ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LAS GEOMETRÍAS DE TOBERA TIPO CAMPANA Y TIPO CONO EN EL RENDIMIENTO DE COHETES DE PEQUEÑA ESCALA MEDIANTE SIMULACIONES CFD



Nicolas Jaimes Rincón

202111789

Proyecto de grado en ingeniería mecánica

Asesor:

Omar Darío López Mejía, Ph. D

Departamento de Ingeniería Mecánica

Facultad de Ingeniería

Universidad de Los Andes

Bogotá, Colombia

Enero de 2025

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios por darme fortaleza a lo largo de este camino. A mi familia, por su amor incondicional, apoyo constante y palabras de aliento en los momentos más difíciles. Gracias por creer en mí incluso en los momentos de mayor duda e incertidumbre, por darme fuerzas para seguir adelante y por enseñarme que el esfuerzo y el trabajo bien hecho siempre dan frutos. Su ejemplo me ha inspirado a realizar cada tarea, por pequeña que sea, con dedicación.

A mis amigos, cuya compañía y apoyo me han brindado motivación y equilibrio a lo largo de este proceso. Su presencia ha sido invaluable para disfrutar y afrontar cada etapa con entusiasmo.

Finalmente, expreso agradecimiento al profesor Omar Darío, por su disposición, paciencia y compromiso con este proyecto. Su interés constante y orientación fueron fundamentales para alcanzar este logro. Su guía y conocimiento no solo enriquecieron el desarrollo de este trabajo, sino que también mi formación como ingeniero mecánico.

Resumen

Los avances recientes en la tecnología de cohetes se han centrado en mejorar la eficiencia, la seguridad y la rentabilidad de las misiones espaciales. Un área clave de investigación ha sido el diseño y la optimización de las toberas de cohete para maximizar el rendimiento en diferentes altitudes operativas. Este proyecto explora el desempeño de las toberas tipo campana y cónicas mediante simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD), y la implementación de un modelo unidimensional (1D), con el objetivo de identificar la geometría que ofrece un mayor impulso específico en diversas condiciones operativas.

El estudio comenzó con una revisión detallada de la documentación técnica del equipo 124 de la Spaceport America Cup, centrándose en las dimensiones de la tobera cónica utilizada por el equipo, el propelente utilizado y los datos experimentales. Estos parámetros sirvieron para diseñar una tobera tipo campana semejante a la tobera conica utilizando el software RPA. Se realizaron simulaciones en ANSYS Fluent a tres altitudes: Nivel del mar, 15,000 ft y 30,000 ft. Los resultados revelaron fenómenos clave del flujo, incluyendo subexpansión, sobreexpansión, ondas de choque oblicuas en la tobera cónica y ondas de choque de separación en la tobera tipo campana. La tobera tipo campana demostró una ventaja consistente en el rendimiento, alcanzando números de Mach más altos y optimizando el empuje axial gracias a su región de kernel dominante, a pesar de requerir una longitud total menor.

Tanto el modelo 1D como las simulaciones CFD fueron validados con datos experimentales del equipo 124, obteniendo resultados consistentes, lo que respalda la precisión de las metodologías empleadas. No obstante, se identificó el uso de aire como fluido en las simulaciones como la principal fuente de error, dejando margen para futuras mejoras en la caracterización termodinámica de los gases de combustión.

Los hallazgos destacan las fuertes ventajas de las toberas tipo campana para aplicaciones competitivas a pequeña y mediana escala como la Spaceport America Cup y subrayan la importancia de realizar investigaciones adicionales en el diseño y validación de toberas de cohete.

Índice

1. Introducción 7
2. Objetivos 9
2.1. Objetivo general 9
2.2. Objetivos específicos: 9
3. Revisión del reporte del equipo 124 para la Spaceport America Cup 2024. 9
3.1. Características del propelente. 10
3.2. Dimensiones de la tobera y simulaciones balísticas. 12
3.3. Datos experimentales 14
4. Construcción de tobera tipo campana 14
4.1. Entrada de parámetros a RPA 15
4.2. Planteamiento de reacción para uso en RPA 16
5. Modelo 1D 21
5.1. Revisión de modelos físicos 21
5.2. Resultados de cálculo de modelo 1D 22
5.3. Validación de resultados con datos experimentales 25
6. Simulaciones CFD 27
6.1. Malla 27
6.2. Parámetros de la solución 28
6.3. Análisis de convergencia de mallas 29
7. Resultados 31
7.1. Contornos de simulaciones 31
7.1.1. Fenómenos de Expansión del Flujo 35
7.1.2. Ondas de choque internas 37
7.1.3. Ondas de choque externas 48
7.2. Resultados numéricos, numero de Mach y presión estática. 52
7.3. Resultados Isp 55
8. Conclusiones 57
8.1. Conclusiones del proyecto 57
8.2. Trabajo futuro 59
9. Referencias 60
10. Anexos 62

Lista de imágenes

Ilustración 1. Formulación del propelente Gopher 4.1.1. 10
Ilustración 2. Tasa de quemado vs presión de cámara para propelente Gopher 4.1.1. 11
Ilustración 3. Propiedades termodinámicas de la combustión del Gopher 4.1.1. 12
Ilustración 4. Parámetros de la tobera diseñada por el equipo 124. 12
Ilustración 5. Ensamble de la tobera diseñada por el equipo 124. 13
Ilustración 6. Resultados de la simulación balística de la tobera diseñada por el equipo 124. 13
Ilustración 7. Curva de empuje (thrust) y presión de la cámara (chamber pressure) vs tiempo durante pruebas estáticas. 14
Ilustración 8. Parámetros geométricos de tobera tipo campana. 16
Ilustración 9. Composición de un APCP. 17
Ilustración 10. Efecto de γ en el contorno de la sección parabólica de la tobera. 19
Ilustración 11. Resultados del diseño de la tobera tipo campana en RPA 20
Ilustración 12. Diagramas de toberas a) Campana b) Cónica (dimensiones en pulgadas) 20
Ilustración 13. Resultados teóricos modelo 1D a) Mach b) Presión c) Densidad d) Temperatura. 22
Ilustración 14. Modelo 1D para tobera cónica a) Mach b) Presión 24
Ilustración 15. Modelo 1D para tobera campana a) Mach b) Presión 24
Ilustración 16. Vista detallada de la malla estructurada 28
Ilustración 17. Vista general del dominio computacional y su configuración de malla 28
Ilustración 18. Análisis de convergencia para tobera cónica a diferentes altitudes 30
Ilustración 19. Análisis de convergencia para tobera campana a diferentes altitudes 30
Ilustración 20. Contorno de Mach tobera cónica a 0ft 31
Ilustración 21. Contorno de Mach tobera cónica a 15000ft 31
Ilustración 22. Contorno de Mach tobera cónica a 30000ft 32
Ilustración 23. Contorno de Mach tobera campana a 0ft 32
Ilustración 24. Contorno de Mach tobera campana a 15000ft 32
Ilustración 25. Contorno de Mach tobera campana a 30000ft 33
Ilustración 26. Contorno de presión tobera cónica a 0ft 33
Ilustración 27. Contorno de presión tobera cónica a 15000ft 33
Ilustración 28. Contorno de presión tobera cónica a 30000ft 34
Ilustración 29. Contorno de presión tobera campana a 0ft 34
Ilustración 30. Contorno de presión tobera campana a 15000ft 34
Ilustración 31. Contorno de presión tobera campana a 30000ft 35
Ilustración 32. Fenómenos de expansión en toberas. 36
Ilustración 33. Vista ampliada de la onda de choque en la tobera cónica a 0ft. 38
Ilustración 34. Estructura ondas de choque dentro de tobera cónica. 39
Ilustración 35. Propagación de ondas de choque reflejadas hacia la interfaz del chorro. 40
Ilustración 36. Contorno de Mach detallado de la onda de choque en la tobera cónica a 0ft. . 41
Ilustración 37. Contorno de presión detallado de la onda de choque en la tobera cónica a 0ft. 41

Ilustración 38. Esquema de separación de flujo en tobera cónica por ondas de choque oblicuas.. 42
Ilustración 39. Vista ampliada de la onda de choque en la tobera campana a 0ft. 44
Ilustración 40. Estructura ondas de choque dentro de tobera campana. 45
Ilustración 41. Contorno de Mach detallado de la onda de choque en la tobera campana a 0ft. 46
Ilustración 42. Estructura ondas de choque internas con región de gradiente radial predominante....47
Ilustración 43. Contorno de vórtice al centro de tobera tipo campana. 47
Ilustración 44. Estructura de patrones de diamantes de choque a) Caso subexpandido b) Caso sobreexpandido. 48
Ilustración 45. Estructura caso sobreexpandido para contorno de tobera cónica. 50
Ilustración 46. Estructura caso subexpandido para contorno de tobera cónica 50
Ilustración 47. Estructura caso sobreexpandido para contorno de tobera campana. 51
Ilustración 48. Estructura caso subexpandido para contorno de tobera campana.....51
Ilustración 49. Resultados numéricos para tobera cónica a) Mach b) Presión 53
Ilustración 50. Resultados numéricos para tobera campana a) Mach b) Presión.....53
Ilustración 51. Resultados Isp (curvas)....56

Lista de tablas

Tabla 1. Comparación propiedades termodinámicas....19
Tabla 2. Resultados a la salida de las toberas....55
Tabla 3. Resultados Isp....56

1. Introducción

El diseño de toberas ha evolucionado significativamente desde sus primeras configuraciones hasta los avanzados diseños actuales utilizados en el ámbito aeroespacial, incluyendo aquellos que aún se encuentran en desarrollo e investigación. Inicialmente, las toberas fueron concebidas para modificar características del flujo, como la velocidad y la presión, aprovechando la presión generada dentro de la cámara de combustión para aumentar el empuje al acelerar los productos de combustión a velocidades supersónicas. [1] En este contexto, características como una menor complejidad de diseño, menor peso, alto rendimiento y facilidad de fabricación constituyen atributos deseables en una tobera de cohete. Sin embargo, lograr un equilibrio óptimo entre estos factores representa un desafío de diseño significativo. Como resultado, se han llevado a cabo numerosas investigaciones que han dado lugar a una amplia variedad de configuraciones, tales como las toberas cónicas, campana, plug, de expansión-deflexión (E-D) y de campana dual, entre otras. [1]

Para este proyecto, se estudiarán las dos geometrías de tobera más clásicas: La cónica y la campana. La tobera cónica se destaca por su diseño simple y su facilidad de fabricación, lo que la ha hecho especialmente popular en aplicaciones como pequeños propulsores y cohetes sólidos, donde la simplicidad en la construcción prevalece sobre el rendimiento aerodinámico. [1] Sin embargo, la necesidad de mejorar la eficiencia de los motores cohete impulsó el desarrollo de configuraciones más complejas, como la tobera tipo campana, que ofrece un mejor rendimiento al minimizar las pérdidas de expansión gracias a su forma parabólica en la sección divergente. [1]

En el contexto de la construcción de cohetes a pequeña y mediana escala, competencias internacionales como la Spaceport America Cup representan una plataforma relevante para el desarrollo y validación de tecnologías aeroespaciales, congregando a más de 1,700 estudiantes y profesores que participan en actividades de diseño, fabricación y pruebas en una instalación espacial de clase mundial [2]. Este evento se estructura como una competencia de diseño, construcción y vuelo, con un enfoque en la investigación aplicada y el desarrollo tecnológico. Una de sus categorías más destacadas es la SRAD (Student Researched and Developed), donde los sistemas de propulsión deben ser conceptualizados, diseñados y fabricados exclusivamente por los estudiantes, siguiendo estrictos estándares técnicos y reglamentarios [3]. En este entorno competitivo, la configuración de tobera cónica predomina debido a su simplicidad geométrica, facilidad de manufactura y comportamiento predecible bajo condiciones operativas típicas. Si bien existen configuraciones más avanzadas, su adopción es limitada debido a los mayores desafíos técnicos y recursos adicionales necesarios para su desarrollo, lo que generalmente conduce a la selección de diseños más estandarizados y comprobados, como la tobera cónica.

Dado el potencial de mejora en el diseño y la optimización de toberas, resulta fundamental realizar investigaciones más profundas en este campo. El uso de herramientas avanzadas de simulación, como la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), ofrecen un enfoque eficaz para el análisis preciso de campos de flujo complejos dentro de las toberas, los cuales anteriormente solo podían investigarse mediante costosos ensayos experimentales [4]. En este

contexto, el CFD se establece como una herramienta de diseño capaz de generar contornos de toberas que optimicen parámetros críticos, como la eficiencia global del sistema o una distribución específica de la presión en las paredes de la tobera [4]. Esto permite evaluar y predecir el comportamiento del flujo bajo distintas configuraciones geométricas y condiciones operativas, facilitando el desarrollo de diseños más eficientes y adaptados a requisitos técnicos específicos.

En virtud del interés generado por el estudio del flujo supersónico en aplicaciones aeroespaciales, con especial énfasis en las toberas de cohetes, el presente proyecto de grado se centrará en una evaluación comparativa mediante simulaciones de CFD usando ANSYS FLUENT, entre una tobera cónica diseñada previamente por el equipo 124, participante en la Spaceport America Cup 2024 y una tobera tipo campana, diseñada específicamente para este estudio utilizando el software RPA [5]. El análisis se orientará a la comparación de los perfiles de velocidad y presión generados por ambas geometrías, con el objetivo de determinar cuál de ellas ofrece un mejor rendimiento en términos del impulso específico a diferentes alturas. Este enfoque busca ilustrar cómo las simulaciones CFD permiten la optimización de diseños de toberas de pequeña y mediana escala, proporcionando una herramienta eficaz para la evaluación de alternativas de diseño sin la necesidad de recurrir a prototipos físicos, lo cual reduce costos y tiempos de desarrollo. Además, se pretende demostrar que el uso de herramientas avanzadas de simulación no solo facilita la mejora del rendimiento de los sistemas de propulsión, sino que también promueve un enfoque innovador y accesible en el desarrollo de nuevos vehículos de lanzamiento en este caso para el contexto de competiciones aeroespaciales.

Finalmente, en este contexto, es fundamental resaltar la necesidad de impulsar investigaciones en Colombia en el ámbito de los sistemas aeroespaciales, con el objetivo de promover el desarrollo de la industria aeroespacial en el país. Ejemplo de ello es el Proyecto Uniandino Aeroespacial (PUA) que ha demostrado que incluso sin el respaldo de una agencia espacial, es posible avanzar en esta área mediante la participación interdisciplinaria y la innovación académica, lo cual ya les ha permitodo lograr desarrollar cohetes experimentales y misiones de transferencia tecnológica, como SpaceShipTEC21-PUA, contribuyendo al fortalecimiento de las capacidades técnicas del país [6]. A esto también se sumen los esfuerzos de semilleros de investigación como SpaceTech UniAndes, donde se busca la investigación del sector aeroespacial y el desarrollo de proyectos en esta área en colaboración con otros grupos académicos especializados en el desarrollo tecnológico [7]. La relevancia de este impulso radica en los beneficios que el avance de la industria aeroespacial puede generar a nivel nacional. Según estimaciones del banco Morgan Stanley, “para el año 2040, esta cadena podría generar ingresos superiores al billón de dólares” [8], una cifra significativa que representa una oportunidad estratégica para las naciones que logren posicionarse en este sector. Además, los especialistas coinciden en que el fortalecimiento de la industria aeroespacial desencadenará una revolución socioeconómica sin precedentes, de la cual solo se beneficiarán aquellos que decidan invertir en ella y formar parte de este proceso, una decisión que debe tomarse tan pronto como sea posible [8]. Por lo tanto, fomentar investigaciones en esta área dentro de Colombia resulta crucial, ya que el desarrollo de esta capacidad tecnológica podría abrir nuevas

oportunidades de innovación y contribuir a la mejora de las condiciones socioeconómicas del país, permitiendo su integración en esta revolución global y posicionando a Colombia como un actor emergente en el mercado aeroespacial internacional.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

- Comparar y analizar los perfiles de velocidad y presión de una tobera tipo campana y una cónica mediante simulaciones CFD para determinar cuál de las dos geometrías proporciona un mejor rendimiento en términos del impulso especifico a diferentes altitudes.

2.2. Objetivos específicos:

- Realizar una revisión bibliográfica detallada del reporte del equipo 124, con énfasis en las dimensiones de la tobera, el tipo de propelente utilizado y los datos experimentales recolectados por el grupo.
- Diseñar una tobera tipo campana, considerando las dimensiones de la tobera cónica previamente establecidas por el equipo 124, utilizando el software RPA [5].
- Plantear el problema numérico del comportamiento de los gases de combustión en las dos toberas de forma unidimensional, estableciendo las ecuaciones fundamentales y las condiciones de frontera.
- Desarrollar modelos de simulación numérica utilizando herramientas avanzadas como ANSYS FLUENT para evaluar el comportamiento de los gases de combustión en los dos tipos de toberas
- Realizar simulaciones a diferentes presiones y temperaturas externas para evaluar el rendimiento a distintas altitudes (0ft, 15000ft, 30000ft).
- Analizar los resultados de las simulaciones en términos del número de Mach y presión.
- Evaluar la presencia de fenómenos de flujo como ondas de choque, subexpansión o sobreexpansión en ambas geometrías de toberas.
- Comparar los resultados obtenidos para cada tipo de tobera y determinar cuál muestra un mejor rendimiento en función del impulso especifico generado.

3. Revisión del reporte del equipo 124 para la Spaceport America Cup 2024.

En este apartado se lleva a cabo un análisis del reporte técnico del cohete desarrollado por el equipo 124 de la Universidad de Minnesota para la Spaceport America Cup 2024. Se presentan las características más relevantes del propelente empleado, las propiedades termodinámicas de los gases de combustión generados, junto con las dimensiones principales de la tobera diseñada por dicho equipo. Además, se incluyen los datos experimentales de empuje (thrust), presión en la cámara e impulso específico (Isp) proporcionados por el equipo, los cuales son esenciales para la validación del modelo unidimensional y la comparación con los resultados obtenidos a partir de las simulaciones numéricas.

3.1. Características del propelente.

El sistema de propulsión es un motor de cohete sólido SRAD diseñado para impulsar un cohete hasta una altitud de 30,000 pies. El propelente es un APCP (Propelente compuesto de perclorato de amonio) moldeado en una configuración BATES escalonada de 5 granos. [9] El propelente es una mezcla SRAD denominada Gopher 4.1.1. y su formulación química se muestra en la ilustración 1:

Chemical	Mass Percentage
R45-HTLO	11.09%
IDP	2.97%
Lecithin	0.09%
Triton X-100	1drop/500g
PDMS	1drop/500g
Al (H-2)	6.86%
Al (H-15)	4.9%
Magnalium	1.47%
Oxamide	2.25%
AP-400 (16.5%)	11.32%
AP-90 (50%)	34.32%
AP-200 (33.5%)	22.99%
Modified MDI	1.76%
Key Properties	
Solids:	84.09%
C*	5071.17 ft/s (AFCESIC)
Density	0.0614289 lb/in^3
Chamber Temperature	3062.5 K (AFCESIC)

Ilustración 1. Formulación del propelente Gopher 4.1.1. Tomado de [9]

Dentro de los componentes clave de la formulación presentada, destaca el uso de diferentes distribuciones de partículas de perclorato de amonio (AP), con tamaños de 90, 200 y 400 μm, en proporciones de 50%, 33.5% y 16.5%, respectivamente [9]. Además, se incorpora un contenido metálico, utilizando aluminio en tamaños de partículas H-2 y H-15, junto con una pequeña cantidad de aleación de aluminio-magnesio (magnalium) [9]. Por otro lado, se emplea el R45-HTLO, un polímero en forma de resina compuesto por monómeros de butadieno oligomerizados, con terminaciones hidroxilo en cada extremo de la cadena [10].

Una vez definida la formulación del propelente, un aspecto crucial fue su caracterización en términos del comportamiento de la tasa de quemado (r_b) y la presión en la cámara de combustión (p_c). Este análisis permite comprender la relación entre ambos parámetros, lo cual es fundamental para predecir con precisión el rendimiento y estabilidad del motor durante su operación.

La realización de este tipo de análisis es de vital importancia, ya que el estudio de las relaciones entre la presión en la cámara de combustión y la tasa de quemado permite comprender con precisión cómo la presión influye directamente en la velocidad de combustión del propelente. Este parámetro es crítico, dado que es una función de múltiples parámetros, entre ellos el flujo másico generado y expulsado a través del motor, el cual puede describirse mediante la expresión (3.1) [11]:

$$\dot{m} = A_b r_b \rho_b \tag{3.1}$$

Donde A_b es el área de combustión del grano de propelente, r_b es la tasa de quemado, $\dot{m}$ es el flujo másico y ρ_b es la densidad del propelente sólido antes del encendido del motor. [11]

Considerando lo anterior, es necesario emplear una formulación que permita describir adecuadamente la relación entre la presión en la cámara de combustión y la tasa de quemado. En casos como el del equipo 124, que utiliza un propelente sólido, la formulación química del propelente presenta un alto nivel de complejidad, lo que limita la disponibilidad de un modelo fundamental de combustión adecuado. Por esta razón, se opta por utilizar un modelo empírico apropiado para propelentes compuestos, el cual establece una relación funcional entre estas dos variables. En este contexto, se aplica la Ley de Vieille, representada por la siguiente expresión [11]:

$$r_b = a p_c^n \tag{3.2}$$

Donde p_c representa la presión en la cámara, a es una constante empírica conocida como el coeficiente de tasa de quemado y n es el exponente de la tasa de quemado, o índice de combustión. [11] De esta forma es posible describir la influencia de la presión en la cámara sobre la tasa de quemado.

Considerando los puntos previamente expuestos, el equipo realizó cuatro pruebas en motores pequeños de 75 mm para caracterizar el propelente, variando el valor de K_n (relación entre el área de la superficie de combustión y el área de la sección transversal de la garganta de la tobera) en valores de 200, 300, 375 y 450. De estas pruebas, dos fueron exitosas y se realizó un análisis para conocer los valores de la tasa de quemado y la presión en cada instante de las pruebas [9].

Con esta información, se logró caracterizar correctamente la fórmula del propelente usando los datos de las pruebas exitosas, las cuales fueron con K_n = 200 y K_n =300. [9] Luego, estos valores se usaron para simular la curva de presión de las pruebas fallidas y se compararon con la curva teórica esperada, los resultados coincidieron con un pequeño margen de error y la curva se evidencia en la ilustración 2 [9]:

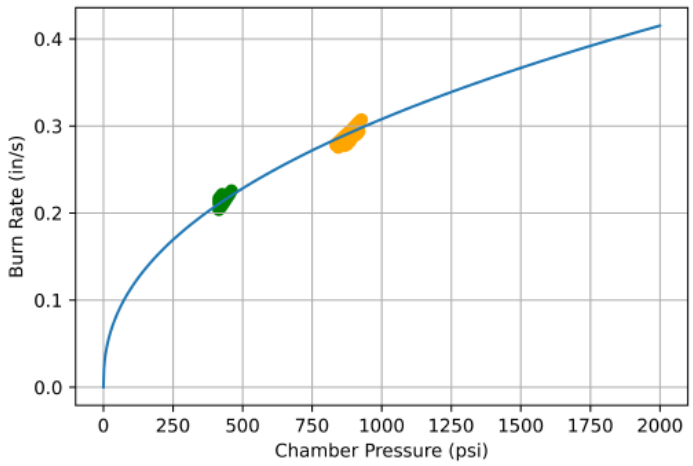


Ilustración 2. Tasa de quemado vs presión de cámara para propelente Gopher 4.1.1. Tomado de [9]

De esta manera, se puede observar la caracterización del propelente en términos de la relación entre la tasa de quemado (r_b) y la presión en la cámara (p_c) , lo que permitió obtener los valores de $a = 0.0144$ in / (s × psi in) y n = 0.4443. [9] La obtención de estos parámetros sería esencial para la utilización de un software de simulación de balística interna del motor conocido como OpenMotor, así como otras propiedades termodinámicas fundamentales de los gases de combustión, tales como la temperatura (T), la relación de calores específicos (γ) y la masa molar (M), cuyos valores se presentan a continuación:

Density (theoretical)	0.0614289 lb/in^3
Burn Rate Coefficient	0.0144 $in/(s \times psi^n)$
Burn Rate Exponent	0.4443
Specific Heat Ratio (theoretical)	1.193797
Combustion Temperature (theoretical)	2984.85 K
Exhaust Molar Mass (theoretical)	24.61 g/mol

Ilustración 3. Propiedades termodinámicas de la combustión del Gopher 4.1.1. Tomado de [9]

Finalmente, a través del cálculo de estos valores y del análisis experimental previamente expuesto, también fue posible determinar la presión de diseño de la cámara de combustión, o la presión máxima operativa esperada, la cual se estableció en 800 psi. [9]

3.2. Dimensiones de la tobera y simulaciones balísticas.

Como se mencionó anteriormente, considerando las características y propiedades del propelente, se llevaron a cabo simulaciones balísticas utilizando el software OpenMotor. Estos estudios de balística interna permiten analizar las condiciones del flujo dentro de un motor de cohete de propulsión sólida durante todas sus fases operativas, desde la ignición hasta el agotamiento del propelente. [11] Gracias a estas simulaciones, es posible caracterizar y definir el comportamiento, rendimiento y las capacidades del motor.

Para realizar dichas simulaciones, además de las propiedades del propelente previamente definidas, OpenMotor requiere parámetros clave relacionados con las dimensiones de la tobera. Entre estos parámetros se incluyen el diámetro de la garganta, el diámetro de la salida y los ángulos de las secciones convergente y divergente de la tobera. Considerando estos requisitos, a continuación, se presentan las dimensiones de la tobera utilizadas por el equipo 124 en sus simulaciones y una ilustración donde es posible apreciar la geometría de la tobera completamente ensamblada:

Throat Diameter	1.25 in
Exit Diameter	3.37 in
Divergence Half Angle	15°
Convergence Half Angle	53.13°
Efficiency	94%

Ilustración 4. Parámetros de la tobera diseñada por el equipo 124. Tomado de [9]

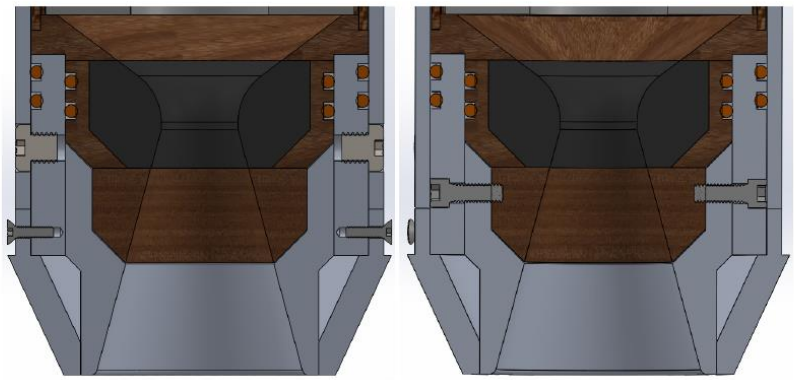


Ilustración 5. Ensamble de la tobera diseñada por el equipo 124. Tomado de [9]

Al ver la geometría de la tobera cónica es posible ver cómo se basa en un diseño sencillo compuesto por tres secciones principales. Primero, una parte convergente, donde los gases son comprimidos y dirigidos hacia la garganta, el punto más estrecho de la tobera. Luego, los gases se expanden a través de la sección divergente, que presenta una forma cónica con un ángulo constante de 15° en este caso, considerado el óptimo para maximizar la eficiencia en este tipo de toberas. [1]

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones de balística interna del cohete:

Motor Designation	O 5578	**Average Pressure**	723 psi	**Propellant Mass**	39.3 lb
Impulse	38,830 Ns	**Peak Pressure**	803 psi	**Propellant Length**	36 in
Delivered ISP	222.17 s	**Initial Kn**	232.64	**Port/Throat Ratio**	3.24
Burn Time	6.96 s	**Peak Kn**	294.35	**Ideal Thrust Coefficient**	1.56
Volume Loading	90.62%	**Peak Mass Flux**	0.983 $lb/(in^2 s)$	**Delivered Thrust Coefficient**	1.41

Ilustración 6. Resultados de la simulación balística de la tobera diseñada por el equipo 124. Tomado de [9]

De los resultados obtenidos, se pueden observar varios puntos relevantes. En primer lugar, los parámetros previamente definidos, como la presión máxima de la cámara de combustión, coinciden con los valores establecidos por el equipo 124 siendo cercanos a los 800 psi, lo que, valida la simulación, así como el hecho de que el coeficiente de tasa de quemado K_n permanece entre 200 y 300, lo que implica que la simulación del equipo 124 sigue siendo válida, a pesar de la pérdida de los datos en valores más altos de K_n que se expuso anteriormente. Sin embargo, el interés principal de esta simulación radica en el impulso específico entregado o (Delivered Isp), que como se mencionó en la introducción y los objetivos, será la métrica principal para comparar el rendimiento de los cohetes.

El Isp es un parámetro crucial para evaluar la eficiencia del motor, ya que indica la relación entre el empuje generado y el flujo másico de los propelentes [12]. Al comparar dos motores con respecto a esta variable, el motor con un mayor valor de Isp se considera más eficiente,

pues genera más empuje por unidad de propelente consumido [12]. Este parámetro resulta esencial para comparar la tobera cónica del equipo 124 con la tobera tipo campana, que será diseñada en RPA [5]. Asimismo, permitirá la comparación de los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas con ANSYS FLUENT y los obtenidos mediante simulación balística, con el fin de evaluar la coherencia entre los resultados simulados y los reportados por el equipo 124.

3.3. Datos experimentales

Finalmente, para verificar el desempeño del motor, se llevó a cabo una prueba estática en el sitio de lanzamiento de Tripoli Minnesota. El grupo reportó que errores en el proceso de fabricación del propelente, junto con variaciones en los procesos de manufactura, contribuyeron a las diferencias entre los resultados de la prueba y la simulación. En particular, esto provocó un aumento leve en el impulso total y una disminución en la presión promedio, de 800 a 796.6 psi. [9] Como resultado, se obtuvo la siguiente gráfica:

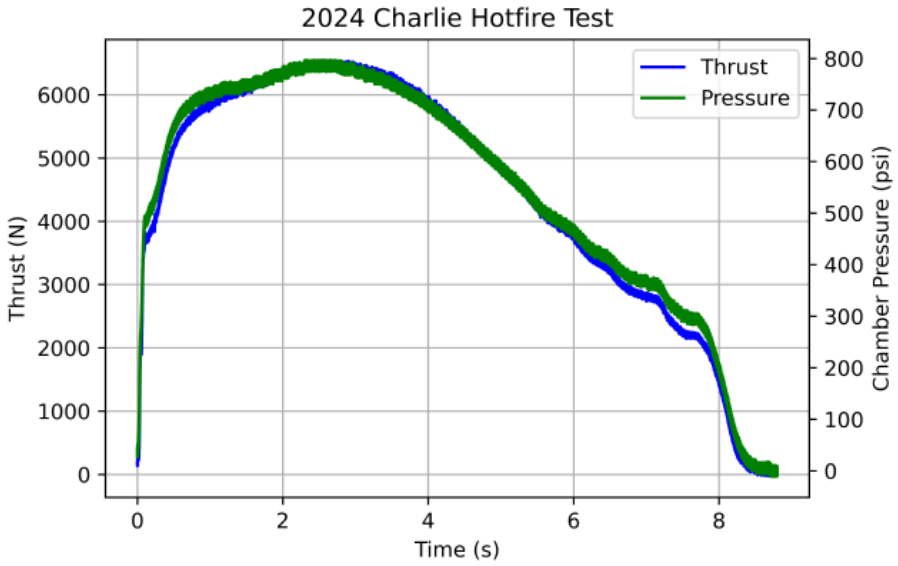


Ilustración 7. Curva de empuje (thrust) y presión de la cámara (chamber pressure) vs tiempo durante pruebas estáticas. Tomado de [9]

De esta manera, se recopiló toda la información relevante de los reportes presentados por el equipo 124, necesaria para el diseño de la tobera tipo campana, así como para el desarrollo de los modelos unidimensionales y para las simulaciones realizadas en ANSYS FLUENT. Entre los datos destacados se incluyen las dimensiones de la tobera, las propiedades termodinámicas de los gases de combustión, la presión de la cámara de combustión, el impulso específico y los datos experimentales relacionados con el empuje y la presión reportados.

4. Construcción de tobera tipo campana

En esta etapa se realizó el diseño de la tobera tipo campana, utilizando el software RPA [5] como herramienta principal. El objetivo es desarrollar un diseño que permita una comparación directa con la tobera cónica previamente establecida por el equipo 124. Para ello, se busca mantener dimensiones equivalentes en ambas toberas, exceptuando la sección divergente,

donde la geometría evoluciona de una forma lineal a una parabólica. A continuación, se detallarán los parámetros específicos introducidos en RPA [5] para cumplir estos criterios y asegurar la mayor similitud posible entre ambas configuraciones.

4.1. Entrada de parámetros a RPA

El software RPA [5] es una herramienta avanzada para el análisis y diseño preliminar de motores de cohete, que ofrece una amplia variedad de funcionalidades, como el análisis de rendimiento, la optimización del contorno de la tobera y la resolución de problemas de combustión para diversas mezclas. [5] Al ejecutar una solución en RPA [5], se obtienen no solo las dimensiones de la tobera, sino también resultados como el empuje, impulso específico, flujo másico y propiedades termodinámicas de los gases de combustión.

Con base en los datos de combustión y las dimensiones de la tobera cónica del equipo 124, los parámetros ingresados a RPA [5] en una primera instancia son los siguientes:

- Presión de la cámara de combustión: 800 psi
- Diámetro de la garganta de la tobera: 1.25 in
- Relación de área de contracción (A_c/A_t): 12.11
- Relación de área de expansión (A_e/A_t): 7.268
- Longitud de la cámara (L_c): 1.88 in
- Ángulo de convergencia: 53.13°
- Longitud relativa: 80%

En relación con estos parámetros, es posible observar que, en primer lugar, se utilizó el valor de la presión de diseño o la presión máxima operativa esperada, tal como se mencionó previamente. Además, se incorporaron todas las dimensiones requeridas de la tobera cónica del equipo 124, como el diámetro de la garganta y el ángulo de convergencia, los cuales se encuentran en la ilustración 4. Utilizando el diámetro de salida mostrado en la misma ilustración, junto con el diámetro de la cámara de combustión o la entrada de la tobera, que se encuentra en los planos de la tobera cónica reportados por el equipo 124, se calcularon las relaciones de área de contracción y expansión, donde A_c es el área de la cámara, A_e es el área de la salida de la tobera y A_t es el área de la garganta. Finalmente, el parámetro de la longitud de la cámara, L_c, también se obtuvo de los planos de la tobera cónica y el último parámetro, que corresponde a la longitud relativa, indica que la longitud de la tobera tipo campana se da como una fracción de la longitud de la tobera cónica de referencia. Generalmente siempre se selecciona que la tobera tipo campana debe tener el 80% de la longitud de la tobera cónica, ya que de esta forma se logra tener la misma relación de expansión que una tobera cónica de ángulo de 15° en su sección divergente. [1] El cual es el caso para la tobera cónica diseñada por el equipo 124, como se discutió anteriormente.

De este modo, se puede deducir que la tobera tipo campana obtenida comparte una gran similitud con la tobera cónica previamente diseñada, dado que los parámetros geométricos más críticos como las áreas de garganta, entrada, salida y la longitud son prácticamente iguales en ambas configuraciones. A primera vista, parecería que el diseño de una tobera tipo campana a partir de una cónica depende únicamente de estos parámetros geométricos, y en gran medida,

esto es correcto. Esto se debe a que su creador, el ingeniero G.V.R. Rao, estandarizó los parámetros clave necesarios para desarrollar la geometría óptima de estas toberas. Dichos parámetros, como se analizará más adelante, son los mismos implementados por RPA [5]. En la ilustración 8, se puede observar la geometría de la tobera según Rao.

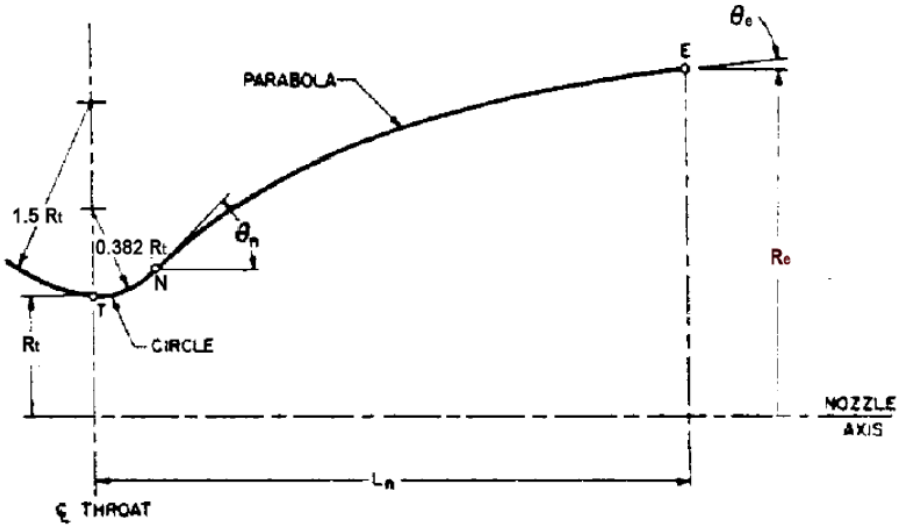


Ilustración 8. Parámetros geométricos de tobera tipo campana. Tomado de [13]

Con base a la ilustración 8 es posible ver inicialmente una primera curva, con un radio de 1.5 R_t (radio de la garganta), la cual se traza desde un ángulo de -135° hasta la garganta en -90. Luego hay una segunda curva, con un radio de 0.382 R_t, se dibuja desde -90° hasta un ángulo de (θn - 90) en el punto de inflexión N. Finalmente, se traza una parábola inclinada desde el punto N hasta el punto de salida E, tangente a la curva de la garganta, comenzando con un ángulo de θn y terminando con un ángulo de θe. [13]

A partir de los parámetros geométricos definidos, es posible trazar las dos curvas iniciales mediante los radios especificados y sus respectivos ángulos de inicio y finalización. Adicionalmente, estos mismos datos permiten determinar la posición exacta del punto E y la longitud total de la sección divergente L_n. Sin embargo, el diseño no queda completamente definido, ya que la sección parabólica entre el punto de inflexión N y el punto de salida E no depende únicamente de parámetros geométricos. En esta etapa, es necesario considerar las propiedades termodinámicas de los gases de combustión, ya que estos factores influyen en los ángulos θn y θe de la parábola. Este análisis será abordado en el siguiente apartado.

4.2. Planteamiento de reacción para uso en RPA

Como se indicó previamente, al ejecutar una solución en RPA, no solo se obtienen las dimensiones de la tobera, sino también datos detallados sobre el rendimiento del motor y las propiedades termodinámicas de los gases resultantes de la combustión. Esto es posible gracias a sus avanzados métodos de análisis de equilibrio químico de combustión, los cuales han sido validados mediante comparaciones con los códigos CEA2 (Chemical Equilibrium and Applications 2) y TDC (ThermoDynamic Calculation for LRE), demostrando una alta concordancia con ambos modelos. [14] Por esta razón, uno de los parámetros fundamentales a definir es la composición del propelente, lo que permite al software calcular el equilibrio de

combustión y determinar con precisión las propiedades termodinámicas de los productos resultantes de la reacción.

Al analizar la ilustración 1, se observa que la composición del propelente utilizado es altamente compleja debido a la presencia de múltiples componentes y a factores adicionales, como las distribuciones de diferentes tamaños de partículas de perclorato de amonio y aluminio, lo que complica significativamente su formulación en RPA. Para abordar esta complejidad, se optó por utilizar una reacción simplificada, considerando los tres componentes más representativos de un propelente compuesto de perclorato de amonio (APCP): Un oxidante sólido (perclorato de amonio), un combustible metálico en polvo (aluminio) y un aglutinante polimérico (R45-HTLO). Este último no solo proporciona cohesión mecánica, sino que también actúa como combustible al liberar vapores hidrocarbonados durante la combustión. [15] A continuación, se muestra una imagen que ilustra mejor la composición de este propelente:

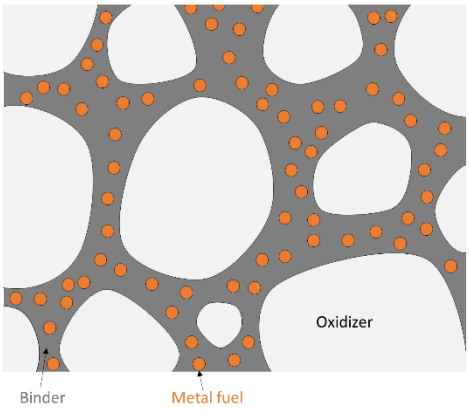


Ilustración 9. Composición de un APCP. Tomado de [15]

Al haber identificado los tres componentes principales de la composición del propelente, el siguiente paso es ingresarlos en la reacción de RPA [5]. Cabe destacar que, para el caso del R45-HTLO, no se encontró su formulación química exacta ni su disponibilidad en la base de datos de RPA [5]. Dado que se mencionó previamente que este es un polímero compuesto por monómeros de butadieno [10] se optó por utilizar butadieno como sustituto, lo que dio lugar a la siguiente formulación para el propelente:

$$C_4H_6 + NH_4ClO_4 + Al \tag{4.1}$$

Es correcto suponer que, debido a estas simplificaciones, los parámetros de rendimiento reportados por RPA, como el impulso específico y el empuje, pueden variar significativamente. Como se mencionó previamente, la reacción se simplifica considerablemente, en especial por factores como el tamaño de las partículas y el uso del butadieno. Aunque este último es una aproximación razonable para representar la contribución energética del R45-HTLO, sigue siendo un polímero con características específicas. Esto también afectará los productos de combustión, lo que a su vez impactará las propiedades termodinámicas generales. Sin embargo, es importante recordar que RPA no se utilizó para predecir el rendimiento de la tobera, sino para su diseño. Aunque el rendimiento y algunas propiedades termodinámicas puedan variar, el objetivo principal es que las propiedades relacionadas con la construcción de la parábola de

la sección divergente de la tobera tipo campana sean lo más similares posible a las reportadas en el documento. Por lo tanto, al analizar cómo RPA realiza los cálculos para la construcción de la parábola, se puede afirmar que la forma de la tobera tipo campana cambia solo variando la relación de los calores específicos (γ) [13].

Lo anterior se debe a que, en la versión utilizada de RPA, la 2.3.2, se emplea el método de características para diseñar el contorno parabólico de la tobera. [16] Este método fue utilizado por G.V.R. Rao para la construcción del contorno parabólico en la sección divergente de una tobera tipo campana. El análisis detallado de este método resulta significativamente más complejo en comparación con la construcción de las curvas iniciales, que era relativamente simple. Sin embargo, lo fundamental a considerar en este contexto es que dicho método está predominantemente influenciado por las condiciones geométricas de la tobera y está específicamente orientado al diseño de su sección divergente. Entre los parámetros clave se encuentran la longitud de la sección y la presión atmosferica local.

En el inciso anterior, se puede observar que la presión del atmosferica local no fue especificada como parámetro. Esto se debe a que, según lo indicado por Rao, el contorno de una tobera generado para una longitud y presión determinadas también será óptimo cuando la longitud y el área de salida sean las condiciones predefinidas. [17] Esto implica que el contorno óptimo para la tobera puede ser generado si, además de la longitud, se proporciona la relación de áreas de expansión en lugar de la condición de presión atmosferica local. [17] Este planteamiento es respaldado por RPA, que permite seleccionar cualquiera de estas dos opciones para el diseño de la tobera, pero no ambas de manera simultánea. En el caso de los parámetros presentados en el inciso anterior, es evidente que se optó por utilizar la relación de áreas.

Además de los parámetros mencionados, otro factor relevante es el valor de γ, que tiene un impacto considerable en la forma de la parábola en la sección divergente de la tobera, donde incrementar γ reduce el área de salida de la tobera, como se puede ver en la ilustración 10. [17] De este modo, se puede concluir que la única propiedad termodinámica de los productos de la combustión que influirá en el diseño de la tobera tipo campana mediante RPA es γ. [17] Por lo tanto, es posible afirmar que, aunque otras propiedades puedan no coincidir de manera exacta con las reportadas por el equipo 124 en la ilustración 3, esto no será determinante para establecer si el diseño de la tobera tipo campana es adecuado. En consecuencia, el criterio para evaluar si la reacción empleada es lo suficientemente apropiada para la generación de una tobera tipo campana similar a la cónica del equipo 124 será el valor de γ.

A continuación, en la tabla 1, se muestra la comparativa entre las propiedades termodinámicas de la ilustración 3 y las obtenidas a través de la reacción en RPA:

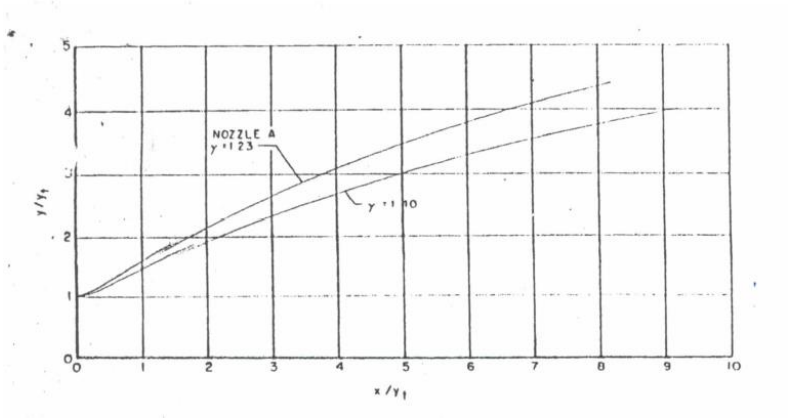
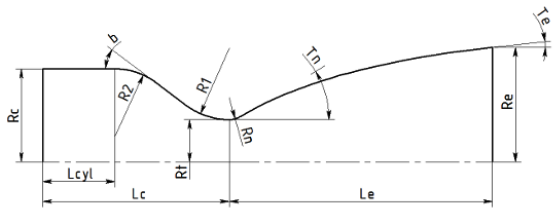


Ilustración 10. Efecto de γ en el contorno de la sección parabólica de la tobera. Tomado de [17]

Tabla 1. Comparación propiedades termodinámicas

Propiedad	Reporte	RPA	
Gamma	1.1938	1.1982	
Temperatura	2984.85	2332.94	K
Masa molar	24.61	23.33	g/mol

Al analizar la tabla 1, se observa que, aunque existieron variaciones en las propiedades evaluadas, estas no resultaron significativamente relevantes, con la posible excepción de la temperatura. No obstante, tanto la masa molar como, de manera más determinante, el valor de γ, se mantuvieron próximos a los valores reportados por el equipo 124. Esto permite concluir que el diseño de la tobera es consistente con los datos proporcionados por dicho equipo y que presenta una similitud adecuada con la tobera cónica diseñada por ellos. Por consiguiente, la tobera tipo campana generada mediante RPA puede considerarse apropiada para ser comparada con la cónica. A continuación, en la ilustración 11, se presentan los resultados obtenidos en RPA respecto a las dimensiones de la tobera generada y los parámetros de rendimiento obtenidos:




```
Thrust and mass flow rates
------------------------------------------
   Chamber thrust (vac):    7.04402     kN
 Specific impulse (vac):  242.84431      s
   Chamber thrust (opt):    6.33263     kN
 Specific impulse (opt):  218.31896      s
   Total mass flow rate:    2.95782   kg/s
Oxidizer mass flow rate:    0.00000   kg/s
    Fuel mass flow rate:    0.00000   kg/s

Geometry of thrust chamber with parabolic nozzle
------------------------------------------
    Dc =  110.49  mm       b =   53.10 deg
    R2 =   12.70  mm      R1 =   23.81  mm
    L* =  368.39  mm
    Lc =   57.36  mm    Lcyl =    9.56  mm
    Dt =   31.75  mm
    Rn =    6.06  mm      Tn =   22.61 deg
    Le =   81.02  mm      Te =   16.68 deg
    De =   85.60  mm
 Ae/At =    7.27
 Le/Dt =    2.55
Le/cl5  =   80.00 % (relative to length of cone nozzle with Te=15 deg)

  Mass =   -5.78  kg

  Divergence efficiency:    0.98550
       Drag efficiency:    0.96546
    Thrust coefficient:    1.61518  (vac)
```

Ilustración 11. Resultados del diseño de la tobera tipo campana en RPA

En relación con la ilustración 11, se observa inicialmente que los radios de los arcos R_1 y R_n coinciden con la configuración propuesta por Rao, previamente descrita en la ilustración 8. Además, las dimensiones correspondientes a los radios R_c , R_t y R_e ,el ángulo de convergencia b, así como las longitudes L_c y L_e, son consistentes con los parámetros establecidos en el inciso 4.1.

Por último, en lo referente a los valores del impulso específico y el empuje, se aprecia que estos son cercanos a los reportados por el equipo de referencia, como se puede verificar en las ilustraciones 6 y 7, respectivamente. Esto sugiere que, a pesar de las simplificaciones significativas aplicadas en la formulación del propelente dentro de RPA, los resultados obtenidos son coherentes con las expectativas teóricas y experimentales.

Los diagramas de las toberas resultantes se evidencian a continuación:

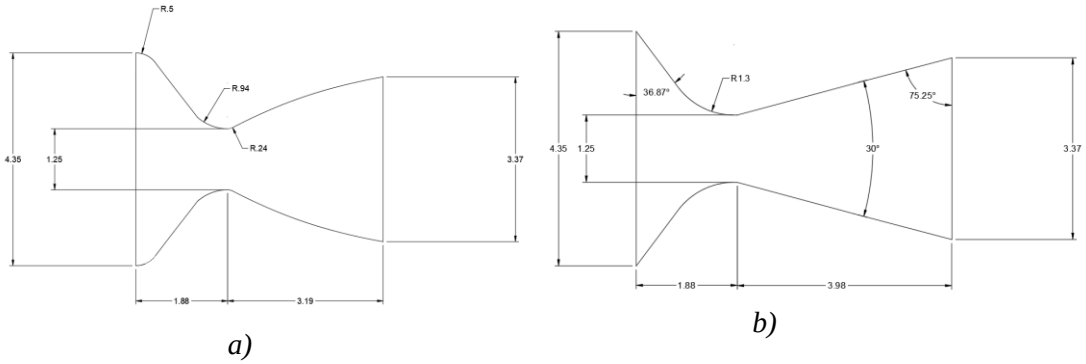


Ilustración 12. Diagramas de toberas a) Campana b) Cónica (dimensiones en pulgadas)

5. Modelo 1D

En este punto, se cuenta con las propiedades termodinámicas de la combustión del propelente Gopher 4.1.1, así como con parámetros clave como el impulso específico y el empuje, obtenidos a partir de simulaciones balísticas y datos experimentales, respectivamente. Además, se dispone de la geometría detallada de las dos toberas que serán objeto de análisis comparativo. Esta información constituye una base sólida para llevar a cabo una estimación preliminar mediante una serie de modelos unidimensionales para ambas toberas. El objetivo de solucionar analíticamente estos problemas es establecer un punto de referencia para validar los resultados obtenidos mediante CFD, analizar la física fundamental del flujo y evaluar el comportamiento esperado de las variables relevantes. Asimismo, permitirá verificar que las condiciones de frontera estén correctamente definidas y confirmar la coherencia general de la solución en comparación con los datos disponibles.

5.1. Revisión de modelos físicos

Al analizar de forma analítica el flujo a lo largo de una tobera, es fundamental establecer una serie de consideraciones y simplificaciones que faciliten la derivación de las relaciones necesarias para su resolución. En primer lugar, se asume que la combustión está completamente finalizada antes de que el gas entre en la tobera [12], lo que implica que el flujo en la entrada proviene de un reservorio donde la presión (p_0) y la temperatura (T_0) están claramente definidas. [18] Asimismo, se considera que en esta sección la velocidad del flujo es considerablemente baja, lo cual permite asumir que los valores de presión p_0 y T_0 representan las condiciones de estancamiento del flujo. En otras palabras, estos parámetros corresponden a la presión total y la temperatura total, respectivamente. [18]

En segundo lugar, se considera que el flujo a través de la tobera es estacionario e isentrópico. [18] Esto implica que el proceso es adiabático e internamente reversible, lo que significa que no hay transferencia de calor hacia las paredes ni se presentan irreversibilidades significativas, como las asociadas a la fricción durante el proceso. [19] Adicionalmente, se asume que los productos de la combustión cumplen con las leyes del gas ideal y que el calor específico de los productos de la combustión permanece constante a lo largo del proceso. [18]

Finalmente cabe mencionar que, en la realidad, las propiedades del flujo varían de forma bidimensional. Sin embargo, en este caso se adopta la suposición de que las propiedades del flujo varían únicamente a lo largo del eje x, lo que equivale a asumir que las propiedades son uniformes en cualquier sección transversal de la tobera. [18]

De esta forma, con base en estas suposiciones y considerando las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, es posible resolver analíticamente las propiedades del flujo a través de la tobera. [18] Estas ecuaciones y suposiciones permiten derivar una relación fundamental en la cual la variación del número de Mach a lo largo de la tobera depende de la relación de áreas (A/A^*). Como se muestra a continuación [18]:

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tag{5.1}$$

Donde γ es la relación de calores específicos, A corresponde al área transversal de una sección dada de la tobera y A^* corresponde al área de la garganta de la tobera.

A su vez, la variación de la presión, densidad y temperatura en función del número de Mach, están dadas por [18]:

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \tag{5.2}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{\gamma - 1}} \tag{5.3}$$

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1} \tag{5.4}$$

Con base en esto, para una tobera cuya geometría es completamente conocida, es posible especificar A como una función de x. Por lo tanto, A/A^* se conoce también como una función de la posición a lo largo del eje x. De esta manera, la relación (5.1) permite el cálculo implícito de M como una función de x, lo que, a su vez, permite determinar las relaciones (5.2-5.4) [18]. Así, los comportamientos esperados de estas variables a lo largo de la tobera pueden visualizarse en la siguiente imagen:

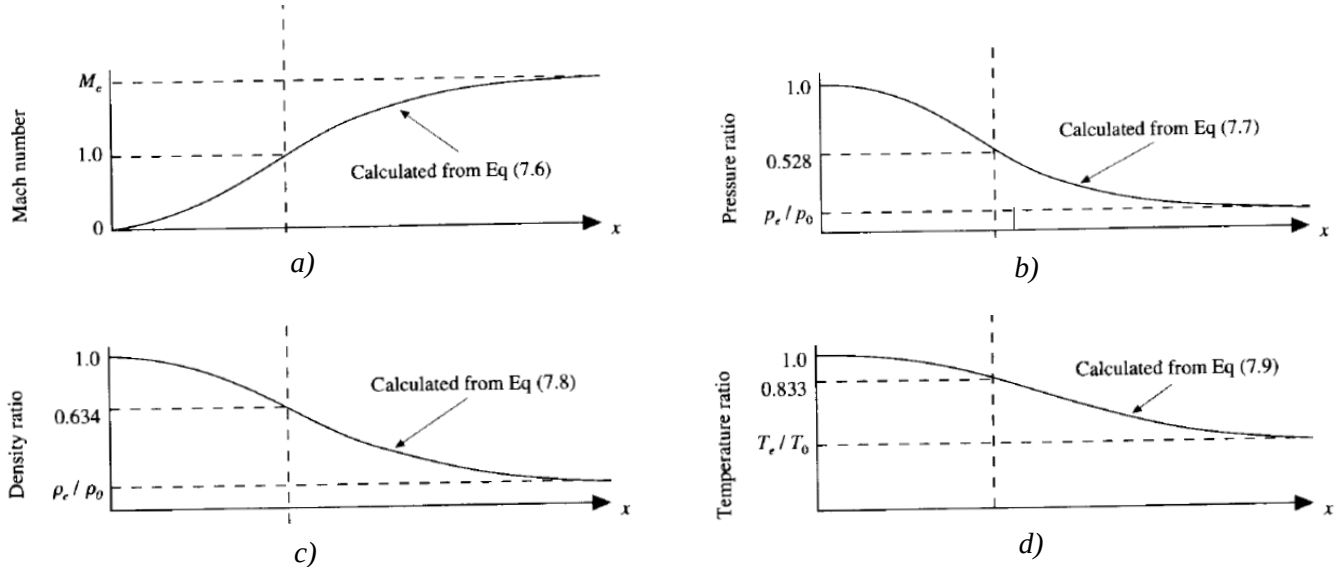


Ilustración 13. Resultados teóricos modelo 1D a) Mach b) Presión c) Densidad d) Temperatura. Tomado de [18]

Ya se han establecido los principales modelos y suposiciones físicas sobre los cuales se desarrollará el modelo 1D para las dos toberas. Cabe destacar que, en este caso, se utilizarán principalmente las relaciones (5.1) y (5.2), ya que son las más relevantes. Como se mencionó al inicio del documento, dentro de los objetivos, las simulaciones CFD en ANSYS FLUENT se analizarán en función del número de Mach y la presión principalmente.

5.2. Resultados de cálculo de modelo 1D

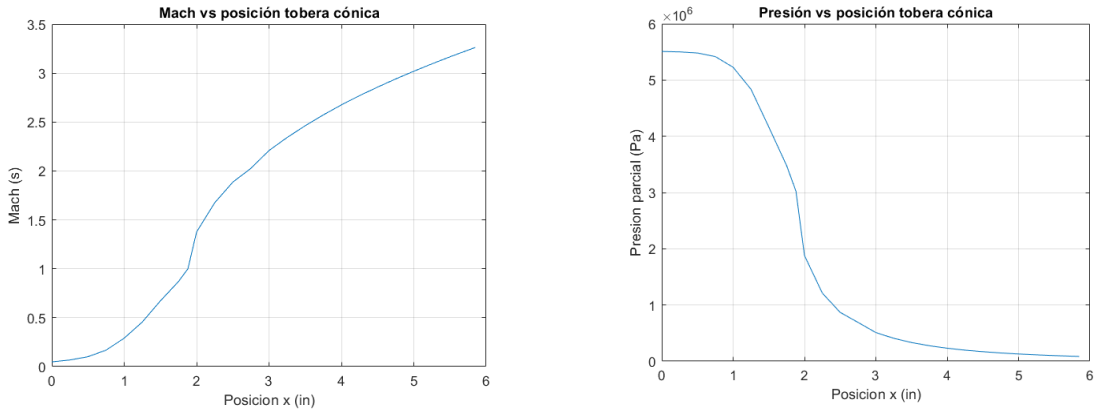
Previo a realizar el cálculo del modelo 1D, es necesario aclarar que, considerando nuevamente las complejidades asociadas al uso de un propelente sólido debido a su formulación química, se optó por utilizar aire como fluido. Esto se debe a que, en este proyecto, no se tendrá en cuenta el transporte de especies ni los productos de la combustión del propelente en la etapa de simulación CFD. Por lo tanto, para poder comparar con respecto a los resultados obtenidos de la simulación CFD, se trabajará también con aire como fluido en esta etapa. Esto implica que el valor de γ se calculará con base en el valor del C_p del aire, a las condiciones de estancamiento previamente mencionadas: p_0= 800 psi y T_0 = 2984.85 K.

De este modo, se obtiene un valor de γ = 1.28488897, el cual debe ser empleado tanto en el cálculo del modelo 1D como en las simulaciones CFD. Este valor de γ difiere notablemente del reportado anteriormente por el equipo 124. Tal como se analizó en la sección anterior, γ constituye un parámetro fundamental para la determinación de diversas propiedades de los gases de combustión, lo cual queda demostrado en las relaciones (5.1-5.4). Por consiguiente, cualquier variación en el valor de γ influirá de manera significativa en los resultados obtenidos.

En este contexto, resulta pertinente señalar que simplificar el problema asumiendo aire como gas de trabajo constituye una aproximación considerablemente fuerte, particularmente en lo referente a los efectos sobre las propiedades de los gases. Por tanto, es razonable considerar de forma inicial que la principal fuente de discrepancias entre los resultados de las simulaciones CFD y del modelo 1D respecto a los reportados por el equipo 124 radicará en la variación del valor de γ.

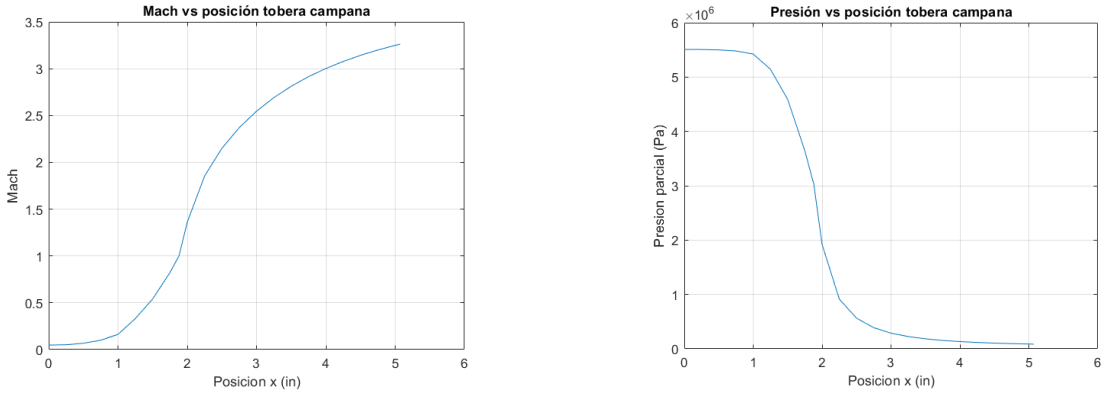
Este es otro motivo por el cual resulta esencial desarrollar inicialmente el modelo 1D antes de proceder con las simulaciones CFD. Este modelo proporciona una estimación aproximada del rendimiento esperado, que sirve como referencia para evaluar los resultados de las simulaciones más complejas a realizar en ANSYS Fluent. Si esta solución inicial muestra una discrepancia considerable en comparación con los resultados reportados por el equipo 124, se podrá concluir de manera preliminar que la simplificación basada en el uso de aire como gas de trabajo, junto con el valor de γ asumido, no es adecuada. En consecuencia, no sería viable continuar con las simulaciones CFD utilizando este fluido y el valor de γ previamente especificado.

Con los parámetros previamente definidos, la geometría de las toberas y las relaciones descritas en las ecuaciones (5.1) y (5.2), es posible desarrollar el modelo 1D para analizar el comportamiento del número de Mach y la presión estática a lo largo de las dos toberas, como se detalla a continuación:



a) *b)*

Ilustración 14. Modelo 1D para tobera cónica a) Mach b) Presión



a) *b)*

Ilustración 15. Modelo 1D para tobera campana a) Mach b) Presión

Al analizar los resultados del modelo unidimensional (1D) desarrollado para las dos toberas, se puede afirmar preliminarmente que los valores obtenidos para el número de Mach y la presión presentan el comportamiento previsto, tal como se muestra en la ilustración 13. En cuanto al número de Mach, se observa el comportamiento característico: el flujo es localmente subsónico ($M < 1$) en la sección convergente de la tobera, alcanza el estado sónico ($M = 1$) en la garganta y se torna supersónico ($M > 1$) en la sección divergente [18]. Por su parte, el perfil de presión también refleja la tendencia esperada, aunque en este caso no se consideró la presión relativa respecto a la presión de estancamiento, como se presenta en la Figura 13(b). Es relevante destacar los valores obtenidos a la salida de ambas toberas. Tanto la tobera cónica como la tipo campana arrojaron un número de Mach de salida de M_e= 3.2623 y una presión de salida de p_e= 85976.7 Pa. Este resultado es coherente, dado que, como se mencionó previamente, las variables dependen directamente del área de la sección transversal de la tobera a lo largo del eje x. Por lo tanto, al compartir ambas geometrías la misma área de salida, se obtienen resultados equivalentes, lo que expone las limitaciones inherentes al modelo 1D.

Es importante destacar que, para cada tobera, se obtuvo únicamente una gráfica representativa y de acuerdo con los objetivos planteados en el proyecto, se busca realizar simulaciones considerando diferentes altitudes. Lo anterior se fundamenta en el hecho de que, como se

demuestra en las relaciones (5.1) y (5.2), la presión u otras propiedades atmosféricas no ejercen ninguna influencia sobre el comportamiento interno de la tobera. En consecuencia, este fenómeno, según la teoría, debería manifestarse de manera consistente en los resultados generados por las simulaciones de CFD de igual forma.

Considerando el propósito inicial del desarrollo de este modelo, es posible concluir que se han alcanzado varios de los objetivos propuestos, tales como establecer un punto de referencia para la validación de los resultados obtenidos mediante CFD, comprender la física fundamental del flujo y proporcionar una representación clara del comportamiento esperado de las variables. Sin embargo, aún queda por verificar si las condiciones de frontera han sido correctamente definidas y si, en general, la solución es coherente con los resultados experimentales proporcionados por el equipo 124. Además, es necesario determinar si las simplificaciones asumidas, como la omisión de mecanismos de transporte de especies, conducen a resultados suficientemente aproximados a la realidad. Este análisis permitirá validar adecuadamente el modelo 1D, allanando el camino para el desarrollo y ajuste del modelo CFD, como se presenta a continuación.

5.3. Validación de resultados con datos experimentales

De esta manera, con fines comparativos, se llevará a cabo una comparación entre los resultados de impulso específico y empuje obtenidos por el equipo 124, representados en las ilustraciones 6 y 7, respectivamente, y los valores calculados a partir del número de Mach y la presión en la salida de la tobera previamente obtenidos.

Iniciando con el cálculo del empuje, se emplea la siguiente relación [20]:

$$F = \dot{m}v_e + (p_e - p_{atm})A_e \tag{5.5}$$

Donde $\dot{m}$ representa el flujo másico, v_e es la velocidad en la salida de la tobera, p_e es la presión en la salida, A_e es el área de la salida de la tobera y p_{atm} corresponde a la presión atmosférica, asumida como 101,325 kPa. Lo anterior se fundamenta en el hecho de que los datos de empuje se obtuvieron mediante pruebas de lanzamiento estáticas realizadas en Tripoli, Minnesota.

De acuerdo con la relación (5.5), se observa que existen dos incógnitas por determinar: $\dot{m}$ y v_e. Ambas pueden obtenerse mediante las siguientes expresiones [21],[20]:

$$\dot{m} = \frac{p_0 A}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}M\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{5.6}$$

$$v_e = M_e\sqrt{\gamma R T_e} \tag{5.7}$$

La relación (5.6) describe el flujo másico para un gas ideal compresible [21]. Dicha relación depende del número de Mach, y una simplificación común consiste en suponer condiciones sónicas (M = 1), obteniendo así [21]:

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^*}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{5.8}$$

De esta forma, mediante la relación (5.8), es posible calcular el flujo másico a lo largo de la tobera, dado que la conservación de la masa establece que el flujo másico a través de una tobera permanece constante [21].

La relación (5.7) permite calcular la velocidad de salida, donde la temperatura de salida (T_e) puede determinarse mediante la relación (5.4), obteniendo un valor de $T_e = 1186$ K . Además, se utiliza la constante de los gases para el aire R = 287 J/kg*K, previamente aplicada en el cálculo de γ.

Con estos valores, fue posible calcular el empuje. Dando como resultado:

$$F = 6675\ N$$

Al comparar el resultado obtenido con la ilustración 6, se observa una concordancia razonable y una proximidad significativa respecto a los valores presentados en dicha gráfica.

Posteriormente, se procedió al cálculo del impulso específico mediante la relación [12]:

$$Isp = \frac{F}{\dot{m} g_0} = 217\ s \tag{5.9}$$

Donde g_0 representa la constante de aceleración gravitacional. Los resultados obtenidos evidencian una alta concordancia con los valores reportados en las simulaciones balísticas representadas en la ilustración 6, lo que permite concluir que la aproximación de utilizar aire como fluido de trabajo y el valor obtenido de γ son suficientemente adecuados para su aplicación en las simulaciones CFD.

Adicionalmente, es pertinente destacar que las suposiciones realizadas tuvieron un impacto particular en el cálculo del Isp, manifestándose en una reducción del mismo debido a los cambios introducidos en las propiedades del fluido. Las principales diferencias en las condiciones utilizadas se centran en los valores de γ y R, siendo este último influenciado por el uso de la masa molar del aire en vez de la del Gopher 4.1.1. la cual tambien es mayor ($28.96\ g/mol$). El análisis detallado de las ecuaciones empleadas revela que el incremento en γ y en la masa molar conduce a una disminución en el rendimiento del sistema.

De acuerdo con las relaciones (5.1), (5.2) y (5.4), las cuales dependen directamente de γ y del área transversal de la tobera, un incremento en γ produce una disminución en el número de Mach, así como en la presión y temperatura en la salida de la tobera. Este efecto se traduce en una reducción de la velocidad de salida, como se establece en la relación (5.7), lo que genera una disminución en el empuje, según lo descrito en la relación (5.5). Además, una reducción en la presión de salida tiene un impacto adverso adicional en el empuje.

Por otro lado, el aumento de la masa molar implica una reducción en R, lo que afecta negativamente la velocidad de salida, conforme a la relación (5.7). Sin embargo, la relación (5.8) indica que el flujo másico aumenta con el incremento en γ y la masa molar, contribuyendo positivamente al empuje. No obstante, esta contribución no es lo suficientemente significativa como para contrarrestar los efectos negativos asociados con las demás propiedades. En última

instancia, estos factores combinados resultan en un empuje menor, lo que, según la relación (5.9), conduce a un impulso específico reducido, en línea con los resultados obtenidos.

En consecuencia, se puede concluir que las condiciones de frontera y el enfoque adoptado al modelar las simulaciones utilizando aire son válidos. Las suposiciones realizadas permiten obtener resultados de empuje e impulso específico coherentes con los reportados por el equipo 124 en una primera instancia. El siguiente paso consiste en analizar el comportamiento del sistema bajo un enfoque bidimensional mediante simulaciones CFD en ANSYS FLUENT. Esto permitirá determinar cuál de las dos toberas presenta un desempeño superior bajo las condiciones establecidas, ya que, como se evidenció en el modelo 1D, los resultados para ambas geometrías fueron equivalentes. A continuación, se presenta la etapa de simulación CFD.

6. Simulaciones CFD

En esta sección se presentan las características esenciales de la malla y la configuración de la simulación en ANSYS FLUENT. Se describen los parámetros clave utilizados para el dominio computacional, las condiciones de frontera y los modelos físicos seleccionados, con el fin de garantizar una representación adecuada del flujo a través de las toberas. Este análisis permitirá evaluar el desempeño de cada geometría bajo las condiciones establecidas y comparar los resultados con el modelo 1D previamente desarrollado, así como con los datos reportados por el equipo 124.

6.1. Malla

A partir de las geometrías presentadas en la ilustración 12, se generó una malla que abarca tanto la tobera como el dominio circundante de aire. La malla obtenida estuvo conformada principalmente por bloques estructurados en las regiones de aire circundante, considerando la simplicidad relativa de la geometría en estas secciones. Sin embargo, en ciertas regiones del flujo y en el interior de la tobera, se generaron bloques no estructurados debido a la presencia de formas geométricas más complejas, particularmente en las zonas con curvaturas pronunciadas cerca de la garganta de la tobera. Además, se optó por el uso de una malla por bloques, ya que pruebas preliminares indicaron la necesidad de realizar refinamientos localizados dentro de la tobera y en las regiones adyacentes a su salida. Por esta razón, la densidad de la malla disminuye progresivamente a medida que se aleja radialmente del dominio principal, logrando optimizar los recursos computacionales sin comprometer la precisión en las áreas críticas de interés.

En la ilustración 16, se observa claramente la estructura del dominio computacional. La tobera, ubicada en la parte inferior izquierda, se encuentra seccionada a lo largo de su eje central, mientras que la región adyacente representa el flujo de aire circundante. Por otro lado, la ilustración 17 muestra la extensión completa del dominio computacional. En este caso, las dimensiones de longitud y altura del dominio en la región posterior a la salida de la tobera son equivalentes a 70 y 4 veces el diámetro de la salida para la tobera cónica, respectivamente, y a 67 y 4 veces el diámetro de la salida para la tobera tipo campana, considerando que esta última es ligeramente más corta que la cónica. Estas dimensiones fueron definidas mediante un

proceso iterativo para garantizar una representación adecuada del comportamiento completo del flujo tanto dentro como fuera de la tobera. Este enfoque permitió minimizar problemas como la recirculación excesiva o el flujo revertido (reversed flow) en la salida del dominio, ubicada en el extremo derecho.

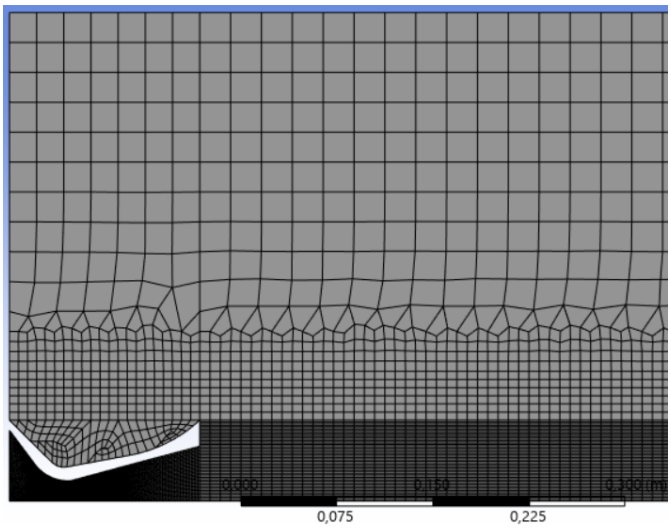


Ilustración 16. Vista detallada de la malla estructurada

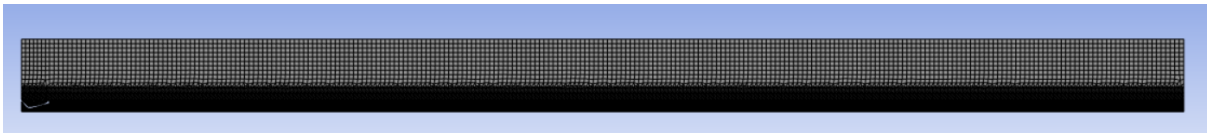


Ilustración 17. Vista general del dominio computacional y su configuración de malla

6.2. Parámetros de la solución

Para la configuración de la simulación en ANSYS FLUENT, se establecieron parámetros clave basados en literatura y proyectos previos. Inicialmente, respecto a la geometría, dado que tanto la tobera como el dominio son rotacionalmente simétricos respecto a un eje, el sistema se modeló como uno de simetria axial (axisymmetric). Esta característica explica por qué tanto la tobera como el dominio fueron seccionados a lo largo de su eje central.

En cuanto al solver, se seleccionó el método density-based, ya que el flujo se considera como altamente compresible debido a los elevados valores del número de Mach involucrados [22]. Respecto a los materiales, el fluido utilizado es aire, el cual, como se mencionó previamente, puede ser considerado como un gas ideal. Por lo tanto, para la densidad se seleccionó que será calculada bajo esta suposición. [23] Para la viscosidad, se utilizó el método de Sutherland de tres coeficientes, ya que permite definir la viscosidad como una función de la temperatura, proporcionando resultados más realistas y precisos.[22]

En cuanto al modelo de turbulencia, se seleccionó el Shear Stress Transport k-ω (SST k-ω) debido a su desempeño superior frente a los modelos estándar k-ε y k-ω. Este modelo ajusta la viscosidad turbulenta para considerar el transporte de los esfuerzos cortantes turbulentos principales y utiliza una función de mezcla para asegurar un comportamiento adecuado tanto

en la zona cercana a la pared como en el campo lejano a esta. [24] Estas características son críticas, ya que las simulaciones cubren fenómenos que ocurren dentro y fuera de la tobera.

Para el esquema numérico, se utilizó AUSM, conocido por sus propiedades deseables para la resolución exacta de discontinuidades de ondas de choque y contacto. [25] Estas discontinuidades son fenómenos comunes en flujos supersónicos, como los que se presentan en las toberas analizadas.

En cuanto a las condiciones de frontera, se emplearon pressure inlet y outlet. En el inlet, se establecieron las condiciones de estancamiento conocidas y mencionadas previamente ($p_0 = 800\ psi, T_0 = 2984.85\ K$), mientras que, en el outlet, se configuraron las condiciones de presión y temperatura correspondientes a diferentes altitudes. Dado que el cohete está diseñado para operar a una altitud de 30,000 ft, las simulaciones se realizaron para 0 ft, 15,000 ft y 30,000 ft. Las propiedades del aire circundante para cada altitud se calcularon utilizando las siguientes correlaciones [26]

$$P_{air} = 101325 * \left(\frac{288.15 - 0.0065 * z}{288.15}\right)^{5.25577} \qquad 0 < z \leq 11000\ m \tag{6.1}$$

$$T_{air} = 288.15 - 0.0065 * z \qquad 0 < z \leq 11000\ m \tag{6.2}$$

Donde z representa la altitud con respecto al nivel del mar, mientras que P_{air} y T_{air} corresponden a la presión (en Pa) y la temperatura del aire (en K) a distintas alturas.

Respecto al criterio de convergencia, se seleccionó un valor de 1e-5 como un punto intermedio, tomando como referencia otros trabajos que utilizaron valores de 1e-4 [24] y 1e-6 [27]. Permitiendo lograr orden de precisión relativamente bueno en la solución. El proceso iterativo se mantuvo hasta que se observaron cambios mínimos en los valores residuales, garantizando así que los criterios de convergencia se cumplieran de manera adecuada.

Finalmente, para la inicialización, se optó por la Hybrid Initialization, que combina métodos de interpolación de fronteras. Este enfoque permite obtener un campo un campo de presión que conecta valores altos y bajos dentro del dominio computacional. [25] Este método resultó adecuado debido a los altos gradientes de presión presentes en las fronteras del problema, evitando así la sobreestimación o subestimación de las condiciones iniciales.

6.3. Análisis de convergencia de mallas

El análisis de convergencia de mallas es una etapa esencial en la simulación numérica, ya que asegura que los resultados obtenidos sean independientes del tamaño y la densidad de la malla empleada. El objetivo principal de este análisis es determinar un punto en el que un refinamiento adicional no produzca variaciones significativas en las variables de interés, en este caso, el flujo másico. Para ello, se consideraron tanto la altitud de vuelo como la geometría específica de la tobera. Se realizaron análisis de convergencia para las toberas cónica y tipo campana, evaluando cada una en las tres altitudes de vuelo establecidas como se ilustra en las figuras 18 y 19.

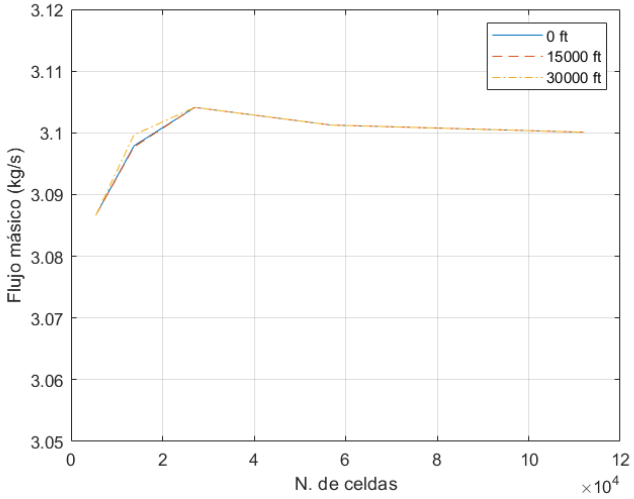


Ilustración 18. Análisis de convergencia para tobera cónica a diferentes altitudes

Según lo mostrado en la ilustración 18, se observó que el flujo másico presenta una variación del 0.04% a partir de las 56841 celdas para todas las diferentes alturas. Por lo tanto, el uso de una malla con este número aproximado de celdas constituye una solución suficientemente precisa, sin mostrar variaciones significativas en comparación con las soluciones obtenidas con mallas de mayor densidad.

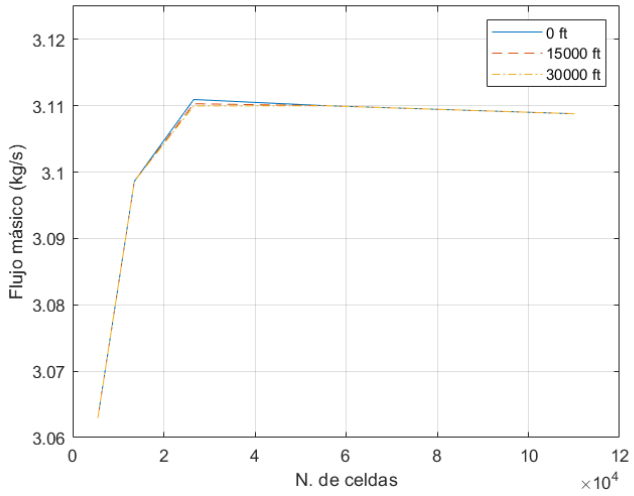


Ilustración 19. Análisis de convergencia para tobera campana a diferentes altitudes

En la ilustración 19, se determinó que el flujo másico presenta una variación del 0.04% a partir de las 55518 celdas para todas las diferentes alturas.

Al comparar la convergencia de la tobera cónica y la tobera tipo campana, se observó que ambas geometrías satisfacen la condición de convergencia de malla para un número similar de celdas. En el caso de la tobera cónica, el flujo másico presenta variaciones mínimas a partir de las 56841 celdas, mientras que en la tobera tipo campana a partir de las 55518 celdas. Lo que sugiere que ambas geometrías pueden ser consideradas igualmente precisas en términos de resolución de malla.

Teniendo en cuenta el análisis de convergencia de malla y los parámetros de la solución que se han definido para las simulaciones en ANSYS Fluent, ahora es posible proceder con la ejecución de las simulaciones. Los resultados obtenidos de estas simulaciones se exponen en el siguiente apartado.

7. Resultados

7.1. Contornos de simulaciones

A continuación, se muestran los contornos de número de Mach y presión obtenidos a partir de las simulaciones realizadas para las toberas cónica y tipo campana. Estos contornos permiten analizar en detalle el comportamiento del flujo y sus características clave.

- Contornos de Mach:

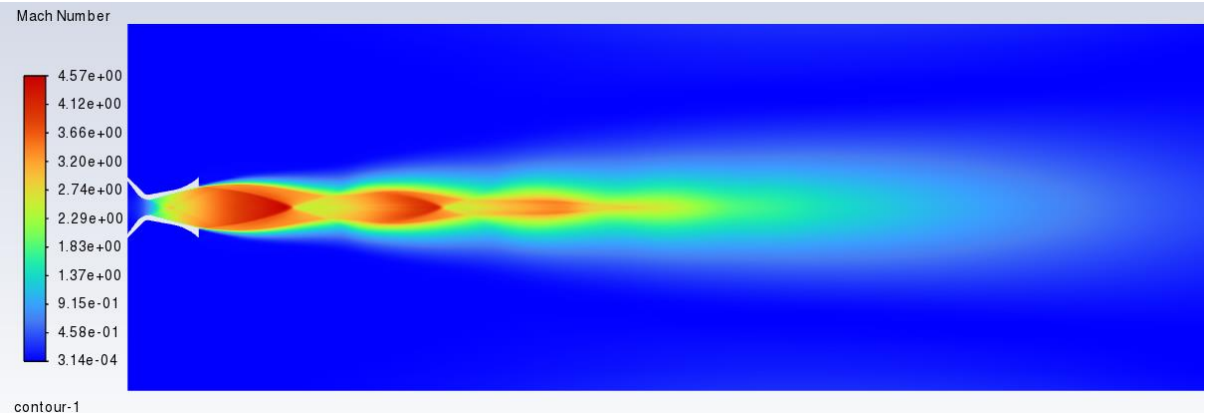


Ilustración 20. Contorno de Mach tobera cónica a 0ft

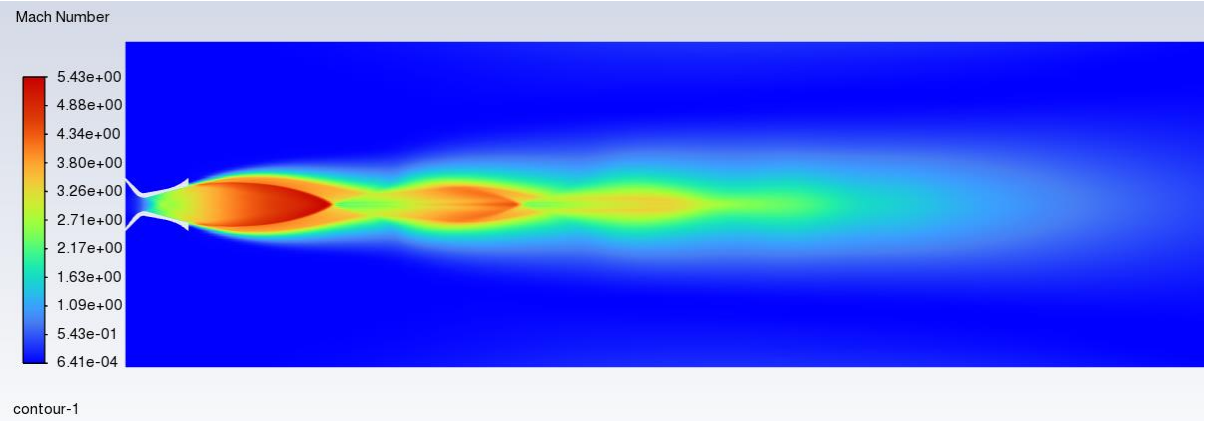


Ilustración 21. Contorno de Mach tobera cónica a 15000ft

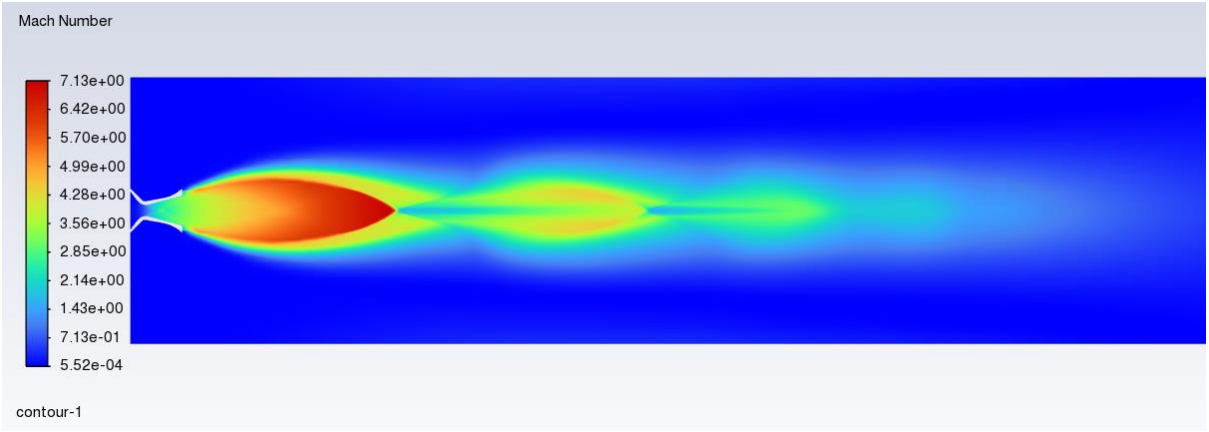


Ilustración 22. Contorno de Mach tobera cónica a 30000ft

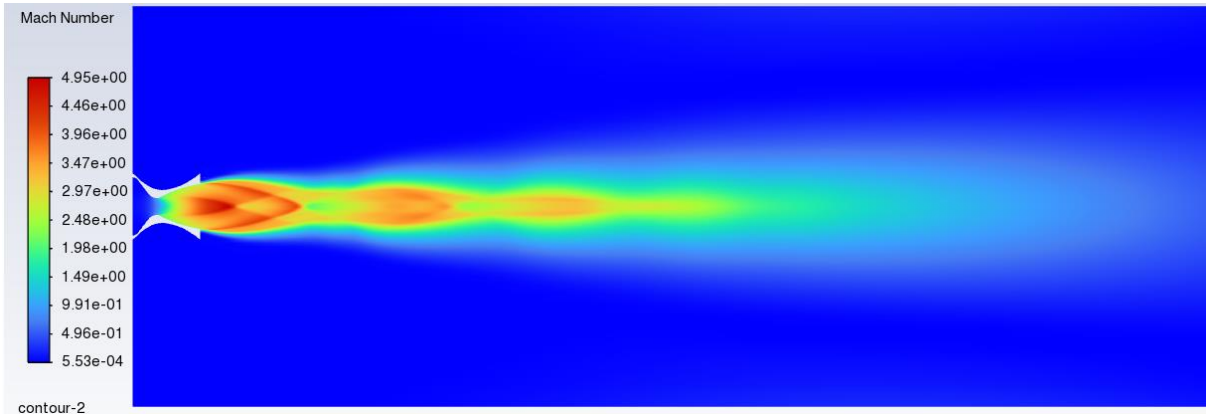


Ilustración 23. Contorno de Mach tobera campana a 0ft

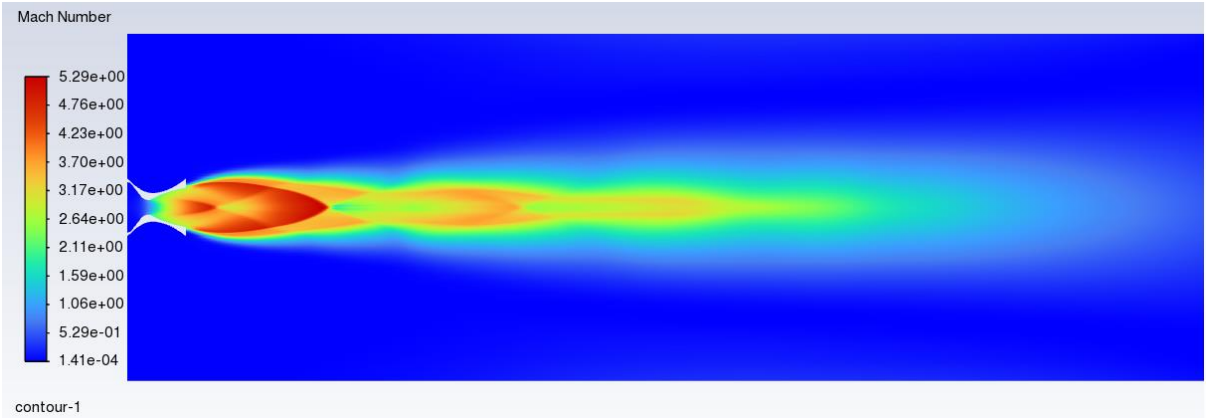


Ilustración 24. Contorno de Mach tobera campana a 15000ft

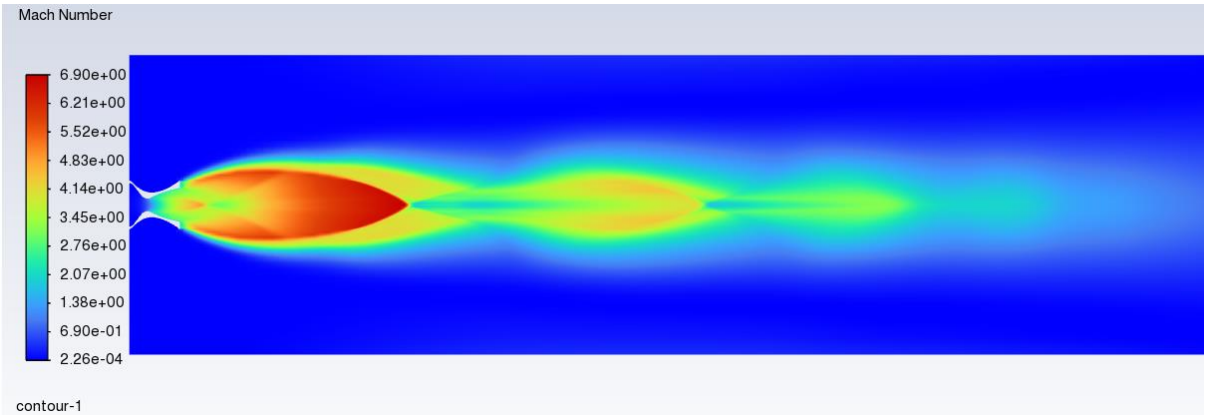


Ilustración 25. Contorno de Mach tobera campana a 30000ft

- Contornos de presión:

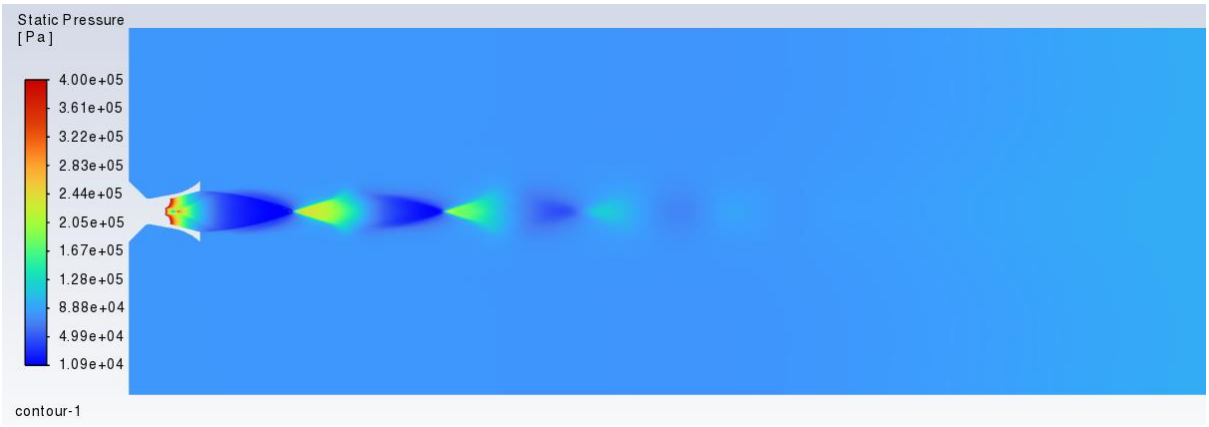


Ilustración 26. Contorno de presión tobera cónica a 0ft

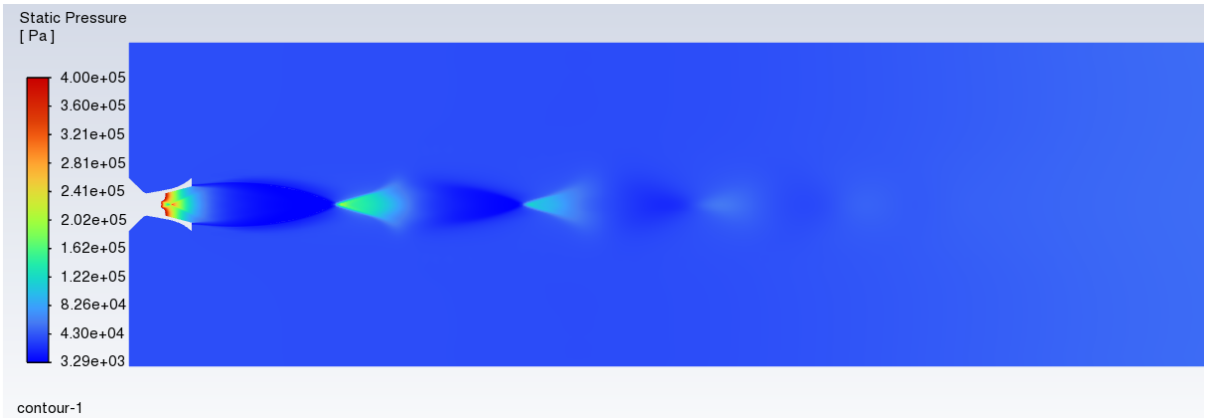


Ilustración 27. Contorno de presión tobera cónica a 15000ft

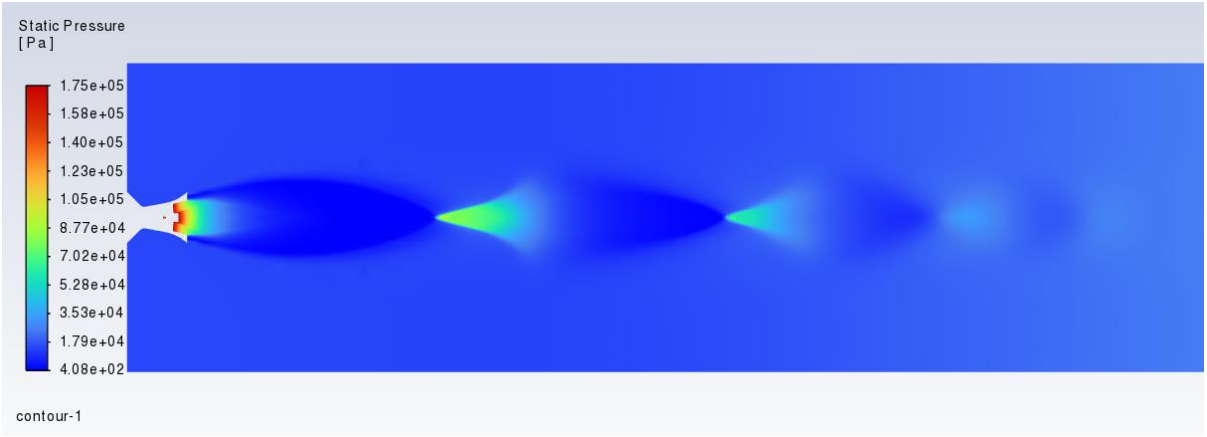


Ilustración 28. Contorno de presión tobera cónica a 30000ft

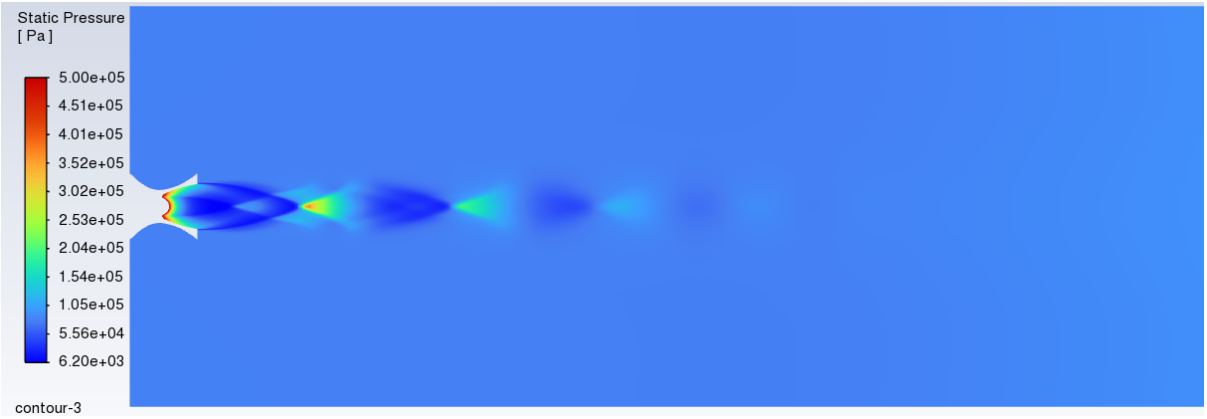


Ilustración 29. Contorno de presión tobera campana a 0ft

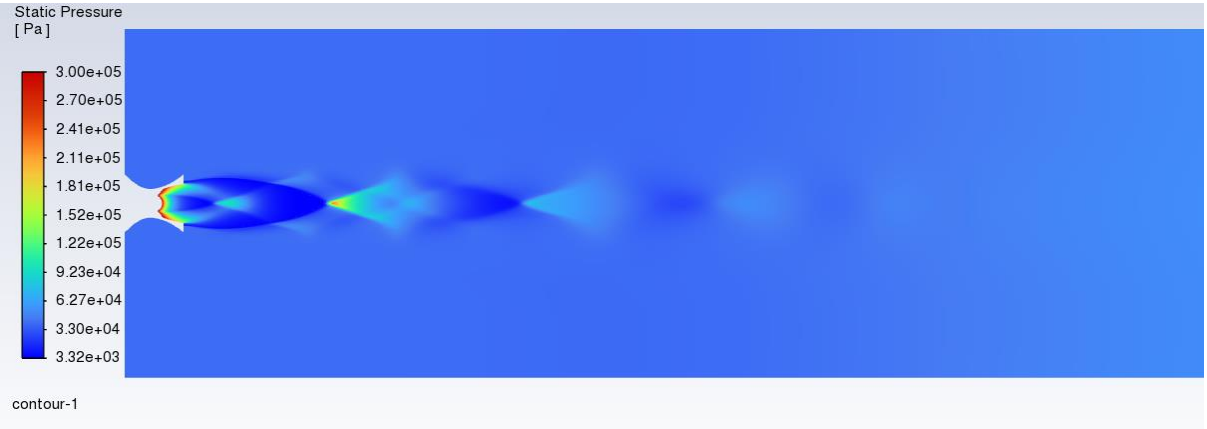


Ilustración 30. Contorno de presión tobera campana a 15000ft

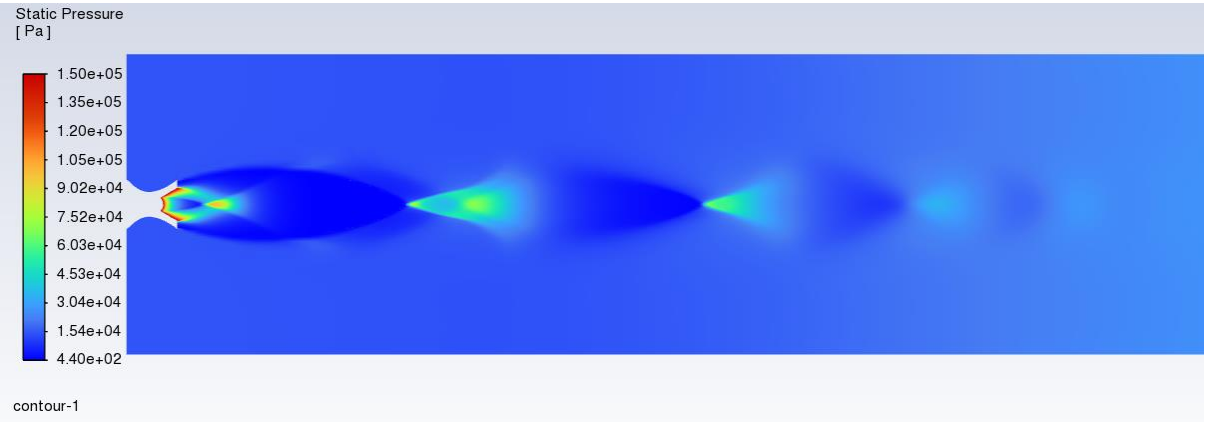


Ilustración 31. Contorno de presión tobera campana a 30000ft

7.1.1. Fenómenos de Expansión del Flujo

En las ilustraciones 20 a 25, los contornos de Mach evidencian que ambas toberas exhiben un comportamiento general similar con el aumento de la altitud. En ambos casos, se observa que, a medida que la altitud se incrementa, el flujo de los gases de combustión a lo largo de la tobera experimenta una expansión más pronunciada en la región donde interactúa con el aire atmosférico. No obstante, resulta evidente que las estructuras del flujo difieren de manera significativa entre las dos configuraciones, un aspecto que será abordado con mayor profundidad en secciones posteriores. En este apartado, el análisis se centrará específicamente en los fenómenos asociados a los procesos de expansión de la tobera, los cuales pueden clasificarse en cuatro categorías principales, donde P_e denota la presión a la salida de la tobera y P_{amb} la presión atmosférica. [28]:

1. $P_e < P_{amb}$ (Sobreexpandida/Over-expanded): En esta condición, la presión externa comprime el flujo hacia el interior, lo que disminuye la eficiencia del sistema, ya que una porción de la pared de la tobera no contribuye efectivamente a la generación de empuje. [28] En este caso, la tobera está sobreexpandida ya que debería ser más corta para evitar estas pérdidas.

2. $P_e = P_{amb}$ (Idealmente expandida/Ambient nozzle): Este caso representa el punto de máxima eficiencia, donde toda la superficie de la tobera contribuye óptimamente a la generación de empuje [28].

3. $P_e > P_{amb}$ (Subexpandida/Under-expanded): En esta situación, el flujo continúa expandiéndose después de salir de la tobera. Esta expansión adicional no contribuye a la producción de empuje, lo que reduce la eficiencia general del sistema. [28] A diferencia de la condición sobreexpandida, aquí la tobera debería ser más larga para capturar dicha expansión y convertirla en empuje útil.

4. $P_e \ll P_{amb}$ (Extremadamente sobreexpandida/ Grosly Over-expanded nozzle): En este caso extremo, la presión atmosferica local es significativamente mayor que la presión de salida. Esta diferencia de presión genera inestabilidades en el flujo y una pérdida considerable de eficiencia. Además, esta condición se considera generalmente peligrosa y no deseada, ya que puede comprometer la estructura de la tobera debido a las fuertes

fuerzas resultantes de la interacción entre el flujo interno y la presión externa. Sin embargo, este aspecto se abordará con mayor detalle más adelante, por lo que inicialmente se tendrán en cuenta principalmente los tres primeros casos.

Cada uno de estos escenarios tiene implicaciones directas en el diseño y desempeño de las toberas, destacando la importancia de ajustar la geometría de acuerdo con las condiciones de operación esperadas para maximizar la eficiencia del sistema de propulsión del cohete. En la ilustración 33, que se muestra a continuación, se pueden visualizar de manera clara estos cuatro casos y su impacto en el comportamiento del flujo.

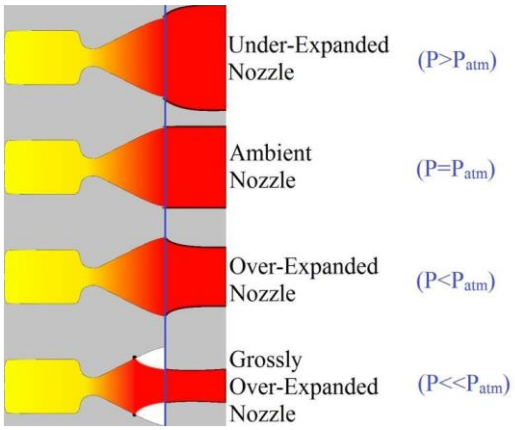


Ilustración 32. Fenómenos de expansión en toberas. Tomado de [29]

Al llevar a cabo un análisis comparativo de los contornos de Mach presentados en las ilustraciones 20 a 25 con los observados en la ilustración 33, es posible identificar diferencias significativas en el comportamiento del flujo a medida que aumenta la altura. Estas discrepancias permiten establecer una clasificación precisa de las condiciones de cada caso dentro de las categorías previamente definidas.

En las ilustraciones 20 y 23, los contornos de Mach evidencian una sutil compresión del flujo en las proximidades de la salida de la tobera, donde los gases de escape muestran una curvatura hacia el eje central. Sin embargo, la intensidad de esta compresión no es lo suficientemente pronunciada como para ser clasificada dentro de un régimen de sobreexpansión extrema. Este comportamiento sugiere que la tobera opera bajo una condición de ligera sobreexpansión.

Por otro lado, en las ilustraciones 21 y 24, no se evidencian desviaciones significativas en la expansión del flujo, observándose una alineación más uniforme en la sección de salida de la tobera. Los contornos de Mach sugieren que la condición del flujo podría clasificarse como idealmente expandida o, en su defecto, ligeramente subexpandida.

Finalmente, en las ilustraciones 22 y 25, los contornos de Mach muestran una expansión pronunciada del flujo más allá de la salida de la tobera, con una clara divergencia de las líneas hacia afuera del eje central. Esta expansión persistente, que se extiende más allá de la superficie de la tobera sin contribuir eficazmente a la generación adicional de empuje, confirma que la condición en este caso corresponde a un régimen de subexpansión.

En relación con los efectos de la altitud sobre el flujo, los contornos de Mach obtenidos durante las simulaciones permiten identificar un aumento significativo en el número de Mach conforme la altitud de vuelo se incrementa. En las ilustraciones 20 y 23, el número de Mach alcanza valores máximos de 4.57 y 4.95, respectivamente, en las regiones adyacentes a la salida de la tobera, donde los gases de combustión interactúan con el aire atmosférico. Por otro lado, en las ilustraciones 22 y 25, el número de Mach alcanza valores máximos de 7.13 y 6.90, lo que evidencia un cambio considerable en la dinámica del flujo. Este comportamiento indica una tendencia clara al incremento del número de Mach y en el caso de la tobera cónica, el flujo pasa a un régimen hipersónico (Mach>5) a mayores altitudes.

El aumento en el número de Mach se explica por la disminución de la presión atmosferica local conforme se incrementa la altitud, lo cual provoca una expansión más pronunciada del dominio perturbado por el flujo de los gases de escape sobre el entorno atmosférico [29]. Como resultado de esta expansión y de la aceleración de los gases con la altitud, se desarrolla un comportamiento característico de gases en expansión. Este fenómeno facilita la interpretación de los contornos previamente observados, donde se identificó una clara tendencia hacia una condición de subexpansión en la tobera, atribuida al incremento en la expansión de los gases de escape.

La variación en el comportamiento del flujo a diferentes altitudes es un factor determinante para comprender la interacción del cohete con su entorno y la influencia directa de la altitud de vuelo sobre parámetros operativos clave, como el número de Mach. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, los contornos observados revelan la presencia de múltiples fenómenos complejos que ocurren de manera simultánea, los cuales requieren un análisis detallado para su correcta interpretación. En este contexto, a continuación el enfoque se centrará específicamente en los procesos que tienen lugar dentro de la tobera, con especial atención a las ondas de choque presentes en la sección divergente de ambas toberas.

7.1.2. Ondas de choque internas

En el análisis realizado de las simulaciones de las toberas, uno de los fenómenos más relevantes que emergen es la formación de ondas de choque en el interior de las mismas. Las ondas de choque constituyen regiones localizadas dentro del gas donde se experimentan cambios significativos en sus propiedades. A través de una onda de choque, la presión estática, la temperatura y la densidad del gas aumentan de manera casi instantánea. Estos fenómenos, junto con los cambios en las propiedades del flujo inducidos por los mismos, son altamente irreversibles, lo que da lugar a un incremento de la entropía en todo el sistema [30]. Como resultado, el flujo no puede considerarse isentrópico, en contraste con la suposición inicial del modelo unidimensional propuesto.

Considerando lo expuesto previamente, las ondas de choque que se generan dentro de las secciones divergentes de cada una de las dos toberas adquieren particular relevancia, ya que son las responsables de las estructuras de flujo tan distintas observadas en ellas, al igual que juegan un papel crucial en la dinámica de los gases a medida que se expanden desde la tobera hacia el exterior. En este apartado, se examinarán las características y el impacto de estas ondas de choque, así como sus implicaciones en el rendimiento de ambos diseños de tobera.

7.1.2.1. Ondas de choque oblicuas

En este contexto, se abordará inicialmente el caso específico de las ondas de choque presentes en la sección divergente de la tobera cónica, cuya visualización es más clara en la ilustración 34 tomada para el contorno de la tobera cónica a 0 ft.

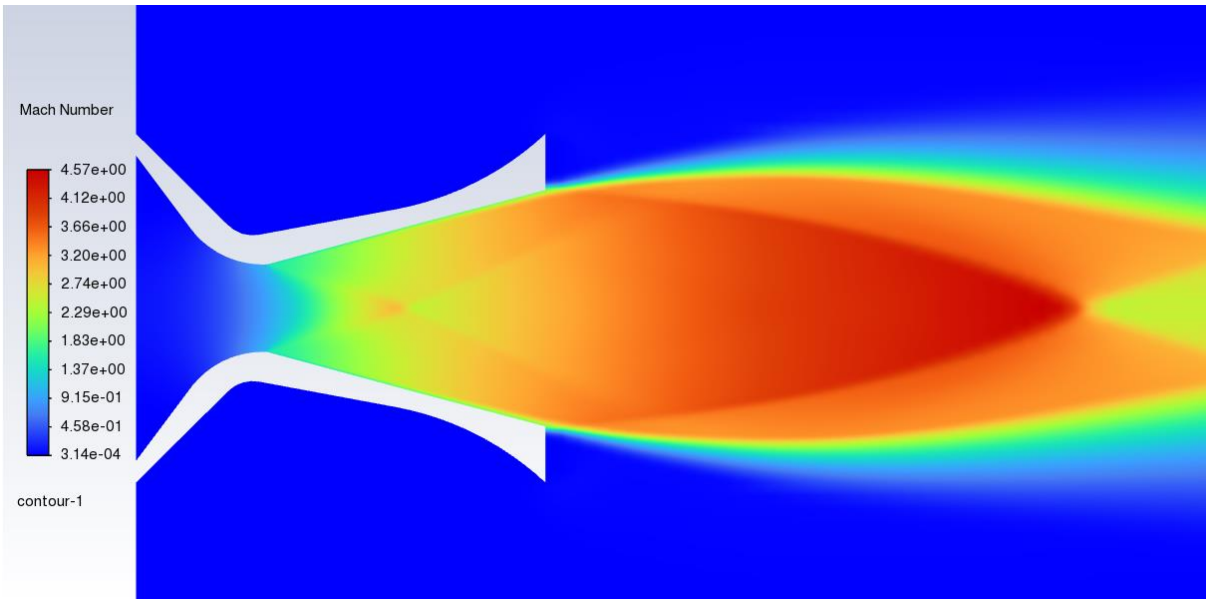


Ilustración 33. Vista ampliada de la onda de choque en la tobera cónica a 0ft.

Estas ondas de choque son denominadas ondas de choque oblicuas debido a su inclinación con respecto al flujo de los gases de combustión. Una de las principales razones por las cuales se considera que estas ondas de choque se generan es que la presión de salida de los gases de la tobera difiere de las condiciones de presión del flujo libre o de la presión atmosférica correspondiente [30]. Por lo tanto, se esperaría que al ajustar la relación de presiones de manera que la presión de salida de los gases de la tobera coincida con la presión atmosférica, se genere un flujo libre de ondas de choque. Sin embargo, estudios recientes sobre toberas cónicas han revelado que estas no exhiben condiciones libres de ondas de choque, incluso bajo las condiciones de diseño esperadas [31]. En realidad, las ondas de choque y su generación son fenómenos complejos que aún no se comprenden completamente, y que pueden estar influenciados por factores como la geometría de la tobera u otras variables. La estructura general de estas ondas de choque se presenta a continuación:

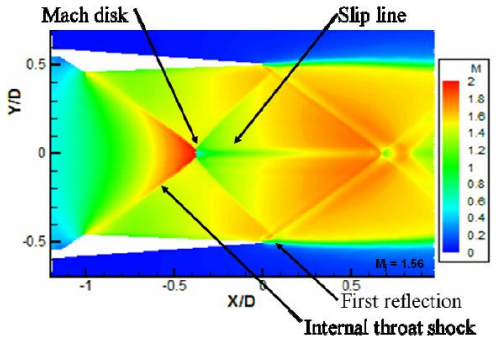


Ilustración 34. Estructura ondas de choque dentro de tobera cónica. Tomado de [30]

Al comparar las ilustraciones 34 y 33, se observa que el fenómeno descrito es esencialmente el mismo; sin embargo, en la ilustración 34 se aprecia con un mayor nivel de detalle. Esta mayor precisión se debe a que el contorno fue generado mediante una simulación del campo de flujo utilizando LES (Large Eddy Simulation) [31]. A pesar de esta diferencia metodológica, los componentes fundamentales del fenómeno permanecen inalterados.

El comportamiento de las ondas de choque, basado en las ilustraciones, puede describirse de la siguiente manera: inicialmente, las ondas de choque generadas en las esquinas opuestas de la sección divergente de la tobera se intensifican conforme se propagan hacia el eje central. Este proceso da lugar a la reflexión de dichas ondas [27], resultando en la formación de un disco de Mach (Mach disk). Tal como se puede observar en la ilustración 34, el disco de Mach actúa como una onda de choque normal localizada sobre el eje central de la tobera [32]. En la región posterior al disco de Mach y a las ondas reflejadas, la línea de discontinuidad (slip line) delimita el flujo del chorro. Esta línea se origina debido a la mezcla de dos corrientes con velocidades distintas [27]. Cabe destacar que una línea de discontinuidad es una línea de corriente a través de la cual la presión permanece continua, pero la velocidad, la temperatura y otras propiedades termodinámicas pueden presentar discontinuidades significativas. [33] Finalmente, a diferencia de lo observado en la ilustración 34, donde las ondas de choque reflejadas continúan reflejándose de forma periódica y constante a lo largo de su trayectoria, en la ilustración 33 se evidencia que dichas ondas reflejadas se propagan directamente hacia la frontera del flujo. Este comportamiento sugiere una interacción más directa entre las ondas reflejadas y la interfaz del flujo de los gases con el entorno atmosférico, presentando un patrón que guarda similitud con lo representado en el siguiente diagrama:

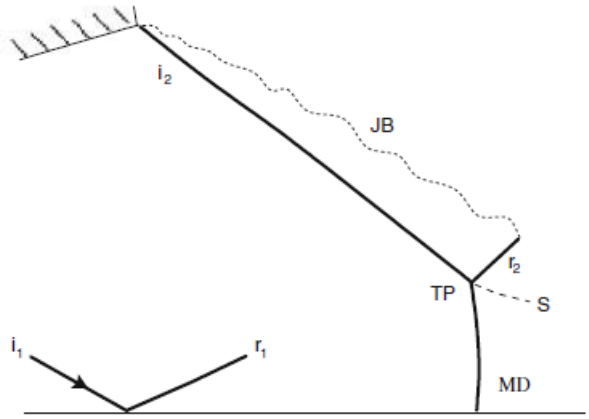


Ilustración 35. Propagación de ondas de choque reflejadas hacia la interfaz del chorro. Tomado de [34]

Donde r_1 corresponde a la onda de choque reflejada en el eje de simetría y JB a la frontera del flujo (Jet boundary) [34]. También en la ilustración 35, se puede observar la presencia de un disco de Mach (MD) en una región posterior al flujo de gases de la tobera, una vez que estos entran en contacto con el aire atmosférico. Este fenómeno del disco de Mach se repetirá de manera sucesiva en el flujo posterior a la tobera. Los detalles específicos relacionados con este comportamiento afuera de la tobera se presentarán más adelante en el documento.

En virtud de lo previamente expuesto y considerando su impacto en el rendimiento de la tobera y de manera general, en el cohete, es pertinente señalar que la presencia de ondas de choque oblicuas en el interior de la tobera constituye un fenómeno no deseado. Esto se debe a que tales ondas pueden generar efectos adversos, como una velocidad de salida subsónica, acompañada de una considerable pérdida de empuje [23]. Tal fenómeno se origina debido a que las ondas de choque son regiones del fluido en las que se experimenta un aumento significativo de la presión. Al propagarse hacia el eje de la tobera, provocan un incremento de la presión a lo largo del eje del flujo de los gases, mientras que simultáneamente se produce una disminución del número de Mach tras la salida de la tobera [27]. Como resultado, se produce una pérdida en la velocidad de salida y consecuentemente en el empuje. En la ilustración 34, se puede observar de manera clara esta disminución del número de Mach en la zona posterior a la reflexión de las ondas oblicuas. En las siguientes ilustraciones, se presenta una visión más detallada de la estructura de la onda de choque mostrada en la ilustración 33, lo que permite una observación más clara de los fenómenos anteriormente descritos:

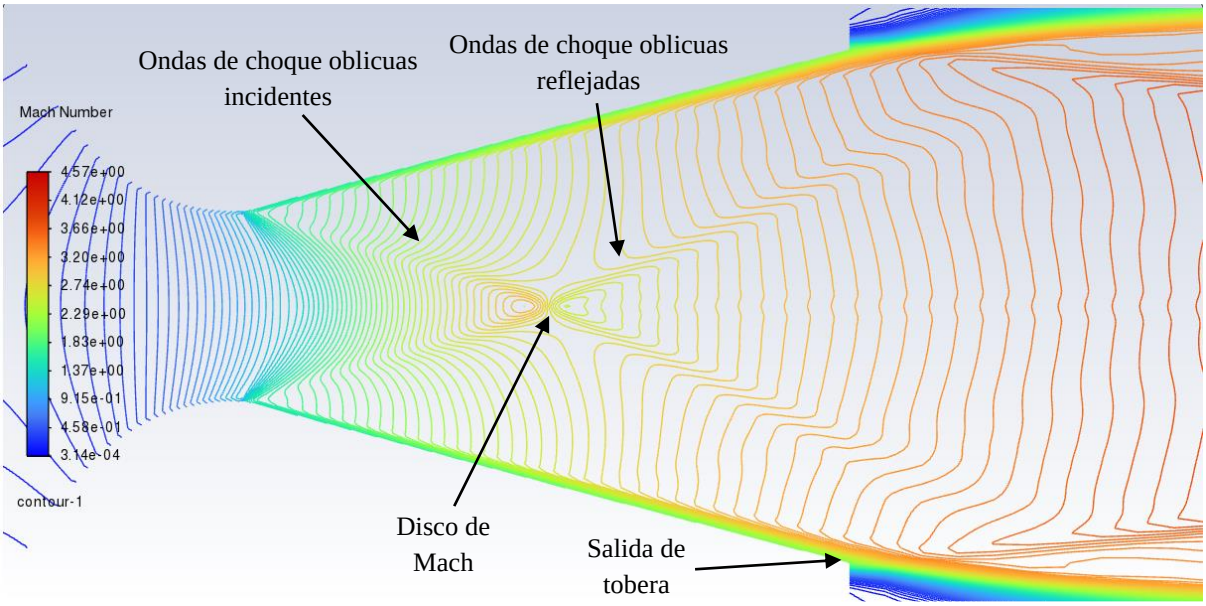


Ilustración 36. Contorno de Mach detallado de la onda de choque en la tobera cónica a 0ft.

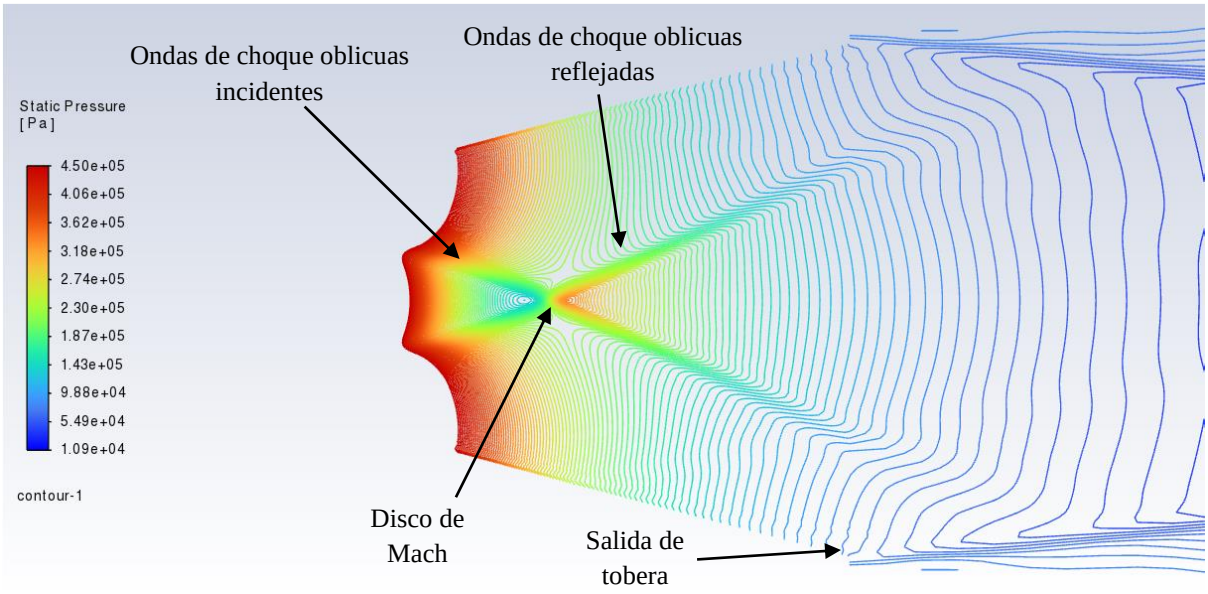


Ilustración 37. Contorno de presión detallado de la onda de choque en la tobera cónica a 0ft.

Al observar las ilustraciones 36 y 37, se puede corroborar el comportamiento esperado mencionado previamente. En la ilustración 36, se evidencia un ligero decrecimiento del número de Mach tanto en el eje como en las zonas adyacentes a este. Por su parte, en la ilustración 37, la misma sección donde ocurre esta disminución del número de Mach coincide con un incremento drástico de la presión, consecuencia directa de las ondas de choque incidentes. Esto confirma que, debido a este fenómeno, el desempeño de la tobera puede verse comprometido, manifestándose en pérdidas de empuje ocasionadas por las ondas de choque oblicuas formadas en su interior.

No obstante, esta no es la única consecuencia negativa derivada de la presencia de ondas de choque oblicuas dentro de la sección divergente de la tobera. El problema más crítico asociado

a la aparición de estos fenómenos está directamente relacionado con el último tipo de expansión de tobera mencionado al final de la sección 7.1.1: la tobera extremadamente sobreexpandida. Tal como se puede observar en la ilustración 32, este fenómeno se manifiesta mediante el desprendimiento del flujo de los gases de escape de las paredes de la tobera. Estos eventos son conocidos como fenómenos de separación de flujo en toberas y representan un riesgo significativo, ya que pueden provocar inestabilidades en el flujo de escape que dañan la estructura de la tobera e incluso en casos extremos causan la destrucción total del motor [23].

Generalmente, cuando una tobera está sobreexpandida y se generan ondas de choque oblicuas, el flujo tiende a separarse de las paredes y salir como un chorro supersónico que ocupa solo una porción del área transversal destinada a la expansión.[35] Este comportamiento puede observarse con mayor claridad en la ilustración 38, donde se evidencia un esquema de este tipo de separación de flujo inducido por ondas de choque oblicuas al interior de una tobera cónica:

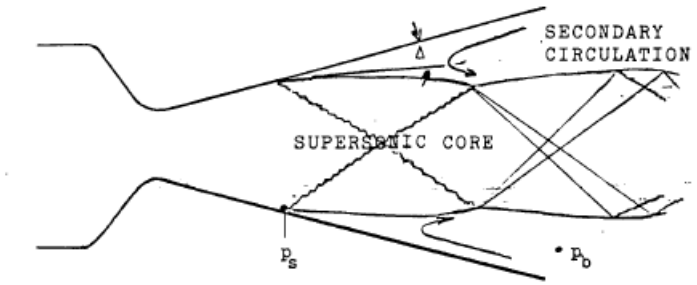


Ilustración 38. Esquema de separación de flujo en tobera cónica por ondas de choque oblicuas. Tomado de [35].

En la ilustración 38 se observa que durante el fenómeno de separación de flujo, el gas se expande hasta alcanzar una presión estática mínima en la pared, conocida como presión de separación (p_s). Este proceso viene acompañado de la generación de ondas de choque oblicuas, iguales a las obtenidas en las simulaciones realizadas, que inducen la separación del flujo. Tras la separación, la presión en la pared aumenta bruscamente hasta aproximarse a la presión de salida (p_b), que como se muestra en la ilustración 38, coincide con la presión atmosférica local (p_{atm}) [35].

Estos cambios drásticos en la presión, resultado de la separación de flujo inducida por ondas de choque, pueden provocar asimetrías en el flujo que, a su vez, generan fuerzas laterales severas, comúnmente denominadas cargas laterales, capaces de comprometer la integridad estructural de la tobera [23].

El entendimiento preciso de estos fenómenos, en particular los efectos asociados a las diferencias en los gradientes de presión, la estructura interna del flujo y el contorno de la pared, aún no se ha alcanzado por completo [35]. Además, las discrepancias en los resultados y reportes realizados dentro de este campo de investigación evidencian que no existe un modelo universalmente aceptado para describir la separación de flujo en toberas [35]. A pesar de los avances significativos en herramientas computacionales y experimentales, el fenómeno de separación de flujo en toberas sigue representando un desafío considerable [23].

Es por ello que, a primera vista, al observar los resultados obtenidos en las ilustraciones 33, 36 y 37, parecería que no hay evidencia clara de estos fenómenos de separación de flujo. Sin embargo, debido a los numerosos interrogantes sin resolver respecto a estos fenómenos, idealmente un análisis basado únicamente en contornos estacionarios no es suficiente para descartar por completo la aparición de separación de flujo inducida por ondas de choque. Esto se debe a que tales fenómenos suelen manifestarse durante fases transitorias, como el encendido o el apagado de la tobera [34]. Por lo tanto, para una comprensión más profunda y precisa, resulta indispensable recurrir a simulaciones transitorias y a métodos más avanzados, como LES, que permitan capturar con mayor precisión estos comportamientos y sus efectos asociados. Pese a ello, este enfoque excede los límites establecidos para el presente proyecto, por lo que, en este caso, se asumirá que no ocurren fenómenos de separación de flujo en la tobera inducidos por ondas de choque oblicuas, considerando los contornos observados en las ilustraciones 33, 36 y 37.

Es importante señalar que, aunque para el presente análisis se seleccionó el contorno obtenido a una altura de 0 ft, las ondas de choque internas mantienen su forma y posición pese a los cambios en la altitud, tal como se puede observar en las ilustraciones 21 y 22. Existen estudios previos que evidencian cómo, al disminuir la presión con el incremento de la altitud, la intersección de la onda de choque con el eje de la tobera tiende a desplazarse aguas abajo [29]. Sin embargo, en este caso específico, dicho fenómeno no se manifestó en las ondas de choque internas. Esto posiblemente se deba a que las simulaciones se limitaron a altitudes relativamente bajas, mientras que los desplazamientos mencionados suelen ocurrir en simulaciones realizadas a altitudes superiores a los 25 km [29].

De este modo, se concluye el análisis del fenómeno principal observado al interior de la tobera cónica. A continuación, se abordará el caso correspondiente al tipo de ondas de choque predominantes en la tobera tipo campana.

7.1.2.2. Ondas de choque internas de separación (kernel y gradiente radial)

Resulta igualmente relevante obtener una visualización más clara de las ondas de choque presentes en la sección divergente de la tobera campana. A continuación, se presenta una representación detallada correspondiente a una altura de 0 ft, que permite un visualizar de forma más precisa la estructura y comportamiento de dichas ondas en esta región específica:

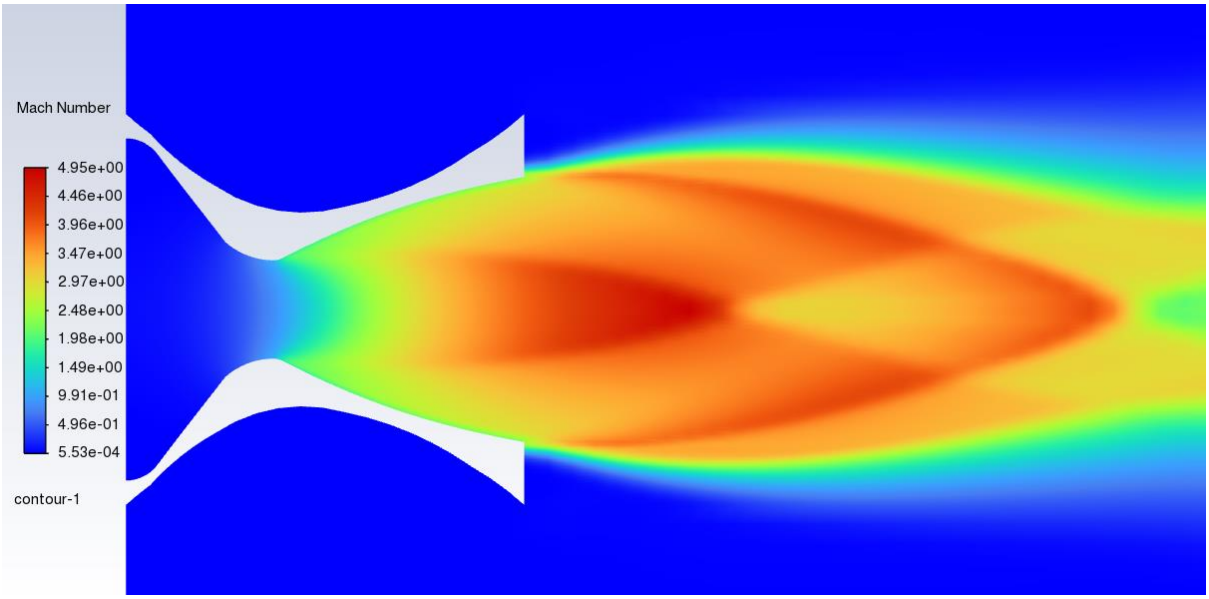


Ilustración 39. Vista ampliada de la onda de choque en la tobera campana a 0ft.

Al observar la ilustración 39, se puede identificar de manera preliminar cómo el flujo en la sección divergente de la tobera parece estar dividido en dos regiones claramente diferenciadas. La primera corresponde a las zonas adyacentes a las paredes de la tobera, donde el número de Mach presenta valores relativamente bajos. La segunda, por el contrario, se sitúa en una región central más próxima al eje de simetría, caracterizada por un número de Mach significativamente más elevado. Esta distribución del flujo sugiere, en un primer análisis, que el empuje generado es predominantemente axial, en comparación con el empuje radial característico de la tobera cónica [27]. Este comportamiento es consecuencia de un fenómeno conocido como onda de choque interna, o también denominada onda de choque interna de separación, debido a su papel fundamental en la segmentación de estas regiones de flujo dentro de la tobera.

En este caso, las razones detrás de la formación de este tipo de ondas parecen estar mejor comprendidas y se atribuyen principalmente a la geometría específica de la tobera tipo campana. Particularmente, la curvatura pronunciada en la región de la garganta, descrita previamente en la sección 4.1, desempeña un papel fundamental. La formación de estas ondas de choque internas tiene su origen en las ondas de expansión generadas por el flujo supersónico de los gases al interactuar con la superficie convexa de dicha región. Estas ondas se propagan desde el punto de inflexión de la pared y avanzan aguas abajo de la garganta, donde eventualmente coalescen con ondas de compresión más intensas que surgen desde puntos más distantes de la superficie de la pared. Este proceso da lugar a una onda de choque débil, conocida como onda de choque interna, la cual define las características distintivas del flujo divergente en la tobera [36].

La onda de choque separa dos regiones con velocidades de flujo diferenciadas: la región kernel y la región de gradiente radial (radial gradient zone). La primera, se caracteriza por un flujo que depende principalmente de la expansión que ocurre en la garganta de la tobera. En esta zona, el flujo es casi uniforme en la dirección radial, presentando únicamente un ligero

gradiente radial negativo, lo que implica una disminución sutil de la presión conforme se aleja del eje de simetría de la tobera [36]. Como resultado, se genera una leve curvatura hacia atrás en las líneas de contorno del número de Mach.

Por otro lado, la región de gradiente radial se localiza entre la región kernel y la pared de la tobera, donde el gradiente de presión radial es positivo, lo que significa que la presión aumenta conforme se aleja del eje de simetría de la tobera [36]. En la onda de choque interna, este gradiente también presenta un comportamiento positivo, lo que genera que tanto la zona de gradiente radial como la zona de la onda de choque exhiban una curvatura hacia adelante en las líneas de contorno del número de Mach. Esta curvatura es opuesta a la dirección que siguen las líneas de contorno de Mach en la región kernel, reflejando así una clara diferencia en el comportamiento del flujo entre ambas regiones. A continuación, se ilustra la estructura descrita con anterioridad:

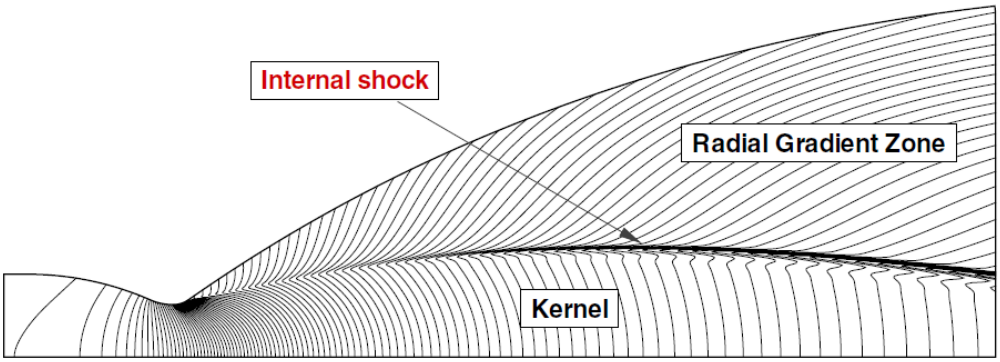


Ilustración 40. Estructura ondas de choque dentro de tobera campana. Tomado de [36]

Al analizar la ilustración 40, se pueden identificar con claridad las diferentes direcciones de la curvatura de las líneas de contorno de Mach en las regiones kernel, gradiente radial y en la onda de choque interna. Al comparar las ilustraciones 39 y 40, se observa que la forma de la onda de choque interna y la distribución de las regiones separadas presentan una similitud notable. Sin embargo, resulta pertinente realizar una comparación directa mediante un análisis más detallado de los contornos de Mach en la tobera campana, con el fin de verificar si la curvatura de las líneas de contorno mantiene el comportamiento observado en la ilustración 40. De esta forma se obtuvo:

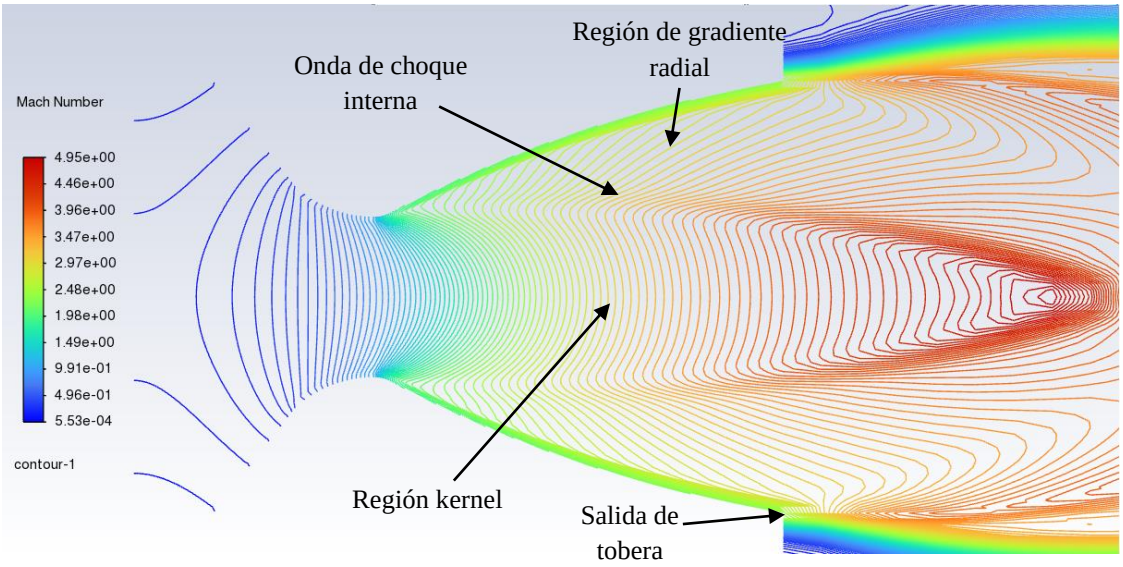


Ilustración 41. Contorno de Mach detallado de la onda de choque en la tobera campana a 0ft.

De este modo, al examinar detenidamente las ilustraciones 40 y 41, se puede confirmar que la estructura y la orientación de los contornos de Mach presentan una correspondencia casi idéntica, evidenciando una consistencia en el comportamiento del flujo.

Al enfocarse en los efectos de este tipo de onda de choque en el rendimiento de la tobera, es pertinente señalar que la generación de ondas de choque internas en una tobera tipo campana, las cuales delimitan las regiones de kernel y de gradiente radial, es generalmente considerada un fenómeno positivo para su desempeño. Esto es válido siempre y cuando las zonas de gradiente radial sean más pequeñas y las zonas de kernel sean más extensas, lo que conduce a mayores velocidades de flujo en la salida de la tobera [27].

La razón por la cual se busca que una tobera tipo campana presente una región de kernel más amplia para optimizar su rendimiento durante el vuelo se debe a que, como se puede observar en las ilustraciones 39 y 41, la región de gradiente radial funciona prácticamente como una zona de compresión que reduce la velocidad del flujo en las cercanías de la pared [35]. Por lo tanto, una región de gradiente radial extensa no solo disminuye el rendimiento de la tobera, sino que también puede representar un riesgo potencialmente destructivo para su estructura. A continuación, en la ilustración 42, se pueden observar los contornos de Mach que describen este fenómeno.

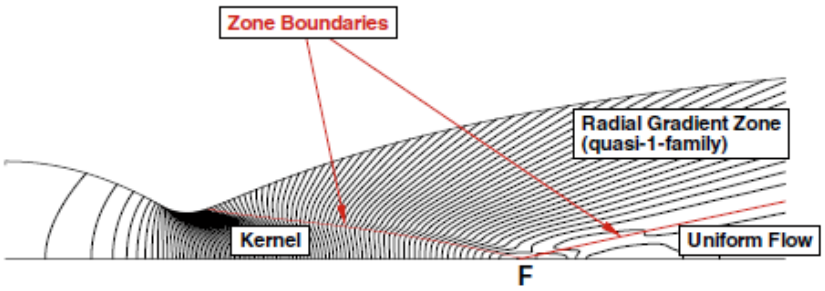


Ilustración 42. Estructura ondas de choque internas con región de gradiente radial predominante. Tomado de [36]

Como se puede observar en la ilustración 42, cuando la región de gradiente radial predomina, la región de núcleo (kernel) queda significativamente limitada, de modo que no logra extenderse a lo largo de toda la tobera. Como resultado, una sección considerable queda prácticamente dominada por la región de gradiente radial.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, en la región de gradiente radial se presentan velocidades más bajas y, por ende, un momento axial reducido. El problema asociado a un momento axial bajo, además de las pérdidas en velocidad y consecuentemente, en empuje e impulso específico, es que, si la presión aumenta aguas abajo de la onda de choque, el flujo podría no ser capaz de contrarrestar el gradiente de presión adverso. Este fenómeno, combinado con el efecto de la vorticidad del flujo, puede conducir a la formación de un vórtice en el núcleo de la tobera [36].

Dicho vórtice, al igual que en el caso de una tobera cónica con ondas de choque oblicuas, representa otro mecanismo de separación del flujo, lo que supone un riesgo significativo para la estructura e integridad de la tobera debido a sus consecuencias adversas sobre las cargas laterales que actúan durante operaciones con sobreexpansión pronunciada. En este caso, el riesgo está asociado a una posible re-adhesión del flujo a la pared [36].

La re-adhesión del flujo es una consecuencia directa de la existencia de un obstáculo o de un momento radial significativo hacia la pared (en este caso, el vórtice central) que interfiere con el flujo de los gases de la tobera. [36] En la ilustración 43, este fenómeno puede observarse con claridad:

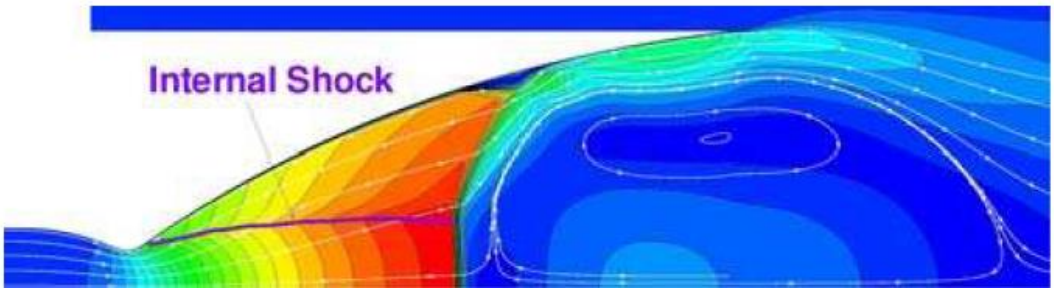


Ilustración 43. Contorno de vórtice al centro de tobera tipo campana. Tomado de [36]

Las cargas laterales causadas por este fenómeno, al igual que en el caso de la tobera cónica, representan un riesgo significativo y pueden comprometer la integridad estructural de la tobera

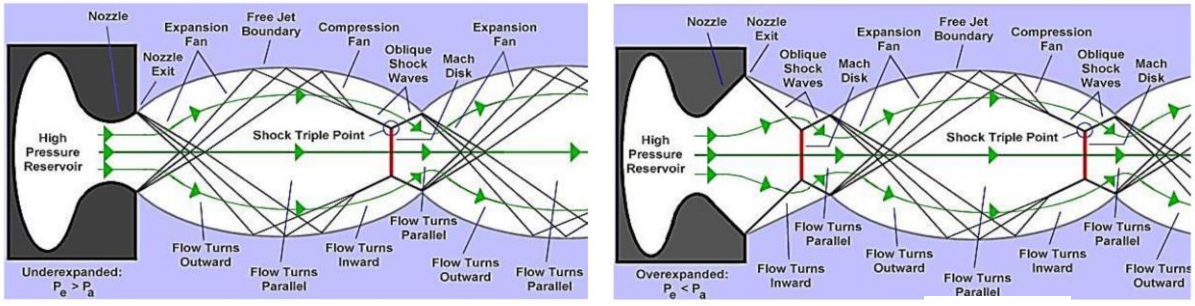
[34]. No obstante, al examinar los resultados presentados en las ilustraciones 39 y 41, se evidencia que este no es el caso, ya que la región de kernel se extiende a lo largo de toda la tobera. En consecuencia, para la tobera diseñada utilizando RPA, resulta evidente que su comportamiento se distancia significativamente de la situación crítica observada en las ilustraciones 42 y 43. De esta manera, se puede concluir que en una primera instancia, la región de kernel predomina sobre la región de gradiente radial, lo que reduce considerablemente las posibilidades de separación del flujo [27].

Cabe señalar nuevamente que, para analizar estos fenómenos de separaciones de flujo inducidas por ondas de choque de la manera más precisa posible, es necesario realizar simulaciones transitorias y utilizar modelos numéricos avanzados que permitan capturar con mayor fidelidad las estructuras complejas asociadas a estos fenómenos. No obstante, nuevamente se hará la suposición de que la solución en estado estacionario proporciona contornos lo suficientemente representativos como para obtener una conclusión preliminar sobre el comportamiento de la tobera. En este caso, al observar el comportamiento de la región de kernel, se puede suponer que no deberían ocurrir fenómenos de separación de flujo ni generación de vórtices.

7.1.3. Ondas de choque externas

Al referirse a la ilustración 35, se observa que un fenómeno recurrente es la presencia y formación de discos de Mach en la región de salida de la tobera, donde el flujo comienza a interactuar con el aire atmosférico libre. Este fenómeno, que será analizado a continuación, puede apreciarse con mayor claridad en las ilustraciones 20 a la 28 y ocurre debido a la discrepancia entre la presión de salida de los gases provenientes de la tobera y la presión atmosférica circundante. En este escenario, es posible identificar dos regímenes de comportamiento principales: la subexpansión y la sobreexpansión.

El análisis de estos regímenes permite obtener una comprensión más profunda de la interacción entre el flujo supersónico y el entorno atmosférico, así como de la formación y disposición de los patrones de ondas de choque que surgen bajo estas condiciones específicas. En la ilustración 44 se presentan dichos patrones, donde se muestran los casos de flujo subexpandido y sobreexpandido, evidenciando las diferencias principales en la estructura y comportamiento de las ondas de choque en cada escenario.



a) *b)*

Ilustración 44. Estructura de patrones de diamantes de choque a) Caso subexpandido b) Caso sobreexpandido. Tomado de [27]

En la ilustración 44a), correspondiente al caso subexpandido, donde la presión atmosferica local es significativamente menor que la presión de salida de la tobera, la expansión del flujo se prolonga más allá de la salida con el fin de equilibrar las condiciones de presión con el aire exterior. Este fenómeno se desarrolla a través de una serie de ondas de expansión que se originan en los límites de la tobera y se propagan hacia el eje central del flujo. Estas ondas inducen un giro inicial del flujo hacia el exterior, lo que ocasiona una disminución de la presión. Posteriormente, las ondas de expansión interactúan con sus contrapartes, generadas en el lado opuesto de la salida de la tobera, y convergen en el eje central del flujo, donde se reflejan nuevamente hacia los límites del flujo. Al atravesar estas ondas de expansión reflejadas, la dirección del flujo se realinea paralelamente al eje central, lo que resulta en una nueva reducción de la presión. Estos dos conjuntos complementarios de ondas de expansión se conocen como un abanico de expansión (expansion fan) [27].

Como resultado de estas ondas de expansión, la presión del flujo se vuelve inferior a la presión atmosferica local. Una vez que las ondas de expansión alcanzan el límite del flujo, se reflejan hacia el interior generando ondas de compresión, lo que da origen a un abanico de compresión (compression fan). Estas ondas de compresión obligan al flujo a reorientarse hacia el eje central y a aumentar su presión. Sin embargo, si las ondas de compresión son lo suficientemente fuertes, estas se fusionarán en una onda de choque oblicua, formando un disco de Mach. Este fenómeno es análogo al observado previamente en el caso de las ondas oblicuas dentro de una tobera cónica, ya que al igual que en aquel caso, la formación del disco de Mach produce un incremento drástico de la presión sobre el aire circundante, superando nuevamente la presión atmosferica local. Como consecuencia, se origina un nuevo abanico de expansión, dando inicio a un ciclo repetitivo donde las ondas de expansión y compresión interactúan de manera continua. Este proceso genera patrones periódicos característicos, comúnmente conocidos como "patrones de diamante" [27].

En el caso sobreexpandido, representado en la ilustración 44b), donde la presión exterior es mayor que la presión a la salida de la tobera, ocurre prácticamente lo mismo que en el caso subexpandido. Sin embargo, en este escenario, se generan ondas de choque oblicuas inmediatamente después de la salida de la tobera. Estas ondas provocan un incremento de la presión y comprimen el flujo hacia el interior, dando lugar a la formación de un disco de Mach en la región inicial del flujo. Como consecuencia de esta compresión, el flujo experimenta un abanico de expansión hacia el exterior, con el propósito de reducir la presión y restablecer el equilibrio con el entorno atmosférico una vez más.

Este ciclo se repite múltiples veces para ambos casos hasta que la presión de salida de la tobera se iguale con la presión atmosférica. En otras palabras, el flujo se comprimirá y expandirá sucesivamente mientras disipa gradualmente la diferencia de presión entre la atmósfera y los gases de escape.

Considerando lo expuesto previamente, resulta adecuado analizar este comportamiento con base en los contornos obtenidos del número de Mach. Para ello, se seleccionaron las ilustraciones 20 y 23, correspondientes al caso sobreexpandido, y las ilustraciones 22 y 25, correspondientes al caso subexpandido. Al relacionar cada uno de estos casos con las

estructuras planteadas en la ilustración 44, fue posible identificar, de manera general, los patrones característicos de expansión y compresión presentes en cada escenario. Asimismo, se pudieron identificar otras estructuras previamente observadas, propias de estos fenómenos de ondas de choque en flujos supersónicos. De esta forma, se lograron identificar las siguientes estructuras para los contornos seleccionados:

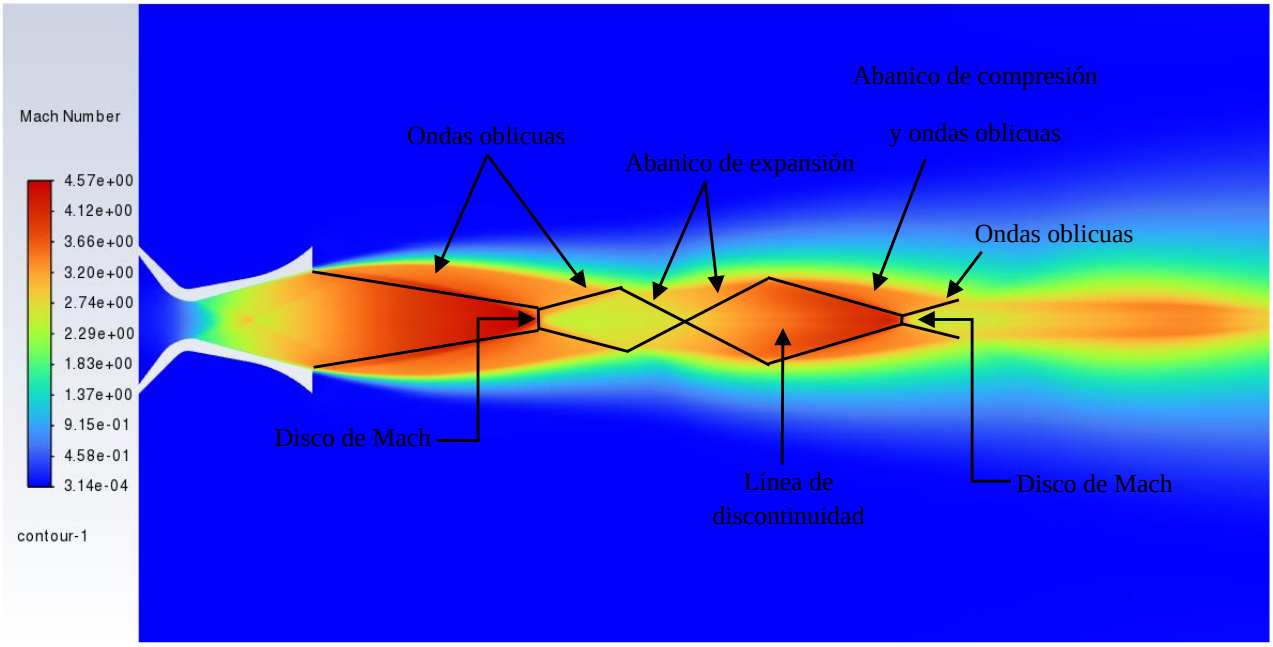


Ilustración 45. Estructura caso sobreexpandido para contorno de tobera cónica.

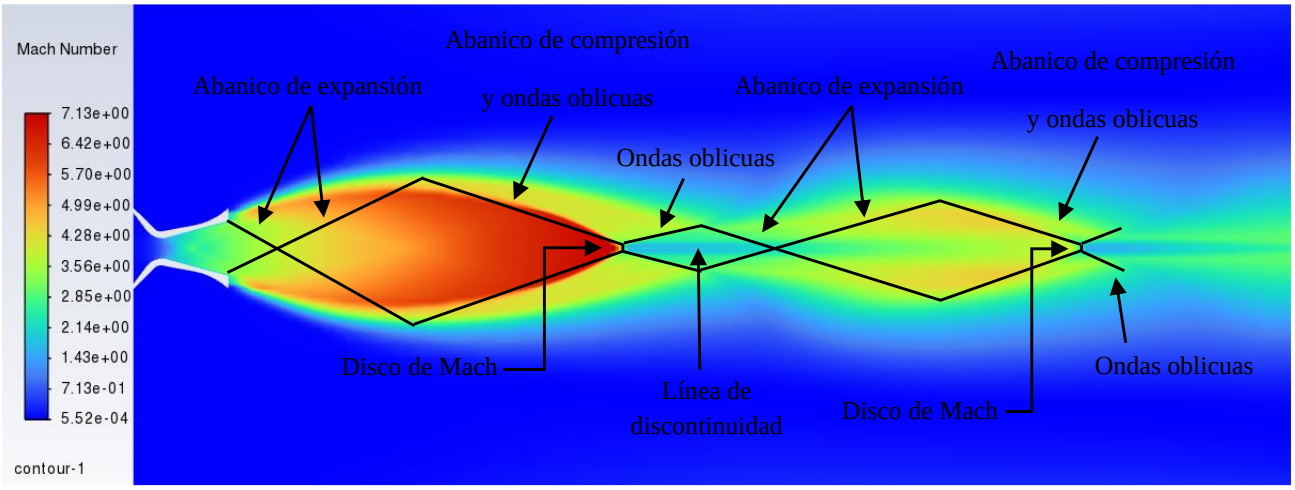


Ilustración 46. Estructura caso subexpandido para contorno de tobera cónica

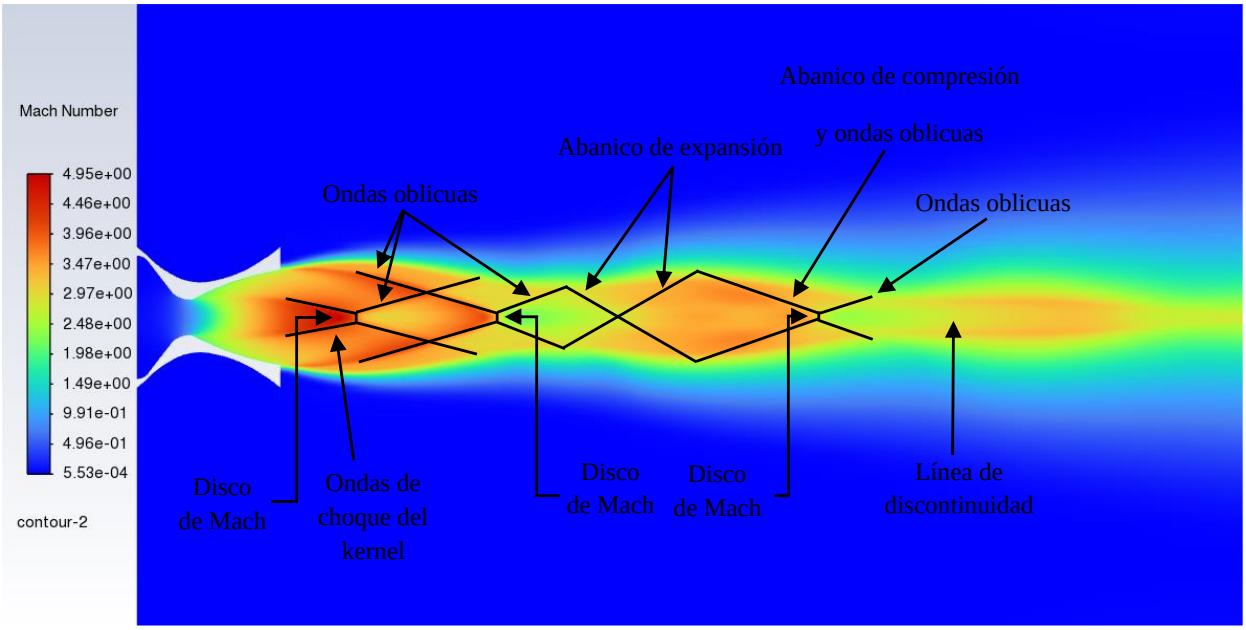


Ilustración 47. Estructura caso sobreexpandido para contorno de tobera campana.

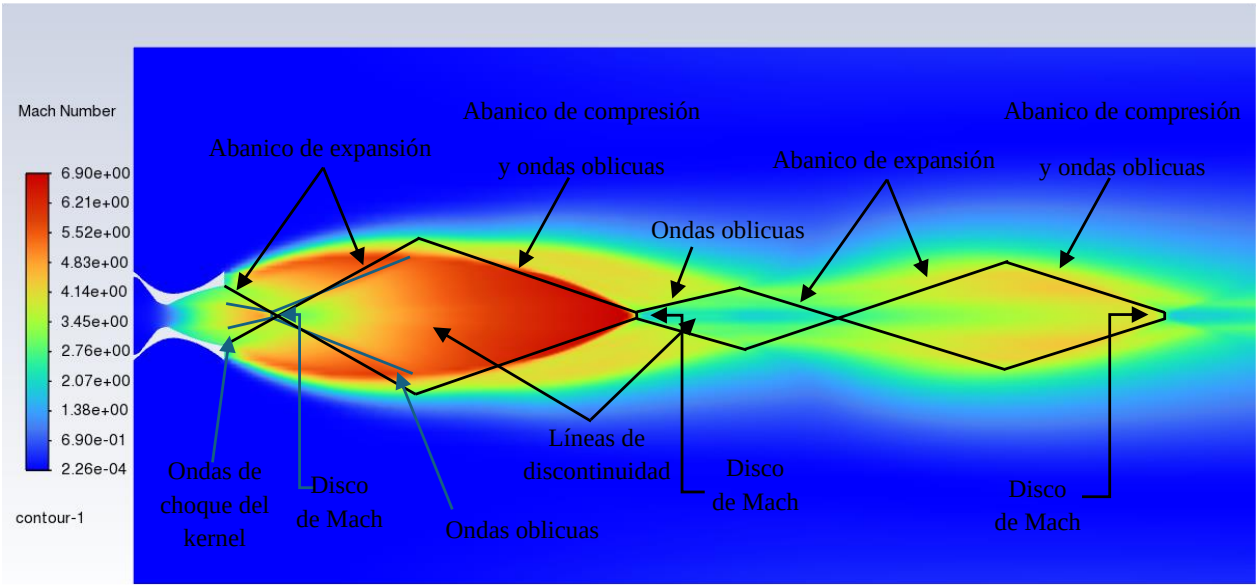


Ilustración 48. Estructura caso subexpandido para contorno de tobera campana.

Al examinar las ilustraciones 45 y 47, que muestran casos de sobreexpansión, se observa el comportamiento previamente descrito: A la salida de la tobera, las ondas de choque oblicuas generan una compresión inicial que forma un disco de Mach en la región posterior. Luego, se forma un abanico de expansión que, al reflejarse en la frontera del flujo, genera un abanico de compresión. Esto produce nuevas ondas de choque oblicuas y nuevos discos de Mach. Además, se identificaron líneas de discontinuidad en las regiones posteriores a los discos de Mach en ambos casos.

Como era previsible, la misma estructura se observó en las ilustraciones 46 y 48, con la excepción de que en la región inicial, cercana al extremo de las toberas, se manifestaron

fenómenos propios de un abanico de expansión, en lugar de las ondas oblicuas. En este caso, el flujo experimenta una expansión inicial seguida de una reflexión en su frontera, lo que provoca un aumento de la presión, repitiéndose este proceso sucesivamente.

En las ilustraciones 47 y 48 se aprecia que en el caso de la tobera tipo campana la región de kernel genera ondas oblicuas y reflexiones adicionales en el flujo de salida. Esto se debe a que, al final de esta región, es probable que se formen ondas oblicuas que originen un disco de Mach. Como se observa en las ilustraciones, las ondas incidentes provenientes de la región de kernel son reflejadas al alcanzar su límite, lo que genera un incremento en la presión, claramente visible en los contornos de presión de las ilustraciones 30 y 32. No obstante, a pesar de estas reflexiones adicionales, el flujo externo en la tobera tipo campana, en los casos analizados, se mantuvo dentro de los parámetros esperados.

En relación con esto, también se puede señalar que los contornos de presión resultan ser una herramienta útil para capturar los fenómenos asociados al aumento del perfil de presión estática, el cual, como se discutió anteriormente, es provocado por la estructura interna del diamante de choque [37]. Al observar las ilustraciones 27 a 32, este fenómeno se puede identificar claramente, ya que los contornos de presión muestran un incremento drástico en las regiones adyacentes a la formación de los discos de Mach.

Finalmente, es posible destacar que al examinar todas las ilustraciones desde la 20 hasta la 31, se evidencia que los fenómenos de compresión y expansión del flujo se disipan gradualmente hasta que, finalmente, la diferencia de presión entre los gases emitidos por la tobera y la presión atmosférica se iguala. Como resultado, las ondas de expansión y compresión se reducen progresivamente hasta desaparecer por completo.

De este modo, concluye la etapa de análisis de los contornos obtenidos. A continuación, se presentan los resultados numéricos correspondientes a los contornos previamente expuestos.

7.2. Resultados numéricos, numero de Mach y presión estática.

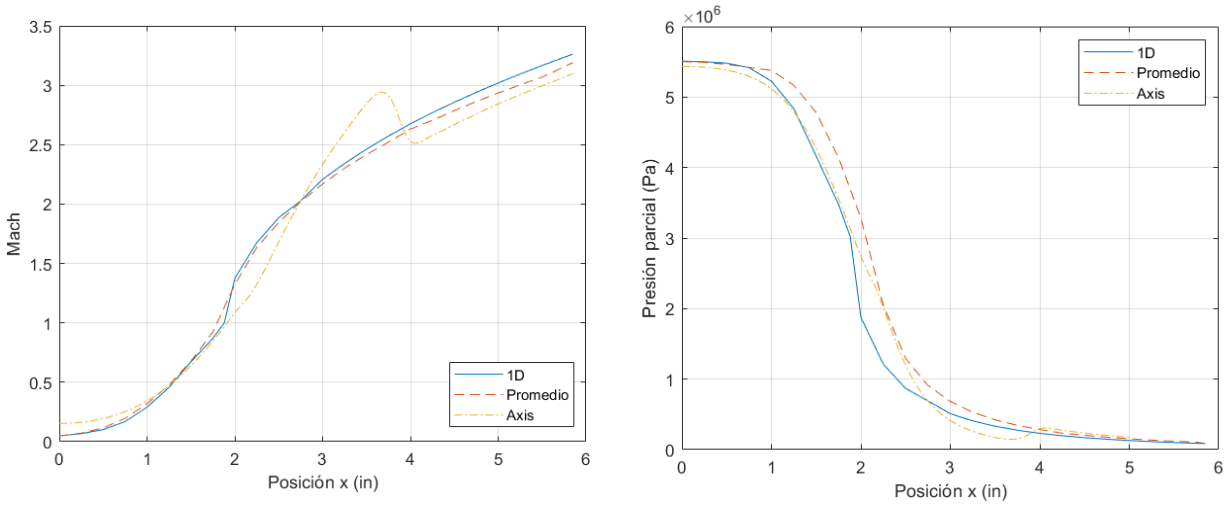
Por consiguiente, se presentan a continuación los resultados numéricos correspondientes al número de Mach y a la presión obtenidos a lo largo de las dos toberas. Estos resultados se reportan junto con los valores del modelo 1D desarrollado previamente, con el propósito de comparar la precisión y utilidad de esta solución analítica como punto de referencia frente a las simulaciones de CFD.

En las ilustraciones 49 y 50, se muestran tres series de datos diferentes:

- Modelo 1D (1D): Los resultados obtenidos del modelo 1D previamente desarrollado, que asume que las propiedades son uniformes a lo largo del área transversal de la tobera.
- Promedio transversal de CFD (Promedio): Los valores promedio del número de Mach y de la presión calculados a lo largo del área transversal de la tobera en las simulaciones CFD. Este promedio proporciona una visión general del desempeño de la tobera y permite una comparación directa con el modelo 1D, dado el supuesto de uniformidad en las propiedades a lo largo del área transversal mencionado previamente.

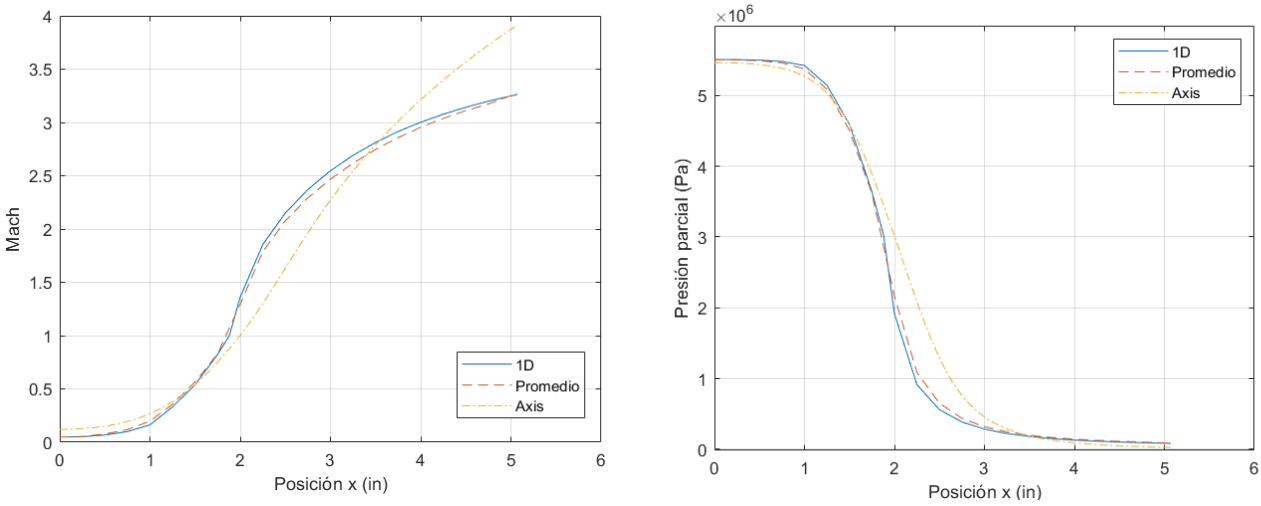
- Eje de simetría de CFD (Axis): Los resultados obtenidos específicamente en el eje de simetría de la tobera. Esta serie es relevante ya que como se pudo evidenciar en la sección anterior, captura los principales fenómenos de flujo que ocurren a lo largo de la tobera, proporcionando una visión detallada de su comportamiento y mostrando cómo estos fenómenos afectan los valores promedio del área transversal.

De esta forma, en las ilustraciones 49 y 50 se presentan los resultados obtenidos para las dos toberas:



a) *b)*

Ilustración 49. Resultados numéricos para tobera cónica a) Mach b) Presión



a) *b)*

Ilustración 50. Resultados numéricos para tobera campana a) Mach b) Presión

Inicialmente, se observa que, al igual que en el modelo 1D, únicamente se presenta una gráfica por cada tobera, a pesar de haberse realizado simulaciones a diversas altitudes. Esta decisión se justifica por lo expuesto en el inciso 5.2, en el cual se indicó que las propiedades atmosféricas, como la presión, no ejercieron influencia significativa sobre el comportamiento

interno de la tobera. Los datos reportados para el número de Mach y la presión en ambas toberas, obtenidos de los contornos a distintas altitudes, resultaron prácticamente idénticos en todos los casos. No se evidenciaron diferencias relevantes en los resultados, lo que llevó a la elección de presentar una sola gráfica por tobera.

No obstante, cabe hacer referencia a la sección 7.1.2.1, donde se menciona que este comportamiento puede ser válido en este caso específico, dado que no se llevaron a cabo simulaciones en altitudes significativamente grandes.

Al observar inicialmente las ilustraciones 49 a) y b), que corresponden a la tobera cónica, se pueden identificar varios aspectos importantes. Inicialmente, se observa que las tres curvas presentan un comportamiento relativamente similar en las primeras etapas subsónicas ($M < 1$) y en la etapa sónica ($M = 1$), es decir, en la sección convergente de la tobera y en la garganta, respectivamente. Sin embargo, a medida que el flujo entra en la sección divergente, los datos correspondientes al eje de simetría comienzan a mostrar diferencias notorias tanto en la presión como en el número de Mach.

Las curvas adoptan un comportamiento distintivo, con una mayor pendiente, lo que posteriormente se convierte en un decrecimiento drástico en el número de Mach y un aumento abrupto de la presión como se puede ver en las zonas de 3-4 in aproximadamente. Este comportamiento se debe a la presencia de la onda de choque oblicua, tal como se describió en la sección anterior. Como se mencionó, esta onda provoca un incremento significativo de la presión en la sección posterior al disco de Mach, lo que resulta en una disminución considerable del número de Mach.

En consecuencia, el número de Mach a la salida es más bajo que el pronosticado por el modelo 1D. Este modelo, al asumir que las propiedades son uniformes a lo largo de la sección transversal de la tobera, no captura los fenómenos que, como se ha demostrado, son fundamentales para comprender con precisión el comportamiento real del flujo. Dicho fenómeno conduce a un rendimiento inferior del sistema, lo cual se refleja en la curva de valores promedio. Esta curva, influenciada por las ondas de choque oblicuas, también muestra una reducción en el número de Mach a la salida, en comparación con los valores predichos por el modelo 1D.

De esta manera, se resalta la importancia de considerar estos efectos a través de simulaciones más detalladas. Además, se hace evidente el impacto negativo de las ondas de choque oblicuas dentro de la tobera, las cuales afectan la velocidad de salida de los gases, lo que, como se puede evidenciar en la sección 5.1, influye negativamente en el empuje y el impulso específico.

Ahora considerando las ilustraciones 50 a) y b), correspondientes a la tobera tipo campana, se observa un comportamiento inicial similar al caso de la tobera cónica. En las tres curvas, el comportamiento del flujo hasta la garganta es similar, mostrando una concordancia notable en las regiones subsónicas y sónicas. Sin embargo, al ingresar a la sección divergente, donde el flujo alcanza velocidades supersónicas, el comportamiento del fluido en el eje de simetría de la tobera comienza a experimentar cambios significativos debido a los fenómenos de flujo que se manifiestan en esta región.

En particular, para la curva correspondiente a los datos del eje de simetría, tanto el número de Mach como la presión muestran un cambio progresivo. Las curvas igual que en el caso anterior adquieren una pendiente más pronunciada; no obstante, a diferencia de la tobera cónica, en este caso no se observa un decremento abrupto en el número de Mach ni un incremento súbito en la presión. Por el contrario, el número de Mach continúa aumentando de manera consistente, mientras que la presión sigue disminuyendo progresivamente. Este comportamiento es característico de la región kernel previamente discutida, la cual se distingue por presentar una velocidad significativamente mayor en comparación con el resto del fluido en la tobera, que corresponde a la región de gradiente radial. Así, el eje de simetría capta los datos propios de la región de kernel, lo que explica el incremento continuo en el número de Mach.

En este contexto, se evidencia el efecto positivo de la región de kernel predominante sobre el flujo general en la tobera campana, ya que permite alcanzar mayores velocidades sin riesgos significativos de separación de flujo, como se mencionó en la sección 7.1.2.2. La predominancia de esta región asegura un flujo más eficiente. Este efecto positivo se refleja en las curvas promedio de presión y número de Mach, las cuales muestran un comportamiento prácticamente idéntico al del modelo 1D. Esto indica que, en el caso de la tobera campana, los fenómenos de flujo presentes en su interior no generan pérdidas significativas considerando los resultados teóricos establecidos por el modelo.

Con base en los resultados presentados previamente, se puede inferir de forma preliminar que la tobera tipo campana exhibirá un rendimiento superior en comparación con la tobera cónica. Esta afirmación se sustenta en el hecho de que los fenómenos de flujo en la sección divergente de la tobera campana no generan pérdidas significativas, como descensos e incrementos abruptos en el número de Mach y la presión, respectivamente. En consecuencia, en la tabla que se presenta a continuación, se resumen los resultados relevantes obtenidos para ambos casos, considerando los valores promedio reportados en las curvas para el número de Mach, la presión en la salida y otros valores importantes como la velocidad a la salida y el flujo másico, los cuales son esenciales para determinar el empuje y en última instancia el impulso específico, como se desarrollará en la siguiente sección:

Tabla 2. Resultados a la salida de las toberas

	Tobera cónica	Tobera campana	
M_e	3.1907297	3.2748449	
P_e	88328.246	89874.068	Pa
v_e	2135.746	2150.363	m/s
$\dot{m}$	3.101257	3.110014	kg/s

7.3. Resultados Isp

Utilizando los datos presentados en la Tabla 2 y aplicando las relaciones establecidas en las ecuaciones 5.5 a 5.9, se procedió a calcular el Isp para ambas toberas a las 3 diferentes altitudes planteadas. Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 3, mientras que su representación gráfica se encuentra en la Ilustración 51.

Tabla 3. Resultados Isp

	Isp cónica (s)	Isp campana (s)
0 ft	215.25	217
15000ft	223.6	225.4
30000ft	228.7	230.5

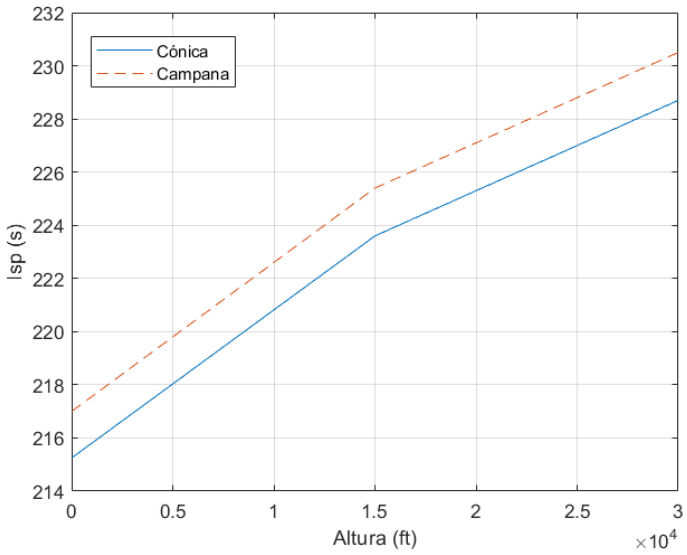


Ilustración 51. Resultados Isp (curvas)

A partir de los resultados obtenidos, se puede confirmar que la afirmación previamente planteada es acertada: La tobera tipo campana demuestra ser más eficiente que la tobera cónica al alcanzar un mayor Isp para cada una de las altitudes simuladas. Este desempeño superior se atribuye, principalmente, a los fenómenos de flujo que ocurren en la sección divergente de la tobera campana, resultado de su geometría optimizada y de la predominancia de la región de kernel sobre la región de gradiente radial. Esta configuración favorece el incremento de la velocidad del flujo y reduce significativamente la probabilidad de separación del flujo.

En contraste, en la tobera cónica se evidenciaron fenómenos como la formación de ondas de choque oblicuas y su posterior reflexión, junto con la generación de un disco de Mach en el interior de la tobera. Estos efectos perjudicaron el rendimiento, provocando un descenso abrupto en el número de Mach y un aumento súbito en la presión, lo cual resultó en pérdidas de eficiencia y por ende en un menor Isp.

Sin embargo, aunque la tobera campana mostró un mejor desempeño, la diferencia en los valores de Isp entre ambas configuraciones no fue significativamente grande. Pese a ello, en términos de la seguridad contra la separación del flujo, la tobera campana parece ser una opción más confiable, aunque esta afirmación debe considerarse preliminar, ya que como se mencionó antes, para obtener resultados más definitivos, sería necesario realizar simulaciones más precisas, enfocadas en el análisis de ondas de choque y en el caso transitorio.

Finalmente, cabe destacar que el valor del Isp para la tobera campana a 0 ft de altitud (217 s) fue prácticamente idéntico al calculado con el modelo 1D, lo que demuestra un muy buen

acuerdo entre los resultados obtenidos mediante simulaciones CFD y el planteamiento teórico. De manera similar, para la tobera cónica también se observó una buena correspondencia con los valores predichos por el modelo 1D. Además, los resultados obtenidos se encuentran en línea con los reportados por el equipo 124, considerando nuevamente la ilustración 6, donde se informa un Isp de 222.17 s. Es importante destacar que, considerando que el modelo teórico 1D y las simulaciones CFD realizadas muestran un buen nivel de concordancia entre sí y con lo reportado en la literatura, la principal fuente de discrepancia en relación con los resultados reportados por el equipo 124 puede atribuirse a la designación del gas como aire, en lugar de como una mezcla de gases generada por la combustión. Este supuesto introduce una variación en las propiedades del material, lo que da lugar a diferencias respecto a los valores reales y es el principal contribuyente a las discrepancias observadas [38].

8. Conclusiones

8.1. Conclusiones del proyecto

En términos generales, se cumplió el objetivo principal del proyecto: Comparar y analizar los perfiles de velocidad y presión de una tobera tipo campana y una cónica mediante simulaciones CFD y determinar cuál de las dos geometrías ofrece un mejor rendimiento en términos de impulso específico a diferentes altitudes.

Esto se logró a través de una revisión bibliográfica detallada del reporte del equipo 124, enfocándose en las dimensiones de la tobera, el tipo de propelente utilizado y los datos experimentales recolectados por el grupo. Esta información permitió diseñar una tobera tipo campana basada en las dimensiones previamente establecidas para la tobera cónica. Asimismo, se determinó que la relación de calor específico (γ) era la única propiedad termodinámica de los gases de combustión que afectaba significativamente el diseño de la tobera campana en el software RPA.

Se formuló y resolvió numéricamente el problema del comportamiento de los gases de combustión en ambas toberas de forma 1D, estableciendo las ecuaciones fundamentales y las condiciones de frontera. Al comparar los resultados obtenidos con los de las simulaciones CFD, se observó una alta concordancia, lo que valida la aproximación inicial al comportamiento del flujo.

Adicionalmente, se realizaron simulaciones en ANSYS FLUENT bajo diferentes condiciones de presión y temperatura externa que representaban altitudes de 0 ft, 15,000 ft y 30,000 ft. Estas simulaciones generaron contornos de número de Mach y presión que permitieron identificar fenómenos de subexpansión y sobreexpansión en ambas geometrías de toberas. A medida que aumentaba la altitud, se observó una tendencia clara hacia la subexpansión del flujo.

En la tobera cónica, se identificaron ondas de choque oblicuas en su sección divergente, mientras que en la tobera tipo campana se observaron ondas de choque de separación que delimitaban la región central del flujo, conocida como kernel y la región cercana a las paredes de la tobera conocida como la región de gradiente radial. Para el flujo externo en las toberas, se evidenciaron “patrones de diamante” conformados por abanicos de expansión y compresión, así como ondas de choque oblicuas y discos de Mach. En los casos subexpandido y

sobreexpandido, se pudo observar el comportamiento propuesto en la literatura, confirmando la validez de las simulaciones realizadas.

Los resultados obtenidos muestran que la tobera tipo campana supera a la tobera cónica en términos de Isp, aunque las diferencias porcentuales observadas en cada altitud son bajas: 0.81% a 0 ft, 0.80% a 15,000 ft y 0.78% a 30,000 ft. Esta superioridad se debe a la configuración optimizada del flujo en la sección divergente de la tobera tipo campana, donde la región de kernel dominante favorece una aceleración más eficiente del flujo, alcanzando números de Mach más altos. Adicionalmente, esta configuración maximiza el empuje axial, lo que permite reducir la longitud total de la tobera y minimizar las pérdidas asociadas al empuje radial, comunes en la tobera cónica. Por el contrario, la tobera cónica presenta ondas de choque oblicuas en su sección divergente, lo que provoca pérdidas en el número de Mach a la salida. Estas pérdidas se originan en los cambios abruptos de presión y velocidad generados por la reflexión de dichas ondas, lo cual impacta negativamente su rendimiento general.

Asimismo, de forma preliminar se concluyó que la probabilidad de que se produzca una separación de flujo inducida por ondas de choque es menor en la tobera tipo campana. En contraste, en la tobera cónica, existe una mayor incertidumbre debido a la influencia predominante de las ondas de choque oblicuas, las cuales bajo ciertas condiciones podrían generar fenómenos de separación de flujo que comprometan la estabilidad del flujo y la estructura de la tobera. No obstante, se determinó que, para obtener conclusiones más precisas y confiables respecto a este comportamiento, sería necesario realizar simulaciones con un nivel de detalle más alto. Esto podría lograrse mediante el uso de modelos avanzados como LES y considerando el flujo en estado transitorio. Estas herramientas permitirían capturar mejor las dinámicas complejas del flujo y proporcionar una comprensión más detallada de los fenómenos asociados a la separación de flujo en ambas geometrías.

También se puede afirmar que la principal fuente de error identificada, considerando que tanto el modelo 1D como las simulaciones CFD parecen haber sido desarrollados de manera adecuada y muestran un alto grado de concordancia entre ellos, radica en la diferencia en los gases de combustión utilizados. En particular, para el caso de la tobera campana, el comportamiento observado fue prácticamente idéntico al modelo 1D, lo que refuerza la validez de los enfoques adoptados. Sin embargo, el uso de aire como gas en las simulaciones, en lugar de la mezcla de gases producto de la combustión, representa un supuesto que introduce diferencias en las propiedades termodinámicas del fluido, lo que afecta los resultados obtenidos con respecto a los reportados por el equipo 124.

En conclusión, los resultados obtenidos confirman que la tobera tipo campana, gracias a su diseño y configuración de flujo interno, ofrece un rendimiento más eficiente que la tobera cónica teniendo en cuenta el análisis realizado para altitudes variables. Por esta razón, resulta altamente recomendable considerar el diseño de toberas tipo campana para competencias de cohetes de pequeña y mediana escala como la Spaceport America Cup, dadas las ventajas significativas que proporcionan. Además, es fundamental profundizar en la investigación y realización de simulaciones CFD para el análisis de flujo supersónico en toberas. Estas simulaciones no solo permiten predecir con mayor precisión el rendimiento en términos de

impulso específico, sino que también facilitan la identificación de los fenómenos de flujo asociados, como la sobreexpansión, ondas de choque y la separación de flujo. Comprender estos fenómenos es esencial, ya que no solo impactan directamente en la eficiencia del cohete, sino que también pueden dar lugar a situaciones críticas. Si no se identifican y gestionan adecuadamente, podrían ocasionar accidentes o daños graves. Por ello, el uso de herramientas de simulación más avanzadas y detalladas es clave para garantizar la seguridad y optimización en el diseño y operación de toberas en cohetes.

8.2. Trabajo futuro

A lo largo de este documento se han destacado las complejidades inherentes al estudio y la simulación de flujo supersónico en aplicaciones de toberas de cohetes. Aunque se obtuvieron resultados satisfactorios y cercanos a lo esperado, aún existen diversas oportunidades para realizar mejoras y llevar a cabo estudios adicionales basados en este proyecto. Esto se debe a que los problemas de este tipo presentan numerosas complejidades desde las perspectivas química, termodinámica y de los fenómenos físicos que ocurren en estos escenarios. En este contexto, algunas de las mejoras y desarrollos adicionales que podrían considerarse son los siguientes:

1. Implementación de mecanismos de transporte de especies químicas: Incorporar modelos avanzados para simular el transporte y las reacciones de especies químicas dentro del flujo permitiría obtener resultados más precisos y alineados con los reportados por el equipo 124. Esto también podría ayudar a descartar la fuente principal de error identificada en este proyecto.
2. Simulaciones enfocadas en la separación de flujo: Realizar simulaciones transitorias con modelos más precisos podría capturar con mayor detalle los fenómenos de separación de flujo. Como se mencionó previamente, un análisis exhaustivo de estos fenómenos es crucial para evaluar si se generan inestabilidades en el flujo en configuraciones sobreexpandidas, lo que complementaría significativamente el análisis actual.
3. Análisis de otras geometrías de toberas: Aunque este estudio se centró en las toberas cónica y de campana, estas representan solo una fracción de las muchas geometrías desarrolladas en el ámbito aeroespacial. Un análisis comparativo con otras configuraciones, como las toberas tipo plug o las de campana dual, podría revelar ventajas adicionales, ya que estas últimas han demostrado un rendimiento superior en ciertas condiciones [26].
4. Estudios de transferencia de calor: La transferencia de calor por convección y radiación en el sistema es un aspecto relevante que no se abordó en este proyecto debido a las simplificaciones asumidas, como la consideración de un proceso isentrópico. Incorporar este análisis podría complementar de manera significativa los resultados obtenidos.

Es así como el estudio de flujo supersónico en toberas de cohetes plantea desafíos considerables, pero también abre múltiples oportunidades para profundizar en el análisis y optimizar los diseños futuros.

9. Referencias

[1] Khare, S., Saha, U.K. Rocket nozzles: 75 years of research and development. *Sādhanā* 46, 76 (2021). https://doi.org/10.1007/s12046-021-01584-6

[2] “2024 Spaceport America Cup - Intercollegiate Rocket Competition”. Spaceport America Cup. Accedido el 20 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://spaceportamericacup.com/

[3] Experimental Sounding Rocket Association, Spaceport America Cup: Intercollegiate Rocket Engineering Comtetition Rules & Requirements Document. Accedido el 20 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.soundingrocket.org/uploads/9/0/6/4/9064598/sa_cup_irec_rules___requirements_document_20201006_rev_e.pdf

[4] R.A. O’Leary and J.E. Beck, “Nozzle Design”, Boeing Threshold Journal, Spring 1992.

[5] A. Ponomarenko, RPA v.4.0.0. (2024). Alexander Ponomarenko. Accedido el 20 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.rocket-propulsion.com/index.htm.

[6] Universidad de los Andes, "Misión extraterrestre: proyecto uniandino aeroespacial PUA," Accedido el 24 de enero de 2025. [En línea]. Disponible: https://www.uniandes.edu.co/es/noticias/ciencia-tecnologia-y-salud/ingenieria/mision-extraterrestre-proyecto-uniandino-aeroespacial-pua.

[7] Universidad de los Andes, "Semillero de investigación SpaceTech UniAndes: Convocatoria de estudiantes de ‘STEM’," Accedido el 24 de enero de 2025. [En línea]. Disponible: https://www.uniandinos.org.co/wp-content/uploads/2022/11/ConvocatoriaSTEM-2022.pdf.

[8] Universidad de los Andes, La academia y su compromiso con la conquista del espacio. Accedido el 20 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.uniandes.edu.co/es/noticias/ingenieria/la-academia-y-su-compromiso-con-la-conquista-del-espacio.

[9] G. D. House y R. D. Conway, "Team 124 Technical Report for the 2024 Spaceport America Cup," Dropbox. Accedido el 20 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.dropbox.com/scl/fo/1esn53zry4i2fjv8t0i5m/ABTbk8A2A9bhiVj74qt7v-0?dl=0&e=1&preview=Team_124_Technical_Report_2024_Spaceport_America_Cup.pdf&rlkey=chkbse71359m5jrlwx5wczgy6&st=6go4n431

[10] Suministro de Especialidades. *Poly bd® R45 HTLO.* Accedido el 20 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://suministro.com.mx/pdfs/1165.pdf

[11] M. F. Gomes, "Internal Ballistics Simulation of a Solid Propellant Rocket Motor," *UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR, Engenharia, Covilhã,* Outubro 2013

[12] NASA Glenn Research Center, "Specific Impulse." Accedido el 21 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/specimp.html.

[13] Newlands, Rick. “The Thrust Optimised Parabolic Nozzle.” Aspirespace Rocket Engineering Society, 18 Apr. 2017, http://www.aspirespace.org.uk/downloads/Thrust%20optimised%20parabolic%20nozzle.pdf.

[14] A. Ponomarenko, "RPA: Design Tool for Liquid Rocket Engine Analysis," enero 2009.

[15] Proptools Documentation, "Solid Propellant Rocket Motors." Accedido el 23 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://proptools.readthedocs.io/en/latest/solid_tutorial.html#:~:text=r%20is%20the%20rate%20at,combustion%20experiments%20on%20the%20propellant.

[16] Rocket Propulsion Analysis (RPA). "Features." Accedido el 23 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.rocket-propulsion.com/RPA/features.htm.

[17] “Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust,” G.V.R. Rao, Jet Propulsion 28, 377 (1958)

[18] J. D. Anderson, Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications. McGraw-Hill International Editions: Mechanical Engineering, 1995.

[19] Y. A. Çengel, J. M. Cimbala, M. Kanoğlu, and R. H. Turner, Fundamentals of Thermal-fluid Sciences. McGraw-Hill Education, 2016.

[20] NASA Glenn Research Center, "Rocket Thrust Summary." Accedido el 21 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/rktthsum.html.

[21] NASA Glenn Research Center, "Mass Flow Rate Equations." Accedido el 21 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/mass-flow-rate-equations/.

[22] Asthana Y (2022) CFD Analysis of Different Types of Advanced Rocket Nozzles in Ansys. Int J Adv Technol. 13:174.

[23] Agarwal, Tushar. (2023). Computational Fluid Analysis and Optimization of Rocket Engine Nozzles at Various Divergent Angles. 10.21203/rs.3.rs-3059286/v1.

[24] Baloni, Beena & Kumar, Sonu & Channiwala, S.. (2017). Computational Analysis of Bell Nozzles. 10.11159/ffhmt17.110.

[25] ANSYS, Inc. (2021). Ansys Fluent Theory Guide. Southpointe.

[26] Saleh, Sherif & He, Weiliang. (2017). Ascending Performance Analysis for High Altitude Zero Pressure Balloon. Advances in Space Research. 59. 10.1016/j.asr.2017.01.040.

[27] Baidya, Raman & Pesyridis, Apostolos & Cooper, Maxim. (2018). Ramjet Nozzle Analysis for Transport Aircraft Configuration for Sustained Hypersonic Flight. Applied Sciences. 8. 574. 10.3390/app8040574.

[28] Malay S Patel, Sulochan D Mane and Manikant Raman, Concepts and CFD Analysis of De-Laval Nozzle. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, 7(5), 2016, pp. 221–240. http://iaeme.com/Home/issue/IJMET?Volume=7&Issue=5

[29] Zhou, Zhitan & Liang, Xiaoyang & Zhao, Changfang & Le, Guigao & Ding, Yifu. (2019). Investigations of Base Thermal Environment on Four-Nozzle Liquid Launch Vehicle at High Altitude. Journal of Spacecraft and Rockets. 57. 1-9. 10.2514/1.A34492.

[30] NASA, "Oblique Shock Waves." Accedido el 12 de enero de 2025. [En línea]. Disponible: https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/oblique.html.

[31] D. Munday y E. Gutmark, «FLOW STRUCTURE of SUPERSONIC JETS from CONICAL C-D NOZZLES,» 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, San Antonio, 2009.

[32] Ryota Muraoka, Toshihiko Hiejima; Onset conditions for Mach disk formation in underexpanded jet flows. Physics of Fluids 1 November 2022; 34 (11): 116125. https://doi.org/10.1063/5.0122861

[33] ANSYS, "Wave Interactions," Innovation Space, Accedido el 12 de enero de 2025. [En línea]. Disponible: https://innovationspace.ansys.com/courses/wp-content/uploads/sites/5/2020/12/S1-LT3-C3-L2_Final.pdf.

[34] A. Hadjadj, M. Onofri, Nozzle flow separation. (19) (2009) 163-169, http://doi10.1007/s00193-009-0209-7.

[35] R. A. Lawrence, Symmetrical and unsymmetrical flow separation in supersonic nozzles, RR-67-1, NASA-CR-92587, Southern Methodist Univ., Dallas, TX, United States, Apr. 6, 1967.

[36] Nasuti, F., Onofri, M. Shock structure in separated nozzle flows. *Shock Waves* 19, 229–237 (2009). https://doi.org/10.1007/s00193-008-0173-7

[37] R. Castner, K. Zaman, A. Fagan, and C. Heath, "Wedge Shock and Nozzle Exhaust Plume Interaction in a Supersonic Jet Flow," Journal of Aircraft, vol. 54, no. 1, pp. 125-134, Jan. 2017, doi: 10.2514/1.C033623. Available: https://arc.aiaa.org/doi/full/10.2514/1.C033623.

[38] Srathonghuam, Kamonwan & Boonpan, Adulyasak & Thongsri, Jatuporn. (2022). CFD Simulation of gas flow in a 122 mm supersonic nozzle. 1-4. 10.1109/ITC-CSCC55581.2022.9894927.

10. Anexos

ANEXO A

Codigos de Matlab para modelos 1D de las toberas.

Cónica:

```
%% Propiedades iniciales
p0=5.516*10^6; %Pa
T0=2984.85; %K
pe=101325; %Pa

%% Areas de la tobera
xi=[];
```

```
xi=[4.35,3.683,3.017,2.35,1.818,1.503,1.323,1.26,1.25,1.317,1.451,1.585,1.693,1.855,1.99,2.125,2.26,2.395,2.528,2.659,2.791,2.922,3.054,3.186,3.317,3.37];
A=[];
for i = 1:length(xi)
    A_i=(pi/4)*((xi(i)*25.4)/1000)^2;
    A=[A,A_i];
end
%% Cálculo de Mach
k=1.28488897
M_i=[];
for g=1:find(A==min(A))
    f(M)=1/M*(2/(k+1)*(1+(k-1)/2*M^2))^((k+1)/(2*(k-1)))-(A(g)/min(A));
    assume(M>0 & M<=1)
    M1 = solve(f(M)==0)
    M_i=[M_i,M1];
    if A(g)/min(A)==1
    M1=1
    M_i=[M_i,M1];
    end
end

for g=find(A==min(A))+1:length(A)
    f(M)=1/M^2*(2/(k+1)*(1+(k-1)/2*M^2))^((k+1)/((k-1)))-(A(g)/min(A))^2;
    assume(M>1 & M<4)
    M1 = solve(f(M)==0)
    M_i=[M_i,M1];
end
x=[0,0.25,0.5,0.75,1,1.25,1.5,1.75,1.88,2,2.25,2.5,2.75,3,3.25,3.5,3.75,4,4.25,4.5,4.75,5,5.25,5.5,5.75,5.85]

figure(1)
clf
plot(x,M_i)
grid
xlabel("Posición x (in)")
ylabel("Mach")
%% Cálculo de Presión
syms p2
p_2=[];
for g=1:length(M_i)
    f(p2)=(1+(k-1)/2*M_i(g)^2 )^(k/(k-1))-(p0/p2);
    p2s = solve(f(p2)==0);
    p_2=[p_2,p2s];
end
figure(2)
clf
plot(x,p_2)
grid
xlabel("Posición x (in)")
ylabel("Presion parcial (Pa)")
```

Campana:

```
%% Propiedades iniciales
p0=5.516*10^6; %Pa
T0=2984.85; %K
```

```
pe=101325; %Pa

%% Areas de la tobera
xi=[];
xi=[4.35,4.231,3.684,3.034,2.393,1.716,1.413,1.269,1.25,1.312,1.563,1.8,2.021,2.227,2.417,2.591,2.75,2.893,3.023,3.141,3.248,3.344,3.37];
A=[];
for i = 1:length(xi)
    A_i=(pi/4)*((xi(i)*25.4)/1000)^2;
    A=[A,A_i];
end
%% Cálculo de Mach
k=1.28488897
M_i=[];
for g=1:find(A==min(A))
    f(M)=1/M*(2/(k+1)*(1+(k-1)/2*M^2))^((k+1)/(2*(k-1)))-(A(g)/min(A));
    assume(M>0 & M<=1)
    M1 = solve(f(M)==0)
    M_i=[M_i,M1];
    if A(g)/min(A)==1
    M1=1
    M_i=[M_i,M1];
    end
end

for g=find(A==min(A))+1:length(A)
    f(M)=1/M^2*(2/(k+1)*(1+(k-1)/2*M^2))^((k+1)/((k-1)))-(A(g)/min(A))^2;
    assume(M>1 & M<4)
    M1 = solve(f(M)==0)
    M_i=[M_i,M1];
end
x=[0,0.25,0.5,0.75,1,1.25,1.5,1.75,1.88,2,2.25,2.5,2.75,3,3.25,3.5,3.75,4,4.25,4.5,4.75,5,5.072]

figure(1)
clf
plot(x,M_i)
grid
xlabel("Posición x (in)")
ylabel("Mach")
%% Cálculo de Presión
syms p2
p_2=[];
for g=1:length(M_i)
    f(p2)=(1+(k-1)/2*M_i(g)^2 )^(k/(k-1))-(p0/p2);
    p2s = solve(f(p2)==0);
    p_2=[p_2,p2s];
end
figure(2)
clf
plot(x,p_2)
grid
xlabel("Posición x (in)")
ylabel("Presion parcial (Pa)")
```