Grafende Masaüstü Parçacık Fiziği ve Gravitasyon

Program Kodu: 1001

Proje No: 113F103

Proje Yürütücüsü:
Prof. Dr. Bekir S. KANDEMİR

Araştırmacılar:
Dr. Ümit ERTEM
Dr. Aybey MOLLAOĞULKOÇ

Danışman:
Prof. Dr. Satılmış ATALAY

Bursiyerler:
Defne AKAY
Neslihan GÖKÇEK

EYLÜL 2016
ANKARA

ÖNSÖZ

Bu projede, 36 ay boyunca, grafendeki elektronların; elektronik band yapılarının (i) spin-yörünge etkileşimi varlığında elektron-fonon etkileşmelerinin (ii) topolojik kusur ve safsızlık varlığında magnetik alanın nasıl değiştiği, (iii) üçgensel eğrilik varlığında Fermi hızlarının elektron-fonon etkileşmesinin nasıl renormalize ettiği ve (iv) parçacık fiziği ve gravitasyon konularındaki problemlerin grafendeki etkileri aracılığıyla incelenmelerine ilişkin çalışmalar yapılmıştır. Bu çerçevede dört adet basılı ve beş adet önbasım olmak üzere toplam dokuz adet yayın üretilmiş, yapılan çalışmalar uluslararası konferanslarda bir poster ve altı bildiri olarak sunulmuştur. Projedeki araştırmalar yeni araştırma konularının ortaya çıkmasına yol açmış ve yeni bir proje ortaya çıkartmıştır. Projedeki doktora öğrencilerinden birisi (Defne Akay) doktora tezini savunarak mezun olmuş, diğeri (Neslihan Gökçek) ise yıl sonunda tezinin tamamlayıp mezun olma noktasına gelmiştir.

Projenin gerçekleştirilebilmesine olanak sağlayan TÜBİTAK 1001 programına, projeyi değerlendiren uzman ve hakemlere ve Matematik-Fizik araştırma grubuna da teşekkürlerimizi sunarız.

İçindekiler

Önsöz

Özet ..... **iv**

Abstract ..... **v**

1. Giriş **1**

2. Literatür Özeti **3**

3. Gereç ve Yöntem **5**

4. Bulgular **5**

4.1 Saf grafende spin bağımlı polaron oluşumu 5

4.2 Grafen konilerde pseudo-Zeeman yarılmasının manyetik alan ile kontrolü 6

4.3 Grafende spin-yörünge çiftlenimi varlığında elektron-akustik fonon etkileşmesinin etkileri 7

4.4 Grafende manyetik alanla kiral simetri kırılması 7

4.5 Grafende BTZ karadeliğinin modellenmesi 8

4.6 Yüklü BTZ karadeliğinin grafende modellenmesi 9

4.7 Grafende Rashba spin-yörünge çiftlenimi varlığında elektron-fonon etkileşmeleri 9

4.8 Grafende Rashba spin-yörünge çiftlenimi ve Haldane kütle terimi varlığında elektron-fonon etkileşmeleri 10

4.9 Üçgensel eğrilmenin grafende elektron-fonon etkileşmesine etkileri 10

5. Sonuç **11**

Kaynaklar **12**

ÖZET

Grafendeki yük taşıyıcılarının özellikleri, parçacık fiziği ve gravitasyon sistemlerinin grafen ile modellenebilmesi sonucunu ortaya çıkarır. 36 ay süren bu projede, elektron-fonon ve spin-yörünge etkileşmeleri ile topolojik kusurların varlığının grafen yük taşıyıcılarının enerji spektrumlarına olan etkileri incelenmiş, ve 2+1 boyutlu BTZ kara deliği eşiri bir grafen yüzeyi ile modellenmiştir.

Projede elde edilen temel sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

i) K noktasında konik band yapısına sahip yük taşıyıcılarının yine K noktasındaki fononlarla etkileşmelerinden dolayı kiral simetriyi bozmaksızın oluşan terahertz bölgesindeki mini band aralığının, manyetik alan ile kontrol edilebileceği teorik bir model geliştirilmiş, ve yine Rashba spin-yörünge bağlaşımının varlığında grafendeki akustik fononların elekronik spektrumu nasıl etkilediği incelenmiştir (Kandemir ve Mogulkoc 2015, Mogulkoc 2015,)

ii) Spin-yörünge bağlaşımının varlığında, grafendeki dejenere boyuna ve enine optik fononların elektronlar ile etkileşmesi dikkate alınarak, elekronik spektrumu nasıl etkilediği incelenmiş ve spin bağımlı polaron oluşumu için kriterler bulunmuştur (Mogulkoc, Modarresi ve Kandemir 2015)

iii) Topolojik safsızlıkların varlığında grafenden oluşturulmuş grafitik konilerin elektronik spektrumlarının elde edilerek grafende Zeeman yarılmasının safsızlık yükü ve manyetik alan ile nasıl değiştiği, spin-yörünge etkileşmesi varlığında elektronların A_{1g} simetrili fononlar ile etkileşmesi sonucu elektronik band yapısındaki değişiklikler ve üçgensel eşirilişin varlığında elektronların E_{2g} simetrili fononlar ile etkileşmesinin Fermi hızı üzerine etkileri incelenmiştir (Kandemir ve Akay 2015, Kandemir ve Akay 2016a, Kandemir ve Akay 2016b, Kandemir ve Gokcek 2016).

iv) Beltrami trompeti olarak adlandırılan negatif eşrilikli bir yüzeyden yapılma grafen tabakasına karşılık gelen BTZ karadeliğini modelleyecek Dirac Hamiltoniyeni yazılmış ve buna ait özdeğer denklemini çözülerek, yüksüz ve yüklü BTZ kara deliklerinin nano yapılarda özelliklerini simüle edebilecek bir model öne sürülmüştür (Kandemir ve Ertem 2016a, Kandemir ve Ertem 2016b).

Projede elde edilen sonuçlar sadece grafende manyetik alan aracılığı ile kiral simetri kırılmasını, aralık oluşumu ve Fermi hızının renormalizasyonunda elektron-fonon etkileşmelerinin esas rolünü anlamaya yol açmakla kalmayacak, bir parça grafen tabakasında parçacık fiziği, kuantum alan teorisi ve gravitasyon kavramlarının anlaşılmasına da yardımcı olacaktır.

Anahtar Kelimeler: Grafen, Elektron-fonon etkileşmesi, Kütlesiz Dirac fermiyonları, Topolojik kusurlar, Dirac-Weyl denklemi, Beltrami trompeti, BTZ kara deliği

ABSTRACT

Properties of graphene charge carriers allow to modelling particle physics and gravitation systems in graphene. In this project, during 36 months, the effects of electron-phonon and spin-orbit interactions together with topological defects onto the energy spectrum of graphene charge carriers are investigated, and 2+1 dimensional BTZ black hole is also modelled with a curved graphene surface.

The basic results obtained from the project can be summarized as follows;

i) A theoretical model that allows to tune the terahertz mini band gap without breaking the chiral symmetry arising from the interactions of conic band shaped charge carriers at K point with the K point phonons by introduction of a magnetic field is developed, and it is also investigated how the interaction of electrons with the acoustic phonons of graphene affect the electronic spectrum in the presence of Rashba spin-orbit coupling (Kandemir and Mogulkoc 2015, Mogulkoc 2015).

ii) In the presence of Rashba spin-orbit coupling, it is studied how the electronic spectrum is affected by the interactions of LO and TO phonons of graphene with electrons, and criteria for spin-dependent polaron formation are also found. (Mogulkoc, Modarresi and Kandemir 2015).

iii) In the presence of topological defects, by obtaining the electronic spectrum of graphitic cones, it is studied how the Zeeman splitting is changed by a charged impurity and by introduction of a magnetic field. In the presence of spin-orbit interaction, the changes in the electronic band structure as a result of the interaction of electrons with phonons having A_{1g}-symmetry, and in the presence of trigonal warping, the effects of the interaction of electrons with E_{2g}-symmetry phonons on Fermi velocity are also investigated. (Kandemir and Akay 2015, Kandemir and Akay 2016a, Kandemir and Akay 2016b, Kandemir and Gökçek 2016).

iv) The Dirac Hamiltonian that can model the BTZ black hole which corresponds to a graphene sheet made from a negative curvature surface called Beltrami trumpet is written and by solving its associated eigenvalue equation, an experimental analogue model that can simulate the properties of uncharged and charged BTZ black holes in nanostructures is introduced (Kandemir and Ertem 2016a, Kandemir and Ertem 2016b).

The results in this project will not only provide a significant improvement in understanding the main role of electron-phonon interactions in velocity renormalization of charge carriers, gap formation and chiral symmetry breaking in graphene via magnetic field, but also will be helpful to understand some concepts of particle physics, quantum field theory and gravitation in a graphene sheet.

Key Words: Graphene, Electron-phonon interaction, Massless Dirac fermions, Topological defects, Dirac-Weyl equation, Beltrami trumpet, BTZ black hole

1. GİRİŞ

Grafenin keşfiyle birlikte, fiziksel özelliklerini anlamak için birçok deneysel ve teorik çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu anlamda grafen, derin olmayan aralıklı (gap) yarıiletkene veya düşük olarak overlap olmuş yarı metale benzerlik göstermektedir. Grafendeki yük taşıyıcıları, yüksek *n* konsantrasyonlarda (10^{13} cm^{-2}) elektronlar ile deşikler arasında ayarlanabilirdir ve yüksek bir mobilite sergilerler. Dahası, mobilitenin sıcaklığa bağımlılığı düşüktür ve böylece safsızlıklardan saçılma sınırlanmıştır. Bu durum yük taşıyıcılarının balistik olarak iletimine imkân sağlar. Bunların yanı sıra, grafende oda sıcaklığında bile kuantum Hall etkisi gözlemlemek mümkündür. Standart kuantum hall etkisine göre platolar ½ faktörlük kaymaya uğrar (Novoselov ve Geim, 2007).

Grafenin band yapısı, band diplerinde konik bir davranış sergilerken artan dalga vektörü *k* değerlerinde parabolik bir davranış gösterir. Elektronik özelliklerin belirlenmesinde düşük *k* vektörlü konik bölge ($|E| < 1\text{eV}$) etkilidir. Yoğun madde fiziğinde birçok sistemin band yapısı k^2 bağımlı olmasından nedeniyle Schrödinger denklemi ile tasvir edilir. Ancak, grafendeki bu konik davranış lineer bir dalga denklemini gerektirir. Grafendeki yük taşıyıcılarının yani kütlesiz Dirac fermiyonlarının hızı $v_F \approx 10^6$ m/s gibi yüksek bir değere sahip olması, grafeni tasvir etmesi bakımından (2+1) boyutlu Dirac denklemini önemli bir aday haline getirir. Kütlesiz Dirac fermiyonları kütlesini kaybetmiş elektronlar ya da elektron yüküne sahip nötrinolar olarak tasvir edilebilirler. Bu nedenle grafeni tasvir eden denklem Dirac-Weyl denklemi olarak da adlandırılabilir.

Grafenin bal peteği örgüsü A ve B olarak isimlendirilen, karbon atomlarından meydana gelen iki eşdeğer alt örgünün üst üste gelmesiyle oluşmuştur. Dirac-Weyl denkleminin çözümleri olarak gelen iki bileşenli spinörlerin bileşenleri bu alt örgüleri tasvir etmektedir. Yani, bu alt örgüler kuantum elektrodinamiğindeki (QED) spin indisine karşılık gelirler. Grafende bu bileşenler spinden ziyade pseudospin olarak adlandırılırlar. Spin-yörünge etkileşmesi pseudospin ve gerçek spin karışımına sebep olur ve spektrumda aralık (gap) oluşur (Kane ve Mele, 2005).

Bilindiği üzere fononlar yoğun madde içerisindeki örgü titreşimlerinin kuantumlanmasıyla oluşan bozonlardır. Kristal malzemeler için fonon spektrumu önemlidir. Ses hızı, termal iletkenlik veya özısı gibi birçok fiziksel özellik fonon spektrumuna bakılarak incelenebilir. Ayrıca, fononlar uyarılmış durum dinamiğinde ve elektriksel taşınım özelliklerinde önemli rol

oynarlar. Optik ya da elektronik uyarılmalar titreşimsel uyarılmalara dönüşebildiği gibi farklı durumlara fononlarca saçılabilirler.

Grafenin fonon spektrumu kısmi olarak İnelastik Nötron Saçılması'yla, Elektron Enerji Kayıp Spektroskopisiyle ve İnelastik X-ışını Saçılmasıyla ölçülür. Dispersiyon deneysel olarak çoğunlukla Γ-K, Γ-M ve K-M doğrultusunda ölçüm yapılarak elde edilir. 400 cm^{-1} altındaki modları belirlemek için İnelastik Nötron Saçılması deneyleri kullanılırken (Huang vd., 2006) yüksek enerjili modları belirlemek için x-ışını Saçılması deneyleri kullanılır (Mohr vd., 2007). Grup teorik (D_{6h} nokta-grup simetrisi) kısıtlamalardan dolayı Grafende altı fonon modu mevcuttur. Bunlardan dört tanesi düzlem-içi (in-plane) modlara karşılık gelirken diğer ikisi düzlem dışı (out-of-plane) modlara karşılık gelir.

İnce yapı sabiti elektromanyetik etkileşimlerin gücünün bir ölçüsüdür. Dış potansiyel varlığında Dirac parçacıkları için bu ince yapı sabiti $\alpha = e^2 / \varepsilon \hbar v_F \approx 1$ şeklinde ifade edildiğinden güçlü pertürbatif olmayan etkiler meydana getirir. Böylece grafen, elektronik özellikleri üzerinde topolojik etkilerin ve güçlü kuantum elektrodinamik etkileşimlerin incelenmesi için ideal bir sistemdir.

Eğrisel geometriye sahip bir grafen yüzeyi, bu yüzeye karşılık gelen (2+1)-boyutlu bir metrikle betimlenebilir. Laboratuvar ortamında oluşturulan böyle bir eğri grafen yüzeyi, eğri uzay-zamandaki kuantum alan teorisi için bir fiziksel realizasyon olarak incelenebilir (Cortijo vd., 2012).

Projenin ana temasını grafenin morfolojik yapısının, geometrisinin ve kütlesiz Dirac elektronlarının band dispersiyonunun örgüsel yapısının, elektron-fonon etkileşmesi, manyetik alan, topolojik kusur, sınır şartlarının ve alttaştan kaynaklanan Rashba tipi etkileşime nasıl bağlı olduklarının belirlenmesi ve tüm bu etkilerin teorik olarak modellenmesi oluşturmaktadır.

Projenin konusu, parçacık fiziği ve gravitasyon alanındaki kavramlarının (örneğin QED ve QCD'deki gibi enerji bağımlı bir elektron-fonon bağlaşım sabitinin varlığı, QED'nin kırılış kritik yükün belirlenmesi, kara deliklerin laboratuvarda simüle edilmeleri gibi) nano ölçekte yoğun madde fiziğinde modellenmesini kapsamaktadır.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Grafenin keşfedilmesiyle (Novoselov vd., 2004; Novoselov vd., 2005) birlikte elektron-fonon etkileşmesi üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Γ noktasındaki iki katlı dejenere optik fononlar ile elektronların etkileşmesi Dirac noktalarında bir enerji aralığına sebep olmamakla birlikte (Pisana vd., 2007; Dubay ve Kresse 2003), vadiler arası π bandlar arası ve vadiler arası π band içi saçılmalara önemli katkılar getirir (Rana vd., 2009). Bu fonon modları, iki alt örgünün (A ve B) farklı fazlı düzlem içi yer değiştirmelerini içermesi sebebiyle sadece K (Κ) noktalarını kaydıran bir etki gösterirler. Bundan dolayı bandlar hala Dirac konileri ile tasvir edilirler (Pisana vd., 2007). Grafenin yarımetal (aralıksız yarı iletken) olması sebebiyle elektron-E_{2g} fonon etkileşmesi için Dirac konileri birbirlerinden bağımsız olarak ele alınamazlar. Tek band yaklaşımları sadece bandlar arası geçişi dikkate alır ve gapin olmamasını göz ardı eder. Bu nedenle π (π^*) değerlik (iletim) bandından π^* (π) iletim (değerlik) bandına elektron (delik) geçişi ihmal edilir.

Γ noktasında lineer davranan iki akustik fonon modunun katkılarına bakmak da mümkündür. Akustik fononlar optik olanlara göre daha düşük enerjiye sahip olmakla birlikte optik fononlar ile benzer etkiler gösterirler. Öte yandan, elektron ile en yüksek frekanslı A_{1g} fononunun etkileşmesi Kekulé distorsiyonuna neden olmakla birlikte gap oluşumundan sorumlu mekanizmalardan birisi olarak bilinir (Samsonidze vd., 2007). Kekulé distorsiyonu, klasik benzen molekülünde olduğu gibi kısa ve uzun bağların değişimi hegzagon ağından oluşur. Bu etkinin grafenin enerji spektrumuna olan katkısı daha önce teorik olarak incelenmemiştir. Elektron ile A_{1g} fononu etkileşmesinden kaynaklanan gap oluşumuna ait niceliksel bir tartışma ilk olarak (Samsonidze vd., 2007)'de verilmiştir. Bu çalışmada, 10 meV'luk mini gap oluşumundan ve Kohn anomaliden (Samsonidze vd., 2007; Piscanec vd., 2004) sorumlu elektron-fonon çiftlenimi, oda sıcaklığında sıkı bağ yaklaşımı ile dikkate alınarak incelenmiştir.

Grafendeki yük taşıyıcıları etkin olarak ışık hızının 1/300'ü kesrinde kütlesiz Dirac denklemine uyum göstermesi nedeniyle bazı göreli olguların da araştırılmasına imkân sağlar. Bunlardan bir tanesi Klein Paradoksudur. Klein paradoksu olarak bilinen kavram, göreli parçacığın en yüksek ve geniş potansiyel bariyerine engelsiz nüfuz etmesidir. Klein paradoksu kuantum elektrodinamiğinin oldukça ilginç sonuçlarından biridir. Bu fenomen parçacık fiziği, nükleer fizik ve astrofizik alanlarında oldukça tartışılmış ancak temel parçacıklarla test edilemeyeceği kanaatlanmıştır. Grafende yük taşıyıcılarının kiral doğası böyle bir deneye imkân sağlar. Gerçek grafen numunelerinde düzensizlik içeren iyi belirlenmiş bir engel

oluşturmak için, deneylerde $\sim 10^5$ V cm^{-1} olarak kullanılması önemlidir. Bu büyüklük temel parçacıklar için Klein paradoksunun gözlenmesi için gerekli alanın on bir mertebe küçüktür. Böyle bir olgunun grafende test edilmesi 2006 yılında (Katsnelson vd., 2006) tarafından önerilmiştir. Bu düşünce deneyi 2009 yılında (Young ve Kim, 2009) tarafından deneysel olarak doğrulanmıştır. Diğer bir göreli olgu ise parçacık-anti parçacık durumları arasında salınıma sebep olan zitterbewegung dur. Zitterbewegungün grafenin minimal iletkenliğinden sorumlu olabileceği düşünülmektedir (Katsnelson, 2006).

Grafende sıra dışı bir özellik de, eğrilik in tanımı ile ilgilidir. Eğrilik ise grafende ayar alanı indükler (Pachos vd., 2008; Chakraborty vd., 2011). Bir koni iki boyutlu düzleme topolojik kusur aktarılarak elde edilebilir ki, bu durum açısal sığır derilerini değiştirmekle mümkündür. İki boyutlu yapıların kararlı bir şekilde bulunabileceği ini gösteren grafen yapılarda açısal sığır koşullarını Dirac spinorları aracılığıyla değiştirilir. Bugüne kadar grafen üzerine yapılan çalışmalarda, grafen örgülerden elde edilebilen beş farklı koni sınıfı olduğu gözlenmiştir (Krishnan vd., 1997). Bunlar dışarlama sayılarına göre farklılık gösterir ve koninin tepesi yakınlarında yerleşmiş karbon halkalar olarak görülebilir.

Üç boyut içerisine gömülebilecek eğri yüzeylere bir örnek, geometrik ifadesi

$$ds^2 = -dt^2 + d\rho^2 + C^2(\rho)d\phi^2$$

İşle verilen Beltrami Trompeti yüzeyidir; burada $0 \le \rho < \infty$, $0 \le \phi < 2\pi$ ve $C(\rho)$, ρ'nun bir fonksiyonudur. Bu metrik ise geometrik olarak (2+1)-boyutta, negatif kozmolojik sabitli Einstein alan denklemlerinin bir çözümü olan BTZ kara delik metriği (Banados vd., 1992) ile konformal olarak

$$ds^2_{BTZ} = -\Delta dt^2 + \frac{dr^2}{\Delta} + r^2\left(d\phi - \frac{J}{2r^2}dt\right)^2$$

olacak şekilde ilişkilidir; Bu metriğe ait Dirac denklemini yazarak çözmek ise, grafende kozmolojik modelleme yapmak demektir. Bu konuda yayınlanmış sadece dört adet yayın mevuttur (Iorio, 2012; Cvetic ve Gibbons, 2012; Iorio ve Lambiase, 2012; Chen ve Rosu, 2012).

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Projenin konusu kuramsal çalışmalara dayandığından farklı problemler için o probleme uygun yöntemler ele alınıp incelemeler yapılmıştır.

Grafendeki elektron-fonon etkileşmelerinin etkileri ile ilgili çalışmalarda, grafene ait Fröhlich tipi çok parçacık Hamiltonyeninin özdeğerleri Lee-Low-Pines tipi üniter dönüşümler kullanılarak hesaplanmıştır. Spin-yörünge etkileşimleri ve topolojik kusurların elektronik bant yapısına etkileriyle ilgili konular da pertürbasyon ve varyasyon öntemleri kullanılarak analiz edilmiştir.

BTZ karadeliğinin eğri bir grafen yüzeyi ile modellenmesi probleminde ise eğri uzay-zamandaki Dirac denklemine karşılık gelen hermitsel Dirac Hamiltonyeninin bulunmasında psödo-Hermitsel kuantum mekaniği yöntemleri kullanılmıştır. Bu Hamiltonyene ait özdeğerlerin bulunmasında kesikli baz kümesi (discrete-basis-set) yöntemi aracılığıyla yapılmıştır. Bu yöntemler ve yol açtıkları sonuçlar, bulgular kısmında detaylı olarak incelenmiştir.

4. BULGULAR

4.1 Saf grafende spin bağımlı polaron oluşumu

Mogulkoc, A., Modarresi, M., and Kandemir, B. S. 2015. "Spin dependent polaron formation in pristine graphene", European Physical Journal B, 88, 49

Grafenin düzlem içi fonon modlarından E_{2g} optik fonon modları dikkate alınmıştır. Spin-yörünge çiftlenimlerinin ve elektron-E_{2g} fonon etkileşmesinin varlığındaki Fröhlich tipi çok parçacık Hamiltonyeninin özdeğerleri Lee-Low-Pines tipi üniter dönüşümler kullanılarak hesaplanmıştır.

Yapılan analizler sonucunda, hem elektron polaronu hem de deşik polaronu oluşumu gözlenmiştir. Polaronik etkinin her iki yük taşıyıcısı için spin-yörünge etkileşmesi ile azaldığı tespit edilmiştir. Polaron öz-enerjisindeki (self-enerji) değişimler spin-yukarı ve spin-aşağı durumlara göre farklılık göstermektedir. k dalga vektörüne göre polaron oluşum enerji değişimleri dikkate alındığında, spin-aşağı durumları azalıp negatif katkı verirken spin-yukarı durumları artarak, kritik bir k değerinin ötesinde polaron oluşumunu destekleyici katkıda

bulunduğu anlaşılmaktır. Ayrıca, deşik polaronun, elektron polaronuna göre daha enerjik olduğu gözlemlenmiştir.

Enerji bağıntılarının analitik süreç işletilerek hesaplanmasına ek olarak, durumlar yoğunluğu (DOS), DC iletkenlik ve kutuplanma analizleri nümerik yöntemler dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. İncelenen DOS eğrilerinin enerji bağıntılarını destekliği gözlemlenmiştir. Bunların yanısıra, negatif ve pozitif Fermi enerjileri için sırasıyla, fononların desteklediği ve fononların sönümlediği DC iletimlerin oluştuğu anlaşılmaktır. Bu sistemin mükemmel spin kutuplu (spin polarized) bir iletkenliğe sahip olduğu gözlemlenmiştir.

4.2 Grafen konilerde psödo-Zeeman yarılmasının manyetik alanla kontrolü

Kandemir, B.S., and Akay, D. 2015. "Tuning the pseudo-Zeeeman splitting in graphene coes by magnetic field", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 384, 101

Aralıklı grafen konilerin tepesinde uzun menzilli Coulomb safsızlığının varlığında, enerji spektrumu üzerine manyetik alanın etkisi incelenmiştir. Düşük dereceli enerji seviyeleri pertürbasyon teorisi çerçevesinde elde edilmiştir. Koniksel topolojik kusurlu aralıklı grafenin enerji spektrumu üzerine Coulomb safsızlığının ve manyetik alanın birleştirilmiş etkileri tartışılmaktır.

Aralıklıgrafende Brillouin bölgesinde, K noktalarıcivarında grafen düzlemine dik bir manyetik alan ve tek Coulomb yüklü safsızlık varlığında taşıyıcılar için düşük enerjili etkin Dirac denklemi yazılmaktır. Topolojik olarak elde edilmiş ayar alanının Dirac denklemine dahil edilmesi ile birlikte, koninin tepesinde Coulomb safsızlığı varlığında grafen koninin düşük enerjili uyarımları için etkin Hamiltonyen elde edilir. Aralıklı grafen koni için kritik çiftlenim sabiti üzerinde manyetik alanın etkisi pertürbasyon teorisi çerçevesinde enerji özdeğerine birinci dereceden düzeltme olarak yazılabileceğinden, manyetik alanın varlığındaki enerji özdeğerleri bu şekilde bulunabilir.

Bulunan enerji özdeğerleri analiz edildiğinde, aralıklı grafenin enerji seviyelerinin uzun menzilli Coulomb safsızlığı ile birlikte koniksel topolojik kusur ve homojen manyetik alanın varlığından nasıl etkilendiği ve topolojik kusurun varlığında, manyetik alanın açılmasıyla birlikte pseudo-Zeeman yarılmasının arttığı görülmüştür.

4.3 Grafende spin-yörünge çiftlenimi varlığında elektron-akustik fonon etkileşiminin etkileri

Mogulkoc, A. 2015. "Effects of electron-acoustic phonon interaction in the presence of spin-orbit couplings in graphene", Physica B, 473, 20

Grafenin düzlem içi fonon modlarından lineer davranış gösteren Γ noktasına civarındaki akustik fonon modlarına dikkate alınmıştır. Spin-yörünge (İçsel ve Rashba) ve Γ noktasına civarındaki elektron-akustik fonon etkileşmesinin varlığında grafene ait Fröhlich tipi çok parçacık Hamiltonyeninin özdeğerleri Lee-Low-Pines tipi üniter dönüşümler kullanılarak hesaplanmıştır.

Yapılan analizler sonucunda, polaronik etkinin spin-yörünge etkileşmesi ile azaldığı tespit edilmiştir. Polaron öz-enerjisindeki (self-energy) değişim spin-yukarı ve spin-aşağı durumlara göre farklılık göstermektedir. k dalga vektörüne göre polaron oluşum enerji değişimleri dikkate alındığında, spin-aşağı durumlara azalan negatif katkı verirken spin-yukarı durumlara artarak, kritik bir k değerinin ötesinde polaron oluşumunu destekleyici katkıda bulunur.

Benzer şekilde, elektron-fonon etkileşmesinin spin-yörünge çiftlenim sabitleri üzerine etkisini de tartışmak mümkündür. Sabit olan içsel (λ_I) ve Rashba (λ_R) spin-yörünge çiftlenim sabitleri elektron-fonon etkileşmesinin devreye girmesiyle k bağımlı hal alır. Rashba spin-yörünge çiftlenimi spin-yukarı ve -aşağı durumuna göre azalma ve artma gösterirken, içsel spin-yörünge etkileşmesi k ile azalmaktadır. Bunların yanısıra, elektron-deşik (hole) simetrisi tartışılmıştır. Spin-yörünge etkileşme terimlerinden sadece birinin varlığı durumunda elektron-deşik simetrisi bozulmaz, ancak elektron-fonon etkileşmesi bu simetriyi kırmakla birlikte sadece tek çiftlenim olsa bile asimetri yaratmaktadır.

4.4 Grafende manyetik alanla kiral simetri kırılması

Kandemir, B.S., and Mogulkoc, A. 2015. "Chiral symmetry breaking by a magnetic field in graphene", Physics Letters A, 379, 2120

Elektron-A_{1g} fonon çiftlenimine ek olarak grafen düzlemine dik bir magnetik alan uygulandığında hem Kekulé tipi distorsiyonun indüklediği bir aralık ve hem de magnetik alanın sebep olduğu vadi yarılmalarını incelemek mümkündür. Diğer bir ifadeyle, ne sadece homojen magnetik alanın varlığı ne de tek başına elektron-A_{1g} fonon çiftlenimi alt-örgü

sitemindeki kiral simetriyi kırma bakımından yeterli değildir. Homojen magnetik alan, Landau seviyelerinin oluşumuna yol açarken, elektron-A_{1g} fonon etkileşmesi mini band aralığına sebep olur. Her iki etkileşmenin varlığı dikkate alındığında, n=0 durumundaki dört katlı dejenerelik kalkmak olur.

Elektron-A_{1g} fonon etkileşmesini de içeren Landau ayarındaki Fröhlich tipi çok parçacık Hamiltonyenine ait enerji özdeğerleri Lee-Low-Pines tipi üniter dönüşümler uygulanmak suretiyle hesaplanmıştır. Elektronun hem K hem de Kô noktası civarındaki davranışını tasvir eden Hamiltonyenin özvektörlerinden yola çıkarak, kütlesiz Dirac fermiyonlarının kiral doğası incelenmiştir. Sonuç olarak, her Landau seviyesinde, elektron-A_{1g} fonon etkileşmesinden kaynaklanan yarılmalar elde edilmiş olmasının yanısıra sıfırıncı Landau seviyesindeki vadi dejenereliğinin kalktığı tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçların, kuantum Hall durumlarının deneysel aktivasyon enerji aralığı ölçümleri ile uyumlu olduğu gözlenmiştir.

4.5 Grafende BTZ karadeliğinin modellenmesi

Kandemir, B. S., Ertem, Ü. 2016. "Quasinormal modes of BTZ black hole and Hawking-like radiation in graphene", dergiye gönderildi

Negatif kozmolojik sabite sahip 2+1 boyutlu Einstein kütleçekim teorisinin bir çözümü olan BTZ kara delik metriği konformal dönüşümler altında negatif eğrilikli Beltrami trompeti yüzeyine dönüştürülebilir. Beltrami trompeti şekline sahip eğri grafen yüzeylerinde Hawking ışımasının deneysel olarak gözlenebileceği daha önce önerilmiştir [].

Bu çalışmada, BTZ kara deliği kütleçekim alanında hareket eden grafen psödo-parçacıklarının Dirac Hamiltonyeninin varyasyonel çözümlerine yönelik analitik bir algoritma ilk kez sunulmuştur. Bu amaçla psödo-Hermitsel kuantum mekaniği yöntemlerinden ve kesikli baz kümesi (discrete-basis-set) metodundan yararlanılmıştır.

Bu yöntemle, 2+1 boyutlu statik BTZ kara deliğinin kuasinormal mod frekanslarının tam çözümleri yeniden üretilmiş ve aynı zamanda dönen BTZ kara deliği için kuasinormal modların reel kısımları ilk kez bulunmuştur.

Ayrıca, grafen parametreleri ile BTZ kara deliği parametreleri arasında ilişki kurularak eğri grafen yüzeyi aracılığıyla Hawking ışımasıve diğer kütleçekimsel etkilere ilişkin öngörülerde bulunulabilmesinin yolu açılmıştır. BTZ kara delik parametreleri grafene uygulana elektrik ve

manyetik alanlar ve kütle terimi ile ilikkilendirilmik ve band aralğ ē ile kara delik spini arasēndaki ilikki elde edilmiktir.

4.6. Yüklü BTZ karadeliî inin grafende modellenmesi

Kandemir, B. S., Ertem, Ü. 2016. ñQuasinormal modes of charged BTZ black hole and its analogue model in grapheneò

2+1 boyutlu Einstein-Maxwell teorisinin çözümü olan yüklü BTZ kara deliî i de yüksüz durumda olduî u gibi konformal olarak Beltrami trompeti yüzeyi ile temsil edilebilir.

Bu çalēkmada, psödo-Hermitsel kuantum mekaniî i yöntemleri kullanēlarak yüklü BTZ kara deliî i kütleçekim alanēnda hareket eden grafen psödo-parçacēklarēna ait Dirac Hamiltonyeni bulunmuktur. Ayrēca, kesikli baz kümesi yöntemi aracēlğ ēyla da enerji özdeî erleri elde edilmiktir. Böylelikle yüklü ve dönen BTZ kara deliî i için kuasinormal mod frekanslarēilk kez analitik bir yöntemle elde edilmiktir.

Bulunan enerji deî erleri kullanēlarak grafen parametreleri ile yüklü BTZ kara deliî i parametreleri arasēnda ilikki kurulmuk ve yüklü BTZ kara deliî inin eî ri bir grafen yüzeyindeki modeline ulakēlmēktēr.

4.7 Grafende Rashba spin-yörünge çiftlenimi varlğ ēnda elektron-fonon etkilekmeleri

Kandemir, B. S., Akay, D. 2016. ñThe effect of electron-A_{1g} phonon coupling in spin-orbit coupled grapheneò

Grafen yük takēyēcēlarēnēn elektronik spektrumu üzerinde elektron-A_{1g} fonon etkilekimleri ve Rashba spin-yörünge çiftleniminin etkileri arakterēlendirilmēktēr. Spin-yörünge çiftlenimli grafende elektron-fonon etkilekmesini açēklamak için Fröhlich Hamiltoniyeni tanēmlanarak bu Hamiltoniyeni çözmek için spin-yörünge çiftlenimli grafende iki ardēl üniter dönüküm içeren Lee-Low-Pines (LLP) teorisine dayalēkökegenlektirme süreci önerilmiitir.

Birbirini takip eden iki ardēl dönüküm aracēlğ ēyla elde edilen sonuçlar, elektron-A_{1g} fonon etkilekimlerinin sēfēr aralēklē iki dejenere dalēn dejenereliî ini kaldērdğ ēnē ve diî er iki dal arasēndaki aralğ ēarttērdğ ēnēgöstermiktir.

4.8 Grafende Rashba spin-yörünge çiftlenimi ve Haldane kütle terimi varlığında elektron-fonon etkileşmeleri

Kandemir, B. S., Akay, D. 2016. "Tuning the dynamical band gap in graphene: The effects of electron-phonon and spin-orbit interactions"

Grafen yük taşıyıcılarının elektronik spektrumu üzerinde elektron-A_{1g} fonon etkileşimleri, Rashba spin-yörünge çiftlenimi ve Haldane kütle potansiyelinin etkileri araştırılmıştır. Rashba spin-yörünge çiftlenimi ve Haldane kütle potansiyelinin birleştirilmiş etkilerinin bulunduğu grafende elektron-A_{1g} fonon etkileşmesini açıklamak için Fröhlich Hamiltoniyeni tanımlanmış ve Lee-Low-Pines (LLP) teorisine dayalı köşegenleştirme süreci önerilmiştir.

Foto ışınlama kaynaklı olan Haldane kütle potansiyeli terimi, K ve K' Dirac noktalarında farklı etkilere sahip olmasından ve Dirac malzemeleri içinde dairesel polarize ışık uygulanarak üretilebilmesinden dolayı oldukça ilgi çekicidir. Bu kütle potansiyelinin, Rashba spin-yörünge çiftlenimi ve elektron-A_{1g} fonon etkileşimlerinin birleştirilmiş etkileri aracılığı ile K ve K' vadilerinin dejenereliği ini kaldırdığı görülmüştür.

4.9 Üçgensel eğrilmenin grafende elektron-fonon etkileşmesine etkileri

Kandemir, B. S., Gökçek, N. 2016. "Influence of electron-phonon interactions on the Fermi velocity in graphene: The role of trigonal warp"

Bu çalışmada bantların üçgensel eğrilmesinin grafende elektron-fonon etkileşmeleri sebebiyle yeniden normalize olmuş Fermi hızına etkilerini çalışmak için analitik hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Bunun için grafenin iki kere dejenere E_{2g} -optik fonon modlarının Γ noktasında elektronlarla etkileşmesini Lee Low Pines teorisi çerçevesinde ele alınmıştır.

Bu model temel alındığında elektron-E_{2g} etkileşmeleri varlığında üçgensel eğrilmenin grafenin enerji dağılımlarına önemli derecede etkilediği i analitik olarak gösterilmiştir.

5. SONUÇ

Üç yıllık proje süresi boyunca, proje önerisinde belirtilen konular üzerinde araştırmalar yapılmış ve her biri ile ilgili sonuçlara ulaşılmıştır. Bunların yanısıra elde edilen sonuçlardan yeni araştırma konularıve projelerinin ortaya çıkmasının da yolu açılmıştır.

Proje çerçevesinde;

- Dönen BTZ kara deliğinin kuasinormal modlarıilk kez analitik bir yöntem kullanılarak elde edilmiş ve kara delik parametreleri ile grafen parametreleri arasında ilişki kurularak BTZ kara deliği ile eğri bir grafen yüzeyi ile modellenmiştir,
- Yüklü ve dönen BTZ kara deliği için de ilk kez analitik olarak kuasinormal modlar elde edilmiş ve eğri bir grafen yüzeyi ile modellenmesi incelenmiştir,
- Saf grafende spin bağımlı polaron oluşumu çalışılmış ve enerji düzeylerine olan etkileri incelenmiştir,
- Topolojik kusurların grafendeki etkileri incelenmiş ve grafen konilerde psödo-Zeeman yarılmasının manyetik alanla kontrolü ile ilgili bir model sunulmuştur,
- Grafende manyetik alanla kiral simetri kırılması incelenmiş ve elektron-fonon etkileşmesine ek olarak manyetik alandan kaynaklı Landau seviyelerinin yarılmaları elde edilmiştir,
- Grafende spin-yörünge çiftlenimi varlığında elektron-akustik fonon etkileşiminin enerji bantlarına etkileri incelenmiştir,
- Grafende Rashba spin-yörünge çiftlenimi ve Haldane kütle terimi varlığında elektron-akustik fonon etkileşiminin enerji bantlarına etkileri incelenmiştir,
- Grafende üçgensel eğrilmenin elektron-fonon etkileşimine etkileri incelenmiştir,

Bu konulardaki ayrıntılı incelemeler proje çerçevesindeki basılı yayınlar ve önbasımlarda yapılmıştır. Bu çerçevede 4 adet basılıyayın ve 5 adet basılıhale gelmesi beklenen önbasım gerçekleştirilmiştir.

Projede 1 adet doktora sonrası araştırmacı ve 2 adet doktora öğrencisi bursiyer olarak desteklenmiş ve bilimsel araştırma deneyimi kazanmaları sağlanmıştır. Doktora öğrencilerinden birisi (Defne Akay), "Grafen Tabanlı Nano Yapılarda Topolojik Etkiler" başlıklı doktora tezini savunmuş ve doktorasını başarıyla tamamlamıştır, diğerinin (Neslihan Gökçek) de "Elektron-Fonon Etkileşmesi ve Topolojik Kusurların Grafenin Fermi Yüzeyi Topolojisine Etkileri" başlıklı doktora tezini bu yılın sonunda savunarak doktorasını tamamlaması beklenmektedir.

BTZ kara deliği nin grafende modellenmesi ile ilgili çalışmalar, bu konunun diğer iki boyutlu malzemeler ve topolojik yalıtkanlarda uygulama alanlarının bulunabileceği ni ortaya çıkartmış ve bu da yeni bir 1001 projesine yol açmıştır. Bu konulardaki çalışmalar 115F421 nolu proje çerçevesinde sürdürülmekte ve yeni sonuçlara ulaşılması beklenmektedir.

KAYNAKLAR

Banados, M., Teitelboim, C., Zanelli, J. 1992. "The black hole in three-dimensional spacetime", Phys. Rev. Lett., 69, 1849-1851.

Chakraborty, B., Gupta, K. S., Sen, S. 2011. "Effect of topology on the critical charge in graphene", Phys. Rev. B, 83, 115412-6.

Chen, P., Rosu, H. 2012. "Note on Hawking-Unruh effects in graphene", Mod. Phys. Lett. A, 27, 1250218.

Cortijo, A., Guinea, F., Vozmediano, M. A. H. 2012. "Geometrical and topological aspects of graphene and related materials", J. Phys. A, 45, 383001-47.

Cvetic, M., Gibbons, G. W. 2012. "Graphene and the Zermelo optical metric of the BTZ black hole", Ann. Phys., 327, 2617.

Dubay, O., Kresse, G. 2003. "Accurate density functional calculations for the phonon dispersion relations of graphite layer and carbon nanotubes", Phys. Rev. B, 67, 035401-13.

Huang, J.Y., Chen, S., Ren, S.F., Wang, Z.Q., Wang, D.Z., Vaziri, M., Suo, Z., Chen, G., Dresselhaus, M.S. 2006. "Kink Formation and Motion in Carbon Nanotubes in High Temperatures", Phys. Rev. Lett., 97, 075501-4.

Iorio, A. 2012. "Using Weyl symmetry to make graphene a real lab for fundamental physics", Eur. Phys. J. Plus, 127, 156-11.

Iorio, A., Lambiase, G. 2012. "The Hawking-Unruh phenomenon on graphene", Phys. Lett. B, 716, 334-337.

Kandemir, B.S., and Akay, D. 2015. ñTuning the pseudo-Zeeman splitting in graphene coes by magnetic fieldò, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 384, 101.

Kandemir, B. S., Akay, D. 2016a. ñThe effect of electron-A_{1g} phonon coupling in spin-orbit coupled grapheneò

Kandemir, B. S., Akay, D. 2016b. ñTuning the dynamical band gap in graphene: The effects of electron-phonon and spin-orbit interactionsò

Kandemir, B. S., Ertem, Ü. 2016a. ñQuasinormal modes of BTZ black hole and Hawking-like radiation in grapheneò, dergiye gönderildi

Kandemir, B. S., Ertem, Ü. 2016b. ñQuasinormal modes of charged BTZ black hole and its analogue model in grapheneò

Kandemir, B. S., Gokcek, N. 2016. ñInfluence of electron-phonon interactions on the Fermi velocity in graphene: The role of trigonal warpò

Kandemir, B.S., and Mogulkoc, A. 2015. ñChiral symmetry breaking by a magnetic field in grapheneò, Physics Letters A, 379, 2120

Kane, C. L., Mele, E. J. 2005. ñQuantum Spin Hall Effect in Grapheneò, Phys. Rev. Lett., 95, 226801-4.

Katsnelson, M.I., Novoselov, K.S., Geim, A.K. 2006. ñChiral tunelling and Klein paradox in grapheneò, Nature, 2, 620-625.

Katsnelson, M.I. 2006. ñZitterbewegung, chirality, and minimal conductivity in grapheneò, Eur. Phys. J. B, 51, 157-160.

Krishnan, A., Dujardin, E., Treacy, M. M. J., Hughdal, J., Lynum, S., Ebbesen, T. W. 1997. ñGrapitic cones and the nucleation of curved carbon surfacesò, Nature, 388, 451-454.

Mogulkoc, A. 2015. ñEffects of electron-acoustic phonon interaction in the presence of spin-orbit couplings in grapheneò, Physica B, 473, 20

Mogulkoc, A., Modarresi, M., and Kandemir, B. S. 2015. ñSpin dependent polaron formation

in pristine graphene", European Physical Journal B, 88, 49.

Mohr, M., Maultzsch, J., Dobardǵiĺ, E., Reich, S., Miloǵeviĺ, I., Damnjanoviĺ, M., Bosak, A., Krisch, M., Thomsen, C. 2007. "Phonon dispersions of graphite by inelastic x-ray scattering", Phys. Rev. B, 76, 035439-7.

Novoselov, K. S. , Geim, A. K., Morozov, S. V., Jiang, D.,Zhang, Y.,Dubonos, S. V., Grigorieva, I. V., FIRSOV, A. A. 2004. "Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films", Science, 306, 666-669.

Novoselov, K. S., Jiang, D., Schedin, F., Booth, T. J. , Khotkevich, V. V., Morozov, S.V., Geim, A. K. 2005. "Two-dimensional atomic crystals", Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 102, 10451-10453.

Novoselov, K.S., Geim, A.K. 2007. "The rise of graphene", Nature, 6, 183-191.

Pachos, J. K, Stone, M., Temme, K. 2008. "Graphene with Geometrically Induced Vorticity", Phys. Rev. Lett., 100, 156806-4.

Pisana, S., Lazzeri, M., Casiraghi C., Novoselov, K. S. , Geim, A. K. , Ferrari, Andrea C., Mauri, F. 2007. "Breakdown of the adiabatic Born-Oppenheimer approximation in Graphene", Nature Materials, 3, 198-201.

Piscanec, S., Lazzeri, M., Mauri, F., Ferrari, A. C., Robertson, J. 2004. "Kohn Anomalies and Electron-Phonon Interaction in Graphite", Phys. Rev. Lett., 93, 185503-4.

Rana, F., George, P. A., Strait, J. H., Jahan, D., Shriram, S., Chandrashekhar, M., Spencer, M. G. 2009. "Carrier recombination and generation rates for intravalley and intervalley phonon scattering in graphene", Phys. Rev. B, 79, 115447-5.

Samsonidze, Ge. G. , Barros E. B. , Saito R. , Jiang J., Dresselhaus G., Dresselhaus M. S. 2007. "Electron-phonon coupling mechanism in two-dimensional graphite and single-wall carbon nanotubes", Phys. Rev. B, 75, 155420-8.

Young, A. F., Kim, P. 2009. "Quantum interference and Klein tunnelling graphene heterojunctions", Nature Physics, 5, 222-226.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Prof. Dr. BEKİR SITKI KANDEMİR
Proje No:	113F103
Proje Başlığı:	Grafende Masaüstü Parçacık Fiziği Ve Gravitasyon
Proje Türü:	1001 - Araştırma
Proje Süresi:	36
Araştırmacılar:	AYBEY MOĞULKOÇ, ÜMİT ERTEM
Danışmanlar:	SATILMIŞ ATAĞ
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ANKARA Ü. FEN F. FİZİK B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/09/2013 - 01/09/2016
Onaylanan Bütçe:	253330.0
Harcanan Bütçe:	148398.36
Öz:	Grafendeki yük taşıyıcılarının özellikleri, parçacık fiziği ve gravitasyon sistemlerinin grafen ile modellenebilmesi sonucunu ortaya çıkarır. 36 ay süren bu projede, elektron-fonon ve spin-yörünge etkileşmeleri ile topolojik kusurların varlığının grafen yük taşıyıcılarının enerji spektrumlarına olan etkileri incelenmiş, ve 2+1 boyutlu BTZ kara deliği eğri bir grafen yüzeyi ile modellenmiştir. Projede elde edilen temel sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir: i) K noktasında konik band yapısına sahip yük taşıyıcılarının yine K noktası fononları ile etkileşmelerinden dolayı kiral simetriyi bozmaksızın oluşan terahertz bölgesindeki mini band aralığının, manyetik alan ile kontrol edilebileceği teorik bir model geliştirilmiş, ve yine Rashba spin-yörünge bağlaşımı varlığında grafendeki akustik fononların elekronik spektrumu nasıl etkilediği incelenmiştir. ii) Spin-yörünge bağlaşımı varlığında, grafendeki dejenere boyuna ve enine optik fononların elektronlar ile etkileşmesi dikkate alınarak, elekronik spektrumu nasıl etkilediği incelenmiş ve spin bağımlı polaron oluşumu için kriterler bulunmuştur. iii) Topolojik safsızlıkların varlığında grafenden oluşturulmuş grafitik konilerin elektronik spektrumları elde edilerek grafende Zeeman yarılmasının safsızlık yükü ve manyetik alan ile nasıl değiştiği, spin-yörünge etkileşmesi varlığında elektronların simetrili fononlar ile etkileşmesi sonucu elektronik band yapısındaki değişilikler ve üçgensel eğriliğin varlığında elektronların simetrili fononlar ile etkileşmesinin Fermi hızı üzerine etkileri incelenmiştir. iv) Beltrami trompeti olarak adlandırılan negatif eğrilikli bir yüzeyden yapılma grafen tabakasına karşılık gelen BTZ karadeliğini modelleyecek Dirac Hamiltoniyeni yazılmış ve buna ait özdeğer denklemini çözülerek, yüksüz ve yüklü BTZ kara deliklerinin nano yapılarda özelliklerini simüle edebilecek bir model öne sürülmüştür .
Anahtar Kelimeler:	Grafen, Elektron-fonon etkileşmesi, Topolojik kusurlar, Dirac-Weyl denklemi, BTZ kara deliği
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır
Projeden Yapılan Yayınlar:	1- Spin-dependent polaron formation in pristine graphene (Makale - Diğer Hakemli Makale), 2- Chiral symmetry breaking by a magnetic field in graphene (Makale - Diğer Hakemli Makale), 3- Tuning the pseudo-Zeeman splitting in graphene cones by magnetic field (Makale - Diğer Hakemli Makale),

TÜBİTAK