İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İÇİNDEN AKIŞKAN GEÇEN BORULARIN İKİ PARAMETRELİ ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDE TİTREŞİMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Murat SERİ

Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Programı : MAKİNA DİNAMİĞİ TİTREŞİM VE AKUSTİK

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Vedat KARADAĞ

MAYIS 2005

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanması aşamasında bana değerli görüşleri ve önerileriyle yol gösteren danışman hocam Prof. Dr. Vedat KARADAĞ'a, verdikleri eğitim ve yüksek lisansa teşvikleri nedeniyle Deniz Harp Okulu Makina Mühendisliği öğretim üyelerine, lisans danışmanım Dr. Uğur ŞİMŞİR'e ve son olarak da akademik öğrenimim süresince benden maddi, manevi, yardım ve desteğini esirgemeyen sevgili eşim Beyhan SERİ'ye teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2005 Murat SERİ

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ **v**
ŞEKİL LİSTESİ **viii**
SEMBOL LİSTESİ **ix**
ÖZET **xi**
SUMMARY **xii**

1. GİRİŞ **1**
1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı 1

2. ANALİTİK YÖNTEM **5**
2.1. Hareket Denklemlerinin Çıkarılması 5
2.2. Analitik Yöntem ile Titreşim Analizi 8

3. SİSTEM DENKLEMLERİ **12**
3.1. Potansiyel Enerji Denklemleri 12
3.2. Kinetik Enerji Denklemleri 14
3.3. Sistem Denklemlerinin Çözümü 14

4. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ **16**
4.1. Ortamın Elemanlara Ayrılması ve Şekil Fonksiyonlarının Belirlenmesi 18
4.2. Eleman Rijitlik Matrisi 23
4.2.1. Boru elemanı rijitlik matrisi 23
4.2.1.1. Eğilme yer değişimi etkisi 23
4.2.1.2. Boyuna yer değişimi etkisi 24
4.2.1.3. Boru elemanı toplam rijitlik matrisi 25
4.2.2. Geometrik rijitlik matrisi 25
4.2.3. Sıvı elemanı rijitlik matrisi 27
4.2.4. Zemin elemanı rijitlik matrisleri 28
4.2.4.1. Winkler zemin rijitlik matrisi 28
4.2.4.2. Dönme zemin rijitlik matrisi 30
4.2.5. Eleman toplam rijitlik matrisi 31
4.3. Eleman Kütle Matrisi 32
4.3.1. Eleman eğilme kütle matrisi 32
4.3.2. Eleman boyuna yer değişimi kütle matrisi 33
4.3.3. Eleman kesit dönme kütle matrisi 34
4.3.4. Eleman toplam kütle matrisi 35
4.4. Eleman Sönüm Matrisi 35

5. KRİTİK BURKULMA KUVVETLERİNİN BULUNMASI **40**

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA **42**
6.1. İçinden Akışkan Geçen Borunun Titreşimi 42
6.1.1. Basit-basit mesnet 42
6.1.2. Ankastre-serbest mesnet 45
6.1.3. Ankastre-ankastre mesnet 47
6.1.4. Eleman sayısı etkisi 49
6.2. İçinden Akışkan Geçen Gergin Borunun Titreşimi 49
6.2.1. Basit-basit mesnet 50
6.2.2. Ankastre-serbest mesnet 53
6.2.3. Ankastre-ankastre mesnet 56
6.3. İki Parametreli Elastik Zemin Üzerinde Çubuk Titreşimleri 57
6.3.1. Plastik çubuk 58
6.3.2. Ahşap çubuk 59
6.3.3. Beton çubuk 60
6.4. İçinden Akışkan Geçen Boruların İki Parametreli Elastik Zemin Üzerinde Titreşimi 61
6.5. İçinden Akışkan Geçen Gergin Boruların İki Parametreli Elastik Zemin Üzerinde Titreşimi 62
6.6. Boyuna Yöndeki Frekanslar ve Kritik Burkulma Kuvvetleri 64
6.6.1. Boyuna yöndeki frekanslar 64
6.6.2. Kritik burkulma kuvvetleri 65
6.7. Sonuçların İrdelenmesi 66
6.8. Öneriler 69

KAYNAKLAR **70**

EKLER **73**
Ek-A İçinden Akışkan Geçen Boruların Zemin Etkisine Göre Frekansları 73
Ek-A1 Serbest durumdaki boruların frekansları 73
Ek-A2 Gergin durumdaki boruların frekansları 82
Ek-B Bilgisayar Programı ve Akış Diyagramı 91
Ek-B1 Bilgisayar programında kullanılan notasyonlar 91
Ek-B2 Akış diyagramı 93
Ek-B3 Bilgisayar programı 95

ÖZGEÇMİŞ **99**

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 6.1 : Kullanılan boru ve sıvının özellikleri ……..... 42
Tablo 6.2 : Basit-basit mesnette hız değerlerine göre bulunan sönümlü ve sönümsüz frekanslar ve literatürdeki sonuçlar …..... 43
Tablo 6.3 : Basit-basit mesnet frekans oranları..... 44
Tablo 6.4 : Ankastre-serbest mesnette hız değerlerine göre bulunan ve literatürden alınan frekanslar..... 45
Tablo 6.5 : Ankastre-serbest mesnet frekans oranları..... 46
Tablo 6.6 : Ankastre-ankastre mesnette hız değerlerine göre bulunan ve literatürden alınan frekanslar..... 47
Tablo 6.7 : Ankastre-ankastre mesnet frekans oranları..... 48
Tablo 6.8 : Basit-basit mesnette içinden akışkan geçen borunun değişik eleman sayılarına göre titreşim frekansları..... 49
Tablo 6.9 : Basit-basit mesnet serbest ve gergin boru 1. mod titreşim frekansları..... 51
Tablo 6.10 : Basit-basit mesnet serbest ve gergin boru 2. mod titreşim frekansları..... 53
Tablo 6.11 : Ankastre-serbest mesnet serbest ve gergin boru 1. mod titreşim frekansları..... 54
Tablo 6.12 : Ankastre-serbest mesnet serbest ve gergin boru 2. mod titreşim frekansları..... 55
Tablo 6.13 : Ankastre-ankastre mesnet serbest ve gergin boru 1.mod titreşim frekansları..... 57
Tablo 6.14 : Ankastre-ankastre mesnet serbest ve gergin boru 2.mod titreşim frekansları..... 57
Tablo 6.15 : Çubukların malzeme özellikleri..... 58
Tablo 6.16 : Plastik çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 58
Tablo 6.17 : 1-parametreli elastik zemin üzerindeki plastik çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 58
Tablo 6.18 : 2-parametreli elastik zemin üzerindeki plastik çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 59
Tablo 6.19 : Ahşap çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 59
Tablo 6.20 : 1-parametreli elastik zemin üzerindeki ahşap çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 59
Tablo 6.21 : 2-parametreli elastik zemin üzerindeki ahşap çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 59
Tablo 6.22 : Beton çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 60
Tablo 6.23 : 1-parametreli elastik zemin üzerindeki beton çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 60
Tablo 6.24 : 2-parametreli elastik zemin üzerindeki beton çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları..... 60

Tablo 6.25 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1.frekansları..... 61
Tablo 6.26 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1.frekansları..... 63
Tablo 6.27 : Alüminyum, plastik ve çelik boru için değişik sınır şartlarında bulunan boyuna yöndeki frekanslar 65
Tablo 6.28 : Alüminyum boru için değişik sınır şartlarında bulunan kritik burkulma kuvvetleri..... 66
Tablo 6.29 : Plastik boru için değişik sınır şartlarında bulunan kritik burkulma kuvvetleri..... 66
Tablo 6.30 : Çelik boru için değişik sınır şartlarında bulunan kritik burkulma kuvvetleri..... 66
Tablo A.1 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 73
Tablo A.2 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 73
Tablo A.3 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 74
Tablo A.4 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 74
Tablo A.5 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 75
Tablo A.6 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 75
Tablo A.7 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 76
Tablo A.8 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 76
Tablo A.9 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 77
Tablo A.10 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 77
Tablo A.11 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 1.frekansları..... 78
Tablo A.12 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 78
Tablo A.13 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 79
Tablo A.14 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 79
Tablo A.15 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 80
Tablo A.16 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 80
Tablo A.17 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 81
Tablo A.18 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 81
Tablo A.19 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 82

Tablo A.20 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 82
Tablo A.21 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 83
Tablo A.22 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 83
Tablo A.23 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 84
Tablo A.24 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 84
Tablo A.25 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 85
Tablo A.26 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 85
Tablo A.27 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 86
Tablo A.28 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 86
Tablo A.29 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 87
Tablo A.30 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 87
Tablo A.31 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 88
Tablo A.32 : İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 88
Tablo A.33 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 89
Tablo A.34 : İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 89
Tablo A.35 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları..... 90
Tablo A.36 : İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları..... 90

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1 : Basit-basit mesnetlenmiş içinden akışkan geçen boru..... 5
Şekil 2.2 : İçinden akışkan geçen borunun kesiti..... 5
Şekil 2.3a : Sıvı elemanın maruz kaldığı kuvvetler ve momentler..... 6
Şekil 2.3b : Boru elemanının maruz kaldığı kuvvetler ve momentler..... 6
Şekil 3.1 : Eksenel kuvvet etkisinde iki parametreli elastik zemin üzerinde içinden akışkan geçen borunun mekanik modeli..... 12
Şekil 4.1 : İki parametreli elastik zemin üzerinde bir elemanlı boru modelinin düğüm noktalarına gore değişkenleri..... 19
Şekil 6.1 : Basit-basit mesnet, doğal frekans-akışkan hızı oranı değişimi... 44
Şekil 6.2 : Ankastre-serbest mesnet, doğal frekans - akışkan hızı oranı değişimi..... 46
Şekil 6.3 : Ankastre-ankastre mesnet, doğal frekans - akışkan hızı oranı değişimi..... 48
Şekil 6.4 : Basit-basit mesnet, gergin boru 1.özdeğer-akışkan hızı oranı değişimi..... 52
Şekil 6.5 : Ankastre-serbest mesnet, gergin boru 1.özdeğer-akışkan hızı oranı değişimi..... 55
Şekil 6.6 : Basit-basit mesnet, zemin etkisinde doğal frekans-akışkan hızı oranı değişimi..... 62
Şekil 6.7 : Basit-basit mesnet, zemin etkisinde gergin boru doğal frekans-akışkan hızı oranı değişimi..... 64
Şekil B.1 : Akış diyagramı..... 94

SEMBOL LİSTESİ

A_b : Boru/çubuk kesit alanı
A_s : Sıvı kesit alanı
A_t : Toplam kesit alanı
A_z : Zeminin boyuna uzama alanı
b : Çubuk genişliği
d : Türev operatörü
E : Borunun elastisite modülü
E_z : Zeminin elastiklik modülü
f : Titreşim frekansı (Hz)
h : Çubuk kalınlığı
I : Boru kesitinin z-eksenine göre atalet momenti
I_t : Toplam kütlesel atalet momenti
L : Çubuk/boru uzunluğu
l : Boru elemanı uzunluğu
k_z : Winkler zemin modülü
k_{bz} : Zeminin boyuna yönde dönme yay katsayısı
k_{dz} : Dönme zemin modülü
m_b : Boru kütlesi
m_s : Sıvı kütlesi
m_t : Toplam kütle
n : Eleman sayısı
P : Eksenel kuvvet
P_c : Kritik burkulma kuvveti
Q_k : Genelleştirilmiş kuvvet
q_k : Genelleştirilmiş koordinat
r_1 : Boru dış yarıçapı
r_2 : Boru iç yarıçapı
$T=E_k$: Kinetik enerji
t : Zaman
u : Boyuna yer değişimi
$V=E_p$: Potansiyel enerji
v : Sıvı hızı
v_c : Kritik sıvı hızı
w : Eğilme yer değişimi
x,y,z : Koordinat sistemi
∂ : Kısmi türev operatörü
θ : Dönme yer değişimi
λ : Özdeğer
ρ_b : Çubuk/boru yoğunluğu
ρ_s : Sıvı yoğunluğu
ρ_t : Toplam yoğunluk

σ_x : Eğilme gerilmesi
τ_{xy} : xy düzleminde dönme gerilmesi
ω : Titreşim frekansı (rad/s)
ξ_z : Winkler zemin parametresi
ξ_{dz} : Dönme zemin parametresi
[D] : Sönüm matrisi
[K] : Rijitlik matrisi
[M] : Kütle matrisi
[N] : Şekil fonksiyonu
$\{a\}$: Katsayılar vektörü
$\{\delta\}$: Genelleştirilmiş koordinat vektörü
$(\ )_e$: Eleman
$(\ )_{eb}$: Boru elemanı
$(\ )_{dz}$: Dönme zemin
$(\ )_G$: Gergin
$(\ )_g$: Geometrik
$(\ )_{kd}$: Kesit dönme
$(\ )_s$: Sıvı
$(\ )_t$: Toplam
$(\ )_u$: Boyuna yer değişimi
$(\ )_w$: Eğilme yer değişimi
$(\ )_z$: Winkler zemin
$(\ )'$: x'e göre türev
$(\dot{\ })$: Zamana göre türev
$[\ ]^T$: Transpoze

İÇİNDEN AKIŞKAN GEÇEN BORULARIN İKİ PARAMETRELİ ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDE TİTREŞİMLERİ

ÖZET

Bu çalışmada, içinden akışkan geçen boruların iki parametreli elastik zemin üzerindeki enine titreşimleri, sonlu elemanlar metoduyla analiz edilmişitr. Boru elemanı olarak, her iki düğüm noktasında eğilme ve kesit dönmeleri olmak üzere, iki serbestlik derecesine sahip ince boru elemanı kullanılmıştır. Boruda, akışkan hareketi ile ortaya çıkan sönüm etkisi analitik olarak incelenmiş, frekansların ihmal edilebilecek düzeyde etkilenmesi nedeniyle analiz sönümsüz halde yapılmıştır.

Analizde, içinden akışkan geçen alüminyum borunun basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumlarındaki doğal frekansları analitik yöntemle ve sonlu elemanlar yaklaşımı ile hesaplanmıştır. Borunun kritik hız değerleri ve bu hız değerlerinin oranlarına göre frekansları bulunmuştur. Bulunan sonuçlar, literatürde analitik çözümlerle ve sayısal yöntemlerle bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

İkinci aşamada, aynı özellikteki boru, sıvı hızıyla değişen ve gerilmeye neden olan bir eksenel kuvvete tabi tutularak üç farklı sınır şartı için yeni kritik hızlar ve bu kritik hızlara göre yeni frekanslar bulunarak, serbest durumdaki borunun frekanslarıyla ve literatürdeki ilgili sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Elastik zemin olarak Winkler zemin modülü ve dönme zemin modülü ile karakterize edilen 2-parametreli sabit elastik zemin kullanılmıştır. Öncelikle zemin parametrelerinin etkilerini görmek üzere, 4 serbestlikli, dönme atalet etkilerinin hesaba katıldığı, ince çubuk özelliklerine sahip , dikdörtgen kesitli, plastik, ahşap ve beton çubukların titreşimleri incelenmiştir. Çubuklar için doğru sonuçlar veren elastik zemin, sırasıyla bir parametreli ve iki parametreli halde içinden akışkan geçen boru titreşimlerine dahil edilerek, alüminyum, plastik ve çelik boruların serbest ve gergin durumdaki titreşim frekansları basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartları için bulunmuştur.

Çalışmada boruların enine titreşimleri ile birlikte bu titreşimler esnasında boyuna yöndeki frekanslar da incelenmiş, alüminyum, plastik, çelik boruların basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumlarındaki boyuna frekansları bulunmuştur.

Bu çalışmayla ayrıca, kritik burkulma kuvvetleri adı verilen, boruda burkulmaya yol açan statik kuvvet değerleri, analitik çözümle ve sonlu elemanlar metoduyla bulunmuştur. Alüminyum, plastik ve çelik boru için, basit-basit, anakstre-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartlarında bulunan sonuçlar tablolarda gösterilerek yorumlanmış ve tasarım açısından önemleri üzerinde durulmuştur.

VIBRATION ANALYSIS OF FLUID CONVEYING PIPES ON TWO PARAMETER ELASTIC FOUNDATION

SUMMARY

In this study, the transverse vibration natural frequencies of fluid conveying pipes on two-parameter elastic foundation are investigated. In the analysis, the finite element method is used. The pipe element is four degrees of freedom thin pipe element, which has two nodes with two degrees of freedom at each node such as transverse displacements and cross-section rotations. In the analysis linear vibrations are investigated and, the damping effects due to the fluid motion are found to be in ignorable limits.

In the analysis, the pipe is considered in bending shown in Figure 1. In this case a given node can undergo both translational and rotational displacements. Correspondingly, there are not only node forces to consider but also bending moments.

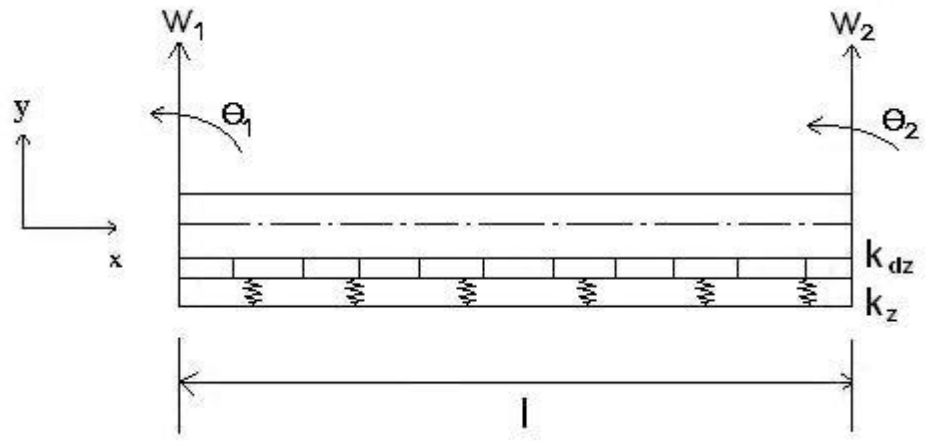


Figure 1: Pipe element, which has two nodes and four degrees of freedom.

Firstly the pipe is divided into smaller regions. In the analysis, ten elements are selected. After the process of discretization, there are two nodes and two variables for each node such as transverse displacements and cross-section rotations. Now it is determined that, how the variation of the field variable across the element domain is to be represented or approximated. In most cases, a polynomial interpolation function is used. The variables can be written by the shape functions as follows;

$$w = [N]_{ew} \{\delta\}_{ew} \quad \textbf{(1)}$$

$$\theta = w' = [N']_{ew} \{\delta\}_{ew} \quad \textbf{(2)}$$

The number of nodes assigned to an element dictates the order of the interpolation function which can be used.

Differential equations of motion of fluid conveying pipe on two-parameter elastic foundation are obtained by using potential and kinetic energy equations. The total potential energy equations of the fluid conveying pipe on two-parameter elastic foundation can be shown as follows,

$$E_p = V = \frac{1}{2}\int_0^L EI\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L \rho_s A_s v^2 \left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L P\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2}\int_0^L k_z w^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L k_{dz}\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]^2 dx \quad \textbf{(3)}$$

where, E is Young's modulus; I is area moment of inertia(pipe); ρ_s is the fluid density; A_s is the cross section area of the pipe; v is the fluid velocity; P is the axial force; k_z is the Winkler foundation modulus and k_{dz} is the shear modulus of the foundation. In the equation, expressions give potential energy stored in the pipe due to transverse vibration; the potential energy stored in the pipe due to fluid motion; the potential energy stored in the element due to axial forces; the potential energy including the effects of elastic foundation, i.e. Winkler foundation and shear foundation effects, respectively.

The kinetic energy of the pipe conveying fluid on two-parameter elastic foundation is given by,

$$E_k = T = \frac{1}{2}\int_0^L \rho_t A_t \left[\frac{\partial w}{\partial t}\right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L \rho_t I_t \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}\right]^2 dx \quad \textbf{(4)}$$

where, ρ_t is the total density(pipe+ fluid); t is the time; A_t is the total cross section area and I_t is the total area moment of inertia. In the equation, expressions give the kinetic energy due to transverse displacement, the kinetic energy due to rotary inertia, respectively.

To obtain the equations of motion Lagrange Equations is used. As it is remembered, Lagrange variable is,

$$L=T-V \quad \textbf{(5)}$$

and Lagrange Equations are,

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right] - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k \quad \textbf{(6)}$$

where, q_k symbolizes the generalized coordinates and Q_k, the active forces.

To apply Lagrange equations, energy equations are written in quadratic form;

$$E_k = T = \frac{1}{2}\left\{\dot{q}\right\}^T [M]\left\{\dot{q}\right\} \quad \textbf{(7)}$$

$$E_p = V = \frac{1}{2}\{q\}^T [K]\{q\} \quad \textbf{(8)}$$

Here, [M] is named as mass matrix and [K] is named as stiffness matrix. In the study, element matrices are obtained and combined to form these global stiffness and mass matrices according to Finite Element Method formulation. Finally by assuming no active force, Lagrange Equations are formed as follows;

$$[M]\left\{\ddot{q}\right\} + [K]\{q\} = 0 \quad \textbf{(9)}$$

To solve this equation it is assumed that generalized coordinates make motion as,

$$\{q\} = \left\{\bar{q}\right\} \sin \omega t \quad \textbf{(10)}$$

which has the amplitude of $\bar{q}$ and, the natural frequency of ω .Then equation of motion have the form as follows;

$$[K]\left\{\bar{q}\right\} = \omega^2 [M]\left\{\bar{q}\right\} \quad \textbf{(11)}$$

From the solution of above equations, eigen values give the natural frequencies and, the eigen vectors, the vibration modes.

In the study, first, the aluminum pipe is assumed to be simply supported. Its natural frequency and, the critical velocity, which reach the frequency to zero, is obtained. Then, the vibrations of steel and, hard plastics pipes, which are used in industrial applications, are investigated. Clamped-free and, clamped-clamped end conditions are also used for the calculations. For different ratios of critical velocities and axial forces, the frequencies are obtained and compared with the solutions in literature.

The elastic foundation is idealized as a constant two-parameter model characterized by two moduli, i.e. the Winkler foundation modulus k_z and, the shear foundation modulus k_{dz}. First, the elastic foundation is introduced to the vibrations of plastic, concrete and wooden beams. Then its effects on the vibrations of fluid conveying pipes are investigated for one and two parameter situations respectively.

Finally, the longitudinal frequencies of pipes during transverse vibration and, the critical axial forces, which cause buckling on the pipe are determined. The numerical results obtained from this analysis are compared with the exact or available solutions in the literature, wherever possible. Numerical results and comparisons show the effectiveness and validity of proposed method.

1 GİRİŞ

1.1 Giriş ve Çalışmanın Amacı

İçinden akışkan geçen boruların zemin etkisindeki titreşimlerinin temelinde, eksenel hareketli sürekli ortamların titreşimleri yatar. Manyetik şeritler, yüksek hızdaki zincirler, kayışlar, hızarlar, teleferik sistemleri ve akışkan taşıyan borular eksenel hareketli sistemlerden bazılarıdır. Bu tür ortamlarla ilgili bir çok çalışma yapılmıştır. Eski çalışmalarda [1-4], doğal frekansın eksenel hıza bağımlılığı ve rezonans durumları araştırılmıştır. Bu sistemlerde eksenel hız arttıkça doğal frekanslar azalmakta ve kritik hızda sıfıra ulaşmaktadır. Titreşim analizinde farklı yöntemler kullanılmıştır. Chubachi ve Miranker [5,6], toplam mekanik enerjinin periyodik değişimi yöntemiyle analiz yapmışlardır. Wickert ve Mote [7,8], yapılan çalışmaları özetlemiş ve kompleks mod analizi ile titreşimleri incelemişlerdir.

Akışkan taşıyan borular konusunda Benjamin [9], akışkan sürtünme etkilerini ihmal ederek analiz yapmıştır. Nemat-Nasser, Prasad ve Herrmann [10], ile Gregory ve Paidoussis [11], akışkan taşıyan dördüncü mertebeden ankastre kirişleri incelemişlerdir. Blevins [12], ref. [10]'daki yaklaşımla basit ve ankastre mesnetli akışkan taşıyan boruların doğal frekanslarını bulmuştur. Paidoussis ve Li [13], yapılan çalışmaları özetlemişlerdir. Lee ve Mote [14,15], ikinci ve dördüncü mertebeden boru ve kirişlerin enerjitiğini, ağırlık ve basınç etkilerini ihmal ederek incelemişlerdir. Öz ve Boyacı [16], ref. [14]'teki sistemi ele almış ve değişken akış hızı için çok zaman ölçekli metodu kullanarak temel parametrik rezonansları incelemişlerdir. Öz [17], üzerinde topaklanmış kütle olan ve akışkan taşıyan gergin boruların doğal frekanslarını zorlanmış parametre metodu ile bulmuştur.

Bu çalışmada, içinden akışkan geçen boruların titreşimi sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. Sonlu elemanlar yönteminde temel mantık bir sürekli sistemi ayrık elemanların birleşimi gibi düşünmektir. Burada her eleman sürekli sistemin yapısal birer elemanıdır. Her bir eleman içindeki bilinmeyen alan değişkeni yaklaşık fonksiyonlarla tanımlanır. Böylelikle problem sonsuz sayıda bilinmeyenden sonlu

sayıda bilinmeyene indirgenmiş olur. İnterpolasyon fonksiyonları diye adlandırılan bu yaklaşık fonksiyonlar, alan değişkenlerinin çözüm bölgesindeki düğüm noktaları denilen noktalarda sahip oldukları değerleri cinsinden ifade edilir. Düğüm noktaları genellikle eleman sınırları üzerinde ve komşu elemanlarla birleştirilecek noktalarda seçilir. Düğüm noktaları, interpolasyon fonksiyonları ve alan değişkeninin düğüm noktalarındaki değerleri belirlendikten sonra, eleman özelliklerini düğüm noktalarındaki değerlerden alan denklem sistemi kurulur. Matrisler halinde incelenen eleman özellikleri birleştirilip sınır şartları uygulanarak bu denklem sistemi çözülür.

Sak [18], içinden akışkan geçen boruların titreşimini kombine sonlu elemanlar-transfer matrisi yöntemi ile incelemiştir. Çalışmada ise içinden akışkan geçen boru önce herhangi bir eksenel kuvvetin etkimediği ve zeminin olmadığı durum için, Blevins [12]'in çalışmasındaki gibi analitik olarak incelenmiş, basit-basit mesnet hali için kritik hız, statik haldeki frekans ve akışkan hızına göre frekanslar bulunmuştur. Aynı şartlardaki boru daha sonra sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiş, basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartları için elde edilen sonuçlar literatürdeki [12,18] sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

İkinci aşamada, boruda gerilmeye yol açan ve sıvı hızı ile değişen bir eksenel kuvvet sisteme eklenmiştir. Böylelikle gergin hale getirilen, aynı özelliklerdeki boru için analizler tekrarlanmış, bu kuvvetin sisteme dahil edilmesiyle değişen kritik hız ve frekans değerleri üç farklı sınır şartı için bulunarak literatürdeki [17] sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

İçinden akışkan geçen borunun iki parametreli elastik zemin üzerindeki titreşim analizine geçmeden önce, iki parametreli elastik zemin üzerinde çubuk titreşimleri incelenmiştir. Zemin etkisi için iki parametre kullanılmıştır. Bunlardan 1. zemin parametresi Winkler zemin modülü olarak adlandırılır. Winkler zemin, teoride birbirine yakın yerleştirilmiş, çubuk boyunca üniform dağılan, bağımsız, lineer, elastik, düşey bir grup yaydan oluşmaktadır. Elastik zemin, genelde matematiksel kolaylığı ve basitliği açısından Winkler zemin ile yani bir parametreli zemin ile modellenir. Fakat, bir parametreli zemin, pratikte birçok elastik zemin karakteristiklerini hassas ve kusursuz bir şekilde temsil edemez. Winkler zemin modelinin süreksiz yapı etkisini giderebilmek için, Winkler modelden daha kusursuz ve sürekli ortam modelinden daha basit olan iki parametreli zemin modeli geliştirilmiştir.

İkinci zemin parametresi, zemini temsil eden yayların arasındaki ilişkilere veya zeminin elastik sabitlerine bağlı olarak, değişik zemin modellerinde değişik şekillerde tanımlanmıştır. Çalışmada iki parametreli elastik zemin modeli olarak, yay elemanları üzerinde sadece düşey deplasman yapabilen ve sıkışmayan elemanlardan oluşan bir dönme tabakasına sahip olan Pasternak modeli göz önüne alınmıştır.

Zemin etkileri konusunda yapılan çalışmalara bakılacak olursa; Kerr [20], birçok elastik ve viskoelastik zemin modellerini incelemiştir. Doyle [21], 1-parametreli kısmi elastik zemin üzerinde ince çubukların doğal frekanslarını hesaplamıştır. Clastornik, Eisenberger ve Yankelevski [22], rijitliği değişen Winkler elastik zemin üzerinde çubukların serbest titreşim frekanslarını bulmuşlardır. Thambiratnam ve Zhuge [23], elastik zemin üzerinde çubukların serbest titreşimlerini basit sonlu elemanlar metoduyla incelemişlerdir. Eisenberger ve Clastornik [26], değişken 2-parametreli elastik zemin üzerinde çubukların titreşim analizi için 2 metot sunmuşlardır: 1. metot, kesin şekil fonksiyonlarının kullanılmasına , 2. metot ise kübik şekil fonksiyonlarının kullanılmasına dayalıdır. Franciosi ve Masi [27], 2-parametreli elastik zemin üzerinde çubukların serbest titreşimlerini kesin şekil fonksiyonlarını kullanarak analiz etmişlerdir. Bahçıvan ve Karadağ [29], 2-parametreli elastik zemin üzerinde çubuk titreşimlerini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemişlerdir.

Çalışmada iki parametreli elastik zemin üzerindeki plastik, ahşap ve beton çubukların titreşim frekansları bulunarak literatürdeki [29] değerlerle karşılaştırması yapılmıştır. Daha sonra literatürden farklı olarak, bu elastik zemin etkisi içinden akışkan geçen boruların titreşim analizine dahil edilmiş, 1-parametreli ve 2-parametreli elastik zemin üzerindeki plastik, çelik ve alüminyum boruların basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet halleri için kritik hızları ve bu kritik hızların oranlarına göre frekansları bulunmuştur. Ayrıca bu çalışmada bir adım daha ileri gidilerek elastik zemin etkisi eksenel kuvvet etkisinde bulunan boruların titreşim analizine de dahil edilmiş, gergin haldeki alüminyum, plastik ve çelik boruların farklı sınır şartlarında zemin durumuna göre frekansları bulunmuştur.

Son bölümde, içinden akışkan geçen boruların enine titreşimleri esnasındaki boyuna frekansları incelenmiştir. Ayrıca, boruda burkulmaya neden olan kritik burkulma kuvvetleri, analitik olarak ve sonlu elemanlar yöntemi ile farklı tipteki borular için bulunmuş ve literatürdeki değerlerle birlikte sunulmuştur.

Çalışmada Fortran programlama dili kullanılmış olup, program, basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumları, alüminyum, plastik, çelik, ahşap ve beton malzeme özellikleri, değişken akışkan hızları ve eksenel kuvvetler için düzenlenmiştir. Tüm çalışma boyunca akışkan olarak su göz önüne alınmış olup, elastik zemin karakteristikleri için ileriki bölümlerde tanımlanacak olan zemin parametreleri kullanılmıştır.

Çalışmada aşağıdaki şartlar kabul edilmiştir:

a. Boru malzemesi izotropik, homojen ve lineer elastik

b. Borunun enine direngenliği, ihmal edilecek kadar küçük

c. Enine yer değiştirme, boru uzunluğuna göre düşük

d. Boyuna direngenlik, ön gerilmeden dolayı boyuna yer değiştirmenin ihmal edilebileceği kadar büyük

e. Titreşim sırasında kesit alan değişmemekte

f. Boru ve zemin arasındaki bağ kusursuz

g. Zemin normal ataleti ihmal edilmekte

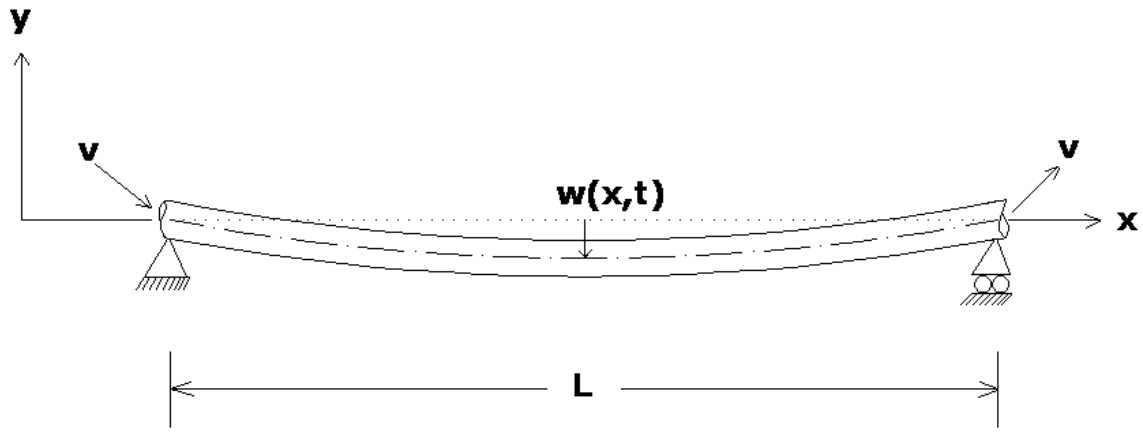
2 ANALİTİK YÖNTEM

2.1 Hareket denklemlerinin çıkarılması

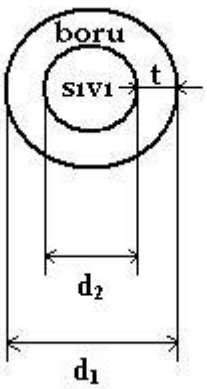
Dönme ataleti etkisi ve dönme deformasyonunun ihmal edildiği Bernoulli-Euler çubuğunun eğilme titreşimlerinin,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\right]+m\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}=0 \qquad \textbf{(2.1)}$$

diferansiyel denklemiyle ifade edildiği bilinmektedir. Ancak burada içinden akışkan geçen boru söz konusudur. Dolayısıyla hareket denklemi sıvı etkisi nedeniyle karmaşıklaşacaktır.

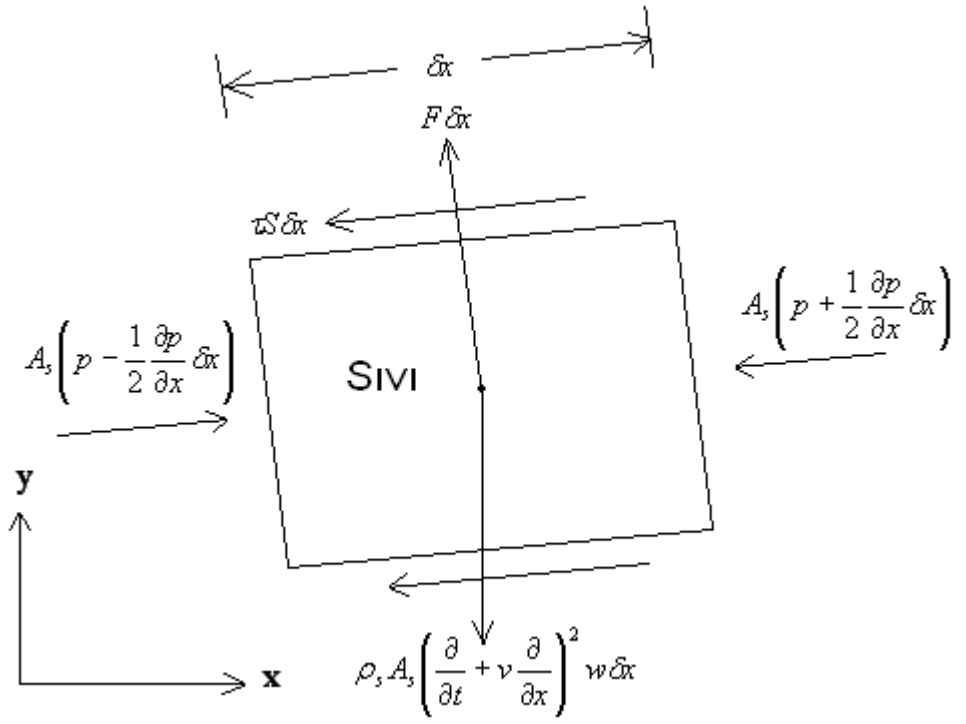


Şekil 2.1: Basit-basit mesnetlenmiş içinden akışkan geçen boru

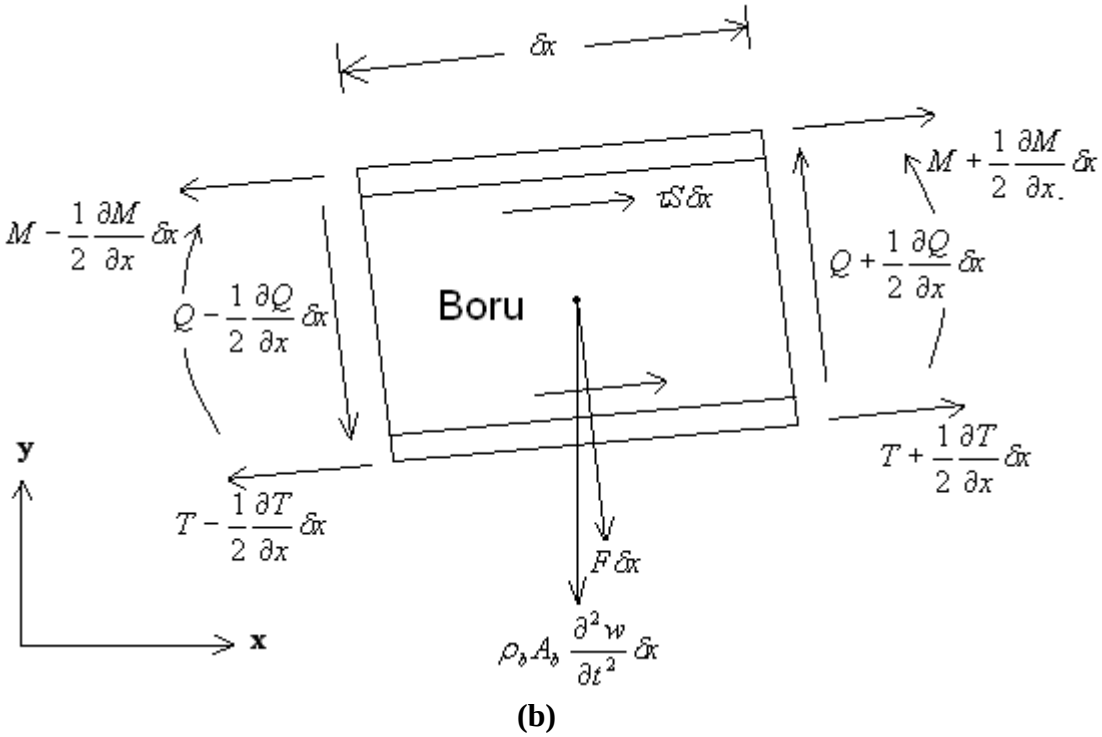


Şekil 2.2: İçinden akışkan geçen borunun kesiti

Şekil 2.1'deki gibi eğilme ve dönme hareketini haiz ve Şekil 2.2'deki gibi bir kesite sahip, akışkan taşıyan borudan δx boyunda elemanlar alınarak, hem boru elemanının hem de akışkan elemanın hareketleri incelendiğinde, Şekil 2.3a ve Şekil 2.3b'de gösterilen kuvvetlerle karşılaşılacaktır.



(a)



(b)

Şekil 2.3a: Sıvı elemanın, **b:** boru elemanının maruz kaldığı kuvvet ve momentler

Şekil 2.3'te,

F : Borunun akışkana uyguladığı kuvvet

S : Borunun iç çevresi

τ : Kesme gerilmesi

T : Eksenel gerilme

Q : Düşey kesme kuvveti

M : Eğilme momenti'dir.

Şekil 2.3b'deki boru elemanında, akışkanın hareketi ile birlikte boru eğriliği değişecek ve yanal titreşimler oluşacaktır. Borunun eğilmesini artıracak bu etkiler, akışkan basıncının düşey bileşeni ve borunun akışkana uyguladığı basınç kuvveti (F) tarafından karşılanır. Analitik formülasyonlar [12]'den alınmıştır. Önce dikey yönde sıvıya etkiyen kuvvetlerin denge durumuna bakılırsa,

$$F - \rho_s A_s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \rho_s A_s \left[\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right]^2 w = \rho_s A_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_s A_s v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\rho_s A_s v \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \quad \textbf{(2.2)}$$

şeklindedir. Boru boyunca akışkanın basınç gradyeni, akışkanın boru duvarlarında yarattığı sürtünme ile kendini gösteren kesme gerilmesi ile karşılanır. Sabit bir akış hızında boruya paralel kuvvetler toplanırsa,

$$A_s \frac{\partial p}{\partial x} + \tau S = 0 \quad \textbf{(2.3)}$$

biçimindedir. Şekil 2.3b'den boru eksenine paralel kuvvetler toplanarak boru elemanının hareket denklemine ulaşılabilir;

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \tau S - Q\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \textbf{(2.4)}$$

Boru eksenine dik yöndeki kuvvetler, boru elemanının y yönünde yer değişimini hızlandırırlar. Küçük yer değişimler için,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - F = \rho_b A_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \textbf{(2.5)}$$

ifadesi geçerlidir. Düşey kesme kuvveti, borunun eğilme momenti ve boru deformasyonu cinsinden ifade edilebilir;

$$Q = -\frac{\partial M}{\partial x} = -EI\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \quad \textbf{(2.6)}$$

Q, $\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}$ ile orantılı olduğundan eşitlik (2.4) teki w^2 'li terim küçük deformasyon analizinde ihmal edilebilir. (2.2), (2.5), (2.6) no'lu denklemler F ve Q değişkenlerini elemek için birleştirilirse,

$$EI_b\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(pA_s - T\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho_s A_s\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_s\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 w + \rho_b A_b\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \textbf{(2.7)}$$

denklemi elde edilir. Kesme gerilmesi de (2.3) ve (2.4) nolu denklemler kullanılarak yok edilirse,

$$\frac{\partial(pA_s - T)}{\partial x} = 0 \quad \textbf{(2.8)}$$

ifadesine ulaşılır. Bu denklem, pA_s-T'nin, borunun konumundan bağımsız olduğunu gösterir. Borunun sonunda (x=L) iken borudaki gerilme sıfır olmakta, akışkan basıncı da ortam basıncına eşit olmaktadır. Öyleyse x=L iken, p=T=0'dır ve (2.8) nolu denklemden x'in bütün değerleri için şu ifade çıkarılabilir;

$$pA_s - T = 0 \quad \textbf{(2.9)}$$

(2.9) nolu denklem, (2.7) nolu denkleme yerleştirilirse içinden akışkan geçen borunun hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_s A_s v^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\rho_s A_s v\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t} + \rho_t A_t\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \textbf{(2.10)}$$

2.2 Analitik yöntem ile titreşim analizi

Basit mesnet hali için analitik çözüm yapılacak olursa sınır şartları,

$$w(0,t) = 0,\ w(L,t) = 0 \quad \textbf{(2.11)}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(0,t) = 0,\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(L,t) = 0 \quad \textbf{(2.12)}$$

şeklinde olur. Bu sınır şartlarını sağlayan genel çözüm için,

$$w(x,t)=A\varphi(x)\sin\omega t \qquad \textbf{(2.13)}$$

şeklinde bir çözüm kabulü yapılırsa, genel denklemdeki birinci, ikinci ve dördüncü terimlerin sinωt olarak kaldığı, üçüncü terimin ise cosωt'ye dönüştüğü görülür. Buradan hareketle basit mesnet hali için hareket denklemlerinin genel çözümü,

$$w(x,t)=A_1\varphi(x)\sin\omega t + A_2\varphi(x)\cos\omega t \qquad \textbf{(2.14)}$$

olarak ortaya çıkar. Burada A_1, A_2 bağımsız katsayılardır. Titreşimin mod şekli olarak ise,

$$\varphi(x)=\sin n\pi x/L \; ; \; n=1,2,3,... \qquad \textbf{(2.15)}$$

şeklindeki sinüsoidal mod şekli kullanılır. Bu şekilde elde edilen genel çözüm ifadesi denklem (2.10)'da yerine yazıldığında denklemin soldan üçüncü kısmının,

$$\cos n\pi x/L \; ; \; n=1,2,3,... \qquad \textbf{(2.16)}$$

şeklinde ifadeler içerdiği görülür. Bu ifadeler sinüs fonksiyonlarının Fourier seri açılımı kullanılarak,

$$b_{nr}=\frac{2r}{\pi}\frac{\left[1-(-1)^{n+r}\right]}{r^2-n^2} \qquad \textbf{(2.17)}$$

olmak üzere,

$$\cos n\pi x/L=\sum_{r=1,2,3} b_{nr}\sin n\pi x/L\,\frac{r^2}{r^2-n^2} \qquad ; n=1,2,3,... \qquad \textbf{(2.18)}$$

formunda açılabilir. Bu yeni ifadeler ile denklem (2.10) düzenlenerek sinωt ve cosωt olmak üzere iki grupta incelenebilir. Bu ifadelerin önündeki katsayıların sıfıra eşit olması gerektiği gözönünde bulundurularak,

$$a_n\left[EI_b n^4(\pi/L)^4-\rho_s A_s v^2 n^2(\pi/L)^2-\rho_t A_t {\omega_j}^2\right]=\frac{8\rho_s A_s v\omega_j}{L}\sum_{r=2,4,6} a_r\frac{r^2}{r^2-n^2}$$

$$(n=1,3,5,...) \qquad \textbf{(2.19)}$$

$$a_n\left[EI_b n^4(\pi/L)^4 - \rho_s A_s v^2 n^2(\pi/L)^2 - \rho_t A_t \omega_j{}^2\right] = \frac{8\rho_s A_s v\omega_j}{L}\sum_{r=1,3,5} a_r \frac{r^2}{r^2-n^2}$$

(n=2,4,6,...) **(2.20)**

şeklindeki denklem takımı elde edilir. Bu denklemler matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\left[[K]-\omega^2 M[I]\right]\{a\}=0 \qquad \textbf{(2.21)}$$

$$k_{rs}=\begin{cases} EI_b r^4(\pi/L)^4 - \rho_s A_s v^2 r^2(\pi/L)^2 & ,r=s \\ \dfrac{8\rho_s A_s v\omega_j}{L}\quad \dfrac{s^2}{s^2-n^2} & ,r\neq s, r+s=tek \\ 0 & ,r\neq s, r+s=çift \end{cases} \qquad \textbf{(2.22)}$$

Burada [K], rijitlik matrisini, M, toplam kütleyi, [I], birim matrisi ifade ederken k_{rs} ile rijitlik matrisinin elemanları kastedilmektedir. Denklem (2.21)'in çözümü için katsayılar determinantının sıfıra eşitlenmesi gerekir;

$$\left|[K]-\omega_j{}^2 M[I]\right|=0 \qquad \textbf{(2.23)}$$

Sonsuz serbestlik derecesini haiz bu sistemin pratik çözümü için sadece ilk iki mod kullanılıp diğer katsayılar sıfıra eşitlenerek analiz yapılırsa çözüm,

$$\left[1-\left(\frac{v}{v_c}\right)^2-\left(\frac{\omega_j}{\omega_N}\right)^2\right]\left[16-4\left(\frac{v}{v_c}\right)^2-\left(\frac{\omega_j}{\omega_N}\right)^2\right]+\frac{256}{9\pi^2}\left(\frac{v}{v_c}\right)^2\left(\frac{\rho_s A_s}{\rho_t A_t}\right)\left(\frac{\omega_j}{\omega_N}\right)^2=0 \qquad \textbf{(2.24)}$$

halini alır. Sıvı akışı yokken sıvı ile dolu borunun doğal frekansı,

$$\omega_N=\frac{\pi^2}{L^2}\left(\frac{EI_b}{\rho_t A_t}\right)^{1/2} \qquad \textbf{(2.25)}$$

şeklinde bulunur. Burkulma için kritik hız ise,

$$v_c=\frac{\pi}{L}\left(\frac{EI_b}{\rho_s A_s}\right)^{1/2} \qquad \textbf{(2.26)}$$

denklemiyle hesaplanabilir. İlk iki frekans denklem (2.24) ile hız oranlarına ve kütle

oranlarına bağlı olarak hesaplanabilmekteydi. Bu iki frekansın tam çözümü ise aşağıda olduğu gibidir;

$$\left(\frac{\omega_j}{\omega_N}\right)^2 = \alpha \pm \left\{\alpha^2 - 4\left[1-\left(\frac{v}{v_c}\right)^2\right]\left[4-\left(\frac{v}{v_c}\right)^2\right]\right\}^{1/2} \quad j=1,2,... \qquad \textbf{(2.27)}$$

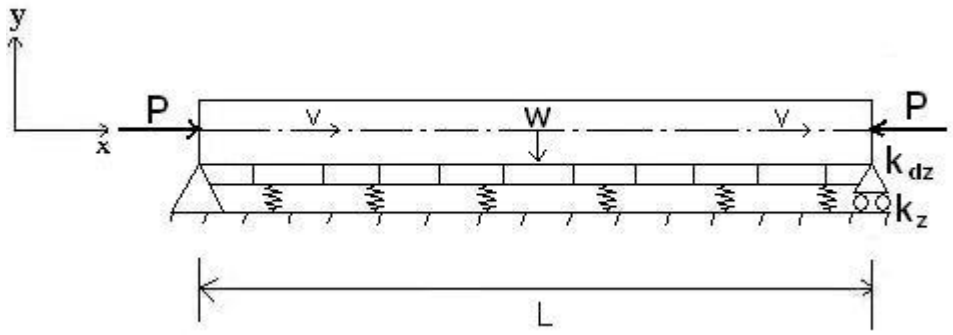
Burada,

$$\alpha = 8.5 - \left(\frac{v}{v_c}\right)^2\left[2.5 + \frac{128}{9\pi^2}\left(\frac{\rho_s A_s}{\rho_t A_t}\right)^2\right] \qquad \textbf{(2.28)}$$

şeklinde ifade edilir. Denklemlere bakıldığında, $v \le v_c$ olduğu sürece ω_1 ve ω_2 reel sayıdır. v=0 için ilk iki doğal frekans sırasıyla ω_n ve $4\omega_n$ olur. Frekanslar, beklendiği gibi, sıvı hızıyla düşmektedir. $v=v_c$ olduğunda, borunun en düşük frekansı sıfır olacaktır, ayrıca boruyu düz tutmak için gerekli kuvvet boru katılığından fazla olmuş olacağı için boru bükülecektir.

3 SİSTEM DENKLEMLERİ

Sonlu elemanlar modelini kurmak üzere, Şekil 3.1'de gösterilen, iki parametreli elastik zemin üzerine oturtulmuş içinden belli bir hızda akışkan geçen boru için potansiyel enerji ve kinetik enerji ifadeleri oluşturulmuş, Lagrange denklemleri ile de sistemin hareket denklemleri yazılmıştır.



Şekil 3.1: Eksenel kuvvet etkisinde iki parametreli elastik zemin üzerinde içinden akışkan geçen borunun mekanik modeli

3.1 Potansiyel Enerji Denklemleri

Herhangi bir dönme hareketi yapmayan, y doğrultusunda w yer değişimi yapan boru, bir çubuk olarak kabul edilebilir ve potansiyel enerjisi,

$$V_w = \frac{1}{2} EI \int_0^L (w'')^2 \, dx \qquad \textbf{(3.1)}$$

şeklinde ifade edilir. Eğer boruda dış kuvvetlerden dolayı oluşan gerilmeler varsa bunların etkisiyle v hacmi içinde oluşan potansiyel enerji,

$$V_g = \frac{1}{2} \int_v \left\{ \sigma_x (w')^2 + 2\tau_{xy} w' \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dv \qquad \textbf{(3.2)}$$

olarak tanımlanır. Ancak çalışmada borunun y eksenine göre bir dönme hareketi bulunmadığı değerlendirilip $\frac{\partial w}{\partial y}$=0 kabulü yapıldığından yukarıdaki bağıntı,

$$V_g = \frac{1}{2}\int_v \sigma_x (w')^2 \, dv \qquad \textbf{(3.3)}$$

şeklini alır. Eğer sistemde gerilme yerine boyuna etkiyen bir kuvvet varsa, yukarıdaki ifade,

$$V_g = \frac{1}{2}\int_0^L P(w')^2 \, dx \qquad \textbf{(3.4)}$$

halini alır.

İçinden akışkan geçen bir borudan bahsedildiğine göre daha önce Şekil 2.3a'da da görüldüğü üzere hızı etkisiyle, akışkan düşey yönde bir kuvvete neden olmaktadır. Potansiyel enerji ifadesi olarak rijitlik matrisine dahil edilebilecek bu bağıntı,

$$V_s = \frac{1}{2}\int_0^L \rho_s A_s v^2 (w')^2 \, dx \qquad \textbf{(3.5)}$$

şeklindedir.

Elastik zeminden kaynaklanan potansiyel enerji ifadelerinden, Winkler zemin etkisiyle oluşan bağıntı,

$$V_z = \frac{1}{2} k_z \int_0^L w^2 dx \qquad \textbf{(3.6)}$$

şeklinde ifade edilir. Dönme zemin etkisiyle oluşan potansiyel enerji ifadesi ise,

$$V_{dz} = \frac{1}{2} k_{dz} \int_0^L (w')^2 \, dx \qquad \textbf{(3.7)}$$

şeklinde yazılır.

Toplam potansiyel enerji ifadesi de,

$$E_p = V = \frac{1}{2}\int_0^L EI\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L \rho_s A_s v^2 \left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L P\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2}\int_0^L k_z w^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L k_{dz}\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]^2 dx \qquad \textbf{(3.8)}$$

şeklinde oluşur.

3.2 Kinetik Enerji Denklemleri

Eğilme yer değişimi yapan bir borunun kinetik enerji ifadesi;

$$T_{ew} = \frac{1}{2}\rho_t A_t \int_0^L (\dot{w})^2 dx \qquad \textbf{(3.9)}$$

şeklinde tanımlanır.

Kesit düzleminin asal eksene dik kalmadığı ve kesit dönmesi olduğu düşünülürse,

$$T_{ewd} = \frac{1}{2}\rho_t I_t \int_0^L (\dot{\theta})^2 dx \qquad \textbf{(3.10)}$$

şeklinde bir kinetik enerji ifadesi ortaya çıkacaktır.

Toplam kinetik enerji ise;

$$E_k = T = \frac{1}{2}\int_0^L \rho_t A_t \left[\frac{\partial w}{\partial t}\right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L \rho_t I_t \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}\right]^2 dx \qquad \textbf{(3.11)}$$

formunda olacaktır.

3.3 Sistem Denklemlerinin Çözümü

Potansiyel enerji ve kinetik enerji ifadelerinden hareket denklemlerine geçebilmek üzere Lagrange denklemleri kullanılmıştır. Bu denklemler hatırlanacak olursa,

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right] - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k \ , \qquad L=T\text{-}V \qquad \textbf{(3.12)}$$

formundadır. Burada q_k ile gösterilen genelleştirilmiş kordinatlarla borunun eğilme(w) ve dönme(θ) hareketi, eşitliğin sağ tarafında Q_k ile gösterilen genelleştirilmiş kuvvetlerle de boruya dışarıdan etkiyen aktif kuvvetler kastedilmektedir. Denklemi açmak için L ifadesinin bulunması gerekir. Önceki adımlarda elde edilen enerji ifadeleri kuadratik formda yazılırsa,

$$E_k = T = \frac{1}{2}\left\{\dot{q}\right\}^T [M]\left\{\dot{q}\right\} \qquad \textbf{(3.13)}$$

$$E_p = V = \frac{1}{2}\{q\}^T [K]\{q\} \qquad \textbf{(3.14)}$$

tarzında çıkacaktır. Burada, katsayılar matris olarak verilmiştir. [M]:Global kütle matrisi ve [K]:Global rijitlik matrisi olarak isimlendirilen bu ifadeler, eleman rijitlik ve kütle matrislerinin her eleman için toplanmasıyla elde edilmektedir. Eleman rijitlik ve eleman kütle matrislerinin bulunuşu ise bir sonraki bölümde geniş biçimde ele alınacaktır. Enerji ifadelerinin quadratik formdaki bu son biçimleri Lagrange denklemlerindeki yerlerine yazılarak ve dışarıdan boruya etkiyen bir kuvvet söz konusu olmadığı değerlendirilip, (3.12)'deki eşitliğin sağ tarafındaki genelleştirilmiş kuvvet Q_k=0 alınarak, sistemin hareket denklemleri aşağıdaki formda yazılabilir;

$$[M]\left\{\ddot{q}\right\} + [K]\{q\} = 0 \qquad \textbf{(3.15)}$$

Bu denklemi çözmek üzere genelleştirilmiş koordinatların,

$$\{q\} = \left\{\bar{q}\right\}\sin \omega t \qquad \textbf{(3.16)}$$

şeklinde $\bar{q}$ genliğinde ve ω frekansında harmonik hareket yaptığı kabul edilmiştir. Bu durumda,

$$[K]\left\{\bar{q}\right\} = \omega^2 [M]\left\{\bar{q}\right\} \qquad \textbf{(3.17)}$$

formundaki özdeğer problemine ulaşılır. Bu özdeğer probleminin çözümünde özdeğerler frekansları verirken özvektörler de titreşim modlarını verecektir.

4 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu elemanlar yöntemi, mühendislikte çok geniş uygulama alanı olan, problemlerin çözümüne kolaylık getiren bir sayısal analiz metodudur. Sürekli ortam problemi kaç boyutlu olursa olsun, problemdeki alan değişkeninin (basınç, sıcaklık, yer değişimi, gerilme, v.b.) ortam içinde sonsuz sayıda değeri vardır. Çünkü alan değişkeni, çözüm ortamının içerdiği noktaların sürekli bir fonksiyonudur. Dolayısıyla problem sonsuz bilinmeyenlidir. Sonlu elemanlar metodunda çözüm alanı elemanlara ayrılır. Her bir eleman içindeki bilinmeyen alan değişkeni yaklaşık fonksiyonlarla tanımlanır. Böylelikle, problem sonsuz sayıda bilinmeyenden sonlu sayıda bilinmeyene indirgenmiş olur. İnterpolasyon fonksiyonları denilen bu yaklaşık fonksiyonlar, alan değişkenlerinin çözüm bölgesindeki 'Düğüm noktaları' denilen noktalarda sahip oldukları değerler cinsinden ifade edilir. Düğüm noktaları genellikle sonlu elemanların sınırları üzerinde ve komşu elemanlarla birleştirilecek noktalarda seçilir. Düğüm noktalarını paylaşan elemanların bu noktalarda sahip olduğu değerler aynıdır. Alan değişkeninin düğüm noktalarında aldığı değerler ve interpolasyon fonksiyonları, alan değişkeninin eleman içindeki davranışını tamamen tanımlar. Bir problemin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümünde, alan değişkeninin düğüm noktalarındaki değerleri problemdeki yeni bilinmeyenleri oluşturur. Bu bilinmeyenler bir kez bulundu mu, interpolasyon fonksiyonları yardımıyla, alan değişkeni bütün çözüm noktalarında hesaplanabilir.

Bu yöntemde elemanların özellikleri değişik yollarla formüle edilebilir. Genel olarak dört farklı yaklaşımın yer aldığı görülmektedir. Bunlar sırasıyla,

a. Direkt yaklaşım
b. Varyasyonel yaklaşım
c. Weighted Residual (ağırlıklı kalanlar) yaklaşımı
d. Enerjinin dengelenmesi yaklaşımıdır.

Direkt yaklaşım basit problemler için kullanılır. Bu yaklaşımda sonlu elemanların denklemleri matrislerle ifade edilir. Direkt yaklaşımla elde edilen eleman özellikleri

daha gelişmiş ve ileri düzeydeki varyasyonel yaklaşımla da saptanabilir. Bu yöntemde problem için geçerli bir fonksiyonun kritik değeri varyasyonel prensiplerle elde edilir. Çalışmada da kullanılan varyasyonel yaklaşımla direkt metotla elde edilemeyen karmaşık şekilli elemanların özelliklerine de ulaşılabilir.

Ağırlıklı kalanlar yaklaşımında problemin geçerli diferansiyel denklemleri kullanılır, herhangi bir fonksiyon veya varyasyonel ilke kullanmaya gerek yoktur.

Son olarak, enerjinin dengelenmesi yaklaşımında ise sistemin toplam kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisi dengelenir.

Kullanılan yaklaşım ne olursa olsun, sürekli ortam problemlerinin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümündeki işlemler düzenli bir sıra izler. Bu işlemler şöyle sıralanabilir:

1. Ortamın elemanlara ayrılması: İlk olarak ortam veya çözüm bölgesi sonlu sayıda elemana bölünür.
2. Şekil fonksiyonlarının seçilmesi: İkinci adımda her eleman için düğüm noktaları saptanır ve alan değişkenin eleman içindeki değişimini tanımlayan interpolasyon fonksiyonları seçilir. Genellikle alan değişkeni için polinomlar şekil fonksiyonu olarak seçilir. İnterpolasyon fonksiyonları yardımıyla yazılan alan değişkeni ifadelerinden şekil fonksiyonları elde edilir.
3. Eleman özelliklerinin bulunması: Sonlu elemanlar modeli kurulduktan yani eleman sayısı ve şekil fonksiyonları belirlendikten sonra sıra, her elemanın özelliklerini veren matris denklemlerini kurmaya gelir. Bu denklemler o elemana ait düğüm noktalarındaki değerler sayesinde elde edilecektir. Sonuç olarak, eleman özelliklerini düğüm noktalarındaki değerlerden alan denklem sistemi elde edilir. Bu işlem için daha önce bahsedilen dört yaklaşımdan birini kullanmak mümkündür. Çoğu kez varyasyonel yaklaşım en uygun yaklaşım olarak görülür.
4. Eleman özelliklerinin birleştirilmesi: Tüm sistemin küçük elamanlardan oluşan modelini kurmak üzere eleman özelliklerinin tek tek birleştirilmesi gerekir. Diğer bir deyişle bu adımda, elemanların özelliklerini içeren matris denklemleri uygun bir şekilde birleştirilerek tüm çözüm bölgesi veya tüm sistem için genel matris denklemleri elde edilir. Elemanların özellikleri

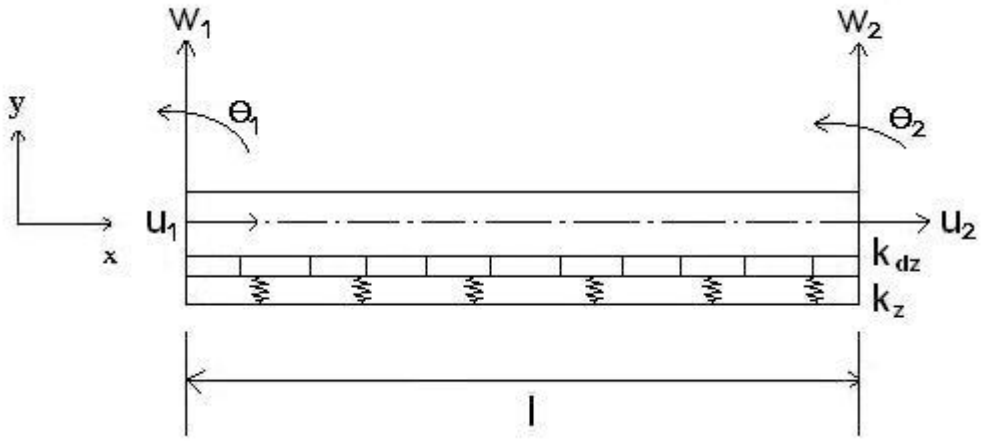
birleştirilirken alan değişkeninin, birçok elemanın birleştiği düğüm noktalarında her eleman için aynı değere sahip olması gerektiği göz önünde bulundurulmalıdır.

5. Sınır şartlarının uygulanması: Sistem denklemlerinin çözülebilmesi için problemin sınır şartlarının doğru olarak sisteme dahil edilmesi gerekir. Sınır şartları elemanlar birleştirilirken ya da birleştirildikten sonra sistem matrisleri yeniden düzenlenerek uygulanır.
6. Sistem denklemlerinin çözümü: Bir önceki adımla elde edilen sistem denklemleri, klasik sayısal analiz teknikleri uygulanarak çözülür. Bu işlem sonunda alan değişkeninin düğüm noktalarındaki bilinmeyen değerleri bulunmuş olur. Denklemler lineer ise, sonuç standart çözüm teknikleriyle kolayca sağlanır. Lineer olmayan denklemler için çoğu kez adım adım çözüm yöntemleri veya iterasyon teknikleri kullanılmalıdır.
7. İlave hesaplamaların yapılması: Bazen bir önceki adımda elde edilmiş alan değişkeninin düğüm noktalarındaki değerleri kullanılarak problemle ilgili başka önemli değerler hesaplanabilir. Örnek olarak bir kuvvet sistemi etkisindeki elastik bir cismin uğradığı şekil değişimleri hesaplandıktan sonra istenen noktalardaki gerilim değerleri hesaplanabilir.

4.1 Ortamın Elemanlara Ayrılması ve Şekil Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Sonlu elemanlar yönteminin temel aşamalarından biri olan şekil fonksiyonlarının saptanması analizin doğruluğunu etkileyen unsurlardandır. Bu adımda öncelikle analiz yapılacak sistem elemanlara bölünür ve her bir eleman için düğüm noktaları belirlenir. Sonrasında alan değişkeninin eleman içindeki değişimini belirleyen interpolasyon fonksiyonları belirlenir. Genellikle alan değişkeni için polinomların interpolasyon fonksiyonu olarak seçildiği söylenebilir. Bu polinomların derecesi ise elemanın düğüm noktası sayısına, her düğüm noktasındaki bilinmeyen sayısına, eleman sınırlarına ve düğüm noktalarına konulmuş olan süreklilik şartlarına bağlı olarak değişmektedir. Alan değişkenlerinin bu polinomlar ile yazılması sonucu şekil fonsiyonları elde edilir.

Çalışmada boru, aşağıda koordinatları ve bu koordinatlardaki yer değişimleri gösterilmiş olan on adet elemana bölünerek incelenmiştir.



Şekil 4.1: İki parametreli elastik zemin üzerindeki boru elemanının düğüm noktalarına göre değişkenleri

Şekil 4.1'de gösterilen boru elemanının sadece boyuna titreşimleri incelenecek olsaydı, yatay doğrultuda toplam iki serbestlik derecesine sahip bu eleman için ,

$$EA\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} = 0 \qquad \textbf{(4.1)}$$

ifadesinin integre edilmesiyle,

$$u = b_2 x + b_1 \qquad \textbf{(4.2)}$$

tarzında birinci derece bir polinom yeterli olacaktı. Elemanın sınır şartlarından b_1 ve b_2 integral sabitleri bulunup denklemde yerine konduğunda,

$$u = \left(1 - \frac{x}{l}\right)u_1 + \left(\frac{x}{l}\right)u_2 \qquad \textbf{(4.3)}$$

elde edilir. Buradan da boyuna yer değişimi şekil fonksiyonları ile yazılırsa,

$$u = [N]_{eu}\{\delta\}_{eu} \qquad \textbf{(4.4)}$$

tarzında ifade edilir. Bu durumda boyuna yer değişimi için şekil fonksiyonu şu şekilde oluşacaktır;

$$[N]_{eu} = \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right), \frac{x}{l}\right] \qquad \textbf{(4.5)}$$

Genelleştirilmiş koordinat vektörü ise şu şekilde oluşacaktır;

$$\{\delta\}_{eu} = \{u_1, u_2\}^T \tag{4.6}$$

Çalışmada boyuna ifadelere de yer verilmekle birlikte, borunun asıl eğilme titreşimleri incelenmektedir. Şekil 4.1'deki boru elemanı eğilme titreşimleri esnasında, her iki düğüm noktasında eğilme ve dönme olmak üzere iki serbestlik derecesine sahiptir. Toplam dört serbestlik derecesini haiz bu boru elemanı için,

$$EI\frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} = 0 \tag{4.7}$$

ifadesi geçerlidir. Bu ifadenin integre edilmesiyle,

$$w = a_4x^3 + a_3x^2 + a_2x + a_1 \tag{4.8}$$

tarzında çıkan polinom interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılabilir. Bu ifadenin x'e göre türevi alınarak da dönme miktarının (θ) polinom olarak ifadesi bulunabilir;

$$\theta = w' = 3a_4x^2 + 2a_3x + a_2 \tag{4.9}$$

Elemanın sınır şartlarından a_1, a_2, a_3, a_4 integrasyon sabitlerini elde etmek üzere yer değişimleri kuadratik formda yazılırsa,

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \cdot \{a\} \tag{4.10a}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \cdot \{a\} \tag{4.10b}$$

$$a = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \tag{4.10c}$$

şeklinde olacaktır. Elemanın düğüm noktalarında;

x=0 iken $w=w_1$ *ve* $\theta=\theta_1$ **(4.11a)**

$x=L$ *iken* $\quad w=w_2$ *ve* $\theta=\theta_2$ **(4.11b)**

Bu sınır şartları yerlerine yazılırsa,

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \tag{4.12}$$

biçiminde elde edilir. Bu denklemden {a} katsayılar vektörü çekilebilir;

$$\{a\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \Rightarrow \{a\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3/l^2 & -2/l & 3/l^2 & -1/l \\ 2/l^3 & 1/l^2 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \tag{4.13}$$

Sonuçta,

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \cdot \{a\} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3/l^2 & -2/l & 3/l^2 & -1/l \\ 2/l^3 & 1/l^2 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

(4.14a)

$$\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \cdot \{a\} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3/l^2 & -2/l & 3/l^2 & -1/l \\ 2/l^3 & 1/l^2 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

(4.14b)

şeklinde elde edilir. Şimdi kuadratik formdaki ilk ifade açık halde yazılırsa,

$$w = \left(1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}\right) w_1 + l\left(\frac{x}{l} - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)\theta_1 + \left(3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}\right) w_2 + l\left(-\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)\theta_2$$

(4.15)

formu elde edilir.

$$w = [N]_{ew}\{\delta\}_{ew} \tag{4.16}$$

olduğuna göre buradan şekil fonksiyonu,

$$[N]_{ew} = \left[\left(1-3\frac{x^2}{l^2}+2\frac{x^3}{l^3}\right), l\left(\frac{x}{l}-2\frac{x^2}{l^2}+\frac{x^3}{l^3}\right), \left(3\frac{x^2}{l^2}-2\frac{x^3}{l^3}\right), l\left(-\frac{x^2}{l^2}+\frac{x^3}{l^3}\right)\right] \tag{4.17}$$

olarak elde edilir.

Dönme hareketine ait şekil fonksiyonunu bulmak için (4.13) denklemindeki integrasyon sabitleri yerlerine konursa,

$$\theta = \frac{1}{l}\left(-6\frac{x}{l}+6\frac{x^2}{l^2}\right)w_1 + \left(1-4\frac{x}{l}+3\frac{x^2}{l^2}\right)\theta_1 + \frac{1}{l}\left(6\frac{x}{l}-6\frac{x^2}{l^2}\right)w_2 + \left(-2\frac{x}{l}+3\frac{x^2}{l^2}\right)\theta_2 \tag{4.18}$$

ifadesi elde edilir.

$$\theta = w' = [N']_{ew}\{\delta\}_{ew} \tag{4.19}$$

olduğuna göre;

$$[N']_{ew} = \left[\frac{1}{l}\left(-6\frac{x}{l}+6\frac{x^2}{l^2}\right), \left(1-4\frac{x}{l}+3\frac{x^2}{l^2}\right), \frac{1}{l}\left(6\frac{x}{l}-6\frac{x^2}{l^2}\right), \left(-2\frac{x}{l}+3\frac{x^2}{l^2}\right)\right] \tag{4.20}$$

şeklinde çıkar. Kesit dönmesinin x'e göre türevi,

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} = 2a_3 + 6a_4 x \tag{4.21}$$

olarak hesaplanır. Burada a_3 ve a_4 integrasyon sabitlerini yerlerine yazılırsa,

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{1}{l^2}\left(-6+12\frac{x}{l}\right)w_1 + \frac{1}{l}\left(-4+6\frac{x}{l}\right)\theta_1 + \frac{1}{l^2}\left(6-12\frac{x}{l}\right)w_2 + \frac{1}{l}\left(-2+6\frac{x}{l}\right)\theta_2 \tag{4.22}$$

elde edilir.

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} = w'' = [N'']_{ew}\{\delta\}_{ew} \tag{4.23}$$

olduğuna göre,

$$[N'']_{ew} = \left[\frac{1}{l^2}\left(-6+12\frac{x}{l}\right), \frac{1}{l}\left(-4+6\frac{x}{l}\right), \frac{1}{l^2}\left(6-12\frac{x}{l}\right), \frac{1}{l}\left(-2+6\frac{x}{l}\right)\right] \quad \textbf{(4.24)}$$

şeklinde elde edilir.

4. 2 Eleman Rijitlik Matrisi

4.2.1 Boru elemanı rijitlik matrisi

4.2.1.1 Eğilme yer değişimi etkisi

Borunun eğilme titreşimleri incelendiğinde,

$$V_{ew} = \frac{1}{2} EI \int_0^l (w'')^2 \, dx \quad \textbf{(4.25)}$$

denklemi ile tek bir eleman için verilen potansiyel enerji ifadesinin kullanılması gerekir. Burada w'' ifadesinin tanımı için,

$$w'' = \frac{\partial \theta}{\partial x} = [N'']_{ew} \{\delta\}_{ew} \quad \textbf{(4.26)}$$

ifadesi (4.25) denkleminde yerine yazılırsa,

$$V_{ew} = \frac{1}{2} EI \int_0^l \{\delta\}^T{}_{ew} [N'']^T{}_{ew} [N'']_{ew} \{\delta\}_{ew} \, dx \quad \textbf{(4.27)}$$

elde edilir. Bununla birlikte potansiyel enerji için,

$$V = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K]_i \{\delta\} \quad \textbf{(4.28)}$$

şeklindeki kuadratik ifade teşkil edilirse,

$$V_{ew} = \frac{1}{2} \{\delta\}^T{}_{ew} [K_{ew}] \{\delta\}_{ew} \quad \textbf{(4.29)}$$

ifadesine ulaşılır. Böylelikle eğilme rijitlik matrisi oluşturulabilir;

$$[K_{ew}] = EI \int_0^l [N'']^T{}_{ew} [N'']_{ew} \, dx \tag{4.30}$$

ve sonuç olarak $\{\delta\}_{ew} = \{w_1 \quad \theta_1 \quad w_2 \quad \theta_2\}^T$ olmak üzere

$$[K_{ew}] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & & \textit{simetrik} & \\ 6l & 4l^2 & & \\ -12 & -6l & 12 & \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

şeklinde elde edilir.

4.2.1.2 Boyuna yer değişimi etkisi

Boyuna yer değişimlerini incelemek üzere, üçüncü bölümdeki potansiyel enerji ifadeleri, sadece bir eleman göz önüne alınarak,

$$V_{eu} = \frac{1}{2} EA_b \int_0^l (u')^2 \, dx \tag{4.32}$$

tarzında yazılabilir. u' tanımı için,

$$u' = [N']_{eu} \{\delta\}_{eu} \tag{4.33}$$

ifadesi kullanılarak,

$$V_{eu} = \frac{1}{2} EA_b \int_0^l \{\delta\}^T{}_{eu} [N']^T{}_{eu} [N']_{eu} \{\delta\}_{eu} \, dx \tag{4.34}$$

kuadratik formundaki potansiyel enerji denklemi, buradan da

$$[K_{eu}] = EA_b \int_0^l [N']^T{}_{eu} [N']_{eu} \, dx \tag{4.35}$$

ifadesi kullanılarak $\{\delta\}_{eu} = \{u_1 \quad u_2\}$ olmak üzere,

$$\left[K_{eu}\right]=\frac{EA_b}{l}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}=\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix}\frac{A_b l^2}{I} & -\frac{A_b l^2}{I}\\ -\frac{A_b l^2}{I} & \frac{A_b l^2}{I}\end{bmatrix} \tag{4.36}$$

formundaki borunun boyuna rijitlik matrisine ulaşılır. Bu, sadece boyuna hareket yapan borunun rijitlik matrisidir. Kombine hareket için rijitlik matrisi aşağıda incelenmiştir.

4.2.1.3 Boru elemanı toplam rijitlik matrisi

Boru elemanının her iki düğüm noktasının boyuna yer değişimi ve eğilme hareketi rijitlik matrislerinin birleşimiyle $\{\delta\}_e=\{u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2\}$ olmak üzere,

$$\left[K_{eb}\right]_t=\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix}\frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0\\ 0 & 12 & 6l & 0 & -12 & 6l\\ 0 & 6l & 4l^2 & 0 & -6l & 2l^2\\ -\frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0 & \frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0\\ 0 & -12 & -6l & 0 & 12 & -6l\\ 0 & 6l & 2l^2 & 0 & -6l & 4l^2\end{bmatrix} \tag{4.37}$$

formundaki boru elemanı toplam rijitlik matrisine ulaşılır.

4.2.2 Geometrik rijitlik matrisi

Boru, asal eksen boyunca etkiyen bir burkulma kuvvetine maruz kaldığında üzerinde bir gerilme oluşacaktır. Bu gerilmenin neden olduğu rijitliğe, 'Geometrik rijitlik' adı verilir ve titreşim analizi yapılırken bu etkiden doğan rijitlik de boru elemanı rijitlik matrisi ile birlikte sisteme dahil edilir.

Yukarıda bahsedildiği gibi bir kuvvet mevcutsa bunun neden olduğu potansiyel enerji bir eleman için,

$$V_{eg}=\frac{1}{2}P\int_0^l (w')^2\,dx \tag{4.38}$$

şeklindedir.

$$w' = \theta = [N']_{ew} \{\delta\}_{ew} \tag{4.39}$$

ifadesi (4.38) denkleminde yerine yazılırsa,

$$V_{eg} = \frac{1}{2} P \int_0^l \{\delta\}^T{}_{ew} [N']^T{}_{ew} [N']_{ew} \{\delta\}_{ew} dx \tag{4.40}$$

bağıntısı elde edilir. Kuadratik formdaki bu ifadeden,

$$[K_{eg}]_w = P \int_0^l [N']^T{}_{ew} [N']_{ew} dx \tag{4.41}$$

denklemi çekildiğinde, geometrik rijitlik matrisi,

$$[K_{eg}]_w = \frac{P}{l} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & \textit{simetrik} & \\ \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & \frac{6}{5} & \\ \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

şeklinde elde edilir.

Boyuna yer değişimlerinin geometrik rijitlik matrisine etkisi dikkate alınacak olursa, boyuna yer değişim matrisi, [29]' den alınarak,

$$[K_{eg}]_u = \frac{P}{l} \begin{bmatrix} \frac{m_t l^2}{3} & -\frac{m_t l^2}{6} \\ -\frac{m_t l^2}{6} & \frac{m_t l^2}{3} \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

şeklinde yazılabilir. Boyuna yer değişimi ve eğilme hareketine ait rijitlik matrisleri geometrik matriste yerlerine yazıldığında ise geometrik rijitlik matrisi,

$$\left[K_{eg}\right]_t = \frac{P}{l}\begin{bmatrix} \frac{m_t l^2}{3} & & & & & \\ 0 & \frac{6}{5} & & & \textit{simetrik} & \\ 0 & \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & & \\ -\frac{m_t l^2}{6} & 0 & 0 & \frac{m_t l^2}{3} & & \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{6}{5} & \\ 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.44)}$$

şeklinde elde edilir. Ancak çalışmada enine titreşimler incelendiğinden boyuna yer değişiminin geometrik rijitlik matrisine etki etmediği kabul edilmiştir.

4.2.3 Sıvı elemanı rijitlik matrisi

Sistem boru, sıvı ve zemin olmak üzere üç ana bölümde incelenmektedir. Bu bağlamda, önceki bölümde sisteme bir eksenel kuvvet gibi etkidiği ve bu nedenle bir potansiyel enerjiye sahip olduğu belirlenen sıvının rijitliğinin de bir başlık altında incelenmesi gerekmektedir. Boru içinden akan sıvının oluşturduğu potansiyel enerji, tek bir eleman için yazılırsa,

$$V_{es} = \frac{1}{2}\rho_s A_s v^2 \int_0^l \left(w'\right)^2 dx \quad \textbf{(4.45)}$$

denklemi elde edilir.

$$w' = \theta = \left[N'\right]_{ew}\left\{\delta\right\}_{ew} \quad \textbf{(4.46)}$$

ifadesi (4.45) denkleminde yerine yazılırsa,

$$V_{es} = \frac{1}{2}\rho_s A_s v^2 \int_0^l \left\{\delta\right\}^T{}_{ew}\left[N'\right]^T{}_{ew}\left[N'\right]_{ew}\left\{\delta\right\}_{ew} dx \quad \textbf{(4.47)}$$

bağıntısı elde edilir. Kuadratik formdaki bu ifadeden,

$$\left[K_{es}\right] = \rho_s A_s v^2 \int_0^l \left[N'\right]^T{}_{ew}\left[N'\right]_{ew} dx \quad \textbf{(4.48)}$$

denklemi çekilerek ve boyuna yönde bir sıvı etkisi olmadığı değerlendirilerek

$$[K_{es}]=\frac{\rho_s A_s v^2}{l}\begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & \frac{6}{5} & & & \textit{simetrik} & \\ 0 & \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{6}{5} & \\ 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \tag{4.49}$$

şeklindeki sıvı rijitlik matrisine ulaşılır.

4.2.4 Zemin elemanı rijitlik matrisleri

4.2.4.1 Winkler zemin rijitlik matrisi

Winkler zemin yani 1-parametreli zemin modelinde eğilme potansiyel enerjisi,

$$V_{ezw}=\frac{1}{2}k_z\int_0^l w^2 dx \tag{4.50}$$

şeklindedir. Denlem (4.16)'daki w ifadesi, yerine yazılırsa,

$$V_{ezw}=\frac{1}{2}k_z\int_0^l \{\delta\}^T{}_{ew}[N]^T{}_{ew}[N]_{ew}\{\delta\}_{ew}dx \tag{4.51}$$

şeklindeki potansiyel enerji bağıntısına ulaşır. Burada,

$$[K_{ez}]_w=k_z\int_0^l [N]^T{}_{ew}[N]_{ew}dx \tag{4.52}$$

olduğundan Winkler zemin elemanı rijitlik matrisi aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$[K_{ez}]_w=k_z l\begin{bmatrix} \frac{13}{35} & & & \textit{simetrik} \\ \frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 & & \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420}l & \frac{13}{35} & \\ -\frac{13}{420}l & -\frac{1}{140}l^2 & -\frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 \end{bmatrix} \tag{4.53}$$

Çalışmada boyuna yönde zemin etkisi göz önüne alınsaydı bir yay etkisi gibi düşünülecekti, bu durumda potansiyel enerji ifadesi şu şekilde oluşacaktı;

$$V_{ezu} = \frac{1}{2} k_{bz} \int_0^l u^2 dx \qquad \textbf{(4.54)}$$

(4.4)' teki u ifadesi yerine yazılırsa,

$$V_{ezu} = \frac{1}{2} k_{bz} \int_0^l \{\delta\}^T{}_{eu} [N]^T{}_{eu} [N]_{eu} \{\delta\}_{eu} dx \qquad \textbf{(4.55)}$$

halini alır. Burada,

$$[K_{ez}]_u = k_{bz} \int_0^l [N]^T{}_{eu} [N]_{eu} dx \qquad \textbf{(4.56)}$$

olduğu göz önünde bulundurularak, boyuna yönde elastik zemin etkisi,

$$[K_{ez}]_u = k_{bz} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.57)}$$

şeklinde çıkacaktır. Zeminin boyuna yönde dönme yay katsayısı olarak tanımlanan k_{bz} için,

$$k_{bz} = \frac{E_z A_z}{L} \qquad \textbf{(4.58)}$$

ifadesi kullanılarak, elastik zeminin boyuna yönde, birim boydaki miktarı ile yayılı yük olarak etkidiği değerlendirildiğinde, üstteki ifade birim boy için şu şekilde yazılabilir;

$$k_{bz} = \frac{E_z A_z}{l} \qquad \textbf{(4.59)}$$

Bu durumda (4.57) yeniden yazılırsa;

$$[K_{ez}]_u = \frac{E_z A_z}{l} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.60)}$$

halini alır. Son olarak eğilme ve boyuna yöndeki yer değişimleri için oluşturulan matrisler birleştirildiğinde Winkler zemin elemanı rijitlik matrisi şu şekilde ortaya çıkacaktır;

$$\left[K_{ez}\right]_t = \frac{k_z l}{420}\begin{bmatrix} \frac{-420.E_z A_z}{k_z l^2} & & & & & \\ 0 & 156 & & \textit{simetrik} & & \\ 0 & 2l & 4l^2 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{420.E_z A_z}{k_z l^2} & & \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.61)}$$

4.2.4.2 Dönme zemin rijitlik matrisi

İkinci zemin parametresi olarak kullanılan, dönme zemin etkisiyle oluşan eğilme potansiyel enerjisi,

$$V_{edzw} = \frac{1}{2} k_{dz} \int_0^l (w')^2 \, dx \quad \textbf{(4.62)}$$

şeklindedir. w' ifadesi (4.46)'dan alınarak yerine yazılırsa,

$$V_{edzw} = \frac{1}{2} k_{dz} \int_0^l \{\delta\}^T{}_{ew} \left[N'\right]^T{}_{ew} \left[N'\right]_{ew} \{\delta\}_{ew} \, dx \quad \textbf{(4.63)}$$

bağıntısı elde edilir. Burada,

$$\left[K_{edz}\right]_w = k_{dz} \int_0^l \left[N'\right]^T{}_{ew} \left[N'\right]_{ew} dx \quad \textbf{(4.64)}$$

şeklinde yazılarak, dönme zemin elemanı eğilme rijitlik matrisi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$[K_{edz}]_w = \frac{k_{dz}}{l}\begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & \textit{simetrik} & \\ \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & \frac{6}{5} & \\ \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.65)}$$

Dönme zemin elemanının boyuna yer değişim etkisi olmadığından, eğilme durumundaki dönme zemin rijitlik matrisi yerine yazılarak, nihai dönme zemin elemanı rijitlik matrisine ulaşılabilir;

$$[K_{edz}]_t = \frac{k_{dz}}{l}\begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & \frac{6}{5} & & \textit{simetrik} & & \\ 0 & \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{6}{5} & \\ 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.66)}$$

4.2.5 Eleman toplam rijitlik matrisi

Eleman rijitlik matrislerinin oluşturulmasında boyuna titreşim yaratan ifadelerden de bahsedilmiştir. Ancak, çalışmada enine titreşimler incelendiğinden, sadece bu titreşimler esnasında boyuna yer değişim frekanslarını görmek üzere boru elemanı rijitlik matrisindeki boyuna ifadeler alınmış, diğer eleman rijitlik matrislerindeki boyuna ifadeler sisteme dahil edilmemiştir. Böylelikle boru elemanı, sıvı elemanı ve zemin elemanı rijitlik matrislerinin birleşimi ile ulaşılan 6x6 boyutundaki eleman toplam rijitlik matrisi aşağıda verilmiştir;

$$[K_e]=\frac{EI_b}{l^3}\begin{bmatrix} \frac{A_b l^2}{I_b} & 0 & 0 & -\frac{A_b l^2}{I_b} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6l & 0 & -12 & 6l \\ 0 & 6l & 4l^2 & 0 & -6l & 2l^2 \\ -\frac{A_b l^2}{I_b} & 0 & 0 & \frac{A_b l^2}{I_b} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6l & 0 & 12 & -6l \\ 0 & 6l & 2l^2 & 0 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$+\frac{k_z l}{420}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$+\left(\frac{P}{l}+\frac{\rho_s A_s v^2}{l}+\frac{k_{dz}}{l}\right)\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{1}{10}l & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{1}{10}l \\ 0 & \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l \\ 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.67)}$$

4.3 Eleman Kütle Matrisi

4.3.1 Eleman eğilme kütle matrisi

Borunun eğilme hareketi nedeniyle oluşan kütle matrisini yazmak üzere daha önce 2. bölümde incelenen kinetik enerji ifadesi kullanılmış ve bu ifade kuadratik formda yazılmaya çalışılmıştır. Bir eleman için borunun eğilme hareketiyle sahip olduğu kinetik enerji,

$$T_{ew}=\frac{1}{2}\rho_t A_t\int_0^l\left(\frac{dw}{dt}\right)^2 dx \quad \textbf{(4.68)}$$

şeklindedir. (4.16)'dan'w' ifadesi, yukarıdaki denklemde yerine yazılırsa,

$$T_{ew} = \frac{1}{2}\rho_t A_t \int_0^l \{\dot{\delta}\}^T{}_{ew} [N]^T{}_{ew} [N]_{ew} \{\dot{\delta}\}_{ew} dx \qquad \textbf{(4.69)}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade, (3.13)'te verilen kuadratik formdaki kinetik enerji denklemine eşitlenerek eğilme kütle matrisi için şu şekilde bir ifadeye ulaşılır;

$$[M_{ew}] = \rho_t A_t \int_0^l [N]^T{}_{ew} [N]_{ew} dx \qquad \textbf{(4.70)}$$

ve sonuç olarak eleman eğilme kütle matrisi,

$$[M_{ew}] = \rho_t A_t l \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & & \textit{simetrik} & \\ \frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 & & \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420}l & \frac{13}{35} & \\ -\frac{13}{420}l & -\frac{1}{140}l^2 & -\frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.71)}$$

şeklinde elde edilir.

4.3.2 Eleman boyuna yer değişimi kütle matrisi

Eğer sistemde sadece boyuna yer değişiminin olduğu varsayılarak kinetik enerji yazılırsa,

$$T_{eu} = \frac{1}{2}\rho_t A_t \int_0^l \left(\frac{du}{dt}\right)^2 dx \qquad \textbf{(4.72)}$$

elde edilir. Burada u ifadesi için, (4.4)'ten yararlanılarak bu ifadenin zamana göre türevi alınıp (4.72)'de yerine yazılrsa,

$$T_{eu} = \frac{1}{2}\rho_t A_t \int_0^l \{\dot{\delta}\}^T{}_{eu} [N]^T{}_{eu} [N]_{eu} \{\dot{\delta}\}_{eu} dx \qquad \textbf{(4.73)}$$

elde edilir. Bu ifade, (3.13) 'te verilen kuadratik formdaki kinetik enerji denklemine uyarlanarak,

$$[M_{eu}] = \rho_t A_t \int_0^l [N]^T{}_{eu} [N]_{eu} \, dx \qquad \textbf{(4.74)}$$

ifadesi elde edilir. Bu matris çarpımı gerçekleştiğinde boyuna yer değişim kütle matrisi şu şekilde oluşur;

$$[M_{eu}] = \rho_t A_t l \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.75)}$$

4.3.3 Eleman kesit dönme kütle matrisi

Kesit dönmesi durumundaki kinetik enerjiyi tanımlayan (3.10) ifadesi, tek bir eleman için yazılırsa,

$$T_{ekd} = \frac{1}{2} \rho_t I_t \int_0^l \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 dx \qquad \textbf{(4.76)}$$

elde edilir. 'θ' için (4.19) ifadesinin zamana göre türevini alınıp (4.76) 'da yerine yazılmasıyla,

$$T_{ekd} = \frac{1}{2} \rho_t I_t \int_0^l \{\dot{\delta}\}^T{}_{ew} [N']^T{}_{ew} [N']_{ew} \{\dot{\delta}\}_{ew} \, dx \qquad \textbf{(4.77)}$$

elde edilir. Şimdi (3.13) tanımına göre kinetik enerji ifadesi oluşturulursa,

$$[M_{ekd}] = \rho_t I_t \int_0^l [N']^T{}_{ew} [N']_{ew} \, dx \qquad \textbf{(4.79)}$$

şeklinde bir ifade elde edilir. Sonuç olarak eleman kesit dönme kütle matrisi şu şekilde oluşur;

$$[M_{ekd}]=\frac{\rho_t I_t}{l}\begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & \textit{simetrik} & & \\ \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & & \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & \frac{6}{5} & & \\ \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & \end{bmatrix} \tag{4.80}$$

4.3.4 Eleman toplam kütle matrisi

Çalışmada enine titreşimler incelendiğinden, eleman kesit dönme kütle matrisinin boyuna yöndeki elemanları dikkate alınmamıştır. Bu elemanlara sıfır atanarak matris 6x6 boyutuna getirilir ve düğüm noktalarına göre eleman eğilme ve boyuna yer değişimi kütle matrisleri ile birleştirilirse,

$$[M_e]=\frac{\rho_t A_t l}{420}\begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$+\frac{\rho_t I_t}{l}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{1}{10}l & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{1}{10}l \\ 0 & \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l \\ 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \tag{4.81}$$

formundaki eleman toplam kütle matrisine ulaşılır.

4.4 Eleman Sönüm Matrisi

İçinden akışkan geçen borunun bir elemanı için enerji ifadeleri aşağıda ayrıntılı olarak yazılmıştır. Burada, kesit dönmelerinin ve elastik zeminin olmadığı kabul edilir ve x-yönündeki hareketine u denirse,

$$T_e = \frac{1}{2}\rho_s A_s \int_0^l \left[(\dot{v} + \dot{u} + u'v)^2 + (\dot{w} + w'v)^2 \right] dx + \frac{1}{2}\rho_b A_b \int_0^l (\dot{w})^2 \, dx \qquad \textbf{(4.82)}$$

$$V_e = \frac{1}{2} EI_b \int_0^l (w'')^2 \, dx \qquad \textbf{(4.83)}$$

şeklindeki enerji denklemlerine ulaşılır. Burada, birinci terim sıvının boyuna ve düşey yöndeki kinetik enerjisini, son terim ise borunun düşey yöndeki kinetik enerjisini temsil etmektedir. Çalışmada borunun x-doğrultusunda bir hareketi olmadığına göre, kinetik enerji denkleminde u yerine 0 yazılırsa,

$$T_e = \frac{1}{2}\rho_t A_t \int_0^l (\dot{w})^2 \, dx + \frac{1}{2}\rho_s A_s \int_0^l \left[(2v\dot{w}w') + v^2 (w')^2 \right] dx \qquad \textbf{(4.84)}$$

şeklindeki kinetik enerji ifadesi elde edilir. Burada denklemin soldaki kısmı, kütle matrisinden, en sağdaki ifadesi de sıvı etkisinden hatırlanabilir. Sönüm matrisinin yazılmasına neden olan ise ortadaki ifadede $\dot{w}w'$ çarpımıdır. Bunu açmak üzere,

$$w = [N]_{ew} \{\delta\}_{ew} \Rightarrow \qquad \textbf{(4.85)}$$

$$\dot{w} = \left(1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}\right)\dot{w}_1 + \left(x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right)\dot{\theta}_1 + \left(\frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}\right)\dot{w}_2 + \left(-\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\right)\dot{\theta}_2$$

$$w' = \theta = [N']_{ew} \{\delta\}_{ew} \Rightarrow$$

$$w' = \left(-\frac{6x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3}\right)w_1 + \left(1 - \frac{4x}{l} + \frac{3x^2}{l^2}\right)\theta_1 + \left(\frac{6x}{l^2} - \frac{6x^2}{l^3}\right)w_2 + \left(-\frac{2x}{l} + \frac{3x^2}{l^2}\right)\theta_2 \qquad \textbf{(4.86)}$$

ifadeleri kullanılarak $\dot{w}w'$ ifadesi ayrıntılı olarak yazılırsa,

$$\dot{w}w' = \left(-\frac{6x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3} + \frac{18x^3}{l^4} - \frac{18x^4}{l^5} - \frac{12x^4}{l^5} + \frac{12x^5}{l^6}\right)\dot{w}_1 w_1$$

$$+ \left(1 - \frac{4x}{l} + \frac{3x^2}{l^2} - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{12x^3}{l^3} - \frac{9x^4}{l^4} + \frac{2x^3}{l^3} - \frac{8x^4}{l^4} + \frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{w}_1 \theta_1$$

$$+\left(\frac{6x}{l^2}-\frac{6x^2}{l^3}-\frac{18x^3}{l^4}+\frac{18x^4}{l^5}+\frac{12x^4}{l^5}-\frac{12x^5}{l^6}\right)\dot{w}_1 w_2$$

$$+\left(\frac{-2x}{l}+\frac{3x^2}{l^2}+\frac{6x^3}{l^3}-\frac{9x^4}{l^4}-\frac{4x^4}{l^4}+\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{w}_1\theta_2$$

$$+\left(-\frac{6x^2}{l^2}+\frac{6x^3}{l^3}+\frac{12x^3}{l^3}-\frac{12x^4}{l^4}-\frac{6x^4}{l^4}+\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{\theta}_1 w_1$$

$$+\left(x-\frac{4x^2}{l}+\frac{3x^3}{l^2}-\frac{2x^2}{l}+\frac{8x^3}{l^2}-\frac{6x^4}{l^3}+\frac{x^3}{l^2}-\frac{4x^4}{l^3}+\frac{3x^5}{l^4}\right)\dot{\theta}_1\theta_1$$

$$+\left(\frac{6x^2}{l^2}-\frac{6x^3}{l^3}-\frac{12x^3}{l^3}+\frac{12x^4}{l^4}+\frac{6x^4}{l^4}-\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{\theta}_1 w_2$$

$$+\left(\frac{-2x^2}{l}+\frac{3x^3}{l^2}+\frac{4x^3}{l^2}-\frac{6x^4}{l^3}-\frac{2x^4}{l^3}+\frac{3x^5}{l^4}\right)\dot{\theta}_1\theta_2$$

$$+\left(\frac{-18x^2}{l^4}+\frac{18x^3}{l^5}+\frac{12x^4}{l^5}-\frac{12x^5}{l^6}\right)\dot{w}_2 w_1$$

$$+\left(\frac{3x^2}{l^2}-\frac{12x^3}{l^3}-\frac{9x^4}{l^4}-\frac{2x^3}{l^3}+\frac{8x^4}{l^4}-\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{w}_2\theta_1$$

$$+\left(\frac{18x^3}{l^4}-\frac{18x^4}{l^5}-\frac{12x^4}{l^5}+\frac{12x^5}{l^6}\right)\dot{w}_2 w_2$$

$$+\left(-\frac{6x^3}{l^3}+\frac{9x^4}{l^4}+\frac{4x^4}{l^4}-\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{w}_2\theta_2$$

$$+\left(\frac{6x^3}{l^3}-\frac{6x^4}{l^4}-\frac{6x^4}{l^4}+\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{\theta}_2 w_1$$

$$+\left(-\frac{x^2}{l}+\frac{4x^3}{l^2}-\frac{3x^4}{l^3}+\frac{x^3}{l^2}-\frac{4x^4}{l^3}+\frac{3x^5}{l^4}\right)\dot{\theta}_2\theta_1$$

$$+\left(-\frac{6x^3}{l^3}+\frac{6x^4}{l^4}+\frac{6x^4}{l^4}-\frac{6x^5}{l^5}\right)\dot{\theta}_2 w_2$$

$$+\left(\frac{2x^3}{l^2}-\frac{3x^4}{l^{34}}-\frac{2x^4}{l^3}+\frac{3x^5}{l^4}\right)\dot{\theta}_2\theta_2 \qquad \textbf{(4.87)}$$

şeklinde çıkmaktadır. Şimdi bu ifadenin Lagrange denklemlerindeki yerine yazılması gerekmektedir. Lagrange denklemleri, açık şekliyle yazılırsa,

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right]-\frac{\partial T}{\partial q_k}+\frac{\partial V}{\partial q_k}=0 \qquad \textbf{(4.88)}$$

şeklindedir. Burada öncelikle denklemin sol tarafındaki ifade oluşturulursa,

$$\left[\frac{\partial \dot{w}' w'}{\partial \dot{q}_k}\right]=[C]w \qquad \textbf{(4.89)}$$

şeklinde katsayıları [C] matrisine eşit olan bir sonuç elde edilecektir. Bunun zamana göre türevi alınırsa,

$$\frac{d}{dt}([C]w)=[C]\dot{w} \qquad \textbf{(4.90)}$$

bulunur. Lagrange denkleminin ikinci ifadesi olan $\frac{\partial T}{\partial q_k}$ ifadesi ise,

$$\frac{\partial T}{\partial q_k}=2[C]\dot{w} \qquad \textbf{(4.91)}$$

şeklinde bir sonuç verecektir.

Son olarak bulunan ifadeler Lagrange denklemlerinde yerlerine yazıldığında;

$$[C]\ddot{w}-2[C]\dot{w}=-[C]\dot{w} \qquad \textbf{(4.92)}$$

şeklinde bir ifade elde edilir ve bu ifade hareket denklemlerinin çözümüne dahil elde edilir. Sönümlü sistemin hareket denklemi,

$$[M]\ddot{w}+[D]\dot{w}+[K]w=0 \qquad \textbf{(4.93)}$$

şeklindedir. Öyleyse sönüm matrisi,

$$[D] = -[C] \tag{4.94}$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade açılarak sönüm matrisine ulaşılabilir;

$$[D_e] = \rho_s A_s v l \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{l}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{l}{10} \\ -\frac{l}{10} & 0 & \frac{l}{10} & -\frac{l^2}{60} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{l}{10} & -\frac{1}{2} & \frac{l}{10} \\ \frac{l}{10} & \frac{l^2}{60} & -\frac{l}{10} & 0 \end{bmatrix} \tag{4.95}$$

Eleman sönüm matrisine dikkat edilirse, rijitlik ve kütle matrisleri gibi pozitif definit ve simetrik olmadığı görülür. Global sönüm matrisi düğüm noktalarına göre toplanırken bir çok elemanı antisimetriklikten dolayı sıfır olmakta, diğer elemanları da çok ufak değerlerde kalmaktadır. Bu nedenle, sonuçlarda karmaşıklığa neden olmamak için hareket denklemlerinin girişimsiz hale getirilmesi prensibiyle global sönüm matrisi, [7, 30]'a göre enerji yöntemiyle, kütle ve rijitlik matrisleri ise elemanlarını sönümsüz sistemin titreşim modlarından alan bir modal matris kullanılarak diagonal hale getirilmiştir. Diagonaldeki elemanlar kullanılarak sönüm oranları sıvı hızı cinsinden analitik olarak elde edilmiştir. İlgili modun sönüm sabiti, sönüm katsayısı ve kütlesi kullanılarak,

$$\delta_i = \frac{d_{ii}}{2m_{ii}} \tag{4.96}$$

formunda hesaplanabilir. Sönüm sabiti ve sönümsüz sistemin doğal frekansı yardımıyla da sönümlü sistemin frekansı,

$$\omega_d = \sqrt{\omega_n{}^2 - \delta^2} \tag{4.97}$$

bağıntısıyla bulunabilir. Çalışmada boru içinden akan akışkanın neden olduğu, eş zamanlı olarak sisteme enerji verip sistemden enerji alan karmaşık bir sönüm söz konusudur. Analizde sönümün frekansları düşürücü etkisi gözönüne alınmıştır.

5 KRİTİK BURKULMA KUVVETLERİNİN BULUNMASI

Boruya dışarıdan etkiyen ‘P’ eksenel kuvvetinin değeri arttıkça boru direnci azalacak ve belli bir değerde, boru burkulmaya başlayacaktır. Kritik burkulma kuvveti denilen bu kuvvetin hesaplanmasında kullanılan potansiyel enerji denklemi şu şekildedir;

$$V = \frac{1}{2}\int_0^L EI\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx + \frac{P_c}{2}\int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx \qquad \textbf{(5.1)}$$

Bu bağıntıdan elde edilen eleman rijitlik matrisi aşağıda olduğu gibidir;

$$[K_e] = \frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix} \frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6l & 0 & -12 & 6l \\ 0 & 6l & 4l^2 & 0 & -6l & 2l^2 \\ -\frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0 & \frac{A_b l^2}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6l & 0 & 12 & -6 \\ 0 & 6l & 2l^2 & 0 & -6 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$+\frac{P_c}{l}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{1}{10}l & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{1}{10}l \\ 0 & \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l \\ 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & 0 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(5.2)}$$

Önceki bölümde elde edilen eleman rijitlik matrisi ile karşılaştırılırsa, zemin etkilerinin dikkate alınmadığı, sıvı hızı sıfır alınarak analiz yapıldığından sıvı etkisinin de rijitliği etkilemediği ve geometrik rijitlik matrisindeki P kuvveti yerine burada burkulmaya yol açan P_c ‘in bulunduğu görülür. Önceki bölümlerin aksine, boruyu geren değil, burkan kuvvet kullanıldığı dikkate alınarak, ters işaretli kuvvet kullanılması gerektiği de unutulmamalıdır.

Bu değerlendirmeler ışığında program yeniden düzenlendiğinde, eksenel kuvvet değeri sıfırdan başlayıp, ilgili modun frekansını sıfıra ulaştırana dek iterasyon yapılarak kritik burkulma kuvvetlerine ulaşılabilir.

Çalışmada alüminyum, plastik ve çelik boruların basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre olmak üzere üç değişik sınır şartında ilk iki burkulma kuvveti bulunmuştur.

6 SONUÇLAR VE TARTIŞMA

6.1 İçinden Akışkan Geçen Borunun Titreşimi

İçinden belli bir hızda akışkan geçen boru öncelikle herhangi bir gerilme ve elastik zeminin olmadığı durum için incelenmiştir. Tablo 6.1'de özellikleri verilmiş olan borunun, farklı sıvı hızı değerleri için doğal frekansları, basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumlarında, analitik yöntemle ve sonlu elemanlar yaklaşımı ile hesaplanmıştır. Sonlu elemanlar metodunda boru, her iki düğüm noktasında eğilme ve dönme olmak üzere iki serbestlik derecesine sahip 10 ince boru elemanına bölünerek incelenmiştir. İleriki bölümlerde kullanılan eleman sayısının frekanslar üzerindeki etkisi incelenecektir.

Tablo 6.1: Kullanılan boru ve sıvının özellikleri

E (N/m^2)	7.10998×10^{10}
L (m)	3.2
r_1 (m)	0.01269141
r_2 (m)	0.01104141
ρ_s (kg/m^3)	1000
ρ_b (kg/m^3)	3113.7652
A_b (m^2)	0.000383
A_s (m^2)	0.000123
$\rho_t A_t$ (kg/m)	0.766

Analizde sıvı hızı arttıkça doğal frekansın sıfıra yaklaştığı görülmüştür. Kritik hız adı verilen ve doğal frekansı sıfıra ulaştıran hız değerleri tespit edilmiş ve bu kritik hız değerlerinin oranlarına göre doğal frekanslar bulunarak literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

6.1.1 Basit – basit mesnet

Sınır şartları,

$w(0,t)=w(L,t)=0$

şeklindedir. Bölüm 2 'deki analitik yöntemle,

$v_c=39.462$ m/s

$\omega_n=28.386$ rad/s

çıkmaktadır. Çalışmada sonlu elemanlar yöntemi ile frekansları hesaplayan, Ek-B'de akış diyagramı ile birlikte verilmiş olan bilgisayar programı kullanılmıştır. Programdan elde edilen sonuçlar,

v_c=39.462 m/s

ω_n=27.395 rad/s

şeklindedir. Sonuçların analitik çözümle uyuştuğu görülmektedir.

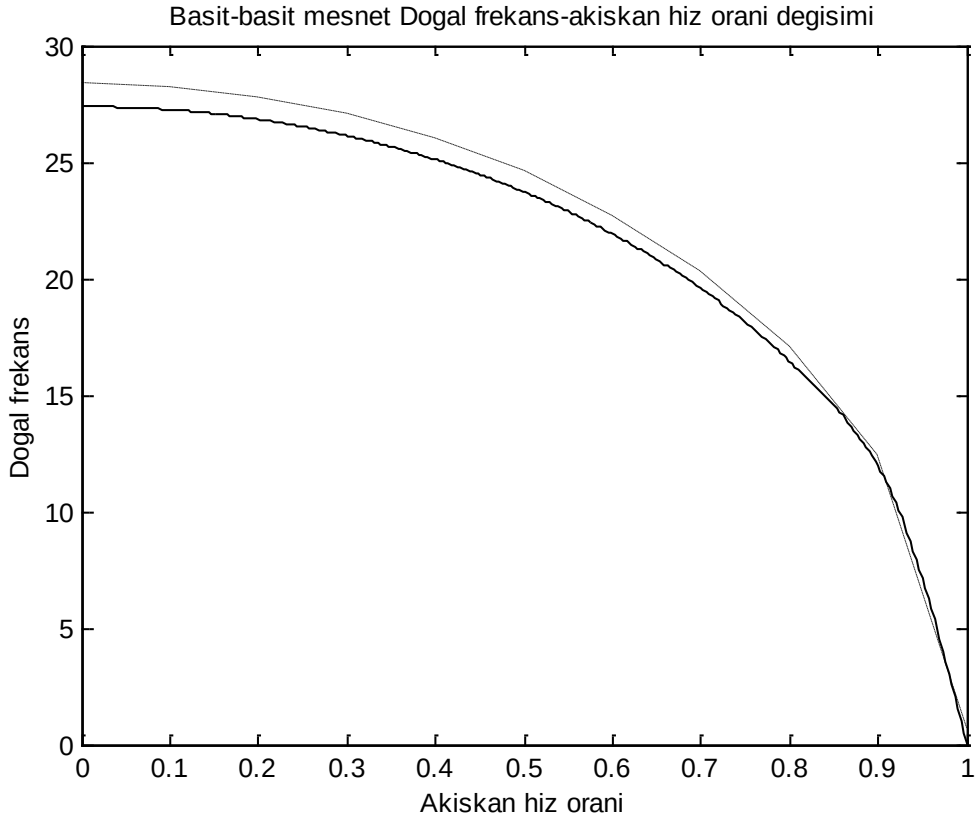
Kritik hızın oranlarına göre diğer frekanslar, sönümsüz halde ve sönüm etkisi sisteme dahil edilerek incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar literatürden alınan frekanslarlar ile birlikte Tablo 6.2'de verilmiştir.

Tablo 6.2: Basit-basit mesnette hız değerlerine göre bulunan sönümlü ve sönümsüz frekanslar ve literatürdeki sonuçlar.

v/v_c	v Bu çalışma	ω_1 Sönümsüz	ω_1 Sönümlü	v Ref. [18]	ω_1 Ref. [18]
0	0	27.395	27.395	0	28.38
0.1	3.946	27.256	27.256	3.945	28.24
0.2	7.892	26.842	26.842	7.89	27.80
0.3	11.839	26.132	26.131	11.883	27.07
0.4	15.785	25.108	25.106	15.78	26.01
0.5	19.731	23.725	23.722	19.72	24.58
0.6	23.677	21.916	21.912	23.67	22.70
0.7	27.623	19.566	19.559	27.61	20.27
0.8	31.570	16.437	16.427	32.56	17.03
0.9	35.516	11.938	11.921	35.51	12.37
1	39.462	0	0	39.45	0.64

Tablo 6.2'ye bakıldığında bulunan sonuçların literatürdeki değerlere oldukça yakın olduğu görülmektedir. Ayrıca sönümün dahil edilmesiyle, frekanslar maksimum % 0.14 oranında değişmiştir. Bu küçük hata payının gözardı edilebileceği değerlendirilerek ilerleyen analizde sönümsüz sonuçlara yer verilmiştir.

Akışkan hız oranına göre bulunan doğal frekanslar literatürdeki sonuçlarla Şekil 6.1 'de karşılaştırılmıştır.



Şekil 6.1: Basit-basit mesnet, doğal frekans akışkan hızı oranı değişimi.
– Bu çalışma, -. Ref. [18]

Şekil 6.1'de de dikkati çektiği üzere frekansların azalma oranı hız arttıkça yükselmektedir. Bu durum, şekilde eğimin azalması ile kendini göstermektedir. Bunun nedeni olarak, sistem denklemlerinde sıvı hızının, karesi oranında etkili olması gösterilebilir. Yukarıda bulunan frekanslar doğal frekansa bölünerek frekans oranları bulunmuş ve literatürdeki sonuçlarla birlikte Tablo 6.3'te incelenmiştir.

Tablo 6.3: Basit-basit mesnet frekans oranları

v/v_c	ω_1/ω_n Bu çalışma	ω_1/ω_n Ref. [18]	ω_1/ω_n Ref. [12]
0	1	1	1
0.1	0.995	0.995	0.994
0.2	0.980	0.979	0.979
0.3	0.954	0.953	0.953
0.4	0.917	0.916	0.916
0.5	0.866	0.866	0.866
0.6	0.800	0.799	0.800
0.7	0.714	0.714	0.714
0.8	0.600	0.600	0.600
0.9	0.436	0.435	0.435
1	0	0	0

6.1.2 Ankastre-serbest mesnet

Sınır şartları,

$w(0,t)=0$

$\theta(0,t)=0$

için program tekrar düzenlenip çalıştırılarak

$v_c=19.731$ m/s

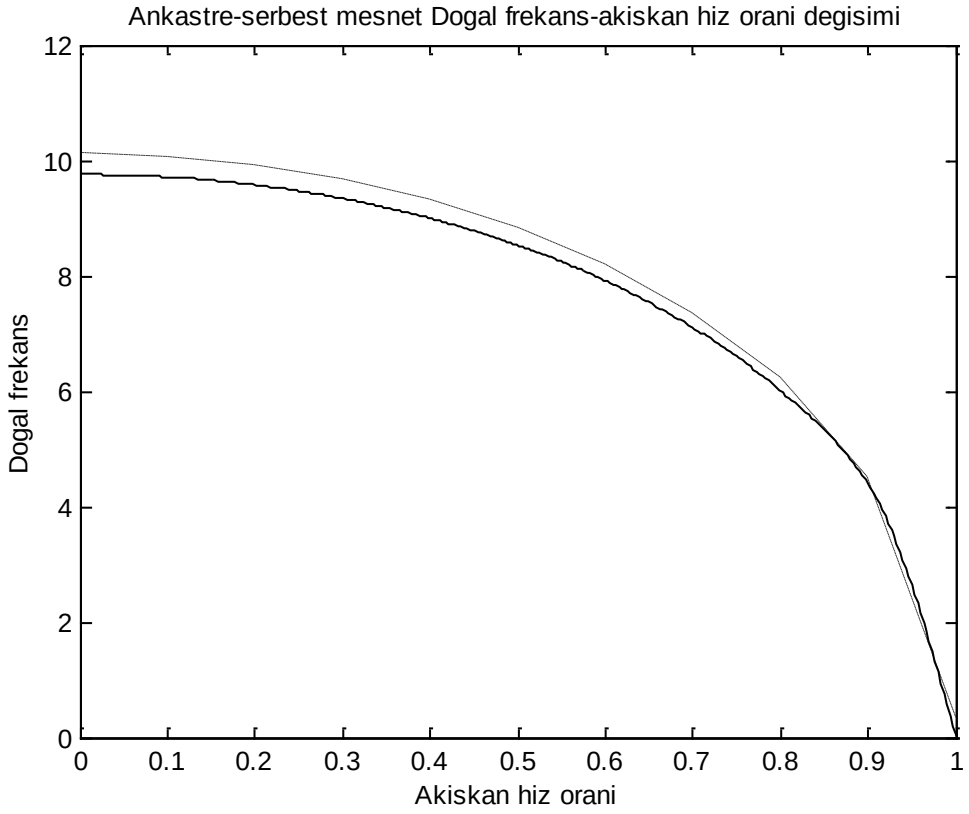
$\omega_n=9.758$ rad/s

bulunmuştur. Kritik hızın oranlarına bağlı olarak bulunan frekanslar ve literatürdeki sonuçlar Tablo 6.4'te verilmiştir.

Tablo 6.4: Ankastre-serbest mesnette hız değerlerine göre bulunan ve literatürden alınan frekanslar

v/v_c	v Bu çalışma	ω_1 Bu çalışma	v Ref. [18]	ω_1 Ref. [18]
0	0	9.758	0	10.11
0.1	1.973	9.714	1.97	10.06
0.2	3.946	9.576	3.94	9.92
0.3	5.919	9.343	5.91	9.67
0.4	7.892	8.998	7.89	9.32
0.5	9.866	8.533	9.86	8.83
0.6	11.839	7.917	11.83	8.19
0.7	13.812	7.100	13.81	7.35
0.8	15.785	6.007	15.78	6.22
0.9	17.758	4.398	17.75	4.55
1	19.731	0	19.73	0.35

Kritik hız ve frekanslar, literatürdeki sonuçlara gayet yakın olarak bulunmuştur. Bu yakınlık, Şekil 6.2'de daha belirgin halde görülmektedir;



Şekil 6.2: Ankastre-serbest mesnet, doğal frekans - akışkan hızı oranı değişimi . – Bu çalışma, -. Ref. [18]

Bulunan frekanslar doğal frekansa bölünerek frekans oranları bulunmuş ve literatürdeki sonuçlarla birlikte Tablo 6.5'te incelenmiştir.

Tablo 6.5: Ankastre-serbest mesnet frekans oranları

v/v_c	ω_1/ω_n Bu çalışma	ω_1/ω_n Ref. [18]
0	1	1
0.1	0.995	0.995
0.2	0.981	0.981
0.3	0.957	0.956
0.4	0.922	0.922
0.5	0.877	0.873
0.6	0.811	0.810
0.7	0.728	0.727
0.8	0.616	0.615
0.9	0.451	0.450
1	0	0

6.1.3 Ankastre-ankastre mesnet

Sınır şartları,

$w(0,t)=0,\ \theta(0,t)=0$

$w(L,t)=0,\ \theta(L,t)=0$

Bu sınır şartları için program tekrar düzenlenerek,

$v_c=78.932$ m/s

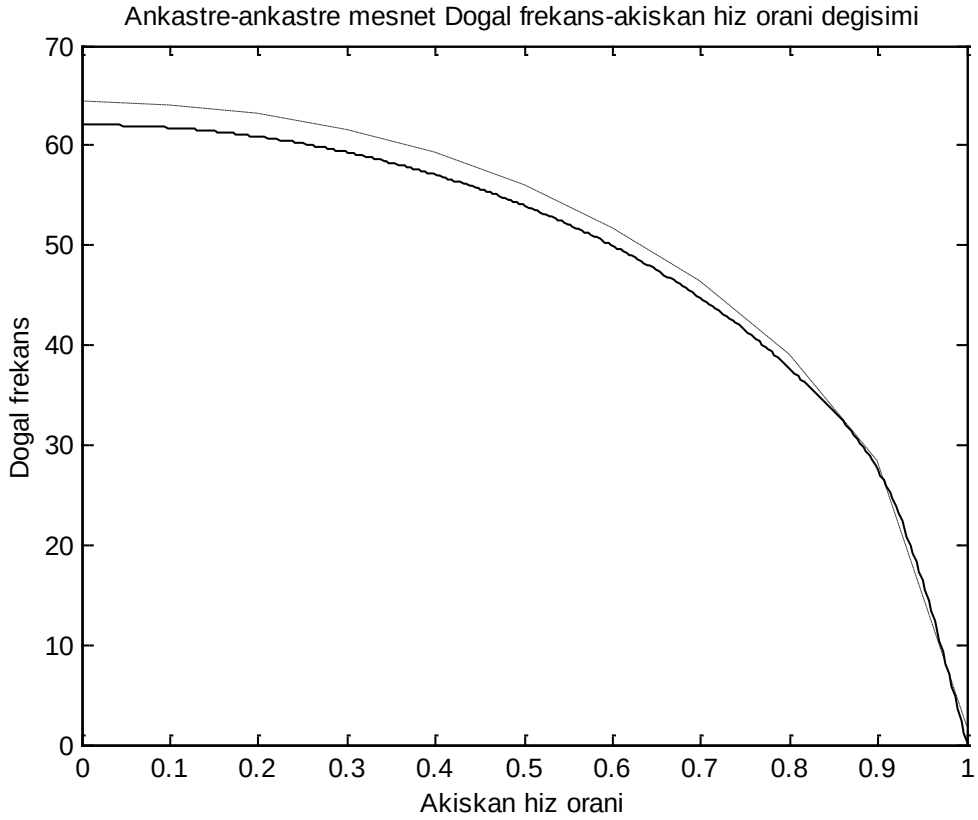
$\omega_n=62.097$ rad/s

bulunmaktadır. Bulunan bu kritik hızın alt oranlarına bağlı olarak elde edilen frekanslar ile literatürden alınan sonuçlar Tablo 6.6'da incelenmiştir.

Tablo 6.6: Ankastre-ankastre mesnette hız değerlerine göre bulunan ve literatürden alınan frekanslar

v/v_c	v Bu çalışma	ω_1 Bu çalışma	v Ref. [18]	ω_1 Ref. [18]
0	0	62.097	0	64.34
0.1	7.893	61.795	7.9	64.02
0.2	15.786	60.884	15.8	63.07
0.3	23.680	59.320	23.7	61.45
0.4	31.573	57.058	31.6	59.16
0.5	39.466	53.991	39.5	55.92
0.6	47.359	49.964	47.4	51.74
0.7	55.252	44.705	55.3	46.28
0.8	63.146	37.668	63.2	38.96
0.9	71.039	27.458	71.1	28.34
1	78.932	0	78.9	1.74

Diğer mesnet durumlarında olduğu gibi ankastre-ankastre mesnet için de kritik hız ve frekans değerleri literatürdeki sonuçlarla uyum içinde bulunmuştur. Sonuçların grafik halindeki karşılaştırması Şekil 6.3'te görülebilir.



Şekil 6.3: Ankastre-ankastre mesnet, doğal frekans - akışkan hızı oranı değişimi. – Bu çalışma, -. Ref. [18]

Programdan hız oranlarına göre elde edile frekanslar, doğal frekansa bölünerek frekans oranları bulunmuş ve literatürdeki sonuçlarla birlikte Tablo 6.7'de incelenmiştir.

Tablo 6.7: Ankastre-ankastre mesnet frekans oranları

v/v_c	ω_1/ω_n Bu çalışma	ω_1/ω_n Ref. [18]
0	1	1
0.1	0.995	0.995
0.2	0.980	0.980
0.3	0.955	0.955
0.4	0.919	0.919
0.5	0.869	0.869
0.6	0.805	0.804
0.7	0.720	0.719
0.8	0.607	0.606
0.9	0.442	0.440
1	0	0

6.1.4 Eleman sayısı etkisi

Bu kısımda son olarak, içinden akışkan geçen borunun sonlu elemanlar yöntemiyle titreşim analizinde kullanılan eleman sayısının etkisi incelenmiştir. Bu maksatla, basit-basit mesnetli borunun frekansları, sırasıyla 5, 8, 10, 15 ve 20 eleman için bulunmuş, elde edilen sonuçlar Ref. [18]'in sonuçları ile birlikte Tablo 6.8'de verilmiştir.

Tablo 6.8: Basit-basit mesnette içinden akışkan geçen borunun değişik eleman sayılarına göre titreşim frekansları

Eleman sayısı	v	ω_1 Bu çalışma	ω_1 Ref. [18]	ω_2 Bu çalışma	ω_2 Ref. [18]
5	0.00	27.395	28.38	109.755	113.71
	20.00	23.618	24.47	106.186	110.01
	39.45	0.779	0.75	95.109	98.54
8	0.00	27.395	28.38	109.604	113.554
	20.00	23.612	24.46	106.029	109.84
	39.45	0.691	0.65	94.933	98.35
10	0.00	27.395	23.38	109.585	113.54
	20.00	23.612	24.46	106.01	109.84
	39.45	0.679	0.64	94.914	98.35
15	0.00	27.395	23.38	109.579	113.52
	20.00	23.612	24.46	105.997	109.82
	39.45	0.672	0.63	94.908	98.32
20	0.00	27.395	23.38	109.573	113.53
	20.00	23.612	24.46	105.997	109.82
	39.45	0.672	0.63	94.901	98.32

Tablo 6.8'de dikkati çeken, eleman sayısı 5 iken frekans değerlerinin gerçek değerlerden uzak olması, eleman sayısının artmasıyla bu farkın kapanmasıdır. 15 eleman ile 20 eleman kullanılarak elde edilen sonuçların neredeyse aynı olması ve 10 elemana göre çok fark göstermemesi bu çalışmada 10 veya 15 elemanın kullanılmasının yeterli olduğunu göstermektedir.

6.2 İçinden Akışkan Geçen Gergin Borunun Titreşimi

İçinden akışkan geçen boru gerilmeye yol açan bir kuvvete maruz kaldığı kaldığında, frekanslarındaki değişim nasıl olur? Bu soruya cevap bulmak üzere, öncelikle boruya etkiyen herhangi bir kuvvetin söz konusu olmadığı durum için kritik sıvı hızının oranlarına bağlı olarak ilk iki frekans tespit edilmiştir. İkinci aşamada, denklem 6.1 ile verilen, sıvı hızına bağlı olarak değişen ve gerilmeye yol açan 'P' eksenel kuvveti sisteme dahil edilerek yeni frekanslar bulunmuştur.

$$P = \rho_s A_s v^2 \qquad \textbf{(6.1)}$$

şeklinde ifade edilir. Program, gerilme kuvveti değeri ve buna bağlı olarak tespit edilen yeni kritik hız değerleri için güncellenerek, basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartlarında gergin borunun ilk iki frekansı bulunmuştur.

6.2.1 Basit-basit mesnet

Borunun her iki ucunda yalnızca düşey yer değişimlerin sıfır olduğu yani,

w(0,t)=0, w(L,t)=0

sınır şartı için kritik hızdaki gerilme kuvveti hesaplanıp bu gerilme kuvveti sisteme dahil edilerek iterasyon yapılacaktır. Bir başka ifadeyle, serbest boru için ilk kritik hız bölüm 2 ve bölüm 3'ten hatırlanacağı üzere,

v_{c1}=39.462 m/s

şeklindeydi. Bu hıza göre denklem (6.1) kullanılarak gerilmeye neden olan kuvvet,

P_{c1}=596.426 N

çıkmaktadır. Bu kuvvet de sisteme dahil edildiğinde ilk frekansı sıfıra eşitleyen hız değeri yani yeni kritik hız,

v_{c1G}=55.808 m/s

şeklinde çıkmaktadır.

İkinci mod için kritik hız değeri programdan,

v_{c2}=78.932 m/s

bulunmuştu. Öyleyse (6.1)'e göre kuvvet değeri

P_{2c}=2386.189 N

çıkacaktır. Bu gerilme kuvveti de sisteme dahil edildiğinde yeni kritik hız,

v_{c2G}=111.627 m/s

olacaktır.

Yukarıda eski kritik hızlar için yapıldığı gibi yeni kritik hızların da belirli oranları için gerilme kuvvetleri hesaplanıp bunlar sisteme dahil edilerek özdeğerler ve

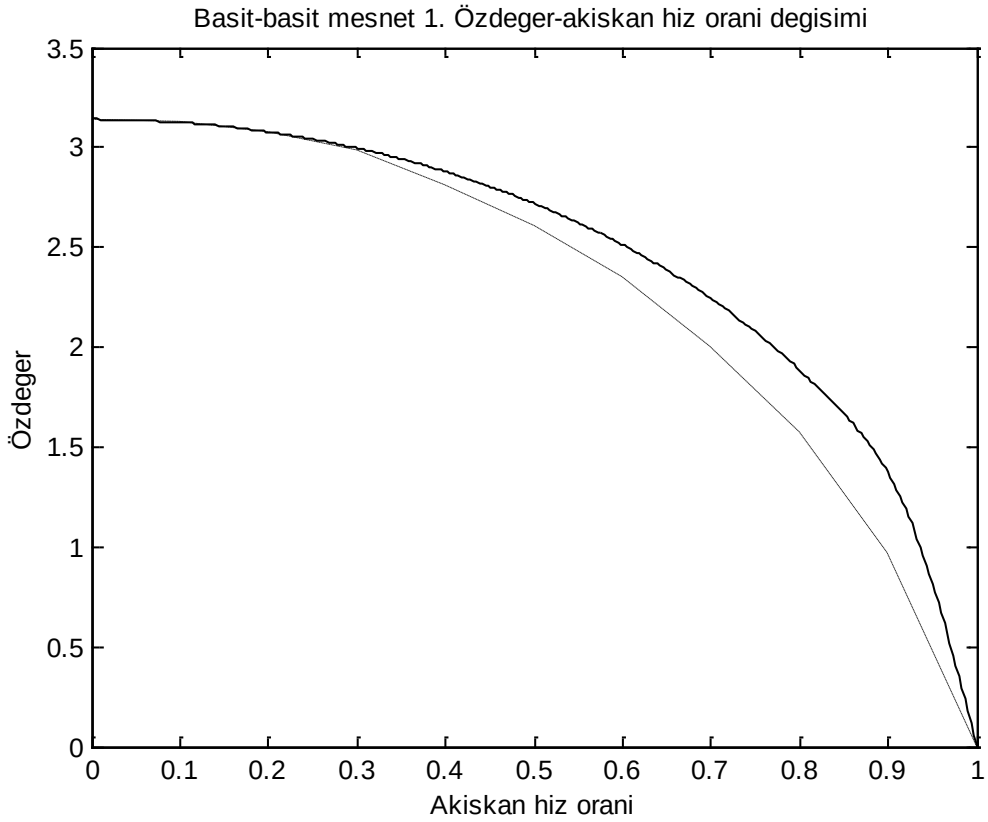
frekanslar bulunmuş, herhangi bir kuvvetin etkimediği serbest durumdaki borunun sonuçları ile birlikte Tablo 6.9'da verilmiştir.

Tablo 6.9: Basit-basit mesnet serbest ve gergin boru 1. mod titreşim frekansları

Serbest Boru Titreşim Analizi				Gergin Boru Titreşim Analizi				
v/v_c	v	λ_1	f_1	v/v_c	v	P_1	λ_{1G}	f_{1G}
0	0	3.142	4.360	0.0	0.000	0.000	3.142	4.360
0.1	3.946	3.133	4.338	0.1	5.581	0.059	3.126	4.316
0.2	7.892	3.110	4.271	0.2	11.162	0.954	3.078	4.185
0.3	11.839	3.068	4.159	0.3	16.742	4.831	2.997	3.967
0.4	15.785	3.008	3.996	0.4	22.323	15.268	2.879	3.662
0.5	19.731	2.924	3.775	0.5	27.904	37.276	2.720	3.270
0.6	23.677	2.810	3.488	0.6	33.485	77.295	2.513	2.790
0.7	27.623	2.654	3.113	0.7	39.066	143.197	2.242	2.223
0.8	31.570	2.433	2.616	0.8	44.646	244.302	1.884	1.569
0.9	35.516	2.074	1.900	0.9	50.227	391.319	1.369	0.828
1	39.462	0	0	1	55.808	596.426	0.000	0

Tablo 6.9'da ilk göze çarpan, gerilmeye neden olan kuvvet etkisiyle kritik hızın artmasıdır. İlk durumda v=39.462 m/s iken frekans sıfıra ulaşmaktaydı. Ancak yeni durumda hız bu civarda iken, frekansın da 2 Hz civarında olduğu görülmektedir. Yani beklendiği gibi gergin borunun frekansı aynı hızdaki serbest boruya göre daha yüksek çıkmıştır. Tablonun sağ tarafına bakıldığında, kuvvet değerleri belli bir ivmeyle artarken, frekans değerlerinin kuvvetin tersine belli bir ivmeyle azaldığı görülmektedir. Bu frekanslar serbest durumdaki frekanslarla karşılaştırıldıklarında ise kritik hıza yaklaştıkça aralarındaki farkın ciddi şekilde arttığı görülür. Bunun nedeni, kritik hıza yaklaştıkça büyüyen eksenel kuvvet değerleridir.

Bulunan özdeğerler Ref. [17]'den alınan sonuçlarla Şekil 6.4'te karşılaştırılmıştır.



Şekil 6.4: Basit-basit mesnet, 1.özdeğer- akışkan hızı oranı değişimi
- Bu çalışma, .- Ref. [17]

Şekil 6.4'te, bulunan sonuçların literatürdeki sonuçlarla uyum içinde olduğu görülmektedir. Serbest durumdaki boru için elde edilen grafiklerle karşılaştırıldığında, gergin durumdaki borunun frekansları, sıvı hızına bağlı olarak daha düzgün bir azalma göstermekte ve bu nedenle keskin hatlardan daha uzak bir eğri vermektedir.

Gergin ve serbest durumdaki boruların kritik sıvı hızlarının oranlarına göre bulunan ikinci frekansları, eksenel kuvvetlerle birlikte Tablo 6.10'da verilmiştir.

Tablo 6.10: Basit-basit mesnet serbest ve gergin boru 2. mod titreşim frekansları

Serbest Boru Titreşim Analizi				Gergin Boru Titreşim Analizi				
v/v_c	v	λ_2	f_2	v/v_c	v	P_2	λ_{2G}	f_{2G}
0	0	6.283	17.439	0.0	0	0	6.283	17.439
0.1	7.893	6.267	17.352	0.1	11.163	0.238	6.252	17.265
0.2	15.786	6.219	17.087	0.2	22.325	3.817	6.156	16.742
0.3	23.680	6.137	16.636	0.3	33.488	19.328	5.994	15.870
0.4	31.573	6.015	15.983	0.4	44.651	61.087	5.758	14.649
0.5	39.466	5.847	15.102	0.5	58.814	149.136	5.441	13.079
0.6	47.359	5.620	13.951	0.6	66.976	309.247	5.026	11.161
0.7	55.252	5.310	12.453	0.7	78.139	572.915	4.487	8.894
0.8	63.146	4.867	10.463	0.8	89.302	977.395	3.770	6.278
0.9	71.039	4.148	7.600	0.9	100.464	1565.587	2.738	3.315
1	78.932	0.000	0	1	111.627	2386.189	0.000	0

İkinci frekansta da ilk frekansta olduğu gibi gergin borunun frekansı aynı hızdaki serbest boruya göre yüksek çıkmaktadır. İlk durumda v=78.932 m/s iken frekans sıfıra ulaşmaktaydı ancak yeni durumda hız bu civarda iken frekansın da 8 Hz civarında olduğu gözlenmektedir.

6.2.2 Ankastre-serbest mesnet

Borunun girişinde düşey yer değişiminin, çıkışında ise rotasyonel yer değişimin sıfır olduğu yani,

$w(0,t)=\theta(l,t)=0$

sınır şartında ilk frekans için,

$v_{c1}=19.731$ m/s

bulunduğu hatırlanır ve denklem(6.2)'de yerine yazılırsa,

$P_{1c}=149.106$ N

çıkacaktır. Bu kuvvet de sisteme dahil edildiğinde gergin borunun kritik hızı,

$v_{c1G}=27.904$ m/s

çıkacaktır.

İkinci mod için kritik hız değeri de programdan,

$v_{c2}=59.194$ m/s

şeklinde bulunmaktadır. İlk frekans için izlenen yol aynen takip edildiğinde

$P_{2c}=1342.005$ N

çıkacak ve bu kuvvetin eklenmesiyle gergin borunun yeni kritik hızı,

v_{c2G}=83.714 m/s

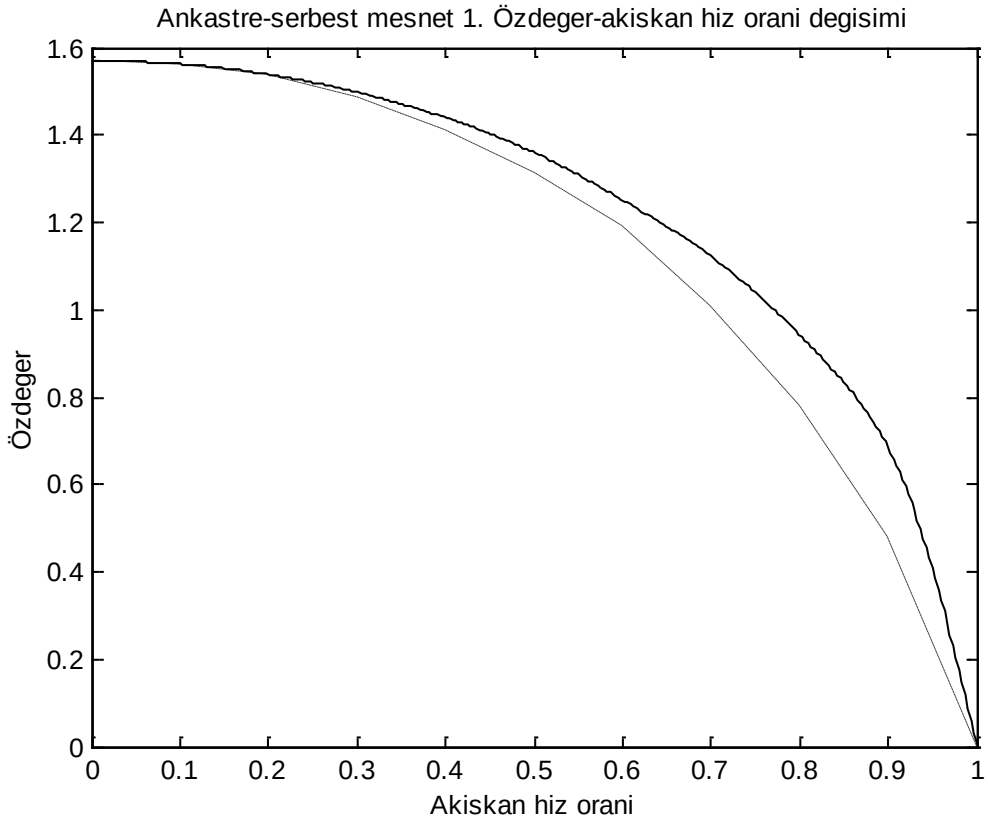
olacaktır.

Basit-basit mesnette yapıldığı gibi diğer hız oranları için de kuvvetler bulunmuş ve bu kuvvetlerin etkidiği gergin borunun frekansları tespit edilmiştir. 1. mod için bulunan özdeğer ve frekanslar serbest durumdaki borunun frekansları ile birlikte Tablo 6.11'de verilmiştir.

Tablo 6.11: Ankastre-serbest mesnet serbest ve gergin boru 1. mod titreşim frekansları

Serbest Boru Titreşim Analizi				Gergin Boru Titreşim Analizi				
v/v_c	v	λ_1	f_1	v/v_c	v	P_1	λ_{1G}	f_{1G}
0	0.000	1.571	1.090	0.0	0.000	0.000	1.571	1.090
0.1	1.973	1.567	1.084	0.1	2.790	0.014	1.563	1.079
0.2	3.946	1.555	1.068	0.2	5.581	0.238	1.539	1.046
0.3	5.919	1.534	1.039	0.3	8.371	1.207	1.498	0.992
0.4	7.892	1.504	0.999	0.4	11.162	3.816	1.440	0.912
0.5	9.850	1.462	0.944	0.5	13.952	9.289	1.360	0.817
0.6	11.839	1.405	0.872	0.6	16.742	19.325	1.251	0.697
0.7	13.812	1.327	0.788	0.7	19.533	35.802	1.122	0.556
0.8	15.785	1.217	0.654	0.8	22.323	61.075	0.942	0.392
0.9	17.758	1.037	0.475	0.9	25.114	97.829	0.684	0.206
1	19.731	0.000	0	1	27.904	149.106	0.000	0

Bulunan özdeğerlerin Ref. [17] 'den alınan sonuçlar ile karşılaştırması Şekil 6.5'te yapılmıştır.



Şekil 6.5: Ankastre-serbest mesnet, 1.özdeğer-akışkan hızı oranı değişimi.
– Bu çalışma, -. Ref. [17]

Şekil 6.5'e bakıldığında, bulunan özdeğerlerin literatürdeki sonuçlara yakın olduğu görülmektedir.

Serbest ve gergin durumdaki ankastre-serbest mesnetli boruların 2.mod özdeğerleri ve frekansları Tablo 6.12'de verilmiştir.

Tablo 6.12: Ankastre-serbest mesnet serbest ve gergin boru 2. mod titreşim frekansları

Serbest Boru Titreşim Analizi				Gergin Boru Titreşim Analizi				
v/v_c	v	λ_2	f_2	v/v_c	v	P_2	λ_{2G}	f_{2G}
0	0.000	4.712	9.809	0.0	0	0	4.712	9.809
0.1	5.919	4.701	9.760	0.1	8.371	0.134	4.689	9.711
0.2	11.839	4.664	9.611	0.2	16.743	2.147	4.617	9.417
0.3	17.758	4.602	9.357	0.3	25.114	10.869	4.495	8.926
0.4	23.678	4.511	8.990	0.4	33.486	34.356	4.319	8.240
0.5	29.597	4.385	8.495	0.5	41.857	83.875	4.081	7.357
0.6	35.516	4.215	7.847	0.6	50.228	173.919	3.770	6.278
0.7	41.436	3.982	7.005	0.7	58.600	322.218	3.365	5.002
0.8	47.355	3.650	5.886	0.8	66.971	549.680	2.827	3.531
0.9	53.275	3.111	4.276	0.9	75.343	880.502	2.054	1.863
1	59.194	0.000	0	1	83.714	1342.005	0	0

6.2.3 Ankastre-ankastre mesnet

Borunun girişinde ve çıkışında düşey yer değişiminin ve rotasyonel yer değişimin sıfır olduğu yani,

$w(0,t)=0,\ \theta(0,t)=0$

$w(L,t)=0,\ \theta(L,t)=0$

sınır şartlarında ilk kritik hızın,

$v_{c1}=78.932$ m/s

şeklinde olduğu önceki bölümden hatırlanır ve (6.1)'de yerine yazılırsa,

$P_{1c}=2386.189$ N

çıkacaktır. Bu kuvvet de sisteme dahil edildiğinde gergin borunun kritik hızı,

$v_{c1G}=111.627$ m/s

çıkmaktadır.

İkinci mod için kritik hız değeri programdan,

$v_{c2}=112.933$ m/s

biçiminde elde edilmektedir. İlk frekans için izlenen yol aynen takip edilerek,

$P_{2c}=4884.729$ N

ve bu kuvvetin eklendiği gergin borunun yeni kritik hızı,

$v_{c2G}=159.711$ m/s

çıkmaktadır.

Diğer hız oranları için de eksenel kuvvetler hesaplanmış ve bu kuvvetlerin etkidiği gergin borunun özdeğerleri ve frekansları bulunmuştur. Bulunan özdeğer ve frekanslar serbest durumdaki borunun sonuçlarıyla birlikte ilk frekans için Tablo 6.13'te, ikinci frekans için de Tablo 6.14'te verilmiştir.

Tablo 6.13: Ankastre-ankastre mesnet serbest ve gergin boru 1. mod titreşim frekansları

Serbest Boru Titreşim Analizi				Gergin Boru Titreşim Analizi				
v/v_c	v	λ_1	f_1	v/v_c	v	P_1	λ_{1G}	f_{1G}
0	0	4.730	9.883	0	0	0	4.730	9.883
0.1	7.893	4.718	9.835	0.1	11.163	0.238	4.707	9.787
0.2	15.786	4.683	9.689	0.2	22.325	3.817	4.637	9.499
0.3	23.680	4.623	9.440	0.3	33.488	19.328	4.518	9.017
0.4	31.573	4.534	9.080	0.4	44.651	61.087	4.345	8.340
0.5	39.466	4.410	8.592	0.5	55.814	149.136	4.111	7.465
0.6	47.359	4.243	7.952	0.6	66.976	309.247	3.803	6.388
0.7	55.252	4.013	7.115	0.7	78.139	572.915	3.399	5.105
0.8	63.146	3.684	5.994	0.8	89.302	977.395	2.860	3.613
0.9	71.039	3.145	4.370	0.9	100.464	1565.587	2.080	1.911
1	78.932	0	0	1	111.627	2386.189	0	0

Tablo 6.14: Ankastre-ankastre mesnet serbest ve gergin boru 2. mod titreşim frekansları

Serbest Boru Titreşim Analizi				Gergin Boru Titreşim Analizi				
v/v_c	v	λ_2	f_2	v/v_c	v	P_2	λ_{2G}	f_{2G}
0	0	7.854	27.247	0	0	0	7.854	27.247
0.1	11.293	7.834	27.113	0.1	15.971	0.488	7.815	26.980
0.2	22.587	7.775	26.708	0.2	31.942	7.816	7.698	26.180
0.3	33.880	7.674	26.018	0.3	47.913	39.566	7.499	24.843
0.4	45.173	7.525	25.018	0.4	63.884	125.048	7.210	22.966
0.5	56.467	7.319	23.665	0.5	79.856	305.301	6.819	20.543
0.6	67.760	7.039	21.891	0.6	95.827	633.064	6.306	17.568
0.7	79.053	6.657	19.575	0.7	111.798	1172.820	5.636	14.031
0.8	90.346	6.108	16.482	0.8	127.769	2000.767	4.740	9.925
0.9	101.640	5.213	12.005	0.9	143.740	3204.890	3.446	5.247
1	112.933	0	0	1	159.711	4884.729	0	0

6.3 İki Parametreli Elastik Zemin Üzerinde Çubuk Titreşimleri

Serbest ve gergin durumdaki borular için yapılan titreşim analizine elastik zemin etkisi dahil edilmeden önce, elastik zemin etkisi çubuklar üzerinde incelenmiş, farklı çubuklar için bulunan frekans değerleri literatürden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak zemin parametrelerinin doğruluğu ve etkisi araştırılmıştır. Analiz sırasıyla elastik zeminin olmadığı, 1-parametreli ve 2-parametreli elastik zemin üzerindeki plastik, ahşap ve beton çubuklar için basit-basit mesnetli durumda yapılmıştır. Analizde kullanılan çubuk malzemelerine ait veriler Tablo 6.15'te sunulmuştur.

Tablo 6.15: Çubukların malzeme özellikleri

Özellikler	Plastik Çubuk	C67 Çelik Çubuk	Ahşap(Çam) Çubuk	Beton Çubuk
E (N/m^2)	$3.3\ 10^9$	$2.0\ 10^{11}$	$9.3\ 10^9$	$3.18\ 10^{10}$
ρ (kg/m^3)	1180	6790	640	2200
b (m)	0.0656	0.0151	0.230	0.290
h (m)	0.00311	0.0006	0.130	0.2123
L (m)	0.2	0.2	2.6	2.6

Kullanılan parametrelerin tanımları da aşağıda verilmiştir;

$$\xi_z = k_z L^4/EI \qquad \Rightarrow \text{Winkler zemin parametresi [29]}$$

$$\xi_{dz} = k_{dz} L^2/ \pi^2 EI \qquad \Rightarrow \text{Dönme zemin parametresi [29]}$$

Bu malzeme özellikleri ve parametrelere bağlı olarak, plastik, ahşap ve beton çubuk için basit mesnette bulunan frekanslar literatürdeki sonuçlarla karşılaştırmalı olarak Tablo 6.16-6.24 'te verilmiştir.

6.3.1 Plastik çubuk

Tablo 6.16: Plastik çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	58.953	58.952
2.	235.765	235.765
3.	530.435	530.434
4.	943.397	943.397
5.	1476.111	1476.110

Tablo 6.17: 1-parametreli elastik zemin üzerindeki plastik çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	59.255	59.254
2.	235.841	235.840
3.	530.468	530.468
4.	943.416	943.416
5.	1476.123	1476.123

Tablo 6.18: 2-parametreli elastik zemin üzerindeki plastik çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

2-parametreli elastik zemin üzerinde (ξ_z =1 , ξ_{dz}=0.5)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	60.722	60.722
2.	237.328	237.328
3.	531.957	531.957
4.	944.904	944.903
5.	1477.607	1477.606

6.3.2 Ahşap çubuk

Tablo 6.19: Ahşap çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

Elastik zemin yok (ξ_z =ξ_{dz}=0)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	58.624	58.623
2.	232.300	232.299
3.	514.883	514.883
4.	736.093	736.092
5.	897.460	897.458

Tablo 6.20: 1-parametreli elastik zemin üzerindeki ahşap çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

1-parametreli elastik zemin üzerinde (ξ_z =1 , ξ_{dz}=0)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	58.924	58.923
2.	232.374	232.374
3.	514.916	514.915
4.	736.116	736.116
5.	897.478	897.477

Tablo 6.21: 2-parametreli elastik zemin üzerindeki ahşap çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

2-parametreli elastik zemin üzerinde (ξ_z =1 , ξ_{dz}=0.5)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	60.383	60.382
2.	233.840	233.839
3.	516.361	516.361
4.	736.672	736.671
5.	898.893	898.892

6.3.3 Beton çubuk

Tablo 6.22: Beton çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	53.994	53.994
2.	214.254	214.254
3.	475.936	475.935
4.	734.147	734.147
5.	831.973	831.973

Tablo 6.23: 1-parametreli elastik zemin üzerindeki beton çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	54.271	54.271
2.	214.323	214.323
3.	475.966	475.965
4.	734.167	734.167
5.	831.990	831.990

Tablo 6.24: 2-parametreli elastik zemin üzerindeki beton çubuğun basit-basit mesnet titreşim frekansları

2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
Mod	ω Bu çalışma	ω Ref. [29]
1.	55.615	55.615
2.	215.675	215.674
3.	477.302	477.301
4.	737.496	737.495
5.	833.302	833.301

Tablo 6.15'teki malzeme özelliklerine sahip, 4 serbestlikli, dönme atalet etkilerinin hesaba katıldığı, ince çubuk özelliklerine sahip, dikdörtgen kesitli çubuk için basit-basit mesnet halde sırasıyla elastik zeminin olmadığı, sadece düşey yönde etkidiği ve hem düşey yönde hem de rotasyonel etkidiği durumlar için bulunan titreşim frekansları rad/s olarak bulunmuş ve Tablo 6.16-24 'te Ref. [29]'dan alınan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bulunan sonuçların literatürdeki sonuçlarla tamamen aynı olduğu söylenebilir. Zeminin olmadığı duruma göre 1-parametreli zeminin, diğer iki duruma göre de 2-parametreli zeminin daha yüksek frekansa neden olduğu görülmektedir ki bu durum, zemin rijitliğinin eklenmesi sonucu toplam rijitliğin artmasıyla açıklanabilir. Kullanılan malzeme özelliklerine göre ahşapın plastiğe göre,

betonun ise diğer ikisine göre daha düşük frekansa neden olduğu görülmektedir. Bu durum ise kütle miktarının fazlalığıyla açıklanabilir.

6.4 İçinden Akışkan Geçen Boruların İki Parametreli Elastik Zemin Üzerinde Titreşimi

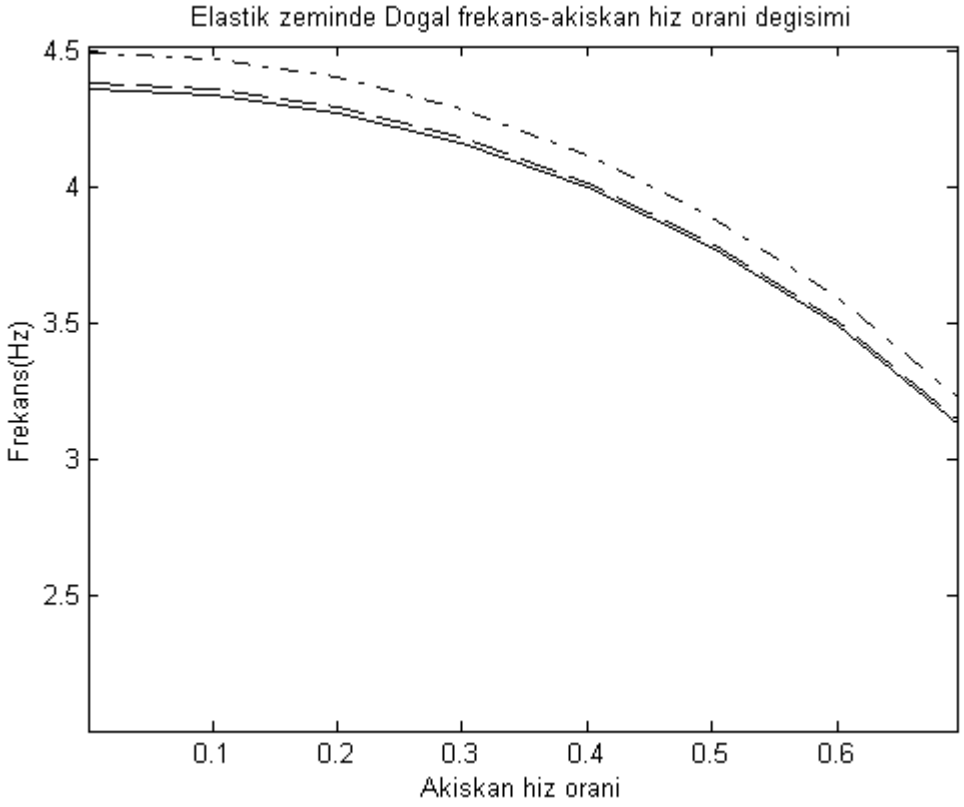
Şimdi bir adım daha ileri gidilerek, içinden akışkan geçen borunun elastik zemin etkisindeki frekans değişimi incelenmiştir. Bu amaçla daha önce kullanılan programa zemin etkileri dahil edilerek alüminyum, plastik ve çelik boruların basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnetteki ilk iki özdeğer ve frekans değişimleri sırasıyla elastik zeminin olmadığı durum, 1-parametreli elastik zemin ve 2-parametreli elastik zemin için bulunmuştur.

Üç farklı zemin durumu için basit-basit mesnetli alüminyum borunun kritik sıvı hızı oranlarına göre bulunan özdeğer ve frekansları Tablo 6.25'te verilmiştir.

Tablo 6.25: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Sıvı hızı oranı	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	3.142	4.360	0.000	3.150	4.382	0.000	3.188	4.490
0.1	3.946	3.133	4.338	3.967	3.142	4.360	4.065	3.180	4.468
0.2	7.892	3.110	4.271	7.933	3.118	4.293	8.129	3.156	4.400
0.3	11.839	3.068	4.159	11.899	3.076	4.180	12.194	3.114	4.283
0.4	15.785	3.008	3.996	15.866	3.015	4.016	16.258	3.052	4.115
0.5	19.731	2.924	3.775	19.833	2.931	3.795	20.323	2.967	3.889
0.6	23.677	2.810	3.488	23.799	2.817	3.505	24.388	2.852	3.592
0.7	27.623	2.654	3.113	27.766	2.662	3.129	28.452	2.694	3.207
0.8	31.570	2.433	2.616	31.732	2.439	2.629	32.517	2.469	2.694
0.9	35.516	2.074	1.900	35.699	2.079	1.909	36.581	2.105	1.957
1	39.462	0	0	39.665	0.000	0	40.646	0.000	0

Tablo 6.25'e bakıldığında elastik zemin etkisiyle kritik hızın arttığı görülür. Kritik hızın artması ise özdeğer ve frekansların yükselmesine neden olmaktadır. Üç farklı zemin durumunun frekansları nasıl etkilediği, Şekil 6.6'da daha açık olarak görülmektedir.



Şekil 6.6: Basit-basit mesnet, doğal frekans-akışkan hızı oranı değişimi.
- Zemin yok ,-- 1-parametreli elastik zemin, -. 2-parametreli elastik zemin

Şekil 6.6'da elastik zemin etkisinin daha iyi görülebilmesi için sadece belli bir bölge incelenmiştir. Görüldüğü üzere elastik zemin etkisiyle, frekanslar yükselmektedir. 1-parametreli zemin üzerindeki boru, zeminin olmadığı duruma göre, 2-parametreli zemin üzerindeki boru ise diğer iki duruma göre daha yüksek frekansa sahip olmaktadır.

Üç farklı zemin durumu için alüminyum, plastik ve çelik boruların basit-basit, ankastre-serbest, ankastre-ankastre sınır şartlarında kritik sıvı hız oranlarına göre bulunan özdeğer ve frekansları Ek-A1'de verilmiştir.

6.5 İçinden Akışkan Geçen Gergin Boruların İki Parametreli Elastik Zemin Üzerinde Titreşimi

Bu bölümde, daha önce zemin etkisinin dahil edilmediği Bölüm 5.2'de incelendiği gibi boruda bir de gerilme kuvveti olduğu düşünülüp bu gerilme kuvveti her hız oranı için hesap edilerek 1-parametreli ve 2-parametreli zemin etkisindeki alüminyum,

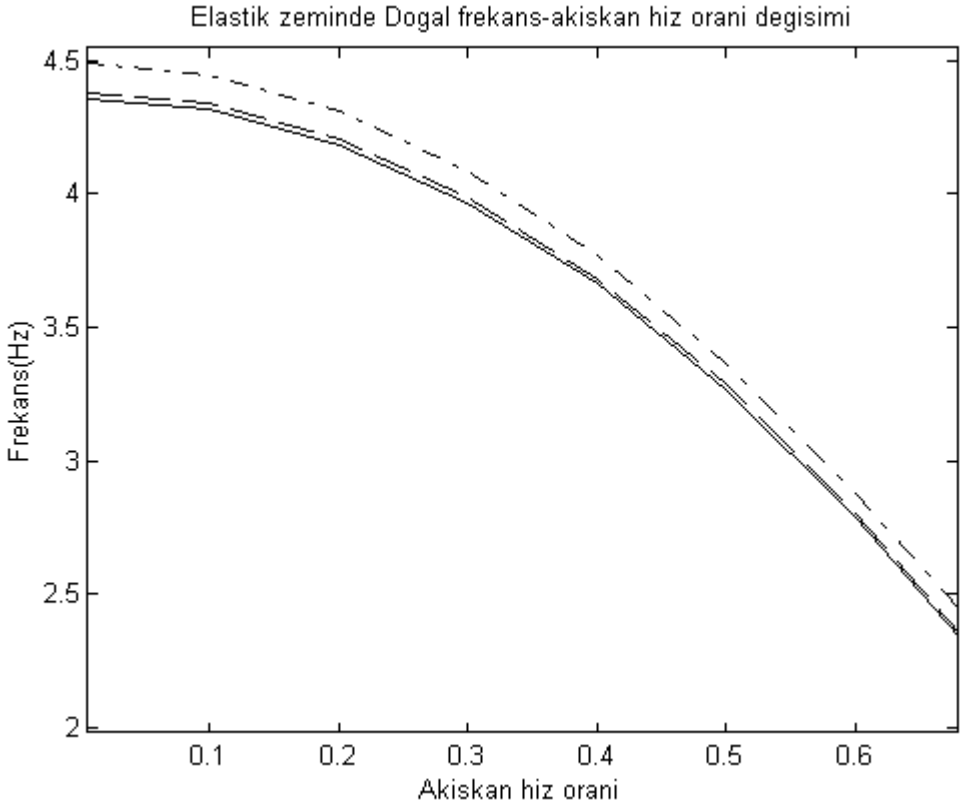
plastik ve çelik boruların basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartları için titreşim frekansları bulunmuştur.

Basit-basit mesnetli, gergin alüminyum boruda üç farklı zemin durumu için kritik sıvı hızı oranlarına göre bulunan frekanslar, gerilmeye neden olan eksenel kuvvetlerle birlikte Tablo 6.26'da verilmiştir.

Tablo 6.26: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Sıvı hızı oranı	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0.000	0.000	4.360	0	0	4.382	0	0	4.490
0.1	5.581	0.059	4.316	5.609	0.060	4.338	5.748	0.063	4.445
0.2	11.162	0.954	4.185	11.219	0.964	4.206	11.496	1.012	4.311
0.3	16.742	4.831	3.967	16.828	4.880	3.987	17.245	5.125	4.086
0.4	22.323	15.268	3.662	22.438	15.426	3.681	22.993	16.197	3.772
0.5	27.904	37.276	3.270	28.047	37.663	3.286	28.741	39.547	3.368
0.6	33.485	77.295	2.790	33.656	78.094	2.804	34.489	82.007	2.874
0.7	39.066	143.197	2.223	39.266	144.684	2.235	40.237	151.921	2.333
0.8	44.646	244.302	1.569	44.875	248.816	1.577	45.986	259.178	1.616
0.9	50.227	391.319	0.828	50.485	395.362	0.832	51.734	415.140	0.853
1.0	55.808	596.426	0	56.094	602.578	0	57.482	632.753	0

Tablo 6.26'da daha önce serbest boruda da olduğu gibi elastik zemin etkisiyle kritik hız ve frekansların arttığı görülmektedir. Kritik hızdaki bu artış eksenel kuvvetlerin yükselmesine neden olmaktadır. Sonuçların grafik halindeki karşılaştırması Şekil 6.7'de yapılmıştır.



Şekil 6.7: Basit-basit mesnet, doğal frekans-akışkan hızı oranı değişimi .
– Zemin yok ,-- 1-parametreli zemin, -. 2-parametreli zemin

Daha ayrıntılı analiz için sadece belli bir bölgeyi gösteren Şekil 6.7'ye bakıldığında, serbest boruda olduğu gibi elastik zemin etkisiyle frekansların yükseldiği görülmektedir. Burada kritik hızdaki artış, eksenel kuvvetlerde daha büyük artışa neden olmaktadır. Bu da ,şekilde de görüldüğü üzere, frekanslardaki azalmayı daha düzenli bir hale getirmektedir.

Gergin durumdaki alüminyum, plastik ve çelik boruların, basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartlarında, kritik sıvı hızı oranlarına göre, üç farklı zemin durumu için bulunan frekansları Ek-A2'de verilmiştir.

6.6 Boyuna Yöndeki Frekanslar ve Kritik Burkulma Kuvvetleri

6.6.1 Boyuna yöndeki frekanslar

Çalışmada, daha önce de vurgulandığı gibi, enine titreşimlerin boyuna yöndeki etkisini görmek üzere 6x6 boyutunda eleman matrisleri kullanılmıştır. Böylelikle boyuna yöndeki frekansların değişimi de izlenmiştir. Alümünyum, plastik ve çelik

borular için sıvının olmadığı ve sıvı akışının olduğu durumlarda, üç farklı sınır şartı için bulunan boyuna yöndeki frekanslar Tablo 6.27'de gösterilmiştir.

Tablo 6.27: Alüminyum, plastik ve çelik borular için değişik sınır şartlarında bulunan boyuna yöndeki frekanslar

Alüminyum Boru	Akışkan yok		Akışkan var	
	f_1	f_2	f_1	f_2
Basit-basit	0	749.714	0	530.149
Ankastre-serbest	373.703	1130.349	264.259	799.310
Ankastre-ankastre	0	749.714	0	530.149
Plastik Boru	Akışkan yok		Akışkan var	
	f_1	f_2	f_1	f_2
Basit-basit	0	262.373	0	137.552
Ankastre-serbest	130.783	395.582	68.564	207.388
Ankastre-ankastre	0	262.373	0	137.552
Çelik Boru	Akışkan yok		Akışkan var	
	f_1	f_2	f_1	f_2
Basit-basit	0	851.499	0	705.066
Ankastre-serbest	424.402	1283.810	351.448	1063.034
Ankastre-ankastre	0	851.499	0	705.066

Boyuna yöndeki frekansların basit-basit ve ankastre-ankastre mesnetli durumlar için aynı bulunduğu görülmektedir. Ankastre-serbest mesnet ise daha yüksek frekanslara neden olmaktadır. Akışkanın eklenmesiyle tüm frekansların düştüğü gözlenir. Bulunan bu frekanslar hız, eksenel kuvvet ve elastik zemin durumlarından etkilenmemektedir.

6.6.2 Kritik burkulma kuvvetleri

Son olarak üç değişik boru tipi için burkulmaya neden olan statik kuvvet analizi yapılmıştır. Boruya ters yönlü etkiyen eksenel kuvvetin değeri arttıkça boru direnci azalacak ve belli bir değerde boru burkulmaya başlayacaktır. Kritik burkulma kuvveti denilen bu kuvveti bulmak üzere, kuvvet değeri, sıfırdan başlayarak, her frekans için sırasıyla o frekansı sıfıra ulaştırana dek artırılarak iterasyon yapılmıştır.

Alüminyum, plastik ve çelik boruların basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre olmak üzere üç değişik sınır şartında ilk iki burkulma kuvveti bulunmuş ve Tablo 6.28-6.30'da literatürdeki sonuçlarla karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 6.28: Alüminyum boru için değişik sınır şartlarında bulunan kritik burkulma kuvvetleri

Alüminyum Boru	Analitik Çözüm		Ref. [18]		Bu çalışma	
	P_{c1}	P_{c2}	P_{c1}	P_{c2}	P_{c1}	P_{c2}
Basit-basit	596.426	2386.189	596.370	2383.955	596.432	2386.196
Ankastre-serbest	149.106	1342.005	149.091	1341.906	149.105	1342.041
Ankastre-ankastre	2386.189	4884.729	2385.955	4884.246	2386.196	4884.739

Tablo 6.29: Plastik boru için değişik sınır şartlarında bulunan kritik burkulma kuvvetleri

Plastik Boru	Analitik Çözüm		Bu çalışma	
	P_{c1}	P_{c2}	P_{c1}	P_{c2}
Basit-basit	27.678	110.739	27.682	110.752
Ankastre-serbest	6.918	62.281	6.920	62.289
Ankastre-ankastre	110.739	226.716	110.752	226.718

Tablo 6.30: Çelik boru için değişik sınır şartlarında bulunan kritik burkulma kuvvetleri

Çelik Boru	Analitik Çözüm		Bu çalışma	
	P_{c1}	P_{c2}	P_{c1}	P_{c2}
Basit-basit	1677.714	6712.275	1677.728	6712.246
Ankastre-serbest	419.416	3775.046	419.426	3775.093
Ankastre-ankastre	6712.275	13740.419	6712.246	13740.516

6.7 Sonuçların İrdelenmesi

Bu çalışmada, içinden akışkan geçen serbest ve gergin boruların iki parametreli elastik zemin üzerinde enine titreşim analizi, sonlu elemanlar metoduyla yapılmıştır. Boru elemanı olarak, her iki düğüm noktasında, eğilme ve kesit dönmeleri olmak üzere iki serbestlik derecesine sahip, ince boru elemanı kullanılmıştır. Sıvı akışı ile ortaya çıkan sönüm etkisi, sonlu elemanlar metodu ile hesaplandıktan sonra, sisteme analitik olarak dahil edilmiş, frekansların etkilenimi ihmal edilebilecek boyutlarda çıkması üzerine analize sönümsüz olarak devam edilmiştir.

Analizde, içinden belli bir hızda akışkan geçen boru, öncelikle herhangi bir eksenel kuvvetin ve elastik zeminin olmadığı durum için incelenmiştir. Özellikleri tablolarla verilmiş olan alüminyum borunun farklı sıvı hızı değerleri için doğal frekansları, basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumlarında, analitik yöntemle ve sonlu elemanlar yaklaşımı ile hesaplanmıştır. Sıvı hızı arttıkça doğal frekansın sıfıra yaklaştığı görülmüştür. Kritik hız adı verilen ve doğal frekansı sıfıra ulaştıran hız değerleri tespit edilmiş ve bu kritik hız değerlerinin oranlarına göre

doğal frekanslar bulunarak literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonuçların birbirine gayet yakın olduğu görülmüştür. Bu kısımda son olarak, içinden akışkan geçen borunun sonlu elemanlar yöntemiyle titreşim analizinde kullanılan eleman sayısının etkisi incelenmiştir. Bu maksatla, basit-basit mesnetli alüminyum borunun frekansları, sırasıyla 5, 8, 10, 15 ve 20 eleman için incelenmiştir. Bulunan sonuçların literatürdekilerle uyum içinde olduğu görülmüştür. Elde edilen sonuçlara bakıldığında 15 eleman ile 20 eleman kullanılarak elde edilen sonuçların neredeyse aynı olması ve 10 elemana göre çok fark göstermemesi bu çalışmada 10 veya 15 eleman kullanılmasının yeterli olduğunu göstermiştir.

İkinci bölümde, sıvı hızına bağlı olarak değişen ve gerilmeye yol açan bir kuvvet sisteme dahil edilerek, gergin hale getirilen alüminyum borunun frekansları bulunmaya çalışılmıştır. Üç farklı sınır şartında program, gerilme kuvveti değeri ve buna bağlı olarak tespit edilen yeni kritik hız değeri için her adımda güncellenerek gergin durumdaki borunun ilk iki frekansı bulunmuştur. Sonuçlarda ilk dikkati çeken, gerilmeye neden olan kuvvet etkisiyle kritik hızın artması olmuştur. Yani gergin borunun frekansı aynı hızdaki serbest boruya göre daha yüksek çıkmıştır. Ayrıca kuvvet değerleri belli bir ivmeyle artarken frekans değerleri kuvvetin tersine, belli bir ivmeyle azalmaktadır. Gergin boru için bulunan bu frekanslar serbest durumdaki borunun frekanslarıyla karşılaştırıldıklarında ise kritik hıza yaklaştıkça aralarındaki farkın ciddi şekilde arttığı görülmektedir.

Çalışmada elastik zemin olarak, Winkler zemin modülü ve dönme zemin modülü ile karakterize edilen 2-parametreli sabit elastik zemin kullanılmıştır. Öncelikle zemin parametrelerinin etkilerini görmek üzere, 4 serbestlikli, dönme atalet etkilerinin hesaba katıldığı, ince çubuk özelliklerine sahip , dikdörtgen kesitli, plastik, ahşap ve beton çubukların titreşimleri incelenmiştir. Bu çubukların frekansları, basit-basit mesnet halde sırasıyla, elastik zeminin olmadığı, sadece düşey yönde etkidiği ve hem düşey yönde hem de rotasyonel olarak etkidiği durumlarda literatürdeki değerlerlere eşit olarak bulunmuştur. Burada, zeminin olmadığı duruma göre 1-parametreli zeminin, diğer iki duruma göre de 2-parametreli zeminin daha yüksek frekansa neden olduğu görülmüştür. Bu durum, zemin rijitliğinin eklenmesi sonucu toplam rijitliğin artmasıyla açıklanabilir. Kullanılan malzeme özelliklerine göre ise ahşapın plastiğe göre, betonun ise diğer ikisine göre daha düşük frekansa neden olduğu görülmüştür. Bu durum ise kütle miktarının fazlalığıyla açıklanmaktadır.

Doğruluğu ve etkisi çubuk titreşimleri ile incelenen elastik zemin sırasıyla 1-parametreli ve 2-parametreli olarak, içinden akışkan geçen serbest ve gergin boruların titreşim analizine dahil edilmiş, elastik zeminin olmadığı durum ile farklılıkları incelenmiştir. Bu maksatla alüminyum, plastik ve çelik boruların farklı zemin durumları için basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumlarındaki ilk iki frekans değişimi kritik hız oranlarına göre bulunmuştur.

Sonuçların değerlendirmesi aşağıda sunulmuştur;

- Aynı zemin etkisindeki ve aynı hız oranındaki boruların özdeğerleri aynıdır.
- Elastik zemin etkisiyle, frekanslar yükselmektedir.
- 2-parametreli elastik zemin,1-parametreli elastik zemine göre %1.2 daha yüksek frekansa neden olmaktadır.
- Elastik zemin, 1.frekansları daha fazla etkilemektedir. 1.frekansı 1.0298, 2.frekansı ise 1,0066 oranında artırmaktadır.
- Borunun doğal frekansı, elastik zeminden, ankastre-serbest mesnette 1.0388, basit-basit mesnette 1.0025 ve ankastre-ankastre mesnette 1.0004 oranında etkilenmektedir.
- Elastik zemin, farklı malzemedeki boruları aynı oranda etkilemektedir.

Elastik zeminin gergin borular üzerindeki etkilerini görmek üzere, aynı analiz eksenel kuvvet etkisindeki alüminyum, plastik ve çelik borular için tekrarlanmış ve aşağıdaki sonuçlar çıkarılmıştır;

- Gerilmeye neden olan eksenel kuvvet, serbest borudaki aynı sıvı hızına göre daha yüksek frekansa neden olmaktadır.
- Bu kuvvet nedeniyle kritik hız değerleri % 41.4 oranında yükselmiştir.
- Çelik boru yüksek sıvı hızına ve gerilmeye karşı alüminyum boruya göre 1.677, plastik boruya göre 7.785 kat daha dayanıklıdır.

Çalışmada boruların enine titreşimleri ile birlikte bu titreşimlerin boyuna yöndeki frekansları da incelenmiş, alüminyum, plastik, çelik boruların basit-basit , ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet durumlarındaki boyuna frekansları bulunmuştur. Bulunan sonuçlar basit-basit ve ankastre-ankastre mesnet için aynı çıkmıştır. Ankastre-serbest mesnet ise daha yüksek frekanslara neden olmuştur. Ayrıca akışkan

sisteme dahil edildiğinde kütle etkisiyle frekansları düşürdüğü gözlenmiştir. Frekanslar akışkan hızı, eksenel kuvvet ve elastik zemin durumlarından ise etkilenmemiştir.Son olarak boru tiplerine bağlı olarak burkulmaya neden olan statik kuvvet analizi yapılmıştır. Alüminyum, plastik ve çelik borular için basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre olmak üzere üç değişik sınır şartında ilk iki burkulma kuvveti, literatürdeki değerlere ve analitik sonuçlara çok yakın olarak bulunmuştur. Sonuçlara bakıldığında, malzeme özelliklerine bağlı olarak daha elastik olan plastik borunun, kritik burkulma kuvvetlerinin de daha düşük olduğu görülmektedir. Alüminyum boruda bu değerler yükselirken, çelik boru kullanıldığında ise en yüksek düzeye ulaştığı gözlenir. Bu nedenle titreşimin daha yüksek olduğu tesisatlarda burkulmaya ve yüksek hıza karşı daha dayanıklı olan çelik boru tercih edilmektedir.

6.8 Öneriler

Bu çalışmanın devamı olarak incelenebilecek konular aşağıda sıralanmıştır.

- Kombine mesnet hallerinin incelenmesi
- Karmaşık sönüm ve dış sönüm etkilerinin incelenmesi
- Değişken akışkan hızında boruların titreşimi
- Değişken elastik zemin durumları
- Nonlineer titreşimler ve nonlineer zeminler

KAYNAKLAR

[1] **Sack, R.A.,** 1954. Transverse Oscillation of Travelling Strings, *British Journal of Applied Physcics,* ***5,*** 224-226.

[2] **Archibald, F.R., Emslie, A.G.,** 1958. The Vibration of a String Having a Uniform Motion Along its Length, *ASME, Journal of Sound and Vibration,* ***25,*** 347-348.

[3] **Swope, R.D., Ames, W.F.,** 1963. Vibrations of a Moving Threadline, *Journals of the Franklin Institute,* ***279,*** 36-55.

[4] **Mote, C.D. Jr.,** 1965. A study of Band Saw Vibrations, *British Journal of Applied Physcics*, ***279,*** 430-444.

[5] **Chubachi, T.,** 1958. Lateral Vibration of Axially Moving Wire or Belt From Materials, *Bulletin Japan Society of Mechnical Engineers,* **1,** 24-29.

[6] **Miranker, W.L.,** 1960. The Wave Equation in a Medium in Motion, *IBM Journal Research and Development,* **4,** 36-42.

[7] **Wickert, J.A., Mote, C.D. Jr.,** 1988. Current Research on the Vibration and Stability of Axially Moving Materials, *Shock and Vibration Digest,* ***20(5),*** 3-13.

[8] **Wickert, J.A., Mote, C.D. Jr.,** 1990. Classical Vibration Analysis of Axially Moving Continua, *ASME Journal of Applied Mechanics,* **57,** 738-744.

[9] **Benjamin, T.B.,** 1961. Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluids: I. Theory and II. Experiment, *Proceedings of the Royal Society of London,* **261A,** 457-499.

[10] **Nemat-Nasser, S., Prasad, S.S., Herrmann, G.,** 1966. Destabilizing Effect of Velocity-Independent Forces in Non-conservative Continuous Systems, *American Istitute of Aeronaustics and Auranautics Journal,* **4,** 1276-1280.

[11] **Gregory, R.W., Paidoussis, M.P.,** 1966. Unstable Oscillation of Tabuler Cantilevers Conveying Fluid, I. Theory and II. Experiment, *Proceedings of the Royal Society of London,* **293A,** 512-544.

[12] **Blevins, R.D.,** 1977. Flow-Induced Vibration, Van Nostrand Reinhold Company, New York, USA.

[13] **Paidoussis, M.P., Li, G.X.,** 1993. Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem, *Journal of Fluids and Structures,* **7,** 137-204.

[14] **Lee, S.Y., Mote, C.D. Jr.,** 1997. A Generalized Treatment of the Energetics of Translating Continua, Part I: Strings and Second Order Tensioned Pipes, *Journal of Sound and Vibration,* **204(5),** 717-734.

[15] **Lee, S.Y., Mote, C.D. Jr.,** 1997. A Generalized Treatment of the Energetics of Translating Continua, Part II: Beams and Fluid Conveying Pipes, *Journal of Sound and Vibration,* **204(5),** 735-753.

[16] **Öz, H.R., Boyacı, H.,** 2000. Transverse Vibrations of Tensioned Pipes Conveying Fluid with Time Dependent Velocity, *Journal of Sound and Vibration,* **236(2),** 259-276.

[17] **Öz, H.R.,** 2002. Natural Frequencies of Fluid Conveying Tensioned Pipes and Carrying a Stationary Mass Under Different End Conditions, *Journal of Sound and Vibration,* **253(2),** 507-517.

[18] **Sak, E.**, 1995. İçinden Akışkan Geçen Borulardaki Titreşim Hareketinin Kombine Sonlu Elemanlar-Transfer Matrisi Yöntemiyle İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi,* İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

[19] **Sinha, J.K., Singh, S., Rao, A.R.,** 2001. Natural Frequencies of Fluid Conveying Tensioned Pipes and Carrying a Stationary Mass Under Different End Conditions, *Journal of Sound and Vibration,* **240(1),** 189-194.

[20] **Kerr, A.D.,** 1964. Elastic and Viscoelastic Foundation Models, *Journal of Applied Mechanics,* **40,** 491-498.

[21] **Doyle, P.F., Pavlovich, M.N.,** 1982. Vibration of Beams on Partial Elastic Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics,* **10,** 663-674.

[22] **Clastornik, J., Eisenberger, M., Yankelevski, D.Z.,** 1986. Beams on variable Winkler Elastic Foundation, *Journal of Applied Mechanics,* **53,** 925-928.

[23] **Thambiratnam, D., Zhuge, Y.,** 1996. Free Vibration Analysis of Beams on Elastic Foundation, *Computers and Structures,* **60(6),** 971-980.

[24] **Chang, N.W.,** 1998. Solution of Beam on Elastic Foundation dy Differantial Quadrature Element Method, *Journal of Engineering Mechanics,* **124(12),** 1381-1384.

[25] **West, R.P., Pavlovich, M.,** 1999. Finite-Element Model Sensitivity in the Vibration of Partially Embedded Beams, *International Journal of Numerical Methods in Engineering,* **44,** 517-533.

[26] **Eisenberger, M., Clastornik, J.,** 1987. Beams on Two-Parameter Elastic Foundation, *Journal of Engineering Mechanics,* **113(10),** 1454-1466.

[27] **Franciosi, C., Masi, A.,** 1993. Free Vibrations of Foundation Beams on Two-Parameter Elastic Soil, *Computers and Structures,* **47(3),** 419-426.

[28] **Djondjorov, P., Vassilev, V., Dzhupanov, V.,** 2001. Dynamic Stability of Fluid Conveying Cantilevered Pipes on Elastic Foundations, *Journal of Sound and Vibration,* **247(3),** 537-546.

[29] **Bahçıvan, A., Karadağ, V.,** 2002. Vibration Analysis of Thick Beams on Two-Parameter Elastic Foundation by Finite Element Method, *Proceedings of ETCE 2002, ASME Engineering Technology Conference on Energy,* Houstan, TX, USA, February 4-6.

[30] **Meirovitch, L.,** 1986. Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill, Inc., New York, USA.

EKLER

Ek-A İçinden Akışkan Geçen Boruların Zemin Etkisine Göre Frekansları

Ek-A1 Serbest durumdaki boruların frekansları

Alüminyum boru

Basit-basit mesnet

Tablo A.1: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	3.142	4.360	0.000	3.150	4.382	0.000	3.188	4.490
0.1	3.946	3.133	4.338	3.967	3.142	4.360	4.065	3.180	4.468
0.2	7.892	3.110	4.271	7.933	3.118	4.293	8.129	3.156	4.400
0.3	11.839	3.068	4.159	11.899	3.076	4.180	12.194	3.114	4.283
0.4	15.785	3.008	3.996	15.866	3.015	4.016	16.258	3.052	4.115
0.5	19.731	2.924	3.775	19.833	2.931	3.795	20.323	2.967	3.889
0.6	23.677	2.810	3.488	23.799	2.817	3.505	24.388	2.852	3.592
0.7	27.623	2.654	3.113	27.766	2.662	3.129	28.452	2.694	3.207
0.8	31.570	2.433	2.616	31.732	2.439	2.629	32.517	2.469	2.694
0.9	35.516	2.074	1.900	35.699	2.079	1.909	36.581	2.105	1.957
1	39.462	0	0	39.665	0.000	0	40.646	0.000	0

Tablo A.2: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	6.283	17.439	0.000	6.284	17.445	0.000	6.304	17.555
0.1	7.893	6.267	17.352	7.896	6.268	17.357	7.946	6.288	17.467
0.2	15.786	6.219	17.087	15.791	6.220	17.092	15.891	6.240	17.200
0.3	23.680	6.137	16.636	23.687	6.138	16.641	23.837	6.157	16.746
0.4	31.573	6.015	15.983	31.582	6.016	15.988	31.782	6.035	16.089
0.5	39.466	5.847	15.102	39.478	5.848	15.108	39.728	5.866	15.203
0.6	47.359	5.620	13.951	47.373	5.621	13.956	47.673	5.638	14.044
0.7	55.252	5.310	12.453	55.269	5.311	12.458	55.619	5.327	12.536
0.8	63.146	4.867	10.463	63.164	4.868	10.467	63.564	4.883	10.533
0.9	71.039	4.148	7.600	71.060	4.149	7.605	71.510	4.162	7.652
1	78.932	0.000	0	78.955	0.000	0	79.455	0.000	0

Ankastre-serbest mesnet

Tablo A.3: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0.000	1.571	1.090	0.000	1.632	1.176	0.000	1.698	1.274
0.1	1.973	1.567	1.084	2.129	1.627	1.170	2.307	1.694	1.268
0.2	3.946	1.555	1.068	4.258	1.615	1.152	4.614	1.681	1.248
0.3	5.919	1.534	1.039	6.387	1.594	1.122	6.921	1.659	1.215
0.4	7.892	1.504	0.999	8.516	1.562	1.078	9.227	1.626	1.168
0.5	9.850	1.462	0.944	10.645	1.518	1.018	11.534	1.580	1.103
0.6	11.839	1.405	0.872	12.773	1.459	0.968	13.841	1.519	1.019
0.7	13.812	1.327	0.788	14.902	1.379	0.840	16.148	1.435	0.910
0.8	15.785	1.217	0.654	17.031	1.264	0.706	18.454	1.316	0.764
0.9	17.758	1.037	0.475	19.160	1.077	0.513	20.761	1.121	0.555
1	19.731	0.000	0	21.289	0.000	0	23.068	0.000	0

Tablo A.4: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0.000	4.712	9.809	0.000	4.715	9.819	0.000	4.741	9.929
0.1	5.919	4.701	9.760	5.925	4.703	9.770	5.992	4.729	9.879
0.2	11.839	4.664	9.611	11.851	4.667	9.621	11.983	4.693	9.728
0.3	17.758	4.602	9.357	17.776	4.605	9.367	17.975	4.630	9.471
0.4	23.678	4.511	8.990	23.702	4.514	8.999	23.967	4.539	9.100
0.5	29.597	4.385	8.495	29.627	4.387	8.504	29.959	4.412	8.598
0.6	35.516	4.215	7.847	35.552	4.217	7.855	35.950	4.240	7.943
0.7	41.436	3.982	7.005	41.478	3.984	7.012	41.942	4.006	7.090
0.8	47.355	3.650	5.886	47.403	3.652	5.892	47.934	3.672	5.957
0.9	53.275	3.111	4.276	53.329	3.113	4.280	53.925	3.130	4.328
1	59.194	0.000	0	59.254	0.000	0	59.917	0.000	0

Ankastre-ankastre mesnet

Tablo A.5: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	4.730	9.883	0	4.732	9.893	0	4.747	9.953
0.1	7.893	4.718	9.835	7.901	4.721	9.845	7.951	4.735	9.905
0.2	15.786	4.683	9.689	15.802	4.686	9.699	15.901	4.700	9.758
0.3	23.680	4.623	9.440	23.702	4.625	9.450	23.852	4.639	9.508
0.4	31.573	4.534	9.080	31.603	4.536	9.089	31.802	4.550	9.145
0.5	39.466	4.410	8.592	39.504	4.412	8.601	39.753	4.426	8.654
0.6	47.359	4.243	7.952	47.405	4.245	7.960	47.703	4.258	8.009
0.7	55.252	4.013	7.115	55.306	4.015	7.122	55.654	4.027	7.166
0.8	63.146	3.684	5.994	63.206	3.686	6.001	63.604	3.697	6.038
0.9	71.039	3.145	4.370	71.107	3.147	4.374	71.555	3.156	4.402
1	78.932	0	0	79.008	0	0	79.505	0	0

Tablo A.6: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	7.854	27.247	0	7.854	27.251	0	7.866	27.333
0.1	11.293	7.834	27.113	11.295	7.835	27.117	11.330	7.847	27.199
0.2	22.587	7.775	26.708	22.589	7.776	26.712	22.659	7.788	26.793
0.3	33.880	7.674	26.018	33.884	7.675	26.021	33.989	7.686	26.100
0.4	45.173	7.525	25.018	45.179	7.526	25.021	45.318	7.537	25.097
0.5	56.467	7.319	23.665	56.474	7.319	23.668	56.648	7.331	23.740
0.6	67.760	7.039	21.891	67.768	7.040	21.894	67.978	7.051	21.960
0.7	79.053	6.657	19.575	79.063	6.657	19.578	79.307	6.667	19.638
0.8	90.346	6.108	16.482	90.358	6.108	16.484	90.637	6.118	16.534
0.9	101.640	5.213	12.005	101.652	5.214	12.008	101.966	5.221	12.044
1	112.933	0	0	112.947	0	0	113.296	0	0

Plastik boru

Basit-basit mesnet

Tablo A.7: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0.000	3.142	1.131	0.000	3.150	1.137	0.000	3.188	1.165
0.1	0.850	3.133	1.125	0.855	3.142	1.131	0.876	3.180	1.159
0.2	1.700	3.110	1.108	1.709	3.118	1.114	1.751	3.156	1.141
0.3	2.550	3.068	1.079	2.564	3.076	1.084	2.627	3.114	1.111
0.4	3.400	3.008	1.037	3.418	3.015	1.042	3.503	3.052	1.068
0.5	4.251	2.924	0.979	4.273	2.931	0.984	4.379	2.967	1.009
0.6	5.101	2.810	0.905	5.127	2.817	0.909	5.254	2.852	0.932
0.7	5.951	2.654	0.808	5.982	2.662	0.812	6.130	2.694	0.832
0.8	6.801	2.433	0.679	6.836	2.439	0.682	7.006	2.469	0.699
0.9	7.651	2.074	0.493	7.691	2.079	0.495	7.881	2.105	0.508
1	8.501	0.000	0	8.545	0.000	0	8.757	0.000	0

Tablo A.8: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0.000	6.283	4.525	0.000	6.284	4.526	0.000	6.304	4.555
0.1	1.70	6.267	4.502	1.701	6.268	4.503	1.712	6.288	4.532
0.2	3.401	6.219	4.433	3.402	6.220	4.434	3.424	6.240	4.462
0.3	5.101	6.137	4.316	5.103	6.138	4.317	5.135	6.157	4.345
0.4	6.802	6.015	4.147	6.804	6.016	4.148	6.847	6.035	4.174
0.5	8.502	5.847	3.918	8.506	5.848	3.919	8.559	5.866	3.944
0.6	10.202	5.620	3.620	10.207	5.621	3.621	10.271	5.638	3.644
0.7	11.903	5.310	3.231	11.908	5.311	3.232	11.983	5.327	3.252
0.8	13.603	4.867	2.715	13.609	4.868	2.716	13.694	4.883	2.733
0.9	15.304	4.148	1.917	15.310	4.149	1.973	15.406	4.162	1.985
1	17.004	0.000	0	17.011	0.000	0	17.118	0.000	0

Ankastre-serbest mesnet

Tablo A.9: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0.000	1.571	0.283	0.000	1.632	0.305	0.000	1.698	0.331
0.1	0.425	1.567	0.281	0.459	1.627	0.303	0.497	1.694	0.329
0.2	0.850	1.555	0.277	0.917	1.615	0.299	0.994	1.681	0.324
0.3	1.275	1.534	0.269	1.376	1.594	0.291	1.491	1.659	0.315
0.4	1.700	1.504	0.259	1.834	1.562	0.279	1.988	1.626	0.303
0.5	2.125	1.462	0.245	2.293	1.518	0.264	2.485	1.580	0.286
0.6	2.550	1.405	0.226	2.752	1.459	0.244	2.981	1.519	0.264
0.7	2.975	1.327	0.202	3.210	1.379	0.218	3.478	1.435	0.236
0.8	3.400	1.217	0.169	3.669	1.264	0.183	3.975	1.316	0.198
0.9	3.825	1.037	0.123	4.127	1.077	0.133	4.472	1.121	0.144
1	4.250	0.000	0	4.586	0.000	0	4.969	0.000	0

Tablo A.10: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0.000	4.712	2.545	0.000	4.715	2.548	0.000	4.741	2.576
0.1	1.275	4.701	2.532	1.277	4.703	2.535	1.291	4.729	2.563
0.2	2.550	4.664	2.493	2.553	4.667	2.496	2.582	4.693	2.524
0.3	3.826	4.602	2.428	3.830	4.605	2.430	3.872	4.630	2.457
0.4	5.101	4.511	2.332	5.106	4.514	2.335	5.163	4.539	2.361
0.5	6.376	4.385	2.204	6.383	4.387	2.206	6.454	4.412	2.231
0.6	7.651	4.215	2.036	7.659	4.217	2.038	7.745	4.240	2.061
0.7	8.926	3.982	1.818	8.936	3.984	1.820	9.036	4.006	1.839
0.8	10.202	3.650	1.527	10.212	3.652	1.529	10.326	3.672	1.546
0.9	11.477	3.111	1.109	11.489	3.113	1.111	11.617	3.130	1.123
1	12.752	0.000	0	12.765	0.000	0	12.908	0.000	0

Ankastre-ankastre mesnet

Tablo A.11: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	4.730	2.564	0	4.732	2.567	0	4.747	2.582
0.1	1.700	4.718	2.552	1.702	4.721	2.554	1.713	4.735	2.570
0.2	3.401	4.683	2.514	3.404	4.686	2.516	3.426	4.700	2.532
0.3	5.101	4.623	2.449	5.106	4.625	2.452	5.138	4.639	2.467
0.4	6.802	4.534	2.356	6.808	4.536	2.358	6.851	4.550	2.373
0.5	8.502	4.410	2.229	8.511	4.412	2.231	8.564	4.426	2.245
0.6	10.202	4.243	2.063	10.213	4.245	2.065	10.277	4.258	2.081
0.7	11.903	4.013	1.846	11.915	4.015	1.848	11.990	4.027	1.859
0.8	13.603	3.684	1.555	13.617	3.686	1.557	13.702	3.697	1.567
0.9	15.304	3.145	1.134	15.319	3.147	1.135	15.415	3.156	1.142
1	17.004	0	0	17.021	0	0	17.128	0	0

Tablo A.12: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	7.854	7.070	0	7.854	7.071	0	7.866	7.092
0.1	1.433	7.834	7.035	2.433	7.835	7.036	2.441	7.847	7.057
0.2	4.866	7.775	6.930	4.867	7.776	6.931	4.882	7.788	6.952
0.3	7.299	7.674	6.751	7.300	7.675	6.752	7.322	7.686	6.772
0.4	9.732	7.525	6.491	9.733	7.526	6.492	9.763	7.537	6.512
0.5	12.165	7.319	6.140	12.167	7.319	6.141	12.204	7.331	6.159
0.6	14.598	7.039	5.680	14.600	7.040	5.681	14.645	7.051	5.698
0.7	17.031	6.657	5.079	17.033	6.657	5.080	17.086	6.667	5.095
0.8	19.464	6.108	4.276	19.466	6.108	4.277	19.526	6.118	4.290
0.9	21.897	5.213	3.115	21.900	5.214	3.115	21.967	5.221	3.125
1	24.330	0	0	24.333	0	0	24.408	0	0

Çelik boru

Basit-basit mesnet

Tablo A.13: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	3.142	5.798	0	3.150	5.828	0	3.188	5.972
0.1	6.619	3.133	5.769	6.652	3.142	5.798	6.817	3.180	5.942
0.2	13.237	3.110	5.681	13.305	3.118	5.710	13.634	3.156	5.851
0.3	19.856	3.068	5.531	19.957	3.076	5.559	20.451	3.114	5.697
0.4	26.474	3.008	5.314	26.610	3.015	5.341	27.268	3.052	5.473
0.5	33.093	2.924	5.021	33.262	2.931	5.047	34.086	2.967	5.172
0.6	39.711	2.810	4.638	39.914	2.817	4.662	40.903	2.852	4.778
0.7	46.330	2.654	4.140	46.567	2.662	4.162	47.720	2.694	4.265
0.8	52.948	2.433	3.479	53.219	2.439	3.496	54.237	2.469	3.618
0.9	59.567	2.074	2.527	59.872	2.079	2.540	61.354	2.105	2.603
1	66.185	0	0	66.524	0	0	68.171	0	0

Tablo A.14: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	6.283	23.193	0	6.284	23.200	0	6.304	23.346
0.1	13.238	6.267	23.076	13.243	6.268	23.084	13.326	6.288	23.229
0.2	26.477	6.219	22.724	26.486	6.220	22.731	26.652	6.240	22.875
0.3	39.715	6.137	22.124	39.728	6.138	22.132	39.978	6.157	22.271
0.4	52.954	6.015	21.256	52.971	6.016	21.163	53.304	6.035	21.397
0.5	66.192	5.847	20.085	66.214	5.848	20.092	66.631	5.866	20.219
0.6	79.430	5.620	18.554	79.457	5.621	18.560	79.957	5.638	18.677
0.7	92.669	5.310	16.563	92.700	5.311	16.568	93.283	5.327	16.673
0.8	105.907	4.867	13.915	105.942	4.868	13.920	106.609	4.883	14.008
0.9	119.146	4.148	10.109	119.185	4.149	10.112	119.935	4.162	10.176
1	132.384	0	0	132.428	0		133.261	0	0

Ankastre-serbest mesnet

Tablo A.15: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	1.571	1.449	0	1.632	1.564	0	1.698	1.695
0.1	3.309	1.567	1.442	3.571	1.627	1.556	3.869	1.694	1.686
0.2	6.618	1.555	1.420	7.141	1.615	1.532	7.738	1.681	1.660
0.3	9.928	1.534	1.383	10.712	1.594	1.492	11.607	1.659	1.616
0.4	13.237	1.504	1.328	14.282	1.562	1.433	15.476	1.626	1.553
0.5	16.546	1.462	1.253	17.853	1.518	1.354	19.345	1.580	1.467
0.6	19.855	1.405	1.159	21.424	1.459	1.251	23.213	1.519	1.356
0.7	23.164	1.327	1.035	24.994	1.379	1.117	27.082	1.435	1.210
0.8	26.474	1.217	0.870	28.565	1.264	0.938	30.951	1.316	1.017
0.9	29.783	1.037	0.632	32.135	1.077	0.682	34.820	1.121	0.739
1	33.092	0.000	0	35.706	0.000	0	38.689	0.000	0

Tablo A.16: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	4.712	13.046	0	4.715	13.059	0	4.741	13.205
0.1	9.928	4.701	12.980	9.938	4.703	12.993	10.049	4.729	13.138
0.2	19.856	4.664	12.782	19.876	4.667	12.795	20.098	4.693	12.938
0.3	29.784	4.602	12.445	29.814	4.605	12.457	30.147	4.630	12.596
0.4	39.712	4.511	11.956	39.752	4.514	11.969	40.196	4.539	12.102
0.5	49.640	4.385	11.298	49.691	4.387	11.309	50.246	4.412	11.435
0.6	59.568	4.215	10.436	59.629	4.217	10.447	60.295	4.240	10.564
0.7	69.496	3.982	9.316	69.567	3.984	9.326	70.344	4.006	9.430
0.8	79.424	3.650	7.827	79.505	3.652	7.835	80.393	3.672	7.920
0.9	89.352	3.111	5.686	89.443	3.113	5.692	90.442	3.130	5.756
1	99.280	0.000	0	99.381	0.000	0	100.491	0.000	0

Ankastre-ankastre mesnet

Tablo A.17: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Serbest 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	4.730	13.144	0	4.732	13.157	0	4.747	13.237
0.1	13.238	4.718	13.080	13.251	4.721	13.093	13.335	4.735	13.173
0.2	26.477	4.683	12.886	26.502	4.686	12.899	26.669	4.700	12.978
0.3	39.715	4.623	12.555	39.753	4.625	12.568	40.004	4.639	12.645
0.4	52.954	4.534	12.076	53.004	4.536	12.088	53.338	4.550	12.162
0.5	66.192	4.410	11.427	66.256	4.412	11.439	66.673	4.426	11.509
0.6	79.430	4.243	10.575	79.507	4.245	10.586	80.007	4.258	10.651
0.7	92.669	4.013	9.462	92.758	4.015	9.472	93.342	4.027	9.530
0.8	105.907	3.684	7.972	106.009	3.686	7.980	106.676	3.697	8.030
0.9	119.146	3.145	5.812	119.260	3.147	5.818	120.011	3.156	5.824
1	132.384	0	0	132.511	0	0	133.345	0	0

Tablo A.18: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli çelik borunun zemin etkisine göre 2.frekansları

Analiz Serbest 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	λ	f	v	λ	f	v	λ	f
0.0	0	7.854	36.236	0	7.854	36.241	0	7.866	36.351
0.1	18.941	7.834	36.059	18.943	7.835	36.063	19.002	7.847	36.172
0.2	37.882	7.775	35.520	37.887	7.776	35.525	38.004	7.788	35.632
0.3	56.823	7.674	34.602	56.830	7.675	34.606	57.005	7.686	34.711
0.4	75.764	7.525	33.271	75.773	7.526	33.276	76.007	7.537	33.376
0.5	94.705	7.319	31.472	94.717	7.319	31.476	95.009	7.331	31.572
0.6	113.645	7.039	29.113	113.660	7.040	29.117	114.011	7.051	29.205
0.7	132.586	6.657	26.034	132.603	6.657	26.037	133.013	6.667	26.116
0.8	151.527	6.108	21.920	151.546	6.108	21.923	152.014	6.118	21.990
0.9	170.468	5.213	15.967	170.490	5.214	15.969	171.016	5.221	16.018
1	189.409	0	0	189.433	0	0	190.018	0	0

Ek-A2 Gergin durumdaki boruların frekansları

Alüminyum boru

Basit-basit mesnet

Tablo A.19: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0.000	0.000	4.360	0	0	4.382	0	0	4.490
0.1	5.581	0.059	4.316	5.609	0.060	4.338	5.748	0.063	4.445
0.2	11.162	0.954	4.185	11.219	0.964	4.206	11.496	1.012	4.311
0.3	16.742	4.831	3.967	16.828	4.880	3.987	17.245	5.125	4.086
0.4	22.323	15.268	3.662	22.438	15.426	3.681	22.993	16.197	3.772
0.5	27.904	37.276	3.270	28.047	37.663	3.286	28.741	39.547	3.368
0.6	33.485	77.295	2.790	33.656	78.094	2.804	34.489	82.007	2.874
0.7	39.066	143.197	2.223	39.266	144.684	2.235	40.237	151.921	2.333
0.8	44.646	244.302	1.569	44.875	248.816	1.577	45.986	259.178	1.616
0.9	50.227	391.319	0.828	50.485	395.362	0.832	51.734	415.140	0.853
1.0	55.808	596.426	0	56.094	602.578	0	57.482	632.753	0

Tablo A.20: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	17.439	0	0	17.445	0	0	17.555
0.1	11.163	0.238	17.265	11.166	0.238	17.270	11.237	0.241	17.379
0.2	22.325	3.817	16.742	22.332	3.821	16.747	22.474	3.869	16.852
0.3	33.488	19.328	15.870	33.499	19.340	15.875	33.711	19.587	15.975
0.4	44.651	61.087	14.649	44.665	61.125	14.653	44.948	61.906	14.746
0.5	58.814	149.136	13.079	55.832	149.235	13.083	56.185	151.131	13.166
0.6	66.976	309.247	11.161	66.998	309.456	11.164	67.421	313.388	11.235
0.7	78.139	572.915	8.894	78.164	573.309	8.897	78.658	580.593	9.763
0.8	89.302	977.395	6.278	89.330	978.014	6.280	89.895	990.471	6.319
0.9	100.464	1565.587	3.315	100.497	1566.601	3.316	101.132	1586.550	3.335
1.0	111.627	2386.189	0	111.663	2387.762	0	112.369	2418.159	0

Ankastre-serbest mesnet

Tablo A.21: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0.000	0.000	1.090	0	0	1.176	0	0	1.274
0.1	2.790	0.014	1.079	3.011	0.017	1.164	3.262	0.020	1.261
0.2	5.581	0.238	1.046	6.021	0.277	1.129	6.525	0.326	1.223
0.3	8.371	1.207	0.992	9.032	1.406	1.070	9.787	1.651	1.159
0.4	11.162	3.816	0.912	12.043	4.444	0.988	13.050	5.217	1.070
0.5	13.952	9.289	0.817	15.054	10.850	0.882	16.312	12.737	0.956
0.6	16.742	19.325	0.697	18.064	22.495	0.752	19.574	26.414	0.815
0.7	19.533	35.802	0.556	21.075	41.675	0.599	22.837	48.936	0.650
0.8	22.323	61.075	0.392	24.086	71.098	0.423	26.099	83.475	0.458
0.9	25.114	97.829	0.206	27.096	113.887	0.223	29.362	133.715	0.241
1.0	27.904	149.106	0	30.107	173.583	0	32.624	203.806	0

Tablo A.22: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	9.809	0	0	9.819	0	0	9.929
0.1	8.371	0.134	9.711	8.380	0.134	9.721	8.474	0.137	9.829
0.2	16.743	2.147	9.417	16.760	2.151	9.426	16.947	2.199	9.532
0.3	25.114	10.869	8.926	25.139	10.869	8.935	25.421	11.137	9.035
0.4	33.486	34.356	8.240	33.519	34.356	8.248	33.894	35.200	8.340
0.5	41.857	83.875	7.357	41.899	84.045	7.364	42.368	85.939	7.446
0.6	50.228	173.919	6.278	50.279	174.272	6.284	50.841	178.196	6.354
0.7	58.600	322.218	5.002	58.659	322.872	5.008	59.315	330.136	5.063
0.8	66.971	549.680	3.531	67.038	550.795	3.535	67.788	563.204	3.574
0.9	75.343	880.502	1.863	75.418	882.288	1.866	76.262	902.119	1.886
1.0	83.714	1342.005	0	83.798	1344.726	0	84.735	1374.987	0

Ankastre-ankastre mesnet

Tablo A.23: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	9.883	0	0	9.893	0	0	9.953
0.1	11.163	0.238	9.787	11.173	0.239	9.797	11.244	0.242	9.857
0.2	22.325	3.817	9.499	22.347	3.825	9.508	22.487	3.873	9.567
0.3	33.488	19.328	9.017	33.520	19.365	9.026	33.731	19.610	9.082
0.4	44.651	61.087	8.340	44.694	61.203	8.349	44.975	61.976	8.400
0.5	55.814	149.136	7.465	55.867	149.424	7.472	56.219	151.314	7.519
0.6	66.976	309.247	6.388	67.040	309.848	6.395	67.472	313.756	6.434
0.7	78.139	572.915	5.105	78.214	574.036	5.111	78.706	581.283	5.143
0.8	89.302	977.395	3.613	89.387	979.254	3.617	89.950	991.625	3.640
0.9	100.464	1565.587	1.911	100.561	1568.586	1.913	101.193	1588.414	1.926
1.0	111.627	2386.189	0	111.734	2390.787	0	112.437	2420.960	0

Tablo A.24: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin alüminyum borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	27.247	0	0	27.251	0	0	27.333
0.1	15.971	0.488	26.980	15.973	0.488	26.984	16.022	0.491	27.066
0.2	31.942	7.816	26.180	31.946	7.817	26.183	32.045	7.866	26.263
0.3	47.913	39.566	24.843	47.919	39.576	24.847	48.067	39.821	24.922
0.4	63.884	125.048	22.966	63.892	125.081	22.969	64.090	125.852	23.039
0.5	79.856	305.301	20.543	79.866	305.377	20.546	80.112	307.261	20.609
0.6	95.827	633.064	17.568	95.839	633.214	17.570	96.134	637.144	17.624
0.7	111.798	1172.820	14.031	111.812	1173.177	14.033	112.157	180.369	14.076
0.8	127.769	2000.767	9.925	127.785	2001.299	9.927	128.179	2013.677	9.958
0.9	143.740	3204.890	5.247	143.758	3205.646	5.248	144.202	3225.481	5.264
1.0	159.711	4884.729	0	159.731	4885.940	0	160.224	4916.182	0

Plastik boru

Basit-basit mesnet

Tablo A.25: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	1.131	0	0	1.137	0	0	1.165
0.1	1.202	0.003	1.119	1.208	0.003	1.125	1.238	0.003	1.153
0.2	2.405	0.044	1.086	2.417	0.044	1.091	2.477	0.047	1.118
0.3	3.607	0.224	1.029	3.625	0.226	1.034	3.715	0.237	1.060
0.4	4.809	0.708	0.950	4.834	0.716	0.955	4.954	0.752	0.978
0.5	6.012	1.730	0.848	6.042	1.748	0.852	6.192	1.836	0.874
0.6	7.214	3.587	0.724	7.250	3.624	0.727	7.430	3.806	0.746
0.7	8.416	6.646	0.577	8.459	6.715	0.580	8.669	7.052	0.594
0.8	9.618	11.337	0.407	9.667	11.454	0.409	9.907	12.031	0.419
0.9	10.821	18.160	0.215	10.876	18.350	0.216	11.146	19.268	0.221
1.0	12.023	27.678	0.000	12.084	27.965	0.000	12.384	29.370	0.000

Tablo A.26: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	4.524	0	0	4.526	0	0	4.555
0.1	2.405	0.011	4.479	2.406	0.011	4.481	2.421	0.011	4.509
0.2	4.810	0.177	4.343	4.811	0.177	4.345	4.842	0.179	4.372
0.3	7.214	0.897	4.117	7.217	0.897	4.119	7.262	0.909	4.145
0.4	9.619	2.835	3.801	9.622	2.837	3.802	9.683	2.872	3.826
0.5	12.024	6.921	3.393	12.028	6.927	3.395	12.104	7.014	3.416
0.6	14.429	14.350	2.895	14.434	14.364	2.897	14.525	14.545	2.915
0.7	18.434	26.589	2.308	16.839	26.611	2.309	16.946	26.948	2.322
0.8	19.238	45.357	1.629	19.245	45.397	1.630	19.366	45.966	1.640
0.9	21.643	72.660	0.860	21.650	72.716	0.861	21.787	73.631	0.865
1.0	24.048	110.739	0.000	24.056	110.830	0.000	24.208	112.229	0.000

Ankastre-serbest mesnet

Tablo A.27: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	0.283	0	0	0.305	0	0	0.330
0.1	0.601	0.001	0.280	0.649	0.001	0.302	0.703	0.001	0.327
0.2	1.202	0.011	0.271	1.297	0.013	0.293	1.405	0.015	0.317
0.3	1.803	0.056	0.257	1.946	0.065	0.277	2.108	0.076	0.301
0.4	2.404	0.177	0.237	2.594	0.206	0.256	2.811	0.242	0.277
0.5	3.006	0.432	0.212	3.243	0.503	0.229	3.514	0.591	0.248
0.6	3.607	0.896	0.181	3.892	1.044	0.195	4.216	1.225	0.211
0.7	4.208	1.661	0.144	4.540	1.933	0.155	4.919	2.270	0.168
0.8	4.809	2.833	0.102	5.189	3.299	0.109	5.622	3.873	0.119
0.9	5.410	4.539	0.054	5.837	5.283	0.058	6.324	6.204	0.063
1.0	6.011	6.918	0	6.486	8.055	0	7.027	9.456	0

Tablo A.28: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	2.545	0	0	2.547	0	0	2.576
0.1	1.804	0.006	2.519	1.805	0.006	2.522	1.826	0.006	2.550
0.2	3.607	0.099	2.443	3.611	0.100	2.446	3.651	0.102	2.473
0.3	5.411	0.504	2.316	5.416	0.505	2.318	5.477	0.517	2.344
0.4	7.214	1.594	2.138	7.221	1.597	2.140	7.302	1.633	2.164
0.5	9.018	3.892	1.909	9.027	3.901	1.911	9.128	3.988	1.932
0.6	10.821	8.071	1.629	10.832	8.088	1.630	10.953	8.271	1.649
0.7	12.625	14.952	1.297	12.637	14.985	1.299	12.779	15.323	1.313
0.8	14.428	25.512	0.916	14.442	25.562	0.917	14.604	26.136	0.927
0.9	16.232	40.864	0.483	16.248	40.949	0.484	16.430	41.867	0.489
1.0	18.035	62.281	0	18.053	62.408	0	18.255	63.814	0

Ankastre-ankastre mesnet

Tablo A.29: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0	0	0	2.564	0	0	2.567	0	0	2.582
0.1	2.405	0.011	2.539	2.407	0.011	2.542	2.422	0.011	2.557
0.2	4.809	0.177	2.464	4.814	0.177	2.467	4.845	0.180	2.482
0.3	7.214	0.897	2.340	7.2221	0.899	2.342	7.267	0.910	2.356
0.4	9.619	2.835	2.164	9.628	2.840	2.166	9.689	2.876	2.79
0.5	12.024	6.921	1.937	12.036	6.936	1.934	12.112	7.022	1.951
0.6	14.428	14.351	1.657	14.443	14.382	1.659	14.534	14.562	1.669
0.7	16.833	26.589	1.325	16.850	26.643	1.326	16.956	26.979	1.334
0.8	19.238	45.357	0.938	19.257	45.451	0.939	19.378	46.020	0.944
0.9	21.642	72.660	0.497	21.664	72.802	0.497	21.801	73.717	0.499
1.0	24.047	110.739	0	24.071	110.961	0	24.223	112.360	0

Tablo A.30: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	7.070	0	0	7.071	0	0	7.092
0.1	3.441	0.023	7.000	3.441	0.023	7.001	3.452	0.023	7.022
0.2	6.881	0.363	6.793	6.882	0.363	6.794	6.904	0.365	6.814
0.3	10.322	1.836	6.446	10.324	1.837	6.447	10.355	1.848	6.466
0.4	13.763	5.804	5.959	13.765	5.805	5.960	13.807	5.841	5.978
0.5	17.204	14.170	5.330	17.206	14.174	5.331	17.259	14.261	5.347
0.6	20.644	29.382	4.558	20.647	29.390	4.559	20.711	29.572	4.573
0.7	24.085	54.435	3.641	24.088	54.447	3.641	24.163	54.787	3.652
0.8	27.526	92.863	2.575	27.530	92.882	2.575	27.614	93.455	2.584
0.9	30.966	148.748	1.363	30.971	148.789	1.363	31.066	149.701	1.366
1.0	34.407	226.716	0	34.412	226.772	0	34.518	228.172	0

Çelik boru

Basit-basit mesnet

Tablo A.31: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	5.798	0	0	5.828	0	0	5.972
0.1	9.360	0.168	5.740	9.408	0.169	5.769	9.641	0.178	5.912
0.2	18.720	2.684	5.566	18.816	2.712	5.594	19.282	2.848	2.733
0.3	28.080	13.590	5.276	28.224	13.729	5.303	28.922	14.417	5.434
0.4	37.440	42.949	4.870	37.632	43.392	4.895	38.563	45.564	5.016
0.5	46.800	104.860	4.348	47.040	105.934	4.371	48.204	111.247	4.479
0.6	56.159	217.432	3.711	56.447	219.660	3.730	57.845	230.681	3.822
0.7	65.519	402.828	2.957	65.855	406.959	2.972	67.486	427.362	3.046
0.8	74.879	687.191	2.087	75.263	694.244	2.098	77.126	721.058	2.113
0.9	84.239	1100.766	1.102	84.671	1112.068	1.107	86.767	1167.803	1.135
1.0	93.599	1677.714	0	94.079	1694.944	0	96.408	1779.910	0

Tablo A.32: İçinden akışkan geçen basit-basit mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	23.193	0	0	23.200	0	0	23.346
0.1	18.722	0.671	22.961	18.728	0.672	22.968	18.846	0.680	23.113
0.2	37.444	10.740	22.265	37.456	10.747	22.272	37.692	10.882	22.413
0.3	56.166	54.369	21.105	56.184	54.404	21.112	56.538	55.091	21.262
0.4	74.888	171.837	19.482	74.912	171.947	19.488	75.384	174.116	19.611
0.5	93.610	419.517	17.394	93.640	419.796	17.400	94.229	425.100	17.510
0.6	112.331	869.902	14.843	112.368	870.493	14.848	113.075	881.483	14.942
0.7	131.053	1611.624	11.828	131.096	1612.703	11.832	131.921	1633.051	11.907
0.8	149.775	2749.337	8.349	149.824	2751.155	8.352	150.767	2785.906	8.405
0.9	168.497	4403.953	4.407	168.552	4406.837	4.408	169.613	4462.474	4.437
1.0	187.219	6712.275	0	187.280	6716.738	0	188.459	6801.503	0

Ankastre-serbest mesnet

Tablo A.33: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	1.449	0	0	1.564	0	0	1.695
0.1	4.680	0.042	1.435	5.050	0.049	1.548	5.472	0.057	1.678
0.2	9.360	0.671	1.391	10.099	0.781	1.501	10.943	0.917	1.627
0.3	14.040	3.397	1.319	15.149	3.955	1.423	16.415	4.644	1.542
0.4	18.720	10.737	1.217	20.198	12.499	1.314	21.886	14.677	1.423
0.5	23.400	26.213	1.087	25.248	30.518	1.173	27.358	35.832	1.271
0.6	28.079	54.355	0.928	30.298	63.285	1.001	32.829	74.296	1.084
0.7	32.759	100.698	0.739	35.347	117.237	0.798	38.301	137.644	0.864
0.8	37.439	171.798	0.522	40.397	200.008	0.563	43.772	234.816	0.610
0.9	42.119	275.182	0.275	45.446	320.361	0.297	49.244	376.133	0.322
1.0	46.799	419.416	0	50.496	488.294	0	54.715	573.289	0

Tablo A.34: İçinden akışkan geçen ankastre-serbest mesnetli gergin plastik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	13.046	0	0	13.059	0	0	13.205
0.1	14.040	0.377	12.915	14.055	0.378	12.928	14.212	0.387	13.072
0.2	28.081	5.877	12.523	28.109	6.052	12.536	28.423	6.188	12.676
0.3	42.121	30.578	11.871	42.164	30.639	11.883	42.635	31.328	12.016
0.4	56.161	96.641	0.958	56.218	96.386	10.969	56.846	99.011	11.092
0.5	70.202	235.940	9.784	70.273	236.425	9.794	71.058	241.736	9.903
0.6	84.242	489.246	7.635	84.328	490.248	8.357	85.270	501.261	8.451
0.7	98.282	906.388	6.653	98.382	908.241	6.660	99.481	928.643	6.734
0.8	112.322	1546.259	4.697	112.437	1549.414	4.701	113.693	1584.219	4.754
0.9	126.363	2476.808	2.479	126.491	2481.355	2.482	127.904	2537.605	2.509
1.0	140.403	3775.046	0	140.546	3782.731	0	142.116	3867.703	0

Ankastre-ankastre mesnet

Tablo A.35: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 1. frekansları

Analiz Gergin 1.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0	0	0	13.144	0	0	13.157	0	0	13.237
0.1	18.722	0.671	13.016	18.740	0.672	13.029	18.858	0.681	13.109
0.2	37.444	10.740	12.633	37.480	10.760	12.645	37.716	10.896	12.723
0.3	56.166	54.369	11.992	56.219	54.473	12.004	56.573	55.163	12.078
0.4	74.888	171.837	11.092	74.959	172.161	11.103	75.431	174.338	11.171
0.5	93.610	419.517	9.928	93.699	420.329	9.938	94.289	425.636	9.999
0.6	112.331	869.902	8.496	112.439	871.589	8.504	113.147	882.586	8.557
0.7	131.053	1611.624	6.790	131.179	1614.721	6.797	132.005	1635.118	6.839
0.8	149.775	2749.337	4.806	149.918	2754.636	4.811	150.862	2789.409	4.842
0.9	168.497	4403.953	2.542	168.658	4412.385	2.545	169.720	4468.131	2.561
1.0	187.219	6712.275	0	187.398	6725.160	0	188.578	6810.080	0

Tablo A.36: İçinden akışkan geçen ankastre-ankastre mesnetli gergin çelik borunun zemin etkisine göre 2. frekansları

Analiz Gergin 2.Frekans	Elastik zemin yok ($\xi_z = \xi_{dz} = 0$)			1-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0$)			2-parametreli elastik zemin üzerinde ($\xi_z = 1$, $\xi_{dz} = 0.5$)		
v/v_c	v	P	f	v	P	f	v	P	f
0.0	0	0	36.236	0	0	36.241	0	0	36.351
0.1	26.787	1.374	35.882	26.790	1.374	35.887	26.873	1.383	35.995
0.2	53.573	21.985	3.817	53.580	21.991	3.822	53.745	22.127	34.927
0.3	80.360	111.298	33.039	80.370	111.326	33.044	80.618	112.012	33.144
0.4	107.146	351.758	30.543	107.160	351.842	30.547	107.490	354.018	30.640
0.5	133.933	858.785	27.321	133.950	859.003	27.325	134.363	864.307	27.408
0.6	160.719	1780.746	23.364	160.739	1781.216	23.367	161.236	1792.234	23.438
0.7	187.506	3299.060	18.660	187.529	3299.906	18.663	188.108	3320.343	18.720
0.8	214.292	5628.061	13.200	214.319	5629.472	13.202	214.981	5664.296	13.242
0.9	241.079	9015.078	6.977	241.109	9017.406	6.979	241.853	9073.133	7.001
1.0	267.865	13740.419	0	267.899	13743.902	0	268.726	13828.920	0

Ek-B Bilgisayar Programı ve Akış Diyagramı

Ek-B1 Bilgisayar programında kullanılan notasyonlar

nmax : Maksimum eleman sayısı

al : Çubuk/boru uzunluğu

el : Çubuk/boru elemanı uzunluğu

eb : Çubuk genişliği

et : Çubuk kalınlığı

r1 : Boru dış yarıçapı

r2 : Boru iç yarıçapı

api : 2π sayısı

abor : Boru kesit alanı

asu : Sıvı kesit alanı

atop : Toplam kesit alanı

rob : Boru/çubuk yoğunluğu

ros : Sıvı yoğunluğu

rot : Toplam yoğunluk

e : Borunun/çubuğun elastisite modülü

aibx : Boru kesitinin z-eksenine göre atalet momenti

aisx : Sıvının atalet momenti

aitx : Borunun toplam atalet momenti

ai : Çubuğun z-eksenine göre atalet momenti

ndf : Borunun/çubuğun serbestlik derecesi

emk : Borunun/çubuğun birim kütlesi

ncode(i) : n.elemanın i.bilgisayar kodu

evec(i) : i. özvektör

eval(i) : i. özdeğer

vs : Sıvı hızı

lamda : Özdeğer

omega : Titreşim frekansı (Hz)

ek : Eleman rijitlik matrisi

em : Eleman kütle matrisi

ec : Eleman sönüm matrisi

ak : Global rijitlik matrisi

am : Global kütle matrisi

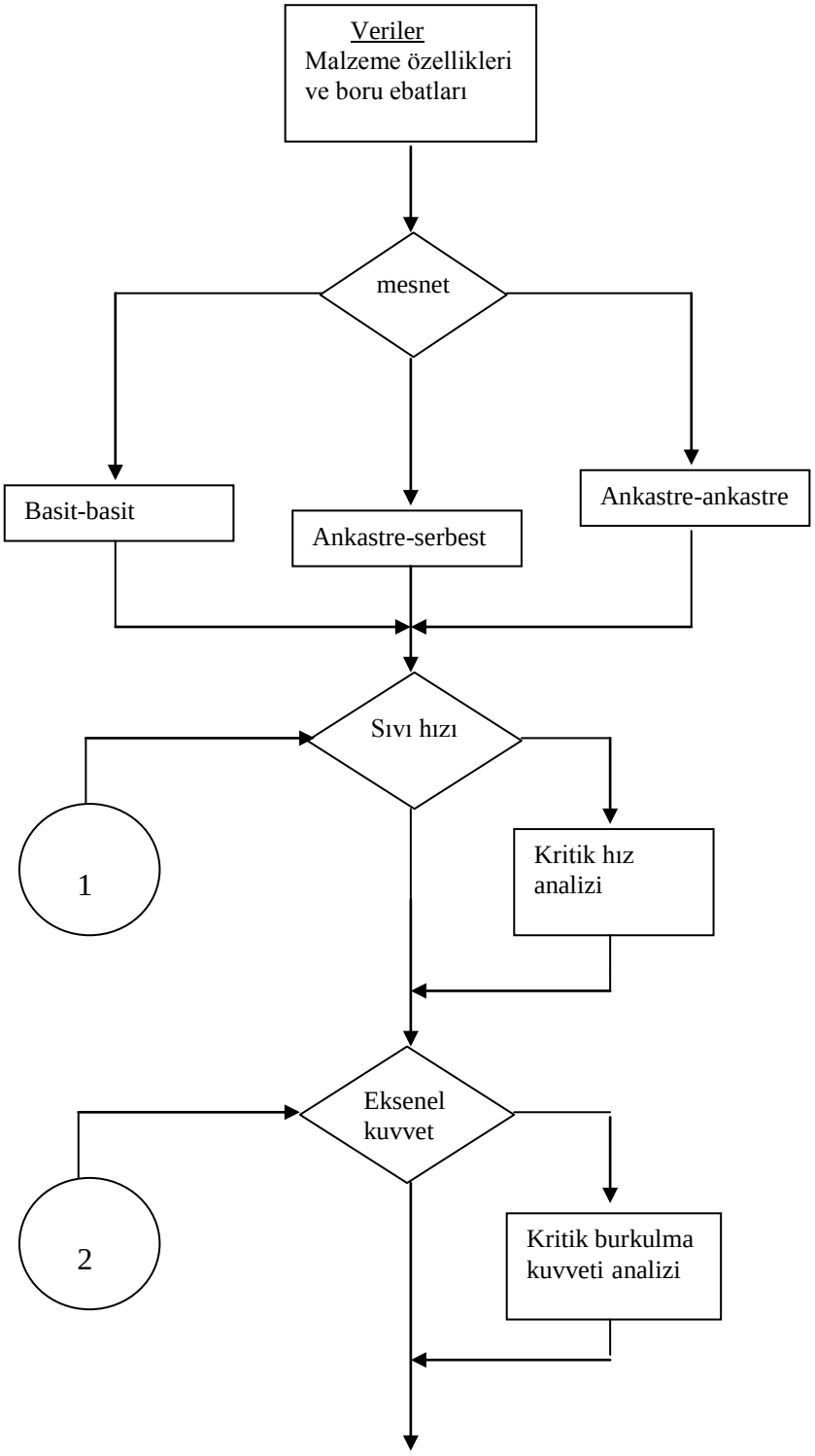
ac : Global sönüm matrisi

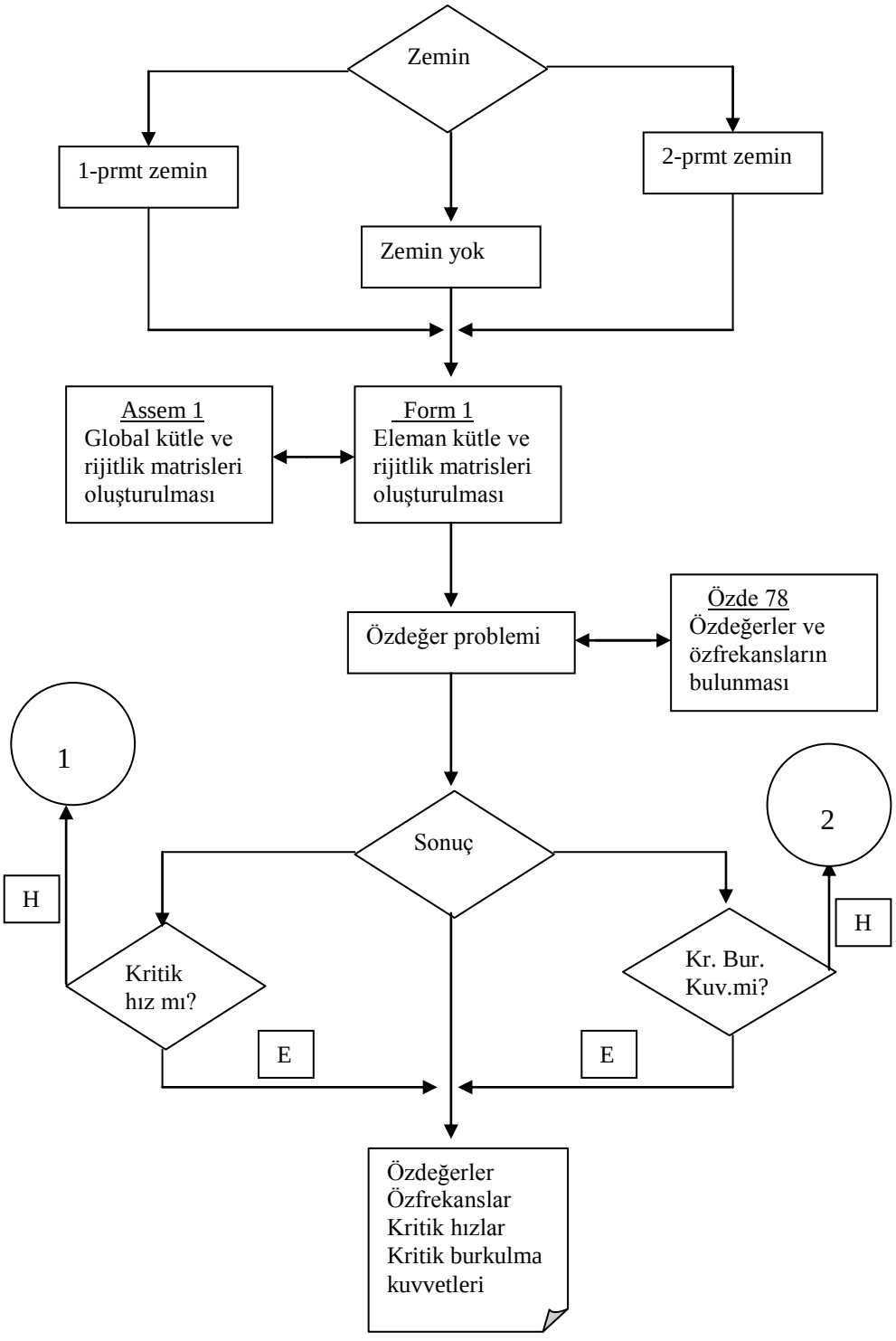
ef : Eksenel kuvvet

akz : Winkler zemin modülü

akdz : Kayma zemin modülü

Ek-B2 Akış Diyagramı





Şekil B.1: Akış diyagramı

Ek-B3 Bilgisayar Programı

```
c       Program Adı :İçinden akışkan geçen boruların iki parametreli elastik zemin
c       üzerindeki titreşimleri
        implicit double precision (a-h,o-z)
        dimension ak(66,66),am(66,66),eval(66),wks1(66),wks2(66)
        dimension ncode(6),evec(66,66),ek(6,6),em(6,6)
        open(6,file='Frekanslar.txt')
        nmax=10
        e=71099800000.0
        r1=0.01269141
        r2=0.01104141
        al=3.2
        api=8.0*datan(0.1d+01)
        asu=0.5*api*r2*r2
        abor=0.5*api*(r1*r1-r2*r2)
        atop=0.5*api*r1*r1
        ros=1000.0
        rob=3113.7652
        rot=(ros*asu+rob*abor)/atop
        al=3.2
        aibx=0.125*api*(r1*r1*r1*r1-r2*r2*r2*r2)
c       ai=eb*et**3/12.0
        akz=0.00
c       akz=e*aibx/(al**4)
        akdz=0.00
c       akdz=0.5*e*aibx/(al*al)
        vs=0.0
c       et=0.03
c       eb=0.05
        ef=0.0
        write(6,290) nmax,api,al,e,eb,et,akz,akdz,vs,r1,r2,ros,rob,ef
 290    format(5x,'nmax=',i5,'api=',d10.3,'al=',d10.3,/,
       *'e=',d10.3,'eb=',d10.3,'et=',d10.3,/
       *'akz=',d10.3,'akdz=',d10.3,'vs=',d10.3,/,
       * 'r1=',d10.3,'r2=',d10.3,'ros=',d10.3,'rob=',d10.3,/,
       *'ef=',d16.9//)
        do 250 n=nmax,nmax
        do 99 i=1,66
        do 99 j=1,66
        ak(i,j)=0.0
        am(i,j)=0.0
  99    continue
        el=al/float(n)
c       Basit-basit, ankastre-serbest
        ndf=3*nmax+1
c       Ankastre-ankastre
c       ndf=3*nmax-3
        call form1(ek,em,el,e,ai,akz,akdz,ef,aibx,r1,r2,ros,rob,vs)
        do 13 iii=1,nmax
        call form1(ek,em,el,e,ai,akz,akdz,ef,aibx,r1,r2,ros,rob,vs)
 103    if(iii.gt.1) go to 15
c       Basit-basit mesnet
        ncode(1)=1
        ncode(2)=0
```

```
      ncode(3)=2
      ncode(4)=3
      ncode(5)=4
      ncode(6)=5
      go to 113
 15   do 11 iq=1,6
      ncode(iq)=3*iii+iq-4
      if(iii.eq.10) ncode(5)=0
      if(iii.eq.10) ncode(6)=ndf
c     Ankastre-serbest mesnet
c     ncode(1)=1
c     ncode(2)=0
c     ncode(3)=2
c     ncode(4)=3
c     ncode(5)=4
c     ncode(6)=5
c     go to 113
c 15  do 11 iq=1,6
c     ncode(iq)=3*iii+iq-4
c     if(iii.eq.10) ncode(5)=ndf
c     if(iii.eq.10) ncode(6)=0
c     Ankastre-ankastre mesnet
c     ncode(1)=0
c     ncode(2)=0
c     ncode(3)=0
c     ncode(4)=1
c     ncode(5)=2
c     ncode(6)=3
c     go to 113
c 15  do 11 iq=1,6
c     ncode(iq)=3*iii+iq-6
c     if(iii.eq.10) ncode(4)=0
c     if(iii.eq.10) ncode(5)=0
c     if(iii.eq.10) ncode(6)=011
 11   continue
      go to 113
 113  call assem1(ek,em,ncode,ak,am)
 13   continue
      write(6,280) n
      i=1
      call ozde78(ak,66,am,66,ndf,eval,evec,66,wks1,wks2,i)
      if(i.eq.0)go to 100
      write(6,200)i
 200  format(1h0,'failure,ifail=',i5)
      stop
 100  emk=rot*atop
      aml=e*aibx/(emk*(al**4))
c     aml=e*ai/(emk*(al**4))
      api=8.0*datan(0.1d+01)
      nr=ndf/2
      do 30 i=1,nr
      eval(i)=eval(i)*420.0*(float(n)**4)
      omega=eval(i)*aml
      if(omega.LT.0.0)omega=-omega
```

```
      omega=dabs(omega)
      omega=dsqrt(omega)/api
      write(6,210) i,eval(i),i,omega,i,(evec(j,i),j=1,ndf)
 30   continue
210   format(1h0,5x,'lamda',i2,'=',d16.9,5x,'omega',i2,'=',d16.9,2x,
     5'hz',//,5x,'eigenvector',i3,/,(5x,6d16.9/)/)
250   continue
280   format(5x,'number of elements=',i2,/)
      stop
      end
      subroutine form1(ek,em,el,e,ai,akz,akdz,ef,aibx,r1,r2,ros,rob,vs)
      implicit double precision(a-h,o-z)
      dimension ek(6,6),em(6,6)
      do 50 i=1,6
      do 50 j=1,6
      ek(i,j)=0.0
      em(i,j)=0.0
 50   continue
      api=8.0*datan(0.1d+01)
      abor=0.5*api*(r1*r1-r2*r2)
      asu=0.5*api*r2*r2
      atop=0.5*api*r1*r1
      rot=(ros*asu+rob*abor)/atop
      aibx=0.125*api*(r1*r1*r1*r1-r2*r2*r2*r2)
c     ai=eb*et**3/12.0
      aisx=0.125*api*r2*r2*r2*r2
      aitx=(ros*aisx)/rot+(rob*aibx)/rot
      akg=((ef+ros*asu*vs*vs-akdz)*el*el)/(e*aibx)
      ekz=akz*el*el*el*el/(420.0*e*aibx)
      emt=aitx/(atop*el*el)
      ek(1,1)=el*el*abor/aibx
      ek(1,4)=-el*el*abor/aibx
      ek(2,2)=12.0-akg*1.2+ekz*156.0
      ek(2,3)=6.0*el-akg*el*0.1+ekz*22.0*el
      ek(2,5)=-12.0+akg*1.2+ekz*54.0
       ek(2,6)=6.0*el-akg*el*0.1-ekz*13.0*el
      ek(3,3)=4.0*el*el-(akg*el*el)/7.5+ekz*4.0*el*el
      ek(3,5)=-6.0*el+akg*el*0.1+ekz*13.0*el
      ek(3,6)=2.0*el*el+(akg*el*el)/30.0-ekz*3.0*el*el
      ek(4,4)=el*el*abor/aibx
      ek(5,5)=12.0-akg*1.2+ekz*156.0
      ek(5,6)=-6.0*el+akg*el*0.1-ekz*22.0*el
      ek(6,6)=4.0*el*el-(akg*el*el)/7.5+ekz*4.0*el*el
      em(1,1)=140.0
      em(1,4)=70.0
      em(2,2)=156.0+emt*504.0
      em(2,3)=22.0*el+emt*42.0*el
      em(2,5)=54.0-emt*504.0
      em(2,6)=-13.0*el+emt*42.0*el
      em(3,3)=4.0*el*el+emt*56.0*el*el
      em(3,5)=13.0*el-emt*42.0*el
      em(3,6)=-3.0*el*el-emt*14.0*el*el
      em(4,4)=140.0
      em(5,5)=156.0+emt*504.0
```

```
      em(5,6)=-22.0*el-emt*42.0*el
      em(6,6)=4.0*el*el+emt*56.0*el*el
      do 6 i=1,6
      do 6 j=1,6
      ek(j,i)=ek(i,j)
      em(j,i)=em(i,j)
 6    continue
      return
      end
      subroutine assem1(ek,em,ncode,ak,am)
       implicit double precision(a-h,o-z)
      dimension ncode(6),ak(66,66),am(66,66),ek(6,6),em(6,6)
      do 30 i=1,6
      ii=ncode(i)
      if(ii.eq.0) go to 30
      do 20 j=1,6
      jj=ncode(j)
      if(jj.eq.0) go to 20
      ak(ii,jj)=ak(ii,jj)+ek(i,j)
      am(ii,jj)=am(ii,jj)+em(i,j)
      if(ii.eq.jj.and.ak(ii,jj).lt.0.0) go to 22
      go to 26
 22   write(6,23) ak(ii,jj),ii,jj
 23   format(/,5x,'ak(ii,jj)=',d15.6,3x,'ii=',i3,3x,'jj=',i3)
 26   continue
      if(ii.eq.jj.and.am(ii,jj).lt.0.0) go to 24
      go to 20
 24   write(6,25) am(ii,jj),ii,jj
 25   format(/,5x,'am(ii,jj)=',d15.6,3x,'ii=',i3,3x,'jj=',i3)
 20   continue
 30   continue
      return
      end
      subroutine ozde78(a,ia,b,ib,n,r,v,iv,dl,e,ifail)
      implicit double precision(a-h,o-z)
      integer p01aaf
      dimension a(ia,n),b(ib,n),r(n),v(iv,n),dl(n),e(n)
      isave=ifail
      ifail=1
      call f01aef(n,a,ia,b,ib,dl,ifail)
      if(ifail.eq.0) go to 1
      ifail=p01aaf(isave,ifail,rname)
      return
 1    tol=2.0**(-218)
      call f01ajf(n,tol,a,ia,r,e,v,iv)
      tol=2.0**(-37)
      ifail=1
      call f02amf(n,tol,r,e,v,iv,ifail)
       if(ifail.eq.0.0) go to 2
      ifail=p01aaf(isave,2,rname)
      return
 2    call f01aff(n,1,n,b,ib,dl,v,iv)
      return
      end
```

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 1992 yılında Deniz Lisesi'ne girdi. 1996 yılında Deniz Lisesi eğitimini tamamlayarak Deniz Harp Okulu eğitimine başladı. 2000 yılında Deniz Harp Okulu makina mühendisliği bölümünü tamamlayarak makina mühendisi ünvanını aldı. İki yıl mesleki görevlerde bulunduktan sonra, 2002 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makina Mühendisliği Bölümü, Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustik yüksek lisans programına başladı. Halen Deniz Harp Okulu Komutanlığı, Deniz Bilimleri ve Mühendisliği Enstitüsü'nde görev yapmaktadır. Evlidir.