



T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLERLEYEN TÜR GRUP SANSÜRLEME VE OPTİMAL DENEY TASARIMI

Yunus AKDOĞAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Temmuz-2011
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Yunus AKDOĞAN tarafından hazırlanan "İlerleyen Tür Grup Sansürleme ve Optimal Deney Tasarımı" adlı tez çalışması 28/07/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / ~~oy çokluğu~~ ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	**İmza**
Başkan Prof. Dr. Aşır GENÇ	.....
Danışman Doç. Dr. Coşkun KUŞ	.....
Üye Prof. Dr. Serkan ERYILMAZ	.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Bayram SADE
FBE Müdürü

Bu tez çalışması Bilimsel Araştırma Merkezi tarafından 10201125 nolu proje ile desteklenmiştir.

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Yunus AKDOĞAN

Tarih:28.07.2011

ÖZET

YÜKSEK LİSANS

İLERLEYEN TÜR GRUP SANSÜRLEME VE OPTİMAL DENEY TASARIMI

Yunus AKDOĞAN

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman:
Doç. Dr. Coşkun KUŞ

2011, 52 Sayfa

Jüri

Prof. Dr. Aşır GENÇ
Prof. Dr. Serkan ERYILMAZ
Doç. Dr. Coşkun KUŞ

Bu tez çalışmasında, ilerleyen tür Tip I grup sansürlü örneklem ele alınmıştır. Kullanılan bazı dağılımların parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicileri ve asimptotik güven aralıkları ilerleyen tür Tip I grup sansürlü örnekleme dayalı olarak elde edilmiştir. Wu ve ark (2008) deki metod kullanılarak, bazı dağılımlar için optimal yaşam testini oluşturmada için teste konulacak birim sayısı, aralık sayısı ve bu aralıkların uzunluğu parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicilerinin asimptotik varyans-kovaryans matrisinin D-Optimalliği sağlanacak biçimde belirlenmiştir. Her dağılım için sayısal bir örnek sunulmuş ve duyarlılık analizleri yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: D-optimallik, İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme, Yaşam Zamanı Dağılımları.

ABSTRACT

MS THESIS

PROGRESSIVELY GROUP CENSORING AND OPTIMAL DESIGN OF EXPERIMENT

Yunus AKDOĞAN

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN STATISTICS

Advisor:

Assoc. Prof. Dr. Coşkun KUŞ

2011, 52 Pages

Jury

Prof. Dr. Aşır GENÇ
Prof. Dr. Serkan ERYILMAZ
Assoc. Prof. Dr. Coşkun KUŞ

In this thesis, a life test under progressive type-I group-censoring is considered. The maximum likelihood estimates and approximate confidence intervals for the parameters of some distributions based on progressive type-I group-censored sample are obtained. Wu et al.(2008)'s approach is used to determine the number of test units, number of inspections, and length of inspection interval of a life test under a pre-determined budget of experiment such that D-optimality of the asymptotic variances-covariance of estimators of parameters are satisfied. Some numerical examples are presented for each for some distributions and the some sensitivity analysis are also performed.

Keywords: D-optimalty, Life Time Distributions, Progressive Type I group censoring.

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında benden emeklerini esirgemeyen sayın hocam Doç. Dr. Coşkun KUŞ'a teşekkür ederim. Proje kapsamında tezin kaynak ve kırtasiye desteğini üstlenen Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü ve Bilimsel Araştırma Projesi Koordinatörlüğü'ne teşekkürü borç bilirim. Ayrıca bana güvenen ve desteklerini hiç bir zaman esirgemeyen canım aileme sonsuz teşekkür ediyorum.

Yunus AKDOĞAN
KONYA-2011

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

ÖNSÖZ ..... **vi**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

SİMGELER VE KISALTMALAR ..... **ix**

1. GİRİŞ **1**

2. SIRA İSTATİSTİKLERİ VE SANSÜRLÜ ÖRNEKLEM TÜRLERİ **4**

2.1. Sıra İstatistikleri 4
2.2. Tip-II Sağdan Sansürlü Örneklem 5
2.3. İlerleyen Tür Tip-II Sağdan Sansürlü Örneklem 6
2.4. Tip-I Sağdan Sansürlü Örneklem 7

3. TAHMİN **8**

3.1. Nokta Tahmini 8
3.2. Aralık Tahmini 9
3.3. Fisher Bilgi Matrisi 10
3.4. Newton-Raphson Yöntemi 11

4. İLERYEN TÜR GRUP SANSÜRLÜ ÖRNEKLEM VE OPTİMAL DENEY TASARIMI **13**

4.1. İlerleyen Tür Grup Sansürlü Örneklem 13
4.2. Optimal Deney Tasarımı 14
4.3. Fisher Bilgi Matrisinin Bulunuşunda Kullanılan Bazı Formüller 16

5. KISITLI MALİYET DURUMUNDA BAZI DAĞILIMLAR İÇİN OPTİMAL İLERYEN TÜR TİP I GRUP SANSÜRLEME PLANI **18**

5.1. Kısıtlı Maliyet Durumunda Pareto Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Grup Sansürleme Planı 18
5.1.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini 18
5.1.2. Uygulama 20
5.2. Kısıtlı Maliyet Durumunda Burr XII Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı 25
5.2.1. En Çok Olabilirlik Tahmin Edicisi ve Aralık Tahmini 25
5.2.2. Uygulama 27
5.3. Kısıtlı Maliyet Durumunda Bathtube-shape Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı 31
5.3.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini 31
5.3.2. Uygulama 33

5.4. Kısıtlı Maliyet Durumunda Burr Tip III Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı 37
5.4.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini 37
5.4.2. Uygulama 39
5.5. Kısıtlı Maliyet Durumunda Logistic Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı 42
5.5.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini 42
5.5.2. Uygulama 44

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 47

6.1. Sonuçlar 47
6.2. Öneriler 47

KAYNAKLAR 48

ÖZGEÇMİŞ 53

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

ML: En çok olabilirlik

C_r : Deney bütçesi

C_a : Deney kurulum maliyeti

C_s : Deney için gerekli örnek maliyeti

C_i : Deney araç ve gereç maliyeti

C_o : Deney operatör maliyeti

C_T : Deney toplam maliyeti

1. GİRİŞ

Bir sistemin güvenilirliği için sonuç çıkarımı yaparken sistemi oluşturan tüm bileşenlerin bozulma zamanlarını gözlemlemek her zaman mümkün olmayabilir. Örneğin; pahalı bir elektronik parçanın yaşam zamanı hakkında bilgi edinmek için yapılan yaşam testinde, parçaların hepsinin bozulmalarının gözlenmesi maliyeti ve test zamanını artıracağından istenmeyebilir. Bu tip durumlarda, deney yada gözlem sonrası sansürlenmiş veri elde edilir. Tıp, biyoloji, sigortacılık, mühendislik, kalite kontrol ve bir çok alanda sansürlenmiş verilerle karşılaşılmaktadır.

Bir sistemin güvenilirliği incelenirken; ilgilenilen rasgele değişken çoğu zaman yaşam süresidir. Yaşam zamanı dağılımları olarak adlandırılan, Üstel, Weibull, Gamma, Logistic, Burr III, Lognormal, Pareto I, Gompertz ve Burr XII gibi dağılımlar olabilmektedir.

Deney ya da gözlemler sonucunda değişik sansür türleriyle karşılaşmak mümkündür. Birinci tip sansürleme olarak adlandırılan sansürleme modeli, t gibi önceden belirlenmiş bir zamandan önce, sistemdeki bozulan birimlerin bozulma zamanının gözlenmesi durumudur. İkinci tip sansürleme olarak adlandırılan sansürleme modeli, n birimden oluşan bir sistemin bozulan $k \leq n$ biriminin bozulma zamanının gözlenmesi durumudur. Rasgele sansürleme olarak adlandırılan sansürleme modeli ise birimlerin bozulma zamanlarının başka bir rasgele olaydan dolayı sansürlenmesi durumudur (Kale, 2003).

İkinci tip sansürlemenin en popüler olanı, ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlemedir (progressive type-II right censoring). Bu sansürleme modeli şu şekilde izah edilebilir: n sayıda özdeş bileşenin (aynı yaşam zamanı dağılımına sahip) yaşam testine tabi tutulduğu düşünülsün. Sistemde meydana gelen *1.* bozulma ile rasgele R_1 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini, daha sonra geriye kalan $n - R_1 - 1$ bileşenden, *2.* bozulma ile rasgele R_2 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini ve böylece *m.* bozulma ile rasgele R_m sayıda bileşenin sistemden çekilmesiyle m bileşenin bozulma zamanı gözlenir. Bu şekilde elde edilen m hacimli örneklem ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklemdir (Balakrishnan ve Aggarwala 2000).

Balasooriya (1995) tarafından geliştirilen ilk bozulma sansürleme modeli ise şu şekilde tanımlanmaktadır: n hacimli k tane (örneklem) grup olsun. Bu gruplardaki tüm

elemanlar ilk bozulma gerçekleşinceye kadar teste tabi tutulsun. Elde edilen k hacimli örneklem ilk bozulma sansürlü örneklemdir.

Harcanan test zamanı ve test maliyeti bakımından ilk bozulma sansürleme ve ilerleyen tür tip-II sağdan sansürleme örnekleme plânlarının tam örnekleme plânından daha avantajlı olması, güvenilirlik çalışmaları açısından çok önemlidir.

Tip I ve Tip II sansürleme şemaları güvenirlik analizinde yaygın olarak kullanılır. Tip I ve Tip II sansürleme şemalarının en önemli özelliği, yaşam testine tabi tutulan birimlerin başlangıç anından bitiş anına kadar testten çekilmesine (Sansürlemesine) izin vermemesidir. Ancak; yaşam testini sürdüren gözlemci, yaşam testini bitirmeden belli bir noktada yaşayan birimleri sansürlemek(testten çekmeyi) isteyebilir. Gözlemcinin bu isteği yukarıda verilen iki tür sansür şeması ile mümkün değildir. İlerleyen tür sansürleme altında bazı dağılımların parametreleri için istatistiksel sonuç çıkarımı birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. Bu yazarlar Wu ve Chang (2003), Lin ve ark. (2006), Gouno ve ark. (2004), Soliman (2005), Gajjar ve Khatri (1969), Mann (1971), Thomas ve Wilson (1972) , Cohen (1975), Cohen (1976), Cohen ve Norgaard (1975), Asgharzadeh (2009), Aggarwala ve Balakrishnan (1998), Balasooriya ve Balakrishnan (2000), Ng ve ark, (2002), Balakrishnan ve ark. (2002) , Ali Mousa ve Jaheen (2002) olarak sıralanabilir

Bir yaşam zamanı testini sürekli olarak gözlemek bazen mümkün olmayabilir. Test birimleri aralıklarla gözlenmiş olabilir, yani bir birimin bozulma zamanını tam olarak ölçmek yerine belli bir aralıkta bozulmaların sayısı gözlemlenebilir. Bu tür sansürlemeye grup sansürleme adı verilir. Literatürde Chang ve Chen (1988), Chen ve Mi (1996), Aggarwala (2001), Qian ve Correa (2003), Xiang ve Tse (2005), Yang ve Tse (2005), Wu ve ark. (2006), Lu ve ark. (2009) gibi birçok araştırmacı Grup sansürleme üzerinde çalışmışlardır.

Bu tez çalışmasında, ilerleyen tür tip I grup sansürlü yaşam testinde bazı dağılımlar ele alınmıştır. Dağılımların parametrelerinin optimal tahmini için gerekli yaşam testinin nasıl oluşturulacağı hakkında önemli bazı sorular vardır. Bunlar test birimlerinin sayısını, aralık sayısını ve zaman aralığı uzunluğunu nasıl belirleneceğini içerir. Yaşam testini oluştururken ortaya çıkan bir diğer problem ise deney bütçesinin kısıtlı olmasıdır. Bütçenin sınırlı olması test birimlerinin sayısını, aralık sayısını ve aralık uzunluğunu etkilediği gibi parametre tahminin doğruluğunu da etkiler. Literatürde bazı araştırmacılar güvenirlik analizinde maliyeti dikkate almışlardır. Bu yazarlar Lui ve ark. (1993), Tse ve ark. (2002) ve Chen ve ark. (1996) dır.

Bu tez çalışmasının Birinci Bölümünde kaynak araştırması ile sansürlü örneklem ve grup sansürlü örneklem hakkında kısa bilgiler verilmiş, İkinci Bölümünde sıra istatistikleri ve sansürlü örneklem tipleri tanıtılmıştır. Üçüncü Bölümde tahmin ve Newton Raphson yöntemi hakkında bilgi verilmiştir. Dördüncü Bölümde, ilerleyen tür grup sansürleme planı verilmiş, Beşinci Bölümde ilerleyen tür tip I grup sansürleme planı bazı dağılımlara uyarlanmıştır. Tezde elde edilen tüm sonuçlara, nümerik bir uygulama eklenmiş ve duyarlılık analizi yapılmıştır. Nümerik çalışmalarda Excel 2003 ve Maple 11 yazılımları kullanılmıştır.

2. SIRA İSTATİSTİKLERİ VE SANSÜRLÜ ÖRNEKLEM TÜRLERİ

2.1. Sıra İstatistikleri

$X_1, X_2, \ldots, X_n$, $F(x)$ dağılım fonksiyonuna sahip örnekleminin $X_{1:n} \le X_{2:n} \le \cdots \le X_{n:n}$ olacak biçimde artan sıraya göre dizilmesiyle elde edilen her bir $X_{i:n}$ rasgele değişkeni $i.$ sıra istatistiği olarak isimlendirilir.

$$X_{1:n} = \min\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$$

sıra istatistiğinin dağılım fonksiyonu,

$$F_1(x) = P\{X_{1:n} \le x\} = 1 - (1 - F(x))^n \tag{2.1}$$

ve

$$X_{n:n} = \text{maks}\ \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$$

sıra istatistiğinin dağılım fonksiyonu,

$$F_n(x) = P\{X_{n:n} \le x\} = (F(x))^n \tag{2.2}$$

dır. $1 \le r \le n$ olmak üzere $r.$ sıra istatistiğinin dağılım fonksiyonu ise

$$F_r(x) = P\{X_{r:n} \le x\} = P\{X_1, X_2, \ldots, X_n \text{ lerden enaz } r \text{ tanesi} \le x\}$$

$$= P\left\{\sum_{i=r}^{n} X_1, X_2, \ldots, X_n \text{ lerden tam } i \text{ tanesi} \le x\right\}$$

olur. $A_i = \{X_1, X_2, \ldots, X_n \text{ lerden tam } i \text{ tanesi} \le x\}$ olması olayı olsun. A_i olayları ayrık olduğundan,

$$F_r(x) = P\left\{\sum_{i=r}^{n} A_i\right\} = \sum_{i=r}^{n} P\{A_i\}$$

$$= \sum_{i=r}^{n} C_n^i (F(x))^i (1 - F(x))^{n-i} \tag{2.3}$$

dır. Bu ise tam olmayan beta fonksiyonudur. Yani

$$F_r(x) = \sum_{i=r}^{n} C_n^i (F(x))^i (1 - F(x))^{n-i}$$

$$= \frac{1}{B(r, n-r+1)} \int_0^{F(x)} t^{r-1} (1-t)^{n-r}\, dt$$

$$= I_{F(x)}(r, n-r+1)$$

dir. X_i' ler $f(x) = \dfrac{dF(x)}{dx}$ olacak biçimde sürekli rasgele değişkenler ise

$$f_r(x) = \frac{dF_r(x)}{dx} = \frac{1}{\mathrm{B}(r, n-r+1)} \frac{d}{dx} \int_0^{F(x)} t^{r-1}(1-t)^{n-r}\, dt$$

$$= \frac{1}{\mathrm{B}(r, n-r+1)} \left(F(x)\right)^{r-1} \left(1-F(x)\right)^{n-r} f(x) \qquad (2.4)$$

olur. Burada

$$\mathrm{B}(r, n-r+1) = \left(n!\right)^{-1} (r-1)!(n-r)!$$

şeklindedir.

$X_{r:n}$ ve $X_{s:n}, 1 \le r < s \le n,$ sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu da aynı yöntemle aşağıdaki gibi bulunur (David 1970):

$$f_{r,s}(x, y) = \frac{n!}{(r-1)!(s-r-1)!(n-s)!} \left[F(x)\right]^{r-1} \left[F(y) - F(x)\right]^{s-r-1} \times$$

$$\times \left[1-F(y)\right]^{n-s} f(y) f(x) \qquad (2.5)$$

elde edilir. $k \le n$ ve $1 \le r_1 < r_2 < \cdots < r_k \le n$ olmak üzere $X_{r_1:n}, X_{r_2:n}, \ldots, X_{r_k:n}$ sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu da benzer şekilde

$$f_{r_1,\ldots,r_k}(x_1, \ldots, x_k) = \frac{n!}{(r_1-1)!(r_2-r_1-1)! \times \cdots \times (n-r_k)!} \left[F(x_1)\right]^{r_1-1} \left[F(x_2) - F(x_1)\right]^{r_2-r_1-1} \times$$

$$\times \left[1-F(x_k)\right]^{n-r_k} f(x_1) \times \cdots \times f(x_k) \quad x_1 \le x_2 \le \cdots \le x_k \qquad (2.6)$$

biçiminde elde edilir.

$X_{1:n}, X_{2:n}, \ldots, X_{n:n}$ sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu ise

$$f_{1,2,\ldots,n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = n!\, f(x_1) f(x_2) \times \cdots \times f(x_n), \quad -\infty < x_1 \le \cdots \le x_n < \infty \qquad (2.7)$$

olur (David 1970).

2.2. Tip-II Sağdan Sansürlü Örneklem

n sayıda özdeş bileşenin bir sistemde yaşam testine tabi tutulduğu düşünülsün. Sistemde meydana gelen $m \le n$ bozulma ile yaşam testi sona erdirilsin. Bu şekilde yapılan sansürlemeye *Tip-II sağdan sansürleme* denir (Kale 2003).

$X_{1:n} < X_{2:n} < \cdots < X_{m:n}$, olasılık yoğunluk fonksiyonu f ve dağılım fonksiyonu F olan dağılımdan alınan tip-II sağdan sansürlü örneklem olmak üzere $X_{1:n}, X_{2:n}, \ldots, X_{m:n}$' nin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu (2.7)'de integral almak suretiyle aşağıdaki gibi elde edilir (David 1970).

$$f_{1,2,\ldots,m}(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \frac{n!}{(n-m)!} \prod_{i=1}^{m} f(x_i)\{1 - F(x_i)\}^{n-m} \quad , -\infty < x_1 < \cdots < x_m < \infty \tag{2.8}$$

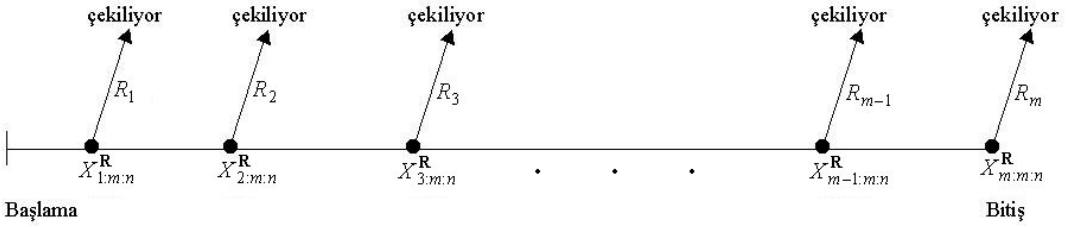
(2.8)'de $m = n$ alınırsa bilinen sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu (2.7) elde edilir.

Tip-II sağdan sansürleme, yaşam testinin maliyetini ve süresini azaltmasına karşın sonuç çıkarımının güvenilirliğini azaltmaktadır.

2.3. İlerleyen Tür Tip-II Sağdan Sansürlü Örneklem

İlerleyen tür tip-II sağdan sansürlenmiş model (Progressive type-II right censoring model) şu şekilde tanımlanmaktadır (Balakrishnan ve Aggarwala 2000):

n sayıda özdeş bileşenin bir sistemde yaşam testine tabi tutulduğu düşünülsün. Sistemde meydana gelen *1.* bozulma ile R_1 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini daha sonra geriye kalan $n - R_1 - 1$ bileşenden, *2.* bozulma ile R_2 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini ve böylece *m.* bozulma ile R_m sayıda bileşenin sistemden çekilmesiyle m bileşenin bozulma zamanı gözlenir. Bu şekilde elde edilen m hacimli örnekleme *ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem* denir. Burada $n = m + \sum_{i=1}^{m} R_i$ biçimindedir ve $\mathbf{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_m)$ sansür şeması olarak adlandırılır.



Şekil 2.1. İlerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem plânı

$X_{1:m:n}^{\mathbf{R}} < X_{2:m:n}^{\mathbf{R}} < \cdots < X_{m:m:n}^{\mathbf{R}}$, olasılık yoğunluk fonksiyonu f ve dağılım fonksiyonu F olan dağılıma dayalı ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem olmak üzere $X_{1:m:n}^{\mathbf{R}} < X_{2:m:n}^{\mathbf{R}} < \cdots < X_{m:m:n}^{\mathbf{R}}$ nin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu kombinatorik yöntemler de kullanılarak, aşağıdaki gibi elde edilir:

$$= c\prod_{i=1}^{m} f(x_i)[1-F(x_i)]^{R_i} \quad ,-\infty < x_1 < x_2 < \cdots < x_m < \infty \tag{2.9}$$

elde edilir. (2.11)'de $\mathbf{R} = (0,\ldots,0)$ alınırsa bilinen sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu (2.7), $\mathbf{R} = (0,\ldots,n-m)$ alınırsa tip-II sağdan sansürlü sıra istatistiklerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu (2.8) elde edilir(Balakrishnan ve Aggarwala 2000).

İlerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örnekleme, yaşam zamanı analizlerinde veri elde etmede önemli bir yöntemdir. Çalışan parça diğer bir test için sistemden çekilip, deneyin maliyeti ve deney süresi azaltılabilir.

2.4. Tip-I Sağdan Sansürlü Örneklem

Dayanma süresi X rasgele değişkeni, f olasılık yoğunluk fonksiyonu f, n birimlik örnek için belli bir t anına kadar bozulan parça sayısı K (K bir rasgele değişken) ve bozulma zamanları $X_{1:n}, X_{2:n}, \cdots, X_{K:n}$ olmak üzere ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu:

$$f_{1,2,\ldots,k}(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \frac{n!}{(n-k)!}\prod_{i=1}^{k} f(x_i)\{1-F(t)\}^{n-k} \quad ,0 < x_1 < \cdots < x_k < t \tag{2.10}$$

şeklinde olacaktır (Öztürk ve Özbek 2004).

3. TAHMİN

Dağılımı bilinen fakat parametreleri bilinmeyen bir kitlenin parametrelerinin tahmin edilmesi istatistik biliminin en önemli problemlerindendir. Kitle parametreleri, kitleden alınan bir örneklem yardımıyla oluşturulan istatistiklerle tahmin edilir. Parametre hakkında bütün bilgi örneklemin içindedir. Bu şekilde elde edilen tahminlere nokta tahmini denir. Ancak çoğu zaman nokta tahmini tek başına yeterli olmayabilir. Kitle parametresini belli bir olasılıkla içinde barındıran aralık şeklindeki bir tahmine de ihtiyaç duyulur. Burada aralığın alt ve üst sınırları yine örneklemin birer fonksiyonudur(istatistiğidir).

3.1. Nokta Tahmini

Parametresi tahmin edilmek istenilen kitle $f(x,\gamma),\ \gamma\in\Gamma$ dağılımına sahip olsun. Burada γ kitle parametresini, Γ, parametre uzayını temsil etmektedir. Bu kitleden alınan ve her biri aynı $f(x,\gamma),\ \gamma\in\Gamma$ dağılımına sahip $X_1, X_2, \ldots, X_n$ rasgele değişkenlerin dizisine *örneklem* denir. Örneklemin olasılık (yoğunluk) fonksiyonu,

$$L(\mathbf{x},\gamma) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \gamma)$$

biçimindedir. $L(\mathbf{x},\gamma)$, γ'nın bir fonksiyonu olarak düşünüldüğünde *olabilirlik fonksiyonu(likelihood function)* adını alır.

Örneklemin bilinmeyen parametre içermeyen Borel ölçülebilir bir fonksiyonuna *istatistik* denir. İstatistikler aynı zamanda birer rasgele değişkendir. Bir istatistik bir parametreyi veya parametrenin bir fonksiyonunu tahmin etmek amacıyla kullanıldığında *tahmin edici(estimator)* adını alır. Tahmin edicinin aldığı değere de *tahmin(estimation)* denir.

$X_1, X_2, \ldots, X_n$, $f(x|\gamma)$ $,\gamma\in\Gamma\subset R^r$ dağılımından alınmış tam veya sansürlü örneklem olmak üzere $L(\hat{\gamma}\,|\,\mathbf{x}) = \sup_{\gamma\in\Gamma}(L(\gamma\,|\,\mathbf{x}))$ olsun. $\hat{\gamma} = \hat{\gamma}(X_1, X_2 ..., X_n)$ istatistiğine γ'nın *en çok olabilirlik tahmin edicisi (maximum likelihood estimator)* denir.

Teorem 3.1. (Roussas 1973) $X_1, X_2, \ldots, X_n$, $f(x|\gamma)$ $, \gamma \in \Gamma \subset R^r$ *dağılımından alınmış tam veya sansürlü örneklem olmak üzere* $\phi: \Gamma \to \Gamma' \subseteq R^m$ *bire-bir fonksiyon olsun. O zaman* $\hat{\gamma}$*,* γ*'nın en çok olabilirlik tahmin edicisi ise,* $\phi(\hat{\gamma})$ da $\phi(\gamma)$*'nın en çok olabilirlik tahmin edicisidir.*

3.2. Aralık Tahmini

$X_1, X_2, \ldots, X_n$, $f(x, \gamma)$ $, \gamma \in \Gamma \subset R$ dağılımından alınmış tam veya sansürlü örneklem olsun. Rasgele aralık, en az bir sınır noktası rasgele değişken olan sonlu veya sonsuz aralıktır.

$L: \Re^n \to \Re$ ve $U: \Re^n \to \Re$, $\forall \mathbf{x} \in \Re^n$ için $L(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{x})$ koşulunu sağlayan Borel ölçülebilir iki fonksiyon olmak üzere, L ve U fonksiyonları yardımıyla oluşturulan $[L(X_1, X_2, \ldots, X_n), U(X_1, X_2, \ldots, X_n)]$ aralığı aşağıdaki (3.1) eşitsizliğini sağlarsa, γ parametresi için $1-\alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ anlam seviyeli güven aralığı adını alır.

$$P_\theta[L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \gamma \leq U(X_1, X_2, \ldots, X_n)] \geq 1-\alpha, \quad \forall \gamma \in \Gamma \tag{3.1}$$

Eğer aşağıdaki (3.2) eşitsizliği sağlanırsa $L(X_1, X_2, \ldots, X_n)$'e, $1-\alpha$ güven seviyeli alt güven limiti denir.

$$P_\theta[L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \gamma \leq \infty] \geq 1-\alpha, \quad \forall \gamma \in \Gamma \tag{3.2}$$

Eğer aşağıdaki (3.3) eşitsizliği sağlanırsa $U(X_1, X_2, \ldots, X_n)$'e, $1-\alpha$ güven seviyeli üst güven limiti denir.

$$P_\theta[-\infty \leq \gamma \leq U(X_1, X_2, \ldots, X_n)] \geq 1-\alpha, \quad \forall \gamma \in \Gamma \tag{3.3}$$

Güven aralığının, γ parametresinin çok boyutlu olması durumunda genelleştirilmesi, güven bölgesi olarak adlandırılır (Roussas 1973).

3.3. Fisher Bilgi Matrisi

$X_1, X_2, ..., X_n$ örneklemi, olasılık (yoğunluk) fonksiyonu $f(x;\boldsymbol{\gamma}), \boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^p$ olan kitleden alınan n birimlik bir örneklem olsun. Örneklemin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(\mathbf{x};\boldsymbol{\gamma}),\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$$

olmak üzere bu fonksiyona parametrenin bir fonksiyonu gözü ile bakıldığında

$$L(\boldsymbol{\gamma};\mathbf{x}) = f(\mathbf{x};\boldsymbol{\gamma}),\ \boldsymbol{\gamma} \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p \tag{2.16}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyona $X_1, X_2, ..., X_n$ örneklemine dayalı olabilirlik fonksiyonu denir. Burada $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)'$ ve $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)'$ şeklinde olup Γ parametre uzayıdır. Olabilirlik fonksiyonu $L(\boldsymbol{\gamma};\mathbf{x})$ in logaritması alınarak

$$\ell(\boldsymbol{\gamma}) = \log\left(L(\boldsymbol{\gamma};\mathbf{x})\right),\quad \boldsymbol{\gamma} \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p \tag{2.17}$$

şeklinde elde edilen fonksiyona log-olabilirlik fonksiyonu denir.

$X_1, X_2, ..., X_n$ örneklemi, olasılık (yoğunluk) fonksiyonu $f(x;\boldsymbol{\gamma}), \boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^p$ olan kitleden alınan n birimlik bir örneklem olsun. Bu örneklem için Fisher bilgi matrisi

$$\begin{aligned} I(\boldsymbol{\gamma}) &= -E\left\{\left(\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\log\left(L(\boldsymbol{\gamma};\mathbf{X})\right)\right)\right\} \\ &= -E\left\{\left(\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\ell(\boldsymbol{\gamma})\right)\right\} \end{aligned}$$

$$= -\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_1^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_1 \partial \gamma_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_1 \partial \gamma_p} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_2 \partial \gamma_1} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_2 \partial \gamma_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_p \partial \gamma_1} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_p \partial \gamma_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \gamma_p^2} \end{pmatrix} \qquad (2.18)$$

şeklinde tanımlanır, burada $L(\boldsymbol{\gamma}; \mathbf{X})$ ve $\ell(\boldsymbol{\gamma})$ sırasıyla eşitlik (2.16) ve (2.17) de verilen olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonlarıdır (Wu ve Kuş, 2009).

3.4. Newton-Raphson Yöntemi

$f(x)=0$ denkleminin bir kökünün bulunmasındaki iteratif yöntemlerden biridir. $f(x)$ sürekli ve türevlenebilen fonksiyonunun bilinen yaklaşık bir kökü x_n olsun. $f(x_n+h)$ fonksiyonu x_n civarında ikinci mertebeye kadar Taylor serisine açılırsa

$$f(x_n+h) = f(x_n) + hf'(x_n) + \frac{h^2}{2} hf''(\xi_n) \quad \xi \in (x_n, x_n+h)$$

yazılabilir. $x_n + h = x_{n+1}$ değerinin gerçek köke çok yakın olduğu yani $f(x_n+h)$' ın hemen hemen sıfır olduğu düşünülürse,

$$0 = f(x_n) + hf'(x_n) + \frac{h^2}{2} f''(\xi_n) \qquad \xi \in (x_n, x_n+h)$$

yazılır. Şayet h yeterince küçük ise h^2'yi içeren terim ve sonraki terimler ihmal edilebilir. Böylece

$$f(x_n) + hf'(x_n) = 0$$

veya

$$h = -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

olarak elde edilir. Eğer $h = x_{n+1} - x_n$ olduğu göz önüne alınırsa,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

iterasyon denklemine ulaşılır (Oturanç ve ark 2003).

Newton – Raphson yöntemi geometrik olarak incelenecek olursa $f(x)=0$ fonksiyonunun başlangıç yaklaşık kökü x_0 olmak üzere fonksiyonun $(x_0, f(x_0))$ noktasındaki teğetinin denklemi

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

olarak yazılabilir. Bu teğetin x eksenini kestiği nokta ilk kök yaklaşımı olur ve

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

elde edilir. Bu şekilde ardışık yaklaşımlar kullanılarak, gerçek köke ulaşılır.

4. İLERYEN TÜR GRUP SANSÜRLÜ ÖRNEKLEM VE OPTİMAL DENEY TASARIMI

4.1. İlerleyen Tür Grup Sansürlü Örneklem

İlerleyen tür grup sansürlü örneklem şu şekilde tanımlanır: n sayıda özdeş bileşenin (aynı yaşam zamanı dağılımına sahip) $\tau_0 = 0$ anında yaşam testine tabi tutulduğu düşünülsün. τ_1 zamanına kadar bozulanların sayısı N_1 olmak üzere aynı anda geriye kalan $n - N_1$ bileşenden R_1 tane bileşen testten çekilsin. Geriye kalan $n - N_1 - R_1$ bileşenden $[\tau_1, \tau_2]$ aralığında bozulanların sayısı N_2 olmak üzere aynı anda R_2 tane bileşen testten çekilsin ve böylece, τ_k zamanına kadar bozulanların sayısı N_k olmak üzere geriye kalan $R_k = n - \sum_{i_1=1}^{k} N_{i_1} - \sum_{i_2=1}^{k-1} R_{i_2}$ tane bileşen testten çekilsin. Bu şekilde elde edilen k hacimli $N_1, N_2, \ldots, N_k$ örneklemine ilerleyen tür grup sansürlü örneklem denir. Burada $R_1, R_2, \ldots, R_k$ testten önce belirlenmiş geriye kalan bileşenlerin yüzdeleri $p_1, p_2, \ldots, p_k$ $(p_k = 1)$ ile belirlenir. Yani $M_i = n - \sum_{j=1}^{i-1} N_j - \sum_{j=1}^{i-1} R_j$ olmak üzere $R_i = (M_i - N_i)\, p_i,\ i = 1, 2, \ldots, k$ dir.

Böylece

$$\{N_i \mid N_1 = n_1, N_2 = n_2, \ldots, N_{i-1} = n_{i-1}, R_1 = r_1, R_2 = r_2, \ldots, R_{i-1} = r_{i-1}\}$$

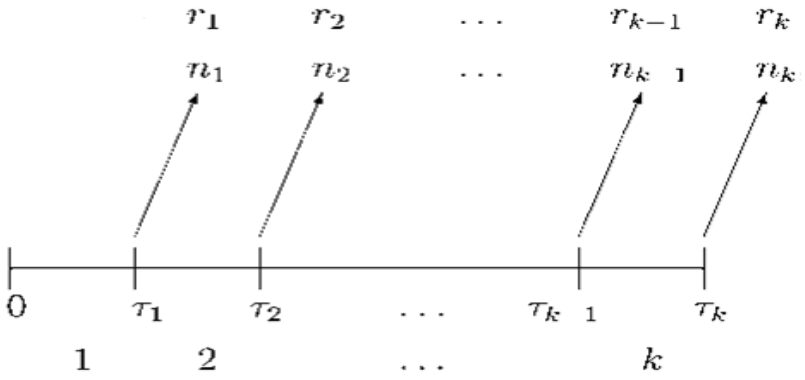
koşullu rasgele değişkeni Binom(m_i, q_i) dağılımına sahiptir, burada q_i test biriminin τ_{i-1} ile τ_i arasında bozulması olasılığıdır ve aşağıdaki gibi bulunur. $X_1, X_2, \ldots, X_k$ test birimlerinin yaşam zamanını olsun. Bu durumda

$$q_i = P(\tau_{i-1} < X_i < \tau_i / X_i > \tau_{i-1}) = \frac{P(\tau_{i-1} < X_i < \tau_i, X_i > \tau_{i-1})}{P(X_i > \tau_{i-1})}$$

$$= \frac{P(\tau_{i-1} < X_i < \tau_i)}{P(X_i > \tau_{i-1})}$$

$$= \frac{F(\tau_i) - F(\tau_{i-1})}{1 - F(\tau_{i-1})} \quad .$$

$F(\bullet)$ dağılım fonksiyondur. Bu tez çalışmasında aralık uzunlukları eşit alınıp durumda $\tau_i = i\tau$ yazılacaktır. Aşağıda verilen şekil 4.1'de ilerleyen tür ilerleyen tür tip I grup sansürleme planını verilmiştir. Burada r, önceden belirlenen p; sansürleme oranı ile yaşam testinden çıkarılan sansürlenmiş test birimlerini gösterirken, n; bozulan parça sayısını ifade etmektedir. $(\tau_{i-1}, i\tau)$, zaman aralıkları bu tez çalışmasında eşit alınmıştır. k ise zaman aralıklarının sayısını göstermektedir.



Şekil 4.1 İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı

4.2. Optimal Deney Tasarımı

Örneklem almak için yaşam testinin kurulum maliyeti C_a, test birimlerinin her birinin maliyeti C_s, bozulmaların sayısının her bir gözlem zamanında (τ_i)tespit edecek araç ve gereçlerin maliyeti (C_i), operatörler ücretleri, ve diğer hizmetler için gereken toplam maliyet $k\tau C_o$ olmak üzere toplam maliyet

$$C_T = C_a + nC_s + kC_i + k\tau C_o$$

dir. Yaşam testi bütçesi C_r ve ilerleyen tür grup sansürlü örnekleme dayalı parametrelerin ML tahmin edicilerinin asimptotik varyansının determinantı (D-optimallik) $G(n,k,\tau)$ olmak üzere sınırlı bütçede $G(n,k,\tau)$'i optimal yapan n,k ve τ,

$$\text{minimize} \quad G(n,k,\tau) \tag{4.1}$$

$$\text{kısıt} \qquad C_a + nC_s + kC_i + k\tau C_o \le C_r, \quad k,n \in \mathbb{N}, k \ge 1 \; ve \; \tau > 0$$

optimizasyon probleminin çözümünden elde edilir Wu ve ark. (2008). Bu çalışmada bazı dağılımlar için belirli bir bütçe kısıtlaması altında optimal n,k ve τ değerleri elde edilecektir.

Bütün bu kısıtlar göz önünde bulundurularak optimal n,k ve τ değerleri ML tahmin edicisinin asimptotik varyansını minimum yapacak şekilde belirlenecektir. Varyansın optimalliğini sağlamak için Wu ve ark. (2008) nın önerdiği algoritma eksiklikleri giderilerek geliştirilmiştir.

(4.1) de verilen optimizasyon probleminin çözümü için Wu ve ark. (2008) in önerdiği lineer olmayan karma tam sayılı programlama algoritması modifiye edilerek verilmiştir.

Algoritma

Adım 1 Maliyet parametreleri C_a, C_s, C_i, C_o, C_r değerleri ve dağılımın parametre değeri yada parametre değerleri girilir. (Uygulamada dağılımın parametrelerinin değerleri bilinmediğinden parametrenin ML tahminleri girilir)

Adım 2 Test birimlerinin sayısı için bir üst sınır

$$\tilde{n} = \left[\frac{C_r - C_a - C_i}{C_s} \right]$$

şeklindedir. Burada $[\bullet]$, tam değer fonksiyonudur. $n = 2$ alınır.

Adım 3 Verilen n test birimine dayalı aralık sayısı için

$$\tilde{k}_n = \left[\frac{C_r - C_a - nC_s}{C_i} \right]$$

şeklinde bir üst sınır bulunur.

(Yeni)Adım 4 Toplam deney maliyeti göz önünde bulundurularak aralık uzunlukları için bir üst sınır

$$\tilde{\tau}_{k_n} = \frac{C_r - C_a - nC_s - kC_i}{kC_o}, \qquad k \in \mathbb{N}, 1 \le k < \tilde{k}_n$$

şeklinde hesaplanır ve verilen n ve k için $\tau' = \underset{\tau}{\operatorname{argmin}}\left(G(n,k,\tau)\right)$ bulunur.

(Yeni)Adım 5 $\tau' > \tilde{\tau}_{k_n}$ ise $\tau_{k_n} = \tilde{\tau}_{k_n}$, $\tau' \ge \tilde{\tau}_{k_n}$ ise $\tau_{k_n} = \tau'$ alınır.

Adım 6 $F(n) = G\left(n, k_n, \tau_{k_n}\right) = \min_{1 \le k \le \tilde{k}_n} G\left(n, k, \tau_{k_n}\right)$

Adım 7 $n = n+1$, eğer $n \le \tilde{n}$ ise 3. adıma gidilir. $n \ge \tilde{n}$ ise 8. adıma gidilir.

Adım 8 Amaç fonksiyonun optimal değeri bulunur.

$$F\left(n^*\right) = \min_{2 \le n \le \tilde{n}} F(n) = G\left(n^*, k^*, \tau^*\right) = \min_{2 \le n \le \tilde{n}} G\left(n, k_n, \tilde{\tau}_{k_n}\right)$$

Adım 9 Amaç fonksiyonun optimal yapan $\left(n^*, k^*, \tau^*\right)$ değerleri elde edilir.

4.3. Fisher Bilgi Matrisinin Bulunuşunda Kullanılan Bazı Formüller

ML Tahmin edicilerinin asimptotik normalliği kullanılarak fisher bilgi matrisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi elde edilebilir. İlerleyen tür Tip I Grup sansürlü örnekleme dayalı Fisher bilgi matrisi

$$E(N_i) = E(M_i)\, q_i \ , \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

$$E(M_1) = n \ , \qquad R_i = (M_i - N_i)\, p_i \ , \quad \text{ve} \qquad M_{i+1} = M_i - N_i - R_i$$

$$E(M_i) = n \prod_{j=1}^{i-1} (1 - q_j)(1 - p_j), \quad i = 2, 3, \ldots, k \qquad 4.3.1$$

olmak üzere

$$\mathrm{I}(\lambda, \beta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} E(M_i) \dfrac{(\partial q_i / \partial \beta)^2}{q_i (1 - q_i)} & \sum_{i=1}^{k} E(M_i) \dfrac{(\partial q_i / \partial \beta)(\partial q_i / \partial \lambda)}{q_i (1 - q_i)} \\ \sum_{i=1}^{k} E(M_i) \dfrac{(\partial q_i / \partial \beta)(\partial q_i / \partial \lambda)}{q_i (1 - q_i)} & \sum_{i=1}^{k} E(M_i) \dfrac{(\partial q_i / \partial \lambda)^2}{q_i (1 - q_i)} \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanır. Burada 4.3.1 eşitliği aşağıdaki gibi ispatlanabilir.

burada $E(M_i) = n\prod_{j=1}^{i-1}(1-q_j)(1-p_j),\ \ i = 2,3,\ldots,k$

eşitliğinin doğruluğunu gösterelim. Eşitliğin doğruluğunu göstermek için tümevarım ilkesini kullanalım.

1. Adım: $k = 1$ alındığında

$E(M_1) = n$ olduğu tanım gereği doğrudur.

2. Adım: $k = i$ için

$E(M_i) = n\prod_{j=1}^{i-1}(1-q_j)(1-p_j),\ \ i = 2,3,\ldots,k$ eşitliğinin doğru olduğu varsayılsın.

3. Adım: $k = i+1$ için

$$\begin{aligned} M_{i+1} &= M_i - N_i - R_i \\ &= M_i - N_i - P_i(M_i - N_i) \\ &= (1-P_i)(M_i - N_i) \end{aligned}$$ (burada her iki tarafın beklenen değeri alınır.)

$$\begin{aligned} \Rightarrow E(M_{i+1}) &= E\left((1-P_i)(M_i - N_i)\right) \\ &= (1-P_i)\left(E(M_i) - E(N_i)\right) \\ &= (1-P_i)\left(E(M_i) - E(M_i)q_i\right) \\ &= (1-P_i)\left(E(M_i)(1-q_i)\right) \\ &= E(M_i)(1-P_i)(1-q_i) \\ &= n\prod_{j=1}^{i-1}(1-q_j)(1-p_j)(1-q_i)(1-p_i) \end{aligned}$$

$E(M_{i+1}) = n\prod_{j=1}^{i}(1-q_j)(1-p_j)$ olup 4.3.1 eşitliği doğrudur.

5. KISITLI MALİYET DURUMUNDA BAZI DAĞILIMLAR İÇİN OPTİMAL İLERYEN TÜR TİP I GRUP SANSÜRLEME PLANI

5.1. Kısıtlı Maliyet Durumunda Pareto Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Grup Sansürleme Planı

5.1.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini

X , Pareto dağılımına sahip bir rasgele değişken olmak üzere, X rasgele değişkenin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu sırasıyla eşitlik (5.1) ve eşitlik (5.2) deki gibidir:

$$f(x)=\beta x^{-\beta-1},\ x>1,\beta>0 \tag{5.1}$$

$$F(x)=1-x^{-\beta}\ ,\ x>1,\beta>0 \tag{5.2}$$

Pareto dağılımı için $Pareto(\beta)$ gösterimi kullanılacaktır. $N_1,N_2,\ldots,N_k$ $Pareto(\beta)$ dağılımından alınmış ilerleyen tür grup sansürlü örnekleme dayalı olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla

$$L(\beta)=\prod_{i=1}^{k} q_i^{\,n_i}\,(1-q_i)^{m_i-n_i} \tag{5.3}$$

$$\log\left(L(\beta)\right)=\sum_{i=1}^{k} n_i\log(1-h_i)+(m_i-n_i)\log(h_i) \tag{5.4}$$

şeklinde verilir.

burada $q_i=1-\left(\dfrac{1+(i-1)\tau}{1+i\tau}\right)^{\beta}$, $h_i=\left(\dfrac{1+(i-1)\tau}{1+i\tau}\right)^{\beta}$,$i=1,2,\ldots,k$ dır. Parametrenin en çok olabilirlik tahmin edicisinin bulunması için eşitlik (5.4) ile verilen fonksiyonu maksimum yapan β değeri bulunur. Bunun için olabilirlik denklemi

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\log\left(L\left(\beta\right)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{-n_i h_i \log\left(h_i^{\frac{1}{\beta}}\right)}{1-h_i}+\left(m_i-n_i\right)\log\left(h_i\right)=0$$

dır. Olabilirlik denkleminin analitik olarak çözümü olmadığından, bu denklemin çözümü için Newton-Raphson yöntemi gibi bazı sayısal yöntemler kullanılabilir.

En çok olabilirlik tahmin edicisi bulunduktan sonra, tahmin edicinin asimptotik normalliği kullanılarak Fisher Bilgisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyansı elde edilebilir. Fisher Bilgisi kullanılarak parametre için güven aralığıda elde edilebilir. Fisher Bilgisini elde etmek için eşitlik (5.4) te verilen log-olabilirlik fonksiyonunun ikinci türevi kullanılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\log\left(L\left(\beta\right)\right)=\sum_{i=1}^{k}-n_i\left[\frac{1}{\left(1-h_i\right)^2}\left(h_i\log\left(h_i^{1/\beta}\right)\right)^2+\frac{1}{1-h_i}\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}\right]$$

$$+\left(m_i-n_i\right)\left[-\left(\log h_i\right)^2+\frac{1}{h_i}\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}\right] \qquad (5.5)$$

burada $\frac{\partial^2 h_i}{\partial\beta^2}=\frac{h_i}{\beta^2}\left(\log h_i\right)^2$ olarak bulunur. Fisher Bilgisi için (5.5) deki eşitliklerinin negatif değerinin beklenen değeri alınarak elde edilir. Fisher Bilgisi için kullanılan formüller ve ispatları Bölüm 3.3 ve Bölüm 4.3 te verilmiştir. Bu bilgiler ışığında Fisher bilgisi

$$\mathrm{I}(\beta)=n\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(h_i\log\left(h_i^{1/\beta}\right)\right)^2}{q_i\left(1-q_i\right)}\prod_{j=1}^{i-1}\left(1-q_j\right)\left(1-p_j\right)$$

şeklinde yazılır Wu ve Huang (2008).

5.1.2. Uygulama

Yukarıdaki sonuçları bir örnek üzerinde değerlendirmek için Aggarwala(2001)'nın algoritması kullanılarak $n=40$, $k=8$, $\tau=0.1$, $\beta=2$ için ilerleyen tür grup sansürlü bir örneklem üretilmiştir. Bu örneklem Çizelge 5.1'de verilmiştir. Önceden belirlenmiş sansürleme yüzdeleri $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)=(0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 1)$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.1. Pareto I dağılımından alınmış ilerleyen tür grup sansürlü örneklem

i	1	2	3	4	5	6	7	8
n_i	6	3	1	5	2	4	1	5
r_i	1	1	1	1	0	0	0	9
p_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	1

Çizelge 5.1' deki örneklem yukarıda verilen algoritma kullanılarak varyansı optimal yapan ilerleyen tür grup sansürleme planını elde etmek için önceden belirlenen n,k ve τ değerleri göz önünde bulundurularak rasgele bir örneklem alınır (Pilot Çalışma) ve bu örnekleme dayalı parametrenin ML Tahmin edicisi ve Fisher Bilgisi kullanılarak bu tahmin edicinin asimptotik varyansı tahmin edilir. Verilen algoritma kullanılarak ML Tahmin edicisinin asimptotik varyansını optimal yapan örnekleme planı elde edilir. Burada pilot çalışmada parametre tahmini için örneklemin iyi seçilmesi ilerleyen tür grup sansürlemenin en büyük problemlerindendir.

Bu örnekleme dayalı β parametresinin en çok olabilirlik tahmin edicileri $\hat{\beta}=1.8811$ şeklinde elde edilmiştir. β için %95 lik asimptotik güven aralığı $(1.1243, 2.6379)$ olarak bulunmuştur.

Maliyet parametreleri $C_a=80, C_s=65, C_i=40, C_o=8$ ve $C_r=4000$ olmak üzere optimizasyon problemi

minimize $G(n,k,\tau)$

kısıt $80+65n+40k+8k\tau \le 4000$

olup optimal n,k ve τ,

$n^*=56$, $k^*=6$ ve $\tau^*=0.6809$ olarak bulunur.

Çizelge 5.2. $p = 0.05$, $C_a = 80$, $C_s = 65$, $C_i = 40$, $C_o = 8$, $C_r = 4000$ için D-Optimal n, k ve τ değerleri

β	p	n	k	τ	$k\tau$	$G(n,k,\tau)$
1,1243	0,05	56	5	1,6400	8,2000	0,0272
	0,1	57	4	1,7187	6,8748	0,0278
	0,15	57	4	1,7187	6,8748	0,0283
	0,2	57	4	1,7187	6,8748	0,0289
	0,25	57	4	1,7187	6,8748	0,0294
	0,3	57	4	1,7187	6,8748	0,0299
1,5027	0,05	56	6	0,8333	4,9998	0,0471
	0,1	57	4	1,1475	4,5900	0,0487
	0,15	57	4	1,2041	4,8164	0,0496
	0,2	57	4	1,2589	5,0356	0,0506
	0,25	58	3	1,2500	3,7500	0,0514
	0,3	58	3	1,2500	3,7500	0,0521
1,8811	0,05	56	6	0,6809	4,0854	0,0727
	0,1	56	6	0,7441	4,4646	0,0749
	0,15	57	4	0,8580	3,4320	0,0769
	0,2	57	4	0,8968	3,5872	0,0784
	0,25	58	3	0,9768	2,9304	0,0796
	0,3	58	3	1,0041	3,0123	0,0807
2,2595	0,05	56	6	0,5243	3,1458	0,1041
	0,1	56	6	0,5738	3,4428	0,1073
	0,15	57	4	0,6628	2,6512	0,1102
	0,2	57	4	0,6922	2,7688	0,1124
	0,25	58	3	0,7536	2,2608	0,1141
	0,3	58	3	0,7748	2,3244	0,1158
2,6379	0,05	57	5	0,3750	1,8750	0,1410
	0,1	56	6	0,4651	2,7906	0,1455
	0,15	57	4	0,5374	2,1496	0,1494
	0,2	57	4	0,5618	2,2472	0,1525
	0,25	58	3	0,6118	1,8354	0,1549
	0,3	58	3	0,6289	1,8867	0,1572

Çizelge 5.2 elde edilen sonuçlardan yola çıkarak duyarlılık analizi yapılmıştır. Çizelge 5.2'den β arttığında optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin azaldığı gözlenmiştir. Ayrıca β parametresi arttığında, optimal varyansın arttığı tespit edilmiştir.

Çizelge 5.3. $p = 0.05$, $\beta = 1.8811$ ve faklı maliyet parametre değerleri için D-Optimal n, k ve τ değerleri

C_o	C_s	C_i	C_a	C_r	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
8	65	40	80	1000	12	3	0,8333	0,3621
				2000	26	5	0,7203	0,1586
				3000	42	4	0,7767	0,1001
				4000	56	6	0,6809	0,0727
				5000	72	5	0,7203	0,0573
				6000	86	7	0,6523	0,0469
				7000	101	8	0,5468	0,0398
				8000	117	7	0,6250	0,0345
				9000	131	9	0,6145	0,0305
8	65	40	40	4000	56	7	0,6523	0,0721
			50		57	5	0,7203	0,0723
			60		57	5	0,7203	0,0723
			70		57	5	0,6250	0,0726
			80		56	6	0,6809	0,0727
			90		56	6	0,6250	0,0728
			100		55	7	0,6523	0,0734
			110		55	7	0,6250	0,0734
			120		56	5	0,7203	0,0736
8	65	40	80	4000	56	6	0,6809	0,0727
		45			56	5	0,7203	0,0736
		50			56	5	0,7203	0,0736
		55			55	5	0,7203	0,0750
		60			55	5	0,7203	0,0749
		65			56	4	0,6250	0,0757
		70			54	5	0,7203	0,0764
		75			54	5	0,7203	0,0764
		80			55	4	0,7767	0,0764
8	40	40	80	4000	91	6	0,6809	0,0447
	45				81	6	0,6809	0,0503
	50				73	6	0,6250	0,0558
	55				67	5	0,7203	0,0615
	60				60	7	0,6523	0,0673
	65				56	6	0,6809	0,0727
	70				52	6	0,6809	0,0783
	75				48	7	0,6523	0,0841
	80				46	5	0,7203	0,0896
4	65	40	80	4000	57	5	0,7203	0,0723
5					57	5	0,6000	0,0727
6					56	6	0,6810	0,0727
7					56	6	0,6809	0,0727
8					56	6	0,6809	0,0727
9					56	6	0,6809	0,0727
10					56	6	0,6667	0,0727
11					56	6	0,6061	0,0728
12					56	6	0,5556	0,0731

Çizelge 5.4. $p = 0.1$, $\beta = 1.8811$ ve faklı maliyet parametre değerleri için D-Optimal n,k ve τ değerleri

C_o	C_s	C_i	C_a	C_r	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
8	65	40	80	1000	12	3	0,8333	0,3682
				2000	26	5	0,7500	0,1628
				3000	42	4	0,8179	0,1023
				4000	56	6	0,7442	0,0749
				5000	72	5	0,7731	0,0588
				6000	86	7	0,7247	0,0485
				7000	102	6	0,7441	0,0411
				8000	117	7	0,6250	0,0358
				9000	133	6	0,7292	0,0315
8	65	40	40	4000	58	4	0,8178	0,0741
			50		57	5	0,7731	0,0743
			60		57	5	0,7731	0,0743
			70		57	5	0,6250	0,0748
			80		56	6	0,7441	0,0749
			90		56	6	0,6250	0,0753
			100		57	4	0,8178	0,0754
			110		57	4	0,7812	0,0754
			120		56	5	0,7731	0,0756
8	65	40	80	4000	56	6	0,7441	0,0749
		45			57	4	0,8179	0,0754
		50			56	5	0,7500	0,0756
		55			56	4	0,8179	0,0767
		60			56	4	0,8179	0,0767
		65			57	3	0,8333	0,0775
		70			55	4	0,8179	0,0781
		75			55	4	0,8179	0,0781
		80			55	4	0,7812	0,0781
8	40	40	80	4000	92	5	0,7731	0,0460
	45				82	5	0,7500	0,0516
	50				73	6	0,6250	0,0577
	55				67	5	0,7731	0,0632
	60				62	4	0,8179	0,0693
	65				56	6	0,7441	0,0749
	70				52	6	0,7441	0,0806
	75				49	5	0,7731	0,0864
	80				46	5	0,7731	0,0920
4	65	40	80	4000	57	5	0,7500	0,0743
5					56	6	0,7441	0,0749
6					56	6	0,7441	0,0749
7					56	6	0,7441	0,0749
8					56	6	0,7441	0,0749
9					56	6	0,7407	0,0749
10					56	6	0,6667	0,0751
11					57	4	0,8178	0,0754
12					57	4	0,8178	0,0754

Çizelge 5.5. $p = 0.25$, $\beta = 1.8811$ ve faklı maliyet parametre değerleri için D-Optimal n,k ve τ değerleri

C_o	C_s	C_i	C_a	C_r	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
8	65	40	80	1000	12	3	0,8333	0,3868
				2000	27	3	0,9763	0,1710
				3000	42	4	0,9342	0,1084
				4000	58	3	0,9763	0,0796
				5000	72	5	0,9138	0,0628
				6000	88	4	0,9342	0,0517
				7000	103	4	0,9342	0,0442
				8000	118	5	0,9139	0,0383
				9000	134	4	0,9342	0,0339
8	65	40	40	4000	58	4	0,9342	0,0785
			50		57	5	0,9139	0,0794
			60		57	5	0,8750	0,0794
			70		58	3	0,9763	0,0796
			80		58	3	0,9764	0,0796
			90		57	4	0,9342	0,0798
			100		57	4	0,9342	0,0798
			110		57	4	0,7812	0,0803
			120		56	5	0,9139	0,0808
8	65	40	80	4000	58	3	0,9763	0,0796
		45			57	4	0,9341	0,0798
		50			57	4	0,9342	0,0799
		55			57	3	0,9763	0,0810
		60			57	3	0,9763	0,0810
		65			57	3	0,8333	0,1814
		70			56	3	0,9763	0,0825
		75			56	3	0,9763	0,0825
		80			56	3	0,9763	0,0825
8	40	40	80	4000	93	4	0,9342	0,0489
	45				83	4	0,7812	0,0552
	50				74	4	0,9342	0,0615
	55				67	5	0,8750	0,0675
	60				62	4	0,9342	0,0734
	65				58	3	0,9763	0,0796
	70				53	4	0,9342	0,0858
	75				49	5	0,9138	0,0923
	80				47	3	0,9763	0,0983
4	65	40	80	4000	58	3	0,9764	0,0796
5					58	3	0,9763	0,0796
6					58	3	0,9763	0,0796
7					58	3	0,9768	0,0796
8					58	3	0,9763	0,0796
9					58	3	0,9763	0,0796
10					58	3	0,9763	0,0796
11					58	3	0,9091	0,0797
12					57	4	0,9342	0,0799

Çizelge 5.3-5.5 verilen sonuçlara göre p sansürleme oranı arttıkça optimal varyansın ve τ aralık uzunluğunun arttığı gözlenmiştir. Ayrıca C_r deney bütçesinin artması her üç çizelge içinde verilen optimal varyans değerlerinin azalmasına neden olduğu görülmüştür. Diğer maliyet parametrelerinin artması ise optimal varyansın artmasına neden olmuştur.

5.2. Kısıtlı Maliyet Durumunda Burr XII Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı

5.2.1. En Çok Olabilirlik Tahmin Edicisi ve Aralık Tahmini

X , Burr XII dağılımına sahip bir rasgele değişken olmak üzere, X rasgele değişkenin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu sırasıyla eşitlik (5.6) ve eşitlik (5.7) daki gibidir:

$$f(x)=\beta\lambda x^{\beta-1}\left(1+x^{\beta}\right)^{-(\lambda+1)}, \qquad x>0,\ \beta>0,\ \lambda>0 \tag{5.6}$$

$$F(x)=1-\left(1+x^{\beta}\right)^{-\lambda} \tag{5.7}$$

Burr XII dağılımı için $BurrXII(\lambda,\beta)$ gösterimi kullanılacaktır. $N_1, N_2, \ldots, N_k$ $Burr\ XII\,(\beta,\lambda)$ dağılımından alınmış ilerleyen tür tip I grup sansürlü örnekleme dayalı olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla denklem (5.8) ve denklem (5.9) teki gibi yazılır.

$$L(\beta,\lambda)\propto\prod_{i=1}^{k} q_i^{\,n_i}\left(1-q_i\right)^{m_i-n_i}\ , \tag{5.8}$$

$$\log\left(L(\beta,\lambda)\right)\propto\prod_{i=1}^{k} n_i\log\left(q_i\right)+\left(m_i-n_i\right)\log\left(1-q_i\right)\ . \tag{5.9}$$

burada $q_i = \left(\frac{1+i\tau^{\beta}}{1+(i-1)\tau^{\beta}} \right)^{-\lambda}$, $i = 1, 2, \ldots, k$ dır. Parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicilerinin bulunması için eşitlik (5.9) ile verilen fonksiyonu maksimum yapan β ve λ değerleri bulunur. Bunun için olabilirlik denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta} - \frac{m_i - n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\log\left(L(\beta,\lambda)\right) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda} - \frac{m_i - n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}$$

dır. Olabilirlik denklemlerin analitik olarak çözümü olmadığından, bu denklemlerin çözümü için Newton-Raphson yöntemi gibi bazı nümerik yöntemler kullanılabilir. En çok olabilirlik tahmin edicileri bulunduktan sonra, tahmin edicilerin asimptotik normalliği kullanılarak fisher bilgi matrisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi elde edilebilir. Bu matris için eşitlik (5.9) da verilen log-olabilirlik fonksiyonu kullanılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\log\left(L(\beta,\lambda)\right) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}q_i - \left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right) - \frac{m_i - n_i}{(1-q_i)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}(1-q_i) + \left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right) \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\log\left(L(\beta,\lambda)\right) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}q_i - \left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right) - \frac{m_i - n_i}{(1-q_i)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}(1-q_i) + \left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right) \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right) = \sum_{i=1}^{k} -\frac{n_i}{q_i^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta} + \frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{n_i}{q_i} + \frac{(m_i - n_i)}{(1-q_i)^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta} - \frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{(m_i - n_i)}{(1-q_i)} \quad (5.12)$$

Fisher Bilgi Matrisi (5.10) - (5.12) deki eşitliklerinin negatif değerinin beklenen değeri alınarak elde edilir. Fisher Bilgisi için kullanılan formüller ve ispatları Bölüm 3.3 ve Bölüm 4.3'te verilmiştir. Bu bilgiler ışığında Fisher Bilgi Matrisi

$$\mathrm{I}(\lambda,\beta)=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\beta)^2}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)} \\ \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\lambda)^2}{q_i(1-q_i)} \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır Wu ve Huang (2008).

5.2.2. Uygulama

Yukarıdaki sonuçları bir örnek üzerinde değerlendirmek için Aggarwala(2001)'nın algoritması kullanılarak $n=60$, $k=6$, $\tau=0.25$, $\lambda=2$ $\beta=3$ için ilerleyen tür grup sansürlü bir örneklem üretilmiştir. Bu örneklem Çizelge 5.6'da verilmiştir. Önceden belirlenmiş sansürleme yüzdeleri $(p_1,p_2,p_3,p_4,p_5)=(0.05,0.05,0.05,0.05,1)$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.6. *Burr XII* (β,λ) dağılımından alınmış ilerleyen tür grup sansürlü örneklem

i	1	2	3	4	5	6
n_i	1	8	11	20	8	5
r_i	2	2	1	0	0	2
p_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	1

Çizelge 5.6 daki örneklem yukarıda verilen algoritma kullanılarak varyansı optimal yapan ilerleyen tür grup sansürleme planını elde etmek için önceden belirlenen n,k ve τ değerleri göz önünde bulundurularak rasgele bir örneklem alınır (Pilot Çalışma) ve bu örnekleme dayalı parametrenin ML Tahmin edicisi ve Fisher Bilgisi kullanılarak bu tahmin edicinin asimptotik varyansı tahmin edilir. Verilen algoritma kullanılarak ML Tahmin edicisinin asimptotik varyansı optimal yapan örnekleme planı elde edilir. Burada Pilot çalışmada parametre tahmini için örneklemin iyi seçilmesi ilerleyen tür grup sansürlemenin en büyük problemlerindendir.

Bu örnekleme dayalı λ ve β parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri sırasıyla $\hat{\lambda} = 1.7765$ $\hat{\beta} = 3.6538$ şeklinde elde edilmiştir. λ için %95 lik asimptotik güven aralığı $(1.2742, 2.2789)$, β için %95 lik asimptotik güven aralığı $(2.8201, 4.4875)$ olarak bulunmuştur.

Maliyet parametreleri $C_a = 3, C_s = 75, C_i = 5.25, C_o = 6$ ve $C_r = 5000$ olmak üzere optimizasyon problemi

$$\text{minimize} \quad G(n,k,\tau)$$
$$\text{kısıt} \qquad 3 + 75n + 5,25k + 6k\tau \le 5000$$

olup optimal n, k ve τ,

$$n^* = 65, \; k^* = 17 \text{ ve } \tau^* = 0.2569$$

olarak bulunur.

Çizelge 5.7. $p = 0.05$, $C_a = 3$, $C_s = 75$, $C_i = 5.25$, $C_o = 6$, $C_r = 5000$ için D-Optimal n,k ve τ değerleri

λ	β	n	k	τ	$k\tau$	$G(n,k,\tau)$
1,2742	2,8201	65	17	0,3098	5,2666	0,0032
	3,6538	65	17	0,2905	4,9385	0,0056
	4,4875	65	17	0,2647	4,4999	0,0087
1,7765	2,8201	65	17	0,271	4,607	0,0054
	3,6538	65	17	0,2569	4,3673	0,0093
	4,4875	66	7	0,244	1,708	0,0146
2,2789	2,8201	65	18	0,2442	4,3956	0,0081
	3,6538	66	7	0,244	1,708	0,014
	4,4875	66	7	0,2358	1,6506	0,0222

Çizelge 5.7' den β arttığında optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin azaldığı gözlenmiştir. Ayrıca β parametresi arttığında, optimal varyansın arttığı tespit edilmiştir. λ arttığında optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin azaldığı gözlenmiştir. Ayrıca λ parametresi arttığında, optimal varyansın arttığı tespit edilmiştir.

Çizelge 5.8. $p = 0.05$, $\lambda = 1.7765$, $\beta = 3.6538$, $C_a = 3$, $C_s = 75$, $C_i = 5.25$, $C_o = 6$, $C_r = 5000$ için D-Optimal n, k ve τ değerleri

C_r	C_s	C_i	C_o	C_a	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
1000	75	5,25	6	3	12	14	0,2572	0,2741
2000					26	6	0,3070	0,0605
3000					39	10	0,2614	0,026
4000					52	14	0,2572	0,0146
5000					65	17	0,2569	0,0093
6000					79	10	0,2614	0,0063
7000					92	14	0,2572	0,0047
8000					105	17	0,2569	0,0036
5000	45	5,25	6	3	109	13	0,2576	0,0033
	55				89	15	0,2570	0,005
	65				76	8	0,2731	0,0069
	75				65	17	0,2569	0,0093
	85				58	9	0,2655	0,0118
	95				52	8	0,2731	0,0147
5000	75	4,50	6	3	66	7	0,2863	0,0092
		4,75			66	7	0,2863	0,0092
		5,00			66	7	0,2857	0,0092
		5,25			65	17	0,2569	0,0093
		5,50			65	17	0,2569	0,0093
		5,75			65	16	0,2569	0,0093
		6,00			65	16	0,2569	0,0093
5000	75	5,25	5	3	66	7	0,2569	0,0092
			6		65	17	0,2569	0,0093
			7		65	17	0,2569	0,0093
			8		65	16	0,2569	0,0093
			9		65	16	0,2569	0,0093
			10		65	15	0,2570	0,0093
			11		65	15	0,2570	0,0093
5000	75	5,25	6	1	66	7	0,2863	0,0092
				2	66	7	0,2679	0,0092
				3	65	17	0,2569	0,0093
				4	65	17	0,2569	0,0093
				5	65	17	0,2569	0,0093
				6	65	17	0,2569	0,0093
				7	65	17	0,2569	0,0093

Çizelge 5.8 de verilen sonuçlara göre C_r deney bütçesinin artması optimal varyans değerlerinin azalmasına neden olduğu görülmüştür. Diğer maliyet parametrelerinin artması ise optimal varyansın sabit veya artmasına neden olmuştur.

5.3. Kısıtlı Maliyet Durumunda Bathtube-shape Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı

5.3.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini

X, Bathtube-Shape dağılımına sahip bir rasgele değişken olmak üzere, X rasgele değişkenin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu sırasıyla eşitlik (5.13) ve eşitlik (5.14) deki gibidir.

$$f(x)=\lambda\beta x^{\beta-1}\exp\left\{\lambda\left(1-\exp\left(x^{\beta}\right)\right)+x^{\beta}\right\},\ x>0,\beta>0,\lambda>0 \tag{5.13}$$

$$F(x)=1-\exp\left\{\lambda\left(1-\exp\left(x^{\beta}\right)\right)\right\},\quad x>0,\beta>0,\lambda>0,\lambda\beta>1 \tag{5.14}$$

Bathtube-Shape dağılımı için $\text{Bathtube}-\text{Shape}(\lambda,\beta)$ gösterimi kullanılacaktır. $N_1,N_2,\ldots,N_k$ $Bathtube\,Shape(\beta,\lambda)$ dağılımında alınmış ilerleyen tür tip I grup sansürlü örnekleme dayalı olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla denklem (5.15) ve denklem (5.16) teki gibi yazılır.

$$L(\beta,\lambda)=\prod_{i=1}^{k}q_i^{\,n_i}\left(1-q_i\right)^{m_i-n_i}, \tag{5.15}$$

$$\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\prod_{i=1}^{k}n_i\log\left(q_i\right)+\left(m_i-n_i\right)\log\left(1-q_i\right). \tag{5.16}$$

burada $q_i=1-\exp(-\lambda*(\exp(i\tau^{\beta})-\exp((i-1)\tau^{\beta}))), i=1,2,\ldots,k$ dır. Parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicilerinin bulunması için eşitlik (5.16) ile verilen fonksiyonu maksimum yapan β ve λ değerleri bulunur. Bunun için olabilirlik denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}-\frac{m_i-n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\log\left(L\left(\beta,\lambda\right)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}-\frac{m_i-n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}$$

dır.Olabilirlik denklemlerin analitik olarak çözümü olmadığından, bu denklemlerin çözümü için Newton-Raphson yöntemi gibi bazı nümerik yöntemler kullanılabilir. En çok olabilirlik tahmin edicileri bulunduktan sonra, tahmin edicilerin asimptotik normalliği kullanılarak fisher bilgi matrisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi elde edilebilir. Bu matris için eşitlik (5.16) te verilen log-olabilirlik fonksiyonu kullanılır.

En çok olabilirlik tahmin edicileri bulunduktan sonra, tahmin edicilerin asimptotik normalliği kullanılarak fisher bilgi matrisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi elde edilebilir. Bu matris için eşitlik (5.16) te verilen log-olabilirlik fonksiyonu kullanılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\log\left(L\left(\beta,\lambda\right)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}q_i-\left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right)-\frac{m_i-n_i}{\left(1-q_i\right)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}\left(1-q_i\right)+\left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right) \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\log\left(L\left(\beta,\lambda\right)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}q_i-\left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right)-\frac{m_i-n_i}{\left(1-q_i\right)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}\left(1-q_i\right)+\left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right) \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda\partial\beta}\log\left(L\left(\beta,\lambda\right)\right)=\sum_{i=1}^{k}-\frac{n_i}{q_i^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}+\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{n_i}{q_i}+\frac{\left(m_i-n_i\right)}{\left(1-q_i\right)^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}-\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{\left(m_i-n_i\right)}{\left(1-q_i\right)} \quad (5.19)$$

Fisher Bilgi Matrisi (5.17) - (5.19) deki eşitliklerinin negatif değerinin beklenen değeri alınarak elde edilir. Fisher Bilgi Matrisi için kullanılan formüller ve ispatları Bölüm 3.3 ve Bölüm 4.3’ te verilmiştir. Bu bilgile ışığında Fisher Bilgi Matrisi

$$\mathrm{I}(\lambda,\beta)=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\beta)^2}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)} \\ \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k} E(M_i)\dfrac{(\partial q_i/\partial\lambda)^2}{q_i(1-q_i)} \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır Wu ve Huang (2008).

5.3.2. Uygulama

Yukarıdaki sonuçları bir örnek üzerinde değerlendirmek için Aggarwala(2001)'nın algoritması kullanılarak $n=60$, $k=10$, $\tau=0.1390$, $\lambda=3$ $\beta=2$ için ilerleyen tür grup sansürlü bir örneklem üretilmiştir. Bu örneklem Çizelge 5.9'da verilmiştir. Önceden belirlenmiş sansürleme yüzdeleri $(p_1,p_2,p_3,p_4,p_5)=(0.05,0.05,0.05,0.05,1)$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.9. Bathtube-shape dağılımından alınmış ilerleyen tür grup sansürlü örneklem

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	0	0	0	2	2	5	4	10	3	4
r_i	3	2	2	2	2	2	1	1	0	15
p_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	1

Çizelge 5.9 daki örneklem yukarıda verilen algoritma kullanılarak D-Optimal örnekleme planına göre üretilmiştir. Bu şekilde örneklem üretilmeseydi, Örneklemin tüm değerlerinin sıfır veya n e eşit olma riski yüksek olacaktı. D-Optimal İlerleyen tür grup sansürleme planını elde etmek için başta optimal olmayan bir rasgele örneklem alınır. (Pilot Çalışma) ve bu örnekleme dayalı parametre tahminleri yukarıda verilen algoritma kullanılarak D-Optimal örnekleme planı elde edilir. Burada Pilot çalışmada parametre tahmini için örneklemin iyi seçilmesi ilerleyen tür grup sansürlemenin en büyük problemlerindendir.

Bu örnekleme dayalı λ ve β parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri sırasıyla $\hat{\lambda} = 3.6778$ $\hat{\beta} = 1.6048$ şeklinde elde edilmiştir. λ için %95 lik asimptotik güven aralığı $(2.5271, 4.8285)$, β için %95 lik asimptotik güven aralığı $(1.1279, 2.0816)$ olarak bulunmuştur.

Maliyet parametreleri $C_a = 6, C_s = 65, C_i = 3.25, C_o = 10$ ve $C_r = 4000$ olmak üzere optimizasyon problemi

minimize $G(n, k, \tau)$

kısıt $6 + 65n + 5,25k + 10k\tau \leq 4000$

olup optimal n, k ve τ,

$n^* = 60$, $k^* = 10$ ve $\tau^* = 0.1390$

olarak bulunur.

Çizelge 5.10. $p = 0.05$, $C_a = 6$, $C_s = 65$, $C_i = 3.25$, $C_o = 10$, $C_r = 4000$ için D-Optimal n, k ve τ değerleri

λ	β	n	k	τ	$k\tau$	$G(n,k,\tau)$
2,5271	1,1279	60	21	0,1061	2,2281	0,0029
	1,6048	60	12	0,1363	1,6356	0,0055
	2,0816	60	19	0,149	2,831	0,0093
3,6778	1,1279	60	23	0,0778	1,7894	0,0063
	1,6048	60	15	0,1122	1,683	0,0116
	2,0816	61	6	0,1583	0,9498	0,0193
4,8285	1,1279	60	24	0,0621	1,4904	0,0108
	1,6048	60	15	0,0969	1,4535	0,0198
	2,0816	61	6	0,1456	0,8736	0,0328

Çizelge 5.10' dan λ arttığında D-Optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin azaldığı gözlenmiştir. β arttığında D-Optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin sabit veya azaldığı gözlenmiştir. Ayrıca λ veya β arttığında durumunda D-Optimal varyansın arttığı tespit edilmiştir.

Çizelge 5.11. $p = 0.05$, $\lambda = 3.6778$ $\beta = 1.6048$ ve faklı maliyet parametre değerleri için D-Optimal n, k ve τ değerleri

p	C_r	C_s	C_i	C_o	C_a	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
0,05	1000	65	3,25	10	6	14	18	0,1122	0,2136
	2000					30	10	0,114	0,0465
	3000					45	15	0,1122	0,0207
	4000					60	15	0,1122	0,0116
	5000					76	12	0,1122	0,0072
	6000					91	17	0,1122	0,0051
	7000					107	9	0,1083	0,0037
	8000					122	14	0,1122	0,0028
0,05	4000	45	3,25	10	6	87	18	0,1139	0,0055
		55				71	20	0,1200	0,0083
		65				60	21	0,1226	0,0117
		75				52	21	0,1226	0,0155
		85				46	19	0,1171	0,0198
		95				41	23	0,1054	0,0249
0,05	4000	65	2,25	10	6	61	8	0,1262	0,0114
			2,75			61	7	0,1373	0,0116
			3,25			60	15	0,1122	0,0116
			3,75			60	14	0,1122	0,0116
			4,25			60	14	0,1122	0,0116
			4,75			60	14	0,1122	0,0116
			5,25			60	13	0,1122	0,0116
0,05	4000	65	3,25	7	6	60	19	0,1122	0,0116
				8		60	18	0,1122	0,0116
				9		60	14	0,1122	0,0116
				10		60	15	0,1122	0,0116
				11		60	17	0,1122	0,0116
				12		60	15	0,1122	0,0116
				13		60	14	0,1122	0,0116
0,05	4000	65	3,25	10	3	61	7	0,1321	0,0116
					4	60	17	0,1122	0,0116
					5	60	17	0,1122	0,0116
					6	60	15	0,1122	0,0116
					7	60	19	0,1122	0,0116
					8	60	20	0,1122	0,0116
					9	60	16	0,1122	0,0116

Çizelge 5.11'den C_r arttığında n'in arttığı ve D-Optimal varyansın azaldığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_s arttığında n'in azaldığı ve D-Optimal varyansın arttığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_i, C_o ve C_a arttığında n'in ve D-Optimal varyansın değişmediği gözlenmiştir.

5.4. Kısıtlı Maliyet Durumunda Burr Tip III Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı

5.4.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini

X , Burr Tip III dağılımına sahip bir rasgele değişken olmak üzere, X rasgele değişkenin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu sırasıyla eşitlik (5.20) ve eşitlik (5.21) deki gibidir.

$$f(x)=\frac{\lambda\beta x^{\lambda\beta-1}}{\left(1+x^{\lambda}\right)^{\beta+1}},\quad x>0,\beta>0,\lambda>0,\lambda\beta>1 \tag{5.20}$$

$$F(x)=\left(1+x^{\lambda}\right)^{-\beta}x^{\beta\lambda},\quad x>0,\beta>0,\lambda>0,\lambda\beta>1 \tag{5.21}$$

Burr Tip III dağılımı için $BurrIII(\lambda,\beta)$ gösterimi kullanılacaktır. $N_1,N_2,\ldots,N_k$ ilerleyen tür tip I grup sansürlü örnekleme dayalı olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla denklem (5.23) ve denklem (5.24) teki gibi yazılır.

$$L(\beta,\lambda)=\prod_{i=1}^{k}q_i^{n_i}\left(1-q_i\right)^{m_i-n_i} \tag{5.23}$$

$$\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\prod_{i=1}^{k}n_i\log\left(q_i\right)+\left(m_i-n_i\right)\log\left(1-q_i\right) \tag{5.24}$$

burada $q_i=\dfrac{\left(1+i\tau^{\lambda}\right)^{-\beta}(i\tau)^{\beta\lambda}-\left(1+(i-1)\tau^{\lambda}\right)^{-\beta}\left((i-1)\tau\right)^{\beta\lambda}}{1-\left(1+(i-1)\tau^{\lambda}\right)^{-\beta}\left((i-1)\tau\right)^{\beta\lambda}}$ dır. Parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicilerinin bulunması için eşitlik (5.24) ile verilen fonksiyonu maksimum yapan β ve λ değerleri bulunur. Bunun için olabilirlik denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}-\frac{m_i-n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}-\frac{m_i-n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}$$

dır. Olabilirlik denklemlerin analitik olarak çözümü olmadığından, bu denklemlerin çözümü için Newton-Raphson yöntemi gibi bazı nümerik yöntemler kullanılabilir. En çok olabilirlik tahmin edicileri bulunduktan sonra, tahmin edicilerin asimptotik normalliği kullanılarak fisher bilgi matrisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi elde edilebilir. Bu matris için eşitlik (5.24) te verilen log-olabilirlik fonksiyonu kullanılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}q_i-\left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right)-\frac{m_i-n_i}{(1-q_i)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}(1-q_i)+\left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right) \tag{5.25}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}q_i-\left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right)-\frac{m_i-n_i}{(1-q_i)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}(1-q_i)+\left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right) \tag{5.26}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}-\frac{n_i}{q_i^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}+\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{n_i}{q_i}+\frac{(m_i-n_i)}{(1-q_i)^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}-\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{(m_i-n_i)}{(1-q_i)} \tag{5.27}$$

Fisher Bilgi Matrisi (5.25) - (5.27) deki eşitliklerinin negatif değerinin beklenen değeri alınarak elde edilir. Fisher Bilgi Matrisi için kullanılan formüller ve ispatları Bölüm 3.3 ve Bölüm 4.3' te verilmiştir. Bu bilgiler ışığında Fisher Bilgi Matrisi

$$\mathrm{I}(\lambda,\beta)=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\beta)^2}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)}\\ \sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\lambda)^2}{q_i(1-q_i)}\end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır Wu ve Huang (2008).

5.4.2. Uygulama

Yukarıdaki sonuçları bir örnek üzerinde değerlendirmek için Aggarwala(2001)'nın algoritması kullanılarak $n=60$, $k=11$, $\tau=0.3295$, $\lambda=3$ $\beta=2$ için ilerleyen tür grup sansürlü bir örneklem üretilmiştir. Bu örneklem Çizelge 5.12'de verilmiştir. Önceden belirlenmiş sansürleme yüzdeleri $(p_1,p_2,p_3,p_4,p_5)=(0.05,0.05,0.05,0.05,1)$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.12. Burr III dağılımından alınmış ilerleyen tür grup sansürlü örneklem

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
n_i	0	1	5	18	9	9	3	6	0	0	1
r_i	3	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0
p_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	1

Çizelge 5.12 deki örneklem yukarıda verilen algoritma kullanılarak D-Optimal örnekleme planına göre üretilmiştir. Bu şekilde örneklem üretilmeseydi, örneklemin tüm değerlerinin sıfır veya n e eşit olma riski yüksek olacaktı. D-Optimal İlerleyen tür grup sansürleme planını elde etmek için başta optimal olmayan bir rasgele örneklem alınır. (Pilot Çalışma) ve bu örnekleme dayalı parametre tahminleri yukarıda verilen algoritma kullanılarak D-Optimal örnekleme planı elde edilir. Burada Pilot çalışmada parametre tahmini için örneklemin iyi seçilmesi ilerleyen tür grup sansürlemenin en büyük problemlerindendir.

Bu örnekleme dayalı λ ve β parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri sırasıyla $\hat{\lambda}=3.7755$ $\hat{\beta}=2.8205$ şeklinde elde edilmiştir. λ için %95 lik asimptotik güven aralığı $(2.9431,4.6078)$, β için %95 lik asimptotik güven aralığı $(1.9908,3.6503)$ olarak bulunmuştur.

Maliyet parametreleri $C_a=6, C_s=65, C_i=5.25, C_o=10$ ve $C_r=4000$ olmak üzere optimizasyon problem,

$$\text{minimize} \quad G(n,k,\tau)$$

$$\text{kısıt} \quad 6+65n+5,25k+10k\tau \le 4000$$

olup optimal n,k ve τ, $n^*=60$, $k^*=11$ ve $\tau^*=0.3295$ olarak bulunur.

Çizelge 5.13. $p = 0.05$, $C_a = 6$, $C_s = 65$, $C_i = 5.25$, $C_o = 10$, $C_r = 4000$ için D-Optimal n, k ve τ değerleri

λ	β	n	k	τ	$k\tau$	$G(n,k,\tau)$
2.9431	1.9908	60	11	0.3295	3.6245	0.0091
	2.8205	60	10	0.4150	4.1500	0.0173
	3.6503	60	10	0.4150	4.1500	0.0283
3.7755	1.9908	60	11	0.3295	3.6245	0.0155
	2.8205	60	11	0.3295	3.6245	0.0297
	3.6503	60	11	0.3295	3.6245	0.0492
4.6078	1.9908	60	12	0.2583	3.0996	0.0242
	2.8205	60	12	0.2583	3.0996	0.0467
	3.6503	60	11	0.3095	3.4045	0.0766

Çizelge 5.13' den λ arttığında D-Optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin sabit yada azaldığı gözlenmiştir. β arttığında D-Optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin sabit veya arttığı gözlenmiştir. Ayrıca λ veya β arttığında D-Optimal varyansın, arttığı tespit edilmiştir.

Çizelge 5.14. $p = 0.05$, $\lambda = 3.7755$, $\beta = 2.8205$ ve faklı maliyet parametre değerleri için D-Optimal n, k ve τ değerleri

C_r	C_s	C_i	C_o	C_a	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
2000	65	5.25	10	6	29	13	0.3135	0.1264
3000					45	8	0.3375	0.0542
4000					60	11	0.3295	0.0297
5000					75	14	0.3250	0.0189
6000					91	9	0.3528	0.0130
7000					106	12	0.3417	0.0095
8000					121	15	0.3350	0.0072
4000	45	5.25	10	6	87	9	0.3528	0.0143
	55				71	10	0.3650	0.0213
	65				60	11	0.3295	0.0297
	75				52	11	0.3295	0.0395
	85				46	9	0.4083	0.0507
	95				41	12	0.3000	0.0635
4000	65	3.75	10	6	60	14	0.2964	0.0296
		4.25			60	13	0.2981	0.0296
		4.75			60	12	0.3083	0.0296
		5.25			60	11	0.3295	0.0297
		5.75			60	10	0.3650	0.0298
		6.25			60	9	0.4194	0.0298
		6.75			60	9	0.3694	0.0299
4000	65	5.25	7	6	60	12	0.3690	0.0296
			8		60	12	0.3229	0.0296
			9		60	11	0.3662	0.0297
			10		60	11	0.3295	0.0297
			11		60	10	0.3773	0.0297
			12		60	10	0.3458	0.0298
			13		60	9	0.3996	0.0298
4000	65	5.25	10	3	60	11	0.3568	0.0297
				4	60	11	0.3477	0.0297
				5	60	11	0.3386	0.0297
				6	60	11	0.3295	0.0297
				7	60	11	0.3205	0.0297
				8	60	10	0.3950	0.0297
				9	60	10	0.3850	0.0297

Çizelge 5.14 'den C_r arttığında n'in arttığı ve D-Optimal varyansın azaldığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_s arttığında n'in azaldığı ve D-Optimal varyansın arttığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_i, C_o ve C_a arttığında n'in değişmediği ancak D-Optimal varyansın sabit veya arttığı gözlenmiştir.

5.5. Kısıtlı Maliyet Durumunda Logistic Dağılımı İçin Optimal İlerleyen Tür Tip I Grup Sansürleme Planı

5.5.1. En Çok Olabilirlik Tahmin edicisi ve Aralık Tahmini

X , Logistic dağılımına sahip bir rasgele değişken olmak üzere, X rasgele değişkenin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu sırasıyla eşitlik (5.28) ve eşitlik (5.29) deki gibidir.

$$f(x)=\exp\left(-(x-\lambda)/\beta\right)/\left(\beta\left(1+\exp\left(-(x-\lambda)/\beta\right)\right)^2\right),\ x\in\Re,\lambda\in\Re,\beta\in\Re_+ \qquad (5.28)$$

$$F(x)=1/\left(1+\exp\left(-(x-\lambda)/\beta\right)\right),\quad x\in\Re \qquad (5.29)$$

Logistic dağılımı için $Logistic(\lambda,\beta)$ gösterimi kullanılacaktır.

$N_1,N_2,\ldots,N_k$ ilerleyen tür tip I grup sansürlü örnekleme dayalı olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla denklem (5.30) ve denklem (5.31) deki gibi yazılır.

$$L(\beta,\lambda)=\prod_{i=1}^{k} q_i^{\,n_i}\left(1-q_i\right)^{m_i-n_i} \qquad (5.30)$$

$$\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\prod_{i=1}^{k} n_i\log(q_i)+(m_i-n_i)\log(1-q_i) \qquad (5.31)$$

burada $q_i=\left(\dfrac{\exp\left((i\tau-\lambda)/\beta\right)-\exp\left(((i-1)\tau-\lambda)/\beta\right)}{1+\exp\left((i\tau-\lambda)/\beta\right)}\right)$ dır. Parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicilerinin bulunması için eşitlik (5.31) ile verilen fonksiyonu maksimum yapan β ve λ değerleri bulunur. Bunun için olabilirlik denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}-\frac{m_i-n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}-\frac{m_i-n_i}{1-q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}$$

dır. Olabilirlik denklemlerin analitik olarak çözümü olmadığından, bu denklemlerin çözümü için Newton-Raphson yöntemi gibi bazı nümerik yöntemler kullanılabilir. En çok olabilirlik tahmin edicileri bulunduktan sonra, tahmin edicilerin asimptotik normalliği kullanılarak fisher bilgi matrisi ile bu tahmin edicilerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi elde edilebilir. Bu matris için eşitlik (5.31) de verilen log-olabilirlik fonksiyonu kullanılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}q_i-\left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right)-\frac{m_i-n_i}{(1-q_i)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\beta^2}(1-q_i)+\left(\frac{\partial q_i}{\partial\beta}\right)^2\right) \tag{5.32}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{q_i^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}q_i-\left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right)-\frac{m_i-n_i}{(1-q_i)^2}\left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda^2}(1-q_i)+\left(\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\right)^2\right) \tag{5.33}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\lambda\partial\beta}\log\left(L(\beta,\lambda)\right)=\sum_{i=1}^{k}-\frac{n_i}{q_i^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}+\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{n_i}{q_i}+\frac{(m_i-n_i)}{(1-q_i)^2}\frac{\partial q_i}{\partial\lambda}\frac{\partial q_i}{\partial\beta}-\frac{\partial^2 q_i}{\partial\lambda\partial\beta}\frac{(m_i-n_i)}{(1-q_i)} \tag{5.34}$$

Fisher Bilgi Matrisi (5.32) - (5.34) teki eşitliklerinin negatif değerinin beklenen değeri alınarak elde edilir. Fisher Bilgi Matrisi için kullanılan formüller ve ispatları Bölüm 3.3 ve Bölüm 4.3' te verilmiştir. Bu bilgiler ışığında Fisher Bilgi Matrisi

$$\mathrm{I}(\lambda,\beta)=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\beta)^2}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)}\\ \sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\beta)(\partial q_i/\partial\lambda)}{q_i(1-q_i)} & \sum_{i=1}^{k}E(M_i)\frac{(\partial q_i/\partial\lambda)^2}{q_i(1-q_i)}\end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır Wu ve Huang (2008).

5.5.2. Uygulama

Yukarıdaki sonuçları bir örnek üzerinde değerlendirmek için Aggarwala(2001)'nın algoritması kullanılarak $n=50$, $k=6$, $\tau=0.2$, $\lambda=3$ $\beta=2$ için ilerleyen tür grup sansürlü bir örneklem üretilmiştir. Bu örneklem Çizelge 5.15'te verilmiştir. Önceden belirlenmiş sansürleme yüzdeleri $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)=(0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 1)$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.15. Logistic dağılımından alınmış ilerleyen tür grup sansürlü örneklem

i	1	2	3	4	5	6
n_i	11	12	8	12	3	2
r_i	1	1	0	0	0	0
p_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	1

Çizelge 5.15 teki örneklem yukarıda verilen algoritma kullanılarak D-Optimal örnekleme planına göre üretilmiştir. Bu şekilde örneklem üretilmeseydi, Örneklemin tüm değerlerinin sıfır veya n e eşit olma riski yüksek olacaktı. D-Optimal İlerleyen tür grup sansürleme planını elde etmek için başta optimal olmayan bir rasgele örneklem alınır. (Pilot Çalışma) ve bu örnekleme dayalı parametre tahminleri yukarıda verilen algoritma kullanılarak D-Optimal örnekleme planı elde edilir. Burada Pilot çalışmada parametre tahmini için örneklemin iyi seçilmesi ilerleyen tür grup sansürlemenin en büyük problemlerindendir.

Bu örnekleme dayalı λ ve β parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri sırasıyla $\hat{\lambda}=3.7115$ $\hat{\beta}=2.0782$ şeklinde elde edilmiştir. λ için %95 lik asimptotik güven aralığı $(2.2225, 5.2006)$, β için %95 lik asimptotik güven aralığı $(1.2910, 2.8654)$ olarak bulunmuştur. Maliyet parametreleri $C_a=5, C_s=65, C_i=5.25, C_o=3$ ve $C_r=4000$ olmak üzere optimizasyon problem,

minimize $G(n,k,\tau)$

kısıt $5+65n+5,25k+3k\tau \le 4000$

olup optimal n,k ve τ,

$n^*=60$, $k^*=9$ ve $\tau^*=1.7685$ olarak bulunur.

Çizelge 5.16. $p = 0.05$, $C_a = 5$, $C_s = 65$, $C_i = 5.25$, $C_o = 3$, $C_r = 4000$ için D-Optimal n, k ve τ değerleri

λ	β	n	k	τ	$k\tau$	$G(n,k,\tau)$
2,2225	1,2910	60	11	1,0908	11,9988	0,0064
	2,0782	60	9	1,5858	14,2722	0,0703
	2,8654	60	8	2,1478	17,1824	0,3363
3,7115	1,2910	60	10	1,3609	13,609	0,0038
	2,0782	60	9	1,7685	15,9165	0,0417
	2,8654	60	8	2,2083	17,6664	0,2128
5,2006	1,2910	60	9	1,603	14,427	0,003
	2,0782	60	8	2,1231	16,9848	0,0293
	2,8654	60	7	2,7187	19,0309	0,1499

Çizelge 5.16' dan λ arttığında D-Optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin arttığı gözlenmiştir. β arttığında D-Optimal varyansa ulaşmak için toplam test süresinin yine arttığı gözlenmiştir. Ayrıca D-Optimal varyansın, λ arttığında azaldığı β arttığında ise arttığı tespit edilmiştir.

Çizelge 5.17. $p = 0.05$, $\hat{\lambda} = 3.7115$, $\hat{\beta} = 2.0782$ ve faklı maliyet parametre değerleri için D-Optimal n, k ve τ değerleri

C_r	C_s	C_i	C_o	C_a	n	k	τ	$G(n,k,\tau)$
1000	65	5,25	3	5	14	8	1,7917	0,7697
2000					29	10	1,7946	0,1782
3000					45	6	0,0974	0,0762
4000					60	9	1,7685	0,0417
5000					75	11	1,7797	0,0266
6000					91	7	1,962	0,0183
7000					106	10	1,7500	0,0133
8000					121	12	1,7725	0,0102
4000	45	5,25	3	5	87	7	1,962	0,0201
	55				71	8	1,8754	0,0299
	65				60	9	1,7685	0,0417
	75				52	9	1,7685	0,0555
	85				46	8	1,7917	0,0713
	95				41	9	1,8234	0,0893
4000	65	3,75	3	5	60	10	1,7946	0,0416
		4,25			60	10	1,7500	0,0416
		4,75			60	9	1,8234	0,0417
		5,25			60	9	1,7685	0,0417
		5,75			60	8	1,8754	0,0419
		6,25			60	8	1,875	0,0419
		6,75			60	8	1,7083	0,042
4000	65	5,25	1	5	60	13	1,7692	0,0416
			2		60	10	1,7946	0,0416
			3		60	9	1,7685	0,0417
			4		60	8	1,6562	0,0422
			5		60	6	2,0974	0,0429
			6		59	10	1,7917	0,043
			7		59	9	1,7897	0,0431
4000	65	5,25	3	2	60	9	1,8234	0,0417
				3	60	9	1,8234	0,0417
				4	60	9	1,8055	0,0417
				5	60	9	1,7685	0,0417
				6	60	9	1,7315	0,0417
				7	60	9	1,6944	0,0418
				8	60	8	1,8754	0,0419

Çizelge 5.17'den C_r arttığında n'in arttığı ve D-Optimal varyansın azaldığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_s arttığında n'in azaldığı ve D-Optimal varyansın arttığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_i, C_o ve C_a arttığında n'in değişmediği ancak D-Optimal varyansın arttığı gözlenmiştir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6.1. Sonuçlar

İlerleyen grup sansürleme altında optimal deney tasarımı için Wu ve ark. (2008). Weibull dağılımı için önerdiği algoritma modifiye edilerek bu tez çalışmasında kullanılan Pareto, Burr XII, Burr Tip-III, Logistic ve Bathtube-shape dağılımlara uyarlanmıştır. Duyarlılık analizi sonucunda Pareto dağılımı için deney bütçesinin arttığında beklenildiği gibi varyansın azaldığı, diğer maliyet parametrelerin artması optimal varyansın sabit yada artmasına neden olmuştur. Burr XII dağılımı için deney bütçesinin arttığında varyansın azaldığı, diğer maliyet parametrelerin artması optimal varyansın sabit yada artmasına neden olmuştur. Bathtube-Shape dağılımı için deney bütçesinin arttığında beklenildiği gibi varyansın azaldığı ve test birimlerinin arttığı, diğer maliyet parametrelerin artması optimal varyansın sabit yada artmasına neden olmuştur. Burr Tip III dağılımı için deney bütçesinin arttığında beklenildiği gibi varyansın azaldığı ve test birimlerinin arttığı, test birimlerinin maliyetini arttığında varyansın arttığı, diğer maliyet parametrelerin artması optimal varyansın sabit yada artmasına neden olmuştur. Logistic dağılımı için C_r arttığında n'in arttığı ve D-Optimal varyansın azaldığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_s arttığında n'in azaldığı ve D-Optimal varyansın arttığı, τ'da fazla bir değişiklik olmadığı, C_i, C_o ve C_a arttığında n'in değişmediği ancak D-Optimal varyansın arttığı gözlenmiştir.

6.2. Öneriler

Bölüm 5'teki dağılımlarının ilerleyen tür tip-I grup sansürlü örneklemlere dayalı olarak asimptotik varyans kovaryans matrisinin tersinin determinantı (D-optimal) minimize etmek için kullanılan yöntem, yine asimptotik varyans kovaryans matrisinin izi(A-optimal) yada en büyük özdeğerinin (E-optimal) minimize etmek için kullanılabilir. Farklı dağılımlar için ilerleyen tür tip-I grup sansürlü örnekleme dayalı sonuç çıkarımları da elde edilebilir. İlerleyen tür grup sansür şeması geliştirilerek yeni sansür şemaları üretilebilir. Son olarak, Önerilen algoritmadan daha hızlı algoritmalar türetilebilir.

KAYNAKLAR

Aggarwala R. ve Balakrishnan N., 1998. Some Properties of Progressive Type-II Censored Order Statistics From Arbitrary And Uniform Distributions with Applications to Inference And Simulation. J. Statist. Plann. Inference 70, 35-49.

Aggarwala, R., 2001, Progressive interval censoring: some mathematical results with applications to inference, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 30, 1921-1935.

Asgharzadeh, A., 2009, Approximate MLE for the scaled generalized exponential distrubition under progressive type-II censoring. Journal of the Korean Statistical Society, 38, 223-229.

Ali Mousa, M. A. M. ve Jaheen, Z. F., 2002, Statistical inference for the Burr model Based on progressively censored data. *Computers & Mathematics with Applications*, 43, 1441-1449.

Balakrishnan, N., 2007, Progressive censoring methodology: an appraisal (with discussions).Test,16,211-296.

Balakrishnan, N. ve Aggarwala, R., 2000, Progressive Censoring Theory, Methods, and Applications. Boston, Birkh Äauser.

Balakrishnan, N., Childs, A., Chandrasekar, B., 2002, An Efficient Computational Method for Moments of order Statistics Under Progressive Censoring Statistics & Probability Letters, 60, 359-365.

Balasooriya, U., Balakrishnan, N., 2000. Reliability Sampling Plans For Lognormal Distribution based on Progressively-Censored Samples. IEEE Transactions 49 2 2000

Chen, Z. ve Mi, J., 1996, Confidence interval for the mean of the exponential distribution, Based on grouped data. *IEEE Transactions on Reliability*, 45, 671-677.

Cheng, K. F. ve Chen, C. H. 1988, Estimation of the Weibull parameters with grouped data. *Communications in Statistics Theory and Methods*,17,325-341.

Cohen, A. C., 1963, Progressively censored samples in life testing, *Technometrics 5*, pp. 327-339.

Cohen A.C., 1975. Multi-Censored Sampling in the Three Parameter Weibull Distribution. Technometrics 17 3 347-351.

Cohen A.C. ve Norgaard N.J., 1975. Progressively Censored Sampling in the Three-Parameter Gamma Distribution. Technometrics 19 3 333-340.

Cohen A.C., 1976. Progressively Censored Sampling in the Three Parameter Log-Normal Distribution. Technometrics 18 1 99-103.

Gouno, E., Sen, A. ve Balakrishnan, N. 2004, Optimal step-stress test under progressive type-I censoring. *IEEE Transactions on Reliability*, 53, 388-393.

David, H., 1970. Order Statistics. John Wiley, New York.

Kale, B., 2003, İlerleyen Tür Sansürlenmiş Sıra İstatistikleri: Dağılım özellikleri ve Uygulamalar, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi.

Kuş, C., 2004, Bazı Yaşam Zamanı Dağılımlarının Parametrelerinin Tam ve Sansürlü Verilere Dayalı Tahmini, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi.

Li, X., Shia, Y., Weia, J. ve Chai, J., 2007, Empirical Bayes estimators of reliability performances using LINEX loss under progressively type-II censored sample, *Mathematics and Computers in Simulation*, 73, 320-326.

Lin, C. - T., Wu, S.J. S. ve Balakrishnan, N., 2006, Monte Carlo Methods for Bayesian İnference on the linear hazard rate distribution. *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 35, 575-590.

Lu, W. ve Tsai, T. -R., 2009, Interval censored sampling plans for the gamma lifetime model. *European Journal of Operational Research*, 192, 116-124.

Lui, K. J., Steffey, D. ve Pugh, J.K., 1993, Sample size determination for grouped exponential observation: A cost function approach. *Biometrical Journal*, 35, 677-688.

Mann, N.R., 1971. Best Linear Invariant Estimation For Weibull Parameters Under Progressive Censoring. Technometrics 13 3 521-533.

Ng, H.K.T., Chan, P.S., Balakrishnan N., 2002. Estimation of Parameters From Progressively Censored Data Using EM Algorithm. Computational Statistics&Data Analysis 39 371-386.

Oturanç, G., Kurnaz, A., Kiriş, M.E., 2003. Sayısal Analiz. Dizgi Ofset Matbaacılık, Konya.

Öztürk, F. ve Özbek, L., 2004. Matematiksel Modelleme ve Simülasyon. Gazi Kitabevi, Ankara.

Soliman, A. A. 2005, Estimation of parameters of life from progressively censored data using Burr-XII model. *IEEE Transactionson Reliability*, 54, 34-42.

Soliman, A. A. 2008, Estimations for Pareto mode using general progressive censored Data and asymmetric loss, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 37, 1353-1370.

Taha, H. A. 1992, Operations Research: An Introduction, 5th edition. Macmillan, New York.

Thomas, D.R., Wilson W.M., 1972. Linear Order Statistics Estimation For the Two Parameter Weibull And Extreme Value Distributions From Type-II Progressively Censored Samples. Technometrics 14 679-691.

Tse, S. K.,Yang, C. ve Yuen, H. K. 2002, Design and analysis of survival data under an integrated type-II interval censoring scheme. *Journal of Biopharmaceutical Statistics*, 12, 333-345.

Tse, S. -K. ve Yuen H. -K., 1998, Expected experiment times for the Weibull distribution under progressive censoring with random removals, *Journal of Applied Statistics*, 25, 75-83.

Wu, S.-J., Kuş, C. "On estimation based on progressive first-failure-censored sampling", *Computational Statistics and Data Analysis*, **53** 3659-3670, (2009).

Wu, S. -J. ve Chang, C. - T., 2003, Inference in the Pareto distribution based on progressive type-II censoring with random removals. *Journal of Applied Statistics*, 30, 163-172.

Wu, S. -J., Chang, C. - T., Liao, K. -J. ve Huang, S. –R., 2008a, Planning of progressive group censoring life tests with cost considerations. *Journal of Applied Statistics*, 35, 1293-1304.

Wu, S. - J., Lin, Y. - P. ve Chen, S.-T., 2008b, Optimal step-stress test under type I progressive group-censoring with random removals, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 138, 817-826.

Wu, S.-J., Huang, S.-R., 2010, Optimal progressive group-censoring plans for exponential distribution in presence of cost constraint, *Stat Papers 51*:431–443.

Xiang, L. ve Tse, S.-K., 2005, Maximum likelihood Estimation in survival studies under progressive interval censoring with random removals, *Journal of Biopharmaceutical Statistics*. 15, 981-991.

Yang, C.ve Tse, S.-K., 2005, Planning accelerated life tests under progressive type-I İnterval censoring with random removals. *Communications in Statistics Simulation And Computation*, 34, 1001-1025.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	**:**	Yunus AKDOĞAN
Uyruğu	**:**	T.C
Doğum Yeri ve Tarihi	**:**	Nizip / 14.08.1986
Telefon	**:**	05382029587
Faks	**:**	
e-mail	**:**	yakdogan@selcuk.edu.tr

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	**Gaziantep Lisesi, Şahinbey, Gaziantep**	**2005**
Üniversite	:	**Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya**	**2009**
Yüksek Lisans	:	**Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya**	**-**
Doktora	:		

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
2010	**Selçuk Üniversitesi**	**Araştırma Görevlisi**

UZMANLIK ALANI

İstatistik teorisi
Uygulamalı İstatistik

YABANCI DİLLER

İngilizce

YAYINLAR*

A. <u>Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :</u>

B. <u>Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında (*Proceedings*) basılan bildiriler :</u>

B1. Akdoğan Yunus, Kuş Coşkun, Shuo-Jye Wu "Optimal progressive group-censoring plans for Logistic distribution under cost constraint ", 5th Annual International Conference on Mathematics, Statistics & Mathematical Education, Athens, Greece, 13-16 June 2011, MAT2011/3379. (Yüksek Lisans tezinden yapılmıştır)

B2. Kuş Coşkun, **Akdoğan Yunus**, Shuo-Jye Wu "Optimal progressive group-censoring plans for Burr XII distribution under cost constraint ", 5th Annual International Conference on Mathematics, Statistics & Mathematical Education, Athens, Greece, 13-16 June 2011, MAT2011/1012. (Yüksek Lisans tezinden yapılmıştır)

B3. Akdoğan Yunus, Kuş Coşkun, "Kısıtlı Maliyet Durumunda Burr Tip III Dağılımı için Optimal İlerleyen Tür Grup Sansürleme Planı", Uluslararası 7. İstatistik Kongresi, Antalya, 28 Nisan-01 Mayıs 2011., Sayı 4, 2011, No:1, 210-211. (Yüksek Lisans tezinden yapılmıştır)

B4. Kuş Coşkun, **Akdoğan Yunus**, "Kısıtlı Maliyet Durumunda Bathtube-Shape Dağılımı için Optimal İlerleyen Tür Grup Sansürleme Planı", Uluslararası 7. İstatistik Kongresi, Antalya, 28 Nisan-01 Mayıs 2011., Sayı 4, 2011, No:1, 214-215. (Yüksek Lisans tezinden yapılmıştır)

C. <u>Yazılan uluslararası kitaplar veya kitaplarda bölümler :</u>

D. <u>Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :</u>

E. <u>Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler:</u>

E1. Akdoğan Yunus, Kuş Coşkun**,** "İlk Bozulma Sansürlü Örnekleme Planına Dayalı Burr XII Dağılımının Parametrelerinin Tahmini, Güven Aralıkları, Güven bölgeleri ve Beklenen Test Süresi", II. Ulusal Konya Ereğli Kemal Akman Meslek Yüksek Okulu Tebliğ *Günleri, Sayı 2, 2010, No:1, 374-387.*

E2. Kuş Coşkun**, Akdoğan Yunus**, "Burr XII Dağılımının Parametrelerinin İlerleyen Tür İlk Bozulma Sansürlemeye Dayalı Güven Aralıkları ve Güven bölgeleri ", Orta Doğu Teknik Üniversitesi *İGS 2010 7. İstatistik Günleri Sempozyumu*, *Ankara*, s.78, 2010.

E3. Yaman Ümit, **Akdoğan Yunus,** Pekgör Ahmet, Kuş Coşkun. "Ölçüm yeterlilik Parametrelerinin Tahmin edicileri ve Güven Aralıkları", Orta Doğu Teknik Üniversitesi *İGS 2010 7. İstatistik Günleri Sempozyumu, Ankarai*, s.78, 2010.

E4. Akdoğan Yunus, Kuş Coşkun**,** "Likert Tipi Verilere Varyans Analizi Uygulanabilir mi?", III. Ulusal Konya Ereğli Kemal Akman Meslek Yüksek Okulu Tebliğ *Günleri, Sayı 3, 2011, No:1, 374-387.*

E5. Akdoğan Yunus, Pekgör Ahmet, Karakoca Aydın, Kuş Coşkun**,** "Bir Örneklem Hotelling T^2 Testi ve Sağlamlığı Üzerine Bir Çalışma", III. Ulusal Konya Ereğli Kemal Akman Meslek Yüksek Okulu Tebliğ *Günleri, Sayı 3, 2011, No:1, 374-387.*

F. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve özeti (*Proceedings*) basılan bildiriler :

H. Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makalelerden alınan atıflar:

I. Uluslararası hakemli dergilerde yapılan hakemlikler