ds elemanı arasındaki vektör
$\mathbf{r_0}$: TSS'nin kütle merkezi ile kablonun orta noktası arasındaki vektör
$\mathbf{r_1}$: TSS'nin kütle merkezi ile kablonun uç noktası arasındaki vektör
$\hat{r}$: **r**'nin normalize edilmiş hali
$\mathbf{R}$: TSS'nin kütle merkezinin, gezegenin merkezinden uzaklığı

t	**:** Zaman
$\mathbf{T_0}$	**:** $\varphi = 0$'da, kabloda oluşan gerilme kuvveti
$\mathbf{T_1}$	**:** $\varphi = \pi/3$'de, kabloda oluşan gerilme kuvveti
$\hat{T}_0$	**:** $\mathbf{T_0}$'ın normalize edilmiş hali
$\hat{T}_1$	**:** $\mathbf{T_1}$'ın normalize edilmiş hali
$\widetilde{T}(\varphi,t)$	**:** Kabloda oluşan normalize edilmiş gerilme (esnek kablo durumunda)
u	**:** ds' elemanının esnek denge hattından, radyal yöndeki uzaklığı
α	**:** T kuvveti ile yatay eksen arasındaki açı (bakınız şekil 3.2)
β	**:** $\widetilde{T}(\varphi,t)$ kuvveti ile yatay eksen arsındaki açı (bakınız şekil 3.12)
θ	**:** $\pi/2 - \varphi$
ρ	**:** ds elemanının yoğunluğu
ρ'	**:** Uzamış durumdaki kablonun yoğunluğu (t'ye bağlı)
φ	**:** $\mathbf{r_0}$ ile **r** arasındaki açı
Ω	**:** Kendi ekseni etrafında dönmekte olan TSS'nin açısal hızı
ψ	**:** Zamana bağlı bir fonksiyon
γ_{hip}	**:** Hiperbolik denge durumu açısı
γ_{kon}	**:** Konik denge durumu açısı

ÜÇ CİSİMLİ KABLOLU UYDU SİSTEMİNİN DİNAMİĞİ

ÖZET

Bu tezde, son yıllarda oldukça fazla ilgi gören bir konu olan kablolu uydu sistemleri (TSS) üzerine çalışılmıştır. Ele alınan sistem; kendi kütle merkezi etrafında dönmekte olan eşkenar üçgensel 3 alt uydulu bir TSS'dir. Kablolar düzgün kütle dağılımlı ve esnek, alt uydular ise noktasal kütle olarak kabul edilmiştir. Bu tip sistemlerin hareketi çok karmaşık olduğundan bazı basitleştirmeler yapılmıştır. Bunlar; sistemin kütleçekim merkezi ile kütle merkezinin aynı tutulması, eşkenar üçgen simetrisinin bozulmaması ve esnek kablonun titreşimlerinin radyal yönde kalmasıdır.

Bu çalışmada ilk önce, TSS'ler konusunda birçok çalışması bulunan Modi'nin yaklaşımı incelenip, verdiği enerji denklemleri çıkarılmıştır. Ardından bu yaklaşımın, kendi ekseni etrafında dönmekte olan TSS'lere uygulanamayacağı gösterilmiştir.

Sonra, bu çalışmada ele alınan sistem, kuvvet dengelerinin yazılması yöntemiyle modellenmiştir. Bunu yaparken önce, kablonun sabit boylu olduğu varsayılarak TSS geometrisi hesaplanıp, geometrisinin, sistemin dönme hızından bağımsız olduğu, onun yerine sadece sistemdeki alt uydu kütlesi ile kablo kütlesinin oranına bağlı olduğu gösterildi. Ardından, daha genel bir durum olan, kablonun esnemesi durumunda TSS geometrisinin nasıl olacağı araştırılıp, bunun kablonun dönme hızına nasıl bağlı olduğunu gösteren denklemler çıkarıldı. Sonra, esnek durumdaki kablonun titreşim denklemleri çıkarıldı ama çözüm yoluna gidilmedi.

Son olarak, sistemin yörüngedeki denge durumları ve kararlılığı Huges'ın verdiği denklemler kullanılarak incelenmiş olup, sistemin hiperbolik dengesinin kararlı ama konik dengesinin kararsız olduğu hesaplanmıştır. Bunun yanında, denge durumunun sağlanabildiği dönüş hızlarında, kabloda oluşacak uzama miktarının çok düşük olduğu (yüz binde 0.1 gibi) belirlendi.

THE DYNAMICS OF A THREE BODY TETHERED SATELLITE SYSTEM

SUMMARY

Over the past three decades, there is an increasing interest in tethered satellite systems (TSS). In this thesis, an individual case for the TSS, a spinning equilateral triangular TSS with three sub satellites, is studied. The tethers are assumed to be uniform and flexible. The end bodies (sub-satellites) are assumed to be particles (point masses). In order to reduce the complexity of the dynamic equations following assumptions have been made; the center of gravity and the center of mass are the same point, the equilateral triangular symmetry is assumed unchanged and all particles on the tether are assumed to be vibrating on a radial direction.

In this thesis, first, the approach of Modi who is skillful on TSS is investigated and the energy equations are derived. It is shown that Modi's approach is not suitable for the spinning TSS.

Then, the system is modeled by using the force equilibrium. For the first approach, the TSS's geometry is computed by assuming the tether's length is constant. Therefore, it is shown that the geometry of TSS does not depend on the spin velocity, it is only dependent on the mass ratio of the sub satellite and the tether. Then, the general case of extendable tether is studied and the equations which give the relation between the geometry of TSS and the spin velocity are derived. After that, for the extendable case, the equations for the vibrating tether are derived but not solved.

Finally, the equilibrium conditions and the stability of the TSS on a low Earth orbit are given by using Huge's equations. It is shown that, the attitude of the system is stable in hyperbolic case, but not stable in conical case. Nevertheless, at the spin velocities satisfying the equilibrium conditions, it is shown that the magnitude of strain at the tethers is very (for example 0.1 per hundred thousand) low.

1. GİRİŞ

Kablolu uydu sistemleri (tethered satellite systems – TSS); alt uydudan uzanan veya alt uyduları birbirine bağlayan çok uzun (birkaç on metreden birkaç bin metreye kadar) kablolara sahip uzay araçlarıdır. Bu kabloların görevi; duruma göre sadece uzay aracının belirli bir yöndeki atalet momentini değiştirmek de olabilir, uzay aracının yayvanlığını artırmak da olabilir veya iletkenliğe sahip olarak üzerinden akım geçirebilme de olabilir.

Kablolu uydu sistemleri (TSS'ler) en çok ilgiyi son 20 yıldır görmektedir. Bu tip uyduları diğerlerinden ayıran benzersiz hareket özelliklerinden dolayı ve maliyet nedeniyle elverişli oldukları için, TSS'lerin birçok kullanım alanı bulunmaktadır. Bu kullanım alanlarından bazıları aşağıdaki gibi sıralanabilir;

- Yörünge manevraları ve gezegenler arası yolculuk.
- Yapay yerçekimi oluşturulması.
- Uzay asansörü ve faydalı yük (payload) nakliyatı.
- Bilimsel araştırmalar.

Örneğin, dünyanın manyetik alanının incelenmesi çalışmaları için TSS'ler çok uygun bir araçtır. Bu tip uygulamalarda TSS'ler diğer teknolojilerin sunamadığı avantajlara sahiptir. Yukarıda belirtilen kullanım alanlarına dair örnekler ve daha ayrıntılı bilgi Ek-A'de sunulmaktadır.

1.1. TSS'lerin Yapısı ve Geçmiş Deneysel Çalışmalar

TSS kavramının başlangıcı oldukça eski olmasına rağmen, bu tip sistemlerin hareketinin karmaşık yapısından dolayı araştırmalar halen sürmektedir. Tablo-1.1'de, geçmişte yapılmış olan deneysel kablolu uydu sistemleri tarih sırasına göre listelenmiştir.

Tablo 1.1: 1966'dan itibaren denenen kablolu uydu uçuşları. [1,2]

İsim	Tarih	Yörünge	Boy	Açıklama
Gemini XI	11 1966	LEO	30 m	Spin kararlılığı, 0.15 rpm
Gemini XII	12 1966	LEO	30 m	Düşey konumda, kararlı salınımlı
H-9M-69	1980	Yörünge altı	500 m	Kısmen açılmış
S-520-2	1981	Yörünge altı	500 m	Kısmen açılmış
Charge-1	1983	Yörünge altı	500 m	Tam olarak açılmış
Charge-2	1984	Yörünge altı	500 m	Tam olarak açılmış
ECHO-7	1988	Yörünge altı	?	Manyetik alanda hizalanmış
Oedipus-A	1989	Yörünge altı	958 m	Spin kararlılığı, 0.7 rpm
Charge-2B	1992	Yörünge altı	500 m	Tam olarak açılmış
TSS-1	1992	LEO	<1 km	Elektrodinamik, kısmen açılmış, geri sarılmış
SEDS-1	1993	LEO	20 km	Dünya'ya doğru açılmış, Salınmış ve kopmuş
PMG	1993	LEO	500 m	Elektrodinamik, yukarı doğru açılmış
SEDS-2	1994	LEO	20 km	Düşey konumda kararlı, Dünya'ya doğru açılmış
Oedipus-C	1995	Yörünge altı	1 km	Spin kararlılığı, 0.7 rpm
TSS-1R	1996	LEO	19.6 km	Elektrodinamik, kopmuş
TiPS	1996	LEO	4 km	Uzun ömürlü görev > 2 yıl
ATEx	1999	LEO	6 km	Açılma işlemi başarısız olarak görevi sonlandırmış

Tablo-1.1'deki sağ sütun; ilgili uydunun yapısı ve durumu hakkında kısa bilgi içermekte olup daha ayrıntılı bilgi Ek-B'de sunulmuştur.

TSS'lerde kullanılan kabloların özellikleri kullanım alanına bağlı olarak değişmekle birlikte genel olarak çok ince (örneğin 1 mm çaplı) fakat çok sağlam malzemeli (örneğin kevlar malzemesi: bel verme gerilmesi 690 MPa) kablolar kullanılmaktadır. Ancak, kablo ne kadar sağlam olursa olsun, çok büyük hıza sahip (örneğin 20 km/s) mikro boyutlu meteoritlerin çarpması nedeniyle kablo kopabilir. Bu sebeple, alt uyduları birbirine bağlayan tek bir kablo yerine, çeşitli tasarımlarda çok kablolu yapıların kullanılması düşünülmektedir. Böylece kullanım ömürleri onlarca kat uzayabilir. Kablo uzunlukları da uygulamaya bağlı olarak birkaç on metre ile birkaç yüz, hatta birkaç bin kilometre arasında değişebilmektedir.

Genelde uyduların hareketi incelenirken, uydunun yörünge hareketinin yönelme (attitude) hareketinden bağımsız olduğu varsayılır. Ancak TSS'ler söz konusu olunca, kablonun ince ve hafif olmasına rağmen sistemin hareketine etkisi büyük

olur. Dolayısıyla, yörünge - yönelme kuplajı çok güçlü olduğundan bu varsayım geçerli olmaz. Bu nedenle, TSS'lerin yörüngeleri Kepler yörüngesi gibi düzgün geometride değildir. Bunu yanında, kabloların esnek olması nedeniyle, bu tip uydular için katı cisim yaklaşımını kullanmak da doğru olmaz.

TSS'lere etkiyen başlıca kuvvetlerden bazıları; elektrodinamik kuvvet (kablonun iletken olması durumunda), kütleçekim gradyanı (gravity gradient) ve kablodaki gerilmedir. TSS'lerin en büyük sorunlarından biri kablodaki gerginliğin kaybolması durumudur. Özellikle kablonun açılma işlemi (deployment) ve geri sarma işlemi (retrieve) üzerinde durulması gereken konulardan ikisidir.

Kabloların esnek cisim olması nedeniyle TSS'lerin kararlılık özellikleri katı cisimlerinkinden farklı olabiliyor. Örneğin, orta büyüklükteki atalet momentine sahip eksen etrafındaki dönme hareketi katı cisimlerde kararsız olmasına rağmen, esnek uydu durumunda kararlı olabiliyor [3].

Kablo kullanılmadığında, uyduların formasyon uçuşu çok fazla yakıt gerektiriyor. Kablo kullanıldığında ise bu tip uçuşlar çok daha ucuz (yakıt ihtiyacı az) ve hassas olabiliyor [4]. Ancak, TSS'leri bu tür uygulamalarda kullanmadan önce, yörünge ve yönelme hareketlerinin iyice anlaşılması gerekmektedir.

1.2. Literatür Taraması

Quadrelli [3]'nin çalışmasında; insanlı uzay uçuşlarında vücudun ihtiyaç duyduğu yapay yerçekimi kuvveti oluşturacak dönen (spinning) TSS'nin yönelme dinamiği incelenmiş. İlk kez bu çalışmada, kabloya dik eksende dönen uydunun yönelme hareketinin kararlılığı analitik yaklaşım ile incelenmiş. Simülasyon sonuçları Gemini programında elde edilen sonuçlar ile uyumlu çıktığı belirtilmiş.

Modi ve diğerleri [5]'nin çalışmasında; yerde bulunan bir deney düzeneği ile bir TSS'nin "offset" kontrolünün matematiksel modelinin geçerliliği test edilmiş. Kablo kütlesiz varsayılarak, sistemin hareket denklemleri enerji (Lagrange) yöntemi ile çıkarılmış.

Morana ve Quadrelli [6]'nin çalışmasında; eksantrisitesi küçük olan bir yörüngedeki uzay istasyonunun yörüngesini daireselleştirmek için kablo kullanımı konusu incelenmiş. Bu işlemin, kablonun boyu değiştirilmek suretiyle birkaç gün içinde gerçekleştirilebildiği hesaplanmış. Bu yöntem ile, uzay istasyonundan ayrılan uzay

mekiğinin uzay istasyonunun yörüngesinde oluşturacağı bozuntunun, yakıt kullanılmadan giderebileceği gösterilmiş. Burada düşünülmüş olan kablo uzunluğu 100 km olup, hareket denklemleri enerji yöntemi ile çıkarılmış. Sistem iki alt uydulu halter (dumbell) şeklinde modellenmiş.

Cho ve Kim [7]'in çalışmasında; iki alt uydulu TSS'nin, Kepler olmayan yörüngedeki hareketi incelenmiş. Hareket denklemleri, kablonun kütlesiz ve sabit boylu olduğu varsayımıyla, Newton yöntemi kullanılarak çıkarılmış. Ayrıca, dünyanın basıklığının (oblateness) sisteme etkisi de hesaplanmış olup, bu etkinin kablodan gelen etkiye oranla önemsiz kaldığı belirtilmiş.

Mankala ve Agrawal [8]'ın çalışmasında; elektrodinamik kuvvetlerin etkisi altındaki TSS'nin hareketi incelenmiş. Sistemde tek bir alt uydu olup, uydudan sarkan kablo düzgün kütle dağılımlı katı cisim olarak modellenmiş. Ekvatoral düzlemde ve dairesel yörüngedeki TSS'nin, yerçekimi gradyanı ve elektrodinamik kuvvetin etkisi altındaki denge durumları araştırılmış.

Rossi ve diğerleri [9]'nin çalışmasında; tek bir alt uydulu TSS için periyodik yörüngeler aranmış. Sistem, kütleçekimin yanında dünyanın basıklığının etkisi ve atmosferik sürtünmenin etkisi altında incelenmiş olup, hareket denklemleri Newton yöntemi ile çıkarılmış. Genel olarak hangi durumlarda periyodik yörüngelerin oluşabileceği açıklanmış.

Mankala ve Agrawal'ın bir diğer çalışmasında [10] ise; 3 farklı TSS'nin modeli oluşturulup, hareket denklemleri çıkarılmış. Denklemler hem Newton hem de enerji yöntemleri kullanılarak çıkarılıp, birbiriyle karşılaştırılmış. Kablonun kütlesinden dolayı ortaya çıkan kısmi diferansiyel denklemler, adi diferansiyel denklemler haline getirilerek sayısal olarak çözülmüş.

Kalantis ve diğerleri [11]'nin çalışmasında; Kepler yörüngesindeki çok cisimli TSS'lerin hareket denklemleri enerji yöntemi ile çıkarılmış. Sistemin alt uyduları katı cisim, kablolar ise esnek cisim olarak kabul edilmiş olup, yönelme kontrolü için kimyasal iticiler (thrusters) ve momentum tekerlekleri kullanılmış. Üç cisimli durum için simülasyon sonuçlarına yer verilmiş.

Alfriend ve diğerleri [12]'nin çalışmasında; 1996 yılında yörüngeye yerleştirilmiş olan TiPS (The Tether Physics and Survivability Experiment) uydusunun yapısı anlatılmış ve matematiksel modeli oluşturularak, hareketi ve uzay ortamına dayanımı

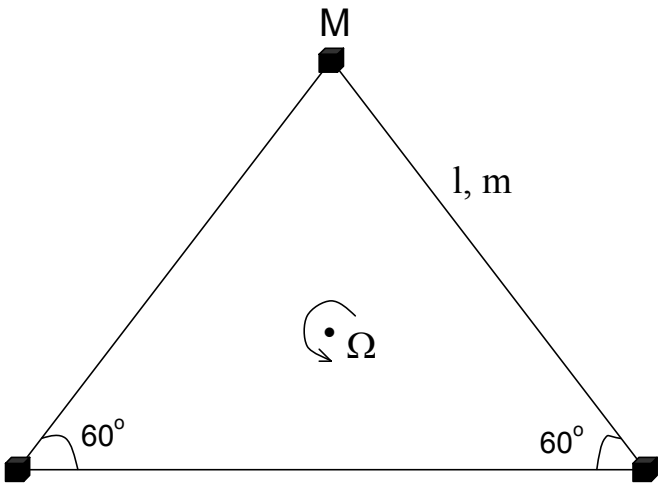
incelenmiş. TiPS'in yörünge hareketinde, kütleçekim merkezi yerine kütle merkezi göz önüne alınmış olup, kablonun kütlesi ihmal edilmiş. Yapılmış olan bir diğer varsayım da; kablonun hareketi kütle merkezinin hareketinden etkileniyor ama kütle merkezinin dünya çevresindeki hareketi, alt uyduların hareketinden ve kablo titreşimlerinden etkilenmiyor.

Nakaya ve diğerleri [4]'ün çalışmasında; kütle merkezi etrafında dönen 3 alt uydulu TSS, deneysel olarak incelenmiş. Deneyde, birbirlerine kablolar ile bağlı 3 uzay aracı simülatörü kullanılmış olup, sistemin kontrolü basınçlı hava ve kabloların boyunu değiştiren (gergin tutan) makaralar ile yapılmış. Daha çok sistemin açılma hareketi incelenmiş. Sistemi kontrol eden itki üreticinin ve makaraların denklemleri çıkarılmış. Deneysel sonuçlar ile matematiksel model karşılaştırılmış.

NASA için hazırlanmış olan Cosmo ve Loenzini'nin kitabında [13]; kitabın yayınlandığı tarihe (1997) kadar, kablolu uydu sistemleri üzerine yapılmış olan birçok çalışma yer almakta olup, gelecekte yapılabilecek olan kablolu uçuşlar hakkında da bilgi vermektedir. Bunun yanında TSS fiziğinin temelleri üzerinde de durulmuş.

1.3. Sistemimiz

Sistemimizde 3 alt uydu bulunmaktadır. Bu alt uydular birbirlerine eşkenar üçgen oluşturacak şekilde kablolar ile bağlıdır (şekil 1.1). Bu çalışmada alt uydular katı ve noktasal cisim, kablolar ise homojen kütle dağılımlı esnek cisim olarak modellenmiştir.



Şekil 1.1: Sistemimiz.

Şekil 1.1'de gösterilen M simgesi bir alt uydunun kütlesidir ve tüm alt uydular eş kütlelidir. Sistemdeki üç esnek kablonun her birinin kütlesi m ve esnememiş durumdayken boyları ℓ 'dır. Bu eşkenar üçgen şeklinde yerleştirilmiş üç alt uydulu TSS, kütle merkezi etrafında Ω açısal hızı ile döndürülmektedir.

Bu sistem uzayda geniş bir alana yayıldığı için görüş alanı ve açısı sıradan uydulara göre çok daha büyüktür. Bu avantajından dolayı interferometre ve uzaktan algılama çalışmalarında kullanılabilir.

Bu sistem uzayda çeşitli yörüngelere, çeşitli açılarda yerleştirilebilir. Ancak yerleştirildiği yerde kararlı kalabilmesi yakıt tüketimi açısından önemlidir. Bu çalışmada çeşitli durumlar için sistemin kararlılığı da incelenmiştir.

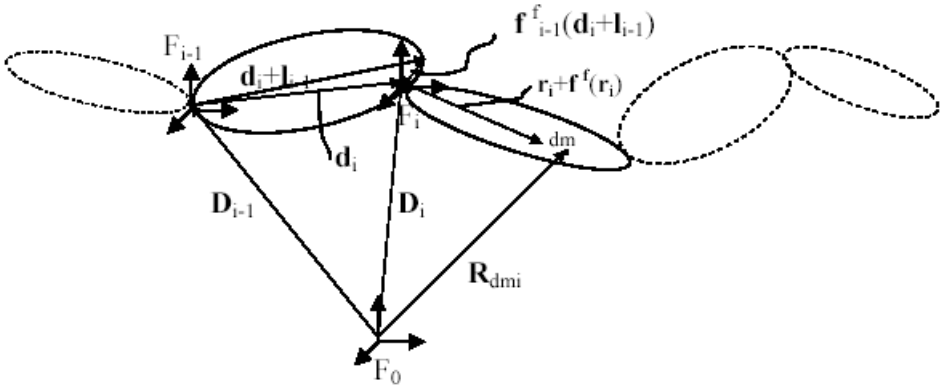
2. MODİ'NİN YAKLAŞIMI

Bu bölümde, çok uydulu TSS'ler için uygulanabilecek olan Modi'nin yaklaşımı ele alınmıştır. Modi'nin [11] kullandığı bu yaklaşımda; Kepler yörüngesindeki N alt uydulu bir TSS'nin hareketi incelenmiştir. Bu bölümde ilk önce, Modi'nin yaklaşımı genel sistem için anlatılmıştır. Modi'nin verdiği titreşim modları ve enerji denklemleri incelenmiştir. Sonra, bu yaklaşımın dönmekte olan TSS'ler için uygulanıp uygulanamayacağı üzerinde durulmuştur.

2.1. Modi'nin Modeli

Modi'nin çalışmasında; Kepler yörüngesinde birbirlerine kablo ile bağlı N cisimli uydu sisteminin hareket denklemleri Lagrange formülasyonu ile çıkarılmış. Kablolu uydu sisteminin alt uyduları katı cisim, kablolar ise esnek kabul edilmiş.

Modi'nin sisteminde her bir alt uydu ve kablo birer bağ olarak modellenmiştir (şekil 2.1). Şekil 2.1'deki modelde kullanılan notasyon, Modi'nin kendi notasyonudur.



Şekil 2.1: Modi'nin modeli.

Şekil 2.1'de görülen F_i sembolleri; i numaralı cismin referans eksen takımlarını ifade etmektedir. F_0 ise, ataletsel referans eksen takımıdır. $\boldsymbol{r}_i+\boldsymbol{f}^{f}(\boldsymbol{r}_i)$ ifadesindeki ilk terim dm kütlesinin F_i'ye göre katı cisim mesafesi, ikinci terim ise bağın esneme miktarını göstermektedir. l; bağın boyudur. $\boldsymbol{D}_i$ vektörü ise i numaralı referans eksen takımının F_0'a göre konumudur. $İ$ numaralı eksen takımındaki vektörleri ataletsel eksen

takımında tanımlamak için T_i transfer matrisi ile çarpılabilir. 3 Euler açısı γ, β, α ise T_i : ${}^{Fo}\vec{T}_i^{Fi}$;

$$T_i = \begin{bmatrix} c(\beta)c(\alpha) & -c(\gamma)s(\alpha)+s(\gamma)s(\beta)s(\alpha) & s(\gamma)s(\alpha)+c(\gamma)s(\beta)c(\alpha) \\ c(\beta)s(\alpha) & c(\gamma)c(\alpha)+s(\gamma)s(\beta)s(\alpha) & -s(\gamma)c(\alpha)+c(\gamma)s(\beta)s(\alpha) \\ -s(\beta) & s(\gamma)c(\beta) & c(\gamma)c(\beta) \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.1)}$$

Şimdi, $\boldsymbol{r}_i+\boldsymbol{f}^f(\boldsymbol{r}_i) = \mathbf{g}_i$ denirse $\vec{R}_{dmi} = \vec{D}_i + \vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i$ olur. Tek bir bağın kuvvet fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vee = \mu\int \frac{dm_i}{R_{dm_i}} + c \quad \textbf{(2.2)}$$

Burada μ = G*$M_\oplus$ olup G; evrensel kütleçekim sabiti ve $M_\oplus$ ise gezegenin kütlesidir. R_{dmi} kosinüs teoremi kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$R_{dmi} = \sqrt{D_i^{\,2} + 2\vec{D}_i \cdot (\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i) + \left|\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i\right|^2} \quad \textbf{(2.3)}$$

Yukarıdaki denklemde $\left|\vec{g}_i\right|$ boyu her iki referans eksen takımında da aynı olduğu için, denklem şu şekilde de yazılabilir.

$$R_{dmi} = \sqrt{D_i^{\,2} + 2\vec{D}_i \cdot (\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i) + g_i^{\,2}} \quad \textbf{(2.4)}$$

D_i^2 entegralin dışına alınırsa kuvvet fonksiyonu şu hale gelir;

$$\vee = \frac{\mu}{D_i}\int\left(1 + \frac{2\vec{D}_i \cdot \left(\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i\right)}{D_i^{\,2}} + \frac{g_i^{\,2}}{D_i^{\,2}}\right)^{-1/2} dm_i + c \quad \textbf{(2.5)}$$

Entegralin içi binom serisine açılacak olursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\left(1 + \frac{2\vec{D}_i \cdot \left(\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i\right)}{D_i^{\,2}} + \frac{g_i^{\,2}}{D_i^{\,2}}\right)^{-1/2} =$$

$$1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2\vec{D}_i \cdot (\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i)}{D_i^{\,2}} + \frac{g_i^{\,2}}{D_i^{\,2}}\right) + \frac{3}{8}\left(\frac{2\vec{D}_i \cdot (\vec{\vec{T}}_i\vec{g}_i)}{D_i^{\,2}} + \frac{g_i^{\,2}}{D_i^{\,2}}\right)^2 - \ldots \quad \textbf{(2.6)}$$

Bu bağın potansiyel enerjisi V = - $\vee$ ‘dır. Yukarıdaki ifadede (g_i^2 / D_i^2) değeri çok küçüktür ve bu nedenle üstelleri ihmal edilebilir. Bu durumda yukarıdaki ifadenin ilk 4 terimi kullanılırsa, sistemdeki tüm bağların toplam potansiyel enerjisi aşağıdaki gibi olur.

$$V = -\mu \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{D_i} + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{D_i^3} \left[\int g_i{}^2 dm_i + \int 2\vec{D}_i \cdot (\vec{\dot{T}}_i \vec{g}_i) dm_i - \frac{3}{D_i^2} \int \left(\vec{D}_i \cdot (\vec{\dot{T}}_i \vec{g}_i) \right)^2 dm_i \right] \quad \textbf{(2.7)}$$

Ve bu denklem Modi’nin verdiği potansiyel enerji denklemine denktir. Kütleçekiminin oluşturduğu potansiyel enerjinin dışında esnek kablonun neden olduğu gerilme enerjisi de vardır ve Modi bu denklemi aşağıdaki gibi vermiştir.

$$V_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} E_i A_i \int_0^{l_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} \right)^2 \right] \right)^2 dx_i \quad \textbf{(2.8)}$$

Bütün bağların toplam kinetik enerjisi ise aşağıdaki gibidir.

$$K_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \int \dot{\vec{R}}^T{}_{dmi} \dot{\vec{R}}_{dmi} dm_i \quad \textbf{(2.9)}$$

Modi, kabloyu iki alt uydu arasına gerilmiş bir düz tel gibi düşünerek titreşim modlarını vermiştir. Bu varsayımsal şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$\Phi^j{}_{xi}(xi, li) = \left(\frac{x_i}{l_i} \right)^{2_{j-1}} \quad \textbf{(2.10)}$$

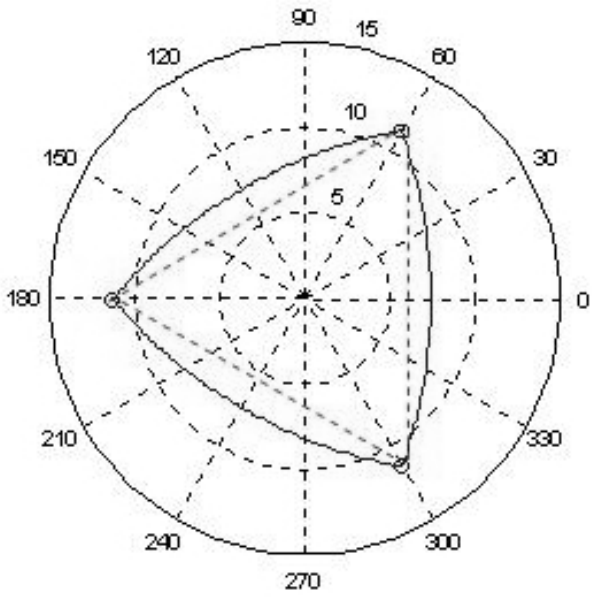
$$\Phi^j{}_{yi}(xi, li) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{j\pi x_i}{l_i} \right) \quad \textbf{(2.11)}$$

$$\Phi^j{}_{zi}(xi, li) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{j\pi x_i}{l_i} \right) \quad \textbf{(2.12)}$$

Burada, $\Phi^j{}_{xi}$, $\Phi^j{}_{yi}$ ve $\Phi^j{}_{zi}$ sırasıyla uzunlamasına, yörünge düzlemi içinde ve yörünge düzlemi dışındaki j.inci şekil fonksiyonlarıdır.

2.2. Dönmekte Olan TSS'ler

Şekil 2.2'te görülen 3 alt uydulu eşkenar üçgen TSS, kütle merkezi etrafında Ω açısal hızı ile döndürüldüğünde kablolar bir miktar savrulacaktır. Kablo üzerinde oluşan gerilme nedeniyle kabloda uzama meydana gelecektir. Savrulmuş durumdaki kablonun titreşimine ilişkin şekil fonksiyonları Modi'nin betimlediği gibi basit birer sinüs fonksiyonları gibi ifade edilemez.



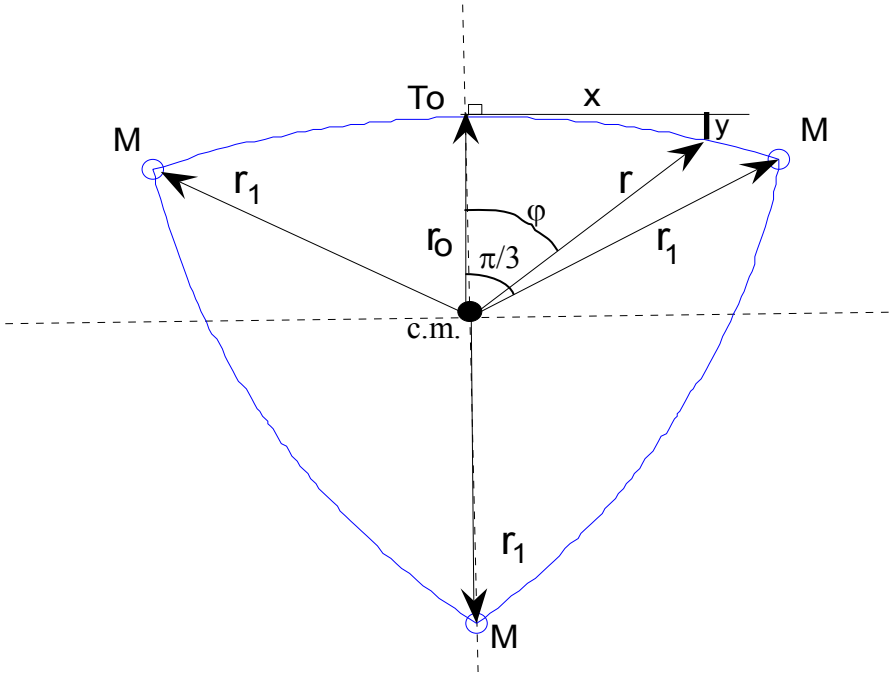
Şekil 2.2: Dönmekte olan üçgensel TSS.

3. YENİ BİR YAKLAŞIM

Bu bölümde, dönmekte olan eşkenar üçgen biçimli TSS'nin hareketi incelenmiştir. Bunu yaparken ilk önce, kablo boyunun sabit olduğu durum için Newton metodu kullanılarak denge denklemleri oluşturulmuştur. Sonra, bu denklemlerin normalizasyon işlemi yapılıp, sayısal çözümlere yer verilmiştir. Ardından, Kevlar – 49 malzemesinin özellikleri verilerek ve "görev uzunluğu"nun tanımı yapılarak, kablonun esnemesi durumunda TSS şeklinin ne olacağı konusu çeşitli örnekler ile incelenmiştir. Yine bu bölümde, "radyal simetri modu" dediğimiz bir yaklaşım tanıtıldıktan sonra, esnemiş durumdaki kabloda oluşabilecek titreşimlerin denklemleri çalışılmıştır.

3.1. Kablo Boyunun Sabit Olduğu Durum

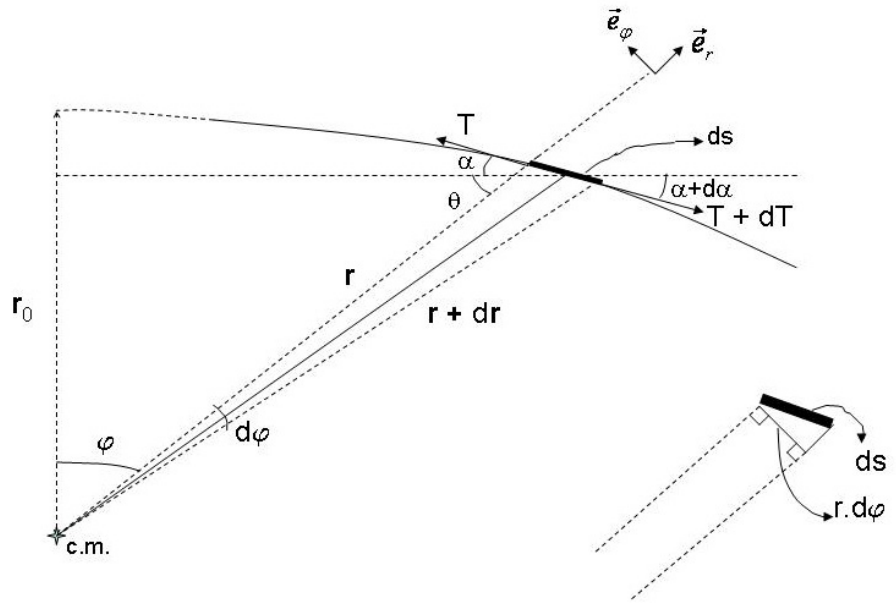
Kablo boyu sabit kabul edildiği durumda, sabit bir Ω açısal hızda dönmekte olan TSS'nin şeması şekil 3.1'teki gibidir.



Şekil 3.1: Kablo boyunun sabit olduğu durumdaki sistem.

Şekil 3.1'te gösterilen ***r*** vektörü; ds birim uzunluğundaki kablo parçasının, üçgenin kütle merkezine göre konumunu göstermektedir. $\boldsymbol{r}_0$ vektörü; kablonun orta noktasının, üçgenin kütle merkezine göre konumunu göstermektedir. $\boldsymbol{r}_1$ vektörü ise uçtaki uydunun konumunu göstermektedir. φ açısı ise $\boldsymbol{r}_0$ vektörü ile ***r*** vektörü arasındaki açısıdır. Kablonun orta noktasındaki gerilme kuvveti ise T_0 ile gösterilmektedir.

Kablo elemanı "ds" nin daha detaylı şeması şekil 3.2'de gösterilmektedir.



Şekil 3.2: ds kablo elemanının detaylı şeması.

$\boldsymbol{e}_\theta$üzerinde denge denklemi yazılacak olursa;

$$T\sin(\alpha+\theta)=(T+dT)\sin(\alpha+d\alpha+\theta) \qquad \textbf{(3.1)}$$

elde edilir. Sinüslü ifade açılacak olursa ve dT * dα çarpımı çok küçük olduğundan ihmal edilirse (bundan böyle bu terimler hep ihmal edilecek) denge denklemi şu hale gelir;

$$\frac{dT}{T}=-\frac{\cos(\alpha+\theta)}{\sin(\alpha+\theta)}d\alpha \qquad \textbf{(3.2)}$$

Şekil 3.2'ten görüldüğü gibi $\theta = \pi/2 - \varphi$ dır. Bu bilgi kullanılarak (3.2) denklemi dφ ile bölünecek olursa aşağıdaki denklem elde edilebilir.

$$\frac{dT}{d\varphi} = -T\tan(\varphi - \alpha)\frac{d\alpha}{d\varphi} \tag{3.3}$$

$\boldsymbol{e_r}$ üzerinde denge denklemi yazılacak olursa, ilk terim savrulmaya neden olan kuvvet ve ρds birim uzunluktaki kablonun kütlesi olmak üzere;

$$\rho\, ds\, \Omega^2 r - T\cos(\alpha + \theta) + (T + dT)\cos(\alpha + d\alpha + \theta) = 0 \tag{3.4}$$

elde edilir. En sondaki kosinüslü ifade açılacak olursa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\rho\, ds\, \Omega^2 r - T\, d\alpha \sin(\alpha + \theta) + dT\cos(\alpha + \theta) = 0 \tag{3.5}$$

Birim kablo uzunluğu ds ise şöyle ifade edilebilir;

$$ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\varphi^2} = \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}\, d\varphi \tag{3.6}$$

(3.6) denklemi (3.5) denkleminde yerine yazılacak olursa, ardından (3.5) denklemi dφ 'ye bölünecek olursa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\rho\Omega^2 r\sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} - T\frac{d\alpha}{d\varphi}\sin(\alpha + \theta) + \frac{dT}{d\varphi}\cos(\alpha + \theta) = 0 \tag{3.7}$$

Daha önce bulunan (3.2) denklemi (3.7) denklemindeki dT yerine yazılıp gerekli trigonometrik işlemler yapıldıktan sonra θ yerine de π/2 - φ yazılırsa, aşağıdaki denklem elde edilmiş olur;

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\rho\Omega^2 r}{T}\cos(\varphi - \alpha)\sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} \tag{3.8}$$

Şekil 3.2'teki küçük resimden aşağıdaki denklem çıkarılabilir.

$$r\, d\varphi = ds\sin\left(\theta + \alpha + \frac{d\alpha}{2}\right) \tag{3.9}$$

Burada da θ yerine π/2 - φ yazılıp, ds yerine de değeri yazılırsa gerekli işlemler sonunda aşağıdaki denklem elde edilir;

$$r = \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}\cos(\varphi - \alpha) \tag{3.10}$$

(3.10) denkleminden dr / dφ çekilecek olursa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\frac{dr}{d\varphi} = r\tan(\varphi - \alpha) \tag{3.11}$$

Bu denklem, (3.8) denklemindeki dr / dφ 'nin yerine yazılırsa;

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\rho\Omega^2 r}{T}\cos(\varphi - \alpha)\sqrt{r^2 + r^2\tan^2(\varphi - \alpha)} \tag{3.12}$$

elde edilir. (3.12) denklemi üzerinde trigonometrik işlemler yapılırsa (3.13) denklemi bulunur.

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\rho\Omega^2 r^2}{T} \tag{3.13}$$

Bu denklem (3.3)'te yerine yazılacak olursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{dT}{d\varphi} = -\tan(\varphi - \alpha)\rho\Omega^2 r^2 \tag{3.14}$$

Yukarıda bulunan (3.11), (3.13) ve (3.14) denklemleri ds birim uzunluğundaki kablonun denge denklemlerini oluşturur.

3.1.1. Denge Denklemlerinin Normalizasyonu

Denge denklemlerinin normalizasyon işlemi, tüm uzunluklar r_0'a ve tüm kuvvetler $\rho\Omega^2 r_0^2$ 'a bölünerek yapılır. Bu durumda normalize edilmiş r ve T değerleri aşağıdaki gibidir.

$$\hat{r} = \frac{r}{r_0} \qquad \text{ve} \qquad \hat{T} = \frac{T}{\rho\Omega^2 r_0^2} \tag{3.15a ve 3.15b}$$

Sonuç olarak, (3.11), (3.13) ve (3.14) denklemlerine normalizasyon işlemleri uygulandığında aşağıdaki denklemler elde edilir.

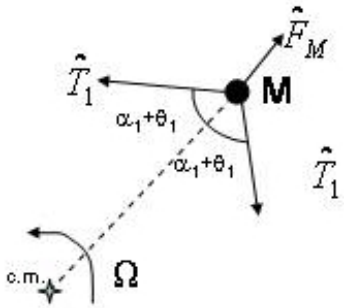
$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\hat{r}^2}{\hat{T}} \tag{3.16}$$

$$\frac{d\hat{T}}{d\varphi} = -\tan(\varphi - \alpha)\hat{r}^2 \tag{3.17}$$

$$\frac{d\hat{r}}{d\varphi} = \hat{r}\tan(\varphi - \alpha) \tag{3.18}$$

3.1.2. Başlangıç Şartları

Şekil 3.2'den görülebileceği gibi φ = 0'da, α_0 = 0 ve $\hat{r}_0$= 1'dir. Ancak, $\hat{T}_0$ bilinmemektedir. Bu değeri bulabilmek için uçtaki alt uydunun dengede kalma şartından yararlanılabilir. Uçta savrulan *M* kütlesini, savrulmakta olan kabloların gerginliği dengede tutmaktadır (şekil 3.3).



Şekil 3.3: M kütlesinin dengesi.

Şekil 3.3'de gösterilen $\hat{F}_M$ kuvveti normalize edilmiş savrulma kuvvetini göstermektedir.

$$\hat{F}_M = \frac{M\Omega^2 r_1}{\rho\,\Omega^2 {r_0}^2} \tag{3.19}$$

ℓ uzunluğundaki kablonun kütlesi $m = \ell.\rho$ ve $r_1/r_0 = \hat{r}_1$ olduğu göz önünde bulundurulacak olursa şekil 3.3'de gösterilen *M* kütlesinin kuvvet dengesi aşağıdaki gibi yazılabilir. Burada 1 indisi; φ = 60° deki parametreleri göstermektedir.

$$\frac{M}{m}\hat{r}_1\left(\frac{\ell}{r_0}\right) = 2\hat{T}_1 \sin(\frac{\pi}{3} - \alpha_1) \tag{3.20}$$

Fakat (3.20) denkleminde gösterilen (ℓ/r_0) değeri bilinmemektedir. Bu değeri bulabilmek için kablo uzunluğu şartı kullanılabilir.

Kablonun boyu; ℓ aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\ell = 2\int_0^{\pi/3} \frac{ds}{d\varphi} d\varphi \qquad \textbf{(3.21)}$$

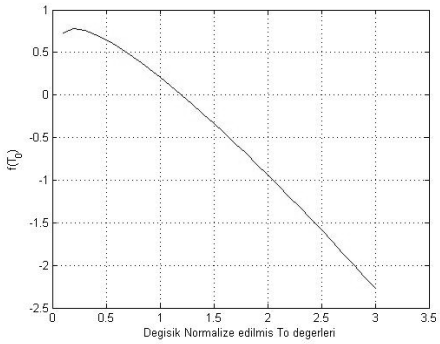
Burada ds yerine (3.6) denklemi yazılır, sonra oluşan denklemdeki dr/dφ yerine de daha önce bulunan (3.11) denklemi yazılırsa, ardından da kablo boyunun r_0'a göre normalizasyon işlemi yapıldığında aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{\ell}{r_0} = 2\int_0^{\pi/3} \frac{\hat{r}\, d\varphi}{\cos(\varphi - \alpha)} \qquad \textbf{(3.22)}$$

Bu denklem (3.20) denkleminde yerine yazılacak olursa;

$$\frac{M}{m}\hat{r}_1\left(2\int_0^{\pi/3} \frac{\hat{r}\, d\varphi}{\cos(\varphi - \alpha)}\right) - 2\hat{T}_1 \sin(\frac{\pi}{3} - \alpha_1) = f(\hat{T}_0) \qquad \textbf{(3.23)}$$

elde edilir. Bu durumda (3.16-3.18) denklemlerinin çözümü şu şekilde yapılır. $\hat{T}_0$ için çeşitli değerler atanılarak diferansiyel denklemler çözülür. Sonra, sonuçlar (3.23) denklemine yazılır. Her bir $\hat{T}_0$ için elde edilen $f(\hat{T}_0)$ değeri kullanılarak (3.23) denklemi için beşinci dereceden bir polinom atanır. En son işlem olarak da $f(\hat{T}_0)$'yi sıfırlayan $\hat{T}_0$ değeri, Matlab programının içinde yer alan "roots" komutu ile bulunur. Bu komut ile bulunan 5 kökten sadece bir tanesi pozitif reel sayı olduğundan, polinomu sıfırlayan $\hat{T}_0$ değeri bu köktür. Bundan sonra, bu başlangıç şartı ile sistem tekrar çözülür. Bulunan çözüm; sabit uzunlukta kabloya sahip, dönmekte olan TSS'nin şeklini verir. Şekil 3.4'de M/m = 0.1 ve ℓ = 20 km için $f(\hat{T}_0)$'nin aldığı değerler görülmektedir. Bu durumda $f(\hat{T}_0) = 0$ yapan $\hat{T}_0$ değeri 1.2 birim olarak hesaplanmıştır. Böylece, bu örnek için, adi diferansiyel denklemlerin çözülebilmesi için gerekli olan tüm başlangıç değerleri elde edilmiş olur. Şimdi TSS geometrisinin bulunabilmesi için sayısal çözüme geçilebilir.

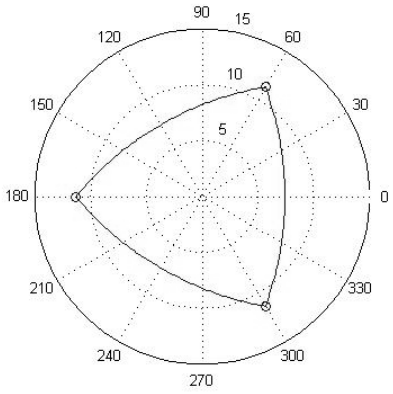


Şekil 3.4: $f(\hat{T}_0)$ için örnek değerler.

3.1.3. Sayısal Çözümler

Diferansiyel denklemlerin çözümünde Matlab programının adi diferansiyel denklem (ODE) çözücüsü kullanılmıştır. Bu çözücü kullanılarak (3.16-18) denklemleri 4-5inci mertebeden Runge-Kutta yöntemi ile çözülmüştür. Ek-C'de, bu tez için hazırlanmış olan, aşağıda gösterilen örnek gibi problemlerin çözümünü yapabilen bir kullanıcı arayüz programı tanıtılmaktadır.

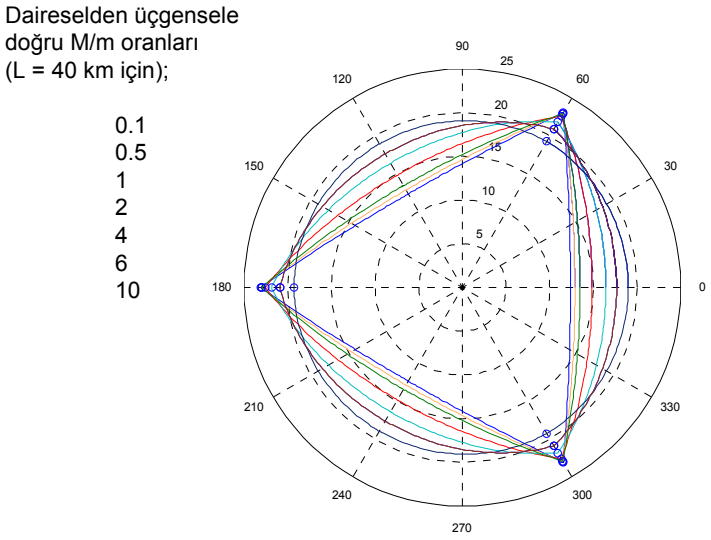
Bir örnek olarak uçtaki alt uydunun kütlesinin, kenarlardan birinde bulunan kablonun kütlesine oranı M/m = 1 ve kablo boyu ℓ = 20 km için TSS geometrisi şekil 3.5'de gösterildiği gibi olur.



Şekil 3.5: M/m = 1 ve l=20 km için TSS geometrisi.

Dikkat edilmelidir ki, yukarıda verilen örneğin parametreleri arasında Ω bulunmamaktadır. Bunun nedeni; sabit kablo boyu varsayımı altında, yani kablonun esnek olmadığı durumda TSS'nin şekli, sahip olduğu açısal hızdan bağımsız olmasıdır. Ancak tabi ki, sistemin bir açısal hızı olmalıdır ve bu hız TSS'nin şeklini

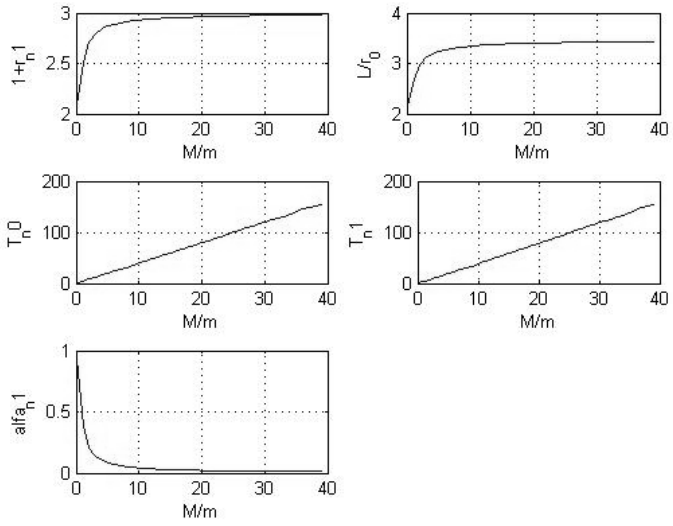
bozabilecek dış kuvvetleri bastırabilecek oranda yüksek, ama kablonun kopmasına neden olmayacak kadar da düşük olmalı. Şekil 3.6'da ise farklı *M*/*m* kütle oranlarında TSS şekilleri üst üste gösterilmiştir.



Şekil 3.6: Değişik *M*/*m* oranları için TSS şekilleri (kablonun esnek olmadığı durumda).

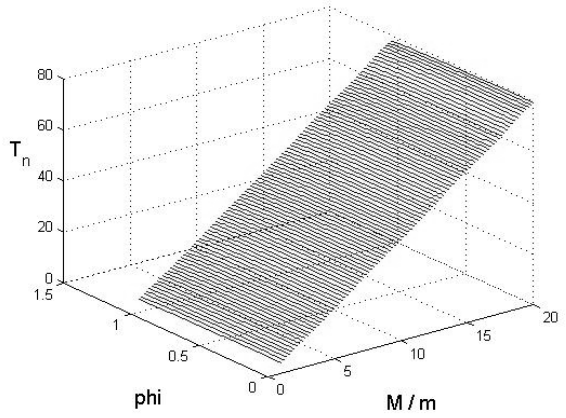
Şekil 3.6'da görüldüğü gibi, *M*/*m* oranı büyüdükçe esnek olmayan TSS'nin şekli üçgenselleşmekteyken, *M*/*m* oranı küçüldükçe şekil daireselleşmektedir.

Değişik *M*/*m* oranları için kablolarda oluşacak normalize edilmiş gerilmeler, α açısı ve TSS'nin şeklini ifade eden bazı parametrelerin grafiği şekil 3.7'de gösterilmektedir.



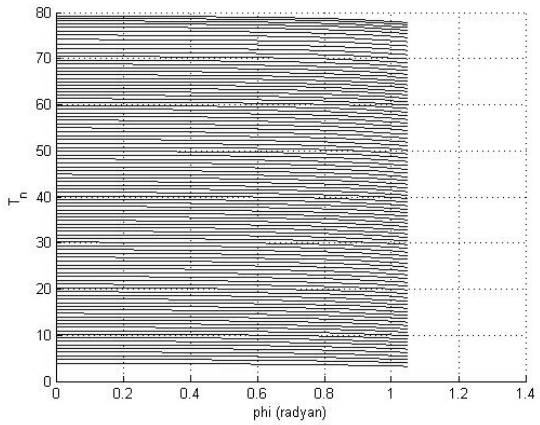
Şekil 3.7: Değişik *M*/*m* oranları için bazı parametrelerin sayısal değerleri.

Şekil 3.7'nin ilk grafiğinde M/m oranına bağlı olarak $1+r_{n1}$ değerleri görülmektedir (r_{n1} değeri $\varphi = 60°$ deki normalize edilmiş r değeridir) ve bu değerler TSS şeklinin daireselden üçgensele doğru nasıl değiştiğini göstermektedir. Şekil 3.7'deki T_n1 ve T_n0 ifadeleri ise sırasıyla $\varphi = 60°$ ve $\varphi = 0°$'daki normalize edilmiş gerilme kuvvetlerini ifade etmekte olup, şekilden de görülebileceği gibi M/m oranına oldukça doğrusal bir biçimde bağlı ve neredeyse birbirlerine eşittirler. Şekil 3.8'de ise, normalize edilmiş gerilme kuvvetinin hem M/m oranına hem de φ açısına bağlı olarak grafiği gösterilmektedir.



Şekil 3.8: Kablodaki normalize edilmiş gerilme kuvveti. $\hat{T}(\varphi, M/m)$.

Şekil 3.8'de gösterilen 3 boyutlu grafiğe T_n – phi düzlemi tarafından bakılacak olursa şekil 3.9'da gösterilen grafik elde edilir. Şekil 3.9'dan öyle görülmektedir ki; küçük M/m oranlarında gerilme kuvveti büyük oranda sabit olurken büyük M/m oranlarında; kablonun uç tarafındaki gerilme, orta tarafına göre nispeten daha küçük. Sonuç olarak M/m oranı küçük (örneğin 2 gibi) tutulduğunda; gerilme kuvveti sabit kabul edilebilir.



Şekil 3.9: Şekil 3.8'e farklı bir bakış.

3.2. Esnek Kablo Durumu

TSS'lerde kullanılması muhtemel malzeme olan Kevlar – 49'un özellikleri tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1: Kevlar – 49 Malzemesinin özellikleri [14].

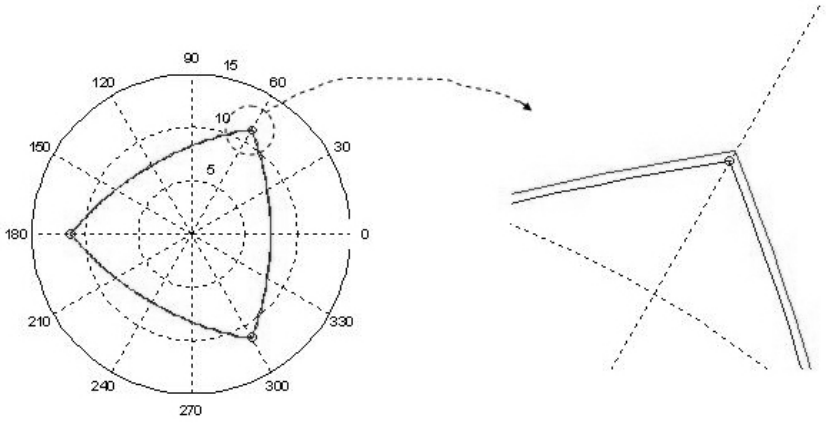
Bel Verme Gerilmesi	690 MPa
Yoğunluk	1457 kg/m^3 (bu çalışmada 1.5 kg/km kullanılmıştır)
Elastisite Modülü	38 Gpa
Poisson Oranı	0.34

Bölüm 3.1.3'te değinildiği gibi; bozucu etkenleri bastırmak için sistemin kütle merkezi etrafındaki açısal hızı Ω'nın yeteri kadar büyük olması gerekir. Ancak TSS'nin kapladığı alan oldukça büyük olduğu için yüksek Ω değerlerinde kabloya çok fazla gerilme kuvveti etkiyecektir. Kablonun kopmaması için Ω'nın maksimum bir değeri vardır. Bu değer, kütle oranı; M/m'ye ve kablonun ilk uzunluğu; ℓ'ye bağlıdır. Emniyet katsayısı olarak 2 değeri kullanılırsa; kablo üzerindeki gerilme 345 MPa.ı aşmamalıdır. Bu durumda örneğin (şekil 3.10), M/m = 1 ve ℓ = 20 km için maksimum Ω hızı 1.04 rad/s olarak hesaplanabilir (fakat bu hız 20 km.lik kablolara sahip bir TSS için oldukça yüksek bir hızdır).

Dönmekte olan TSS'nin kablosunun uzunluğu, üzerindeki gerilme kuvvetinden dolayı bir miktar artacaktır. Şekil 3.10'da gösterilen örnekteki uzama miktarı denklem (3.24) kullanılarak 182 metre olarak hesaplanmıştır.

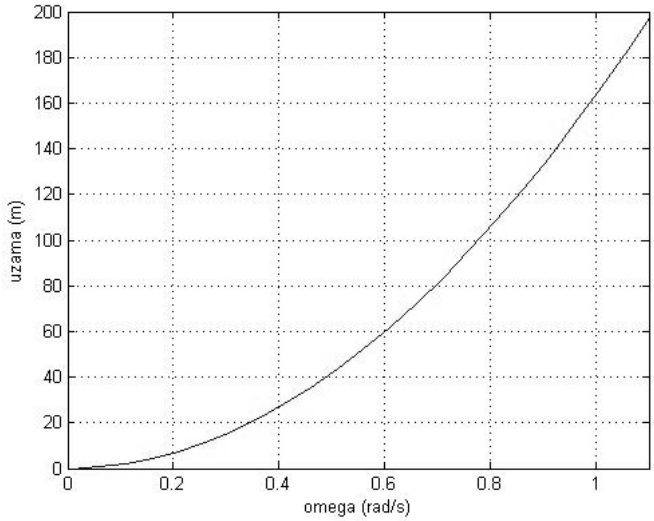
$$uzama = \frac{\ell \hat{T}_{ort} \rho \, \Omega^2 r_0^{\,2}}{AE} \qquad \textbf{(3.24)}$$

Denklem (3.24)'teki $\hat{T}_{ort}$ değeri; hesaplanmış olan normalize edilmiş gerilme kuvvetinin ortalama değeridir ki daha önce de belirtildiği gibi küçük M/m oranlarında bu kuvvetin değeri oldukça sabit kalmaktadır. A sembolü ise kablo kesitinin alanıdır ve 1 mm^2'dir. E sembolü ise elastisite modülüdür. r_0 ise (3.22) denklemi kullanılarak hesaplanabilir.



Şekil 3.10: Esnek kablo durumu için bir örnek.

Şekil 3.10'un sağ tarafında verilen ayrıntıda; kablo boyunun sabit olduğu durum ve esnemiş olduğu durum büyütülmüş olarak üst üste gösterilmektedir (daha geniş olan, esnemiş durumu ifade etmektedir). $\ell = 20$ km için değişik Ω'lar için uzamalar şekil 3.11'de gösterilmektedir.



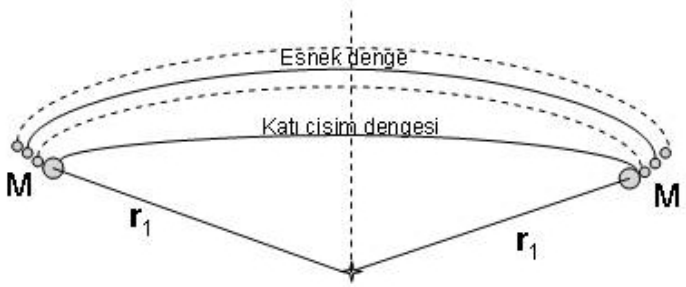
Şekil 3.11: Çeşitli Ω değerlerine göre uzamalar.

Ω'nın sabit bir açısal hız olduğu göz önünde bulundurulursa, esnemiş durumdaki kablonun boyunun kalıcı boy olduğu söylenebilir. Bu boya L; "görev uzunluğu" denilmiştir. Şekil 3.10'daki durumda, görev uzunluğu L'nin 20 km olması için kablonun ilk boyunun 19.8225 km olması gerekir. Tabi bu durumda kablodaki gerilme 339 MPa.a düşecektir. Yani aslında görev uzunluğuna bağlı olarak kablonun ilk boyu ve maksimum Ω hızının belirlenmesi bir optimizasyon problemidir.

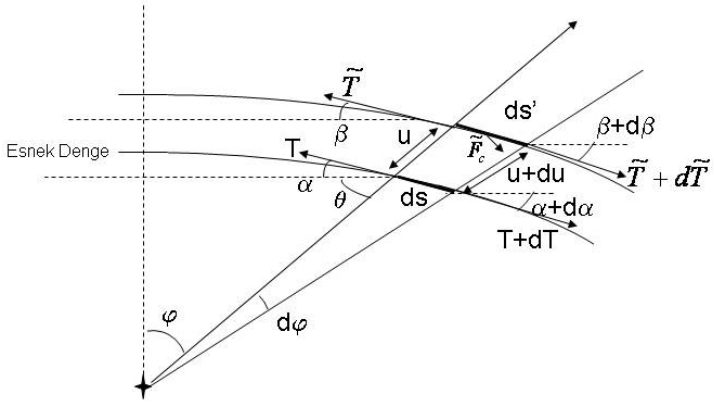
Ancak bu çalışmada optimizasyon probleminin çözülmesine gerek yoktur. Bunun nedeni; kablonun uzaması durumunda TSS'nin şekli düzgün bir biçimde genişlediğinden dolayı, esnemiş olan kabloyu, görev uzunluğuna sahip sabit boylu kabloymuş gibi düşünülerek sistem çözüldüğünde aynı geometriye ulaşılabilmesidir. Üstelik örneğin şekil 3.10'daki örnekte iki yaklaşım arasında gerilme miktarları bakımından sadece % 1.8'lik bir fark vardır.

3.3. Esnemiş Durumdaki Kablonun Titreşimi

Dönmekte olan TSS'nin esneyerek genişlemiş olan kabloları, esnemiş durum denge hattı olmak üzere titreşim yapacaktır (şekil 3.12). Bu çalışmada yay şeklindeki kablonun titreşimi için "radyal simetri modu" ismini verdiğimiz bir yaklaşımda bulunulmuştur. Bu yaklaşımda; kablo üzerindeki bütün parçacıkların radyal yönde titreştiği varsayılmıştır (şekil 3.13). Bu mod ile ilgili bir model ek-D'de verilmiştir.



Şekil 3.12: Esnemiş kablodaki titreşim (abartılı çizilmiştir).



Şekil 3.13: Titreşim modeli: radyal simetri modu.

Şekil 3.13'de gösterilen $\tilde{T}$ kuvveti titreşen kablo üzerindeki normalize edilmiş gerilme kuvvetidir ve yatay ile yaptığı açı β'dır. $\tilde{T}$ kuvveti hem φ açısına hem de

zamana; *t*'ye bağlıdır (yani $\widetilde{T} = \widetilde{T}(\varphi, t)$). "*u*" ise titreşen kablonun denge hattından uzaklığıdır ve $u = u(\varphi, t)$'dir. Son olarak $\beta = \beta(\varphi, t)$'dir ve $\widetilde{F}_c$ normalize edilmiş coriolis kuvvetidir ($\vec{\widetilde{F}}_c = -2\,\dot{u}\,ds\,\vec{e}_\varphi / \Omega\, r_0{}^2$).

Şekil 3.13'de gösterilen ds' birim uzunluğundaki kablo için radyal yönde Newton denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\rho' ds' \left[\ddot{u} - \Omega^2 (r + u)\right] = -\widetilde{T}\cos(\beta + \theta) + (\widetilde{T} + d\widetilde{T})\cos\left[\beta + \theta + d(\beta + \theta) + d\varphi\right] \qquad \textbf{(3.25)}$$

Burada $\ddot{u}$, $u = u(\varphi, t)$'nin zamana göre ikinci kısmi türevidir. $\theta + \varphi = \pi / 2$ olduğunu dikkate alarak ve $d\widetilde{T} * d\beta$ gibi ifadeler 0 kabul edilirse (3.25) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\rho' ds' \left[\ddot{u} - \Omega^2 (r + u)\right] = -\widetilde{T}\cos(\varphi - \beta) d\beta + d\widetilde{T}\sin(\varphi - \beta) \qquad \textbf{(3.26)}$$

Radyale dik doğrultuda kuvvetler dengesi ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\widetilde{T}\sin(\beta + \theta) + (\widetilde{T} + d\widetilde{T})\sin(\beta + \theta + d\beta) + \widetilde{F}_c = 0 \qquad \textbf{(3.27)}$$

Ancak, kablodaki titreşimlerin küçük olduğu varsayılarak coriolis kuvveti ($\widetilde{F}_c$) ihmal edilmiştir. Bu durumda (3.27) denkleminde sinüs'lü ifade açılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{d\widetilde{T}}{\widetilde{T}} = -\tan(\varphi - \beta) d\beta \qquad \textbf{(3.28)}$$

Şimdi (3.28)'i (3.26)'da kullanılırsa;

$$\rho' \frac{ds'}{d\varphi} \left[\ddot{u} - \Omega^2 (r + u)\right] = -\frac{\partial \beta}{\partial \varphi} \frac{\widetilde{T}}{\cos(\varphi - \beta)} \qquad \textbf{(3.29)}$$

elde edilir. " ds' " elemanı ise şekil 3.13'den hesaplanabilir ki;

$$ds' = \frac{(r + u)d\varphi}{\cos(\varphi - \beta)} \qquad \textbf{(3.30)}$$

dır. (3.30), (3.29)'da yazılıp düzenlenirse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Omega^2 u = \Omega^2 r - \frac{\widetilde{T}}{\rho'(r+u)} \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} \tag{3.31}$$

Daha önce tanımı yapılan radyal simetri modu için ρ.ds = ρ'.ds' yazılabilir. Bu durumda (3.6) ve (3.30) denklemleri kullanılarak aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$\rho'\left(r+u\right) = \rho \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} \cos\left(\varphi - \beta\right) \tag{3.32}$$

Daha önce bulunan (3.11) denklemi (3.32) denkleminde yerine yazılarak düzenleme yapılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\rho'\left(r+u\right) = \rho\, r \frac{\cos\left(\varphi - \beta\right)}{\cos\left(\varphi - \alpha\right)} \tag{3.33}$$

(3.33) denklemi (3.31)'de yerine yazılırsa;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Omega^2 u = \Omega^2 r - \frac{\widetilde{T}}{\rho\, r} \frac{\cos\left(\varphi - \alpha\right)}{\cos\left(\varphi - \beta\right)} \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} \tag{3.34}$$

elde edilir. Daha önce bulunan (3.28) denklemi taraf tarafa entegre edilecek olursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\widetilde{T} = \frac{\Psi}{\cos\left(\varphi - \beta\right)} \tag{3.35}$$

Burada φ = 0'da $\beta(0,t)$ = 0 kabulü yapılırsa $\psi = \widetilde{T}_0 = \widetilde{T}(0,t)$ olur. Yani ψ zamana bağlı bir fonksiyon olur. Şimdi denklem (3.35)'i (3.34)'te yerine yazılırsa (3.36) elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Omega^2 u = \Omega^2 r - \frac{\Psi}{\rho\, r} \frac{\cos\left(\varphi - \alpha\right)}{\cos^2\left(\varphi - \beta\right)} \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} \tag{3.36}$$

Şimdi, ds' elemanı radyale dik eksene iz düşürülürse, Pisagor bağıntısı yardımı ile aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$ds' = \frac{\left(r+u\right) d\varphi}{\cos\left(\varphi - \beta\right)} = \sqrt{\left(r+u\right)^2 \left(d\varphi\right)^2 + \left(dr + du\right)^2} \tag{3.37}$$

Buradan, iki tarafın karesi alınıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$(r+u)^2\left(\frac{1}{\cos^2(\varphi-\beta)}-1\right)=\left(\frac{dr}{d\varphi}+\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right)^2 \tag{3.38}$$

elde edilir. (3.11) denklemi kullanılarak $\partial u/\partial\varphi$ çekilirse;

$$\frac{\partial u}{\partial\varphi}=(r+u)\tan(\varphi-\beta)-r\tan(\varphi-\alpha) \tag{3.39}$$

denklemi elde edilir. Şimdi, (3.39) denkleminin φ'ye göre ikinci türevi alınıp gerekli düzenlemelerden sonra $\partial\beta/\partial\varphi$ dışarı çekilirse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{\partial\beta}{\partial\varphi}=-\frac{\cos^2(\varphi-\beta)}{(r+u)}\cdots \left(\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}-\frac{1}{(r+u)}\left(\tan(\varphi-\alpha)\,r+\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right)^2+\tan^2(\varphi-\alpha)\,r-\frac{\rho^2\Omega^2 r^3}{T\cos^2(\varphi-\alpha)}\right) \tag{3.40}$$

Şimdi bu denklem (3.36) denklemine yazılmalıdır. Oluşacak denklem uzun olduğundan aşağıdaki kısaltmalar yapılmıştır.

$$k_1=\Omega^2 r \tag{3.41a}$$

$$k_2=\frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\rho\, r} \tag{3.41b}$$

$$k_3=\tan^2(\varphi-\alpha)\,r-\frac{\rho^2\Omega^2 r^3}{T\cos^2(\varphi-\alpha)} \tag{3.41c}$$

Bu durumda, sonuç olarak, (3.36) denklemi aşağıdaki son halini alır.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\Omega^2 u=k_1+\frac{\Psi k_2}{(r+u)}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}-\frac{1}{(r+u)}\left(\tan(\varphi-\alpha)\,r+\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right)^2+k_3\right) \tag{3.42}$$

Burada k_i (i = 1,2,3)'ler, r ve α; φ'ye bağlı fonksiyonlardır ve (3.16-3.18) denklemlerinin çözümü sonucunda elde edilmişlerdir. Ω, TSS'nin dönüş hızıdır ve sabittir. ψ ise t'ye bağlı bir fonksiyondur ama değeri bilinmemektedir. (3.42)

denkleminden $u(\varphi,t)$'nin bulunabilmesi için ψ'nin bulunması gerekir. Bunun için bölüm 3.1.2'de yapılana benzer bir yöntem kullanılabilir. Yani ψ için bir fonksiyon atanılarak (3.42)'nin çözümünün (3.45) denkleminde verilen $\varphi = \pi/3$ 'teki denge şartı denklemini sağlayıp sağlamadığına bakılabilir. Sağlamıyorsa yeni bir ψ fonksiyonu atanarak test tekrarlanabilir. Ancak bu çalışmada (3.42) denkleminin çözümü aranmamıştır. Yukarıdan bahsedilen $\varphi = \pi/3$ 'teki denge şartı ise şu şekilde çıkarılabilir.

$$M\left[\ddot{u}_1 - \Omega^2(r_1 + u)\right] = -2\tilde{T}_1 \cos(\beta_1 + \theta_1) \qquad \textbf{(3.43)}$$

$$\ddot{u}_1 - \Omega^2 u_1 = \Omega^2 r_1 - 2\frac{\tilde{T}_1}{M}\sin(\frac{\pi}{3} - \beta_1) \qquad \textbf{(3.44)}$$

Burada (3.35) denklemi kullanılarak denge şartı denklemi elde edilebilir.

$$\ddot{u}_1 - \Omega^2 u_1 = \Omega^2 r_1 - 2\frac{\Psi}{M}\tan(\frac{\pi}{3} - \beta_1) \qquad \textbf{(3.45)}$$

Tabi (3.45) denkleminin kullanılabilmesi için β_1 için de bir varsayımda bulunulması gerekir. Ancak, daha önce de bahsedildiği gibi bu denklemler incelenmesinde daha derine inilmemiştir.

Yukarıda verilen kısmi diferansiyel denklemlerin karmaşıklığından anlaşılabileceği gibi dönmekte olan TSS'nin titreşim konusu çok geniş ve zordur. Örneğin bu çalışmada TSS'nin eşkenar üçgen yapısının değişmediği varsayılmıştır. Halbuki en genelde bu simetri hiçbir zaman tam olarak sağlanamaz. Özellikle TSS'nin uzayda açılma (deployment) ve geri sarma (retrieve) işlemlerinde kararsızlıklar vardır [11]. Dolayısıyla kablonun titreşimi konusu ayrıca, özenle incelenmesi gereken bir konudur.

4. TSS'NİN YÖRÜNGEDEKİ DENGESİ VE KARARLILIĞI

Ω sabit açısal hız ile dönmekte olan eşkenar üçgensel TSS'nin yörüngede kararlı kalabilmesi, yakıt harcanışı bakımından çok önemlidir. TSS'nin hassas olarak hedefine yöneldikten sonra, bu yönde kararlı kalamıyorsa sistemin ömrü çok kısa olacaktır. Bu bölümde TSS'nin yörüngedeki yöneliminin kararlı olabileceği durumlar aranmıştır. Bunun için önce, kendi ekseni etrafında dönmekte olan eşkenar üçgensel TSS'nin simetrik bir uzay aracı olduğu gösterilmeye çalışılmıştır. Sonra, Huges'ın [15] katı cisim uyduları için verdiği çeşitli denge durumları, dönmekte olan TSS için kullanılabileceği gösterilerek çeşitli örnekler çözülmüştür. Son olarak da, denge durumlarının hangilerinin kararlı veya kararsız oldukları incelenerek bölüm bitirilmiştir.

4.1. TSS'nin Atalet Moment Oranlarının Belirlenmesi

Gösterilebilir ki, L bir kenarın uzunluğu olmak üzere eşkenar bir üçgenin kütle merkezi etrafındaki atalet momentleri;

$$I_1 = I_2 = \frac{L^4\sqrt{3}}{96} \qquad \text{ve} \qquad I_3 = 2\,I_1 = 2\,I_2 \qquad \textbf{(4.1a ve 4.1b)}$$

dır. Bu çalışmada incelenen eşkenar üçgensel sistem, kablonun savrulmuş olmasından dolayı tam olarak üçgen değildir ama yine de simetrinin korunduğu varsayıldığı için (4.1b) denklemi geçerli olacaktır. Bu durum, Catia V5R14 programında TSS'nin modellenip, atalet momentlerinin hesaplatılması yoluyla teyit edilmiştir.

TSS'nin asal eksenlerindeki atalet momenti oranları aşağıda verilmiştir.

$$K_1 = \frac{I_2 - I_3}{I_1} \quad , \quad K_2 = \frac{I_3 - I_1}{I_2} \quad \text{ve} \quad K_3 = \frac{I_1 - I_2}{I_3} \qquad \textbf{(4.2a, 4.2b ve 4.2c)}$$

Bu durumda, denklem (4.1b) kullanılacak olursa; K_1 = -1, K_2 = 1 ve K_3 = 0 elde edilir.

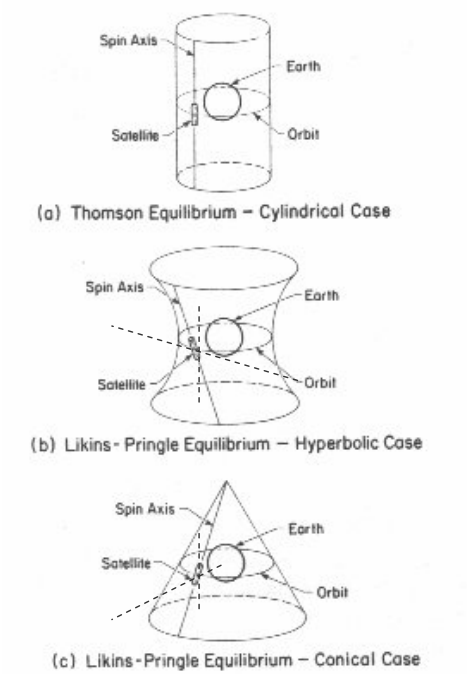
4.2. TSS'nin Yörüngedeki Dengesi

Kütleçekim gradyanı etkisi altında, kendi asal ekseni etrafında dönen simetrik katı cismin yönelimi için denge durumlarını Huges [15] vermiştir. Şekil 4.1'de 3 farklı durum gösterilmektedir. Bu durumlar sırasıyla; Thomson dengesi – Silindirik durum, Likins – Pringle dengesi – Hiperbolik durum ve Likins – Pringle dengesi – Konik durum'lardır. Şekil 4.1'de gösterilen temsili uzay aracının dönme ekseni ile yörünge normali arasındaki açı γ olsun. Bu açı hiperbolik ve konik durumlar için şekil 4.1'de gösterilen kesikli çizgilerle ifade edilen düzlemlerde yer almaktadır.

Bu durumda, Huges'ın [15] hiperbolik ve konik durumlar için verdiği denklemler, K_2 = 1 olduğu göz önüne bulundurularak sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\cos(\gamma_{hip}) = -2\Omega\sqrt{\frac{R^3}{\mu}} \tag{4.3}$$

$$\cos(\gamma_{kon}) = -\frac{\Omega}{2}\sqrt{\frac{R^3}{\mu}} \tag{4.4}$$



Şekil 4.1: Dairesel yörüngede dönen simetrik cismin bağıl denge durumları [15]. (grafikte tarafımdan değişiklikler yapılmıştır)

Denklem (4.3) ve (4.4)'te gösterilen R sembolü TSS'nin kütleçekim merkezinin, gezegenin merkezinden uzaklığıdır. μ ise gezegenin kütleçekim sabitidir. Tablo 4.1'de, çözülmüş olan bazı örnek sonuçları gösterilmektedir.

Tablo 4.1: Denge durumuna ilişkin çözülmüş örnekler (μ = 3.986e+5 km^3/s^2 ve Ω = -0.0004 rad/s)

R = 6500 km	γ_{hip} = 48°	γ_{kon} = 80°
R = 7000 km	γ_{hip} = 42°	γ_{kon} = 79°
R = 8000 km	γ_{hip} = 25°	γ_{kon} = 77°
R = 10000 km	γ_{hip} = dengede değil, Ω düşürülmeli.	γ_{kon} = 72°
R = 20000 km	γ_{hip} = dengede değil, Ω düşürülmeli.	γ_{kon} = 26°

Tablo 4.1'den görüldüğü gibi, gezegenden uzaklaştıkça TSS'nin dönme ekseni ile yörünge normali arasındaki açı küçülmektedir ve belli bir uzaklıktan sonra Thomson dengesine ulaşılmaktadır. Örneğin R = 10000 km.de bu durum oluşmuştur. Yine bu örnek için, Ω hızı düşürülerek -0.0001 rad/s yapılırsa γ_{hip} = 72° ve γ_{kon} = 85° olmaktadır. Böylece, gezegenden uzak yörüngelerde hiperbolik ve konik dengelere ulaşılmak isteniyorsa Ω hızı düşürülebilir.

Hiperbolik ve konik dengelerin sağlanabildiği Ω değerlerinde uzama çok küçük kalmaktadır. Örneğin Ω = -0.0004 rad/s için uzama 2.69e-5 m (L = 20 km için) olmaktadır ki bu değer yok sayılabilecek ve titreşimi önemsenmeyecek kadar küçüktür.

4.3. TSS'nin Yörüngedeki Kararlılığı

Kendi ekseni etrafında dönmekte olan simetrik uzay aracı için Huges [15] kararlılık şartlarını hiperbolik ve konik durumlar için vermiştir ve bu çalışmadaki sistem için sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$K_2 > 0 \qquad \text{ve} \qquad K_2 < 0 \qquad \textbf{(4.5a ve 4.5b)}$$

Bölüm 4.1.'de gösterildiği gibi $K_2 = 1$'dir. Bu durumda, TSS'nin hiperbolik denge durumları kararlı, ancak konik denge durumları kararsız olmaktadır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, son yıllarda önem kazanan bir konu olan kablolu uydu sistemleriyle (TSS) ilgili olarak; eşkenar üçgensel bir TSS'nin hareketi incelenmiştir. Bunu yaparken, sistemin genel davranışının çok karmaşık ve derin olmasından dolayı çeşitli varsayımlar yapılmıştır. Çalışmanın sonunda ortaya aşağıda sunulan sonuçlar çıkmıştır.

- Kablonun esnek olmaması varsayımı altında dönmekte olan TSS'nin şekli; Ω açısal hızından bağımsız olup sadece M/m oranına bağlıdır.
- Genel durum, yani esnek olma durumu hesaba katılınca TSS'nin şekli Ω'ya da bağlı olmaktadır, ancak oluşan yeni şekil diğer varsayıma göre Ω'ya bağlı olarak sadece bir miktar geniş olacaktır ve küçük Ω'lar için bu fark yok sayılabilir.
- Kablodaki gerilme kuvveti düşük M/m oranlarında ($M/m < 2$ gibi) sabit kabul edilebilir.
- Modi'nin [11] yaklaşımı savrulmuş durumdaki kabloya uygulanamaz.
- Dönmekte olan TSS'lerin titreşim analizi özenle incelenmesi gereken bir konudur.
- Denge durumları hakkında, gezegenden uzaklaştıkça TSS'nin dönme ekseni ile yörünge normali arasındaki açı küçülmektedir. Bu açı Ω'ya da bağlıdır (Ω küçüldükçe bu açı büyümektedir).
- Dengenin sağlandığı Ω'larda kablodaki uzama; yüz binde 0.1 gibi çok küçük olmaktadır.
- Eşkenar üçgensel TSS, hiperbolik denge durumlarında kararlıyken, konik denge durumlarında kararsız olmaktadır.

Sistemin eşkenar üçgensel simetrisinin bozulduğu modlar için de sistem titreşimleri incelenebilir. Ayrıca bu durumlar için de, titreşen kablonun sistemin yönelme

kararlılığını nasıl etkileyebileceği konusu araştırılabilir. Fakat bu çalışmada analizi daha karmaşık olan bu problemler üzerinde durulmamıştır.

KAYNAKLAR

[1] europa.ieec.fcr.es/astro04/notes/LECTURE_ONE.pdf

[2] http://www.sciam.ru/2004/11/cosmos.shtml

[3] **Quadrelli, M. B.,** 1990, Attitude Dynamics of a Spinning Tethered System in LEO, *Proceedings of the first International Conference*, Cranfield, UK, 15-18 May 1990, 521-546.

[4] **Nakaya, K., Iai, M., Mori, O., and Matunaga, S.,** 2004, On Formation Deployment For Spinning Tethered Formation Flying And Expperimental Demonstration, *18th International Symposium on Space Fligth Dynamics*, 11-15 October 2004.

[5] **Modi, V. J., Lakshmanan, P. K., Misra, A. K.,** 1990, Offset Control of Tethered Systems: An Experimental Verification, *Proceedings of the first International Conference*, Cranfield, UK, 15-18 May 1990, 547-561.

[6] **Morana, M., Quadrelli, M. B.,** 1990, Orbit Circularization Using a tether of Varying Length, *Proceedings of the first International Conference*, Cranfield, UK, 15-18 May 1990, 603-615.

[7] **Cho, S., Kim, J.,** 2003, Analysis of the Motion of a Tether-Perturbed Satellite, *Journal of Astronomy and Space Sciences. Vol. 20, no. 4, 319-326.*

[8] **Mankala, K., Agrawal, S.,** 2004**,** Equilibrium to Equilibrium maneuvers of rigid electrodynamic tethers, *14th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference, Maui, Hawaii, 8-12 Feb*, 2004, AAS 04-167.

[9] **Rossi, E. V., Cici, D. A. and Cochran Jr, J. E.,** 2004, Existence of periodic motions of a tether trailing satellite, *Applied Mathematics and Computation,* Volume 155, Issue 1, 26 July 2004, Pages 269-281.

[10] **Mankala, K. and Agrawal, S.,** 2004, Dynamic Modeling and Simulation of Satellite Tethered Systems, *Accepted for publication in Journal of Vibration and Accoustics*.

[11] **Kalantis, S., Modi, V. J. and Pradhan, S.,** 1998, Dynamics and Control of Multibody Tethered Systems, *Acta Astronautica,* Vol. 42, No.9. pp. 503-517, 1998.

[12] **Alfriend, K. T., Barnds, W. J., Coffey, S. L. and Stuhrenberg, L. M.,** Attitude and Orbit Determination of a Tethered Satellite System, 1997, jungfrau.tamu.edu/~html/alfriend/alfriendpublications/Tethers/JGDC_paper_.pdf

[13] **Cosmo, M. L. and Lorenzini, E. C.,** 1997, Tethers in Space Handbook, Third Edition, *Prepared for NASA Marshall Space Flight Center,* https://spacegrant.colorado.edu/dino_old/MAGICBoom/OtherDocumentation/TetherResearchDocuments/TetherHandbook.pdf

[14] http://vulcain.fb12.tu-berlin.de/Raumfahrzeugtechnik/ILR-Mitteilungen/Archive/ILR343.pdf

[15] **P. C. Huges,** c1986, Spacecraft Attitude Dynamics, pp. 354-364, New York: J. Wiley.

[16] **St-Amour, A.**,2002, Equilibrium Configurations of Three-Body Tethered Satellite Systems and their Stability, *Thesis of Master Degree*, McGill University, Montreal.

[17] http://www.wilhelm-aerospace.org/Space/Gemini/chap9.html

[18] http://www.emsstg.com/science/antennas.asp

[19] http://www-ccar.colorado.edu/asen5050/projects/projects_2001/eby/missions.html

[20] http://ilrs.gsfc.nasa.gov/satellite_missions/list_of_satellites/tips_atex.html

UYGULAMA ALANLARI

Bu bölümde, kablolu uydu sistemlerinin (TSS) uygulama alanlarına dair örnekler, giriş bölümünde listelenen kategori başlıkları altında sunulmuştur. Bu bölümde kullanılmış olan temel kaynak referans [13] olup, daha ayrıntılı bilgi istenildiği taktirde bu referans kullanılabilir. Burada verilen örneklerin birçoğu henüz denenmemiş, çok az bir kısmının ise sadece uzay ortamında deneyi yapılmıştır.

Aşağıda sunulan TSS'lerin uygulama örneklerinin birçoğu, diğer kategorilerin de kapsamına girmesine rağmen, burada en ilgili oldukları kategoriye yerleştirilmişlerdir.

Yörünge Manevraları ve Gezegenler Arası Yolculuk

Uzay çalışmalarındaki zorlayıcı etkenlerin en başında yakıt maliyeti gelmektedir. Yakıt maliyeti derken yalnızca yakıtın üretim maliyeti değil, yakıtın uzay aracında kapladığı hacmin getirdiği olumsuzluklar ve görev boyunca sürekli taşınması gerekliliğinin getirdiği zorluklar da düşünülmelidir. Bunun yanında, çok miktarda yakıtın var olması uzay aracı için büyük tehlike oluşturmaktadır. Sıvı veya katı yakıt motorlarının bozulması durumunda da, büyük ihtimalle görev başarısızlıkla sonuçlanacaktır.

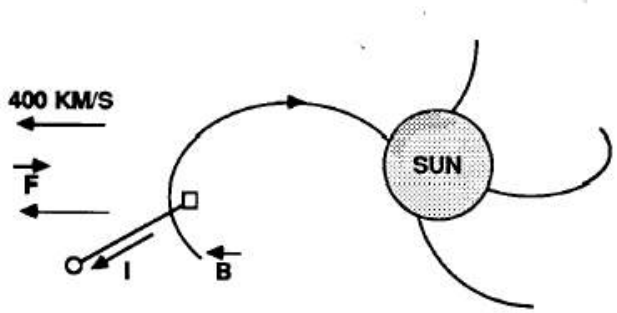
TSS'ler, yörünge manevraları ve gezegenler arası yolculuklar için yakıt ihtiyacını minimum düzeye getirerek ve yapısının basitliği ile, bu tip çalışmaların önünü açacak potansiyele sahiptir. TSS'lerin bu faydası iki şekilde olabilmektedir; 1) manyetik alan ve iletken kablo arasında oluşan elektrodinamik etkileşim ile ve 2) kabloda oluşan gerilme kuvvetinin getirdiği etki ile.

Uzay istasyonları ve diğer yapay uydular, iç ve dış kaynaklı çok çeşitli bozucu etkenlerden dolayı yerleştirildikleri yörüngeden zamanla ayrılırlar. Bir uzay mekiğinin veya bir uzay istasyonunun yörünge düzeltmeleri kabloların kullanımı ile yakıt harcamadan gerçekleştirilebilir. Bunun için, uzay mekiğinden uzatılan 10-20 km uzunluğunda bir iletken kabloya 1.6 MW gücünde akım uygulandığında, dünyanın manyetik alanında hareket eden TSS'ye elektromotor kuvveti (EMF) etkir. Bu kuvvet 200 N.a kadar ulaşabilerek, uzay mekiğine gerekli manevra için itki sağlayabilir. Eğer yörünge manevrası için negatif itki gerekiyorsa, kabloya elektrik verilmeyerek harekete ters yönde bir itki (drag) oluşturulabilir. Tabi bu durumda iletken kablonun manyetik alandaki hareketinden dolayı akım oluşmaktadır. (şekil B.4).

Elektrodinamik itki konusunda başka bir örnek olarak Jüpiter magnetosferinde yapılabilecek manevralar verilebilir. Jüpiter'in manyetik alanı hem dünyanınkinden çok daha güçlü (yaklaşık 20 kat) hem de çok hızlı bir biçimde dönmektedir (periyodu yaklaşık olarak 10 saat). Bu iki özellikten dolayı Jüpiter'e gönderilecek bir TSS'nin yörünge manevraları, elektrodinamik etki ile gerçekleştirilebilir. Jüpiter'in manyetik alanının hızı, Jüpiter'in merkezinden 2.2 Jüpiter yarıçapı kadar mesafe içinde dairesel yörüngede bulunan uydunun hızından daha yavaş olacağından dolayı, harekete ters yönde itki sağlayacaktır. Daha uzak mesafelerde yer alacak TSS

üzerinde ise hareket yönünde itki sağlayacaktır. Jüpiter'in oluşturduğu kütleçekim kuvveti çok büyük olduğundan sıradan uyduların bu gezegen etrafında yapacağı manevralar çok fazla yakıt tüketecektir. TSS kullanımı durumunda ise örneğin bu gezegenin uydularını inceleme görevi rahatlıkla elektrodinamik kuvvetler kullanılarak gerçekleştirilebilir. Ancak, çok fazla elektrik gücünün gerekeceği de göz önünde bulundurulmalıdır. Bu durumda, nükleer güç kullanılabilir.

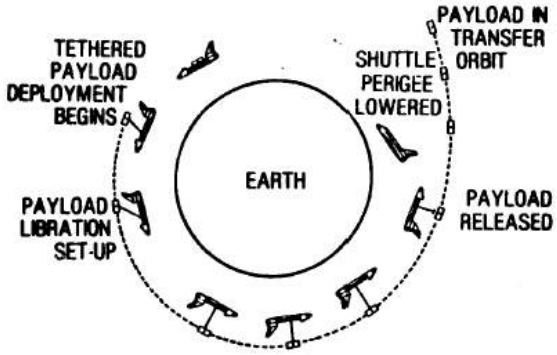
Manyetik alan ve iletken kablo arasındaki etkileşime dayalı hareket konusundaki başka bir örnek olarak Alfven Motoru verilebilir. 1972 yılında Hannes Alfven tarafından önerilen bu sistemde; güneş rüzgarından kaynaklanan gezegenler arası manyetik alan ile iletken kablo arasındaki etkileşim kullanılmaktadır. Ancak, bu etkileşimin önceki örnekteki kullanımından farkı ise; bu etkileşim nedeniyle oluşan elektrik gücünün iyon motorlarını beslemesiyle hareketin sağlanmasıdır. Güneş rüzgarının manyetik alanı $5*10^{-5}$ Gauss olup, kablo üzerinde 2 V/km.lik potansiyel oluşturabilmektedir. Bu şekilde 1000 km uzunluğunda süper iletken kablo kullanılarak 2 MW gücünde elektrik üretilebilir. Ancak, önceki örneklerde bahsedilen elektrodinamik kuvvetler nedeniyle TSS üzerine belirli bir düzeyde, harekete ters veya hareket yönünde itki de oluşacaktır. Bu sistem ile, güneşe doğru veya güneşten dışarıya doğru spiral biçimde hareket edilebilir. Bu sistem ile TSS teorik olarak, 400 km/s olan güneş rüzgarının hızına erişilebilmektedir (şekil A.1).



Şekil A.1: Alfven sistemi ile gezegenler arası yolculuk. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

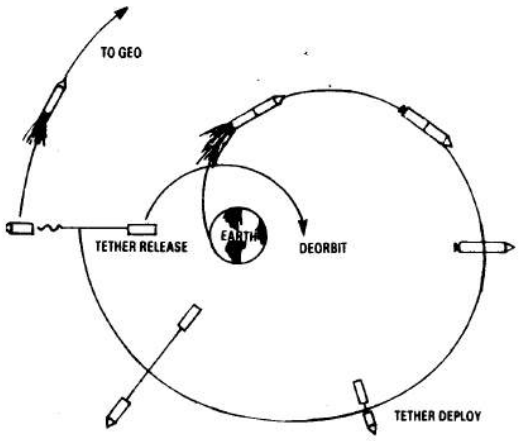
Kabloda oluşan gerilmenin sisteme vereceği etki kullanılarak yapılan yörünge manevralarına ilişkin birçok örnek verilebilir. Bunlardan kullanılma ihtimali yüksek olanlardan biri, yörünge eksantrikliği küçük olan uzay istasyonunun (örneğin uluslar arası uzay istasyonu ISS) yörüngesini daireselleştirmektir. Bu işlem "orbital pumping" denen, çok uzun (100 km) kablonun uzatılıp kısaltılması yöntemiyle gerçekleştiriliyor [6].

TSS'ler yörüngeye uydu yerleştirme sürecinde de kullanılabilirler. Bir uzay mekiği tarafından yörüngeye yerleştirilecek olan bir uydu, asıl yörüngesine ulaşılmadan daha alçak bir yörüngeden de TSS kullanımıyla gerçek yörüngesine yollanabilir. Bunun için kablo, uygun konumda kopartılarak uzay mekiğinin momentumu uyduya aktarılır. Uzay mekiği eksilen momentumu ile dünyaya dönmek üzere yörüngeden çıkarken, uydu daha yüksek olan hedef yörüngesine doğru ilerler. Bu şekilde hem uydu için hem de uzay mekiği için manevraların daha az yakıta ihtiyacı olur (şekil A.2).



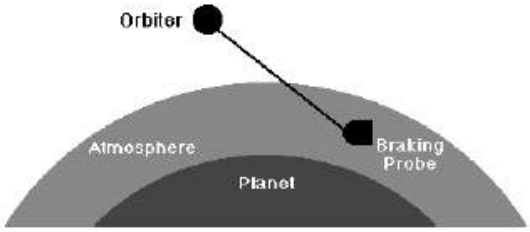
Şekil A.2: Uzay mekiği ve kablo kullanılarak uydunun yörüngeye yerleştirilmesi. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

Yukarıda verilen örneğe benzer olarak, yörüngeye uydu yerleştirilmek üzere yerden fırlatılan bir füze de TSS olarak düzenlendiği takdirde yörüngeye uydu yerleştirme işleminde yakıt tasarrufu sağlanabilir. Füze eliptik yörüngede ilerlerken, bir ucu uyduya diğer ucu füzeye bağlı kablo gerekli hızda açılır ve uygun zamanda kablo bırakılır. Bu durumda kablodaki gerilme ortadan kalktığı için uydu, kendisini hedef yörüngeye taşıyacak olan transfer yörüngeye yakıt kullanmaksızın nakil olur. Momentum korunumundan dolayı uydu bir üst yörüngeye ilerlerken füze dünyaya geri döner (şekil A.3).



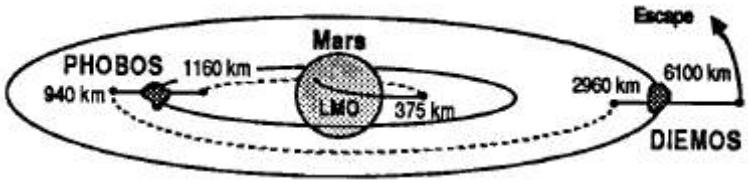
Şekil A.3: Füze ile uydu yerleştirilmesinde kablolu sistemin kullanımı. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

TSS'ler atmosfere sahip olan gezegenlere yollanacak olan uyduların yakıt ihtiyacını azaltmak için de kullanılabilirler. Bunun için hedef gezegene hiperbolik yörüngede gitmekte olan uydu, gezegenin yörüngesine adeta demir atar gibi girmektedir. Böylece uydunun hızını azaltmak için yakıt kullanımına gerek kalmayabilmektedir. Bu işlemin gerçekleşebilmesi için iki alt uyduya sahip olan sistemde gezegene yakın olan uydunun yüzey alanı çok geniş olmalıdır ki girdiği atmosferde maruz kalacağı sürtünmeden dolayı TSS'nin hızı yörüngeye oturabilecek kadar azalsın (şekil A.4).



Şekil A.4: TSS'nin atmosferik sürtünme ile yörüngeye girişi. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

TSS'lerin gezegenler arası yolculuk için verilebilecek çok ilginç bir örnek ise Mars'ın uydularına bağlı kablolar kullanılarak, alçak Mars yörüngesindeki bir uydunun, başka bir gezegene yolculuk için yörüngeden çıkartılma işlemi verilebilir. Bu işlem için, Marsın iki uydusuna (Phobos ve Diemos) bağlı çok uzun (binlerce kilometre) kablolar kullanılabilir. Alçak Mars yörüngesindeki uydu, Phobos'un Mars tarafındaki kablonun ucuna kenetlenir. Ardından uydu, Phobos'un diğer tarafından uzanan kabloya transfer edilir. Bundan sonra uydu aynı şekilde Diemos'un kablolarına da benzer biçimde kenetlenilerek uydu yeterince hıza sahip olarak Mars'ı terk edebilir. Burada Phobos ve Diemos'un momentumlarından faydalanılmıştır. Bu gök cisimlerinin momentumları yeterince büyük olduğu için bu sistem onlarca yıl kullanılabilir (şekil A.5).



Şekil A.5: Mars'ın uydularının kullanımıyla yörünge manevrasının yapılması. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

Yukarıda bahsi geçen, yörünge manevraları ve gezegenler arası yolculuk yapma ile ilgili örneklere daha birçoğu eklenebilir. Özellikle yakıt tasarrufu konusunda çok büyük fayda potansiyeline sahip olan TSS'ler önümüzdeki birkaç on yılda bir çok uygulama ile hayat bulabilir.

Yapay Yerçekimi Oluşturulması

TSS'lerin kullanılabileceği uygulamaların bazıları yapay yerçekimi oluşturulması konusu ile ilgilidir. Yapay yerçekimi ihtiyaçlarının başlıca beş nedeni olabilir.

Bunlardan birincisi, uzay aracının mürettebatının rahatının sağlanmasıdır. Uzay ortamında, dünya yüzeyindeki g yerçekimi ivmesi oluşturulmadığı takdirde insan rahatça yemek yiyemez, hareket edemez ve temizlik ihtiyacını gideremez. Özellikle uzun görevlerde, mürettebatın psikolojisinin bozulmaması için uzay aracının içindeki ortamın dünyadakine mümkün olduğunca benzetilmesi gerekir. Bu nedenle, insanların rahatı için yerçekimi ivmesinin yapay olarak oluşturulması gerekir.

İkinci neden ise mürettebatın sağlıklı kalabilmesi gerekliliğidir. Uzay ortamındaki mikro çekim durumuna maruz kalan astronotların kemiklerinde zamanla doku kaybı meydana gelir. Bu kayıp oldukça fazla olup, birkaç hafta mikro çekime maruz kalan astronotlar dünyaya döndüklerinde güçlükle ayakta durabilirler. Kasların zayıflamaması için uzay aracının içinde sıklıkla yapılması gereken jimnastik

hareketleri astronotlar için hem sıkıcı hem zaman kaybı hem de yeterince etkili olmaması nedeniyle, sürekli bir yerçekimi ortamı yaratılmalıdır.

Üçüncü neden olarak da mürettebatın ve görevin güvenliği verilebilir. Mikro çekim ortamında, conta, kablo, su damlacığı, yemek artığı ve bunun gibi metalik veya organik parçalar serbestçe ve hızlıca dolaşabilir. Bu parçalar uzay aracının donanımına, elektronik aksamlarda kısa devre yoluyla veya doğrudan çarparak zarar verebilir. Bunun yanında, bu parçalar nedeniyle uzay aracının içindeki havanın niteliği bozulabilir. Uzay aracının içinde yangın çıkması durumunda da mikro çekim ortamından dolayı, yangının söndürülmesi çok zor olabilir.

Dördüncü neden olarak; ileride yapılabilecek olan gezegenler arası insanlı yolculuklarda, hedef gezenin yerçekimine alışma gerekliliği verilebilir. Hedef gezegene varmak yıllar sürebilir. Bu süre boyunca mikro çekim ortamında kalmak önceki sayfada anlatıldığı nedenlerden dolayı mürettebatın çok güçsüz kalmasına neden olacaktır. Hedef gezegene bu halde inen astronotların gezegen yüzeyinde yürümeye başlaması için çok çaba göstermesi gerekecektir. Ancak, hedef gezegene varıncaya kadar geçen süre boyunca, uzay aracının içinde hedef gezegenin yüzeyindeki çekim kuvveti yapay olarak oluşturulursa, astronotlar gezegene iner inmez hareket edebilirler.

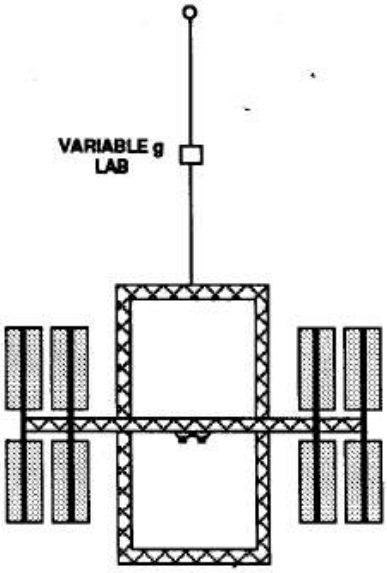
Beşinci neden, yapay yerçekiminin doğrudan bilimsel nedenler için kullanılma çalışmalarıdır. Uzay ortamında yapılan çalışmaların bir çoğu, bazı maddelerin sıfır çekim altında üretilmesi konusunu incelemektedir. Ancak, uzay aracının içinde bir çok iç ve dış etkenden dolayı sıfır çekim ortamı oluşmaz (bu nedenle mikro çekim ortamı denmektedir). TSS'ler kullanılarak sıfır çekim ortamına oldukça yaklaşılabilir. Bunun yanında, değişik çekim kuvvetleri altında da deneyler yapmak istenebilir. Bu durumda da TSS'lerden faydalanılabilir.

Yukarıda bahsedilenler haricinde yapay yerçekimi oluşturulmasının başka faydaları da vardır. Örneğin, uzay ortamında sıvı yakıtın depodaki hareketi uzay aracının yönelimindeki etkisi önemlidir ve bu etkinin bir kısmı yapay yerçekimi oluşturulması ile giderilebilir. Bunun yanında, oluşturulan yapay yerçekimi ile borulardaki yakıt akışı ekstra güç harcamadan gerçekleştirilebilir.

TSS'ler kullanılarak yapay yerçekimi oluşturulması iki yolla yapılabilmektedir. Bunlardan birincisi; kabloya dik eksende, kütle merkezi etrafında döndürülen TSS'nin alt uydusunda (kütle merkezinden en uzak olanı) meydana gelen santrifüj etkisi ile yapay yerçekiminin oluşturulması. İkincisi ise; kütleçekim merkezinden uzakta olan alt uydunun üzerindeki yerçekimi gradyanı etkisi nedeniyle yapay yerçekiminin kuvveti oluşturulması.

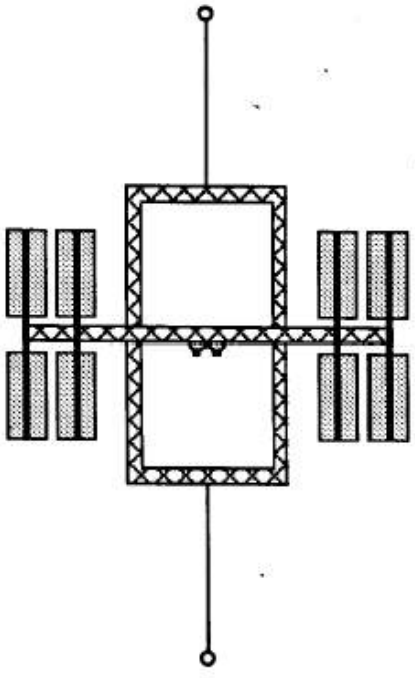
Sıradan uyduların kütle merkezleri etrafında döndürülmeleri ile TSS'lerin döndürülmesi arasındaki fark; TSS'lerin boyunun çok uzun olması nedeniyle sıradan uyduya oranla daha düşük bir açısal hız ile dönmeleridir. Bunun gereği ise mürettebatın rahat etmesi gerekliliğidir.

Yörüngede hareket eden TSS'nin gezegene yakın olan alt uydusu üzerine etkiyen kütleçekim kuvveti, TSS'nin kütleçekim merkezine etkiyen yerçekimi kuvvetine oranla daha büyüktür. Bu nedenle, alt uydu üzerinde yapay yerçekimi oluşturulmuş olur. Bu şekilde oluşturulan yerçekimi daha çok mikro çekim çalışmalarında kullanılabilir. Kablonun boyunu ayarlamak suretiyle alt uydudaki yerçekimi kuvveti değiştirilebilir (şekil A.6).



Şekil A.6: Mikro çekim düzeyi ayarlanabilir uydu. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

Sıfır çekim ortamına ihtiyaç duyan uydular için, bu ortamın sağlanmasında TSS'ler kullanılabilir. Bu durumda, uydunun iki tarafından uzatılan kabloların boyları ayarlanarak uydunun kütleçekim merkezi sıfır çekim ortamına ihtiyaç duyulan modülün üzerine getirilerek sıfır çekim durumuna yaklaşıla bilinir (şekil A.7).



Şekil A.7: Sıfır çekim ortamının oluşturulması. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

Uzay Asansörü ve Faydalı Yük Nakliyatı

Uyduların alçak yörüngeden yüksekteki yörüngeye taşınmaları ve/veya yörüngedeki bir uyduda elde edilen deney sonuçlarının dünyaya nakil edilmelerinde TSS'ler kullanılabilir. Uzay asansörü uygulamasında, yörüngeye yerleştirilmesi gereken uydu park yörüngesindeyken TSS'nin ucundaki alt uyduya kenetlenir. Bu alt uydu, yörüngeye yerleştirilmek istenen uyduyu, elektrik motorları ile kablonun diğer ucuna kadar taşır. Buradan sonra, alt uydudan ayrılan asıl uydu gerekli manevralar yapılarak hedef yörüngesine yerleştirilir (şekil A.8). Bu şekilde, yakıt kullanımı azaltılmış olur.



Şekil A.8: Uzay asansörü [1].

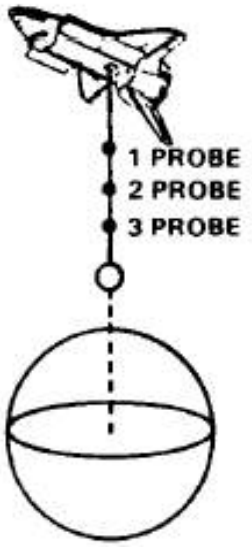
Uzay asansörünün daha birçok kullanım alanı olabilir. Bunlardan biri, önceki sayfada bahsedilen değişik yerçekimi düzeylerinin elde edilmesidir. Bunun dışında, uzay istasyonuna bağlı bir uzay asansörü ile istasyonun bakımı ve ikmali gerçekleştirilebilir.

Bir uzay istasyonundan dünyaya gönderilmesi gereken bir faydalı yük (payload) olması durumunda da TSS'ler kullanılabilir. Bunun için faydalı yük, uzay istasyonundan aşağıya doğru bir kablo aracılığıyla sarkıtılır. Kablo yeteri kadar uzatıldıktan sonra (örneğin 30 km), kablo ve ona bağlı faydalı yük serbest düşüşe bırakılır. Bu kablolu sistemin hareketinden dolayı, faydalı yük üzerinde herhangi bir ekstra itki sistemi kullanılmadan, faydalı yükün dünyaya dönüşü sağlanabilir.

Göktaşlarının ve kuyruklu yıldızların incelenmesinde de TSS'ler kullanılabilir. Bu tür çalışmalarda, ana uyduya kablolar ile bağlı birçok alt uydu, incelenecek ve/veya örnek toplanacak gökcismine yollanır. Alt uyduların geri dönüşü ise roket motorları yerine kablonun geri çekilmesiyle gerçekleştirilebilir.

Bilimsel Araştırmalar

TSS'ler bilimsel araştırmalar için de kullanılmaları büyük fayda sağlayabilir. Örneğin, TSS'lerin kullanımıyla atmosferin değişik katmanları aynı anda incelenebilir (şekil A.9). Bu şekilde, atmosferle ilgili birçok harita kısa zamanda çıkarılabilir.

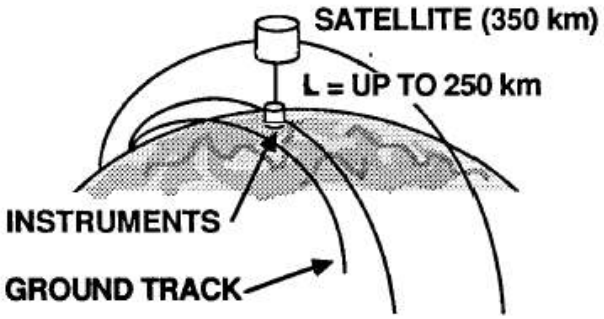


Şekil A.9: TSS'lerin atmosferik araştırmalarda kullanımı. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

TSS'lerin bir diğer kullanım alanı da, aerodinamik çalışmalarıdır. Örneğin, 1/1 oranında yapılan bir hava taşıtı modeli, uzay mekiğinden km.lerce uzatılan bir kablonun ucuna bağlanarak, atmosferde aerodinamik yapısı incelenebilir. Böylece rüzgar tünelindeki yapay ortam yerine gerçek ortamda test edilmiş olur.

Albert Einstein'ın öne sürdüğü kütleçekim dalgalanmalarının ölçümü konusunda da TSS'lerden faydalana bilinir. Bu sistemde ana uyduya yaylar ile bağlı kabloların diğer uçlarındaki kütleler, yörünge hareketi sırasında, kütleçekim dalgalanmaları nedeniyle titreşebilirler. Bu titreşim yaylara bağlı algılayıcılar tarafından ölçülebilir.

Uzaktan algılama konusunda da TSS'ler çok faydalı olabilir. Yörüngede bulunan TSS'lerin sunduğu geniş görüş alanı nedeniyle, interferometre ve spektrometre çalışmaları TSS kullanılarak daha verimli yapılabilir. Bunun yanında, güneş ve dünyanın etkisinden dolayı kararlı olamayan ve ömrü kısa olan yakın ay yörüngesindeki uydular yerine TSS'ler kullanılarak ay yüzeyinin görüntüsü alınabilir [13] (şekil A.10). Bu teknik ile uyduyu yere yakın yörüngeye oturtmak yerine, algılayıcılar yere yaklaştırılır.



Şekil A.10: TSS ile uzaktan algılama. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

Başka bir uygulama alanı da, içinde deney yapılacak olan uydunun ana uyduya kablo ile bağlanarak, ana uydudan gelebilecek bozuntuları minimuma indirilmesidir. Bu şekilde, örneğin, hassas manyetik alan ölçümü yapacak bir uydu ana uydudan km.lerce uzaklaştırılarak, ana uydunun oluşturduğu manyetik alandan etkilenmesi minimuma indirilebilir.

Uzay ortamında bulunan, yapay veya doğal mikro boyutlu cisimlerin toplanarak dünyaya getirilmesi gibi çalışmalarda da TSS'ler kullanılabilir. Bunun için kullanılan kablo çok uzun (örneğin 100 km) ve geniş (örneğin 1 metre) olabilir. Bu kablonun yapısı, üzerine çarpacak olan mikro boyutlu cisimleri daha sonra dünyaya getirmek üzere içine hapsedebilecek nitelikte olmalıdır.

Diğer Uygulama Alanları

Elektromanyetik etkileşim kullanılarak TSS'lerin kablolarından çok düşük frekanslı (VLF) sinyaller üretilebilir. Bu frekans ayarlanarak radyo yayını yapılabilir.

Uzay araçlarının birbirlerine kenetlenmeleri zor bir işlemdir ve çok miktarda yakıt harcanmasını gerektirir. Bu işlemler kablo kullanımıyla daha zahmetsiz bir hale getirilebilir. Böylece bir uzay mekiği ile uyduların bakımı ve ikmalleri daha az yakıt harcanarak yapılabilir.

GEÇMİŞTE YAPILAN KABLOLU UYDU SİSTEM DENEMELERİ

Bu bölüm; 1966 yılından bu yıla (2005) kadar yörüngeye yerleştirilmiş olan kablolu uydu sistemlerinden (TSS'lerden) bazıları hakkında bilgi içermektedir. Bu konuda daha ayrıntılı bilgiye, aşağıda sunulan her TSS görevinin sonunda gösterilen referanslardan ulaşılabilir.

Gemini XI

1966 yılında fırlatılan uydu; 30 metre uzunluğunda, iki alt uyduya sahip bir uzay aracıdır. Bu uydu, kütleçekim gradyanı etkisi altında kararlı tutulamayınca, kabloya dik eksende döndürme yoluyla kablo dengede tutula bilinmiş. Ayrıca yine bu deneyde yapay kütleçekim kuvvetinin oluştuğu astronotlarca belirtilmiş. [16].

Gemini XII

Aynı yıl (1966) bir Titan II roketi ile fırlatılmış olan Gemini XII uzay aracı (şekil B.1), Gemini XI ile benzer amaçlar taşımaktadır. Bu deneyde 30 metre uzunluğundaki kablo, kütleçekim gradyanı etkisi altında gergin kalabilmiştir. Bu uydunun yörüngesi; 301.3 km irtifalı ve 28.78 º eğimli (inclination) yörüngedir. Toplam görevi ~94 saat sürmüştür. [17].

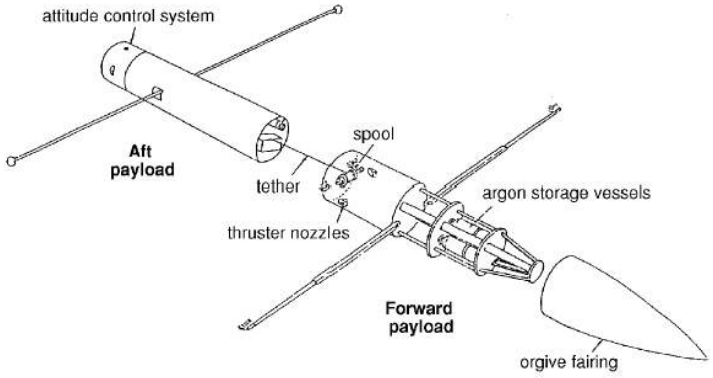


Şekil B.1: Gemini XII'nin yapısı. [1].

OEDIPUS – A (Observations of Electric-Field Distributions in Ionospheric Plasma-a Unique Strategy)

1989 yılında fırlatılan OEDIPUS-A (Kanada ve ABD ortak yapımı) uydusu 2 alt uydudan oluşmakta olup, kullanılan kablo uzunluğu 958 metredir (şekil B.2). Kablo

yönünde dönen iletken kablonun çapı 0.85 mm.dir. [16]. OEDIPUS-A, 1990'larda iptal edilen WISP (Waves in Space Plasma) projesinin öncüsü olarak yapılmış olup, görevi; dünyayı çevreleyen magnetosfer ve iyonosfer tabakalarında oluşan radyo dalgaları ile ilgili deneyler yapmaktır. [18,13].



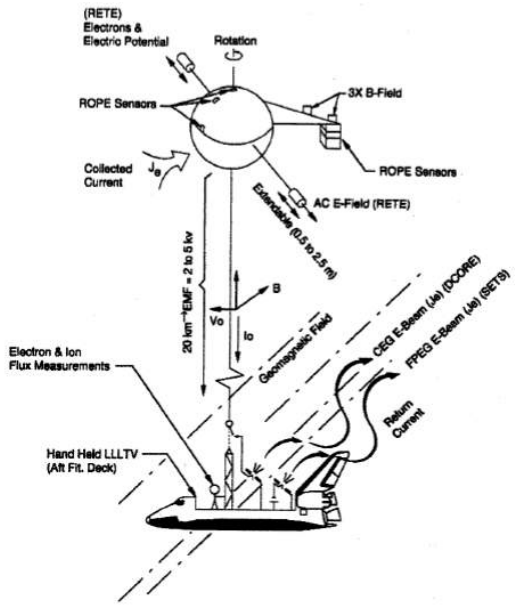
Şekil B.2: OEDIPUS-A'nın yapısı [13]. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

CHARGE – 2B

Mart 1992'de Poker Flats Research Range'den fırlatılan CHARGE-2B deney roketinin amacı; iyonosfer tabakasında bulunan kabloda oluşan çok düşük frekanslı (VLF) elektromagnetik radyasyonu incelemektir. Kullanılmış olan kablo uzunluğu 500 m.dir.

TSS – 1 (Tethered Satellite System – 1)

1992 yılında bir uzay mekiği ile yörüngeye yerleştirilmiş olan TSS-1'in görevi; kütleçekim gradyanı etkisi altındaki kablonun açılma (deployment) işleminin kararlı olup olmayacağının incelenmesidir (şekil B.3). Ancak 20 km.lik kablo, mekanik bir sorun nedeniyle 268 metre açıldıktan sonra sıkışarak durmuştur. Buna rağmen, 20 saatlik çalışma süresi boyunca açılma işleminin oldukça kararlı olduğu tespit edilmiştir. [19, 16, 13].



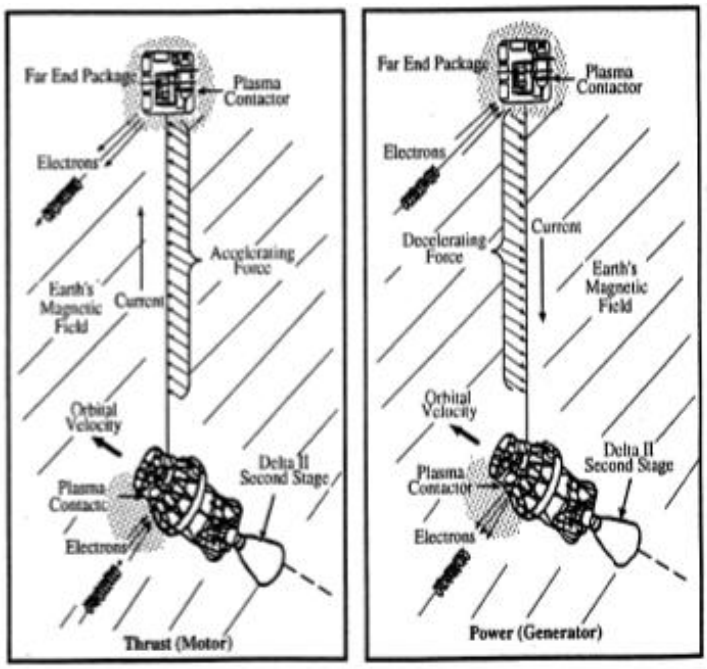
Şekil B.3: TSS-1'in yapısı [13]. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

SEDS – 1 (The Small Expendable DeployerSystem Flights)

1993 yılında yörüngeye yerleştirilen bu uydunun görevi; uzun kablonun açılma işleminin incelenmesidir. İki alt uydulu sistemde 25 kg kütleli alt uydu, 20 km.lik açılma işlemi tamamlandıktan sonra kablo kesilmiş (istenerek) ve alt uydunun yörünge hareketi (yörüngeden çıkıp atmosfere girişi) incelenmiş. [16,13].

PMG (The Plasma Motor Generator Flight)

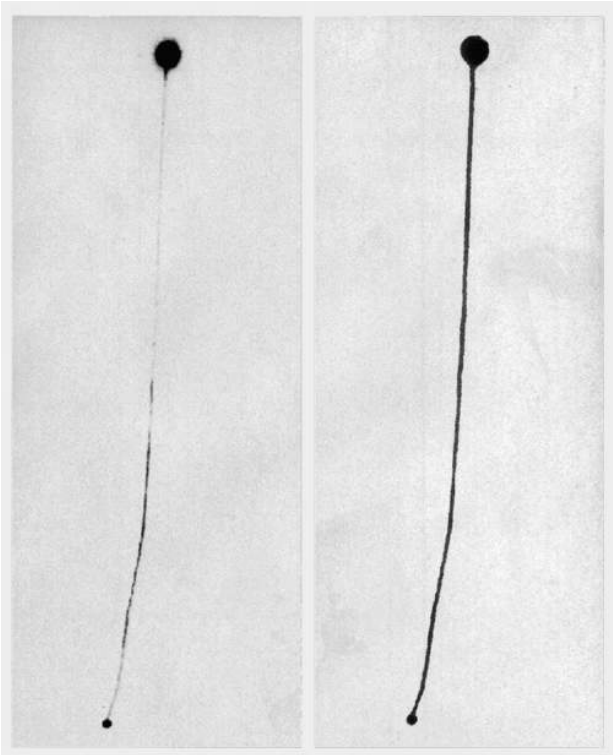
1993 yılında yörüngeye yerleştirilmiş olan PMG'nin görevi; elektrodinamik kuvvetleri kullanarak elektrik ve itki üretebilme konusunun incelenmesidir (şekil B.4). Başarılı olunan bu görevde 500 m uzunluğunda iletken kablo ile elektrik ve itki üretimi deneyleri ayrı ayrı gerçekleştirilmiş. [19, 13].



Şekil B.4: PMG'nin yapısı [13]. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

SEDS – 2

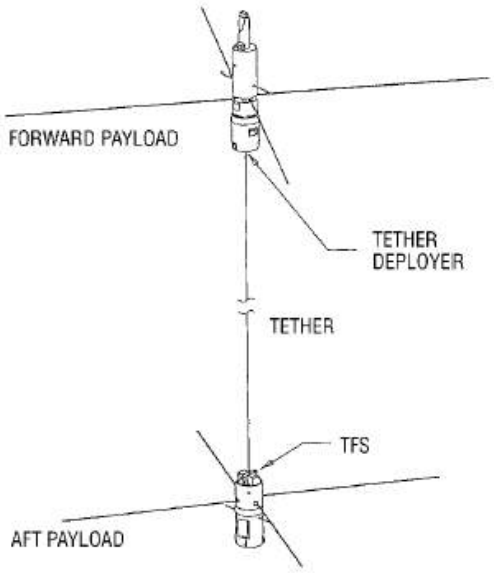
1994 yılında yörüngeye yerleştirilen SEDS-2'nin görevini; uzay ortamında uzun (20 km) kablonun kontrol edile bilinirliğinin ve uzay ortamına olan dayanımın incelenmesi oluşturmaktadır (şekil B.5). Bir mikro meteoridin çarpıp kabloyu koparıncaya kadarki 5 gün süresince dünyaya dikey eksende oldukça (<10 º) kararlı kalabilmiş. [19, 13].



Şekil B.5: SEDS – 2'nin yapısı [19] (orijinal resmin negatifi alınmıştır).

OEDIPUS – C

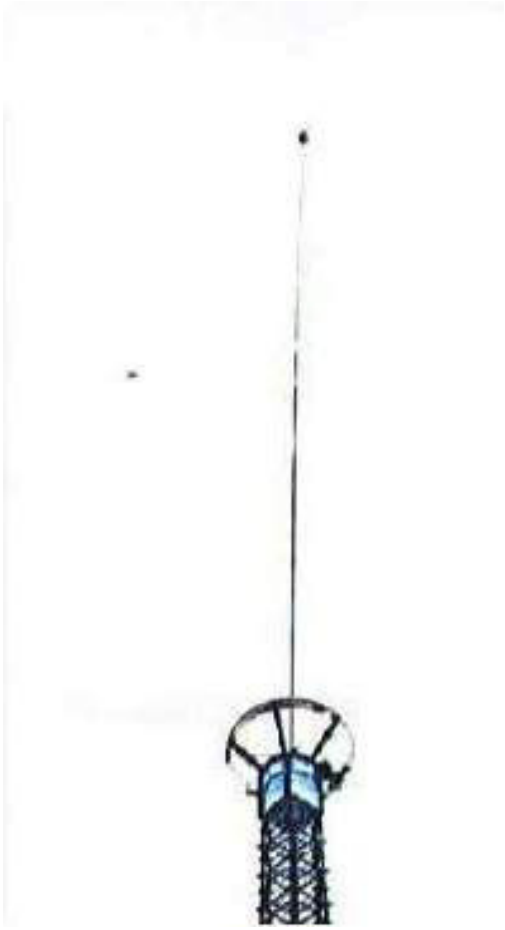
İptal edilmiş olan WISP projesinin yerine tasarlanmış olan OEDIPUS-C (Şekil B.6) uydusunun görevi ve yapısı OEDIPUS-A'ya benzemektedir. Farklı olarak ise kablo boyu 1170 metreye kadar ulaşmıştır. [18, 13]



Şekil B.6: OEDIPUS – C'nin yapısı [13]. (E. C. Lorenzini 'nin izni ile).

TSS – 1R

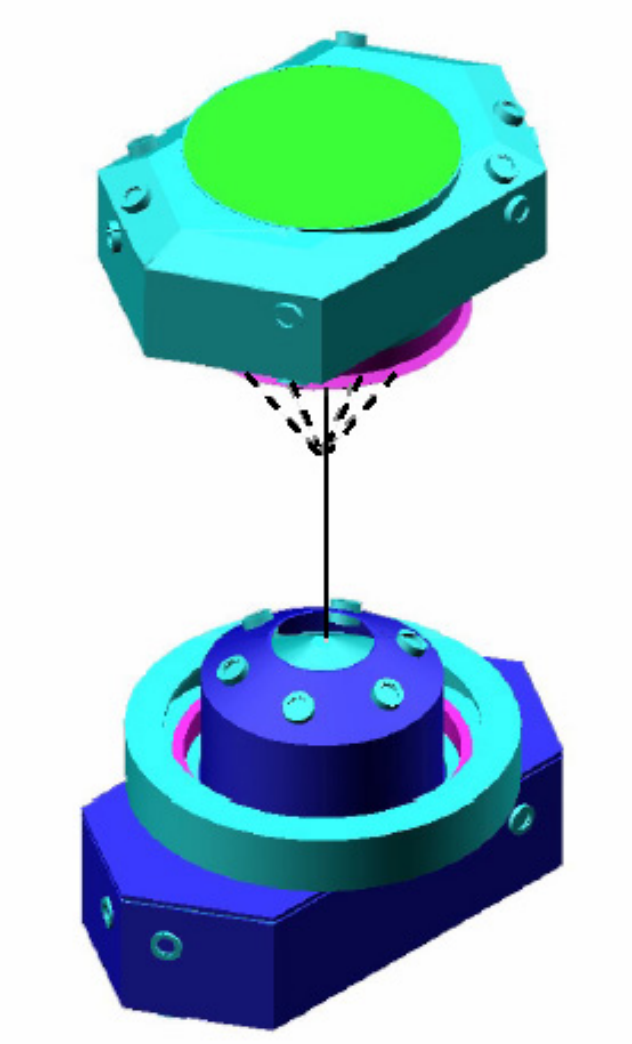
1996 yılında yörüngeye yerleştirilen TSS-1R (şekil B.7) uydusunun görevi PMG'ye benzer olarak elektrodinamik kuvvetler kullanılarak itki sağlaması konusunun incelenmesidir. 20 km.lik kablonun tamamen açılmasına 300 metre kala, yüksek değerde akım barındıran kabloda oluşan bir elektrik kaçağı nedeniyle kablo kopmuştur. Ancak, kablo kopuncaya kadar yapılan ölçümlerden, yörüngesel hızlarda çok büyük elektromotor kuvvetlerinin (EMF) oluşabileceği görülmüş. [19,13].



Şekil B.7: TSS – 1R'nin yapısı [1] (orijinal resmin negatifi alınmıştır).

TiPS (The Tether Physics and Survivability Experiment)

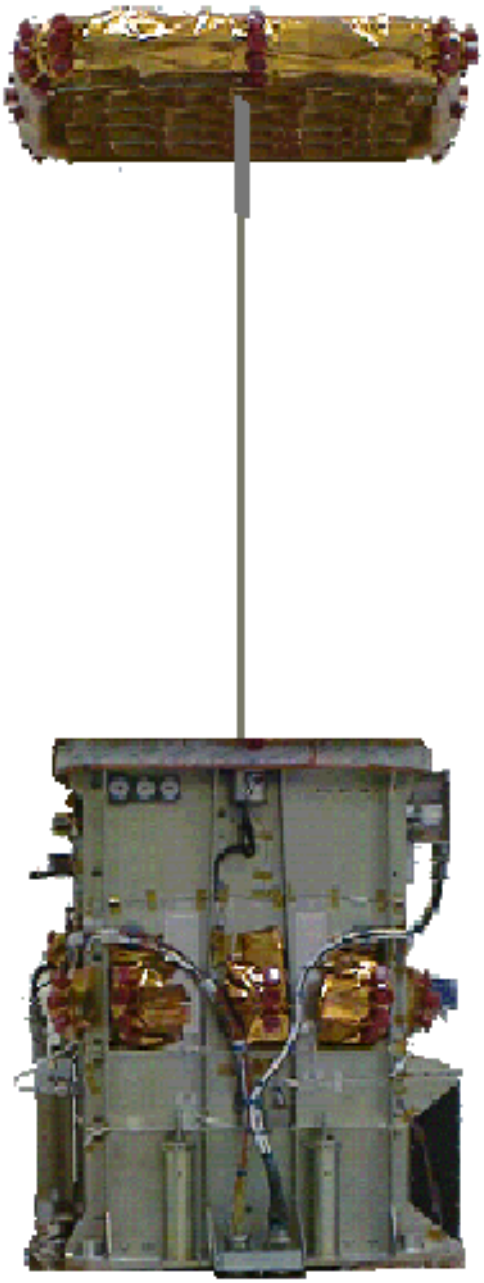
1996 yılında yörüngeye yerleştirilmiş olan TiPS uydusu (şekil B.8) 2 alt uydudan meydana gelmektedir. Bu uydunun görevi; 4 km uzunluğundaki kablolu sistemin hareketinin ve uzay ortamına olan dayanımının incelenmesidir. Kullanılan kablonun çapı ~2 mm ve elektriği iletme özelliğine sahip değildir. Bu uydu oldukça başarılı olmuş ve beklendiğinin çok üzerinde bir yörünge ömrüne sahip olmuştur. [12,13].



Şekil B.8: TiPS'in yapısı. [12].

ATEx (The Advanced Tether Experiment)

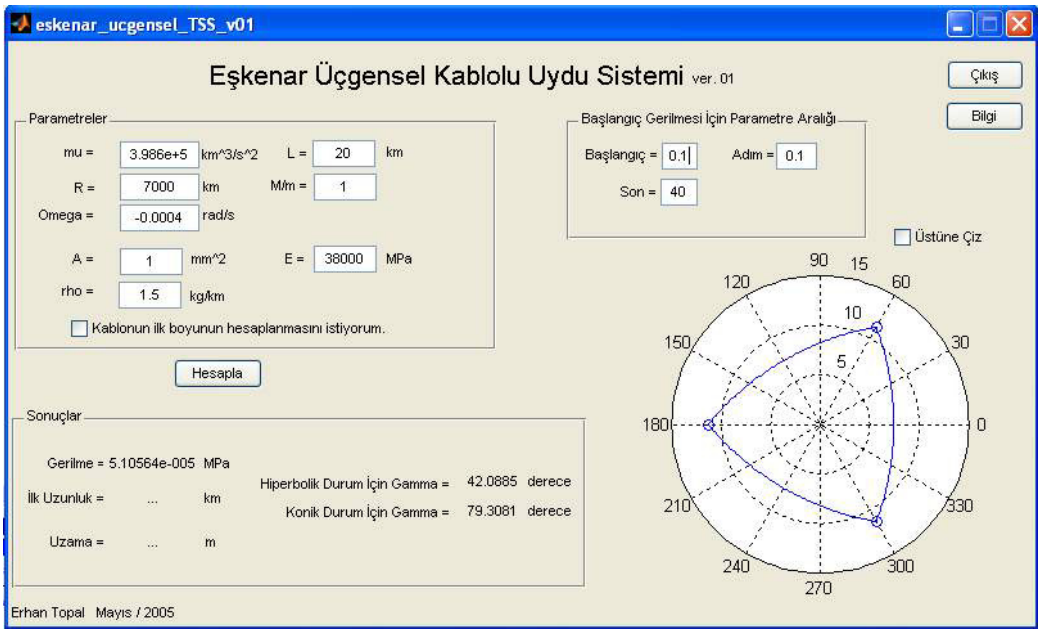
1999 yılında gerçekleştirilen deneyin 3 amacı vardır; 1) kablonun kontrolü ve kararlılığının incelenmesi, 2) alt uyduların yönelme hesabının ve kontrolünün uygulanması ve 3) kablolu sistemin uzay ortamına dayanımının incelenmesi (şekil B.9). Ancak, kablonun açılma işlemi sırasında, kablo 22 metre açılmışken, çok büyük açılı titreşimler meydana geldiği için ana uzay aracının otomatik koruma sistemi kabloyu koparark görevi sonlandırmıştır. [20, 16].



Şekil B.9: ATEx uydusunun yapısı [20].

TASARLANMIŞ OLAN KULLANICI ARAYÜZ PROGRAMININ TANITIMI

Bu bölümde, TSS geometrisinin ve denge durumlarının hesabını yapmak için tasarlanmış olan bir bilgisayar programının tanıtımı sunulmaktadır. Bu program, Matlab R14 kullanılarak hazırlanmıştır. Şekil C.1'de programın arayüzü gösterilmektedir.



Şekil C.1: Tasarlanmış olan kullanıcı arayüz programı.

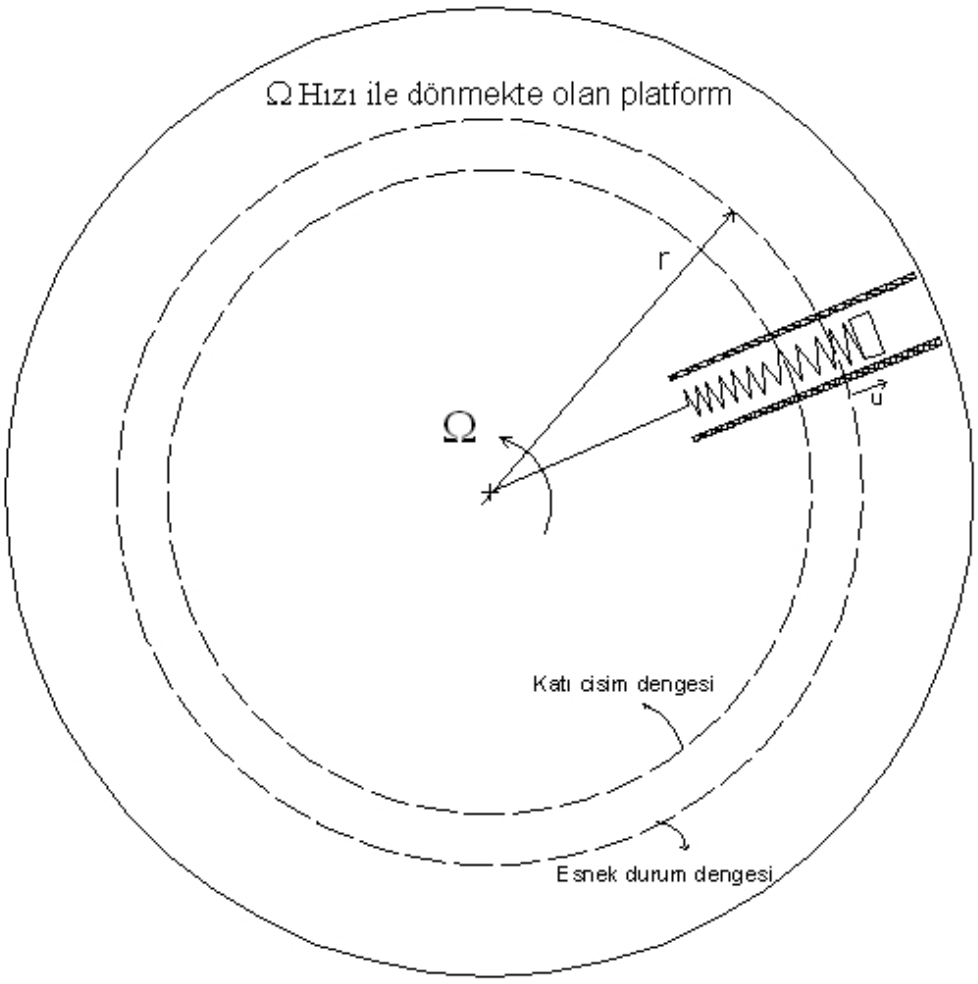
Bu program, gerekli parametreler girildiğinde TSS'nin geometrisini çizmektedir. Bunun yanında, kabloda oluşan gerilmeyi, görev uzunluğuna kadar esneyecek kablonun sahip olması gereken başlangıç uzunluğu, hiperbolik ve konik durumlar için sistemin dengede kalabileceği açıları da program hesaplayabilmektedir. Girilmesi gereken parametreler ise şunlardır: mu; gezegenin kütleçekim sabiti, R; gezegenin merkezinin TSS'ye uzaklığı, omega; TSS'nin kendi ekseni etrafındaki dönme hızı, L; kablonun görev uzunluğu ve M/m; kütle oranı. Bunların yanında kullanılmış olan kablo malzemesine ilişkin parametreler de girilmelidir; A; kesit alanı, rho; 1 kilometre uzunluğundaki kablonun kütlesi ve E; kablonun elastisite modülüdür.

Şekil C.1'in sağ üst köşesinde görülen panelde ise hazır olarak girilmiş üç değer vardır. Bunlar, bölüm 3.1.2.de anlatılan, $\hat{T}_0$ 'nin bulunmasına ilişkin hesabın yapıldığı aralığı belirtmekte olup birçok hesap için önceden girilmiş değerler uygundur. Ancak, büyük M/m oranları için (200 gibi), hali hazır değerler uygun olmayabilir. Bu durumda program, aralığın değiştirilmesi gerektiğini kullanıcıya hatırlatacaktır.

Çeşitliği durumlarda TSS geometrileri üst üste çizdirilmek isteniyorsa, en sağda görülen "üstüne çiz" seçeneği seçilmelidir.

RADYAL SİMETRİ MODU İLE İLGİLİ BİR MODEL

TSS'nin kablosundaki titreşimler için varsayılan mod, şekil D.1'deki gibi modellenebilir.



Şekil D.1: Radyal simetri modu ile ilgili bir model.

Şekil D.1'de gösterilen modelde, *Ω* hızı ile dönmekte olan platformun dönme merkezine bir ip ve yay ile bağlı bir kütle görülmektedir. Kütle, platforma sabitlenmiş iki duvar arasında olduğu için sadece radyal yönde serbestçe hareket edebilmektedir. "Katı cisim dengesi", *Ω* hızının sıfır olduğu durumda yay-kütle sisteminin dengede olacağı konumu göstermektedir. "Esnek durum dengesi" ise sabit *Ω* hızı ile dönmekte olan sistemin dengede olacağı konumu göstermektedir. "*u*" ise titreşen kablonun esnek denge hattından uzaklığıdır.

ÖZGEÇMİŞ

Erhan Topal, 1978 yılında İstanbul'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 2003 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Uzay Mühendisliği bölümünü bitirdikten sonra, halen okumakta olduğu yine aynı üniversitenin Uçak ve Uzay Mühendisliği Yüksek Lisans Programı'na kayıt oldu.