KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ*FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SKALER MEZONLARIN KÜTLE VE BOZUNMA SABİTLERİNİN HESAPLANMASI VE $D_s^*DK_1$ ($B_s^*BK_1$) KÖŞELERİNİN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fizikçi Neşe YİNELEK

Anabilim Dalı: FİZİK

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA SÜNGÜ

KOCAELİ, 2011

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SKALER MEZONLARIN KÜTLE VE BOZUNMA SABİTLERİNİN HESAPLANMASI VE $D_s^*DK_1$ ($B_s^*BK_1$) KÖŞELERİNİN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fizikçi Neşe YİNELEK

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 3 Haziran 2011

Tezin Savunulduğu Tarih: 17 Haziran 2011

Tez Danışmanı

Yrd. Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA SÜNGÜ

(.....)

Üye

Prof.Dr. Elşen VELİ

(.....)

Üye

Doç.Dr. Kazem AZİZİ

(.....)

KOCAELİ, 2011

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Bu tezde iki-noktalı KRD toplam kuralları kullanılarak hafif-hafif ve ağır-hafif skaler mezonlar için kütle ve bozunma sabitleri, üç-noktalı KRD toplam kuralları kullanılarak da $D_s^* DK_1 (B_s^* BK_1)$ bozunmasının etkileşme sabitleri hesaplanmıştır.

Yüksek Enerji Fiziği dalını bana tanıtan, yüksek lisans eğitimim ve tez aşaması boyunca bana her zaman içten, samimiyetle ve sabırla davranan, her türlü desteğini benden esirgemeyen, umudu, cesareti ve öğreticiliğiyle beni yönlendiren çok değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Jale Yılmazkaya Süngü' ye (K.O.Ü.), tez çalışmam esnasında yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Elşen Veli' ye (K.O.Ü.), bilgi, güven ve öngörüleriyle bu alanda ilerlememi sağlayan sayın hocam Doç. Dr. Kazem Azizi' ye (DOĞUŞ Ü.), her türlü sorumu hiç bıkmadan, zaman ve mekân tanımadan yanıtlandıran sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Hayriye Sundu Pamuk' a (K.O.Ü.) teşekkürlerimi sunarım.

Eğitimime oldukça önem veren, beni her zaman destekleyip maddi ve manevi yardımlarını benden esirgemeyen anneme ve babama, her zaman yanımda olan sevgili eşime çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR i
İÇİNDEKİLER ii
ŞEKİLLER DİZİNİ iii
TABLOLAR DİZİNİ iv
SİMGELER v
ÖZET vii
İNGİLİZCE ÖZET viii
1. GİRİŞ 1
2. KRD' NİN TEMEL ÖZELLİKLERİ 13
2.1. Kuantum Renk Dinamiği Ayar Dönüşümleri 14
2.1.1. Global ayar dönüşümleri 15
2.1.2. Yerel ayar dönüşümleri 16
2.2. Asimtotik Özgürlük ve Hapsolma 16
2.3. Kiral Simetri 19
3. KRD TOPLAM KURALLARI METODU 21
3.1. Korelasyon Fonksiyonu 21
3.2. Operatör Çarpım Açılımı 23
3.3. Borel Dönüşümleri 25
4. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE KÜTLE VE BOZUNMA SABİTLERİNİN HESAPLANMASI 26
4.1. İki-Noktalı KRD Toplam Kuralları 27
4.1.1. Skaler mezonların korelasyon fonksiyonunun teorik kısmı 27
4.1.2. Skaler mezonların korelasyon fonksiyonun fiziksel kısmı 32
4.2. Hafif-Hafif Skaler Mezonların Kütle ve Bozunma Sabitlerinin Nümerik Hesabı 33
4.3. Ağır-Hafif Skaler Mezonların Kütle ve Bozunma Sabitlerinin Nümerik Hesabı 36
5. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE $D_s^* DK_1$ ($B_s^* BK_1$) ETKİLEŞME SABİTLERİNİN HESAPLANMASI 38
5.1. Üç-noktalı KRD Toplam Kuralları 38
5.1.1. $D_s^* DK_1$ ($B_s^* BK_1$) bozunmasının teorik kısmı 39
5.1.2. $D_s^* DK_1$ ($B_s^* BK_1$) bozunmasının fiziksel kısmı 43
5.2. $D_s^* DK_1$ ($B_s^* BK_1$) Bozunmasının Nümerik Hesabı 46
SONUÇLAR VE ÖNERİLER 53
KAYNAKLAR 56
EKLER 62
YAYINLAR 78
ÖZGEÇMİŞ 79

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1: Temel parçacıkların sınıflandırılması 9
Şekil 2.1: KRD' de etkileşme sabiti 18
Şekil 2.2: Q momentumuna göre α_s' nin davranışı 19
Şekil 3.1: İki-noktalı korelasyon fonksiyonunun grafiksel gösterimi 22
Şekil 4.1: $d \leq 5$ olan iki-noktalı korelasyon fonksiyonu için mümkün diyagramlar. 29
Şekil 4.2: Hafif-hafif skaler mezonlar için M^2' ye göre kütle ve bozunma sabitleri değerleri 35
Şekil 4.3: $D_0(2400)$, $B_{sj}(5850)$ ve $D_{s0}(2317)$ ağır-hafif skaler mezonların kütlelerinin Borel kütle parametresine bağlılığı 37
Şekil 4.4: $D_0(2400)$, $B_{sj}(5850)$ ve $D_{s0}(2317)$ ağır-hafif skaler mezonların leptonik bozunma sabitlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı 37
Şekil 5.1: $D_s^* DK_1 (B_s^* BK_1)$ bozunumu için mümkün diyagramlar 40
Şekil 5.2: $D_s^* DK_1$ köşesinin etkileşme sabitlerinin M^2 ve M'^2' ye bağlılığı 51
Şekil 5.3: $B_s^* BK_1$ köşesinin etkileşme sabitlerinin M^2 ve M'^2' ye bağlılığı 52

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 4.1: Hafif-hafif skaler mezonlar için nümerik değerler 33
Tablo 4.2: Hafif-hafif skaler mezonların kütleleri 34
Tablo 4.3: Hafif-hafif skaler mezonların bozunma sabitleri 34
Tablo 4.4: Ağır-hafif skaler mezonlar için nümerik değerler 36
Tablo 4.5: Ağır-hafif skaler mezonların kütleleri 37
Tablo 4.6: Ağır-hafif skaler mezonların bozunma sabitleri 37
Tablo 5.1: $D_s^* DK_1 (B_s^* BK_1)$ bozunması için nümerik değerler 48
Tablo 5.2: $D_s^* DK_1(1270)$, $D_s^* DK_1(1400)$, $B_s^* BK_1(1270)$ ve $B_s^* BK_1(1400)$ köşeleri için etkileşme sabitinin fit fonksiyonlarında bulunan parametreler 50
Tablo 5.3: $g_{D_s^* DK_1(1270)}$ ve $g_{D_s^* DK_1(1400)}$ etkileşme sabitlerinin değerleri 50
Tablo 5.4: $g_{B_s^* BK_1(1270)}$ ve $g_{B_s^* BK_1(1400)}$ etkileşme sabitlerinin değerleri 51

SİMGELER

Λ_{KRD}	: KRD parametresi
$\psi(x)$	: Kuark alanı
$F^{a}_{\mu\nu}$	: Alan şiddet tensörü
A^{a}_{μ}	: Gluon alanı, Yang-Mills alanları
L	: Lagrangian yoğunluğu
L_{KRD}	: Kuantum Renk Dinamiği Lagrangian' ı
$\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}, \gamma_{5}$	: Dirac Matrisi
$C_{n}\left(q^{2}\right)$	: Wilson katsayıları
d	: Operatör boyutu
D_{μ}	: Kovaryant türev
f^{abc}	: Antisimetrik yapı sabiti
g, α_{s}	: Güçlü etkileşme sabiti
δ	: Dirac-delta fonksiyonu
λ^{a}	: 3×3 Gell-Mann renk matrisleri
α_{e}	: Elektromanyetik etkileşme sabiti
$\phi(x)$	: Kompleks skaler alan
k, p, p', q	: Dört boyutlu momentum
s	: Spin
h	: Helisite
$j(x)$	: Parçacıklara karşılık gelen akım
Γ	: Köşe fonksiyonu, bozunma genişliği
τ	: Ömür
J	: Toplam açısal momentum
P	: Parite
C	: Yük eşleniği
l	: Yörüngesel açısal momentum
Π	: Korelasyon fonksiyonu
T	: Zaman sıralama operatörü

s, s_0, s_0' : Süreklilik eşiği
N_c : Kuark renk sayısı
n_f : Kuark çeşni sayısı
σ : Tesir kesiti
I : Birim operatör
O_n : Yerel ayar invaryant operatör
$\hat{B}$: Borel dönüşümü
M^2 : Borel kütle parametresi
m : Kütle
$|0\rangle$: Taban durum
μ, ν : Lorentz indisleri
ρ : Spektral yoğunluk
f : Bozunma sabiti
$\varepsilon, \varepsilon'$: Polarizasyon vektörleri
$a_0^{\perp, K_1^a}$, $a_0^{\parallel, K_1^b}$: Gegenbauer momentinin paralel ve dik bileşenleri
$\theta(x)$: Basamak fonksiyonu
$\langle \bar{\psi}\psi \rangle$: Kuark kondensatı
$\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \rangle$: Gluon kondensatı

Kısaltmalar

SVZ : Shifman, Vainshtein ve Zakharov
KRD : Kuantum Renk Dinamiği
KRDTK : Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları
KED : Kuantum Elektrodinamiği
OPE : Operatör Çarpım Açılımı
CERN : Avrupa Parçacık Fiziği Araştırma Merkezi

SKALER MEZONLARIN KÜTLE VE BOZUNMA SABİTLERİNİN HESAPLANMASI VE $D_s^*DK_1$ ($B_s^*BK_1$) KÖŞELERİNİN ANALİZİ

Neşe YİNELEK

Anahtar Kelimeler: KRD Toplam Kuralları, Operatör Çarpım Açılımı, Leptonik Bozunma Sabiti, Etkileşme Sabiti, Skaler Mezonlar, Aksiyel Mezonlar.

Özet: Hadronların güçlü etkileşmelerini tam olarak anlayabilmek için Kuantum Renk Dinamiği' nin (KRD) pertürbatif olmayan bölgesini çok iyi incelemek gerekir. Büyük mesafelerde kuark-gluon etkileşmeleri güçlü olduğundan ($\alpha \sim 1$) pertürbatif olmayan etkiler baskındır. KRD vakumundaki pertürbatif olmayan etkiler nedeniyle kuark ve gluon kondensat operatörlerinden katkılar gelir. Bu kondensat değerlerinin belirlenmesi KRD' deki Hapsolma olayını ve Kiral Simetri Mekanizmasını daha iyi anlayabilmemiz açısından da oldukça önemlidir.

Skaler mezonların deneysel olarak teşhis edilmesi zor olduğundan içyapıları ve özellikleri hala net olarak bilinmemektedir. Bu nedenle teorik çalışmalar büyük önem taşımaktadır. Mezonların bozunma sabitlerinin tam olarak tespit edilmeleri de önemlidir.

Mezon etkileşme sabitleri düşük enerjili KRD hakkında bilgi veren temel parametrelerdir. Güçlü etkileşme sabitlerinin tam olarak belirlenmesi mezonlar arasındaki güçlü etkileşmeyi, bunlar arasında oluşan güçlü potansiyeli ve parçacıkların doğası ve yapısı hakkında daha iyi bilgi edinmemizi sağlar.

2003 yılında B fabrikası olarak adlandırılan BaBar ve BELLE deneylerinde yeni charmonyum durumlarının üretimine başlanmıştır. $D_s(2317)$' in keşfinden başlayarak ondan fazla ağır mezonlar rapor edildi (X, Y ve Z). B ve yeni charmonyum durumlarından her ikisinin de D ve/veya D_s^* ile iki ara duruma bozunduğu görülmüştür.

Bu çalışmada hafif-hafif ve ağır-hafif skaler mezonların kütle ve bozunma sabitleri iki-noktalı KRD toplam kuralları kullanılarak hesaplanmıştır. $D_s^*DK_1(B_s^*BK_1)$ köşeleri incelenmiş ve üç-noktalı KRD toplam kuralları kullanılarak etkileşme sabitleri için nümerik değerler elde edilmiştir.

CALCULATION OF MASSES AND DECAY CONSTANTS OF SCALAR MESONS AND ANALYSIS OF $D_s^*DK_1$ ($B_s^*BK_1$) VERTICES

Neşe YİNELEK

Keywords: QCD Sum Rules, Operator Product Expansion, Leptonic Decay Constant, Coupling Constant, Scalar Mesons, Axial Mesons.

Abstract: In order to understand strong interactions of hadrons precisely, one needs to investigate non-perturbative region of Quantum Chromo-Dynamics (QCD) very well. Non-perturbative effects are dominant because of quark-gluon interactions which are strong ($\alpha \sim 1$) at large distances. Due to non-perturbative effects in QCD vacuum contributions come from quark and gluon condensate operators. Determination of these condensate values is also quite important in terms of our better understanding of confinement in QCD and Chiral Symmetry Mechanism.

Due to difficult to diagnose scalar mesons experimental, their structures and features are still unclear. Therefore theoretical studies have great importance. Diagnose of the decay constants of mesons precisely are also important.

Meson coupling constants are basic parameters which give information about low energy QCD. Determination of strong coupling constants precisely allows us to acquire better knowledge about coupling constant between mesons, a strong potential which occur among them and nature and structure of particles.

In 2003 BaBar and BELLE collaborations called B factories started to produce new charmonium states. Beginning with the discovery of $D_s(2317)$, more than ten heavy mesons are reported (the X, the Y and the Z). It has been reported that both B and the new charmonium states decay into an intermediate two body state with D and/or D_s^*.

In this study, masses and decay constants of light-light and heavy-light scalar mesons are evaluated using two-point QCD sum rule. $D_s^*DK_1(B_s^*BK_1)$ vertices are investigated and numerical values of coupling constants are obtained using three-point QCD sum rule.

1. GİRİŞ

Temel parçacıkların serüveni 1897 yılında Cambridge laboratuarında J. J. Thomson' ın elektronu keşfiyle başladı ve 1918 yılında Rutherford' un protonu keşfiyle devam etti. 1905 yılında ise Einstein Özel Görelilik kuramını oluşturur. Bu kuram hem hızlı hem de büyük nesneleri açıklıyordu. N. Bohr ve arkadaşlarının oluşturmaya başladığı Kuantum Kuramı ise küçük ve yavaş nesneleri açıklıyordu. Hem hızlı hemde yavaş nesneleri açıklayabilmek için 1928 yılında P. Dirac Özel Görelilik ve Kuantum Kuramını birleştirerek elektronlar ve fotonlar arasındaki etkileşmeleri tanımlayan denklemleri yazdı. Bu denklemlerin çözümlerinden elektrona tıpatıp benzeyen, tek farkı artı elektrik yükü olan yeni bir parçacık çıkmıştı. İlk kez Dirac tarafından öngörülen antiparçacıklar 1932 yılında kozmik ışınları inceleyen C. Anderson tarafından gözlemlendi. Elektronun antiparçacığı olan bu parçacığa pozitron dendi [1].

1930 yılında W. Pauli Beta bozunmasını incelerken, bozunma sonucunda dedekte edilemeyen ama enerji korunumuna göre var olması gereken ve nötrino adını verdiği yüksüz ve maddeyle çok zayıf etkileşen bir parçacık olduğunu öne sürdü. 1932' de J. Chadwick protonların atomun çekirdeğinde yalnız olmadıklarını keşfeder ve bu yüksüz parçacıklara nötron adını verir. 1933 yılında ise E. Fermi çekirdekteki Beta bozunmasının nötron, proton, elektron ve elektron-antinötrino' nun bir köşe noktasında birbirleriyle etkileşmesi sonucu olduğunu öne süren V-A kuramını oluşturur. Bu ilk Zayıf Etkileşme kuramıdır. Bir etkileşmeyi belirleyen en önemli özellik etkileşmenin şiddetini gösteren etkileşme sabiti ve etkileşmeye giren parçacıkların çeşididir (vektör, skaler…). Fermi' nin kuramı hem elektron hemde elektron, müon-antinötrino ve elektrona bozunan müonların bozunmasını açıklayabildi. V-A kuramı bütün kuark ve leptonlara uygulanabilir. Eğer bu bozunumların hepsinin etkileşme sabiti (Fermi sabiti) aynı ise ömürler arasında bir ilişki kurulabilir. Gerçektende zayıf etkileşmede belli bir düzen olduğu görülmüştür. Ancak acayip parçacıklar için Fermi sabiti hesaplandığında etkileşme sabitinin Fermi sabitinin dörtte biri olduğu görülmüş ve bu sorunu çözmek için N. Cabibbo karışım

matrisleri kuramlarıyla dördüncü bir kuarkın varlığını öngörmüşlerdir. Buna göre parçacık aileleri karışmıyorsa, aile sayısı korunan bir nicelik oluyordu. Böylece acayip kuark içeren parçacıklar kararlı oluyordu. Daha sonra 1970' lerde S. Glashow, J. Iliopoulos ve L. Maiani (GIM mekanizması) yüksüz akımlar sorununu çözmek içinde üçüncü bir kuarkın varlığını öne sürmüşlerdir.

1935 yılında H. Yukawa adlı bir Japon bilim adamı beta bozunumunu kurduğu Mezon Kuramıyla açıklamaya çalıştı. Yukawa atomun içinde elektriksel kuvvetlerden başka ve çok daha güçlü bir kuvvetin var olduğunu aksi takdirde protonların birbirlerini itmesi ve çekirdeğin dağılması gerektiğini belirtti. Yukawa' ya göre nasıl ki elektromanyetik teoride ışık fotonlar şeklinde kuantize olmuş ve elektromanyetik etkileşmenin taşıyıcısı ise, çekirdekteki proton ve nötronları bir arada tutan pion adını verdiği ve kütlesini ~100 MeV olarak hesapladığı bir parçacığın bu güçlü kuvvetin taşıyıcılığını yaptığını öne sürdü. Bu öngörüden iki yıl sonra C. Anderson ve ekibi kozmik ışın incelemelerinde elektrona çok benzeyen fakat kütlesi elektronun kütlesinin yaklaşık iki yüz katı büyüklüğünde olan ve müon olarak adlandırılan yeni bir parçacık buldu. Önceleri bu parçacığın Yukawa' nın öngördüğü parçacık olduğu düşünüldü. Fakat bu parçacık güçlü etkileşmeye girmiyordu. Yukawa' nın öngördüğü pion bu parçacık olamazdı. Sonunda 1947 yılında İngiltere' deki Bristol üniversitesinde C. Powell ve grubu kozmik ışınların sis odasında bıraktığı izlerde pionları tespit etti. Yukawa, eğer zayıf etkileşmeye aracılık eden bir alan varsa, bunun mezondan farklı olduğunu ve bu alanın hem leptonlar hemde hadronları birbirine bağlaması gerektiği sonucuna vardı. Bu yeni alanın kuantumuna daha sonra zayıf (Weak) anlamında W denilecekti [2].

Pionların keşfinin hemen ardından kaonlar keşfedildi. 1950 yılında yine Anderson ve ekibi tarafından kozmik ışınlarda ilginç özellikler gösteren lamda, sigma, hiperon ve delta parçacıklar gözlemlendi. Bunun üzerine parçacık fizikçileri ilk olarak 1952 yılında Amerika' daki Brookhaven laboratuarında bu tuhaf parçacıkları oluşturacak bir deney düzeneği kurdu. Bu yıllarda Gell-Mann ve Ne' man birbirlerinden bağımsız olarak Mendelyev' in elementleri benzer özelliklerine göre gruplandırdığı gibi keşfedilen bu çok sayıdaki parçacıkları sınıflandırmaya çalıştılar.

1950’ lerde deneysel çalışmaların yanında teorik çalışmalarda büyük bir hızla devam ediyordu. Bilindiği gibi kuantum mekaniği dalga-parçacık ikiliği üstüne kurulmuştur. Elektromanyetik dalgaların parçacık nitelikleri, kendini foton adı verilen enerji kuantumlarıyla gösterir. Klasik bir parçacık olan elektronun dalga nitelikleriyse, kuantum mekaniğinin temel denklemi olan Schrödinger denklemini sağlayan elektron dalga fonksiyonuyla gösterilir. Bir elektromanyetik alan içinde bulunan hidrojen atomunu elektron-foton etkileşmeleri ile tam olarak tarif edebilmek için nasıl elektronu kuantumluyorsak, elektromanyetik alanlar da kuantumlanmalıdır. Yani, kuantum dünyasında hem klasik parçacıkları, hem klasik kuvvet alanlarını beraber kuantumlamak gerekir. Bu teoriye kuantumlu elektromanyetik alanlar teorisi, ya da kısaca Kuantum Elektrodinamiği (KED) adı verilir. Kuantumlu alan teorilerinin kuantum mekaniğinden farkı, bir kuantumun yok olmasını veya var olmasını tarif edebiliyor olmasıdır. Schrödinger mekaniği kapsamında bir elektron dalga fonksiyonu varsa hep vardır. Yoksa var edilemez. Diğer deyişle parçacık yaratılıp, yok edilemez. Oysa kuantumlu alanlar teorisinde bu durum mümkün hale gelmiş, fakat hesaplamalarda sonsuzluklarla karşılaşılmıştır. Sonsuzlukların, esas olarak pertürbasyon açılımındaki üç diyagramdan kaynaklandığı açığa çıkmıştır. Elektron özenerjisi diyagramı, foton özenerjisi diyagramı ve elektron-foton köşesi düzeltimi diyagramı, sonsuz kuantum geçiş genlikleri vermekteydiler. Ancak J. Schwinger ve diğerleri, bu sonsuzlukları elektronun kütle, elektrik yükü ve kuantum dalga vektörü tanımları içine atarak sonlu terimler hesaplayabilmekteydiler. İlk bakışta sonsuzu sonsuzdan çıkarmak gibi gelen ve fizikçilere bile rahatsızlık veren bu yönteme Renormalizasyon dediler. F. Dyson, 1949’ da Feynman diyagramlarının sonsuzluk mertebelerini sınıfladı ve yukarıdaki üç terimin renormalizasyonu yapılırsa, geriye başka sonsuzluk kalmayacağını gösterdi. Daha sonra Schwinger, elektronun manyetik momentine Kuantum Elektrodinamiği’ nden gelen küçük katkıyı, pertürbasyon hesabıyla ilk yaklaşıklıkta hesapladı [3].

Modern fiziğe göre, ayar teorileri Lagrangian’ ın yerel ayar dönüşümlerinin sürekli bir grup altında değişmez kaldığı alan teorileridir. Lagrangian’ de birbirlerinden dönüşüm yapılarak alınan ve aynı alana tekabül eden çok sayıda alan fonksiyonu mevcuttur. Bu alanlardan sadece birini hesaba katmamız gerekir. Bu nedenle fonksiyonlar uzayında birbirinden ayar dönüşümleri ile alınan alanların hesaba

katılmaması için ayar denilen bir yüzey denklemi yazılır. Böylece fiziksel olmayan serbestlik dereceleri ortadan kaldırılmış olur. Tüm mümkün alanlar arasındaki dönüşümler ayar dönüşümleri diye adlandırılır ve simetri grubu ya da teorinin ayar grubu denilen bir Lie Grubu oluşturur. Herhangi bir Lie grubuna grup jeneratörlerinin cebri eşlik eder. Her bir grup jeneratörü için bir ayar alanı ortaya çıkar. Ayar alanları yerel ayar dönüşümleri altında Lagrangian' in invaryant kalması için gereklidir. Ayar teorileri kuantumlandığında ayar alanlarının kuantası ayar bozonları ortaya çıkar. Eğer simetri grubu komütatif değilse, ayar teorisi abelyan değildir. Bunun en bilinen örneği Yang-Mills Teorisidir. 1954' de C. N. Yang ve R. L. Mills ayar teorilerini abelyan olmayan (örn. KRD) teorilere uyguladılar. Ancak ayar invaryantlığının korunması için Yang-Mills alanının kuantaları (ayar bozonları, yani gluon, $\gamma, W^{\pm}, Z^{0}$) kütlesiz olmalıydı. Sonuç olarak Yang ve Mills Maxwell' in elektromanyetik alanlar kuramının karakteristik özelliklerini ayar alan kuramlarına genelleştirmişlerdir [2].

Teorik çalışmalar devam ederken teknolojinin ilerlemesi ile birlikte hızlandırıcılar inşa edilmeye başlanmış ve 1955 yılında Berkeley' deki Bevatron hızlandırıcısında E. Segre ve O. Chamberlain tarafından antiproton keşfedilmiştir. Pauli' nin öngörüsünden tam yirmi altı yol sonra 1956' da ise C. Cowan ve F. Reines tarafından ilk nötrino gözlemlenmiştir.

1960' larda J. Goldstone, Y. Nambu, ve G. J. Lasinio parçacıkların Simetrinin Kendiliğinden Bozulması sonucu kütle kazandığını öne sürmeleriyle Yang-Mills Teorisi tekrar gündeme geldi. Teorinin kuantumlanması ve renormalizasyonu nasıl sağlanır? Teorinin ayar değişmezliği niteliklerine zarar vermeden ayar bozonlarına nasıl kütle kazandırılabilir? Her iki sorunun da bir sonuca bağlanması yıllar alır. Yang-Mills alanlarının kuantumlanması, ancak 1967' de Path İntegraller Yöntemiyle L. Faddeev ve V. Popov tarafından sağlandı. Bir kuantumlu alanlar teorisinin renormalizasyonu için, sonsuz integralleri hesaplamaya yarayan bir regülarizasyon kuralı bulmak şarttı. Bunun en basit yolu, integralleri üst ve alt sınırlarında keserek hesaplamak, sonra limit almaktır. Ayar değişmezliğini bozmayan Boyutsal Regülarizasyon adı verilen yöntemle 't Hooft ve Veltman, Yang-Mills teorilerinin renormalize edilebildiğini ispatladılar [3].

Bu arada deneysel çalışmalarda yoğun bir şekilde devam etmekteydi ve nihayet 1962 yılında Lederman, Schwarz ve Steinberger Brookhaven laboratuarında müon nötrinoyu yakalamış ve tek tip nötrino olmadığını gösterdiler. Durum öyle bir hal almıştı ki Yunan alfabesi parçacıklara isim vermekte yetersiz kalıyordu. Doğa' da bu kadar çok çeşit temel parçacık olması garipti. 1964 yılında Gell-mann ve Zweig keşfedilen bu parçacıkların elektron, müon, foton ve nötrino hariç hepsinin kuark adını verdikleri bir temel yapıtaşından oluştuğunu öne sürdüler.

1967' lerde zayıf etkileşmenin etkileşme sabiti hala tam olarak bilinmiyordu. Elektromanyetik ve zayıf etkileşmelerin sabitleri aynı alınırsa ne elde edilebilir diye düşünen A. Salam, S. Weinberg ve S. Glashow, birbirlerinden bağımsız olarak kuantum elektrodinamiği ile zayıf etkileşmeleri bir araya getirmişlerdir. Elektrozayıf Teori' ye göre evren yüksek enerjilerde fotona benzeyen kütlesiz dört ayar bozonuna ve bir kompleks skaler Higgs alanına sahiptir. Ancak düşük enerjilerde, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar simetrisi kendiliğinden elektromanyetik $U(1)$ simetrisine bozulur. Bu simetri bozulması üç kütlesiz bozon üretir, fakat Higgs Mekanizması onlara kütle kazandırır. Elektrozayıf teori $W^{\pm}$, Z^0 ve Higgs bozonlarının varlığını öngörmüştür. Zayıf etkileşmenin nötr ayar bozonları Z^0 1973 yılında İsviçre' deki Avrupa Parçacık Fiziği Araştırma Merkezi CERN' de Gargamelle işbirliği ile, $W^{\pm}$' lar ise 1983 yılında UA1 ve UA2 işbirlikleri ile gözlemlenmişlerdir. Bu ayar bozonları diğerlerinden farklı olarak kütleye sahiptirler. Bu durumun Higgs Mekanizmasının neden olduğu elektrozayıf simetrinin kendiliğinden bozulması sonucunda olduğu öne sürülmüştür. Higgs potansiyeli kendiliğinden simetri bozulması nedeniyle bir vakum beklenen değerine sahip olur. Yakın gelecekte kompleks skaler ve spinsiz Higgs bozonlarının yüksek enerji deneylerinde tespit edileceği ve kütlesinin de muhtemelen $114.4 GeV - 158 GeV$ aralığında olacağı tahmin edilmektedir.

1968 yılında Stanford laboratuarlarında protonlardan oluşan bir hedef yüksek enerjili elektronlarla bombardıman edilerek Rutherford' a çekirdeği keşfettiren deneye benzer bir deney yapıldı. Sonuçta, proton' un içinde üç farklı noktada yoğunlaşma olduğu görüldü. Bu arada üç u kuarkın temel durumu olan delta ve üç s kuarkın

temel durumu olan omega baryonların keşfinden sonra delta ve omega baryonlardaki kuarkların üçünün de Pauli Dışarlama İlkesine göre aynı kuantum sayılarına sahip olamayacağı görüldü. Bu problemi çözmek için 1969 yılında Nambu ve Gell-Mann birbirlerinden bağımsız olarak her kuarkın üç farklı kuantum sayısına sahip olması gerektiğini öne sürdüler. Bu üç çeşit renk kuantum sayıları kırmızı, mavi ve yeşil olarak adlandırıldılar. Ancak bu renklerin bildiğimiz renklerle hiçbir ilgisi yoktur. Gözlemlenen hadronlar, üç rengin tümünü ya da bir renk ve bir antirenk içerdiğinden renksizdir. Böylece delta ve omega baryonlarındaki üç kuark farklı renklere sahiptir ve artık Pauli Dışarlama İlkesi ihlal edilmemektedir. Ayrıca, antikuarklar da antirenk yüküne sahiptirler. Sonuçta çeşni uzayından bağımsız yeni bir renk uzayı da keşfedilmiş oluyordu. Bu gelişmelerin ardından kuarkların renk yükleri nedeniyle gluon denilen ara parçacıklarla güçlü etkileşmelerini tanımlayan Kuantum Renk Dinamiği (KRD) kuramı ortaya çıktı. Elektromanyetik etkileşmede, parçacıkların elektrik yükü nedeniyle etkileşmesi gibi, güçlü etkileşmede de kuarklar renk yükleri nedeniyle etkileşirler. Elektrik yüklü parçacıklar birbirlerini foton değiş-tokuşu yaparak, iter ya da çekerler. Kuarklar ise birbirleriyle renk yüklü gluonlar aracılığıyla etkileşirler. $SU(3)$ grubunun yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kalmasının sonucu gluonların varlığı ortaya çıkmıştır. Gluonlar bir renk ve bir antirenk içerirler ve dokuz mümkün kombinasyon oluştururlar. Ancak bu dokuz gluonun biri beyaz renge karşılık gelen özel bir kombinasyondur. Bu nedenle toplam sekiz gluon mevcuttur.

KRD' yi elektronun yerini kuarkların, fotonların yerini gluonların aldığı bir kuram olarak düşünebiliriz. Ancak bu kuramları birbirinden ayıran en önemli özellik 1973 yılında Gross, Wilczek ve Politzer tarafından keşfedilen Asimtotik Özgürlüktür. Asimtotik Özgürlüğe göre kısa mesafelerde/yüksek enerjilerde kuarklar hadronlar içinde neredeyse etkileşmeksizin serbestçe dolaşırlar. Büyük mesafelerde/düşük enerjilerde ise etkileşme şiddeti artar. Bu özellik nedeniyle deneylerde serbest kuark gözlenemez. Bu durum kuarkların hadronlar içine ebediyen hapsolduğu (confinement) anlamına gelir. Ayrıca KED durumunda yalın bir elektronun etrafında vakum dalgalanmaları sonucu oluşan elektron-pozitron çiftlerinin polarizasyona sebep olması ile yük, kütle ve etkileşme sabiti perdelenir. KED' de yalın yük, ölçülen yükten daha büyüktür. KRD' de ise durum tam tersidir. Yalın kuark yükleri etrafında

renk etkileşmesi nedeniyle oluşan gluon bulutları antiperdelemeye sebep olur. Diğer deyişle kuarkları saran gluon bulutundan içeri doğru girildikçe yükün büyüklüğü azalır. Tablolarda verilen kütle değerleri yalın yüktür. Gluon bulutu ile birlikte verilen kütle değerleri kürklü yük ya da efektif yük (dressed veya constituent mass) diye adlandırılır [2].

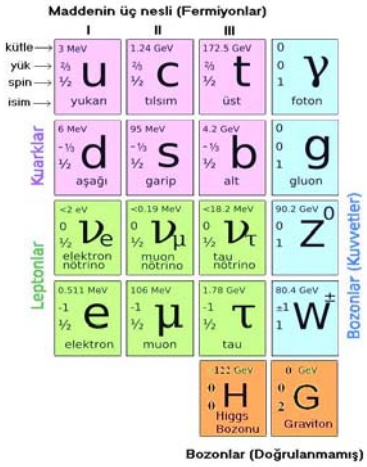
Bütün bu bilgiler bir araya getirilerek 1970' li yılların sonunda parçacık fiziğinin Standart Modeli denilen kuram oluşturulur. Standart model, kütleçekim etkileşmesi hariç doğa' daki dört temel kuvvetten elektromanyetik, zayıf ve güçlü etkileşmeleri bir araya getiren ve atom altı parçacıklar arasındaki etkileşmeleri tanımlayan bir teoridir. Bu fikir evrenin başlangıcında evrende tek bir kuvvetin hakim olduğu, daha sonra ise bu kuvvetlerin birbirinden ayrıldığı düşüncesine dayanır. Doğa' da kendilerini farklı gibi gösteren bu dört kuvvet gerçekte tek bir kuvvetin farklı şekillerde görünümleridir.

Kuarklar için asıl kanıt 1974 yılında SLAC ve Brookhaven laboratuarlarında J/Psi adı verilen bir parçacığın keşfedilmesi ile geldi. Bu parçacıklar diğerlerine göre fazlasıyla uzun yaşıyorlardı ve charmonyum denilen bir tılsımlı (charm-c) ve bir antitılsımlı kuarktan oluşuyorlardı. Üç yıl sonra 1977' de Fermilab' da Lederman ve grubu tarafından upsilon adında bir mezon daha bulundu. Upsilon mezon ise botonyum denilen bir alt (bottom-b) ve bir antialtkuarktan oluşuyordu. Güçlü etkileşmenin aracı parçacığı olan gluonların varlığı ise 1979' da Almanya' daki DESY laboratuarında doğrulanmıştır. Tau nötrinosunun dedekte edildiği ise 2000 yılında Fermilab' daki DONUT işbirliği tarafından duyuruldu. Bu Standart Model' in dedekte edilebilen son parçacığı oldu [1].

Parçacık fiziğinin Standart Modeli, 1960' lı yılların başından yirminci yüzyılın sonlarına kadar en görkemli dönemini geçirmiş ve parçacık fiziğinin teorik alt yapısını oluşturmuştur. Standart Model' de temel parçacıklar, maddenin noktasal yani içyapısı olmayan en temel yapı taşları olarak tanımlanır. Standart Model' e göre maddenin en küçük temel yapıtaşları Leptonlar ve Kuarklar' dır. Ayrıca dört temel kuvvetin Planck ölçeği denilen $10^{16}\,GeV$ ' e ulaşıldığında, tek bir etkileşme ve ona eşlik eden tek bir aracı parçacık olduğunu öngörür.

Parçacıklar, spinlerine göre Fermiyonlar ve Bozonlar olmak üzere iki gruba ayrılırlar. Fermi-Dirac istatistiğine uyan fermiyonlar yarım tamsayılı spine ve antisimetrik dalga fonksiyonuna sahip parçacıklardır. Fermiyonlar leptonlar ve kuarklar olmak üzere ikiye ayrılırlar ve kütleleri dışında diğer bütün özellikleri aynı olan üçlü aileler şeklinde gruplanırlar.

Bose-Einstein istatistiğine uyan bozonlar ise tam sayılı spine ve simetrik dalga fonksiyonuna sahip parçacıklardır. Temel etkileşmelerin kuvvet taşıyıcılarıdırlar. Kütleçekim etkileşmesi dışındaki üç temel etkileşme spini bir olan bozonların değiş tokuşu yoluyla gerçekleşir. Zayıf etkileşmenin kuvvet taşıyıcıları olan $W^{\pm}$ ve Z^{0} bozonları kendi içlerinde etkileşmeye girebilen, kütleli parçacıklardır. Elektromanyetik etkileşmenin kuvvet taşıyıcısı olan foton ise, diğer fotonlarla etkileşmeye girmeyen, kütlesiz ve yüksüz parçacıklardır. Elektromanyetik etkileşmenin kuvvet taşıyıcısının kütlesiz bir ayar bozonu olması nedeniyle erişim mesafesi sonsuzken, yaklaşık $90\,GeV$ kadar büyük bir kütleye sahip ayar bozonları tarafından gerçekleşen zayıf etkileşmenin erişim mesafesi $10^{-18}\,cm$ civarındadır. Güçlü etkileşmenin kuvvet taşıyıcıları olan gluonlar kütlesiz olduğu halde, ebedi kuark hapsi denilen fiziksel bir özellik nedeniyle, erişim mesafesi sonsuz değil, yaklaşık bir hadron boyutu olan $10^{-15}\,cm$' dir. Etkileşmelerin göreli şiddetleri ise, kütleçekim etkileşmesi 1 kabul edildiğinde, Zayıf etkileşme 10^{-25}, Elektromanyetik etkileşme 10^{-36}, Güçlü etkileşme ise 10^{-38}' dir. Şekil 1.1' de doğa' daki temel parçacıklar tablo haline verilmiştir.



Şekil 1.1: Temel parçacıkların sınıflandırılması

Kuarklar doğada diğer kuarklarla birlikte gruplar halinde bulunurlar. Her bir kuark kesirli elektrik yüküne sahiptir. Ancak bu kesirli yükler direk olarak elde edilemezler, çünkü kuarklar tek olarak bulunmazlar. Bunun yerine, kuarklar Hadronlar olarak adlandırılan birleşik parçacıklar oluştururlar. Bir hadrondaki kuarkların elektrik yüklerinin toplamı ise her zaman bir tam sayıdır. Her kuark renk yükü taşırken hadronlar renk yüksüz' dür. Güçlü etkileşmeye katılan ve hadron denilen parçacıklar mezonlar ve baryonlar olmak üzere ikiye ayrılır. Güçlü kuvveti algılayan tamsayı spinli parçacıklara Mezon denir. Mezonlar bir kuark ve bir antikuarkın birleşimidirler. Mezonlar bir parçacık ve antiparçacık kombinasyonu olduğundan kararsız bir yapı gösterirler ve çabuk bozunurlar. Güçlü kuvveti hisseden ve yarım tamsayılı spine sahip parçacıklara Baryonlar denir. Baryonlar üç kuark veya üç antikuarkın birleşimidirler.

Son yıllarda mezonlar üzerine yapılan hem teorik hemde deneysel çalışmalar oldukça dikkat çekmektedir. Bu bağlamda CERN' de ve Amerika' daki FERMILAB' da yapılan BABAR, BELLE, CLEO, CDF, LHCb ve D0 deneylerinden elde edilen sonuçlar oldukça heyecan vericidir. Deneylerde direk gözlenen nicelikler, etkileşme şiddeti hakkında bilgi veren bozunma genişliği ($\Gamma = \hbar W = \hbar / \tau$, tau: ömür) ve birimi barn ($10^{-28}\, m^2$) olan tesir kesitidir. Tesir kesiti herhangi bir etkileşmenin olma olasılığının olduğu alandır. Elektromanyetik etkileşme gibi uzun menzilli etkileşmeler için sonsuzdur. Ayrıca deneyde dallanma oranları da belirlenebilir. Bu niceliklerin hepsi Feynman Diyagram Tekniği yardımıyla hesaplanan matris

elemanıyla (genlik ya da olasılık) ilişkilidir. Mezonların pek çok fiziksel özellikleri çeşitli teorik modeller kullanılarak araştırılmakta ve yapılan deneylerle kıyaslanmaktadır. Bu nedenle yapılan teorik çalışmalar deneylere yön gösterici olmaktadır.

Standart modele göre etkileşmenin şiddeti, etkileşme sabiti ile karakterize edilir. Yapılan deneyler sonucunda güçlü etkileşme sabitinin yüksek enerjilerde küçük, düşük enerjilerde büyük olduğu görülmüştür. Deneysel verilere göre $0.1-1$ aralığında değerler alır. Güçlü etkileşme sabitinin küçük değerler aldığı durumlarda pertürbasyon teori güvenilir bir şekilde kullanılabilir. Ancak büyük değerlerde pertürbasyon teori yerine pertürbatif olmayan yöntemler kullanmak gerekir.

Hadronların güçlü etkileşmelerini tam olarak anlayabilmek için KRD' nin pertürbatif olmayan bölgesini çok iyi incelemek gerekir. Hadronların sınır durumlarıyla ilgili araştırmalar parçacık fiziğinde yaygın olarak çalışılan güncel konulardan biridir. Bu amaçla pertürbatif olmayan pek çok metot oluşturulmuştur. Bu metotlar, Instanton Modelleri, Nambu-Jona-Lasinio (NJL) Modeli, Rölativistik Kuark Modelleri, Green fonksiyonu yaklaşımı, Kiral Pertürbasyon Teori, Ağır Kuark Etkin Teori (HQET), Örgü KRD ve KRD Toplam Kurallarıdır. Bunlardan bazıları aşağıda açıklanmıştır:

Örgü KRD Kuramı ilk olarak Wilson tarafından önerilmiştir. Bu modelde Kuantum Renk Dinamiği, Öklityen kesikli uzay-zaman örgüsüyle formüle edilir. Burada fermiyon alanları örgülere, ayar alanları ise bu örgüleri birbirine bağlayan hatlara karşılık gelir. Örgü KRD iki önemli özelliğe sahiptir. Birincisi, kesikli uzay-zaman örgüsü sonlu örgü uzunluğu nedeniyle ultraviyole ıraksamalar için düzeltmeler yapar. Örgü uzunluğunun sıfır olduğu limitte renormalize olan fiziksel nicelikler uygun bir şekilde tanımlanır. İkincisi örgü KRD yönteminde KRD' nin spektrumunu belirlemek için İstatistik Mekaniğindeki metotlar kullanılarak Monte Carlo simülasyonu yapılır. Simülasyon için giriş parametreleri sadece güçlü etkileşme sabiti ve yalın kuark kütleleridir. Örgü KRD hesapları Feynman Path İntegral yöntemine dayanır ve tüm hadronların özellikleri elde edilebilir. Fakat örgü KRD' nin kullanımı birkaç zorluk nedeniyle sınırlıdır. Bunlardan biri hesapları yapabilmek için çok büyük kapasiteli ve güçlü bilgisayarlara ihtiyaç duyulur. Özellikle kuark

ilmeklerinin olması bu hesapları oldukça zorlaştırır. Hesaplama zamanını azaltmak için kuark ilmeklerinin ihmal edildiği quenched $\left(N_f = 0\right)$ yaklaşım kullanılabilir. Ancak bu durum sonuçlarda bilinmeyen büyük bir etkiye yol açar. Son yıllarda bilgisayar teknolojisinin ilerlemesiyle bazı quenched olmayan $\left(N_f \neq 0\right)$ hesaplar yapılabilmektedir [4,5,6].

Bilindiği gibi Standart Modelde farklı kütlelere sahip altı çeşit kuark vardır. u ve d kuarkın kütleleri yaklaşık birkaç MeV/c^2, s kuarkın kütlesi ise yaklaşık $150 MeV/c^2$' dir. Böylece u, d ve s kuarklar Λ_{KRD} KRD enerji ölçeği (150 MeV) içindedirler. $m_k >> \Lambda_{KRD}$ olan kuarklar ise ağır kuarklar olarak adlandırılırlar. Fizikte, etkin alan teorisi yaklaşık bir teoridir ve kısa mesafelerdeki serbestlik derecelerini ihmal ederek seçilen uzunluk ölçeğinde meydana gelen fiziksel olayları açıklamak için uygun serbestlik derecelerini içerir. Ağır Kuark Etkin Teorinin ana fikri, pertürbatif olmayan bölgede yüksek-momentumlu bileşenleri ihmal ederek basit bir ifade elde etmektir. Yüksek enerji limitinde bu etkin teori KRD ile eşdeğer bir teoridir [6].

Bu çalışmada yukarıda belirtilen pertürbatif olmayan metotlar arasında bulunan KRD Toplam Kuralları yöntemi (KRDTK) kullanılmıştır. KRD toplam kuralları 1979 yılında M. A. Shifman, A. I. Vainshtein ve V. I. Zakharov (SVZ) tarafından mezonlar için geliştirilmiş, 1981 yılında da L. B. Ioffe tarafından baryonlara genişletilmiştir [7]. Bu metot hadronların pek çok özellikleri hakkında bilgi verir. Kendiliğinden simetri bozulması, hadron-kuark ikiliği ve asimtotik özgürlük bu metodun temelini oluşturur. KRD toplam kuralları metodunun amacı, asimtotik özgürlük açısından KRD' deki sınır durum problemini incelemektir. Diğer bir deyişle, kısa mesafelerden hapsolmanın etkin olduğu daha büyük mesafelere gidildiğinde asimtotik özgürlük bozulmaya başlar. Kuarklar ve gluonları birbirinden ayırmak için verilen enerji bunların ayrılmasına değil yeni rezonans parçacıkların oluşmasına sebep olur. Bu bilgi, KRD vakumundaki pertürbatif olmayan etkiler nedeniyle düzeltme yapmayı gerektirir. Bu düzeltmeler kuark ve gluon kondensat operatörlerinin sıfır olmayan vakum beklenen değerleriyle temsil edilir:

$$\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle, \qquad \langle 0|G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}(x)|0\rangle. \tag{1.1}$$

Burada $\psi(x)$ kuark alanı, $G^a_{\mu\nu}(x)$ gluon alan tensörüdür. Standart pertürbasyon teoride bu matris elemanları sıfırdır [5]. KRD Toplam Kuralları metodunun başlangıç noktası, iki veya daha fazla akımın zaman sıralama çarpımı için Wilson Operatör Çarpım Açılımını (OPE) yazmaktır [4]. Bu açılımda kuark ve gluon kondensatları yüksek boyutlu operatörlerdir. Bu operatörlerin katsayıları pertürbasyon teoride etkileşme sabiti ve kuark kütlelerine bağlı olarak hesaplanabilir ve kısa mesafe katkıları içerir. Dispersiyon bağıntısı kullanılarak n-noktalı korelasyon fonksiyonuyla hadronik kütleler ve etkileşme sabitleri gibi fiziksel durumlar arasında ilişki kurulur. Elde edilen denklemde baskın katkı yalın ilmekten gelir ve pertürbatif olmayan terimler küçük katkı vermesine rağmen son derece önemlidir. Bu metot hem mezonlar hem de baryonlar için başarılı bir şekilde uygulanmaktadır. Eşit kütleli ağır kuark sistemlerinde (charmonyum, upsilonyum) pertürbatif olmayan katkı sadece gluon kondensat operatörlerinden gelir [5].

Ağır-hafif mezon etkileşme sabitleri düşük enerjili KRD hakkında bilgi veren temel parametrelerdir. KRD' de elde edilen nümerik değerler, mezon-mezon potansiyellerinin oluşturulmasında ve onlar arasındaki güçlü etkileşmelerin anlaşılmasında önemli sınırlamalar getirir. Bu tezde mezonların çalışılmasının nedeni, kuarklar arasındaki güçlü etkileşmeleri incelemek için en basit sistemler olmalarıdır. Bir kuark ve bir antikuarkın sınır durum sistemi olarak ele alınan mezonların incelenmesi, KRD' deki hapsolma olayını daha iyi anlayabilmemiz açısından da oldukça önemlidir.

KRDTK metodu, KRD Lagrangian' ı temel alınarak oluşturulmuştur. Bu nedenle tezin ikinci bölümü KRD' nin temel özelliklerine ayrılmıştır. Üçüncü bölümde hesaplamalarımızda kullandığımız pertürbatif olmayan KRDTK yöntemi anlatılmıştır. Dördüncü bölümde hafif-hafif ve ağır-hafif skaler mezonlar için iki-noktalı KRDTK kullanılarak kütle ve bozunma sabitleri hesaplanmıştır. Beşinci bölümde ise üç-noktalı KRDTK kullanılarak $D_s^*DK_1(B_s^*BK_1)$ köşelerinin etkileşme sabitleri hesaplanmıştır.

2. KUANTUM RENK DİNAMİĞİ' NİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

Kuarklar ve gluonlar arasındaki güçlü etkileşmenin teorisi Kuantum Renk Dinamiğidir. Kuantum Renk Dinamiğinin temelini kuarkların renk yükleri oluşturur. Bu renk yükleri kuarklar arasında oluşan kuvvetin kaynağıdır. Kuarklar hem renk hem de elektrik yükü taşıdıklarından güçlü ve elektromanyetik kuvvetleri ayrıca zayıf etkileşmeleri de hissederler. İkili ya da üçlü kuark sistemleri, üç farklı renk veya anti-renkle birlikte renksiz hadronları oluştururlar.

Kuantum Renk Dinamiği, güçlü etkileşmeleri tanımlayan Abelyan olmayan $SU(3)$ ayar alan teorisidir. Kuark alanı ψ_j^α ile tanımlanır. Burada $\alpha = u,d,s,c,b,t$ çeşniyi ve j kırmızı, yeşil, mavi olmak üzere kuarkların renk yükünü gösterir. Burada ayar bozonları bir renk ve bir anti-renk taşıyan gluonlardır. Sekiz farklı gluon vardır ve her biri $a = 1,...,8$ olmak üzere A_μ^a ayar alanıyla ifade edilir. Kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşmeyi tanımlamak için aşağıdaki Lagrangian yoğunluğu yazılır:

$$L = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2 + \sum_\alpha \bar{\psi}_j^\alpha \,(i\gamma^\mu D_{\mu,jk} - m^\alpha \delta_{jk})\psi_k^\alpha \tag{2.1}$$

burada α üzerinden toplam yapılır. μ ve ν ise Lorentz indisleridir. Lagrangian' daki ilk terim sadece ayar alanlarını içeren kinetik terimdir ve ayar alanları aşağıdaki alan şiddet tensörüyle tanımlanır:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \tag{2.2}$$

Burada g, KRD etkileşme sabiti ve f^{abc}, $SU(3)$ cebrinin yapı sabitidir ve anti-simetriktir. KRD Lagrangian' ninin en önemli özelliği, gluon alanlarının renk yüküne sahip olması nedeniyle kendi kendileriyle etkileşmeye girmeleri ve bunun sonucunda (2.2) denklemine ilave bir terim gelmesidir. Lagrangian' daki ikinci terim, aşağıdaki kovaryant türev tanımını kullanarak A_μ^a ayar alanlarıyla etkileşen ψ_j^α fermiyon alanlarını temsil eder:

$$D_{\mu,jk} = \partial_\mu \delta_{jk} - ig \sum_a \frac{\lambda^a_{jk}}{2} A^a_\mu(x) \tag{2.3}$$

A^a_μ gluon alanının vektör potansiyeli, λ^a_{jk} ise $SU(3)$ dönüşümünün grup üreticileridir. g etkileşme sabiti (2.2) ve (2.3) denklemlerindeki tüm etkileşmelerin şiddetini belirler. (2.1) denklemindeki Lagrangian kullanılarak ve Euler-Lagrange formülünden yararlanılarak kuark ve gluon alanları için hareket denklemleri elde edilebilir. (2.1) denklemindeki Lagrangian eşitliğinde bazı terimler eksiktir. Lagrangian' ı eksiksiz yazmak için, Lorentz-invaryant ayar sabitleme terimi ve Fadeev-Popov olarak adlandırılan ghost terimi de eklenmelidir. L_{ghost} terimi, sadece ilmek içinde ortaya çıkan ve fiziksel olmayan "ghost" alanlarının etkileşmesini açıklar. Böylece KRD Lagrangian' ı aşağıdaki gibi verilir:

$$L_{KRD} = L + L_{ayar-sabitleme} + L_{ghost}\,. \tag{2.4}$$

(2.4) denkleminden Feynman kurallarının tam seti çıkarılabilir ve keyfi kuark-gluon süreçleri için tesir kesitinin pertürbatif hesabı yapılabilir. Feynman kuralları toplamda dört etkileşme köşesi içerir: iki kuark-bir gluon köşesi, üç-gluon köşesi, dört-gluon köşesi ve iki ghost-bir gluon köşesi.

KRD Lagrangianı KED Lagrangian' ına çok benzer. Farklılıklar birkaç nedenden dolayı oluşur: (i) elektromanyetik etkileşme sabiti olan α_e, güçlü etkileşme sabiti g ile yer değiştirir, (ii) kuark spinörleri, elektron spinörlerde bulunmayan renk indislerine sahiptir ve (iii) KED Lagrangian' ında A_μ matris değildir, KRD Lagrangian' ında ise renk uzayında bir matristir: Fotonlar için alan şiddet tensörü $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu A_\nu - A_\nu A_\mu]$. Burada A_μ bir sayı olduğundan $F_{\mu\nu}$ eşitliğindeki komütatör sıfır olur. Fakat gluon gibi Abelyan olmayan ayar alanlarında bu komütatör sıfıra eşit olmaz [6,8].

2.1. Kuantum Renk Dinamiği Ayar Dönüşümleri

Noether Teoremine göre her simetriye bir korunum yasası eşlik eder. Buna göre simetri hareket denklemlerinin bazı dönüşümler altında değişmemesidir. Bu dönüşümün özellikleri matematiğin Grup Teorisi denilen dalı tarafından incelenir.

Matematiksel bir teoride, bir parametre uzayın her noktasında eşit miktarda değiştiğinde aynı kalıyorsa, denklemlerin bu parametreye göre global bir simetriye sahip olduğu söylenir. Eğer uzayın her noktasında parametre bağımsız bir şekilde değişiyorsa ve teori hala geçerliyse bu teorinin yerel simetriye sahip olduğu söylenir. Diğer deyişle global parametreyi yerel yapmakla teoriye bir ayar alanı yani etkileşme dahil edilmiş olur. Buna göre ayar global simetriyi yerel simetriye dönüştürmektir. Maxwell denklemlerinin $U(1)$ yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kaldığı ilk olarak 1919 yılında Weyl tarafından gösterilmiştir. 1954 yılında ise Yang ve Mills tarafından elektrozayıf etkileşmelerin $SU(2)$ yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kaldığı gösterilmiştir [2].

2.1.1. Global ayar dönüşümleri

Lie grubu U ' nun matris gösterimi, $U(1)$ elemanının $e^{i\theta}$ şekline getirilmesidir. Buna ayar dönüşümü denir. U ' nun matris elemanları uzay-zamandan bağımsızsa U global, değilse yerel ayar dönüşümüdür [9].

Ayar prensibini açıklamak için $\phi(x)$ kompleks skaler alanını düşünelim. Elektromanyetik etkileşmenin olmadığı klasik Lagrangian yoğunluğu aşağıdaki formdadır:

$$L_0\left(\phi(x),\partial^\mu\phi(x)\right)=\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi-V(\phi^*\phi) \tag{2.5}$$

$\phi(x)$ ' in sabit faz değişimi altında Lagrangian invaryanttır:

$$\begin{aligned}&\phi(x)\to U\phi(x)\,,\\&U=e^{-i\alpha}\,,\end{aligned} \tag{2.6}$$

burada α keyfi gerçek sayıdır. Bu dönüşüm "global ayar dönüşümü" olarak adlandırılır [10]. Elektromanyetik teori, $U(1)$ grubu altında global ayar invaryantlığına sahiptir ve elektrik yükünün korunumu global ayar invaryantlığının bir sonucudur.

2.1.2. Yerel ayar dönüşümleri

Ayar teorisi, Lagrangian' nin sürekli yerel dönüşüm grubu altında invaryant kaldığı bir alan teorisidir. Yerel ayar dönüşümleri aşağıdaki formdadır:

$$\phi(x) \to U(x)\phi(x),$$
$$U = e^{-i\alpha(x)}, \tag{2.7}$$

burada $\alpha(x)$ keyfi gerçek bir fonksiyondur. Uzay-zamanın farklı noktalarındaki ayar dönüşümleri bir diğerinden bağımsızdır. Global ayar dönüşümü altında $\partial^\mu\phi(x)$, $\phi(x)$ ile aynı şekilde dönüşürken, yerel ayar dönüşümü altında ekstra bir terime ihtiyaç vardır:

$$\partial^\mu\phi(x) \to U(x)\partial^\mu\phi(x) + \phi(x)\partial^\mu U(x). \tag{2.8}$$

Böylece $L_0(\phi, \partial^\mu\phi)$ yerel ayar dönüşümü altında invaryant değildir. Teoriyi yerel ayar invaryant yapmak için aşağıdaki dönüşümler altında invaryant kalan bir vektör alanı tanımlanır:

$$A^\mu(x) \to A^\mu(x) + \frac{1}{g}\partial^\mu\alpha(x). \tag{2.9}$$

Bu durumda,

$$D^\mu\phi(x) = [\partial^\mu + ig\,A^\mu(x)]\phi(x) \tag{2.10}$$

olur. Burada $A^\mu(x)$ Yang-Mills alanıdır. Böylece Lagrangian yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kalır [10].

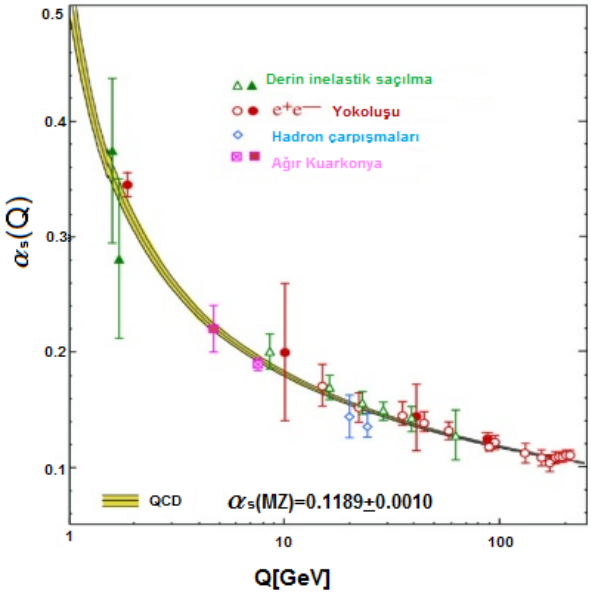
2.2. Asimtotik Özgürlük ve Hapsolma

Bilindiği gibi 1928 yılında Dirac elektronlar ve fotonlar arasındaki etkileşmeleri tanımladığı denklemden elektronun manyetik momentini $g = 2$ olarak bulmuştur. Ancak daha sonra vakumdan enerji ödünç alarak Heisenberg belirsizlik ilkesini ihlal etmeyecek kadar kısa bir sürede sanal elektron-pozitron çiftlerinin oluştuğu ve atomun yörüngesindeki elektronların sanal pozitronları kendine doğru çekip, elektronları itmesi sonucu vakumun polarize olduğu anlaşılmıştır. Bu durum elektronun elektrik yükünün ve kütlesinin perdelenmesine neden olur. İncelenilen

elektrona doğru gidildikçe vakum etkilerinin azaldığı, etkin yükün ise arttığı gözlenir. Yalın yüke kadar gidildiğinde ise yük ve kütle sonsuz olur. Fakat deneylerden bilindiği gibi elektronun yükü ve kütlesi sonsuz değildir. Yükte ve kütledeki bu sonsuzluğu ortadan kaldırmak için 1943 yılında S. Tomonaga renormalizasyon kavramını ortaya atmıştır. Tomonaga' ya göre, deneylerde ölçülen değerler toplam yük ve toplam kütledir. Bunları yalın kısım ve bulut kısım diye ayırmak mümkün değildir. Fakat bulut kısmı sonsuz olsa bile, bu sonsuzlukların sonlu kısımlar içine konulmasıyla, sonsuzluk problemi de ortadan kaldırılmış olur [2].

KED' ne göre fotonlar elektrik yüküne sahip olmadıkları için birbirleriyle etkileşmezler. KRD' de yani abelyan olmayan alanlar durumunda ise gluonlar renk yüküne sahip olduklarından birbirleriyle de etkileşirler ve anti-perdelemeye neden olurlar. Çünkü yükün etrafında aynı işaretli renk yükleri oluşur. KRD vakumunda oluşan sanal gluonlar kuarkların çevresinde toplanarak bir gluon bulutu oluştururlar. Bu bulutun içine doğru gidildikçe yalın yükün kütlesi ve elektrik yükü azalır. Bunun anlamı, kuarklar arasındaki sonsuz kısa mesafelerde bunlar arasındaki renk etkileşmesinin azalmasıdır. Kısa mesafelerde kuarklar arası etkileşme kuvveti zayıflarken, uzun mesafelerde ise artmaktadır. Bu olaya "Asimtotik Özgürlük" adı verilmiştir. İlk olarak 1973 yılında birbirinden bağımsız olarak Gross, Wilczek ve Politzer tarafından keşfedilmiştir [11].

Kuarklar arasındaki mesafe arttıkça gluon bulutlarının katkısından dolayı etkileşme sabiti de artar. Böylece kuarkların efektif renk yükleri (kuarklarla çevresindeki gluon ve kuark-antikuark bulutlarının toplamını ifade eden renk yükü) de artar. Bu olay kuark ve gluonların ebediyen hapsolması sonucunu doğurur. Diğer bir deyişle, tek başına serbest bir kuarkı gözlemek mümkün değildir. Çünkü hadronlar bileşenlerine ayrılmak istendiğinde, kuarklar arasındaki etkileşme alanındaki enerjinin yeterli olmasıyla, verilen enerji kuark-antikuark çiftlerinin oluşmasına neden olur. Oluşan kuark-antikuark çiftleri, hadrondaki diğer kuark ve antikuarklarla birleşerek yeni parçacıkların ortaya çıkmasını sağlar. Böylece hadronları bileşenlerine ayırmak için verilen enerji yeni parçacıkların oluşmasına harcanmış olur.



Şekil 2.1: KRD' de etkileşme sabiti [12]

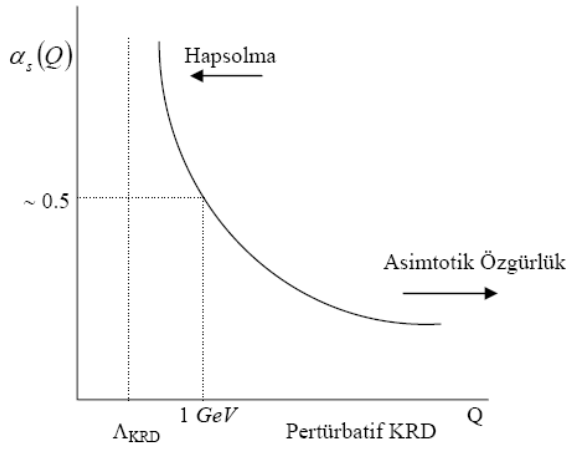
Kuarklar arasındaki renk potansiyeli, α_s / r olan Coulomb-tipi bir potansiyeldir ve $\alpha_s(r) = g^2(r)/4\pi$' dir. Mesafe azalırken ya da momentum transferi artarken logaritmik olarak artar. Momentumun büyük değerlerinde etkileşme sabiti

$$\alpha_s(Q) \approx -\frac{2\pi}{b \ln\left(\frac{Q}{\Lambda}\right)} \tag{2.11}$$

olur. Burada boyutsuz b katsayısı, teorik hesaplamalarla bulunur:

$$b = 11 - \left(\frac{2}{3}\right) n_f \,. \tag{2.12}$$

n_f ise kuark çeşni sayısıdır (eğer $n_f = 6$ ise $b = 7$' dir). KRD' de göreli kuark enerjisine göre, örneğin $E = 1GeV$' de $\alpha_s = 1GeV$ ve $E = 100\,GeV$' de $\alpha_s = 0.1GeV$' dir. Bu nedenle α_s' ye kayan etkileşme sabiti denir. Momentum boyutuna sahip olan Λ KRD enerji ölçeğinin değeri ise deneysel verilerden elde edilir ve yaklaşık $0.2\,GeV$ mertebesinde bulunmuştur. α_s' nin teorik olarak enerjiye bağlılığını belirleyebilmek için bu temel sabite ihtiyaç duyulur. Λ sabiti enerji sınırını belirlemeye yarar: sınırın üstünde kuarklar, altında ise hadronlar bulunur. Şekil 2.2' de α_s etkileşme sabitinin momentuma göre değişimi gösterilmiştir.



Şekil 2.2: Q momentumuna göre α_s' nin davranışı [13]

Yüksek momentumlarda ya da kısa mesafelerde asimtotik özgürlük özelliğinden dolayı kuarklar neredeyse serbest halde bulunur. Bu durumda α_s' ye göre pertürbatif açılım yapılabilir ve pertürbasyon teorisi uygulanabilir. Küçük momentumlarda ya da uzun mesafelerde ise kuark gluon etkileşmelerinin kuvvetli olmasından dolayı bu bölgede pertürbasyon teorisi uygulanamaz [8,9].

2.3. Kiral Simetri

Bilindiği gibi rölativistik fermiyonlar iki bileşenli spinörlerle tanımlanır. Fermiyonlar ya aşağı ya da yukarı spine sahip olurlar. Ancak fermiyonlar ışık hızına yakın hızlarda hareket ettiğinde artık spin kavramı kullanışlı olmaz ve iki fermiyon durumunu tanımlayan yeni bir kavrama ihtiyaç duyulur. Bunu yapmanın iki yolu vardır. İlki spinle ilişkili yeni bir kavram tanımlamaktır. Buna helisite denmiştir. Parçacığın helisitesi, parçacığın spininin (s) momentumunun (p) yönünde ya da zıt yönde hareket etmesiyle tanımlanır:

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|} . \tag{2.13}$$

Eğer spinin ve momentumun yönleri ters ise helisitenin sol-elli (veya negatif), aynı doğrultudaysa sağ-elli (veya pozitif) olduğu söylenir. Parçacığın spin ve momentumu ölçüldüğünde, helisite direk olarak deneylerde ölçülebilir. Helisite gözlemcinin konumuna bağlı olarak değişebilir. Bu nedenle helisite Lorentz dönüşümleri altında invaryant değildir. Bu durum eylemsizlik sisteminde bulunan gözlemcinin hızı

gözlenen parçacıktan daha büyük olduğu zaman görülür. Örneğin, bir A gözlemcisi düşünelim. A gözlemcisinin hızı B gözlemcisi tarafından ölçülsün ve hızı parçacıktan büyük olsun. Parçacığın momentumunun yönü bu iki gözlemciye göre farklı olacaktır, fakat spinde bir değişiklik olmayacaktır. Böylece helisiteyi zıt yönlerde ölçeceklerdir. Bundan dolayı rölativistik parçacıklar için kiralite ya da ellilik kavramı tanımlanır. Kiralite Lorentz dönüşümleri altında invaryanttır. Parçacık sağ-elli ya da sol-elli olabilir. Helisite ve kiralite durumlarının her ikisi de parite altında değişebilir yani sol-elli sağ-elli ya da (+) helisite (–) helisite olabilir [14]. Işık hızında hareket ettiği için fotondan daha hızlı hareket edecek bir referans sistemi bulamayız. Parçacık kütlesiz ise helisite değil kiralite kavramından söz edilir.

Kuarkların gluonlarla etkileşerek renk değiştirmesi sonucunda helisiteleri değişmez. Böylece, kütlesiz kuarkların KRD Lagrangianı doğal bir şekilde iki simetrik terime dönüşür, bunlardan biri u_L, d_L sol-elli kuarkları ve diğeri u_R, d_R sağ-elli kuarkları içerir. Bu $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ simetrinin kendiliğinden $SU(3)_{L+R}$ simetrisine bozulduğu anlamına gelir. Kiral simetri global $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ simetridir ve u ve d kuarklar kütlesiz kabul edildiğinde KRD yaklaşık bir simetriye sahip olur.

Kendiliğinden simetri bozulmasına Goldstone olarak adlandırılan sıfır spinli kütlesiz bozonların varlığının eşlik ettiği saptanmıştır. u ve d kuarkların kütlesiz olduğu durumda π mezonu Goldstone bozonları olarak gösterilebilir. u ve d kuarkların küçük fakat sıfır olmadığı gerçek dünyada pionların kütlelerinin sıfır olmamasına rağmen, diğer hadronlarla karşılaştırıldığında kütleleri çok küçüktür. Goldstone Teoreminden diğer hadron durumlarıyla kıyaslandığında yaklaşık olarak kütlesiz olan oktetler $\pi^0, \pi^{\pm}, K^0, K^{\pm}, \bar{K}^0, \bar{K}^{\pm}$ ve η_8' dir [8,15].

3. KRD TOPLAM KURALLARI METODU

Hadronik olayları açıklamaya çalışan pertürbatif olmayan yaklaşımlar arasından KRD toplam kuralları oldukça güçlü ve kullanışlı bir metottur. Bu yöntem KRD Lagrange fonksiyonunu temel alarak ve KRD parametreleri ile hadron parametrelerini ilişkilendirerek uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını açıklar. Uzun mesafelerde kuark-gluon etkileşmeleri çok kuvvetlidir ve burada kısa mesafelerde olduğu gibi pertürbatif yöntem kullanılamaz. KRD toplam kuralları yöntemi, kuark ve gluon kondensatlarla orantılı pertürbatif olmayan bölgelerde bozunma sabiti, kütle, etkileşme sabiti ve form faktör gibi hadronik parametreleri hesaplamamıza imkân veren bir metottur [7].

Korelasyon fonksiyonu iki farklı şekilde hesaplanır:

1. KRD ya da teorik kısım; kuark serbestlik derecelerine bağlı olarak yazılır ve Wilson Operatör Çarpım Açılımı (OPE) kullanılarak hesaplanır. OPE, gittikçe artan boyutlardaki tüm kondensatların KRD vakumuna etkilerini kapsar. OPE' de pertürbatif kısımda güçlü etkileşme sabiti α_s' in, pertürbatif olmayan kısımda ise Borel parametresinin kuvvet serisine göre açılımı yapılır.
2. Fiziksel kısım; hadronik serbestlik derecelerine bağlı olarak yazılır ve kütle, bozunma sabiti, etkileşme sabiti ve form faktörlerini elde etmemizi sağlar.

Bu iki farklı yoldan elde edilen sonuçlar birbirine eşitlenerek KRD toplam kuralları elde edilir.

3. 1. Korelasyon Fonksiyonu

Genel olarak akım $j_\Gamma(x)=\overline{\psi}_i\Gamma\psi_j$ şeklinde tanımlanır. Burada i ve j kuark alan çeşnisini ve Γ tensör yapısını temsil eder. Her akım belli J, P ve C kuantum sayılarına sahiptir. Mezonun toplam açısal momentumu, $|l-s|<J<|l+s|$ genel

bağıntısı ile verilir. Burada s, sıfır (anti-paralel kuark spinleri) ya da bir (paralel kuark spinleri) değerini alır ve spin olarak adlandırılır, l ise yörüngesel açısal momentumdur. Paritenin tanımı $P=(-1)^{l+1}$, yük eşleniğinin tanımı ise $C=(-1)^{l+s}$ ile verilir. Böylece mezonlar J, P ve C kuantum sayıları kullanılarak sınıflandırılır. Belirli bir akımı elde etmek için uygun kuark çeşni kombinasyonları alınmalıdır. Böyle bir akım nedeniyle oluşan vakum polarizasyonu aşağıdaki iki-noktalı korelasyon fonksiyonuyla verilir:

$$\Pi^{j}(q^2)=i\int dx\, e^{iqx}\left\langle 0\left|T\left(j_{\Gamma}(x)j_{\Gamma}(0)\right)\right|0\right\rangle \tag{3.1}$$

ve Şekil 3.1' deki diyagramla gösterilir.



Şekil 3.1: İki-noktalı korelasyon fonksiyonunun grafiksel gösterimi. Kesikli çizgiler akımı, ilmek ise köşe noktasında bir kuark-antikuark çiftlerinin olduğu bütün olası diyagramları gösterir.

Burada Γ köşesi akıma bağlı olarak değişir. $\Pi^{j}(q^2)$ skaler fonksiyon ve T zaman sıralama operatörüdür. Tüm olası akımlar:

$J^{PC}=0^{++}$	$j_S=\bar{\psi}_i\psi_j$	Skaler Mezon	
$J^{PC}=0^{-+}$	$j_P=\bar{\psi}_i\gamma_5\psi_j$	Pseudoskaler Mezon	
$J^{PC}=1^{--}$	$j_V=\bar{\psi}_i\gamma_\mu\psi_j$	Vektör Mezon	
$J^{PC}=1^{+-}$	$j_A=\bar{\psi}_i\gamma_\mu\gamma_5\psi_j$	Aksiyel Mezon	(3.2)
$J^{PC}=1^{++}$	$j_{A'}=\bar{\psi}_i\partial_\mu\gamma_5\psi_j$	Aksiyel Mezon	
$J^{PC}=2^{++}$	$j_T=i\bar{\psi}_i(\gamma_\mu\partial_\nu+\gamma_\nu\partial_\mu+\frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\partial\!\!\!/)\psi_j$	Tensör Mezon	
$J^{PC}=2^{-+}$	$j_T=i\bar{\psi}_i(\gamma_\mu\gamma_5\partial_\nu+\gamma_\nu\gamma_5\partial_\mu+\frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\gamma_5\partial\!\!\!/)\psi_j$	Tensör Mezon.	

Burada $\eta_{\mu\nu}=q_\mu q_\nu/q^2-g_{\mu\nu}$. $\Pi^{j}(q^2)$' nin analitiklik özelliğinden yararlanılarak ve dispersiyon bağıntısı kullanılarak korelasyon fonksiyonu sanal kısmıyla ilişkilendirilir.

$$\Pi^j(q^2) = \frac{(q^2)^n}{\pi}\int \frac{\mathrm{Im}\,\Pi^j(s)}{s^n(s-q^2)}ds + \sum_{k=0}^{n-1} a_k (q^2)^k \quad . \tag{3.3}$$

Burada q momentum, s süreklilik eşiğidir. $\Pi^j(q^2)$' nin uygun sayıda türevleri alınarak bilinmeyen a_k sabitleri ortadan kaldırılabilir. $\mathrm{Im}\,\Pi^j(s)$, σ tesir kesitiyle ilişkilidir. Örneğin $j_V(x)$ vektör akımı için:

$$\mathrm{Im}\,\Pi^V(s) = \frac{9}{64\pi^2\alpha_s^2} s\sigma\,(e^+e^- \to hadronlar) \tag{3.4}$$

şeklinde ifade edilir. Belli bir çeşni seçilerek, örneğin tılsımlı kuark $j_V(x) = \bar{c}\gamma_\mu c$ için açık (net tılsımlı kuark sayısı sıfır olmayan) ve gizli (net tılsımlı kuark sayısı sıfır olan) tılsımlı kuarklar içeren mezonlar $\mathrm{Im}\,\Pi^V$ içinde mevcuttur. Diğer deyişle $\mathrm{Im}\,\Pi^j(s)$ hem hadronik durumları hem de süreklilik durumlarını ($J/\psi, \psi', \psi'', \ldots,$ ve eşiğin üstündeki $D\bar{D}$) içerir. $j(x)$ akımına karşılık gelen hadron parametrelerine göre $\Pi^j(q^2)$ fonksiyonu elde edilir [5,16].

3.2. Operatör Çarpım Açılımı

Wilson Operatör Çarpım Açılımı ağır kuarklar için oldukça önemli bir yöntemdir. 1960 yıllarının sonunda K. Wilson tarafından formüle edilen OPE, verilen fiziksel süreçte büyük ve küçük mesafelerde oluşan etkileri ayırır. Bu yöntemde tüm yüksek momentum katkılarının integralleri alınarak etkin Lagrangian elde edilir [6].

İlk olarak $Q^2 = -q^2$' nin büyük olduğu yani kısa mesafelerdeki durum göz önüne alınır. KRD' de operatör çarpım açılımının, (3.1) denklemindeki akımların zaman sıralama çarpımı için geçerli olduğu varsayılır. Bu yöntem (3.1) eşitliği kullanılarak mezon durumuna uygulanır:

$$i\int dx\, e^{iqx}\, T(j_\Gamma(x) j_\Gamma(0)) = C_I^\Gamma I + \sum_n C_n^\Gamma(q) O_n \,. \tag{3.5}$$

Burada I birim operatör, C_I^{Γ}, C_n^{Γ} Wilson katsayıları ve O_n kuark ve gluon alanları tarafından oluşturulan yerel ayar invaryant operatörlerdir. C_n^{Γ} katsayısı renormalizasyon grup denklemlerine uyar ve teorinin parametrelerine, Lorentz indislerine, $j_{\Gamma}(x)$ ve O_n' in kuantum sayılarına bağlıdır. (3.5) denklemindeki O_n operatörü artan boyutlarda farklı formlarda olur ve $C_n^{\Gamma}(q)$, q^2' nin kuvvetleriyle azalır. Üç-noktalı fonksiyonu durumunda C_n^{Γ}, p, p' ve q gibi üç dış momentumun fonksiyonudur ve transfer edilen momentumun karesi ile azalır. Böylece kısa mesafelerde küçük boyutlu operatörler baskındır ve pertürbatif terime katkısı büyüktür. Vakum beklenen değerleriyle ilgilenildiği için sadece spini sıfır olan operatörler hesaba katılır. Spini sıfır ve boyutları altıdan küçük ya da altıya eşit olan operatörlerin tüm seti aşağıdaki gibidir:

$$
\begin{aligned}
&I \quad \text{(birim operatör)} && d=0\\
&O_3=\bar{\psi}\psi && d=3\\
&O_4=G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu} && d=4\\
&O_5=\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\frac{\lambda^a}{2}G^{a\mu\nu}\psi && d=5\\
&O_6=(\bar{\psi}\Gamma_r\psi)(\bar{\psi}\Gamma_s\psi) && d=6\\
&O_6=f_{abc}G^a_{\mu\nu}G^{b\nu}_{\sigma}G^{c\sigma\mu} && d=6
\end{aligned}
\qquad (3.6)
$$

Burada λ^a, SU(3) Gell-Mann renk matrisleri, $Tr(\lambda^a\lambda^b)=2\delta^{ab}$ ve $\sigma_{\mu\nu}=\frac{1}{2}i[\gamma_\mu,\gamma_\nu]$.

Sonuç olarak (3.5) eşitliğindeki ifadede ilk terim kısa mesafe ikinci terim ise uzun mesafe katkılarını içerir. Bu ayrım KRD' de oldukça önemlidir.

(3.1) eşitliğinde O_n' nin vakum beklenen matris elemanlarını hesaba katılmalıdır. Bunlar pertürbasyon teorisinde sıfırdır fakat KRD' de pertürbatif olmayan etkiler vakumun yapısını değiştirir ve sıfır olmayan vakum beklenen değerlerinin oluşmasına neden olur. Bu matris elemanları, büyük mesafelerde kuark ve gluon propagatörlerinin pertürbatif olmayan etkiler nedeniyle değişimini ifade eder. Bu matris elemanları tüm pertürbatif olmayan katkıları içerir ve Wilson katsayılarını hesaplamak için Feynmann diyagram tekniği kullanılır [5].

3.3. Borel Dönüşümleri

Vakum polarizasyon operatörü, hem fiziksel parametrelere göre hem de q^2, α_s, kuark kütleleri ve O_n operatörlerinin fonksiyonu olan teorik kısma göre ifade edilebilir. Belli bir kanaldaki en düşük rezonansı ayırt edebilmemiz için korelasyon fonksiyonunun türevleri alınarak momentler tanımlanır. Diğer deyişle $Q^2 = -q^2$ alınarak (3.3) denklemindeki dispersiyon bağıntısından aşağıdaki ifade edilir:

$$M_n^j(Q_0^2) = \frac{1}{n!}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^n \Pi^j(Q^2)\Big|_{Q^2=Q_0^2} = \frac{1}{\pi}\int_{4m_q^2}^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\,\Pi(s)}{(s+Q_0^2)^{n+1}} ds \tag{3.7}$$

Kondensat serileri asimtotik olduğundan Borel dönüşümü kullanılarak yakınsaklık sağlanır. Ayrıca Q^2'nin değeri büyüdükçe türevlerin sayısı artar ve limit alınır. Bu durumda $\frac{Q^2}{n} \equiv M^2$ sabitlemesi yapılır. Böylece Q^2 yerine M^2 Borel kütlesi denilen yeni bir keyfi değişken tanımlanır. Bu parametre fiziksel bir anlam taşımaz, hesaplamalarda matematiksel kolaylık sağlar. Bu nedenle hesaplarda karşılaşılan fiziksel nicelikler bu parametreden bağımsız olmalıdır. Toplam kurallarına, yüksek boyutlu kondensatlardan gelen katkıların ihmal edilmesi nedeniyle M^2'nin çok küçük değerleri uygulanamaz. M^2'nin oldukça büyük değerlerinde de kuark-hadron ikiliği yaklaşımına güvenilemez. Sonuç olarak Borel dönüşümü aşağıdaki şekilde verilir:

$$\hat{B} = \lim_{\substack{Q^2,n\to\infty \\ Q^2/n=M^2}} \frac{1}{(n)!}(Q^2)^{n+1}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^n . \tag{3.8}$$

Borel dönüşümü uygulanarak, uyarılmış durumlardan gelen katkılar ve operatör açılımındaki yüksek mertebeli terimlerin katkıları ortadan kaldırılır. Etkileşme sabiti hesabında aşağıda gösterilen çift Borel dönüşümü kullanılmıştır.

$$\hat{B}\frac{1}{(p^2-m_1^2)^m}\frac{1}{(p'^2-m_2^2)^n} \to (-1)^{m+n}\frac{1}{\Gamma(m)}\frac{1}{\Gamma(n)} e^{-m_1^2/M^2} e^{-m_2^2/M'^2} \frac{1}{(M^2)^{m-1}(M'^2)^{n-1}} \tag{3.9}$$

Borel dönüşümleri literatürde Momentum dönüşümleri ya da Ters Laplace dönüşümleri olarak da adlandırılır [5,17].

4. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE KÜTLE VE BOZUNMA SABİTLERİNİN HESAPLANMASI

Kiral simetri bozulması, KRD gibi bir ayar teorisinin kiral simetrisini etkileyen kendiliğinden bozulan bir simetridir. Kiral simetrinin restore edildiği limitte hafif kuark kütleleri çok küçüktür $(m_k \leq 10\,GeV)$. Bu limitte yüksek mertebeli terimler baskın olabilir. Simetrinin bozulması sistemdeki nesnelerin etkileşmesi nedeniyle meydana gelir. Fiziksel teorilerde simetri bozulması genellikle fermiyoniktir. KRD' dede kiral simetri bozulması kuark kondensatlarıyla ilişkilidir. Bu nedenle kuark kondensatlarının tam olarak belirlenmesi kiral simetri bozulma mekanizmasının anlaşılması bakımından oldukça önemlidir [18]. Hafif mezonların doğasını anladığımız takdirde kiral simetri bozunmasını açıklayabiliriz.

Mezonların bozunma sabitleri, temel niceliklerin elde edildiği birçok süreçte ortaya çıktığından güvenilir ve doğru bir şekilde tespit edilmeleri hem teorik hem de deneysel çalışmalar bakımından oldukça önemlidir. Mezonu oluşturan kuarkların dalga fonksiyonunun hassas bir şekilde belirlenmesini sağlarlar. Her bir mezon çeşidi tek bir bozunma sabitiyle temsil edilir. Ama bu direk yaklaşımda bazı zorluklarla karşı karşıya gelinir. Örneğin ağır-hafif D mezonun bozunması incelenerek f_D bozunma sabiti elde edilebilir. Bozunma genişliği, yani bozunma olasılığı aşağıdaki gibidir:

$$\Gamma(D_s^+ \to l^+ \nu_l) = \frac{G_F^2 \left|V_{cs}\right|^2}{8\pi} f_{D_s}^2 m_l^2 m_{D_s} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_{D_s}^2}\right)^2, \tag{4.1}$$

burada G_F Fermi sabiti, m_l lepton kütlesi, m_{D_s} D mezonunun kütlesidir. Bu genişlik, m_l^2 helisite terimi ve $\left|V_{cs}\right|$ CKM matrislerinin küçüklüğü nedeniyle oldukça küçüktür. τ ömrüyle ilişkili olan D mezonlarının toplam bozunma genişliğinin tespiti, Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matris elemanlarının deneysel verilerden yararlanılarak belirlenmesi, kuark karışım mekanizmalarının anlaşılması,

CP ihlalinin açıklanabilmesi ve yeni fizik teorilerinin gelişimi açısından kritik bir rol oynar. Bu hadronik parametreleri doğru bir şekilde belirlemek için BaBar, CLEO ve BELLE gibi birçok deney yapılmaktadır [19–21].

Bu bölümde $J^{PC}=0^{++}$ ile tanımlanan hafif-hafif ve ağır-hafif skaler mezonların kütle ve bozunma sabitleri iki-noktalı KRD toplam kuralları kullanılarak hesaplanmıştır.

4.1. İki-Noktalı KRD Toplam Kuralları

Mezonlar güçlü etkileşmenin özelliklerini araştırmak ve anlamak için baryonlara göre basit sistemlerdir. Ama kuark ve gluon serbestlik derecelerine göre hadronik yapıları anlamak KRD' nin pertürbatif olmayan doğası nedeniyle hesaplama yapmak zordur. Hadronların içinde kuarkların hapsolması nedeniyle kuark-gluon Feynman diyagramlarının pertürbatif hesabı yeterli değildir. Pertürbatif olmayan hesapların da yapılması gerekir.

4.1.1. Skaler mezonların korelasyon fonksiyonunun teorik kısmı

KRD toplam kuralları metodunda hadronlar interpolasyon kuark akımlarıyla temsil edilirler. Skaler mezonların KRD toplam kurallarını elde edebilmek için hesaplamalara iki-noktalı korelasyon fonksiyonu yazılarak başlanır.

$$\Pi_S(q^2)=i\int d^4x\, e^{iq.x}\left\langle 0\left|T\{j_S(x)\overline{j}_S(0)\}\right|0\right\rangle \tag{4.2}$$

Burada T zaman sıralama operatörü, q dört momentum ve $j_S(x)=\overline{\psi}_1(x)\psi_2(x)$, $\psi=u,d,s$ çeşnisiyle verilen skaler kuarkların akımı, $\left|0\right\rangle$ taban durumudur.

KRD kısmında korelasyon fonksiyonu kısa mesafe yada pertürbatif ve uzun mesafe yada pertürbatif olmayan etkilerin birbirinden ayrıldığı OPE [22] yoluyla derin Öklid bölgesinde $q^2\ll-\Lambda^2_{KRD}$ hesaplanır.

$$\Pi^{KRD}(q)=\Pi^{pert.}(q)+\Pi^{pert.olmayan}(q) \tag{4.3}$$

Kısa mesafe katkısı (Şekil 4.1, (a)) pertürbasyon teori kullanılarak hesaplanır. Uzun mesafeli katkılar ise (Şekil 4.1, diğer diyagramlar) farklı kütle boyutlarına sahip operatörlerin vakum beklenen değerlerine dayanılarak hesaplanır. Pertürbatif kısım dispersiyon bağıntısından yararlanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi^{KRD}(q^2) = \int_0^\infty \frac{ds}{(s-q^2)}\,\rho(s) + \Pi^{pert.olmayan} \tag{4.4}$$

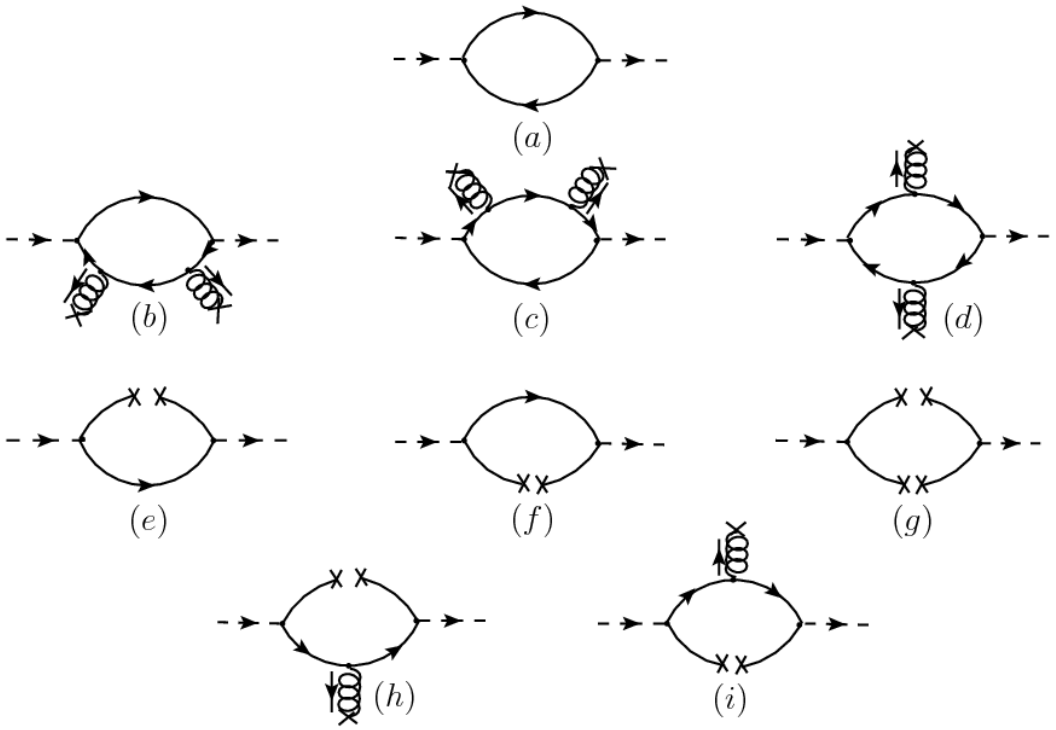
Burada $\rho(s) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}[\Pi^{KRD}(s)]$ [5,17] spektral yoğunluktur ve korelasyon fonksiyonunun sanal kısmıyla verilir.

(4.2) eşitliğindeki korelatör OPE' deki tüm terimlerden gelen katkıları içerir. Bu katkılardan ilki ve baskın olanı pertürbatif terimden gelir ve Şekil 4.1 (a)' da gösterilir. KRD toplam kuralları çerçevesinde, iki skaler akımın korelasyon fonksiyonunda, genelleştirilmiş OPE açılımı kullanılarak kısa ve uzun mesafelerdeki kuark-gluon etkileşmeleri birbirinden ayrılır. OPE açılımında, operatörler kütle boyutları d' ye göre sıralanırlar.

$$\begin{aligned}\Pi^{KRD}(q^2) &= i\int d^4x\, e^{iq.x}\left\langle 0\left|T\{j_S(x)j_S(0)\}\right|0\right\rangle = \sum_n C_n(p,p',q)O_n \\ &= C_0 I + C_3\left\langle 0\left|\bar{\psi}\psi\right|0\right\rangle + C_4\left\langle 0\left|G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}\right|0\right\rangle \\ &+ C_5\left\langle 0\left|\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\frac{\lambda^a}{2}G^{a\mu\nu}\psi\right|0\right\rangle + C_6\left\langle 0\left|(\bar{\psi}\Gamma_r\psi)(\bar{\psi}\Gamma_s\psi)\right|0\right\rangle + \ldots\end{aligned} \tag{4.5}$$

Burada $i = 0, 3, 4, 5, 6, \ldots$ olmak üzere C_n Wilson katsayılarını, $\Gamma_{r,s}$ Lorentz ve renk matrislerinin çeşitli kombinasyonlarını gösterir. I birim operatörü, $\bar{\psi}\psi$ kuarkların yerel fermiyon alan operatörüdür. Yukarıdaki ifadede $C_0(q^2) = \Pi^{Pert}(q^2)$ pertürbatif katkısına eşlik eden en düşük boyutlu operatör $(d = 0)$ birim operatördür. Bu açılımdaki diğer terimler $\left\langle 0\left|\bar{\psi}\psi\right|0\right\rangle$ kuark kondensat, $\left\langle 0\left|G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu}\right|0\right\rangle$ gluon kondensat ve yüksek boyutlu operatörlerden oluşan $d \neq 0$ operatörlerinin vakum beklenen değerleridir. Ağır kuarklar olduğu durumda gluon kondensatları baskınken, hafif kuarkların olduğu durumda ise kuark kondensatlar baskındır [17,23].

Korelasyon fonksiyonuna altı boyuta kadarki tüm katkılar Şekil 4.1' deki diyagramlardan gelir:



Şekil 4.1: $d \leq 5$ olan iki-noktalı korelasyon fonksiyonu için mümkün olan diyagramlar. (a) en düşük mertebeli yalın ilmek diyagramı, (b, c, d) gluon kondensat diyagramları, (e, f, g) kuark kondensat diyagramları, (h, i) kuark-gluon kondensat diyagramları.

Şekil 4.1' deki diyagramlar ayrıntılı olarak hesaplanmıştır (bknz. Ek A).

$$1/(k^2 - m^2) \to -2\pi i \delta(k^2 - m^2) \tag{4.6}$$

Standart hesaplar yapıldıktan ve (4.6)' da tanımlanan Cutkosky kuralı uygulandıktan sonra spektral yoğunluk elde edilir.

$$\rho(s) = \frac{N_c}{4\pi^2 s}(m_1^2 + m_2^2 - s + 2m_1 m_2)\sqrt{(s + m_1^2 - m_2^2)^2 - 4sm_1^2}\ . \tag{4.7}$$

Burada m_1 ve m_2 ilmeklerdeki alt ve üst kuarkların kütlesi, $N_c = 3$ renk numarasıdır. Pertürbatif olmayan kısımlar için, fermiyon propagatörü $D = i/(\not{p} - m)$ olarak alınır ve fermiyon alanı Taylor serisine açılır:

$$\begin{aligned}\Psi_\beta(x) = \Psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \Psi_\beta(x)\big|_{x=0} + \tfrac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \Psi_\beta(x)\big|_{x=0} \\ + \tfrac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \Psi_\beta(x)\big|_{x=0} + \ldots\end{aligned} \tag{4.8}$$

Burada $x_\lambda = -i\frac{\partial}{\partial p_\lambda}$. Ayrıca bu hesaplamada Fock-Scwinger ayarı $\left(x^\mu A_\mu^a(x) = 0\right)$ kullanılmıştır. Burada A_μ^a gluon alanıdır ve momentum uzayında aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$A_\mu^a(k) = -\frac{i}{2}(2\pi)^4 G_{\lambda\mu}^a(0)\frac{\partial}{\partial k_\lambda}\delta^4(k). \tag{4.9}$$

Burada k gluon momentumudur. Kuark-gluon-kuark köşe fonksiyonları aşağıdaki şekilde kullanılır:

$$\Gamma_{ij\mu}^a = -ig\,\gamma_\mu\left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ij}. \tag{4.10}$$

Hesaplamalarda karşılaşılan integraller Feynman Parametrizasyon Tekniği kullanılarak hesaplanmıştır. Pertürbatif olmayan diyagramlardan gelen katkılar aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$\Pi^{Pert.olmayan}_{(b+c+d)} = \int_0^1 dx \frac{1}{96\pi} i\left\langle \alpha_s G^2 \right\rangle x^2 \left\{ \left[2m_2 x^2 \left[\frac{3m_1^5(-1+x)^2 + 3m_1^4 m_2(-1+x)^2 - 2m_1^3(-1+x)}{(m_1^2(-1+x) - (m_2^2 + q^2(-1+x))x)^4} \right.\right.\right.$$
$$\times \frac{(3q^2(-1+x) + m_2^2(1+3x)) + m_2^3 x(2q^2(-1+x) + m_2^2(2+3x))}{(m_1^2(-1+x) - (m_2^2 + q^2(-1+x))x)^4}$$
$$+ \frac{m_1(3q^4(-1+x)^2 + m_2^4 x(2+3x) + m_2^2 q^2(-1+x)(3+5x))}{(m_1^2(-1+x) - (m_2^2 + q^2(-1+x))x)^4}$$
$$\left.\left. - \frac{m_1^2 m_2(-1+x)(3q^2(-1+x) + m_2^2(2+6x))}{(m_1^2(-1+x) - (m_2^2 + q^2(-1+x))x)^4} \right] \right]$$
$$+ \left[2m_1 x^2 \left[\frac{3m_1 m_2^2(m_2 - q)(m_2 + q)(-1+x)^2 + 3m_2(m_2^2 - q^2)^2(-1+x)^2}{(m_1^2 x + (-1+x)(-m_2^2 + q^2 x))^4} \right.\right.$$
$$+ \frac{m_1^5 x(2+3x) + m_1^4 m_2 x(2+3x) + 2m_1^3(-1+x)(q^2 x - m_2^2(1+3x))}{(m_1^2 x + (-1+x)(-m_2^2 + q^2 x))^4}$$
$$\left.\left. - \frac{m_1^2 m_2(-1+x)(-q^2(3+5x) + m_2^2(2+6x))}{(m_1^2 x + (-1+x)(-m_2^2 + q^2 x))^4} \right] \right]$$
$$+ \left[3(-1+x)^2 \left[\frac{-4m_1^5 m_2(-1+x)(-5+3x) - 6m_1^6(-1+x)^2(-5+4x)}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4} \right.\right.$$
$$- \frac{4m_1 m_2(m_2 - q)(m_2 + q)x(2q^2(-1+x) + m_2^2(2+3x))}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4}$$
$$+ \frac{4m_1^3 m_2(q^2(-5+x)(-1+x) + m_2^2(-5+6(-1+x)x))}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4}$$
$$- 2m_1^2 x \left[\frac{6q^4(-1+x)^2(-1+2(-1+x)x)}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4} \right.$$
$$+ \frac{2m_2^2 q^2(-1+x)(-7+18(-1+x)x) + m_2^4(-8-33x+36x^2)}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4} \Bigg]$$
$$+ \frac{3x^2(m_2^6(2+8x) + q^6(-1+x)^2(-1+2(-1+x)x) + m_2^4 q^2(-5+12(-1+x)x)}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4}$$
$$+ \frac{4m_2^2 q^4(1+x(1+2(-2+x)x))}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4} \Bigg]$$
$$\left.\left. + \frac{m_1^4(-1+x)(2m_2^2(-5-39x+36x^2) + 3q^2(5+x(7+12(-2+x))))}{(m_1^2(-1+x) - (m_1^2 + q^2(-1+x))x)^4} \right] \right\}, \tag{4.11}$$

$$\Pi^{Pert.olmayan}_{(e+f+g)} = \frac{im_1^3\left(\frac{m_0^2}{2} - m_2^2\right)\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{3(m_1^2 - q^2)^3} - \frac{im_1\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{m_1^2 - q^2} - \frac{im_1(2m_1^2 - q^2)\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{6(m_1^2 - q^2)^2}$$
$$+ \frac{i\left(\frac{m_0^2}{2} - m_1^2\right)m_2^3\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{3(m_2^2 - q^2)^3} - \frac{im_2\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{m_2^2 - q^2} - \frac{im_1(2m_2^2 - q^2)\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{6(m_2^2 - q^2)^2} - \frac{i\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2}{12}, \tag{4.12}$$

$$\Pi_{(h+i)}^{Pert.olmayan} = -\frac{im_0^2\left(-m_1^3+m_1^2q^2\right)\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{2(m_1^2-q^2)^3} - \frac{im_0^2\left(-m_2^3+m_2^2q^2\right)\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{2(m_2^2-q^2)^3}$$
$$-\frac{i\alpha_s(m_1^4-m_1^2q^2)\pi\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2}{9(m_1^2-q^2)^4} - \frac{i\alpha_s(m_2^4-m_2^2q^2)\pi\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2}{9(m_2^2-q^2)^4}. \quad (4.13)$$

4.1.2. Skaler mezonların korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı

KRD toplam kuralları yaklaşımında kuark-hadron ikiliği temel varsayımına göre [7], aynı kuantum sayılı ara durumların tam serileri $\Pi_S(q)$ korelasyon fonksiyonu içine yerleştirilir. İki-nokta korelasyon fonksiyonu hadron kütleleri ve bozunma sabitleri cinsinden de yazılabilir. Buna toplam kuralının "fiziksel kısmı" denir:

$$\Pi_{Fiz(S)}(q) = \frac{\langle 0|j|S\rangle\langle S|j|O\rangle}{m_S^2-q^2} + \ldots \ . \quad (4.14)$$

Burada $\ldots$, yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları ve m_S skaler mezonun kütlesini temsil eder. Bozunma sabitleri, mezon durumları ve vakum arasındaki akımların matris elemanlarıyla tanımlanır. Böylece, bu fiziksel parametreleri hesaplayabilmek için hadronik matris elemanlarının bulunması gerekir. f_S bozunma sabiti aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\langle 0|J_S(0)|S\rangle = f_S m_S \ . \quad (4.15)$$

Burada J_S skaler akım ve S skaler mezondur. Bozunma sabitinin değeri, farklı kuark içerikli mezonları ayırt etmemizi sağlar [24–27]. Fiziksel kısım için son durum kütle ve bozunma sabitleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılır:

$$\Pi_{Fiz(S)}(q) = \frac{f_S^2 m_S^2}{m_S^2-q^2} + \ldots . \quad (4.16)$$

Burada noktalar yüksek rezonans katkılarını gösterir.

4.2. Hafif-Hafif Skaler Mezonların Kütle ve Bozunma Sabitlerinin Nümerik Hesabı

Burada $\sigma(600MeV)$, $\kappa(800MeV)$, $a_0(980MeV)$, $f_0(980MeV)$ ve $K_0^*(1430MeV)$ mezonları üzerine çalışmalar yapılmıştır. Teorik kısımda elde edilen pertürbatif olmayan denklemlere (3.8) eşitliğindeki Borel dönüşümü uygulanır. Teorik ve fiziksel kısım eşitlendiğinde, kütle ve bozunma sabiti için toplam kuralları elde edilir:

$$m_S^2 = \frac{\dfrac{d}{d(-1/M^2)}\left[\int\limits_{(m_1+m_2)^2}^{s_0} ds\,\rho(s)e^{-\frac{s}{M^2}} + \hat{B}\,\Pi^{Pert.\,olmayan}\right]}{\int\limits_{(m_1+m_2)^2}^{s_0} ds\,\rho(s)e^{-\frac{s}{M^2}} + \hat{B}\,\Pi^{Pert.\,olmayan}}, \tag{4.17}$$

$$f_S^2 e^{-m_S^2/M^2} = \int\limits_{(m_1+m_2)^2}^{s_0} ds\rho(s)\,e^{-s/M^2} + \hat{B}\Pi^{Pert.olmayan}\ . \tag{4.18}$$

Tablo 4.1: Hafif-hafif skaler mezonlar için nümerik değerler $(\mu = 1\,GeV)$

Parametreler	Sayısal Değerler	Referanslar
m_u	$0.005\,GeV$	[28, 29]
m_d	$0.007\,GeV$	[28, 29]
m_s	$0.14\,GeV$	[28, 29]
$\alpha(M_Z)$	$0.119\,GeV$	[12]
$\langle\bar{\psi}gG^c_{\lambda\tau}\sigma_{\lambda\tau}\psi\rangle$	$m_0^2\langle\bar{\psi}\psi\rangle$	[30]
m_0^2	$0.8\,GeV^2$	[30]
$\left\langle\frac{\alpha_s}{\pi}G^2\right\rangle$	$(0.012\pm0.004)\,GeV^4$	[30]
$\langle\bar{u}u\rangle = \langle\bar{d}d\rangle$	$-(0.24)^3\,GeV^3$	[30]
$\langle\bar{s}s\rangle$	$0.8\langle\bar{u}u\rangle$	[30]

Hesaplarda Tablo 4.1' de verilen sayısal değerler kullanılmıştır. Elde edilen kütle ve bozunma sabitlerinin keyfi s_0 süreklilik eşiği ve M^2 Borel kütle parametresinden bağımsız olduğu alanlar tespit edilir. Tüm hafif-hafif skaler mezonlar için çalışma bölgesi Borel parametresinin $1GeV^2 \le M^2 \le 4\,GeV^2$ olduğu aralıkta alınmıştır.

Süreklilik eşiği bölgesi $(m_{mezon}+0.3)^2 \le s_0 \le (m_{mezon}+0.7)^2$ aralığında seçilmiştir. Keyfi parametreler için çalışma bölgeleri hesaba katılarak, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3' de gösterilen hafif-hafif skaler mezonların kütle ve bozunma sabitleri elde edilmiştir. Bu tablolarda KRD toplam kuralları sonucunun yanında var olan deneysel ve Örgü KRD sonuçları da gösterilmiştir.

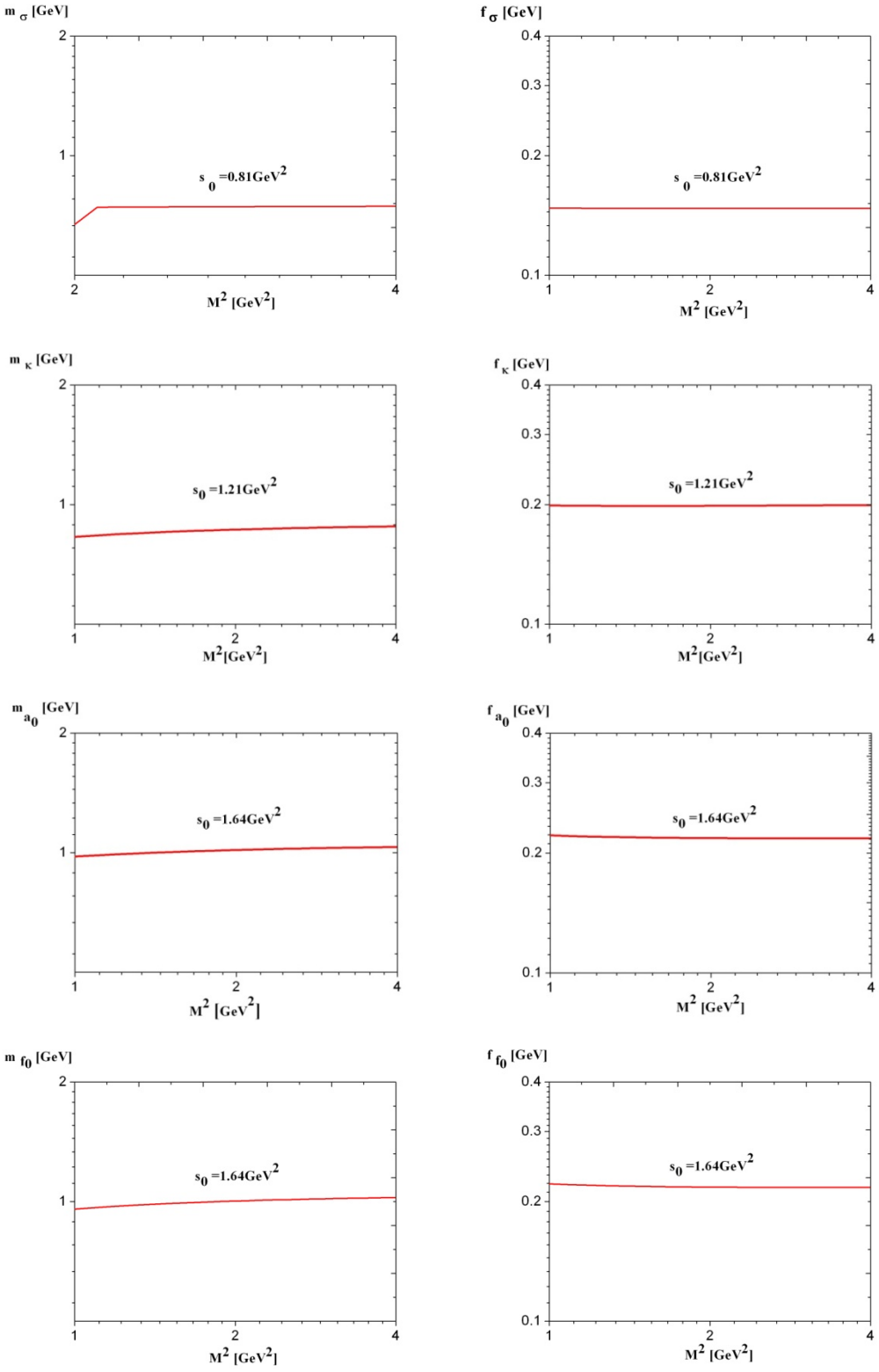
Tablo 4.2: Hafif-hafif skaler mezonların kütleleri

	Sonuçlarımız (MeV) [31]	Deneysel (MeV)	Örgü Teori (MeV)
$m_{\sigma(600MeV)}$	741 ± 72	–	–
$m_{\kappa(800MeV)}$	854 ± 90	672 ± 40 [32]	890 ± 21 [33]
$m_{a_0(980MeV)}$	1027 ± 101	980 ± 20 [32]	1010 ± 40 [25]
$m_{f_0(980MeV)}$	1024 ± 99	–	–
$m_{K_0^*(1430MeV)}$	1374 ± 120	1425 ± 50 [32]	$1000-1200$ [25], 1420 ± 130 [26]

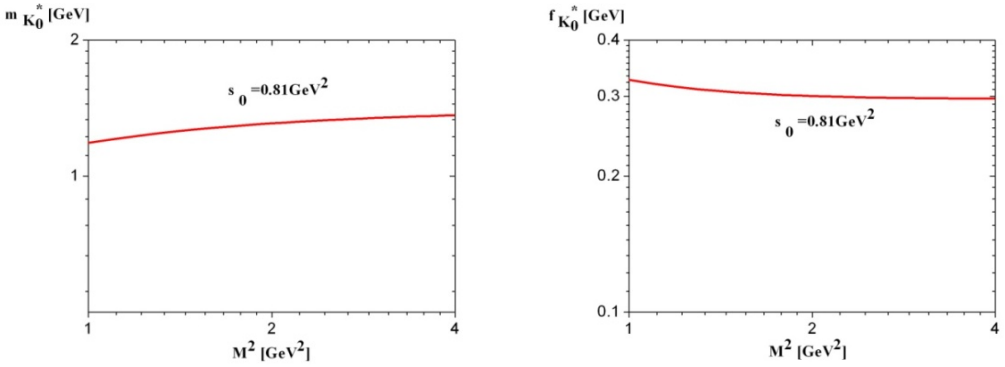
Tablo 4.3: Hafif-hafif skaler mezonların bozunma sabitleri

	Sonuçlarımız (MeV) [31]	KRD Toplam Kuralları (MeV) [34]
$f_{\sigma(600MeV)}$	144 ± 38	–
$f_{\kappa(800MeV)}$	198 ± 55	340 ± 20
$f_{a_0(980MeV)}$	218 ± 60	365 ± 20
$f_{f_0(980MeV)}$	216 ± 59	–
$f_{K_0^*(1430MeV)}$	298 ± 75	445 ± 50

Şekil 4.2 $\sigma(600MeV)$, $\kappa(800MeV)$, $a_0(980MeV)$, $f_0(980MeV)$ ve $K_0^*(1430MeV)$ için kütle ve bozunma sabitlerinin Borel kütle parametresine bağlılığını gösterir.



Şekil 4.2: Hafif-hafif skaler mezonlar için M^2' ye göre kütle ve bozunma sabitleri değerleri: sırasıyla $m_\sigma(GeV)$, $f_\sigma(GeV)$, $m_\kappa(GeV)$, $f_\kappa(GeV)$, $m_{a_0}(GeV)$, $f_{a_0}(GeV)$, $m_{f_0}(GeV)$, $f_{f_0}(GeV)$ ve $m_{K_0^*}(GeV)$, $f_{K_0^*}(GeV)$



Şekil 4.2 (Devam): Hafif-hafif skaler mezonlar için M^2' ye göre kütle ve bozunma sabitleri değerleri: sırasıyla $m_\sigma(GeV)$, $f_\sigma(GeV)$, $m_\kappa(GeV)$, $f_\kappa(GeV)$, $m_{a_0}(GeV)$, $f_{a_0}(GeV)$, $m_{f_0}(GeV)$, $f_{f_0}(GeV)$ ve $m_{K_0^*}(GeV)$, $f_{K_0^*}(GeV)$.

4.3. Ağır-Hafif Skaler Mezonların Kütle ve Bozunma Sabitlerinin Nümerik Hesabı

Bu bölümde ağır-hafif skaler mezonların kütle ve bozunma sabitleri hesaplanmıştır. Bu hesaplar için Şekil 4.1' deki a, b, c, d, f ve i diyagramları beşinci boyuta kadar dikkate alınmıştır, diğer diyagramlardan gelen katkılar sıfırdır. $m_{kuark} \ll \Lambda_{KRD}$ olduğu için u, d ve s hafif kuarklar, c ve b kuarklar ise ağır kuarklardır. Ağır kuarklar için sadece vakum gluonlarıyla olan etkileşmeler önemliyken, hafif kuarklar durumunda kuark kondensatları baskındır [12].

Tablo 4.4: Ağır-hafif skaler mezonlar için nümerik değerler $(\mu = 1\,GeV)$

Parametreler	Sayısal Değerler	Referanslar
m_c	$1.3\,GeV$	[16]
m_b	$4.7\,GeV$	[16]

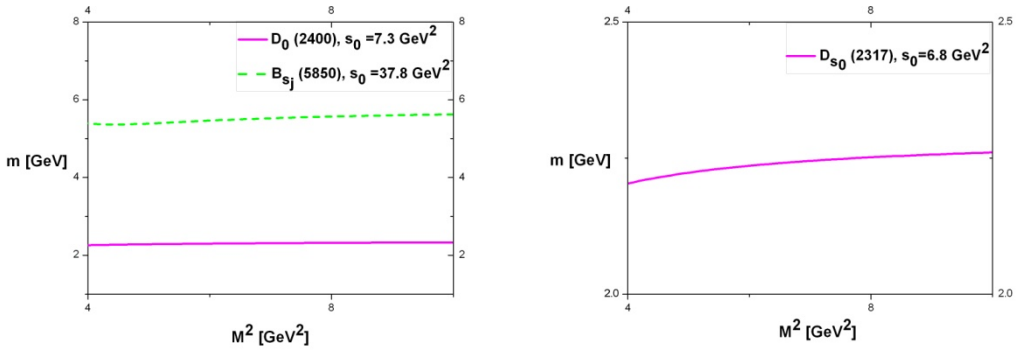
Nümerik hesap için Tablo 4.1' de verilen nümerik değerler ve Tablo 4.4 kullanılmıştır. Sürekli eşik $(m_{mezon}+0.3)^2 \le s_0 \le (m_{mezon}+0.7)^2$ ve Borel parametresinin bölgesi $4\,GeV^2 \le M^2 \le 10\,GeV^2$ olarak alınmıştır. Tablo 4.5 ve 4.6' da kütle ve bozunma sabitlerinin değerleri verilmiş ve literatürdeki sonuçlarla kıyaslanmıştır. Şekil 4.3 ve 4.4' de $D_0(2400)$, $B_{sj}(5850)$ ve $D_{s0}(2317)$ ağır-hafif skaler mezonları için kütle ve bozunma sabitlerinin M^2' ye göre grafikleri gösterilmiştir.

Tablo 4.5: Ağır-hafif skaler mezonların kütleleri (MeV)

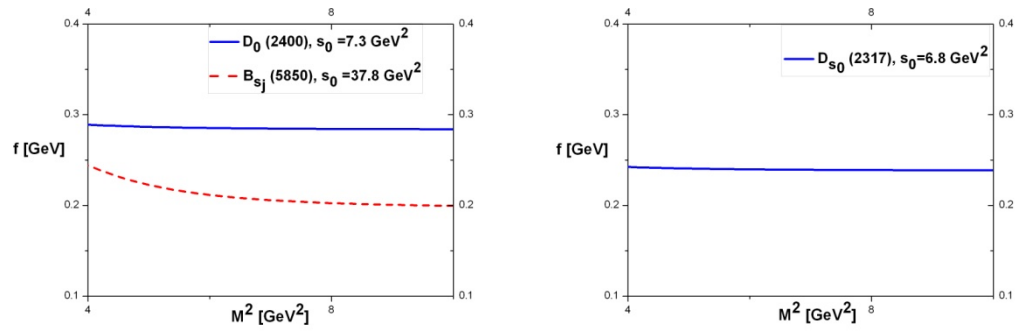
	$B_{sj}(5850)$	$D_0(2400)$	$D_{s0}(2317)$
Sonuçlarımız	5716 ± 150 [35]	2278 ± 130 [35]	2353 ± 93 [35]
Örgü Teori	–	–	2248 ± 78 [37]
Deney	5853 ± 150 [32]	2317.8 ± 6 [32]	2317.8 ± 0.256 [32]
KRDTK	5850 ± 130 [36]	–	2510 ± 27 [38]

Tablo 4.6: Ağır-hafif skaler mezonların bozunma sabitleri (MeV)

	$B_{sj}(5850)$	$D_0(2400)$	$D_{s0}(2317)$
Sonuçlarımız	198 ± 45 [35]	239 ± 73 [35]	283 ± 90 [35]
Örgü Teori	229 ± 20 [39]	–	200 ± 50 [40]
Deney	–	–	–
KRDTK	240 ± 30 [41]	–	201 [42]



Şekil 4.3: $D_0(2400)$, $B_{sj}(5850)$ ve $D_{s0}(2317)$ ağır-hafif skaler mezonların kütlelerinin M^2 'ye bağlılığı



Şekil 4.4: $D_0(2400)$, $B_{sj}(5850)$ ve $D_{s0}(2317)$ ağır-hafif skaler mezonların leptonik bozunma sabitlerinin M^2 'ye bağlılığı

5. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE $D_s^*DK_1$ ($B_s^*BK_1$) ETKİLEŞME SABİTLERİNİN HESAPLANMASI

5.1. Üç-noktalı KRD Toplam Kuralları

Bu bölümde, üç-noktalı KRD toplam kuralları metodu kullanılarak $D_s^*(B_s^*) \to D(B)K_1$ köşesinin güçlü etkileşme sabitleri $g_{D_s^*DK_1}$ ve $g_{B_s^*BK_1}$ hesaplanmıştır. K_1 aksiyel vektör mezondur. Sırasıyla $D(B)$ ve K_1 mezonlarının sanal (sanal) olduğu köşelerin korelasyon fonksiyonu göz önüne alınmıştır. K_1 mezonun birbirinden ayırt edilemeyen $K_1(1270)$ ve $K_1(1400)$ durumları arasındaki karışım hesaba katılmıştır.

Güçlü etkileşme sabitlerinin tam olarak belirlenmesi mezonlar arasındaki güçlü etkileşmeyi, bunlar arasında oluşan güçlü potansiyeli ve parçacıkların doğası ve yapısı hakkında daha iyi bilgi edinmemizi sağlar. BaBar ve BELLE deneylerinde B_c ya da yeni keşfedilen X, Y ve Z durumlarından J/ψ ve ψ' gibi charmonyum durumlarının üretiminde D, D_s, D^* ve D_s^* mezonlarını içeren iki ara durumun olduğu düşünülmektedir. Aynı durum ağır botonyum bozunmalarında da olabilir. Kaonlar da charmonyum ve D mezonlara bozunurlar. Deneylerde bu süreçlerin kesin analizini yapabilmek için parçacıklar arasındaki etkileşme sabitleri hakkında bilgiye ihtiyaç vardır.

Mezonlar arasındaki güçlü etkileşme sabitleri düşük enerjilerde yani pertürbatif teorinin geçerli olmadığı bölgelerde oluşur. Böylece burada KRD toplam kuralları metodu kullanılır. Bu metot vektör mezonlar hakkında oldukça başarılı öngörülere sahiptir [43–47]. Üç-noktalı korelasyon fonksiyonu hadronların birçok parametresini hesaplamak için yaygın bir şekilde kullanılır (örneğin [17,48–50]). Literatürde bazı güçlü etkileşme sabitleri üç-noktalı KRD toplam kuralları kullanılarak elde edilmiştir [51,52].

$K_1(1270,1400)$, $K_1^{a,b}$ durumlarıyla aşağıdaki şekilde tanımlanır [53,54]:

$$\begin{aligned}
\left|K_1(1270)\right\rangle &= \left|K_1^a\right\rangle \sin\theta + \left|K_1^b\right\rangle \cos\theta, \\
\left|K_1(1400)\right\rangle &= \left|K_1^a\right\rangle \cos\theta - \left|K_1^b\right\rangle \sin\theta.
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Burada θ karışım açısı $37^\circ \le \theta \le 58^\circ$, $-58^\circ \le \theta \le -37^\circ$ arasında değerler alır [53–57]. Karışım açısının işaretinin belirsizliği $\left|K_1^a\right\rangle$ ve $\left|K_1^b\right\rangle$' ye fazın keyfi olarak eklenmesiyle ilişkilidir. $B \to K_1(1270)\gamma$ ve $\tau \to K_1(1270)\nu_\tau$ süreçleriyle ilgili çalışmalar sonucunda karışım açısı $\theta = -(34 \pm 13)^\circ$ olarak belirlenmiştir [58]. Ayrıca literatürde ışık-koni KRD toplam kuralları yöntemiyle $D^*D\pi$ [59,60], $DD\rho$ [61], DDJ/ψ [62], D^*DJ/ψ [63], $D^*D^*\pi$ [64,65], D^*D^*J/ψ [66], D_sD^*K, D_s^*DK [64,67], D_0D_sK, $D_{s0}D_sK$ [68], $DD\omega$ [69], $D^*D^*\rho$ [70], $D^*D\rho$ [71], $B_{s0}BK$, $B_{s1}B^*K$ [72], $a_0\eta\pi^0$, $a_0\eta'\pi^0$ [73], $a_0K^+K^-$ [74], $f_0K^+K^-$ [74,75], $K_0^*K\pi$ [76] etkileşme sabitleri hesaplanmıştır.

5.1.1. $D_s^*DK_1$ ($B_s^*BK_1$) bozunmasının teorik kısmı

Burada, $D_s^*(B_s^*) \to D(B)K_1$ köşesinin güçlü etkileşme sabiti hesaplanmıştır. Sırasıyla $D(B)$ ve K_1 mezonlarının sanal olduğu güçlü geçişten sorumlu olan üç-noktalı korelasyon fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılır:

$D(B)$ sanal olduğu durumda:

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\nu}^{D(B)} &= i^2 \int d^4x\, d^4y\, e^{ip'.x} e^{iq.y} \left\langle 0\left|T\left(j_\nu^{K_1}(x)\, j^{D(B)}(y)\, j_\mu^{D_s^*(B_s^*)\dagger}(0)\right)\right|0\right\rangle \\
\Pi_{\mu\nu\nu'}^{D(B)} &= i^2 \int d^4x\, d^4y\, e^{ip'.x} e^{iq.y} \left\langle 0\left|T\left(j_{\nu\nu'}^{K_1}(x)\, j^{D(B)}(y)\, j_\mu^{D_s^*(B_s^*)\dagger}(0)\right)\right|0\right\rangle,
\end{aligned} \tag{5.2}$$

K_1 sanal olduğu durumda:

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\nu}^{K_1} &= i^2 \int d^4x\, d^4y\, e^{ip'.x} e^{iq.y} \left\langle 0\left|T\left(j^{D(B)}(x)\, j_\nu^{K_1}(y)\, j_\mu^{D_s^*(B_s^*)\dagger}(0)\right)\right|0\right\rangle \\
\Pi_{\mu\nu\nu'}^{K_1} &= i^2 \int d^4x\, d^4y\, e^{ip'.x} e^{iq.y} \left\langle 0\left|T\left(j^{D(B)}(x)\, j_{\nu\nu'}^{K_1}(y)\, j_\mu^{D_s^*(B_s^*)\dagger}(0)\right)\right|0\right\rangle.
\end{aligned} \tag{5.3}$$

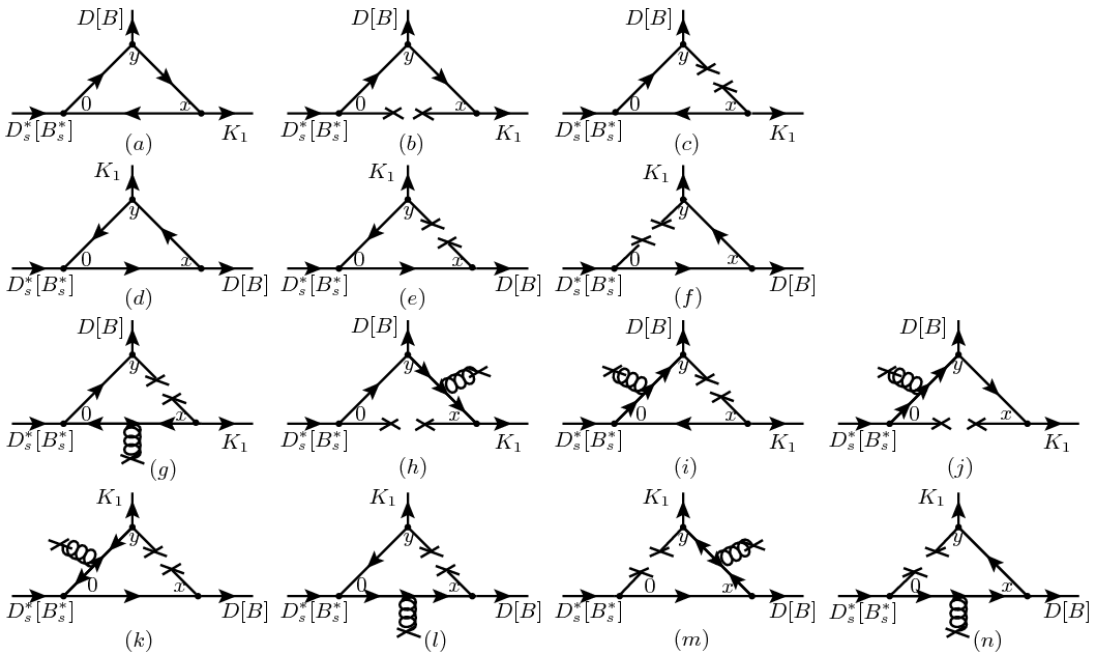
Burada q sanal ve p' son on-shell (kütle kabuğu) durumun momentumudur.

Başlangıç durum momentumu ise $p = p' + q$ olarak alınmıştır. K_1 mezonunu içeren köşelerde, sanal durumları için iki tane korelasyon fonksiyonu vardır. Çünkü bu mezon $j_\nu^{K_1}$ ve $j_{\nu\nu'}^{K_1}$ ara durum akımlarıyla karışır. Bu karışım daha sonra G-parite korunumu ve G-parite ihlali bozunma sabitleri cinsinden tanımlanacaktır. Ara durum akımları kuark alan operatörleri cinsinden yazılır:

$$
\begin{aligned}
&j_\nu^{K_1}(x) = \overline{s}(x)\gamma_\nu\gamma_5 u(x),\\
&j_{\nu\nu'}^{K_1}(x) = \overline{s}(x)\sigma_{\nu\nu'}\gamma_5 u(x),\\
&j^{D(B)}(x) = \overline{u}(x)\gamma_5 c(b)(x),\\
&j_\mu^{D_s^*(B_s^*)} = \overline{s}(x)\gamma_\mu c(b)(x).
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

Burada u, s, c ve b sırasıyla yukarı, acayip, tılsımlı ve alt kuarklardır. Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı, OPE kullanılarak $p^2 \to -\infty$ ve $p'^2 \to -\infty$ olduğunda derin Öklityen alanında elde edilir. Bu amaçla, KRD kısmındaki korelasyon fonksiyonu pertürbatif ve pertürbatif olmayan kısımlarına ayrılarak hesaplanır:

$$\Pi_{KRD} = \Pi_{pert.} + \Pi_{pert.olmayan} \tag{5.5}$$



Şekil 5.1: $D_s^* DK_1 (B_s^* BK_1)$ bozunumu için mümkün olan diyagramlar. Birinci ve üçüncü sıradaki diyagramlar $D(B)$'nin sanal olduğu durumu, ikinci ve dördüncü sıradaki diyagramlarsa $K_1^{a(b)}$'nin sanal olduğu durumu gösterir.

Şekil 5.1' de verilen $D_s^* DK_1(B_s^* BK_1)$ bozunumu için ayrıntılı bir şekilde hesaplanan (bknz. Ek B) mümkün olan diyagramlardan ilk olarak pertürbatif kısım hesaplanmıştır. Pertürbatif kısım, çift dispersiyon integrali cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\Pi_{pert.} = -\frac{1}{4\pi^2}\int ds' \int ds \frac{\rho(s,s',q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{çıkarılan terimler} \tag{5.6}$$

Burada $\rho(s,s',q^2)$ spektral yoğunluk olarak adlandırılır. Spektral yoğunluğu elde etmek için, sırasıyla $D(B)$ ve $K_1^{a(b)}$ sanal olduğu durumda Şekil 5.1' deki (a) ve (d) yalın ilmek diyagramları hesaplanır. Bu diyagramlar Feynman integralleri cinsinden Cutkosky kuralı yardımıyla çözülür. Burada kuark propagatörleri, Dirac delta fonksiyonuyla yer değiştirir $\frac{1}{q^2-m^2} \to (-2\pi i)\delta(q^2-m^2)$. Sonuç olarak, spektral yoğunluk aşağıdaki gibi elde edilir:

$D(B)$ sanal olduğu durumda:

$$\begin{aligned}\rho_1^{D(B)}(s,s',q^2) = -2N_c I_0(s,s',q^2)\Big[& 2m_s^3 + 2m_s^2 m_u - 2m_{c(b)} m_s (m_s + m_u) \\ & + m_s(s+s'-q^2) + 4A(m_{c(b)} - m_u) \\ & + B\left(2m_u s + m_{c(b)}(q^2 - s - s') + m_s(-q^2 + 3s - s')\right) \\ & + C\left(-2m_{c(b)} s' + m_u(-q^2 + s + s') + m_s(-q^2 + s + 3s')\right)\Big],\end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned}\rho_2^{D(B)}(s,s',q^2) = 4N_c I_0(s,s',q^2)\Big[& 2A + (m_c m_s - m_s^2) - (B+2G)s + H(q^2 - s - s') \\ & + C\left(m_c(m_s + m_u) - m_s(m_s + m_u) + q^2 - s - s'\right)\Big],\end{aligned} \tag{5.8}$$

K_1 sanal olduğu durumda:

$$\begin{aligned}\rho_1^{K_1}(s,s',q^2) = 2N_c I_0(s,s',q^2)\Big[& 2m_{c(b)}\left(m_{c(b)}^2 + m_s m_u - m_{c(b)}(m_s + m_u) + s'\right) \\ & - 4D(m_{c(b)} - m_u) + E(2m_{c(b)} - m_s - m_u)(q^2 - s - s') \\ & + 2Fs'(-2m_{c(b)} + m_s + m_u)\Big],\end{aligned} \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}\rho_2^{K_1}(s,s',q^2) = 4N_c I_0(s,s',q^2)\Big[& -2D + m_c^2 - m_c m_s - Es \\ & - F\left(m_c(m_c - m_s - m_u) + m_s m_u\right)\Big],\end{aligned} \tag{5.10}$$

Burada ρ_1 ve ρ_2 sırasıyla $j_\nu^{K_1}$ ve $j_{\nu\nu'}^{K_1}$ akımlarına karşılık gelir ve

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2\Delta}\{m_s^4 q^2 + m_{c(b)}^4 s' + q^2 s s' + m_{c(b)}^2\left(m_s^2(-q^2+s-s') + s'(-q^2-s+s')\right) \\
&\quad - m_s^2 q^2(-q^2+s+s')\}, \\
B &= \frac{1}{\Delta}\{m_s^2(q^2-s+s') - s'\left(2m_{c(b)}^2 - q^2 - s + s'\right)\}, \\
C &= \frac{1}{\Delta}\{m_{c(b)}^2(-q^2+s+s') + s(q^2-s+s') - m_s^2(-q^2-s+s')\}, \\
D &= \frac{1}{2\Delta}\{m_{c(b)}^4 q^2 + m_s^4 s' + q^2 s s' - m_{c(b)}^2 q^2(-q^2+s+s') + m_s^2\left(m_{c(b)}^2(-q^2+s-s')\right. \\
&\quad \left. + s'(-q^2-s+s')\right)\}, \\
E &= \frac{1}{\Delta}\{s'(2m_s^2 - q^2 - s + s') - m_{c(b)}^2(q^2-s+s')\}, \\
F &= \frac{1}{\lambda(s,s',q^2)}\{(-m_s^2 + m_{c(b)}^2 + s)(-q^2+s+s') - 2s(m_{c(b)}^2 + s')\}, \\
G &= \frac{1}{\Delta^2}\{3m_c^4 s'(q^2-s-s') + m_s^4\left(2q^4 - (s-s')^2 - q^2(s+s')\right) - s s'\left(-2q^4 + (s-s')^2\right. \\
&\quad \left. + q^2(s+s')\right) + m_s^2\left(q^6 - q^4(s+s') + (s-s')^2(s+s') - q^2(s^2 - 6ss' + s'^2)\right) - 2m_c^2 \\
&\quad \left(s'(q^4 - 2s^2 + q^2(s-2s') + ss' + s'^2) + m_s^2(q^4 + s^2 + ss' - 2s'^2 + q^2(-2s+s'))\right)\}, \\
H &= \frac{1}{\Delta^2}\{s^2\left(q^4 - 2q^2(s-2s') + (s-s')^2\right) + m_s^4\left(q^4 + 2q^2(2s-s') + (s-s')^2\right) + m_c^4 \\
&\quad \left(q^4 + s^2 + 4ss' + s'^2 - 2q^2(s+s')\right) - 2m_s^2 s\left(-2q^4 + (s-s')^2 + q^2(s+s')\right) - 2m_c^2 \\
&\quad \left(m_s^2(q^4 - 2s^2 + q^2(s-s') + ss' + s'^2) + s\left(q^4 + s^2 + ss' - 2s'^2 + q^2(-2s+s')\right)\right)\},
\end{aligned}
\tag{5.11}
$$

ve

$$
\begin{aligned}
I_0(s,s',q^2) &= \frac{1}{4\lambda^{1/2}(s,s',q^2)} \\
\Delta &= q^4 + (s-s')^2 - 2q^2(s+s') \\
\lambda(a,b,c) &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc - 2ab.
\end{aligned}
\tag{5.12}
$$

elde edilir. Spektral yoğunlukta m_u^2 ve m_u ' nun diğer kuvvetleri sıfır alınmıştır.

KRD kısmında pertürbatif olmayan katkılar Şekil 5.1' de (b), (c), (e), (f), (g), (h), (i), (j), (k), (l), (m) ve (n) ile gösterilen kuark-kuark ve kuark-gluon kondensat diyagramlarından gelir. Burada p^2 ve p'^2 değişkenlerine göre çift Borel dönüşümü uygulandığında, paydada sadece bir değişken olduğundan (c), (e), (f), (g), (i), (k), (l),

(m) ve (n) diyagramlarının katkıları sıfırdır. Böylece Şekil 5.1' deki sadece (b), (h) ve (j) diyagramlarından gelen katkılar hesaba katılır. Sonuç olarak, aşağıdaki ifade elde edilir:

$D(B)$ sanal olduğu durumda:

$$\Pi^{D(B)}_{pert.olmayan\,1} = -\langle \bar{s}s \rangle \left[\frac{m_0^2}{24} \left(\frac{m_{c(b)}^2 - q^2}{r^2 r'} + \frac{2}{rr'} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r'^2} + \frac{m_{c(b)}^2 - q^2}{rr'^2} \right) + \frac{q^2 + 2m_u m_{c(b)} - m_{c(b)}^2}{2rr'} - \frac{1}{2r} - \frac{1}{r'} \right], \tag{5.13}$$

$$\Pi^{D(B)}_{pert.olmayan\,2} = -\langle \bar{s}s \rangle \left[\frac{m_{c(b)}}{rr'} - \frac{m_0^2 m_{c(b)}}{24 rr'^2} \right], \tag{5.14}$$

K_1 sanal olduğu durumda:

$$\Pi^{K_1}_{pert.olmayan\,1} = 0, \tag{5.15}$$

$$\Pi^{K_1}_{pert.olmayan\,2} = 0, \tag{5.16}$$

burada $r = p^2 - m_{c(b)}^2$ ve $r' = p'^2 - m_u^2$. $\Pi_{pert.olmayan\,1}$ ve $\Pi_{pert.olmayan\,2}$ sırasıyla $j_\nu^{K_1}$ ve $j_{\nu\nu'}^{K_1}$ akımlarına karşılık gelir.

5.1.2. $D_s^* DK_1$ ($B_s^* BK_1$) bozunmasının fiziksel kısmı

İlk olarak $D(B)$ mezonu sanal olduğu durumda korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmına bakılır. Üç parçacığın tam setleriyle korelasyon fonksiyonunu oluşturup, taban durumları izole edip, birtakım uzun hesaplamalar sonucunda aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu}^{D(B)} = \frac{\langle 0|j^{D(B)}|D(B)(q)\rangle\langle D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)|j_\mu^{D_s^*(B_s^*)}|0\rangle}{\left(q^2-m_{D(B)}^2\right)\left(p^2-m_{D_s^*(B_s^*)}^2\right)}$$
$$\times\left[\frac{\langle 0|j_\nu^{K_1}|K_1^a(p',\varepsilon')\rangle\langle K_1^a(p',\varepsilon')D(B)(q)|D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)\rangle}{\left(p'^2-m_{K_1^a}^2\right)}\right.$$
$$\left.+\frac{\langle 0|j_\nu^{K_1}|K_1^b(p',\varepsilon')\rangle\langle K_1^b(p',\varepsilon')D(B)(q)|D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)\rangle}{\left(p'^2-m_{K_1^b}^2\right)}\right]+..., \tag{5.17}$$

$$\Pi_{\mu\nu\nu'}^{D(B)} = \frac{\langle 0|j^{D(B)}|D(B)(q)\rangle\langle D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)|j_\mu^{D_s^*(B_s^*)}|0\rangle}{\left(q^2-m_{D(B)}^2\right)\left(p^2-m_{D_s^*(B_s^*)}^2\right)}$$
$$\times\left[\frac{\langle 0|j_{\nu\nu'}^{K_1}|K_1^a(p',\varepsilon')\rangle\langle K_1^a(p',\varepsilon')D(B)(q)|D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)\rangle}{\left(p'^2-m_{K_1^a}^2\right)}\right.$$
$$\left.+\frac{\langle 0|j_{\nu\nu'}^{K_1}|K_1^b(p',\varepsilon')\rangle\langle K_1^b(p',\varepsilon')D(B)(q)|D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)\rangle}{\left(p'^2-m_{K_1^b}^2\right)}\right]+..., \tag{5.18}$$

burada ε ve ε' sırasıyla D_s^* ve $K_1^{a(b)}$ mezonlarıyla ilişkili polarizasyon vektörleridir. Yukarıdaki denklemden görüldüğü gibi bozunma ve güçlü etkileşme sabitleri cinsinden aşağıdaki matris elemanlarının tanımlanması gerekir:

$$\begin{aligned}
&\langle 0|j^{D(B)}|D(B)(q)\rangle = \frac{m_{D(B)}^2 f_{D(B)}}{m_{c(b)}+m_u},\\
&\langle D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)|j_\mu^{D_s^*(B_s^*)}|0\rangle = m_{D_s^*(B_s^*)} f_{D_s^*(B_s^*)} \varepsilon_\mu^*,\\
&\langle K_1^{a(b)}(p',\varepsilon')D(B)(q)|D_s^*(B_s^*)(p,\varepsilon)\rangle = g_{D_s^*DK_1^{a(b)}(B_s^*BK_1^{a(b)})}\{m_{D_s^*(B_s^*)}^2(\varepsilon'^*\cdot\varepsilon)+(\varepsilon'^*\cdot p)(\varepsilon\cdot p')\},
\end{aligned} \tag{5.19}$$

ve

$$\left.\begin{aligned}
&\langle 0|j_\nu^{K_1}|K_1^a(p',\varepsilon')\rangle = m_{K_1^a} f_{K_1^a}\varepsilon'_\nu,\\
&\langle 0|j_{\nu\nu'}^{K_1}|K_1^b(p',\varepsilon')\rangle = f_{K_1^{b\perp}}(\varepsilon'_\nu p'_{\nu'}-\varepsilon'_{\nu'}p'_\nu)
\end{aligned}\right\} G-parite\,korunumu,$$
$$\left.\begin{aligned}
&\langle 0|j_{\nu\nu}^{K_1}|K_1^a(p',\varepsilon')\rangle = f_{K_1^a} a_0^{\perp,K_1^a}(\varepsilon'_\nu p'_{\nu'}-\varepsilon'_{\nu'}p'_\nu),\\
&\langle 0|j_\nu^{K_1}|K_1^b(p',\varepsilon')\rangle = m_{K_1^b} f_{K_1^{b\perp}} a_0^{\|,K_1^b}\varepsilon'_\nu
\end{aligned}\right\} G-parite\,ihlali. \tag{5.20}$$

Burada $f_{D(B)}$ ve $f_{D_s^*(B_s^*)}$ sırasıyla $D(B)$ ve $D_s^*(B_s^*)$ mezonlarının leptonik bozunma sabitleridir. $f_{K_1^a}$ ve $f_{K_1^{b\perp}}$, aksiyel K_1^a ve K_1^b durumları için G-parite korunum ve bozunma matris elemanlarının tanımından hesaplanan bozunma sabitleridir ([53,58, 77,78]). $a_0^{\perp,K_1^a}$ ve $a_0^{\parallel,K_1^b}$ Gegenbauer momentinin paralel ve dik bileşenleridir. (5.17)-(5.19) denklemleri ve aşağıda verilen polarizasyon vektörleri kullanılarak,

$$\begin{aligned}\varepsilon'_\nu \varepsilon'^*_\theta &= -g_{\nu\theta} + \frac{p'_\nu p'_\theta}{m^2_{K_1^{a(b)}}},\\ \varepsilon_\eta \varepsilon^*_\mu &= -g_{\eta\mu} + \frac{p_\eta p_\mu}{m^2_{D_s^*(B_s^*)}},\end{aligned} \tag{5.21}$$

elde edilir. $D(B)$ sanal durumunda korelasyon fonksiyonunun son fiziksel kısmı aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{aligned}\Pi^{D(B)}_{\mu\nu} = &\left(g^{D(B)}_{D_s^* D K_1^a (B_s^* B K_1^a)}(q^2) \frac{m_{K_1^a} f_{K_1^a}}{\left(p'^2 - m^2_{K_1^a}\right)} + g^{D(B)}_{D_s^* D K_1^b (B_s^* B K_1^b)}(q^2) \frac{m_{K_1^b} f_{K_1^{b\perp}} a_0^{\parallel,K_1^b}}{\left(p'^2 - m^2_{K_1^b}\right)} \right)\\ &\times \frac{\frac{f_{D(B)} m^2_{D(B)}}{m_{c(b)} + m_u} f_{D_s^*(B_s^*)} m_{D_s^*(B_s^*)}}{\left(q^2 - m^2_{D(B)}\right)\left(p^2 - m^2_{D_s^*(B_s^*)}\right)} \left\{ m^2_{D_s^*(B_s^*)} g_{\mu\nu} + \text{diğer yapılar} \right\} + ...,\end{aligned} \tag{5.22}$$

$$\begin{aligned}\Pi^{D(B)}_{\mu\nu\nu'} = &\left(g^{D(B)}_{D_s^* D K_1^a (B_s^* B K_1^a)}(q^2) \frac{f_{K_1^a} a_0^{\perp,K_1^a}}{\left(p'^2 - m^2_{K_1^a}\right)} + g^{D(B)}_{D_s^* D K_1^b (B_s^* B K_1^b)}(q^2) \frac{f_{K_1^{b\perp}}}{\left(p'^2 - m^2_{K_1^b}\right)} \right)\\ &\times \frac{\frac{f_{D(B)} m^2_{D(B)}}{m_{c(b)} + m_u} f_{D_s^*(B_s^*)} m_{D_s^*(B_s^*)}}{\left(q^2 - m^2_{D(B)}\right)\left(p^2 - m^2_{D_s^*(B_s^*)}\right)} \left\{ m^2_{D_s^*(B_s^*)} (g_{\mu\nu} p'_{\nu'} - g_{\mu\nu'} p'_\nu + \text{diğer yapılar} \right\} + ...\end{aligned} \tag{5.23}$$

Burada etkileşme sabitinin hesaplanabilmesi için, $j_\nu^{K_1}$ ve $j_{\nu\nu'}^{K_1}$ akımına sahip K_1 köşesine karşılık gelen korelasyon fonksiyonunun her iki tarafında $g_{\mu\nu}$ ve $g_{\mu\nu} p'_{\nu'}$ yapıları seçilir. Benzer şekilde, $K_1^{a(b)}$ sanal için korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı elde edilir.

5.2. $D_s^* DK_1$ ($B_s^* BK_1$) Bozunmasının Nümerik Hesabı

Bu bölümde $K_1^{a(b)}$, nin fiziksel kısmında seçilen yapının katsayısı KRD kısmına eşitlendi. $p^2 (p^2 \to M^2)$ ve $p'^2 (p'^2 \to M'^2)$ değişkenlerine uygun olarak Borel dönüşümü uygulandı. Son olarak, güçlü etkileşme sabiti için aşağıdaki KRD toplam kuralları elde edildi:

$D(B)$ sanal olduğu durumda:

$$
\begin{aligned}
&g^{D(B)}_{D_s^* DK_1^a (B_s^* BK_1^a)}(q^2) m_{K_1^a} f_{K_1^a} e^{\frac{-m^2_{K_1^a}}{M'^2}} + g^{D(B)}_{D_s^* DK_1^b (B_s^* BK_1^b)}(q^2) m_{K_1^b} f_{K_1^{b\perp}} a_0^{\parallel, K_1^b} e^{\frac{-m^2_{K_1^b}}{M'^2}} \\
&= \frac{\left(q^2 - m^2_{D(B)}\right)}{f_{D_s^*(B_s^*)} f_{D(B)} \dfrac{m^2_{D(B)}}{m_{c(b)} + m_u} m^3_{D_s^*(B_s^*)}} e^{\frac{m^2_{D_s^*(B_s^*)}}{M^2}} \\
&\times \left[-\frac{1}{4\pi^2} \int_{(m_{c(b)}+m_s)^2}^{s_0} ds \int_{(m_s+m_u)^2}^{s_0'} ds' \rho_1^{D(B)}(s, s', q^2) \theta[1 - \left(f^{D(B)}(s, s')\right)^2] \right. \\
&\left. \times e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} + \hat{B} \Pi^{D(B)}_{pert.olmayan1} \right],
\end{aligned}
\tag{5.24}
$$

$$
\begin{aligned}
&g^{D(B)}_{D_s^* DK_1^a (B_s^* BK_1^a)}(q^2) f_{K_1^a} a_0^{\perp, K_1^a} e^{\frac{-m^2_{K_1^a}}{M'^2}} + g^{D(B)}_{D_s^* DK_1^b (B_s^* BK_1^b)}(q^2) f_{K_1^{b\perp}} e^{\frac{-m^2_{K_1^b}}{M'^2}} \\
&= \frac{\left(q^2 - m^2_{D(B)}\right)}{f_{D_s^*(B_s^*)} f_{D(B)} \dfrac{m^2_{D(B)}}{m_{c(b)} + m_u} m^3_{D_s^*(B_s^*)}} e^{\frac{m^2_{D_s^*(B_s^*)}}{M^2}} \\
&\times \left[-\frac{1}{4\pi^2} \int_{(m_{c(b)}+m_s)^2}^{s_0} ds \int_{(m_s+m_u)^2}^{s_0'} ds' \rho_2^{D(B)}(s, s', q^2) \theta[1 - \left(f^{D(B)}(s, s')\right)^2] \right. \\
&\left. \times e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} + \hat{B} \Pi^{D(B)}_{pert.olmayan2} \right],
\end{aligned}
\tag{5.25}
$$

K_1 sanal olduğu durumda:

$$
\begin{aligned}
&g^{K_1^a}_{D_s^* DK_1^a (B_s^* BK_1^a)}(q^2)\frac{m_{K_1^a} f_{K_1^a}}{\left(q^2 - m^2_{K_1^a}\right)} + g^{K_1^b}_{D_s^* DK_1^b (B_s^* BK_1^b)}(q^2)\frac{m_{K_1^b} f_{K_1^{b\perp}} a_0^{\|,K_1^b}}{\left(q^2 - m^2_{K_1^b}\right)} \\
&= \frac{1}{f_{D_s^*(B_s^*)} f_{D(B)} \dfrac{m^2_{D(B)}}{m_{c(b)} + m_u} m^3_{D_s^*(B_s^*)}} e^{\frac{m^2_{D_s^*(B_s^*)}}{M^2}} e^{\frac{m^2_{D(B)}}{M'^2}} \\
&\times \left[-\frac{1}{4\pi^2} \int\limits_{(m_{c(b)}+m_s)^2}^{s_0} ds \int\limits_{(m_{c(b)}+m_u)^2}^{s_0'} ds' \rho_1^{K_1}(s,s',q^2)\theta[1-\left(f^{K_1}(s,s')\right)^2] \right. \\
&\left. \times e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} + \hat{B}\Pi^{K_1}_{pert.\,olmayan1} \right],
\end{aligned}
\tag{5.26}
$$

$$
\begin{aligned}
&g^{K_1^a}_{D_s^* DK_1^a (B_s^* BK_1^a)}(q^2)\frac{f_{K_1^a} a_0^{\perp,K_1^a}}{\left(q^2 - m^2_{K_1^a}\right)} + g^{K_1^b}_{D_s^* DK_1^b (B_s^* BK_1^b)}(q^2)\frac{f_{K_1^{b\perp}}}{\left(q^2 - m^2_{K_1^b}\right)} \\
&= \frac{1}{f_{D_s^*(B_s^*)} f_{D(B)} \dfrac{m^2_{D(B)}}{m_{c(b)} + m_u} m^3_{D_s^*(B_s^*)}} e^{\frac{m^2_{D_s^*(B_s^*)}}{M^2}} e^{\frac{m^2_{D(B)}}{M'^2}} \\
&\times \left[-\frac{1}{4\pi^2} \int\limits_{(m_{c(b)}+m_s)^2}^{s_0} ds \int\limits_{(m_{c(b)}+m_u)^2}^{s_0'} ds' \rho_2^{K_1}(s,s',q^2)\theta[1-\left(f^{K_1}(s,s')\right)^2] \right. \\
&\left. \times e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} + \hat{B}\Pi^{K_1}_{pert.\,olmayan2} \right].
\end{aligned}
\tag{5.27}
$$

s_0 ve s_0' sürekli eşik enerjileri ve θ adım fonksiyonunun içindeki $f^i(s,s')$ fonksiyonu Cutkosky kuralından gelen üç δ fonksiyonunun sıfır olmasıyla tanımlanır. Sonuç olarak

$D(B)$ sanal olduğu durumda:

$$
f^{D(B)}(s,s') = \frac{2s(m_s^2 - m_u^2 + s') + (m_{c(b)}^2 - m_s^2 + s)(-q^2 + s + s')}{\lambda^{1/2}(m_{c(b)}^2, m_s^2, s)\lambda^{1/2}(s,s',q^2)},
\tag{5.28}
$$

K_1 sanal olduğu durumda:

$$f^{K_1}(s,s') = \frac{2s(-m_{c(b)}^2 + m_u^2 - s') + (m_{c(b)}^2 - m_s^2 + s)(-q^2 + s + s')}{\lambda^{1/2}(m_{c(b)}^2, m_s^2, s)\lambda^{1/2}(s,s',q^2)} \tag{5.29}$$

olur. Fiziksel bölgede integrallerdeki limitlerden ve toplam kuralları ifadesindeki integrandlardaki adım fonksiyonlarından yararlanılır. Yüksek mertebelerden ve süreklilikten gelen katkıları çıkarmak için aşağıdaki kuark-hadron ikilemi kullanılmıştır:

$$\rho^{yüksek\ durumlar}(s,s') = \rho^{OPE}(s,s')\theta(s-s_0)\theta(s'-s_0'). \tag{5.30}$$

Hesaplarda (3.9) denkleminde tanımlanan çift Borel dönüşümü kullanılmıştır. Bu bölümün sonunda, (5.1) ve (5.19) eşitlikleri kullanılarak $K_1(1270)$ ve $K_1(1400)$ etkileşme sabitleri $K_1^{a(b)}$ etkileşme sabitleri cinsinden ifade edilir:

$$\begin{aligned} g_{D_s^* DK_1(1270)(B_s^* BK_1(1270))} &= g_{D_s^* DK_1^a(B_s^* BK_1^a)} \sin\theta + g_{D_s^* DK_1^b(B_s^* BK_1^b)} \cos\theta \\ g_{D_s^* DK_1(1400)(B_s^* BK_1(1400))} &= g_{D_s^* DK_1^a(B_s^* BK_1^a)} \cos\theta - g_{D_s^* DK_1^b(B_s^* BK_1^b)} \sin\theta. \end{aligned} \tag{5.31}$$

Güçlü etkileşme sabiti için elde edilen KRD toplam kurallarının ifadesi nümerik olarak analiz edilir. Hesaplarda kullanılan bazı giriş parametreleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 5.1: $D_s^* DK_1(B_s^* BK_1)$ bozunması için nümerik değerler

Parametreler	Sayısal Değerler	Referanslar
$m_{K_1(1270)}$	$(1272 \pm 7)\,MeV$	[32]
$m_{K_1(1400)}$	$(1403 \pm 7)\,MeV$	[32]
m_D	$(1.8648 \pm 0.00014)\,GeV$	[32]
m_B	$(5.2792 \pm 0.0003)\,GeV$	[32]
$m_{D_s^*}$	$(2.1123 \pm 0.0005)\,GeV$	[32]
$m_{B_s^*}$	$(5.4154 \pm 0.0014)\,GeV$	[32]
m_c	$1.3\,GeV$	[30]
m_b	$4.7\,GeV$	[30]
m_s	$0.14\,GeV$	[30]
$f_{D_s^*}$	$(272 \pm 16^{0}_{-20})\,MeV$	[39]
$f_{B_s^*}$	$(229 \pm 20^{31}_{-16})\,MeV$	[39]
f_B	$(190 \pm 13)\,MeV$	[79]
f_D	$(202 \pm 41 \pm 17)\,MeV$	[80]
$\langle \bar{s}s \rangle$	$0.8\langle \bar{u}u \rangle = -0.8(0.24 \pm 0.01)^3\,GeV^3$	[30]

Tablo 5.1 (Devam): $D_s^* DK_1 (B_s^* BK_1)$ bozunması için nümerik değerler

m_0^2	$(0.8 \pm 0.2)\,GeV^2$	[81]
$m_{K_1^a}$	$1.31 GeV$	[53, 58, 77]
$m_{K_1^b}$	$1.34 GeV$	[53, 58, 77]
$f_{K_1^a}(1GeV)$	$0.25 GeV$	[53, 58, 77]
$f_{K_1^{b\perp}}(1GeV)$	$0.19 GeV$	[53, 58, 77]
$a_0^{\parallel, K_1^b}(1GeV)$	-0.19 ± 0.07	[53, 58, 77]
$a_0^{\perp, K_1^a}(1GeV)$	$0.27^{+0.03}_{-0.17}$	[53, 58, 77]

Güçlü etkileşme sabiti için toplam kuralı dört keyfi parametre içerir. Bunlar sırasıyla giriş ve çıkış kanallarıyla ilişkili s_0 ve s_0' sürekli eşikler ve M^2 ve M'^2 Borel kütle parametreleridir. Bu hesapta çalışma alanları aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

$D_s^* DK_1$ köşesi için:

D sanal olduğunda: $8GeV^2 \le M^2 \le 25GeV^2$ ve $5GeV^2 \le M'^2 \le 15GeV^2$,

K_1 sanal olduğunda: $6GeV^2 \le M^2 \le 15GeV^2$ ve $4GeV^2 \le M'^2 \le 12GeV^2$,

$B_s^* BK_1$ köşesi için:

B sanal olduğunda: $14GeV^2 \le M^2 \le 30GeV^2$ ve $5GeV^2 \le M'^2 \le 20GeV^2$,

K_1 sanal olduğunda: $6GeV^2 \le M^2 \le 20GeV^2$ ve $5GeV^2 \le M'^2 \le 15GeV^2$.

Nümerik hesaplar, sırasıyla s_0 ve s_0' sürekli eşikleri $(m_i + 0.3)^2 \le s_0 \le (m_i + 0.7)^2$ ve $(m_f + 0.3)^2 \le s_0' \le (m_f + 0.7)^2$ aralığında alınmıştır. Burada m_i ilk parçacığın ve m_f son on-shell durumunun kütlesidir. Örneğin D mezonun sanal olduğu durumda $g^D_{D_s^* DK_1}$ etkileşme sabiti $m_i = m_{D_s^*}$ ve $m_f = m_{K_1}$ durumu için güçlü geçişi $D_s^* \to DK_1$ tanımlar.

Keyfi parametrelerin kararlı olduğu yerler tespit edilerek güçlü etkileşme sabitinin Q^2'ye göre değişimi incelenir. Aksiyel vektör kaonlar için güçlü etkileşme sabiti aşağıda tanımlanan Boltzmann fonksiyonuna uyar:

$$g(Q^2) = A_1 + \frac{A_2}{1+\exp\left[\dfrac{Q^2 - x_0}{\Delta x}\right]}[GeV^{-1}]. \qquad (5.32)$$

Etkileşme sabiti için A_1, A_2, x_0 ve Δx parametrelerinin değerleri Tablo 5.2' de verilmiştir. Güçlü etkileşme sabiti $Q^2 = -m_{mezon}^2$' da form faktörlerin değeri olarak tanımlanır. Burada m_{mezon} sanal mezonun kütlesidir. Güçlü etkileşme sabitinin değeri, Tablo 5.3 ve 5.4' de verilen $Q^2 = -m_{mezon}^2$ değerleri kullanılarak elde edilir. Güçlü etkileşme sabitinin son değeri iki farklı sanal durumundan elde edilen etkileşme sabitlerinin ortalaması alınarak bulunur.

Tablo 5.2: $D_s^* DK_1(1270)$, $D_s^* DK_1(1400)$, $B_s^* BK_1(1270)$ ve $B_s^* BK_1(1400)$ köşeleri için etkileşme sabitinin fit fonksiyonlarında bulunan parametreler. A_1 ve A_2 GeV^{-1}, x_0 ve Δx GeV^2 birimindedir

	A_1	A_2	x_0	Δx
$g^{(D)}_{D_s^* DK_1(1270)}(Q^2)$	5.062	–2.337	1.182	1.531
$g^{(D)}_{D_s^* DK_1(1400)}(Q^2)$	73.848	–87.162	118.101	74.590
$g^{(K_1(1270))}_{D_s^* DK_1(1270)}(Q^2)$	0.137	–1.507	6.951	1.845
$g^{(K_1(1400))}_{D_s^* DK_1(1400)}(Q^2)$	–0.106	1.234	6.843	1.847
$g^{(B)}_{B_s^* BK_1(1270)}(Q^2)$	0.764	0.412	11.343	4.708
$g^{(B)}_{B_s^* BK_1(1400)}(Q^2)$	2.463	–2.178	38.732	18.980
$g^{(K_1(1270))}_{B_s^* BK_1(1270)}(Q^2)$	0.047	–23681.595	–31.416	2.914
$g^{(K_1(1400))}_{B_s^* BK_1(1400)}(Q^2)$	–0.021	0.282	3.080	1.233

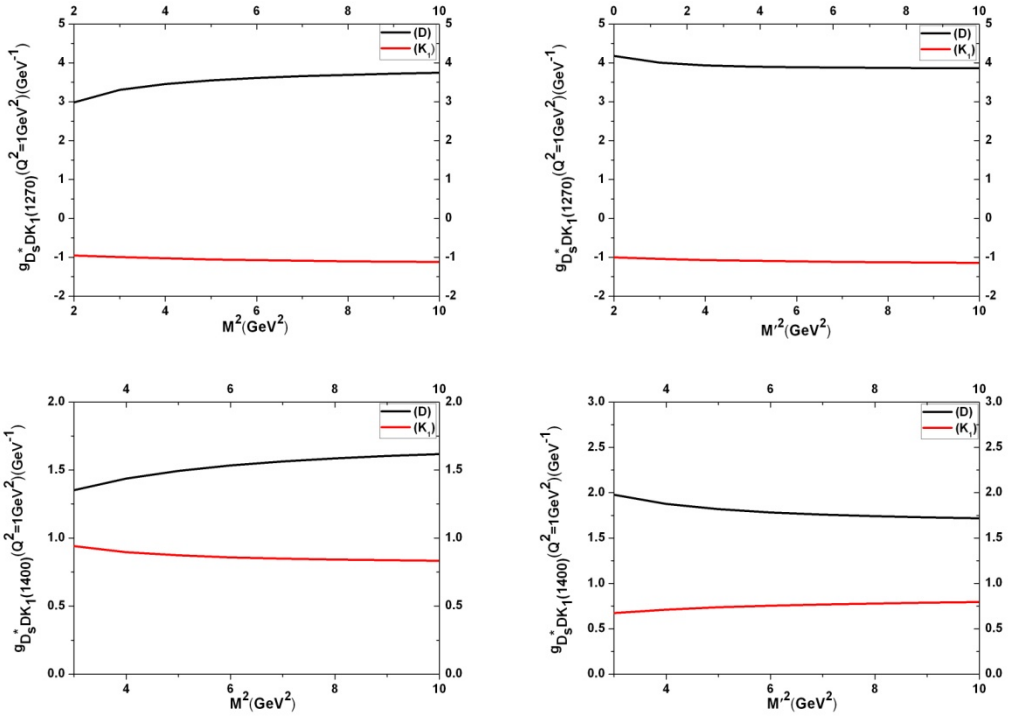
Tablo 5.3: $g_{D_s^* DK_1(1270)}$ ve $g_{D_s^* DK_1(1400)}$ etkileşme sabitlerinin değerleri $\left(GeV^{-1}\right)$

	$Q^2 = -m_D^2$	$Q^2 = -m_{K_1(1270)}^2$	*Ortalama*
$\left\lvert g_{D_s^* DK_1(1270)} \right\rvert$	2.83 ± 0.09 [82]	1.36 ± 0.14 [82]	2.09 ± 0.82
	$Q^2 = -m_D^2$	$Q^2 = -m_{K_1(1400)}^2$	*Ortalama*
$\left\lvert g_{D_s^* DK_1(1400)} \right\rvert$	0.97 ± 0.15 [82]	1.12 ± 0.54 [82]	1.04 ± 0.78

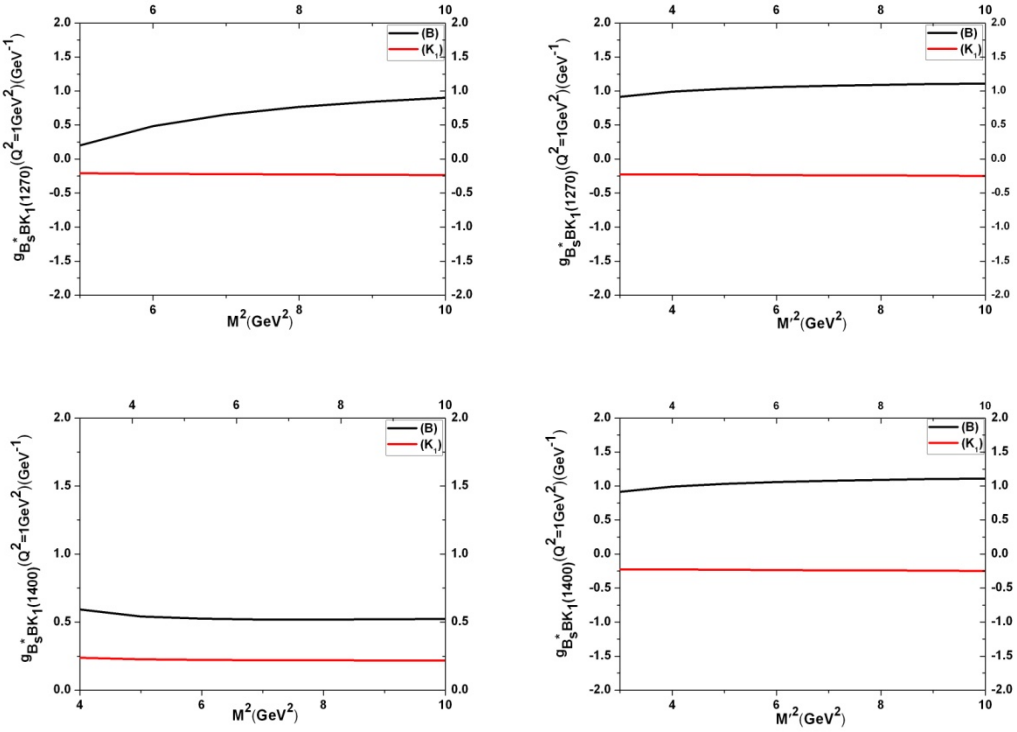
Tablo 5.4: $g_{B_s^* BK_1(1270)}$ ve $g_{B_s^* BK_1(1400)}$ etkileşme sabitlerinin değerleri $\left(GeV^{-1}\right)$

	$Q^2 = -m_B^2$	$Q^2 = -m_{K_1(1270)}^2$	*Ortalama*
$\left\|g_{B_s^* BK_1(1270)}\right\|$	1.18 ± 0.07 [82]	0.81 ± 0.45 [82]	1.99 ± 0.11
	$Q^2 = -m_B^2$	$Q^2 = -m_{K_1(1400)}^2$	*Ortalama*
$\left\|g_{B_s^* BK_1(1400)}\right\|$	0.35 ± 0.05 [82]	0.26 ± 0.04 [82]	1.04 ± 0.78

Şekil 5.2 ve 5.3' de $Q^2 = -q^2$ ve $Q^2 = 1GeV^2$ olduğu durumda güçlü etkileşme sabitlerinin Borel kütle parametrelerine bağlılığı verilir. Ayrıca bu şekiller güçlü etkileşme sabitlerinin Borel kütle parametrelerine göre kararlı olduğunu gösterir.



Şekil 5.2: $D_s^* DK_1$ köşesinin etkileşme sabitlerinin M^2 ve M'^2' ye bağlılığı. Sağ taraf: D ve K_1 offshell olduğu durumlarda sırasıyla $g_{D_s^* DK_1(1270)}$ ve $g_{D_s^* DK_1(1400)}$' nin M^2 Borel kütle parametresine bağlılığı, $M'^2 = 15GeV^2$. Sol taraf: D ve K_1 offshell olduğu durumlarda sırasıyla $g_{D_s^* DK_1(1270)}$ ve $g_{D_s^* DK_1(1400)}$' nin M'^2 Borel kütle parametresine bağlılığı, $M^2 = 20GeV^2$.



Şekil 5.3: $B_s^* BK_1$ köşesinin etkileşme sabitlerinin M^2 ve M'^2'ye bağlılığı. Sağ taraf: B ve K_1 offshell olduğu durumlarda sırasıyla $g_{B_s^* BK_1(1270)}$ ve $g_{B_s^* BK_1(1400)}$'nin M^2 Borel kütle parametresine bağlılığı, $M'^2 = 15 GeV^2$. Sol taraf: B ve K_1 offshell olduğu durumlarda sırasıyla $g_{B_s^* BK_1(1270)}$ ve $g_{B_s^* BK_1(1400)}$'nin M'^2 Borel kütle parametresine bağlılığı, $M^2 = 20 GeV^2$.

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Hadronların güçlü etkileşmelerini tam olarak anlayabilmek için Kuantum Renk Dinamiği' nin pertürbatif olmayan bölgesini çok iyi incelemek gerekir. Hadronların sınır durumlarıyla ilgili araştırmalar parçacık fiziğinde yaygın olarak çalışılan güncel konulardan biridir. Bu amaçla pertürbatif olmayan pek çok metot oluşturulmuştur. Bu çalışmada pertürbatif olmayan yöntemlerden en kullanışlı ve güçlü yöntem olan Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları yöntemi kullanılmıştır.

Ağır-hafif mezon etkileşme sabitleri düşük enerjili KRD hakkında bilgi veren temel parametrelerdir. KRD' de elde edilen nümerik değerler, mezon-mezon potansiyellerinin oluşturulmasında ve onlar arasındaki güçlü etkileşmelerin anlaşılmasında önemli sınırlamalar getirir. Bu tezde mezonların çalışılmasının nedeni, kuarklar arasındaki güçlü etkileşmeleri incelemek için en basit sistemler olmalarıdır. Bir kuark ve bir antikuarkın sınır durum sistemi olarak ele alınan mezonların incelenmesi, KRD' deki hapsolma olayı ve kiral simetriyi daha iyi anlayabilmemiz açısından da oldukça önemlidir.

Bu çalışmada KRD toplam kuralları metodu kullanılarak ilk olarak iki-noktalı korelasyon fonksiyonuyla hafif-hafif ve ağır-hafif skaler mezonların kütle ve bozunma sabitleri, ikinci olarak üç-noktalı korelasyon fonksiyonuyla ise $g_{D_s^* DK_1(1270)}$, $g_{D_s^* DK_1(1400)}$, $g_{B_s^* BK_1(1270)}$, $g_{B_s^* BK_1(1400)}$ etkileşme sabitleri elde edilmiştir.

1) $\sigma(600MeV)$, $\kappa(800MeV)$, $a_0(980MeV)$, $f_0(980MeV)$, $K_0^*(1430MeV)$ hafif-hafif skaler mezonların kütle ve bozunma sabitleri hesaplanmıştır. $\kappa(800MeV)$, $a_0(980MeV)$, $K_0^*(1430MeV)$ için elde edilen kütle değerleri deney ve Örgü modeli sonuçlarıyla uyum içindedir. $\kappa(800MeV)$, $a_0(980MeV)$, $K_0^*(1430MeV)$ için elde edilen bozunma sabiti değerleri KRD toplam kuralları metoduyla elde edilen sonuçlarla kısmen farklıdır.

2) $B_{sj}(5850)$, $D_0(2400)$, $D_{s0}(2317)$ ağır-hafif skaler mezonlar için elde edilen kütle değerleri deneysel verilerle oldukça uyum içindedir. Hesaplanan kütle değerleri $D_{s0}(2317)$ mezonu için Örgü ve KRD toplam kuralları metoduyla, $B_{sj}(5850)$ mezonu için KRD toplam kuralları metoduyla elde edilen sonuçla uyum içindedir. $D_0(2400)$ mezonu literatürde çalışılmadığı için teorik olarak kıyas yapılamamıştır. $B_{sj}(5850)$ ve $D_{s0}(2317)$ mezonları için hesaplanan bozunma sabitleri Örgü ve KRD toplam kuralları metoduyla elde edilen sonuçlarla uyumludur. Ancak $D_{s0}(2317)$ mezonunun teorik değeri literatürde mevcut olmadığından kıyaslama yapılamamıştır. Hafif-hafif ve ağır-hafif skaler mezonların bozunma sabitlerindeki deneysel veri eksikliği nedeniyle elde edilen sonuçlar deneysel değerlerle kıyaslanamamıştır.

3) $g_{D_s^* DK_1}$ ve $g_{B_s^* BK_1}$ güçlü etkileşme sabitleri $D(B)$ ve K_1 mezonlarının sanal olduğu durumlarda incelenmiştir. Nümerik değer, her iki sanal durumlarından elde edilen nümerik değerlerinin ortalaması alınarak elde edilmiştir. $K_1(1270)$ ya da $K_1(1400)$ olan K_1 aksiyel vektör durumunda, bu iki durum arasındaki karışım da hesaba katılmıştır. K_1 aksiyel vektör iki vektör akımı içerdiğinden grafiklerde ayrı olarak pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkılar gösterilememiştir. Ancak korelasyon fonksiyonunda toplam katkının $\%90$'nının pertürbatif kısımdan geldiği görülmüştür.

Sonuçlardaki hatalar keyfi parametreler için çalışma bölgesindeki hesapların belirsizliğinden ve diğer giriş parametrelerinden kaynaklanmaktadır. Yapılan analizlerden, tablolarda gösterilen toplam hatanın yaklaşık olarak $\%70$'i keyfi parametrelerden kalanının ise diğer giriş parametrelerden kaynaklandığı görülür. Sonuçların deneysel verilerle tam olarak uyum içinde olmaması KRD toplam kuralları yaklaşımının birçok giriş parametresi içermesinden olabilir. Ayrıca, yalın ilmekten gelen pertürbatif katkı, pertürbatif olmayan katkıyla kıyaslandığında oldukça büyüktür. Hesaplar kondensatlardan gelen katkıların her farklı mezon için toplam değerin sadece $\sim\%(5-20)$'sini oluşturduğunu göstermektedir. Bu, yüksek mertebeli operatörlerin katkısının küçük olduğu ve toplam kurallarının güvenilir olduğu anlamına gelir.

Bu tez çalışmasındaki hesaplamaların gelecekte yapılacak olan deneylere ışık tutacağını ve yakın gelecekte mezonların yapısı hakkında oldukça önemli bilgiler edineceğimizi umuyoruz.

KAYNAKLAR

[1] 'T Hooft, G., "Maddenin Son Yapıtaşları", Birinci basım, Mehmet Koca, Nazife Özdeş Koca, ***TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları***, (2000).

[2] Nambu, Y., "Kuarklar, Temel Parçacık Fiziğinin Sınırları", Birinci baskı, Zülal Kılıç, ***Boğaziçi Yayınları***, (2011).

[3] Dereli, T., "Elektrozayıf Etkileşmelerin Kuantumlu Yapısı", ***Bilim ve Teknik***, 387, 54, (2000).

[4] Wilson, K. G., "Confinement of quarks", ***Phys. Rev. D 10***, 8, 2445-2459, (1974).

[5] Reinders, L. J., Rubinstein, H., Yazaki, S., "Hadron properties from QCD sum rule", ***Phys. Rep. 127***, 1, (1985).

[6] Thiergen, K. F. M., "Analysis of excited B mesons with the OPAL dedector of LEP", Doktora tezi, ***Universitat Freiburg***, Germany, 16-29, (1999).

[7] Shifman, M. A., Vainshtein, A. I., Zakharov, V. I., "QCD and resonance physics. Theoretical foundations", ***Nucl. Phys. B 147***, 385, (1979); Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I., "QCD and resonance physics. Applications", ***Nucl. Phys. B 147***, 448, (1979).

[8] Okun, L. B., "Particle Physics: The quest for the substance of substance", ***Moskow USSR***, (1985).

[9] Yılmazkaya, J., "Kuark-gluon plazma' nın termodinamik potansiyelinin ışık-koni ayarında hesaplanması", Doktora tezi, ***Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü***, Kocaeli Üniversitesi, 11-14, 22-26, (2004).

[10] Huang, K., "Quarks, leptons and gauge fields", İkinci basım, ***World Scientific***, 47-48, (1992).

[11] Gross, D. J., Wilczek, F., "Ultraviolet behaviour of non-abelian gauge theories", ***Phys. Rev. Lett. 30***, 26, 1343-1346, (1973).

[12] Bethke, S., "The 2009 world average of α_s", ***Eur. Phys. J. C 64***, 689-703, (2009).

[13] Khodjamirian, A., "Quantum chromodynamics and hadrons: an elementary introduction", ***European School of High Energy Physics***, Armenia, arXiv:hep-ph/0403145v1, (2004).

[14] Coughlan, G. D., Dodd, J. E., Gripaios, B. M., "The ideas of particle physics", Üçüncü basım, ***Cambridge University Press***, 75-77, (2006).

[15] Thörn, A. P., "Electroweak decay of mesons with charm", Yüksek lisans tezi, ***Department of Physics University of Oslo***, 4-32, (2006).

[16] Amsler, C., et al., "Quark model, in "Review of particle physics", ***Phys. Lett. B 667***, (2007). Narison, S., " Gluon condensates and c, b quark masses from quarkonia ratios of moments", ***Phys. Lett. B 693***, 559-566, (2010).

[17] Colangelo, P., Khodjamirian, A., "QCD sum rules, a modern perspective at the Frontier of Particle Physics/Handbook of QCD", ***edited by M. Shifman (World Scientific, Singapore)***, 3, 1495, (2001).

[18] Dosch, H. G., Narison, S., "Direct extraction of the chiral quark condensate and bounds on the light quark masses", ***Phys. Lett. B 417***, 173, (1998).

[19] BaBar Collaboration, Aubert, B. et al., "Measurement of the pseudoscalar decay constant f_{D_s} using charm-tagged events in $e+e-$ collisions at $\sqrt{s}=10.58\,GeV$", ***Phys. Rev. Lett. 98***, 141801, (2007).

[20] CLEO collaboration, Besson, D., et al., "Observation of a narrow resonance of mass $2.46\,GeV/c^2$ decaying to $D_s^{*+}\pi^0$ and confirmation of the $D_{sJ}^*(2317)$ state", ***Phys. Rev. D* 68**, 032002, (2003).

[21] BELLE Collaboration, Krokovny, P., et al., "Observation of the $D_{sJ}(2317)$ and $D_{sJ}(2457)$ in B decays", ***Phys. Rev. Lett. 91***, 262002, (2003).

[22] Wilson, K. G., "Operator product expansions and anomalous dimensions in the thirring model", ***Phys. Rev. D 2***, 1473, (1970).

[23] Veliev, E. V., Sundu, H., Azizi, K., Bayar, M., "Scalar quarkonia at finite temperature", ***Phys. Rev. D 82***, 056012, (2010).

[24] Narison, S., "QCD tests of the puzzling scalar mesons", ***Phys. Rev. D 73***, 14024, (2006).

[25] McNeile, C., Michael, C., "Properties of light scalar mesons from lattice QCD", ***Phys. Rev. D 74***, 014508, (2006).

[26] Mathur, N., and et. al., "Lattice QCD study of the scalar mesons $a_0(1450)$ and $\sigma(600)$", ***Phys. Rev. D 76***, 114505, (2007).

[27] Maltman, K., "The $a_0(980)$, $a_0(1450)$ and $K_0^*(1430)$ scalar decay constants and the isovector scalar spectrum", ***Phys. Lett. B 462***, 14-22, (1999).

[28] Montanet, L., and et. al., "Review of particle properties", ***Phys. Rev. D 50***, 1173,(1994).

[29] Eidelman, S., and et. al., "Reviews, tables and plots", [Particle Data Group], ***Phys. Lett. B 592***, 1, (2004).

[30] Belyaev, V. M., Ioffe, B. L., "Determination of baryon and baryonic masses from QCD sum rules. Strange baryons*"* , ***Sov. Phys. JETP 57***, 716, (1982); Ioffe B. L., "QCD at low energies Prog. Part.", ***Nucl. Phys. 56***, 232, (2006).

[31] Yinelek, N., Süngü, J. Y., Azizi, K., Sundu, H., "Light scalar mesons decay constants and masses within QCD sum rule", ***Balkan Physics Letters***, (2011). (Basım aşamasındadır.)

[32] Nakamura, K., et al., (Particle Data Group), "Review of particle physics", ***J. Phys. G***, 37, 075021, (2010).

[33] Kunihiro, T., et. al., **"**Mass spectra of the low-lying nonet scalar mesons in the lattice QCD**",** ***EPJ Web of Conferences***, 3, 03010, (2010).

[34] Cheng, H. Y., Chua, C. K., Yang, K. C., "Charmless hadronic B decays involving scalar mesons: Implication to the nature of light scalar mesons", ***Phys. Rev. D 73***, 014017, (2006).

[35] Süngü, J. Y., Azizi, K., Sundu, H., Yinelek, N., Şahin, S., "Heavy-light mesons decay constants and masses in QCD sum rule approach", ***Proceedings of Science***, (2010). (Basım aşamasındadır.)

[36] Bracco, M. E., et. al., "The B_{s0} meson and the $B_{s0}BK$ coupling from QCD sum rules", ***Phys. Rev. D 82***, 034012, (2010).

[37] Dong, S. J. and et al., "The charmed-strange meson spectrum from overlap fermions on domain wall dynamical fermion configurations,in proceedings of The XXVII Inter. Symp. on Lat. Field Theo.", July 26-31 Peking University, Beijing, China, ***PoS(LAT2009)***, (2009).

[38] Dai, Y. and et. al., "Understanding the $D_{sJ}^{+}(2317)$ and $D_{sJ}^{+}(2460)$ with sum rules in HQET", ***Phys. Rev. D 68***, 114011, (2003).

[39] Becirevic, D. and et al., "Non-perturbatively improved heavy-light mesons : masses and decay constants", ***Phys. Rev. D* 60**, 074501, (1999).

[40] Herdoiza, G., McNeile, C., Michael, C., "Decay constants of P-wave heavy-light mesons from unquenched Lattice QCD", ***Phys. Rev. D 74***, 014510, (2006).

[41] Wang, Z. G., "Reanalysis of the (0^{+} , 1^{+}) states B_{s0} and B_{s1} with QCD sum rules", ***Chin. Phys. Lett. 25***, 11, 3908, (2008).

[42] Narison, S., "Open charm and beauty chiral multiplets in QCD", ***Phys. Lett. B***, 605, 319, (2005).

[43] Leupold, S., Mosel, U., "What QCD sum rules tell about vector mesons", Prepared for 8th International Conference on the Structure of Baryons (Baryons 98), Bonn, Germany, 22-26 Sep 1998. Published in Bonn 1998, The structure of baryons 117-120.

[44] Leupold, S., Mosel, U., "QCD sum rules and vector mesons", ***Prog. Part. Nucl. Phys. 42***, 221, (1999).

[45] Leupold, S., Peters, W., U. Mosel, "What QCD sum rules tell about the ρ meson", ***Nucl. Phys. A 628***, 311-324, (1998).

[46] Klingl, F., Kaiser, N., Weise, W., "Current correlation functions, QCD sum rules and vector mesons in baryonic matter", ***Nucl. Phys. A***, 624, 527-563, (1997).

[47] Hatsuda, T., Lee, S. H., "QCD sum rules for vector mesons in the nuclear medium", ***Phys. Rev. C 46***, 34, (1992).

[48] Khodjamirian, A. Y., "Dispersion sum rules for the amplitudes of radiative transitions in quarkonium", ***Phys. Lett. B 90***, 460, (1980).

[49] Reinders, L. J., Rubinstein, H. R., Yazaki, S., "Decays of heavy quark systems: effects of gluon condensate", ***Phys. Lett. B***, ***113***, 411-414, (1982).

[50] Vainshtein, A. I., Voloshin, M. B., Zakharov, V. I., Shifman, M. A., "Quantum Chromodynamics and the η problem", ***Sov. J. Nucl. Phys. 28***, 237, (1978).

[51] Reinders, L. J., Rubinstein, H., Yazaki, S., "Hadron couplings to goldstone bosons in QCD", ***Nucl. Phys. B 213***, 109-121, (1983).

[52] Bayar, M., "Üç-nokta KRD toplama kurallarının hadron fiziğine uygulanması", Doktora tezi, ***Karedeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü***, Trabzon, (2007).

[53] Lee, J. P., "Radiative $B \to K_1$ decays in the light-cone sum rules", ***Phys. Rev. D 74***, 074001, (2006); Hatanaka, H., Yang K.-C., ***Phys. Rev. D 77***, 094023, (2008).

[54] Suzuki, M., "Strange axial-vector mesons**",** ***Phys. Rev. D*** **47**,1252-1255**,** (1993).

[55] Cheng, H. Y., Chua, C. K., "Covariant light-front approach for $B \to K^*\gamma, K_1\gamma, K_2^*\gamma$ decays", ***Phys. Rev. D*** **69**, 094007, (2004).

[56] Burakovsky, L., Goldman, J. T., "Towards resolution of the enigmas of P-wave meson spectroscopy", ***Phys. Rev. D 57***, 2879, (1998).

[57] Cheng, H. Y., "Hadronic charmed meson decays involving axial vector mesons", ***Phys. Rev. D 67***, 094007, (2003).

[58] Hatanaka, H., Yang, K. C., "$K_1(1270)-K_1(1400)$ mixing angle and new-physics effects in $B \to K_1 l^+ l^-$ decays", ***Phys. Rev. D 78***, 074007, (2008).

[59] Navarra, F. S., Nielsen, M., Bracco, M. E., Chiapparini, M., Schat, C. L., "$D^* D\pi$ and $B^* B\pi$ form factors from QCD sum rules", ***Phys. Lett. B 489***, 319-328, (2000).

[60] Navarra, F. S., Nielsen, M., Bracco, M. E., "$D^* D\pi$ form factor revisited", ***Phys. Rev. D 65***, 037502, (2002).

[61] Bracco, M. E., Chiapparini, M., Lozea, A., Navarra, F. S., Nielsen, M., "D and ρ mesons: Who resolves whom?", ***Phys. Lett. B 521***, 1-6, (2001).

[62] Matheus, R. D., Navarra, F. S., Nielsen, M., Silva, R. R. da, "The $J/\psi DD$ vertex in QCD sum rule", ***Phys. Lett. B 541***, 265, (2002).

[63] Matheus, R. D., Navarra, F. S., Nielsen, M., Silva R. R. da, "J/ψ couplings to open charm mesons from QCD sum rules", ***Int. J. Mod. Phys. E 14***, 555, (2005).

[64] Wang, Z. G., "Analysis of the vertices $D^* D^* P$, $D^* DV$ and DDV with light-cone QCD sum rules", ***Nucl. Phys. A 796***, 61-82, (2007); ***Eur. Phys. J. C*** 52, 553, (2007).

[65] Carvalho, F., Duraes, F. O., Navarra, F. S., Nielsen, M., "Hadronic form factors and the J/ψ secondary productions cross section: an update", ***Phys. Rev. C 72***, 024902, (2005).

[66] Bracco, M. E., Chiapparini, M., Navarra, F. S., Nielsen, M., "$J/\psi D^* D^*$ vertex from QCD sum rule", ***Phys. Lett. B 605***, 326, (2005).

[67] Bracco, M. E., Cerqueira, A., Chiapparini, M., Lozea, A., Nielsen, M., "$D^* D_s K$ and $D_s^* DK$ vertices in a QCD sum rule approach", ***Phys. Lett. B 641***, 286-293, (2006).

[68] Wang, Z. G., Wan, S. L., "Analysis of the vertices $D^* D_s K$, $D_s^* DK$, $D_0 D_s K$ and $D_{s0} DK$ with the light-cone QCD sum rules", ***Phys. Rev. D 74***, 014017, (2006).

[69] Holanda, L. B., Marques de Carvalho, R. S., Mihara, A., "The ωDD vertex in a sum rule approach", ***Phys. Lett. B 644***, 232, (2007).

[70] Bracco, M. E., Chiapparini, M., Navarra, F. S., Nielsen, M., "$\rho D^* D^*$ vertex from QCD sum rule", ***Phys. Lett. B 659***, 559-564, (2008).

[71] Rodrigues, B. O., Bracco, M. E., Nielsen, M., Navarra, F. S., "$D^*D\rho$ vertex from QCD sum rules", ***Nucl. Phys. A 852***, 127-140, (2011).

[72] Wang, Z. G., "Structure of the $(0^+,1^+)$ mesons B_{s0} and B_{s1}, and the strong coupling constants $g_{B_{s0}BK}$ and $g_{B_{s1}B^*K}$", ***Phys. Rev. D 77***, 054024, (2008).

[73] Wang, Z. G., "Analysis of the coupling constants $g_{a_0\eta\pi_o}$ and $g_{a_0\eta'\pi_o}$ with light-cone QCD sum rules", ***Chin. Phys. C 34***, 1, 7-15, (2010).

[74] Wang, Z. G., Yang, W.M., Wan, S. L., "Structures of the $f_0(980)$, $a_0(980)$ mesons and the strong coupling constants $g_{f_0K^+K^-}$, $g_{a_0K^+K^-}$ with light-cone QCD sum rules", ***Eur. Phys. J. C 37***, 223-231, (2004).

[75] Colangelo, P., Fazio, F. D., "Coupling $g_{f_0K^+K^-}$ and the structure of $f_0(980)$", ***Phys. Lett. B 559***, 49-59, (2003).

[76] Aliev T. M., Savcı M., Yaşuk F., "The $g_{K_0^*K\pi}$ coupling constant in QCD", ***Acta Phys. Polon. B 32***, 65-74, (2001).

[77] Yang, K. C., "Form factors of $B_{u,d,s}$ decays into *p*-wave axial-vector mesons in the light-cone sum rule approach", ***Phys. Rev. D 78***, 034018, (2008); "Light-cone distribution amplitudes of axial-vector mesons", ***Nucl. Phys. B 776***, 187-257, (2007).

[78] Bayar M., Azizi K., "Asymmetry parameter of the $K_1(1270,1400)$ by analyzing the $B \to K_1\nu\bar{\nu}$ transition form factors within QCD", ***Eur. Phys. J. C 61***, 401, (2009).

[79] Gamiz, E. and et al., "Neutral B meson mixing in unquenched Lattice QCD [HPQCD Collaboration]", ***Phys. Rev. D 80***, 014503, (2009).

[80] Danko, I. and et al., "Measurement of $B(D^+ \to \mu^+\nu(\mu))$ and the pseudoscalar decay constant $f_{(D)}$ at CLEO" [CLEO Collaboration], ***J. Phys. Conf. Ser. 9***, 91-94, (2005).

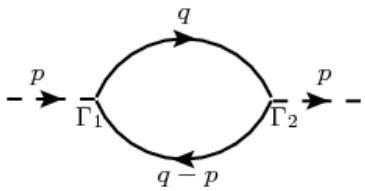
[81] Dosch, H. G., Jamin M., Narison, S., "Baryon masses and flavour symmetry breaking of chiral condensates", ***Phys. Lett. B 220***, 251, (1989).

[82] Sundu, H., Süngü, J. Y., Şahin, S., Yinelek, N., Azizi, K., "Strong coupling constants of bottom and charmed mesons with scalar, pseudoscalar and axial vector kaons", ***Phys. Rev. D 83***, 114009, (2011).

EKLER

Ek A. Skaler Mezonların Kütle ve Bozunma Sabitlerinin Hesaplanması

Yalın İlmek Hesabı



Şekil A1: En düşük seviye yalın ilmek Feynman diyagramı.

Şekil A1' de verilen yalın ilmek diyagramının genel formu aşağıdaki gibidir:

$$M = N_c \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} Tr\left[\Gamma_1 D(q) \Gamma_2 D(q-p)\right]. \tag{A1}$$

Dış akımlarla ilgili olan Γ_1 ve Γ_2, köşelere karşılık gelen terimlerdir ve skaler mezonlar için U alınır. Bu ifadeler (A1) eşitliğinde yerine konulduğunda,

$$\begin{aligned} M &= N_c \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} Tr\left[U \frac{i}{\not{q} - m_1} U \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \right] \\ &= -N_c \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{Tr[(\not{q} + m_1)(\not{q} - \not{p} + m_2)]}{[q^2 - m_1^2][(q-p)^2 - m_2^2]} \end{aligned} \tag{A2}$$

elde edilir. (A2) denklemindeki trace hesabı yapıldığında,

$$Tr[(\not{q} + m_1)(\not{q} - \not{p} + m_2)] = 4(q^2 - p \cdot q + m_1 m_2) \tag{A3}$$

bulunur. (A3) denklemi (A2) eşitliğinde yerine yazıldığında aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$M = -N_c 4(q^2 - p \cdot q + m_1 m_2) \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\left(q^2 - m_1^2\right)\left((q-p)^2 - m_2^2\right)}. \tag{A4}$$

(A4) ifadesini hesaplamak için ilk olarak I_0 integrali hesaplanmalıdır:

$$I_0 = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{\left(q^2 - m_1^2\right)\left((q-p)^2 - m_2^2\right)}. \tag{A5}$$

(A5) denklemindeki momentum ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
&\left((q-p)^2-m_2^2\right)=q^2+p^2-2q\cdot p-m_2^2=q^2+p^2-2(q_0p_0-\vec{q}\cdot\vec{p})-m_2^2,\\
&(q^2-m_1^2)=q_0^2-\vec{q}^2-m_1^2=q_0^2-(\vec{q}^2+m_1^2)=q_0^2-\varepsilon_0^2,\\
&d^4q=d^3\vec{q}\,dq_0.
\end{aligned} \tag{A6}$$

Burada giren parçacık durgun olduğundan $\vec{p}=0$ olur. (A6)' da verilen eşitlikler (A5) denkleminde yerine yazılıp düzenlemeler yapılırsa,

$$I_0=-\frac{1}{4\pi^2}\int d^3\vec{q}\int dq_0\delta(q_0^2-\varepsilon_0^2)\delta(q^2+p^2-2q_0p_0-m_2^2). \tag{A7}$$

elde edilir. δ -fonksiyonunun

$$\delta(x^2-a^2)=\frac{1}{2a}\left[\delta(x-a)\delta(x+a)\right], \tag{A8}$$

$$\int dx\,\delta(x-a)f(x)=f(a), \tag{A9}$$

özellikleri (A7) denklemine uygulandığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$I_0=-\frac{1}{4\pi^2}\int d^3\vec{q}\,\frac{1}{2\varepsilon_0}\delta(q^2+p^2-2\varepsilon_0p_0-m_2^2). \tag{A10}$$

Kütle kabuğunda $p^2=s$ ve $q^2=m_1^2$ alındığında,

$$I_0=-\frac{1}{4\pi^2}\int d^3\vec{q}\,\frac{1}{2\varepsilon_0}\delta(s+m_1^2-2\varepsilon_0p_0-m_2^2) \tag{A11}$$

bulunur. Aşağıdaki (A12) eşitlikleri (A11) denkleminde yerine konulursa:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_0^2=\vec{q}^2+m_1^2\\
&|\vec{q}|^2=\varepsilon_0^2-m_1^2\\
&d|\vec{q}|^2=d\varepsilon_0^2=2\varepsilon_0d\varepsilon_0\\
&d^3\vec{q}=|\vec{q}|^2\,d|\vec{q}|\sin\theta d\theta=2\pi|\vec{q}|^2\,d|\vec{q}|\,d(-\cos\theta)\\
&|\vec{q}|^2\,d|\vec{q}|=\frac{1}{2}|\vec{q}|\,d|\vec{q}|^2=|\vec{q}|\frac{1}{2}2\varepsilon_0d\varepsilon_0=|\vec{q}|\,\varepsilon_0d\varepsilon_0\\
&d^3\vec{q}=2\pi|\vec{q}|\,\varepsilon_0d\varepsilon_0d(-\cos\theta).
\end{aligned} \tag{A12}$$

$$I_0=\frac{1}{4\pi}\int\sqrt{\varepsilon_0^2-m_1^2}\,d\varepsilon_0\,d(\cos\theta)\delta(s+m_1^2-2\varepsilon_0p_0-m_2^2) \tag{A13}$$

elde edilir. δ -fonksiyonunun

$$\delta[A-Bx]=\frac{1}{|B|}\delta\left[\frac{A}{B}-x\right] \tag{A14}$$

özelliği kullanıldığında,

$$I_0=\frac{1}{4\pi}\frac{1}{2p_0}\sqrt{\left(\frac{s+m_1^2-m_2^2}{2p_0}\right)^2-m_1^2}\int d(\cos\theta) \tag{A15}$$

bulunur. $p=p_0-\vec{p}=\sqrt{s}$ ifadesi (A15) eşitliğinde yazılıp daha sonra integral alınıp gerekli düzenlemeler yapıldığında I_0 integrali için son ifadeye ulaşılır:

$$I_0=-\frac{1}{8\pi s}\sqrt{(s+m_1^2-m_2^2)^2-4sm_1^2}\,. \tag{A16}$$

(A4) denkleminde trace' den gelen terimler I_0 integraliyle çarpılırsa aşağıdaki integraller elde edilir:

$$I_1=\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\frac{q^2}{\left(q^2-m_1^2\right)\left((q-p)^2-m_2^2\right)}. \tag{A17}$$

$q^2=m_1^2$ yazılırsa I_1 integrali elde edilir:

$$I_1=m_1^2I_0\,. \tag{A18}$$

$$I_2=-\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\frac{p\cdot q}{\left(q^2-m_1^2\right)\left((q-p)^2-m_2^2\right)}, \tag{A19}$$

$$(q-p)^2=q^2+p^2-2q\cdot p\rightarrow p\cdot q=-\frac{1}{2}\left((q-p)^2-q^2-p^2\right)=-\frac{1}{2}(m_2^2-m_1^2-s)$$

olur. Buradan I_2 integrali elde edilir:

$$I_2=\frac{1}{2}(m_2^2-m_1^2-s)I_0\,. \tag{A20}$$

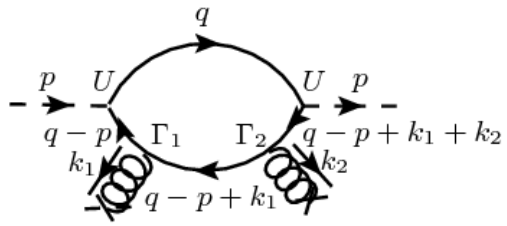
$$I_3=-\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\frac{m_1m_2}{\left(q^2-m_1^2\right)\left((q-p)^2-m_2^2\right)}, \tag{A21}$$

$$I_3=m_1m_2I_0\,. \tag{A22}$$

olur. (A16), (A18), (A20) ve (A22) ifadeleri (A4) denkleminde yerine yazılırsa son ifade aşağıdaki gibi olur:

$$M=\frac{N_c}{(2\pi)^2s}(m_1^2+m_2^2-s+2m_1m_2)\sqrt{(s+m_1^2-m_2^2)^2-4sm_1^2}\,. \tag{A23}$$

Gluon Kondensat Hesabı



Şekil A2: Gluon kondensat Feynman diyagramı.

Şekil A2' de verilen gluon diyagramının matris formu aşağıdaki gibidir:

$$\Pi_1 = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4} \langle 0 | Tr \Bigg[U \frac{i}{\not q - m_1} U \frac{i}{\not q - \not p - m_2} \Gamma_1 \frac{i}{\not q - \not p + \not k_1 - m_2} \times \Gamma_2 \frac{i}{\not q - \not p + \not k_1 + \not k_2 - m_2} \Bigg] | 0 \rangle . \tag{A24}$$

Burada Γ_1 ve Γ_2 (4.10) denklemi formunda yazılır. (4.9) ve (4.10) denklemleri, (A24) eşitliğinde yerine konulup, gerekli düzenlemeler yapıldığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\Pi_1 = g^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int d^4k_1 \int d^4k_2 \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) \langle 0 | G^a_{\lambda\mu} G^b_{\lambda'\nu} | 0 \rangle Tr \left[\frac{\lambda^a}{2} \frac{\lambda^b}{2} \right] \times Tr \left[\frac{i}{\not q - m_1} \frac{i}{\not q - \not p - m_2} \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial k_{1_\lambda}} \frac{i}{\not q - \not p + \not k_1 - m_2} \gamma_\nu \frac{\partial}{\partial k_{2_{\lambda'}}} \frac{i}{\not q - \not p + \not k_1 + \not k_2 - m_2} \right] . \tag{A25}$$

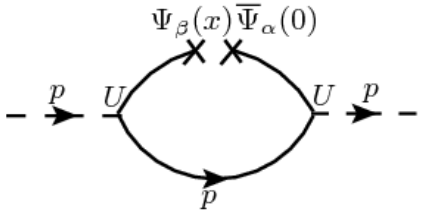
Burada

$$\langle 0 | G^a_{\lambda\mu} G^b_{\lambda'\nu} | 0 \rangle = \frac{1}{96} \langle G^2 \rangle \delta^{ab} (g_{\lambda\lambda'} g_{\mu\nu} - g_{\lambda\nu} g_{\mu\lambda'}) . \tag{A26}$$

$$\frac{\partial}{\partial k_\lambda} = -\frac{1}{\not p - \not k - m_1} \gamma_\lambda \frac{1}{\not p - \not k - m_1} . \tag{A27}$$

(A27) eşitliğindeki türev dönüşümü uygulanıp, (A26) ifadesi de (A25) eşitliğinde yerine yazılır. Gerekli trace işlemleri ve Borel dönüşümlerinden sonra sonuca ulaşılır. (Not: Sonuç uzun olduğu için burada verilmemiştir.)

Kuark Kondensat Hesabı



Şekil A3: Kuark kondensat Feynman diyagramı.

Şekil A3' de verilen kuark kondensat diyagramının matris formu aşağıdaki gibidir:

$$\Pi_2 = \langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\left[U\frac{i}{\not p - m_2}U\right]_{\alpha\beta}\psi^b_\beta(x)|0\rangle. \tag{A28}$$

Bu hesapta (4.8) denkleminde verilen Fermiyon alanının ilk üç terimi işleme alınır:

$$\begin{aligned}\Pi_2 = {} & \langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\psi^b_\beta(0)|0\rangle + \langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}x_\lambda\nabla_\lambda\psi^b_\beta(0)|0\rangle + \\ & + \langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\frac{1}{2}x_\lambda x_{\lambda'}\nabla_\lambda\nabla_{\lambda'}\psi^b_\beta(0)|0\rangle.\end{aligned} \tag{A29}$$

Fermiyon alanının ilk üç terimi aşağıdaki gibi sırasıyla çözülür:

$$\langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\psi^b_\beta(0)|0\rangle = \left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\psi^b_\beta(0)|0\rangle. \tag{A30}$$

Burada,

$$\langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\psi^b_\beta(0)|0\rangle = g_{\beta\alpha}\delta^{ab}A \tag{A31}$$

olur. A katsayısını elde etmek için (A31) ifadesi $g_{\alpha\beta}\delta^{ba}$ ile çarpılır ve $A = \frac{1}{12}\langle\overline{\psi}\psi\rangle$ bulunur. A katsayısı yerine konulduğunda,

$$\langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\psi^b_\beta(0)|0\rangle = \frac{1}{12}g_{\beta\alpha}\delta^{ab}\langle\overline{\psi}\psi\rangle \tag{A32}$$

elde edilir. (A32) eşitliği, (A30) denkleminde yerine yazıldığında aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$\langle 0|\overline{\psi}^a_\alpha(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\psi^b_\beta(0)|0\rangle = i\frac{m_2}{p^2 - m^2}\langle\overline{\psi}\psi\rangle. \tag{A33}$$

$x_\lambda = -i\dfrac{\partial}{\partial p_\lambda}$ olmak üzere,

$$\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta} x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle = -i\frac{\partial}{\partial p_\lambda}\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\nabla_\lambda \psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle \quad \text{(A34)}$$

olur. Burada,

$$\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\nabla_\lambda \psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle = B(\gamma_\lambda)_{\beta\alpha} \quad \text{(A35)}$$

olur. B katsayısını bulmak için (A35) denklemi $(\gamma_\lambda)_{\alpha\beta}$ ile çarpılır:

$$\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\nabla\!\!\!/\,\psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle = 16B. \quad \text{(A36)}$$

Burada $(i\partial\!\!\!/ - m)\psi = 0$ Dirac denklemi kullanılarak $B = -i\dfrac{m_1}{48}\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ elde edilir. (A36) eşitliğinde yerine konulduğunda ise aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\nabla_\lambda \psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle = -i\frac{m_1}{48}\langle\bar{\psi}\psi\rangle(\gamma_\lambda)_{\beta\alpha}. \quad \text{(A37)}$$

(A37) denklemi (A34) eşitliğinde yazılarak aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned}\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta} x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle &= \frac{im_1}{48}\langle\bar{\psi}\psi\rangle\frac{Tr\left[\gamma_\lambda(\not p + m_2)\gamma_\lambda(\not p + m_2)\right]}{\left(p^2 - m_2^2\right)^2} \\ &= \frac{im_1}{6}\frac{2m_2^2 - p\cdot p}{\left(p^2 - m_2^2\right)^2}\langle\bar{\psi}\psi\rangle.\end{aligned} \quad \text{(A38)}$$

$$\begin{aligned}&\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\frac{1}{2}x_\lambda x_{\lambda'}\nabla_\lambda\nabla_{\lambda'}\psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle \\ &\quad = \frac{(-i)^2}{2}\frac{\partial}{\partial p_\lambda}\frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}}\left(\frac{i}{\not p - m_2}\right)_{\alpha\beta}\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\nabla_\lambda\nabla_{\lambda'}\psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle.\end{aligned} \quad \text{(A39)}$$

Burada,

$$\left\langle 0\left|\bar{\psi}_\alpha^a(0)\nabla_\lambda\nabla_{\lambda'}\psi_\beta^b(0)\right|0\right\rangle = C(g_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} + D(\sigma_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} \quad \text{(A40)}$$

olur. İlk olarak C katsayısını bulmak için (A39) denklemi $(g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha}$ ile çarpılır:

$$\left\langle 0\left|\bar{\psi}(0)\nabla_\lambda\nabla_{\lambda'}g_{\lambda\lambda'}\psi(0)\right|0\right\rangle = 16C. \quad \text{(A41)}$$

$g_{\lambda\lambda'} = \gamma_\lambda\gamma_{\lambda'} + i\sigma_{\lambda\lambda'}$ eşitliği ve Dirac denklemi kullanılarak C bulunur:

$$C = -\frac{1}{48} m_1^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle + \frac{1}{96} \left\langle \bar{\psi} g G^a_{\lambda\lambda'} \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle. \tag{A42}$$

(A40) denklemi $(\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha}$ çarpılırsa,

$$\langle 0 | \bar{\psi}(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi(0) | 0 \rangle = 48D \tag{A43}$$

bulunur. Buradan D katsayısı aşağıdaki gibi olur:

$$D = -\frac{i}{288} \left\langle \bar{\psi} g G^a_{\lambda\lambda'} \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle. \tag{A44}$$

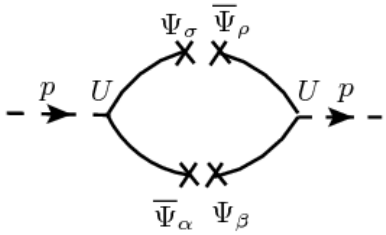
(A42) ve (A44) ifadeleri, (A40) denkleminde yerine yazılır. Burada $\left\langle \bar{\psi} g G^a_{\lambda\lambda'} \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle = m_0^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ olur. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra,

$$\langle 0 | \bar{\psi}^a_\alpha(0) \left(\frac{i}{\not{p} - m_2} \right)_{\alpha\beta} \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi^b_\beta(0) | 0 \rangle = \frac{i}{3} \left(m_1^2 - \frac{m_0^2}{2} \right) \frac{m_2^3}{\left(p^2 - m_2^2 \right)^3} \langle \bar{\psi}\psi \rangle \tag{A45}$$

(A33), (A38) ve (A45) ifadeleri, (A29) eşitliğinde yerine konulduğunda aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\Pi_2 = i \frac{m_2}{p^2 - m^2} \langle \bar{\psi}\psi \rangle + \frac{i m_1}{6} \frac{2m_2^2 - p \cdot p}{\left(p^2 - m_2^2 \right)^2} \langle \bar{\psi}\psi \rangle + \frac{i}{3} \left(m_1^2 - \frac{m_0^2}{2} \right) \frac{m_2^3}{\left(p^2 - m_2^2 \right)^3} \langle \bar{\psi}\psi \rangle. \tag{A46}$$

Kuark-Kuark Kondensat Hesabı



Şekil A4: Kuark-kuark kondensat Feynman diyagramı

Şekil A4' de verilen kuark-kuark kondensat diyagramının matris formu aşağıdaki gibidir:

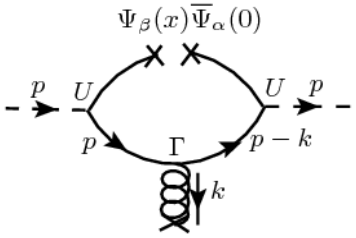
$$\Pi_3 = \langle 0 | \bar{\psi}^a_{1_\rho} U^{ab}_{\rho\beta} \psi^b_{2_\beta} \bar{\psi}^c_{3_\alpha} U^{cd}_{\alpha\sigma} \psi^d_{4_\sigma} | 0 \rangle. \tag{A47}$$

$\langle 0 | \bar{\psi}^a_{1_\rho} \psi^b_{2_\beta} \bar{\psi}^c_{3_\alpha} \psi^d_{4_\sigma} | 0 \rangle = \frac{1}{144} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \left(\delta^{ad}\delta^{cb} g_{\rho\sigma} g_{\beta\alpha} - \delta^{ab}\delta^{cd} g_{\rho\beta} g_{\alpha\sigma} \right)$ eşitliği kullanılarak,

$$\Pi_3 = \frac{1}{144}\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2 \left(\delta^{ad}\delta^{cb}g_{\rho\sigma}g_{\beta\alpha} - \delta^{ab}\delta^{cd}g_{\rho\beta}g_{\alpha\sigma}\right)U^{ab}_{\rho\beta}U^{cd}_{\alpha\sigma} = -\frac{\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2}{12} \tag{A48}$$

elde edilir.

Kuark-Gluon Kondensat Hesabı



Şekil A5: Kuark-gluon kondensat Feynman diyagramı.

Şekil A5' de verilen kuark-gluon kondensat diyagramının matris formu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Pi_4 = \langle 0|\bar{\psi}^a_\alpha(0)\left[U\frac{i}{\not p - \not k_1 - m_2}\Gamma\frac{i}{\not p - m_2}U\right]_{\alpha\beta}\psi^b_\beta(x)|0\rangle . \tag{A49}$$

(4.8) denkleminde verilen fermiyon alanının ilk terimi alınır. (4.9) ve (4.10) ifadeleri, (A49) denkleminde yerine yazılarak

$$\begin{aligned}\Pi_4^{(1)} &= (2\pi)^4\frac{m_0^2\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{384}\delta^4(k_1)Tr\left[\frac{\lambda^a}{2}\frac{\lambda^a}{2}\right]Tr\left[\sigma_{\lambda\mu}\frac{i}{\not p - \not k_1 - m_2}\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial k_{1_\lambda}}\frac{i}{\not p - m_2}\right] \\ &= i\frac{m_0^2}{2}\frac{(m_2 p\cdot p - m_2^3)}{\left(p^2 - m_2^2\right)^3}\langle\bar{\psi}\psi\rangle\end{aligned} \tag{A50}$$

elde edilir. (4.8) denkleminin ikinci terimi alınırsa,

$$\begin{aligned}\Pi_4^{(2)} &= (2\pi)^4\frac{g^2}{1728}\langle\bar{\psi}\psi\rangle^2\delta^4(k_1)Tr\left[\lambda^a\frac{\lambda^a}{2}\right] \\ &\times Tr\left[\left(\left(\delta_{\alpha\lambda}\gamma_\mu - \delta_{\alpha\mu}\gamma_\lambda\right) - i\varepsilon_{\alpha\lambda\mu\omega}\gamma_5\gamma_\omega\right)\frac{1}{\not p - \not k_1 - m_2}\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial k_{1_\lambda}}\frac{1}{\not p - m_2}x_\alpha\right] \\ &= i\frac{g^2}{36}\frac{(m_2^2 p\cdot p - m_2^4)}{\left(p^2 - m_2^2\right)^4}\langle\bar{\psi}\psi\rangle\end{aligned} \tag{A51}$$

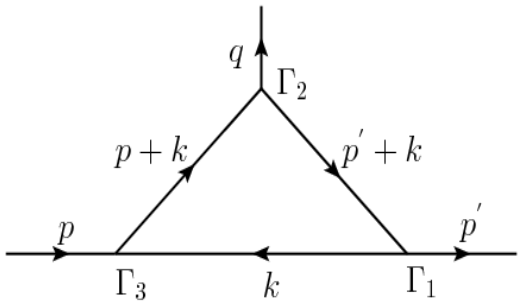
elde edilir. (A50) ve (A51), (A49)' da yerlerine yazılarak aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\Pi_4 = i\frac{m_0^2}{2}\frac{(m_2 p\cdot p - m_2^3)}{\left(p^2 - m_2^2\right)^3}\langle\bar{\psi}\psi\rangle + i\frac{g^2}{36}\frac{(m_2^2 p\cdot p - m_2^4)}{\left(p^2 - m_2^2\right)^4}\langle\bar{\psi}\psi\rangle . \tag{A52}$$

Ek B. $D_s^*(B_s^*)D(B)K_1^{a(b)}$ Bozunmasının Hesaplanması

$D_s^*(B_s^*)D(B)K_1^{a(b)}$ köşesi için hesaplanan diyagramlar bu bölümde ayrıntılı olarak çözülmüştür.

D sanal için $D_s^*(B_s^*)D(B)K_1^{a(b)}$ 'nin Yalın İlmek Hesabı



Şekil B1: En düşük seviye yalın ilmek Feynman diyagramı.

Şekil B1' de verilen yalın ilmek diyagramının matris formu aşağıdaki şekildedir:

$$M = N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr\left[\Gamma_1 D(p'+k)\Gamma_2 D(p+k)\Gamma_3 D(k)\right]. \tag{B1}$$

Γ_1, Γ_2 ve Γ_3 sırasıyla $\gamma_\nu\gamma_5$, γ_5 ve γ_μ' dür. Bu ifadeler (B1) eşitliğinde yerine konulduğunda,

$$\begin{aligned} M &= N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr\left[\gamma_\nu\gamma_5 \frac{i}{\not p' + \not k - m_3}\gamma_5 \frac{i}{\not p + \not k - m_1}\gamma_\mu \frac{i}{\not k - m_2}\right] \\ &= -iN_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{Tr[\gamma_\nu\gamma_5(\not p' + \not k + m_3)\gamma_5(\not p + \not k + m_1)\gamma_\mu(\not k + m_2)]}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} \end{aligned} \tag{B2}$$

elde edilir. (B2) ifadesine (4.6) denklemiyle verilen Cutcosky kuralı uygulandığında

$$\begin{aligned} M = -iN_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} & Tr[\gamma_\nu\gamma_5(\not p' + \not k + m_3)\gamma_5(\not p + \not k + m_1)\gamma_\mu(\not k + m_2)] \\ & \times(-2\pi i)^3 \delta[(p'+k)^2 - m_3^2]\delta[(p+k)^2 - m_1^2]\delta[k^2 - m_2^2]. \end{aligned} \tag{B3}$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned} Tr[\gamma_\nu\gamma_5(\not p' + \not k + m_3)\gamma_5(\not p + \not k + m_1)\gamma_\mu(\not k + m_2)] = \\ & 4m_3(k_\nu p_\mu + k_\mu(2k_\nu + p_\nu) + (m_1m_2 - k.k - k.p)g_{\mu\nu} \\ & + 4m_1(-k_\nu p'_\mu - k_\mu(2k_\nu + p'_\nu) + (k.k + k.p')g_{\mu\nu} \\ & - m_2(-4(k_\nu + p_\nu)(k_\mu + p'_\mu) + 4(k_\mu + p_\mu)(k_\nu + p'_\nu) \\ & + 4(k.k + k.p + k.p' + p.p')g_{\mu\nu} \end{aligned} \tag{B4}$$

olur. (B3) ifadesini hesaplamak için trace ifadesinden gelen her bir momentum çarpımına karşılık gelen integralleri çözmek gerekir. İlk olarak I_0 integrali

$$I_0 = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} \\ = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^3 \delta[(p'+k)^2 - m_3^2]\delta[(p+k)^2 - m_1^2]\delta[k^2 - m_2^2] \quad \text{(B5)}$$

şeklinde bulunur. (B5) eşitliğindeki momentum ifadeleri aşağıdaki şekilde açılır:

$$[(p'+k)^2 - m_3^2] = p'^2 + k^2 + 2p_0'k_0 - 2\vec{p}'\cdot\vec{k} - m_3^2 = p'^2 + k^2 + 2p_0'k_0 - 2|\vec{p}'|\cdot|\vec{k}|\cos\theta - m_3^2, \\ [(p+k)^2 - m_1^2] = p^2 + k^2 + 2p\cdot k - m_1^2 = p^2 + k^2 + 2p_0k_0 - m_1^2, \quad \text{(B6)} \\ [k^2 - m_2^2] = k_0^2 - (\vec{k})^2 - m_2^2 = k_0^2 - (\vec{k}^2 - m_2^2) = k_0^2 - \varepsilon_0^2.$$

Dört boyutlu momentum $\int d^4k = \int d^3k dk_0$ olarak yazılabilir. Burada ilk parçacık durgun olduğundan $\vec{p} = 0$ olur. (B6) denklemindeki ifadeler (B5) eşitliğinde yerine yazılır. Ek A bölümünde (A8) ve (A9) denklemleriyle tanımlanan δ -fonksiyonunun özellikleri kullanıldığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$I_0 = \frac{i}{2\pi}\int d^3k \frac{1}{2\varepsilon_0}\delta[p'^2 + k^2 + 2p_0'\varepsilon_0 - 2|\vec{p}'|\cdot|\vec{k}|\cos\theta - m_3^2]\delta[p^2 + k^2 - m_1^2 + 2p_0\varepsilon_0]. \quad \text{(B7)}$$

Kütle kabuğunda bu işlem çözülürse $p^2 = s$, $p'^2 = s'$ ve $\delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2)$ ifadesinden $k^2 - m_2^2 = 0$ buradan da $k^2 = m_2^2$ olur. Bu ifadeler integralde yerine yazılırsa:

$$I_0 = \frac{i}{2\pi}\int d^3k \frac{1}{2\varepsilon_0}\delta[s' + m_2^2 + 2p_0'\varepsilon_0 - 2|\vec{p}'|\cdot|\vec{k}|\cos\theta - m_3^2]\delta[s + m_2^2 - m_1^2 + 2p_0\varepsilon_0] \quad \text{(B8)}$$

elde edilir. $d^3k = |\vec{k}|^2 \, d|\vec{k}| \sin\theta d\theta d\phi$ şeklinde yazılır. Burada $|\vec{k}|^2 \, d|\vec{k}| = \frac{1}{2}|\vec{k}| \, d|\vec{k}|^2$ olur. $|\vec{k}|^2 = \varepsilon_0^2 - m_2^2$ olduğundan $d|\vec{k}|^2 = d\varepsilon_0^2 = 2\varepsilon_0 d\varepsilon_0$ olur. $|\vec{k}|^2 \, d|\vec{k}| = |\vec{k}|\varepsilon_0 d\varepsilon_0$ elde edilir. Son olarak $d^3k = 2\pi\int |\vec{k}|\varepsilon_0 d\varepsilon_0 d(-\cos\theta)$ bulunur ve I_0 aşağıdaki şekilde yazılır:

$$I_0 = \frac{i}{2}\int |\vec{k}| d\varepsilon_0 d(-\cos\theta)\delta[s' + m_2^2 + 2p_0'\varepsilon_0 - 2|\vec{p}'|\cdot|\vec{k}|\cos\theta - m_3^2]\delta[s + m_2^2 - m_1^2 + 2p_0\varepsilon_0]. \quad \text{(B9)}$$

δ-fonksiyonunun Ek A' da verilen (A14) özelliğinden yararlanılarak,

$$I_0 = -\frac{i}{2}\frac{1}{2p_0}\frac{1}{2|\vec{p}'||\vec{k}|}\sqrt{\left(\frac{m_1^2 - m_2^2 - s}{2p_0}\right)^2 - m_2^2} \quad \text{(B10)}$$

elde edilir.

$$q^2 = (p - p')^2 = s + s' - 2p_0 p_0' = s + s' - 2\sqrt{s}\,p_0',$$
$$p_0' = \frac{s + s' - q^2}{2\sqrt{s}}, \tag{B11}$$
$$|p'| = \sqrt{|p_0'|^2 - s'} = \sqrt{\left(\frac{s + s' - q^2}{2\sqrt{s}}\right)^2 - s'}$$

ve $\left|\vec{k}\right| = \sqrt{\varepsilon_0^2 - m_2^2} = \sqrt{\left(\frac{m_1^2 - m_2^2 - s}{2p_0}\right)^2 - m_2^2}$ ifadesi (B10) denkleminde yerine yazıldığında

$$I_0 = -\frac{i}{4}\frac{1}{\sqrt{\left(s + s' - q^2\right)^2 - 4ss'}} \tag{B12}$$

sonucuna ulaşılır. (B5) denkleminden I_0 integraliyle çarpım olarak gelecek momentumların integrallerine bakılırsa:

$$I_\mu = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k_\mu \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]}. \tag{B13}$$

Fiziksel kısımdan p_μ ve p_μ' gibi ifadeler geleceğinden teorik kısmın hesabında da bu ifadeler elde edilmelidir. Bu nedenle $I_\mu \equiv Ap_\mu + Bp_\mu'$ olarak alınır. A ve B katsayılarını bulmak için (B13) denklemi sırasıyla p_μ ve p_μ' ile çarpılır. İlk olarak p_μ ile çarpılırsa;

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k \cdot p \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} = Ap^2 + Bp \cdot p' \tag{B14}$$

elde edilir. $k \cdot p = \frac{1}{2}[(p+k)^2 - p^2 - k^2] = \frac{1}{2}(m_1^2 - m_2^2 - s)$ ve $p \cdot p' = \frac{1}{2}[p^2 + p'^2 - q^2] = \frac{1}{2}(s + s' - q^2)$ eşitlikleri (B14) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$\frac{1}{2}(m_1^2 - m_2^2 - s)I_0 = As + B\frac{1}{2}(s + s' - q^2) \tag{B15}$$

elde edilir. (B13) denklemi p_μ' ile çarpılırsa aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k \cdot p' \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} = Ap \cdot p' + Bp'^2. \tag{B16}$$

Burada $k \cdot p' = \frac{1}{2}[(p'+k)^2 - p'^2 - k^2] = \frac{1}{2}(m_3^2 - m_2^2 - s')$ yerine konulursa,

$$\frac{1}{2}(m_3^2 - m_2^2 - s')I_0 = A\frac{1}{2}(s + s' - q^2) + Bs' \tag{B17}$$

elde edilir. (B15) ve (B17) denklemleri çözülerek A ve B katsayıları I_0 cinsinden bulunur:

$$A = \frac{(m_3^2 - m_2^2 - s')(s + s' - q^2) - 2s'(m_1^2 - m_2^2 - s)}{(s + s' - q^2)^2 - 4ss'} I_0,$$
$$B = \frac{(m_1^2 - m_2^2 - s)(s + s' - q^2) - 2s(m_3^2 - m_2^2 - s')}{(s + s' - q^2)^2 - 4ss'} I_0. \tag{B18}$$

$I_{\mu\nu}$ integrali hesaplanırsa;

$$I_{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k_\mu k_\nu \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} \tag{B19}$$

olur. $I_{\mu\nu} \equiv Cg_{\mu\nu} + Dp_\mu p_\nu + Ep_\mu p'_\nu + Fp'_\mu p_\nu + Gp'_\mu p'_\nu$ olarak yazılır. Burada C, D, E, F ve G katsayıları bulmak için sırasıyla yanlarındaki katsayılarla çarpılır. İlk olarak (B19) ifadesi $g_{\mu\nu}$ ile çarpılırsa:

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k^2 \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} \tag{B20}$$
$$= Cg_{\mu\nu}g_{\mu\nu} + Dp^2 + Ep \cdot p' + Fp' \cdot p + Gp'^2$$

olur. $p \cdot p'$, p^2 ve p'^2 denklemde yerlerine konduğunda,

$$m_2^2 I_0 = 4C + sD + \frac{1}{2}(s + s' - q^2)(E + F) + s'G \tag{B21}$$

elde edilir. (B22) ifadesi $p_\mu p_\nu$ ile çarpılırsa,

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)^2 \frac{1}{[(p'+k)^2 - m_3^2][(p+k)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} \tag{B22}$$
$$= Cp^2 + Dp^4 + Ep^2 p \cdot p' + Fp' \cdot pp^2 + G(p \cdot p')^2$$

olur. Burada $k \cdot p$, $p \cdot p'$ ve p^2 (B22) denkleminde yerlerine konduğunda,

$$\frac{1}{2}(m_1^2 - m_2^2 - s)I_0 = sC + s^2 D + \frac{s}{2}(s + s' - q^2)(E + F) + \frac{1}{4}(s + s' - q^2)^2 G \tag{B23}$$

ifadesine ulaşılır. (B19) ifadesi $p_\mu p'_\nu$ ile çarpılırsa,

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}(k\cdot p)(k\cdot p')\frac{1}{[(p'+k)^2-m_3^2][(p+k)^2-m_1^2][k^2-m_2^2]} \qquad \text{(B24)}$$
$$= Cp\cdot p' + Dp^2 p\cdot p' + Ep^2 p'^2 + F(p\cdot p')^2 + Gp\cdot p' p'^2$$

bulunur. $k\cdot p$, $k\cdot p'$, $p\cdot p'$, p^2 ve p'^2 değerleri (B24) denkleminde yerlerine konduğunda,

$$\frac{1}{4}(m_1^2-m_2^2-s)(m_3^2-m_2^2-s')I_0 = \frac{1}{2}(s+s'-q^2)C + \frac{s}{2}(s+s'-q^2)D + ss'E$$
$$+\frac{1}{4}(s+s'-q^2)^2F + \frac{s'}{2}(s+s'-q^2)G \qquad \text{(B25)}$$

elde edilir. (B19) ifadesi $p'_\mu p_\nu$ ile çarpılırsa,

$$(k\cdot p)(k\cdot p')I_0 = Cp'\cdot p + Dp'\cdot pp^2 + E(p'\cdot p)^2 + Fp'^2p^2 + Gp'^2 p'\cdot p \qquad \text{(B26)}$$

olur. $k\cdot p$, $k\cdot p'$, $p\cdot p'$, p^2 ve p'^2 değerleri (B26) denkleminde yerlerine konduğunda,

$$\frac{1}{4}(m_3^2-m_2^2-s')(m_1^2-m_2^2-s)I_0 = \frac{1}{2}(s+s'-q^2)C + \frac{s}{2}(s+s'-q^2)D$$
$$+\frac{1}{4}(s+s'-q^2)E + ss'F + \frac{s'}{2}(s+s'-q^2)G \qquad \text{(B27)}$$

elde edilir. Son olarak, (B22) denklemi $p'_\mu p'$ ile çarpılırsa,

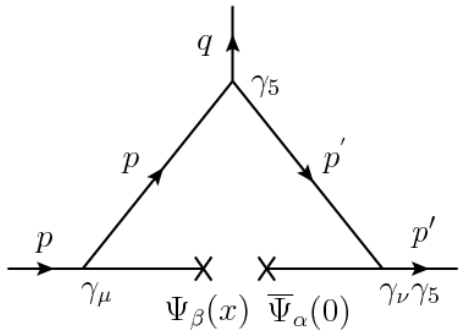
$$(k\cdot p')^2 I_0 = Cp'^2 + D(p\cdot p')^2 + E(p'\cdot p)p'^2 + Fp'^2(p\cdot p') + Gp'^4 \qquad \text{(B28)}$$

bulunur. $k\cdot p'$, $p\cdot p'$ ve p'^2 değerleri (B28) denkleminde yerlerine konduğunda,

$$\frac{1}{4}(m_3^2-m_2^2-s')^2 I_0 = s'C + \frac{1}{4}(s+s'-q^2)^2 D + \frac{s'}{2}(s+s'-q^2)(E+F) + s'^2G \qquad \text{(B29)}$$

elde edilir. (B24), (B26), (B28), (B30) ve (B32) denklemleri çözülerek (5.14) eşitliğinde verilen C, D, E, F ve G katsayıları bulunur.

D sanal için $D_s^*(B_s^*)D(B)K_1^{a(b)}$' nin Kuark Kondensat Hesabı



Şekil B2: Kuark kondensat Feynman diyagramı.

Şekil B2' de verilen kuark kondensat diyagramının matris formu aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\Pi^{\mu\nu} = \left\langle 0 \left| \bar{\psi}_\alpha^a(0)[\Gamma_1 D(p')\Gamma_2 D(p)\Gamma_3]_{\alpha\beta}\psi_\beta^b(x) \right| 0 \right\rangle. \tag{B30}$$

Burada Fermiyon alanı denklem (4.8)' deki gibi seriye açılır ve serinin ilk terimi alınır:

$$\Pi^{\mu\nu} = \left\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[\gamma_\nu\gamma_5 \frac{i}{\not p' - m_3}\gamma_5 \frac{i}{\not p - m_1}\gamma_\mu \right] \psi_\beta^b(x) \right\rangle. \tag{B31}$$

(B31) eşitliği aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Pi^{\mu\nu} = \left[\gamma_\nu\gamma_5 \frac{i}{\not p' - m_3}\gamma_5 \frac{i}{\not p - m_1}\gamma_\mu \right]_{\alpha\beta} \left\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0)\psi_\beta^b(0) \right\rangle. \tag{B32}$$

Burada (A32) denklemi (B32) ifadesinde yerine yazılarak

$$\begin{aligned} \Pi^{\mu\nu} &= \frac{1}{4}\langle\bar{\psi}\psi\rangle Tr\left[\gamma_\nu\gamma_5 \frac{i}{\not p' - m_3}\gamma_5 \frac{i}{\not p - m_1}\gamma_\mu \right] \\ &= -\frac{1}{4}\frac{\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{(p'^2 - m_3^2)(p^2 - m_1^2)} Tr[\gamma_\nu\gamma_5(\not p' + m_3)\gamma_5(\not p - m_1)\gamma_\mu] \end{aligned} \tag{B33}$$

elde edilir. Burada trace ifadesi:

$$Tr[\gamma_\nu\gamma_5(\not p' + m_3)\gamma_5(\not p - m_1)\gamma_\mu] = 4\left(p_\nu p'_\mu - p_\mu p'_\nu + (m_1 m_3 - p\cdot p')g_{\mu\nu} \right). \tag{B34}$$

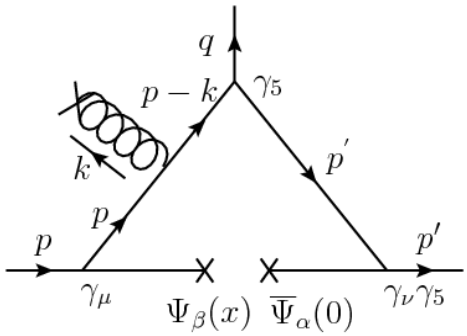
Gerekli düzenlemeler yapıldığında aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$\Pi^{\mu\nu} = -\langle\bar{s}s\rangle \left\{ (p_\nu p'_\mu - p_\mu p'_\nu + m_1 m_3 g_{\mu\nu}) \frac{1}{(p'^2 - m_3^2)(p^2 - m_1^2)} - g_{\mu\nu}\frac{p\cdot p'}{(p'^2 - m_3^2)(p^2 - m_1^2)} \right\}. \tag{B35}$$

(B35) ifadesine (3.9) denkleminde verilen çift Borel dönüşümü uygulanıp elde edilen sonuçtan $g_{\mu\nu}$ yapısının katsayısı alınarak aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\Pi^{\mu\nu} = -\langle \bar{s}s \rangle \left\{ m_1 m_3 - \frac{(m_1^2 + m_3^2 - q^2)}{2} \right\} g_{\mu\nu} e^{-m_1/M^2} e^{-m_3^2/M'^2} \tag{B36}$$

D sanal için $D_s^*(B_s^*)D(B)K_1^{a(b)}$' nin Kuark-Gluon Kondensat Hesabı



Şekil B3: Kuark-gluon kondensat Feynman diyagramı.

Şekil B3' de verilen kuark-gluon kondensat diyagramının matris formu aşağıdaki şeklide yazılır:

$$\Pi^{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not p' - m_3} \gamma_5 \frac{i}{\not p - \not k - m_1} \Gamma \frac{i}{\not p - m_1} \gamma_\mu \right] \psi_\beta^b(x) \right\rangle . \tag{B37}$$

(4.8) denklemindeki fermiyon alanının ilk terimi alındığında ve (4.9) ve (4.10) ifadeleri (B37) eşitliğinde yerine yazılıp düzenlendiğinde aşağıdaki form elde edilir:

$$\Pi^{\mu\nu} = \int d^4k \delta^4(k) \frac{i}{2} \left(\frac{\lambda^c}{2} \right)^{ab} \left\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) g G_{\lambda\tau}^c \psi_\beta^b(0) \right\rangle \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not p' - m_3} \gamma_5 \frac{1}{\not p - \not k - m_1} \times \gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{1}{\not p - m_1} \gamma_\mu \right]_{\alpha\beta} \tag{B38}$$

Burada,

$$\left\langle \bar{\psi}_\alpha^a g G_{\lambda\tau}^c \psi_\beta^b \right\rangle = A(\sigma_{\lambda\tau})_{\beta\alpha} \left(\frac{\lambda_c}{2} \right)^{ab} . \tag{B39}$$

A katsayısını bulmak için (B39) ifadesi $(\sigma_{\lambda\tau})_{\alpha\beta} \left(\frac{\lambda_c}{2} \right)^{ba}$ ile çarpılır ve

$$\left\langle \bar{\psi} g G_{\lambda\tau}^c \sigma_{\lambda\tau} \frac{\lambda_c}{2} \psi \right\rangle = m_0^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle \tag{B40}$$

olduğundan

$$A = \frac{m_0^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle}{192} \tag{B41}$$

elde edilir. (B39), (B40) ve (B41) eşitlikleri kullanılarak

$$\Pi^{\mu\nu} = \int d^4k \delta^4(k) \frac{im_0^2}{96} \langle \bar{\psi}\psi \rangle Tr\left[\sigma_{\lambda\tau}\gamma_\nu\gamma_5 \frac{1}{\not{p}' - m_3}\gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_1}\gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_\lambda}\frac{1}{\not{p} - m_1}\gamma_\mu \right] \tag{B42}$$

bulunur. Trace ifadesinde $\frac{\partial}{\partial k_\lambda} = -\frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_1}\gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_1}$ dönüşümü uygulanır ve trace hesaplanır:

$$\begin{aligned} & Tr\left[\sigma_{\lambda\tau}\gamma_\nu\gamma_5 \frac{1}{\not{p}' - m_3}\gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_1}\gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_1}\gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_1}\gamma_\mu \right] \\ & = (8im_1^2 p_\nu p'_\mu - 8i\, p\cdot p\, p_\nu p'_\mu + 24im_1^2 p_\mu p'_\nu - 24i\, p\cdot p\, p_\mu p'_\nu \\ & \quad - 8im_1^2 p\cdot p' g_{\mu\nu} + 8i\, p\cdot p\, p\cdot p' g_{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{B43}$$

(B43) denkleminde sadece $g_{\mu\nu}$ yapısının katsayısı alınıp (B42) ifadesinde yerine konulduğunda

$$\Pi^{\mu\nu} = \frac{im_0^2}{96}\langle \bar{\psi}\psi \rangle \frac{1}{\left(p^2 - m_1^2\right)^3 \left(p'^2 - m_3^2\right)} (-8im_1^2 p\cdot p' g_{\mu\nu} + 8i\, p\cdot p\, p\cdot p' g_{\mu\nu}) \tag{B44}$$

elde edilir. (B44) ifadesine (3.9) denklemindeki çift Borel dönüşümü uygulanıp elde edilen sonuçtan $g_{\mu\nu}$ yapısının katsayısı alındığında aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\Pi^{\mu\nu} = -\frac{m_0^2}{24} g_{\mu\nu} \langle \bar{s}s \rangle \left\{ 1 - \frac{1}{M^2}(m_1^2 + m_3^2 - q^2) \right\} e^{-m_1^2/M^2} e^{-m_3^2/M'^2} . \tag{B45}$$

YAYINLAR

N. Yinelek, J. Y. Süngü, K. Azizi and H. Sundu, "Light scalar mesons decay constants and masses within QCD sum rule", Balkan Physics Letters, Oral Presentation**,** TFD 27th, Physics Congress**,** Istanbul, (2010). (Balkan Physics Letters' da basım aşamasındadır.)

J. Y. Süngü, K. Azizi, H. Sundu, ***N. Yinelek*** and S. Şahin, "Heavy-light mesons decay constants and masses in QCD sum rule approach", Proceedings of Science, Poster Presentation**,** The Many Faces of QCD**,** Gent, Belgium, (2010). (Proceedings of Science'da basım aşamasındadır.)

H. Sundu, J. Y. Süngü, S. Şahin, ***N. Yinelek***, K. Azizi, "Strong coupling constants of bottom and charmed mesons with scalar, pseudoscalar and axial vector kaons", *Phys. Rev. D 83*, 114009, (2011).

ÖZGEÇMİŞ

Neşe Yinelek 29.01.1987 yılında İzmit' te doğdu. İlköğretim ve lise öğrenimini İzmit' te tamamladı. 2005 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü' nü kazandı. Lisans eğitiminin son dönemini ERASMUS programıyla Utrecht Üniversitesi' nde (Hollanda) 2009 yılında tamamladı. Aynı yıl Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı' nda Tezli Yüksek Lisans öğrenimine başladı.