İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZIEGLER NICHOLS YÖNTEMİ ve MIGO YAKLAŞIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Hakan DEVELİ

504001252

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 27.12.2004
Tezin Savunulduğu Tarih : 04.02.2005

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Atilla BİR

Diğer Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Turan SÖYLEMEZ

Yrd. Doç. Dr. Osman Kaan EROL

ARALIK 2004

Önsöz

Tez çalışmam sırasında yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Atilla BİR'e, dostlarım Hicran Dursun ve Altay Alvur'a, ağabeylerim Yüksel Nuhoğlu ve Önder Akalın'a, hep desteklerini hissettiğim aileme ve bana emeği geçen bütün hocalarıma teşekkür ederim.

Aralık 2004 Hakan DEVELİ

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR **v**
TABLO LİSTESİ **vı**
ŞEKİL LİSTESİ **vıı**
SEMBOL LİSTESİ **ıx**
ÖZET **x**
SUMMARY **xı**
1. PID Kontrolörünün Yapısı **1**
1.1 Temel Algoritma 1
1.2 Oransal Kontrolör 2
1.2.1 Oransal Kontrolörün Yorumlanması 4
1.3 İntegral Kontrolör 5
1.3.1 İntegral İşleminin Yorumlanması 7
1.4 Türev Kontrolör 8
1.4.1 Türev Teriminin Değiştirilmesi 9
1.4.2 Türevsel Kazancın Sınırlandırılması 9
1.4.3 Türev İşleminin Yorumlanması 10
1.5 PID Kontrolör Yapıları 12
1.5.1 Paralel Yapı 12
1.5.2 Seri Yapı 13
1.5.3 Paralel ve Seri Yapılar Arasındaki İlişki 13

2. Ziegler ve Nıchols Yöntemleri **15**
2.1 Basamak Yanıtı Yöntemi 15
2.2 Frekans Yanıtı Yöntemi 21
2.2.1 Frekans Yönteminin Analizi 22
2.2.2 Frekans Yanıtı Yönteminin Yorumlanması 27

3. Ziegler ve Nıchols yönteminin yeniden ele alınması ve AMIGOs yöntemi **30**
3.1 Giriş 30
3.2 Test Kümesi ve Tasarım Yöntemi 31
3.2.1 MIGO Tasarım Yöntemi 33
3.2.2 Test Kümesi 33
3.2.3 Parametreler 36
3.3 Sonuçlar 37
3.3.1 Normalizasyon 37
3.3.2 Kararlı Sistemler 38
3.3.3 İntegratörlü Sistemler 39
3.3.4 Farklı Gereksinimler 40
3.3.5 Basit Bir Ayar Yöntemi 40
3.3.6 Saf KLT Yapılı Sistem 43
3.3.7 Diğer Tasarım Özellikleri 44
3.3.8 Geçerlilik 45
3.3.9 Özet 46

3.4 AMIGOs Yönteminin Ziegler ve Nichols ile Karşılaştırılması 47
3.4.1 Örnekler 48
3.4.2 Sonuçlar 50

KAYNAKLAR **52**

ÖZGEÇMİŞ **53**

KISALTMALAR

Z ve N	: Ziegler ve Nichols
MIGO	: M_s Kısıtlamalı İntegral Kazanç Eniyilemesi
AMIGOs	: Adım Yanıtı Bilgisiyle MIGO Yaklaşımı

TABLO LİSTESİ

		Sayfa No
Tablo 2.1.	Ziegler ve Nichols basamak yanıtı yöntemine göre PID parametrelerinin belirlenmesi …….....	17
Tablo 2.2.	PID kontrolör parametreleri …….....	19
Tablo 2.3.	Ziegler ve Nichols frekans yanıtı yönteminde kullanılan PID parametreleri …….....	22
Tablo 2.4.	Kontrolör parametreleri…….…….....	25
Tablo 3.1.	Üç yöntemle elde edilen kontrolör parametreleri….....	48
Tablo 3.2.	Üç yöntemle elde edilen kontrolör parametreleri….....	49
Tablo 3.3.	Üç yöntemle elde edilen kontrolör parametreleri….....	50

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Oransal kontrolörün birim basamak yanıtı..... 2
Şekil 1.2 : Basit geri beslemeli statik bir sistemin blok diyagramı 2
Şekil 1.3 : Oransal kontrolör..... 4
Şekil 1.4 : İntegral işlevinin otomatik sıfırlama olarak yorumlanması 6
Şekil 1.5 : I ve PI kontrolörlerinin basamak yanıtları 8
Şekil 1.6 : Türev kontrolün öngörüsel kontrol olarak yorumlanması 8
Şekil 1.7 : İki farklı sistemin hata grafikleri..... 10
Şekil 1.8 : PD ve PID kontrolörleri birim basamak cevapları..... 11
Şekil 1.9 : Paralel yapıdaki PID kontrolör..... 12
Şekil 1.10 : Seri yapıdaki PID kontrolör..... 13
Şekil 2.1 : Kapalı çevrimli sistem..... 15
Şekil 2.2 : Açık çevrimli sistemde basamak yanıtı yöntemi; sisteme uygulanan Δu basamağı, *y(t)* sistemin *u(t)* basamağına yanıtı..... 16
Şekil 2.3 : Ziegler ve Nichols basamak girişi yöntemine farklı bir yaklaşım..... 18
Şekil 2.4 : Sistemin basamak girişe yanıtı, *a* ve *L* noktalarının bulunması..... 20
Şekil 2.5 : Kontrolör parametreleri basamak giriş yöntemiyle elde edilen sistemin PI ve PID kontrolörlere göre *y(t)* sistem çıkışları ve *r(t)* basamak girişi..... 20
Şekil 2.6 : $G_P(s)$ sisteminin basamak yanıtı yöntemiyle elde edilen PI ve PID kontrolörlerle kontrolünde görülen *u(t)* kontrol işareti değişimleri..... 21
Şekil 2.7 : Doğrusal kararlı sistemin sinüzoide yanıtı..... 23
Şekil 2.8 : Bir sistemin Nyquist eğrisi..... 24
Şekil 2.9 : Kapalı çevrimli sistem blok diyagramı..... 25
Şekil 2.10 : Kontrolör parametreleri frekans yanıtı yöntemiyle elde edilen sistemin PI ve PID kontrolörlere göre *y(t)* çıkışları ve *r(t)* basamak girişi..... 26
Şekil 2.11 : $G_P(s)$ sisteminin frekans yanıtı yöntemiyle elde edilen PI ve PID kontrolörlerle kontrolünde görülen *u(t)* kontrol işareti değişimleri..... 26
Şekil 2.12 : *A* noktası oransal, türevsel ve integral kazanç değiştirilerek $G(j\omega)$, $G(j\omega)/ j\omega$, $j\omega G(j\omega)$ yönlerinde hareket ettirilebilir..... 28
Şekil 3.1 : Tipik yaklaşık tekdüze sistemlerin basamak yanıtları..... 32
Şekil 3.2 : G_7 sistemi için tekdüzelik indisinin ζ bağıl sönüm oranı cinsinden değişimi..... 35
Şekil 3.3 : Bir sistemin birim basamak yanıtı ve K_p, L, T, K_v proses parametrelerinin belirlenmesinde kullanılan yöntem..... 37
Şekil 3.4 : Normalize edilmiş PI kontrolör parametrelerinin bağıl ölü zamana bağlı değişimleri..... 38

Şekil 3.5 **:** İntegratörlü sistemler için normalize edilmiş kontrol parametreleri..... 39
Şekil 3.6 **:** Normalize edilmiş kontrolör kazançlarının normalize edilmiş ölü zamana göre değişimleri..... 41
Şekil 3.7 **:** Normalize edilmiş integral zamanının normalize edilmiş ölü zamana göre değişimi..... 42
Şekil 3.8 **:** Normalize edilmiş kontrol parametrelerinin normalize edilmiş ölü zamana göre değişimleri..... 43
Şekil 3.9 **:** Normalize edilmiş kontrol parametrelerinin normalize edilmiş ölü zamana göre değişimleri..... 44
Şekil 3.10 **:** M_s = 2.0 değeri için elde edilen kontrolör parametreleri..... 45
Şekil 3.11 **:** Ziegler ve Nichols yöntemi ile AMIGOs yönteminden elde edilen normalize edilmiş kontrolör parametrelerinin kıyaslanması. Kesikli çizgi Ziegler ve Nichols, düz kesiksiz çizgi AMIGOs yöntemine aittir..... 47

SEMBOL LİSTESİ

u	**:** Kontrol değişkeni
e	**:** Etkin hata
K	**:** Oransal kazanç
T_i	**:** İntegral zaman sabiti
T_d	**:** Türev zaman sabiti
r	**:** Referans değer
l	**:** Bozucu işaret
n	**:** Ölçüm gürültüsü
u_{mak}	**:** Kontrol değişkeninin en büyük değeri
u_{min}	**:** Kontrol değişkeninin en küçük değeri
$-e_0$, e_0	**:** Kontrol hatasının sınırları
K_p	**:** Sistem kazancı
K	**:** Kontrolör kazancı
I	**:** Otomatik sıfırlama işlemi
θ	**:** Normalize edilmiş ölü zaman
T_π	**:** Kritik periyod
K_π	**:** Kritik kazanç
m	**:** Tekdüzelik indisi
ζ	**:** Bağıl sönüm oranı
L	**:** Ölü zaman
K_v	**:** Hız kazancı
M_s	**:** En büyük duyarlık
τ	**:** Bağıl ölü zaman

ZIEGLER NICHOLS UYARLAMA YÖNTEMİ ve MIGO YAKLAŞIMI

ÖZET

Basit PI kontrolör en yaygın kontrol algoritmasıdır. Temel kontrolör uyarlama kuralları Ziegler Nichols tarafından 1942 yılında ortaya konmuştur. Yöntem iki temele dayanır: sistem parametrelerinin deneysel olarak kolay bir şekilde elde edilmesi ve kontrol parametrelerinin sistem parametrelerinden basit bağıntılar yardımıyla elde edilmesi. Bu yöntemin bazı sakıncaları olmakla beraber basitliği sayesinde yaygın kullanımı devam etmektedir.

Bu çalışmada sistem kontrolünde sıkça karşılaşılan yaklaşık tekdüze sistemler için PI kontrolör uyarlama kuralları ortaya konmuştur. Yöntem sistem parametrelerini basamak yanıtı deneyinden üç parametre ile belirlemeye dayanır. Uyarlama kuralları integral kazancın en büyük duyarlık kısıtlaması altında eniyilenmesiyle elde edilmiştir. Yeni kurallar Ziegler Nichols uyarlama kuralları kadar basittir ve daha iyi sonuçlar vermektedir.

ZIEGLER NICHOLS TUNNING RULES AND MIGO APPROACH

ABSTRACT

The simple PI controller is most common control algorithm. Simple methods for tuning this controller were developed by Ziegler and Nichols in 1942. The methods were based on two ideas: to characterize process dynamics by two parameters, that are easily determined experimentally, and to calculate controller parameters from the process parameters by a simple formula. Ziegler Nichols metods have some drawbacks but because of their simplicity the Ziegler Nichols metods remined very popular.

In this study we presents new tuning rules for PI control of process with essentially monotone step response that are typically encountered in process control. The rules are based on characterization of process dynamics by three parameters that can be obtained from a step response experiment. The rules are obtained by maximizing integral gain subject to a constraint on the maximum sensitivity. They are almost as simple as the Ziegler Nichols tuning rules but they give substantially better performance.

1. PID KONTROLÖRÜNÜN YAPISI

PID kontrolörünün yapısı oransal, integral ve türev kısımlarının toplamından oluşur. Bu parçalardan her biri sistemi farklı etkiler. Bir kontrol uygulamasında bu parçalardan biri, ikisi veya her üçü birden kullanılabilir. Kontrolör tasarlanırken hangi elemandan hangi oranda kullanılacağına karar verilir. PID kontrolör en yaygın kontrol algoritmasıdır.

1.1 TEMEL ALGORİTMA

PID kontrolörü aşağıdaki temel biçime sahiptir:

$$u(t) = K\left[e(t) + \frac{1}{T_i}\int e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \tag{1.1}$$

Burada;

u : kontrol değişkeni

e : etkin hata $\left(e(t) = r(t) - y(t)\right)$

anlamına gelir.

Bu denklemden görüleceği üzere kontrol değişkeni, hata ile orantılı olan Oransal bölüm, hatanın integrali ile orantılı olan İntegral bölüm ve hatanın türevi ile orantılı olan Türevsel kısmın toplamından oluşur. Kontrolör parametreleri:

K : Oransal kazanç

T_i : İntegral zaman sabiti

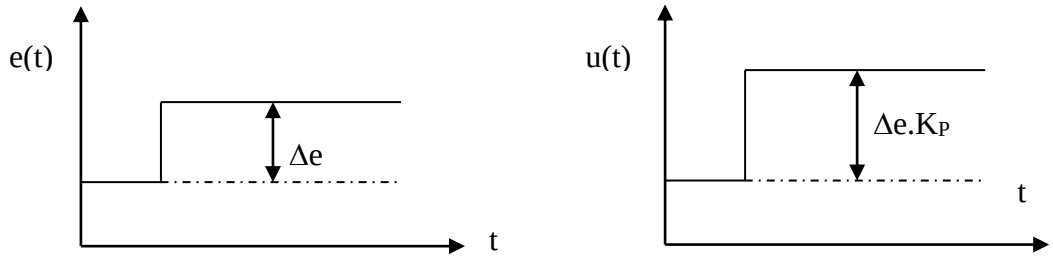
T_d : Türev zaman sabiti

olarak adlandırılır.

1.2 ORANSAL KONTROLÖR

K sabit kazançlı kontrol sistemleri kontrol çıkışındaki işaret, girişindeki işarete sabit bir oran ile bağlı olduğundan oransal kontrol olarak bilinir. Oransal kontrol için (1.1) eşitliği aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir. Şekil 1.1'de Δe sabit hatasında kontrol değişkeninin değişimi görülmektedir.

$$u(t) = Ke(t) \tag{1.2}$$

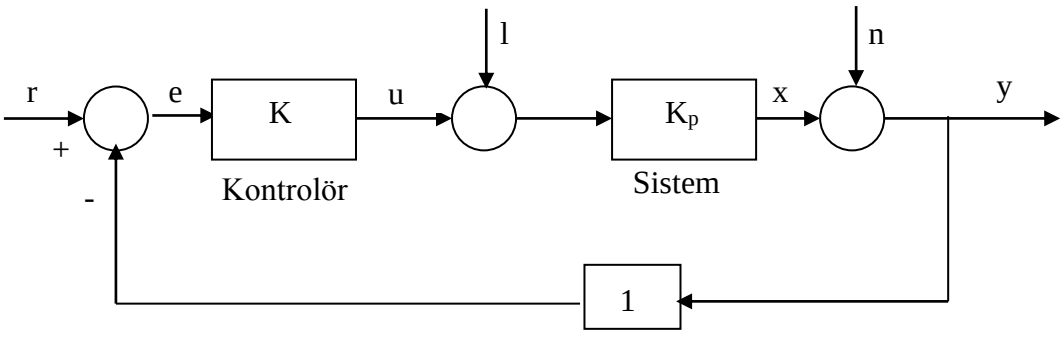


Şekil 1.1 Oransal kontrolörün birim basamak yanıtı

Kontrol işareti kontrol hatasıyla orantılıdır. Bu geri beslemenin en basit şeklidir. Oransal kontrolün birçok özelliği aşağıdaki şekilden anlaşılabilir. Şekil 1.2'deki proses oransal kontrolör ve

$$x = K_p u \tag{1.3}$$

şeklinde statik olarak modellenmiş bir sistemden oluşmaktadır.



Şekil 1.2 Basit geri beslemeli statik bir sistemin blok diyagramı

Şekilden aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$y = x + n \tag{1.4 a}$$

$$x = K_p(u + l) \tag{1.4 b}$$

$$u = K(r - y) \tag{1.4 c}$$

Ara değişkenlerin elenmesiyle *x* sistem değişkeni ile *r* referans değer, *l* bozucu işaret ve *n* ölçüm gürültüsü arasında aşağıdaki eşitlik ifade edilir:

$$x = \frac{K K_p}{1 + K K_p}(r - n) + \frac{K_p}{1 + K K_p} l \tag{1.5}$$

Burada KK_P çevrim kazancı olarak adlandırılan boyutsuz bir sayıdır. Şekil1.2 deki sistemin birçok önemli özelliği (1.5) ifadesinden okunabilir. *x* sistem değişkeninin *r* referans değere yaklaşabilmesi için çevrim kazancının yüksek olması gerekir. Yüksek çevrim kazancı değeri aynı zamanda sistemi *l* bozucu işarete karşı daha duyarsız hale getirmektedir. (1.5) ifadesinden *n* ölçüm gürültüsünün sistem çıkışını *r* referans değer ile aynı oranda etkilediği görülmektedir. Dolayısı ile yüksek çevrim kazancı sistemin ölçüm gürültüsüne karşı duyarlılığını artırır.

(1.5) ifadesinden oransal kontrol için sistemde her zaman bir kalıcı hatanın bulunacağı da görülür. Bu sonuca (1.2) eşitliğinde bir kontrol işareti olabilmesi için bir hatanın olması gerektiği görülerek de ulaşılabilir. Oransal kontrolörler bu hatayı önleyebilmek için genelde bir sıfırlama terimi ile birlikte kullanılır. u_0 sıfırlama terimini eklenmesi ile (1.2) eşitliği şu şekle dönüşür:

$$u(t) = Ke(t) + u_0 \tag{1.6}$$

Kapalı çevrim sistemin bir statik sistem olarak kabul edilmesine dayanarak bu sonuçlar ortaya konurken bazı özellikler göz ardı edilmiştir. Bunlardan en önemlisi sistem dinamikleri dikkate alındığında kapalı çevrim sistemin yüksek çevrim kazancında kararsız olduğudur.

1.2.1 Oransal Kontrolörün Yorumlanması

Oransal kontrolün amacı *e* hata işaretinin küçük olduğu durumlarda küçük büyük olduğu durumlarda büyük kontrolör kazancı kullanmaktır. P kontrolörün kontrol kuralı :

$$u = u_{mak} \qquad e > e_0 \qquad (1.7\ a)$$

$$u = u_0 + K_P\, e \qquad -e_0 < e < e_0 \qquad (1.7\ b)$$

$$u = u_{min} \qquad e < e_0 \qquad (1.7\ c)$$

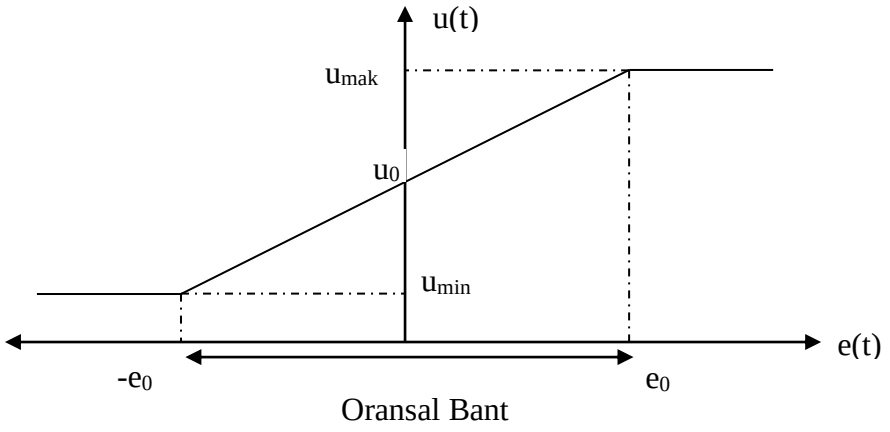
şeklinde verilir. Burada:

u_{mak} : Kontrol değişkeninin en büyük değeri

u_{min} : Kontrol değişkeninin en küçük değeri

$-e_0$, e_0 : Kontrol hatasının sınırlarını ifade eder.

Oransal kontrol kazancı K_P hatadaki her birim değişikliğe kontrolör çıkışında kaç birimlik bir değişim olacağını belirler ve ayarlanabilir bir parametredir. Şekil 1.3'de bu kontrol kuralının şekli görülmektedir.



Şekil 1.3 Oransal kontrolör

Buna göre;

$$K_P = \frac{\Delta u}{\Delta e} \tag{1.8 a}$$

$$\Delta u = u_{mak} - u_{\min} \tag{1.8 b}$$

$$\Delta e = e_0 - (-e) = 2e_0 \tag{1.8 c}$$

eşitlikleri yazılabilir.

Oransal kontrolör kazancı K_P'nin küçük değerlerinde kararlı hal hataları oluşabilir. Bu durum kontrol işareti, oransal kazanç ve kontrol hatası arasındaki ilişkiden anlaşılabilir.

$$e(t) = \frac{u(t) - u_0}{K_P} \tag{1.9}$$

Kararlı bir sistemde kontrol hatasının $e_{ss} = 0$ olması için K_P'nin son derece büyük olması ya da

$u_{ss} = u_0$ olması gerekir.

e_{ss} : Kararlı hal hatası, u_{ss} : Kararlı hal kontrol işareti değeridir.

Birinci koşul, oransal kazancın (K_P) çok büyük olması u(t) kontrol değişkeninin çok büyük olması anlamına gelir. Bu durumda kontrol edilen sistem çıkışında, sistemin kendi dinamiklerinden kaynaklanan bir salınım görülebilir. İkinci koşul, genellikle bütün referans girişler için sağlanamaz. u_0 referans girişe göre ayarlansa bile, ayar yapılmadan önce kontrol edilen sistemin kazancı bilinmelidir. Bu yüzden oransal kontrolörde yüksek kontrolör kazancı, kapalı çevrim kararlılığının kabul edilebilir seviyede olması koşulu ile kararlı hal hatalarını azaltmak için kullanılabilir.

1.3 İNTEGRAL KONTROLÖR

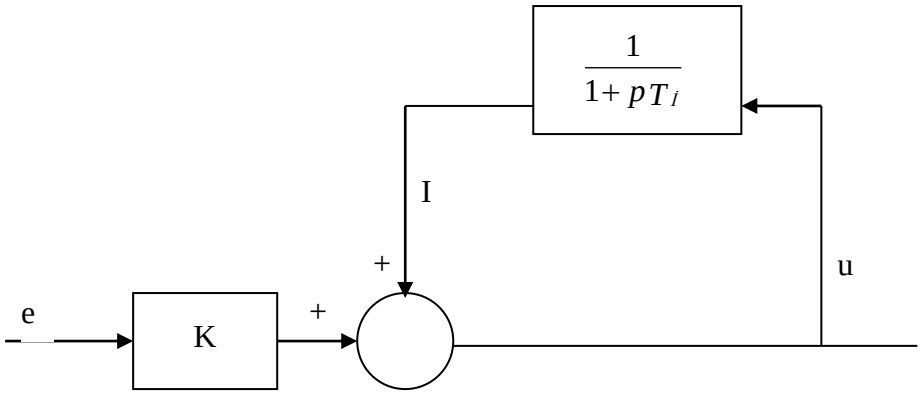
İntegral bloğunun ana işlevi proses çıkışında kararlı hal hatasını yok etmektir. Oransal kontrolde kontrol işaretinin sıfır olmaması için hata gerekli idi. İntegral elemanı nispeten küçük pozitif bir hatada bile gittikçe artan, negatif bir hatada ise

azalan kontrol işaretine yol açar. Aşağıdaki basit örnek kalıcı hal hatasının her zaman sıfır olacağını gösterir. Sistemin kalıcı hal kontrol işareti (u_0), kalıcı hata (e_0) olsun. Bu durumda kontrol işareti:

$$u_0 = \left(e_0 + \frac{e_0}{T_i} t \right) \tag{1.10}$$

burada $e_0 \neq 0$ olduğu sürece u_0'ın sabit kalmayacağı görülmektedir. Bu nedenden dolayı integral elemanlı kontrolörde kalıcı bir hata oluşmaz. Kontrolörün integral elemanı, herhangi bir referans giriş için kontrol edilen sistemin kazancının bilinmesine gerek duyulmaksızın doğru bir u_0 değeri belirler.

İntegral kısmı bir oransal kontrolörün sıfırlamasını otomatik olarak gerçekleyen bir cihazdır. Şekil 1.4'de bu düşünceye uygun olarak sıfırlamanın otomatik olarak gerçekleşmesi görülür. Bu işlem, sistem çıkışından alınıp filtrelenerek kontrolörün toplama noktasına geri beslenen bir işaretle gerçekleştirilir. Bu, gerçekte integral işleminden önce yer alan ve "otomatik sıfırlama" olarak adlandırılan olaya karşı düşer. Basit birkaç işlem Şekil 1.3'deki kontrolörün istenen sonucu verdiğini gösterir. Burada $p = d/dt$ türev operatörüne karşı düşsün:



Şekil 1.4 İntegral işlevinin otomatik sıfırlama olarak yorumlanması

Şekilden aşağıdaki eşitlikler yazılabilir;

$$u = Ke + I \tag{1.11}$$

$$I = \frac{1}{1 + p T_i} u \tag{1.12}$$

(1.12) eşitliğinden u çekilip (1.11) eşitliği uygulanırsa;

$$T_i \frac{dI}{dt} + I = u = Ke + I$$

$$T_i \frac{dI}{dt} = Ke$$

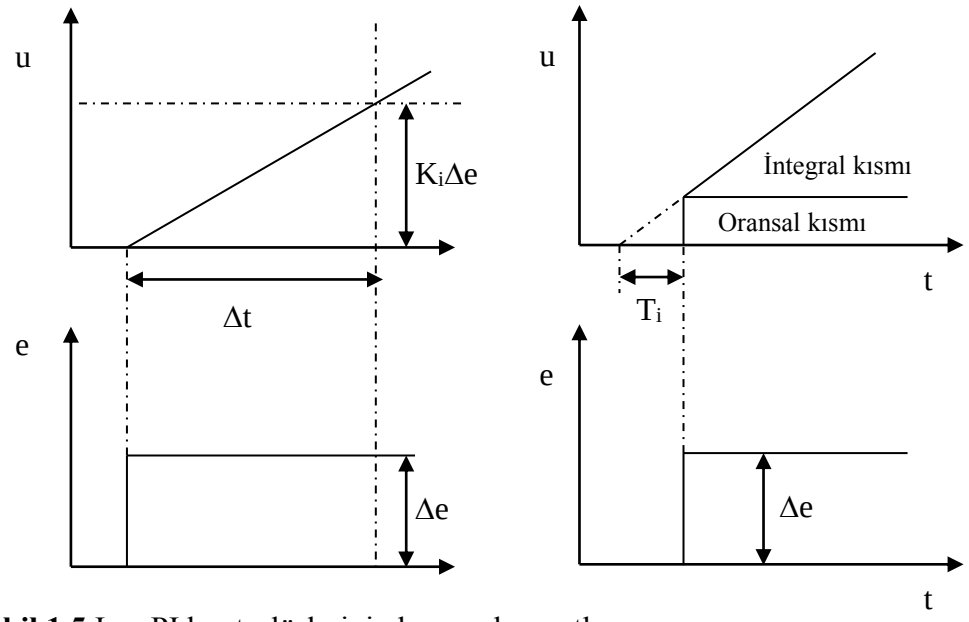
$$dI = \frac{K}{T_i} e dt$$

$I = \frac{K}{T_i} \int e(t) dt$ bulunur. Bu sonuç I otomatik sıfırlama işleminin integral işlemine eşdeğer olduğunu gösterir.

1.3.1 İntegral İşleminin Yorumlanması

Kontrolör hata sıfır olmadığı sürece artan bir işaret üretirse, kararlı hatalarını giderebilir. Bu integral kontrolörün prensibine karşı düşer. Kontrolörün integral elemanı kontrolör girişinin zamana göre integrali ile orantılı bir işaret üretir.

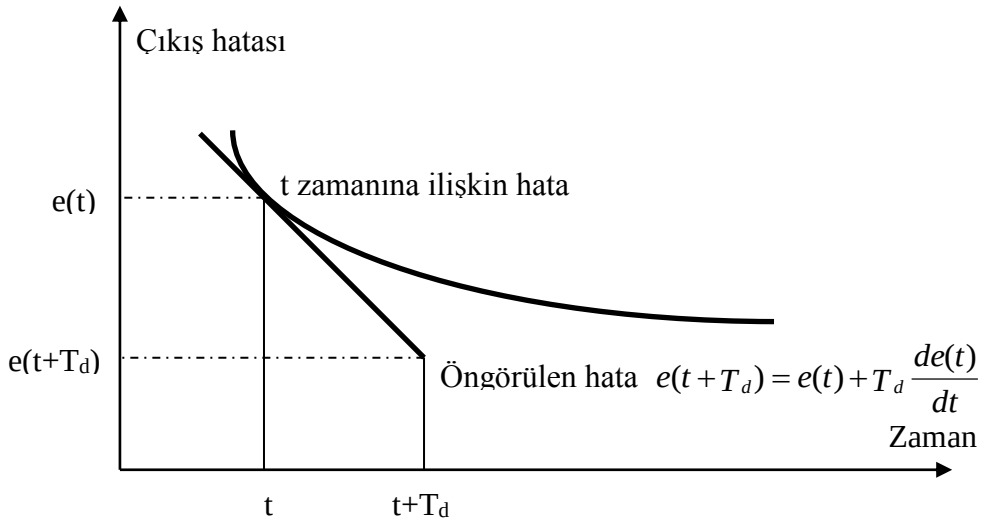
T_i, integral teriminin oransal terime ulaşması için geçen zamandır. Oransal kazanç integral terimi kullanıldığında azaltılmalıdır. Bu azalım sistem çıkışında oluşabilecek büyük salınımları önler. İntegral terimi kararlı hal hatasını hemen etkilemez, ancak salınarak hatayı sıfıra indirir. Şekil 1.5'de I ve PI kontrolörlerin basamak hata girişler için ürettikleri kontrol değişkenleri görülmektedir.



Şekil 1.5 I ve PI kontrolörlerinin basamak yanıtları

1.4 TÜREV KONTROLÖR

Türev elemanının görevi kapalı çevrim kararlılığını artırmaktır. Kontrol işaretindeki değişmenin sistem çıkışına etki etmesi sistem dinamiklerinden ötürü zaman alır. Oransal ve türev elemanlarından oluşan kontrolör tahmin edilen hataya bağlıdır. Bu tahmin Şekil 1.6'dan da görüleceği üzere hata eğrisinde o noktanın eğiminden faydalanılarak öngörülür.



Şekil 1.6 Türev kontrolün öngörüsel kontrol olarak yorumlanması

Türev tanımı gereği

$e(t+T_d)-e(t)=\frac{de}{dt}|_t(t+T_d-t)$ yazılabilir. Şu halde

$e(t+T_d)=e(t)+T_d\frac{de}{dt}|_t$ ilişkisi yazılabilir.

1.4.1 Türev teriminin değiştirilmesi

$e=r-y$ için türevsel kısmın denklemi:

$$D=K\,T_d\frac{de}{dt}=K\,T_d\left(\frac{dr}{dt}-\frac{dy}{dt}\right)$$

r referans değeri ani değişimler haricinde sabittir ve kontrolörün türev parçasını etkilemez $\left(\frac{dr}{dt}\equiv 0\right)$. Bu yüzden genel uygulamada türev işleminin sadece sistem çıkışına uygulanmalıdır. Bu işlemden sonra türev ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$D=-K\,T_d\frac{dy}{dt} \tag{1.13}$$

1.4.2 Türevsel Kazancın Sınırlandırılması

Eğer sistemde yüksek frekanslı ölçüm gürültüsü var ise, türevsel kısım problemlere neden olur. Ölçüm gürültüsü:

$n=a\sin\omega t$

olsun. Bu gürültü kontrol işaretini

$u_n=K\,T_d\frac{dn}{dt}=aK\,T_d\,\omega\cos\omega t$ şeklinde etkiler.

Bu ifadeden görüldüğü gibi u_n kontrol işareti ile ω frekansı doğru orantılıdır. Bu yüzden türev ifadesinin yüksek frekans kazancı kısıtlanmak istenir. Bu etki türev elemanını şu şekilde değiştirilerek giderilir:

$$\frac{T_d}{N}\frac{dD}{dt} + D = -K\,T_d\frac{dy}{dt} \tag{1.14}$$

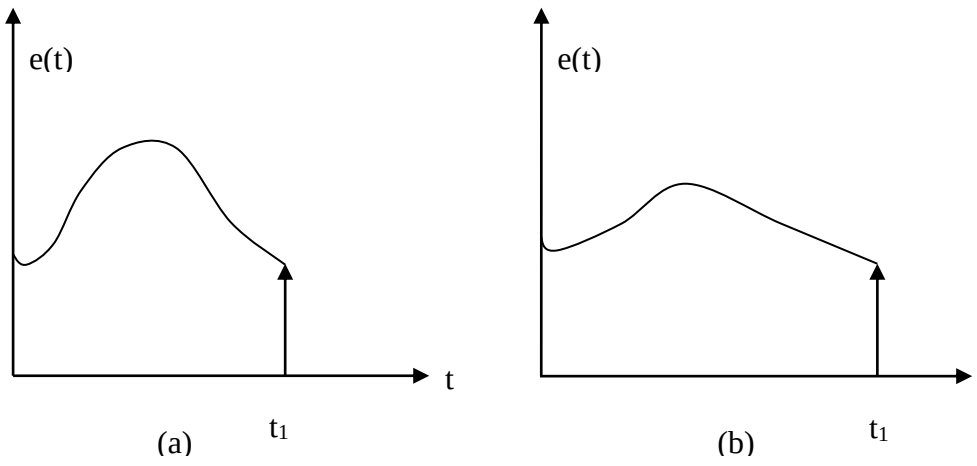
Değiştirilmiş türev işlemi aşağıdaki operatörle ifade edilebilir.

$$D = -\frac{pK\,T_d}{1 + pT_d/N}\,y$$

Bu değişiklik T_d/N ifadesi ile birinci mertebeden bir sistem tarafından filtrelenmiş ideal türev terimi olarak yorumlanabilir. Bu yaklaşım düşük frekanslı işaret bileşenlerinde türevsel özellik gösterir. Kazanç *1/N* ile sınırlandırılmıştır. Diğer bir deyişle yüksek frekanslı ölçüm gürültüsü en çok *1/N* katsayısı ile kuvvetlendirilir.

1.4.3 Türev İşleminin Yorumlanması

PI kontrolörün oransal ve integral kısımları geçmişteki kontrol hatalarından yararlanarak hesaplanır. Oysa ki gelecekteki olası hatalar için herhangi bir işlem yapmazlar. Bu özellik PI kontrolörün başarısını sınırlar. İntegral kısmı hata kalmasa bile kontrol işareti üretmeye devam eder, bunun sonucu olarak sistemde salınımlar oluşur. Salınımların önüne geçmek için kontrolör hatanın sıfıra yaklaştığını anlamalıdır, bu hatanın türevi alınarak yapılabilir. Şekil 1.7'de kontrol edilen iki farklı sisteme ilişkin kontrol hatasının zamana bağlı değişimi verilmiştir.



Şekil 1.7 İki farklı sistemin hata grafikleri

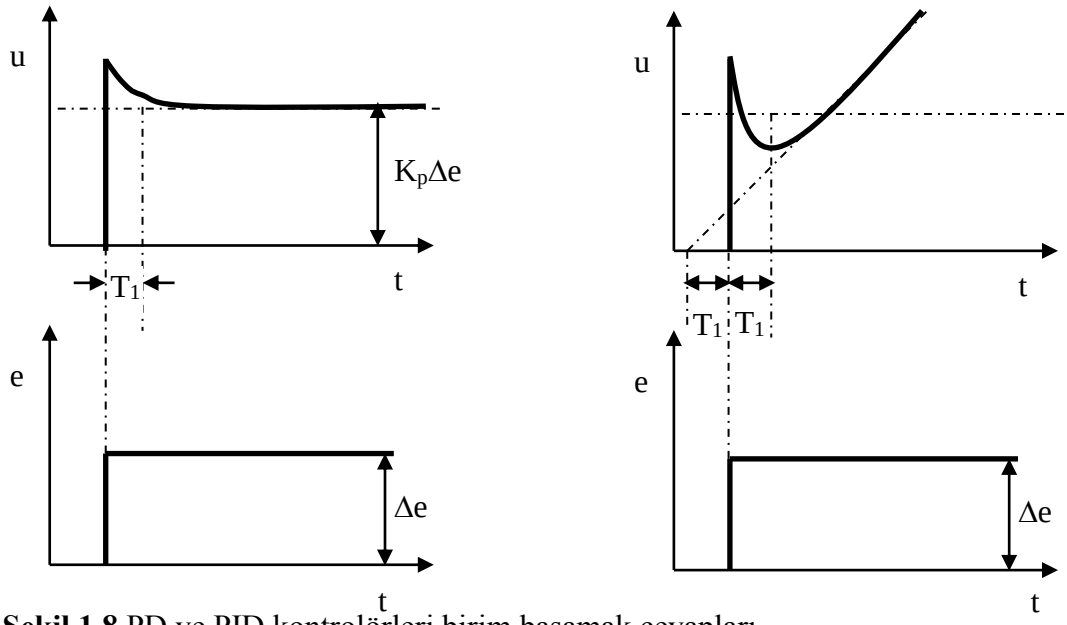
Bu iki şekilde t_1 anında elde edilen hata değerleri birbirine eşittir. Bu yüzden her iki kontrolörün oransal parçalarının ürettiği değerler aynıdır. Ayrıca her iki şeklin

altında kalan alanlar eşit olduğundan kontrolörlerin integral parçaları da aynı değeri üretirler. Dolayısı ile farklı iki şekilde de kontrolörler aynı tepkiyi verir. Fakat sistem hata değerleri göz önüne alındığında her iki sistem arasında ciddi bir fark olduğu açıktır. Birinci sitemin hatası hızlı bir şekilde değişmektedir ve kontrolör olabilecek aşımı engelleyebilmek için çıkışını azaltmak zorundadır. İkinci sistemde ise hata yavaş bir şekilde değişmektedir ve hızlı bir şekilde düşebilmesi için kontrolörün daha büyük bir çıkış vermesi gerekir. Burada türev kontrolör parçası devreye girmekte ve hata tahmini yaparak problemi çözmektedir.

Kontrol işaretini hata işaretindeki değişime göre ürettiğinden kuramsal olarak mümkün olmasına rağmen türev kontrolörünün tek başına kullanılması pratik olarak imkansızdır. Çünkü eğer hata büyükse ve değişmiyorsa kontrolör çıkışı sıfır olacaktır. Bu yüzden en azından oransal kontrolörle beraber kullanılmaktadır.

Türev kontrolörü e(t)'nin ani eğimini ölçer ve büyük aşımı önceden öngörerek aşırı aşım veya azalma oluşmadan zamanında gerekli düzeltme işlemini başlatır.

Şekil 1.8'de PD ve PID kontrolörlerin basamak hata girişler için ürettikleri kontrol değişkenleri görülmektedir.



Şekil 1.8 PD ve PID kontrolörleri birim basamak cevapları

1.5 PID KONTROLÖR YAPILARI

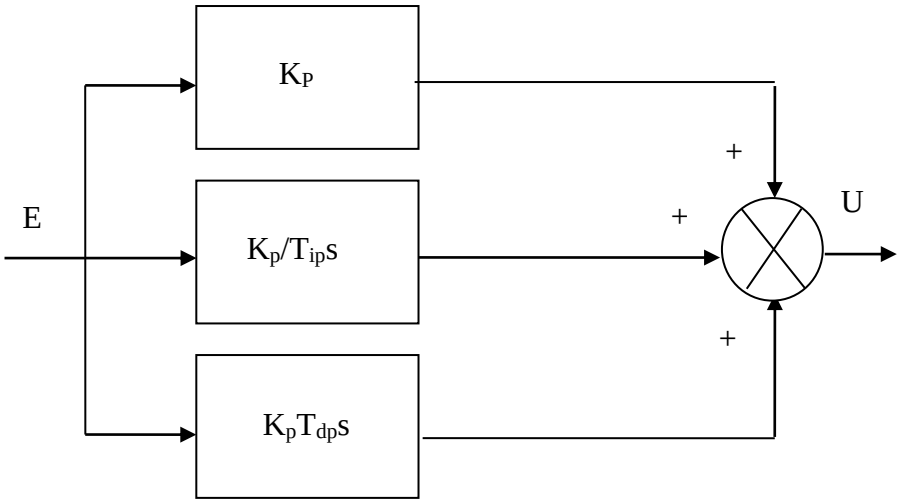
PID kontrolörlerin iki temel yapısı vardır.

1.5.1 Paralel Yapı

Paralel yapı daha önce bahsedilen aşağıdaki genel denklemle ifade edilebilir:

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_{ip}} \int e(t)dt + T_{dp} \frac{de(t)}{dt} \right]$$

Bu yapıdaki kontrole ideal yapı da denir. Bu denklemde sadeliğinden ötürü türev filtrelemesi gibi ufak yapısal değişikler gösterilmemiş temel yapı ortaya konmuştur. Paralel yapı Şekil 1.9'da gösterilmiştir.



Şekil 1.9 Paralel yapıdaki PID kontrolör

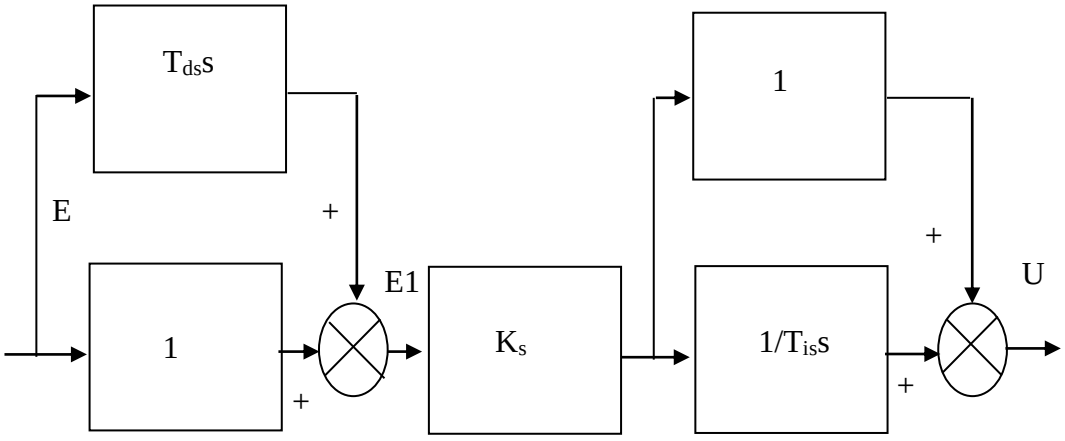
Genel karakteristik olarak kontrolörün P, I ve D parçaları birbirinden ayrı ve paralel şekilde bağlıdır. Uygulamada son senelere kadar çok karşılaşılan bir PID yapısı değildir. Bunun nedeni maliyetleri oldukça yüksek olan analog yükselticiler gerektiren pnömatik kontrolörlerle bu formun oldukça zor gerçekleştirilmesidir. Mikrobilgisayar tabanlı teknolojilerin gelişmesi ile paralel PID kontrolörler yaygınlaşmıştır.

1.5.2 Seri Yapı

Endüstriyel uygulamalarda en yaygın kullanılan PID kontrolör yapısıdır. Aşağıdaki denklemlerle açıklanabilir. Şekil 1.10'da seri yapıdaki PID kontrolör görülmektedir.

$$e_1 = e + T_{ds}\frac{de}{dt}$$

$$u = K_s\left(e_1 + \frac{1}{T_{is}}\int e_1 dt\right)$$



Şekil 1.10 Seri yapıdaki PID kontrolör

Seri yapıdaki I ve D elemanları paralel yapıdaki gibi bağımsız değildir. Kontrolör seri bağlı PI ve PD kontrolörden oluştuğu düşünülebilir. Seri ve paralel yapıdaki PID kontrolörler sırasıyla etkileşimli ve etkileşimsiz olarak da anılır. Etkileşimli yapı ile üç terimli kontrolör sadece tek yükseltici kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu yüzden maliyeti düşürmek maksadıyla pnömatik kontrolörlerde ve eski elektronik kontrolörlerde etkileşimli form kullanılırdı. Bazı üreticiler günümüzde de eski ayar yöntemlerine uygun olması açısından etkileşimli formda algoritmalar üretmektedirler.

1.5.3 Paralel ve Seri Yapılar Arasındaki İlişki

İki farklı yapıdaki PID kontrolörün parametreleri arasındaki ilişki kolaylıkla elde edilebilir. Seri yapıdaki kontrolörün parametreleri biliniyorsa herhangi bir kısıtlama olmadan paralel yapıdaki parametreleri aşağıdaki ilişkilerle türetilebilir.

$$K_p = K_s \frac{T_{is} + T_{ds}}{T_{is}}$$

$$T_{ip} = T_{is} + T_{ds}$$

$$T_{dp} = \frac{T_{is} T_{ds}}{T_{is} + T_{ds}}$$

Diğer taraftan paralel yapının parametreleri bilindiğinde seri yapının parametrelerine ulaşmak her zaman mümkün olamayabilmektedir. Bu dönüşüm için

$T_{ip} > 4T_{dp}$ koşulunun gerçekleşmesi gerekir.

Bu paralel yapının daha genel bir yapı olduğunu gösterir. Paralel yapı parametrelerinden seri yapı parametrelerine ulaşmak için aşağıdaki denklemler kullanılır;

$$K_s = \frac{K_p}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4T_{dp}}{T_{ip}}}\right)$$

$$T_{is} = \frac{T_{ip}}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4T_{dp}}{T_{ip}}}\right)$$

$$T_{ds} = \frac{T_{ip}}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4T_{dp}}{T_{ip}}}\right)$$

Buradan paralel ve seri yapının sadece PID kontrolör için farklılık gösterdiği anlaşılmaktadır. P, PI ve PD tip için kontrol parametreleri değişmemektedir.

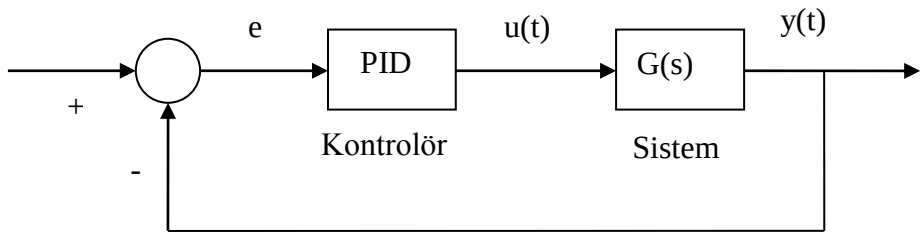
Uygulamada kontrolörler değiştirildiğinde farklı yapıda kontrolörlerin kullanılması problem yaratmaktadır. Bu durumlarda ya kontrolör ayar prosedürü tekrar edilmeli ya da yukarıdaki denklemler kullanılarak yeni kontrol parametreleri elde edilmelidir.

2. ZIEGLER VE NICHOLS YÖNTEMLERİ

Bazı sistemlerde transfer fonksiyonunu saptamadaki zorluk, tasarımcıları en uygun kontrolör katsayı değerlerini belirlemenin deneysel yolunu bulmaya itmiştir. En çok kullanılan yöntem Ziegler ve Nichols yöntemidir. John Ziegler ve Nathaniel Nichols isimli iki mühendis 1942 yılında PID kontrolörünü belirlemenin iki klasik yöntemini ortaya koydular. Bu iki yöntem uygulamada özgün yapıda yada küçük değişikliklerle hala yaygın kullanılmaktadır.

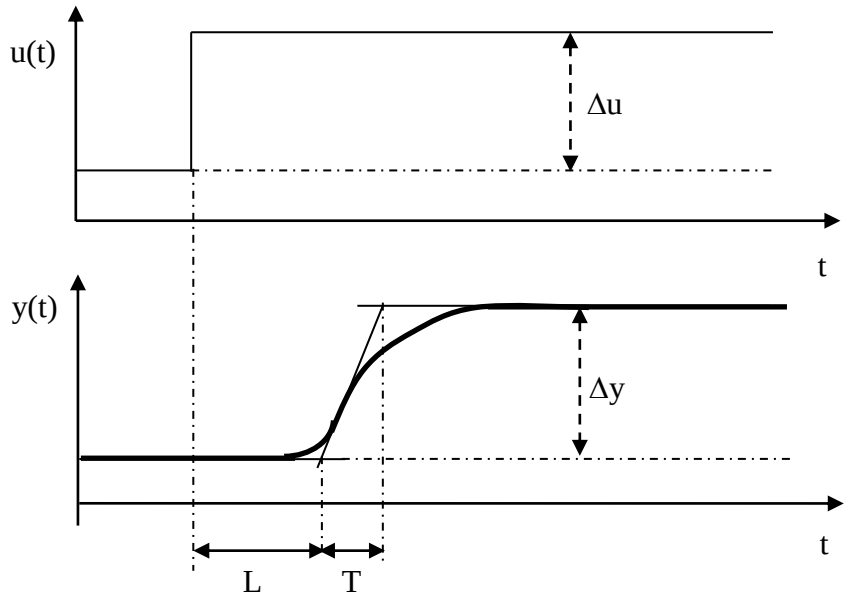
2.1 BASAMAK YANITI YÖNTEMİ

Ziegler ve Nichols basamak yanıtı yönteminde kontrolör parametreleri sistemin açık çevrim basamak yanıtından elde edilen değerlere göre belirlenir. Şekil 2.1'de kapalı çevrimli bir sistem görülmektedir.



Şekil 2.1 Kapalı çevrimli sistem

Şekil 2.2'de açık çevrimli sistemin basamak yanıtı görülmektedir.Yöntem aşağıdaki şekilde özetlenebilir.



Şekil 2.2 Açık çevrimli sistemde basamak yanıtı yöntemi; sisteme uygulanan Δu basamağı, *y(t)* sistemin *u(t)* basamağına yanıtı

1) Sistem basamak yanıtında eğimin en büyük olduğu nokta bulunur ve bu noktadan geçen teğet çizilir.

2) Bu teğetin basamak giriş öncesi ve sonrasındaki sistem çıkış değerlerini kestiği noktalar bulunur.

3) Bu iki değer okunarak;

L: Ölü zamanı ve

T: Baskın sistem zaman sabiti yaklaşık olarak elde edilir.

Ölü zaman, basamak girişin başlamasından sistem yanıtının görülmesine kadar geçen zamandır. Ziegler ve Nichols yöntemi ile elde edilen ölü zaman genelde gerçek ölü zamandan bir miktar büyüktür. Bu, yüksek mertebeli sistemin yerine düşük mertebeli daha basit bir modelinin kullanılmaya çalışılmasından kaynaklanır. Bir başka deyişle bir ölü zaman ve birçok zaman sabitinden oluşan bir gerçek sistem, *L* ölü zamanı ve *T* zaman sabiti ile ifade edilmeye çalışılır. Bu, sistemi bir miktar daha uzun ölü zaman ve baskın zaman sabiti ile yaklaşık ifade etmeye karşı düşer.

4) Statik sistem kazancı K_P sistemin $y(t)$ çıkışındaki Δy değişim miktarı ile $u(t)$ kontrol işaretinin Δu değişim miktarı oranından elde edilir.

$$K_P = \frac{\Delta y}{\Delta u} \tag{2.1}$$

Ziegler ve Nichols basamak yanıtı yöntemi, basamak yanıtı deneyinden elde edilen üç parametre L,T ve K_P ile kontrolör parametrelerini belirlemeye karşı düşer. Tabloyu basitleştirmek için ölü zamanın zaman sabitine oranı θ tanımlanır.

$$\theta = \frac{L}{T} \tag{2.2}$$

Burada θ normalize edilmiş ölü zaman olarak adlandırılır. Sistem dinamiği bu parametrelerle tanımlandıktan sonra Ziegler ve Nichols'un deneysel çalışmalardan sonra ortaya koyduğu Tablo 2.1'den kontrol parametrelerine ulaşılır.

Tablo 2.1 Ziegler ve Nichols basamak yanıtı yöntemine göre PID parametrelerinin belirlenmesi

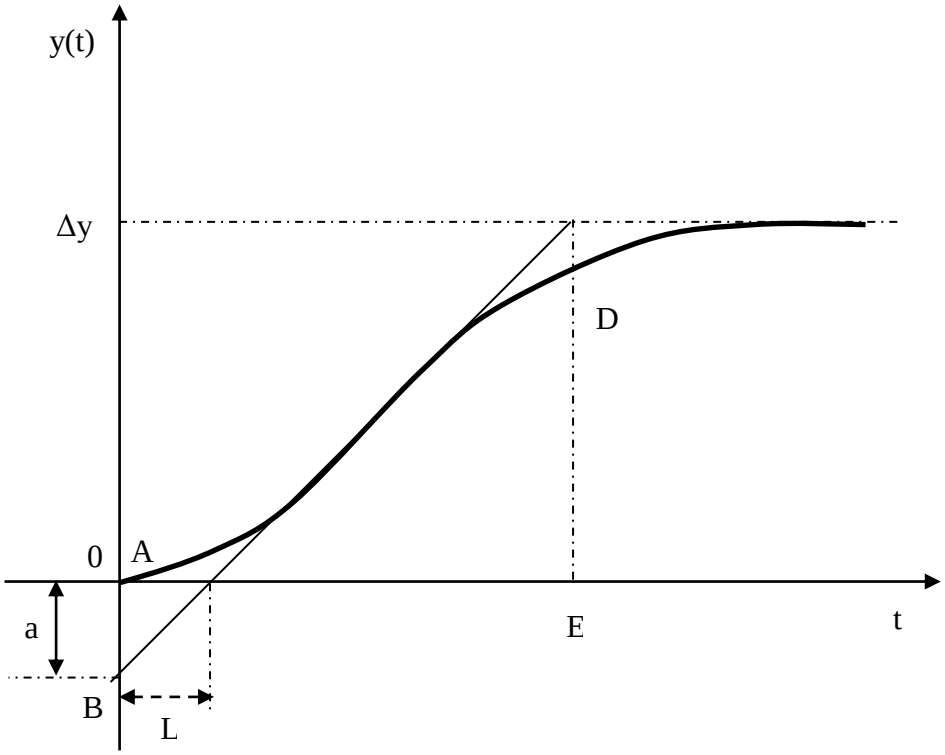
Kontrolör	**K**	**T_i**	**T_d**
P	$\frac{1}{K_P\theta}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{K_P\theta}$	$3L$	-
PID (paralel)	$\frac{1.2}{K_P\theta}$	$2L$	$L/2$
PID (seri)	$\frac{0.6}{K_P\theta}$	L	L

Tabloda kontrolör kazancı ile sistem kazancının ters orantılı olduğu görülür. Bu doğal ve mantıklıdır. Eğer prosesin yüksek bir kazancı varsa kontrolör bunu dengeleyebilmek için düşük kazançlı olmalıdır. Eğer prosesin normalize edilmiş ölü zamanı uzun ise proses kontrol edilmesi zor bir prosestir ve bu koşullara bağlı olarak daha düşük bir kontrolör kazancı kullanılmalıdır. Integral ve türev zaman sabitleri sistemin ölü zamanı ile doğru orantılıdır. Ziegler ve Nichols basamak yanıtı

yönteminin en önemli üstünlüğü sisteme sadece basamak girişi uygulanmasının yeterli olmasıdır.

Yöntemin sakıncası ise yük değişimlerine ve deney esnasında giriş işaretindeki frekans bileşenlerindeki değişimlere hassas olmasıdır. İyi bir işaret/gürültü oranı elde edebilmek için büyük basamak girişi gereklidir. Fakat büyük basamak girişi sistemdeki lineer olmayan bileşenler tarafından sınırlandırılır.

Tabloyu daha da basitleştirmek için yine benzer şekilde; sistem yanıtında eğimin en büyük olduğu nokta bulunur ve bu noktanın teğeti çizilir. Bu teğet ile koordinat ekseninin kesiştiği noktalar *a* ve *L* parametrelerini verir (bkz. Şekil 2.3).



Şekil 2.3 Ziegler ve Nichols basamak girişi yöntemine farklı bir yaklaşım

Kontrolör parametreleri bu değerlerin fonksiyonu şeklinde doğrudan ifade edilebilir. Tablo 2.2'den kontrol parametrelerine ulaşılabilir.

Tablo 2.2 PID kontrolör parametreleri

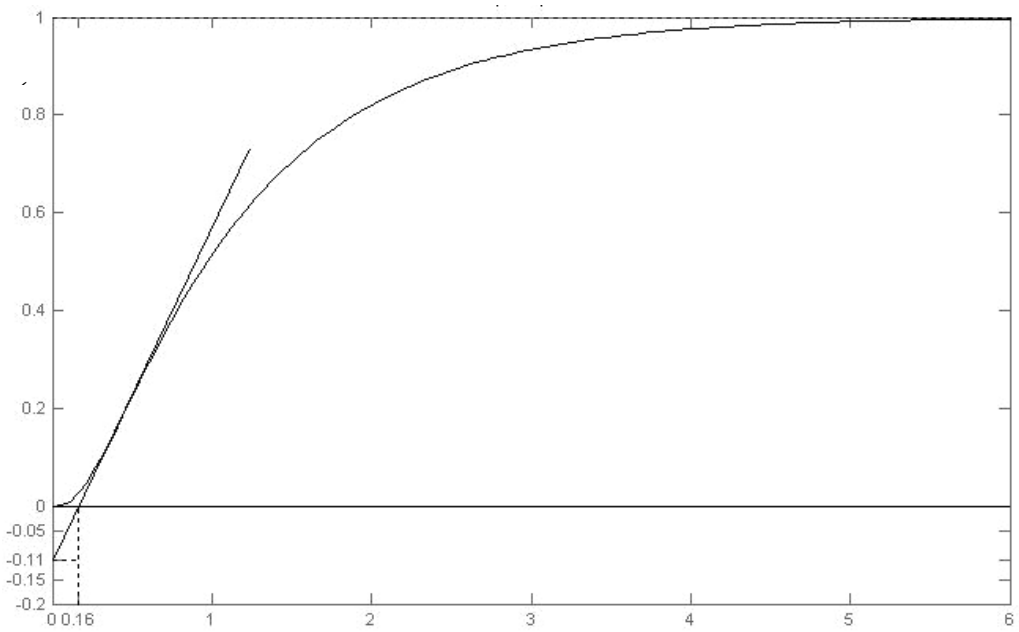
Kontrolör	K	T_i	T_d
P	$\frac{1}{a}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{a}$	$3L$	-
PID (paralel)	$\frac{1.2}{a}$	$2L$	$L/2$

Tablo 2.1 ile Tablo 2.2 incelendiğinde bu iki tablonun eşit olabilmesi için

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{K_P \theta} \tag{2.3}$$

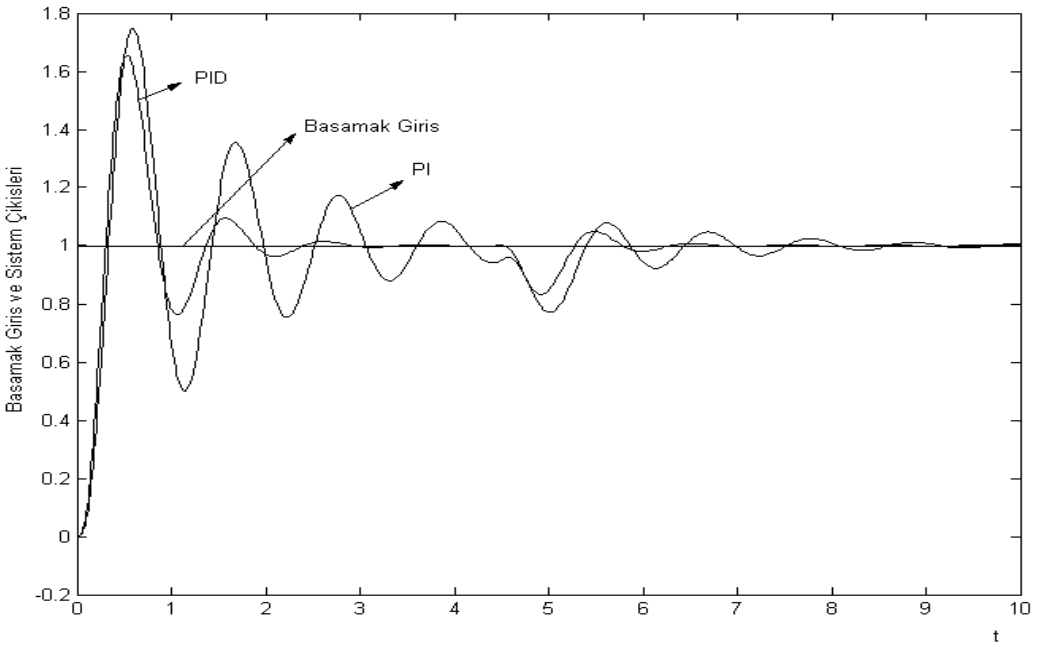
eşitliğinin sağlanması gerekir. Şekil 2.3 de benzer ABC, CDE dik üçgenlerinden $\frac{a}{L} = \frac{\Delta y}{T}$ eşitliğinin sağlanması gerektiği görülür. Buradan $a = \frac{\Delta y.L}{T}$ elde edilir. (1.2) $\theta = \frac{L}{T}$ ifadesi ve $\Delta u = 1$ birim basamak giriş için $K_P = \Delta y$ ilişkisi (2.3) de yerine konulduğunda eşitliğin sağlandığı görülür. Ziegler ve Nichols basamak yanıtı yöntemini aşağıdaki sisteme uygulayalım.

$$G_P(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0{,}2s)(1+0{,}05s)(1+0{,}01s)}$$



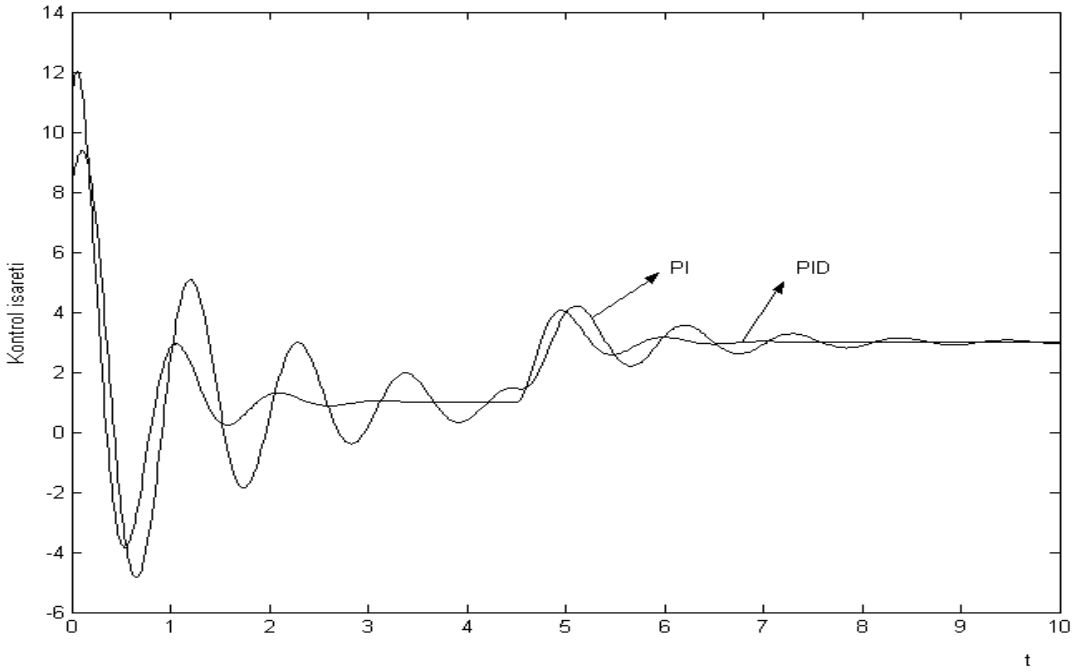
Şekil 2.4 Sistemin basamak girişe yanıtı, *a* ve *L* noktalarının bulunması

Basamak girişi yanıtı ölçümleri sonucunda a = 0.11 ve L = 0.16 bulunur (bkz. Şekil2.4). Bu değerler Tablo 2.2. de yerine konursa kontrol parametreleri PI kontrolör için K = 8.2 ve T_i = 0.48, PID kontrolör parametreleri ise K = 10.9, T_i = 0,32 ve T_d=0,08 olarak bulunur. Şekil 2.5 ve Şekil 2.6 kapalı çevrim sistemin her iki kontrolör için çıkışlarını ve kontrol işaretindeki değişimleri göstermektedir.



Şekil 2.5 Kontrolör parametreleri basamak giriş yöntemiyle elde edilen sistemin PI ve PID kontrolörlere göre *y(t)* sistem çıkışları ve *r(t)* basamak girişi

Sisteme t = 0 saniyede birim basamak ve t = 4,5. saniyede -2 birim basamak bozucu uygulanmıştır.



Şekil 2.6 $G_P(s)$ sisteminin basamak yanıtı yöntemiyle elde edilen PI ve PID kontrolörlerle kontrolünde görülen $u(t)$ kontrol işareti değişimleri

Görüldüğü gibi PI kontrolörlü sistemin yanıtı daha az sönümlüdür ve PID kontrolörün yanıtı daha iyidir. Ancak aşım PID kontrollü sistem için bile fazladır.

2.2 FREKANS YANITI YÖNTEMİ:

Ziegler ve Nichols'un diğer bir yönteminde kontrolör parametreleri prosesin frekans yanıtından faydalanarak elde edilir. Frekans yanıtı deneyi sistemin $-\pi$ kadar faz kaymasına neden olan frekansın elde edilmesini amaçlar. Basamak yanıtı deneyinde deney sisteme açık çevrimde uygulanır. Frekans yanıtı yönteminde ise deney sistemde sadece oransal kontrolör bulunurken gerçekleştirilir. Deney şu şekilde uygulanır;

1) Kontrolör integral ve türev bileşenleri etkisiz kılınarak otomatik kontrol çevrime bağlanır.

2) Kontrolörün K_c kazancı kararlılık limiti aşılıncaya kadar arttırılır (sistem öz salınıma girer). Salınım periyodu T_π ölçülür.

3) Salınım periyodu T_π ve sistemin salınıma başladığı andaki P kontrolörünün kazancı K_π kullanılarak Tablo 2.3'de görüldüğü gibi kontrolör parametreleri elde edilir. T_π: Kritik periyod, K_π: Kritik kazanç olarak anılır.

Tablo 2.3. Ziegler ve Nichols frekans yanıtı yönteminde kullanılan PID parametreleri

Kontrolör	**K**	**T_i**	**T_d**
P	$0.5K_\pi$	-	-
PI	$0.4K_\pi$	$0.8T_\pi$	-
PID (paralel)	$0.4K_\pi$	$0.5T_\pi$	$0.125T_\pi$
PID (seri)	$0.3K_\pi$	$0.15T_\pi$	$0.25T_\pi$

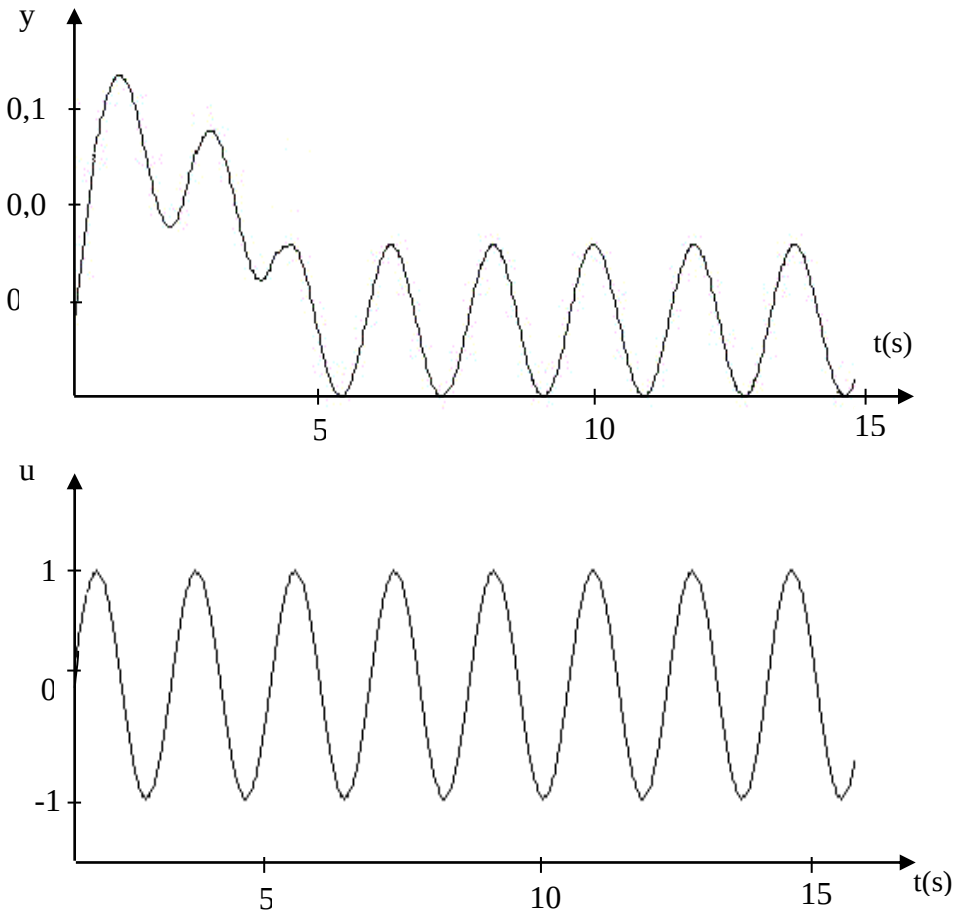
Yöntemin üstünlüğü işaretin oldukça kolay oluşturulabilmesidir. Yöntemin sakıncası ise deneyin kararlılık sınırında yapılmasıdır. Dahası sistem yanıtının genliği çok büyük olabilir ve deney maliyet ve güvenlik nedenlerinden dolayı yapılamayabilir.

Nyquist diyagram üzerinde çalışarak yöntemi anlamaya çalışalım. P kontrolörün devreye alınması ve K_c kazancının artırılması ile Nyquist diyagramındaki bütün noktalar orjinden çevreye doğru (radial şekilde) kayar. Nyquist diyagramında -1 noktasının aşılması için K_c arttırıldığında kararlılık limitine ulaşılır ve öz salınım elde edilir. ω_π öz frekansında oluşan salınımın dinamik kazancı aşağıdaki eşitlikten hesaplanabilir.

$$K_\pi \left| G\left(j\,\omega_\pi = \frac{2\pi}{T_\pi} \right) \right| = 1$$

2.2.1 Frekans Yönteminin Analizi

Doğrusal kararlı bir sistemi göz önüne alalım. Eğer giriş işareti sinüzoidal ise çıkış işareti de geçici sistem yanıtının ardından sinüzoidal olacaktır (bkz. Şekil 2.7).



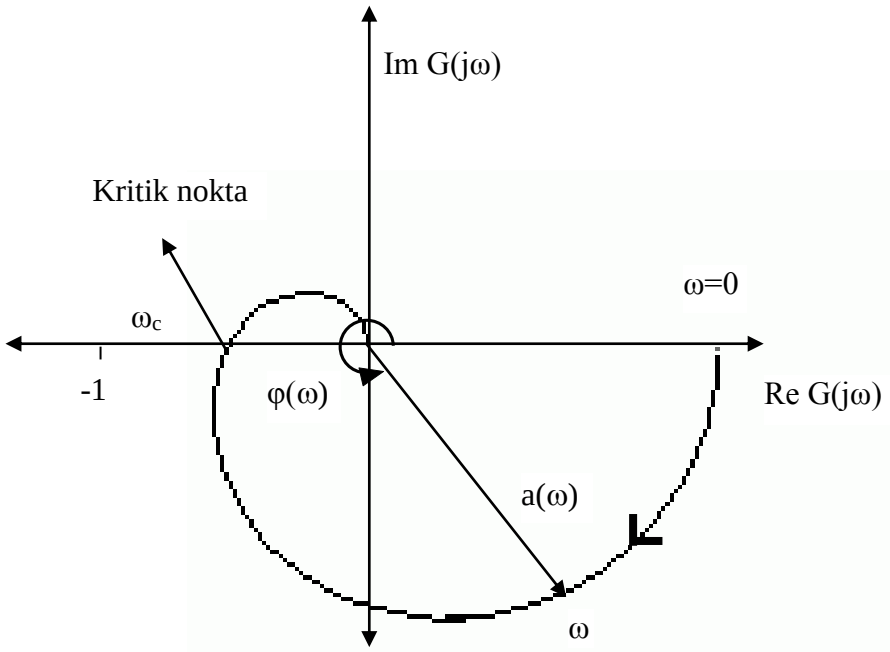
Şekil 2.7 Doğrusal kararlı sistemin sinüzoide yanıtı

Çıkış ve giriş işaretleri aynı frekansta olacak, ancak çıkış işaretinin girişe göre faz farkı bulunacaktır. Yani kararlı durumda giriş ile çıkış arasındaki ilişki iki parametre ile ifade edilebilir: *a* oranı (girişle çıkış genlikleri arasındaki oran) ve φ faz farkı (giriş ile çıkış işaretleri arasındaki faz farkı) ifade eder. Bütün frekans değerleri için *a* ve φ değerleri bilinmelidir [$a(\omega)$ ve $\varphi(\omega)$ fonksiyonları]. Belirli bir ω frekansı için *a* genliği ve φ fazı karmaşık bir sayı şeklinde ifade edilebilir;

$$G(j\omega) = a(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$G(j\omega)$ fonksiyonuna sistemin frekans yanıtı denir. $a(\omega) = |G(j\omega)|$ fonksiyonu genlik değişimini ve $\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega))$ fonksiyonu ise faz değişimini verir.

$G(j\omega)$ karmaşık fonksiyonu; genliği $a(\omega)$ ve $\mathrm{Re}\,G(j\omega)$ekseniyle yaptığı açı $\varphi(\omega)$ olan bir vektör olarak düşünülebilir (bkz. Şekil 2.8)



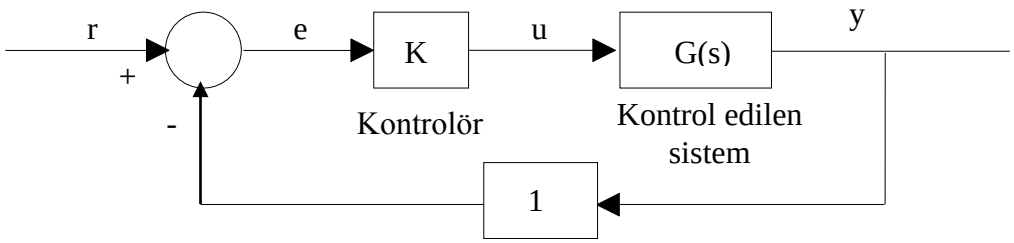
Şekil 2.8 Bir sistemin Nyquist eğrisi

ω frekansının 0'dan ∞'a doğru değişmesi halinde vektörün ucu $\mathrm{Re}\{G\}+J\,\mathrm{Im}\{G\}$ koordinat sisteminde Nyquist eğrisini tanımlar. Nyquist eğrisi sistemin frekans davranışını tanımlar. Bu eğri sisteme değişik frekanslarda sinüzoid işaretler uygulanarak sistem çıkışından türetilebilir. Ancak bu eğrinin çizimi zaman alıcı olabilir. Bunun yerine Nyquist eğrisinin belli bölgelerini bilmek yeterlidir. Özellikle -180°'lik faz açısının oluştuğu en düşük ω_c geçiş frekansı civarı ile ilgilenilir. Bu noktaya kritik nokta denir. $G(j\,\omega_c)$ değeri birçok parametrenin ayarı için gerekli bir değerdir.

Şekil 2.9'deki sistem göz önüne alınırsa *u* = *-Ky* olduğu görülür. Salınımın oluşabilmesi için koşul yazılırsa;

$K_c G(j\,\omega_c) = -1$ koşulundan $\omega_c = \dfrac{2\pi}{T_c}$

$G(j\omega_c) = \frac{-1}{K_c}$ olarak elde edilir. Şu halde $K_\pi = K_c$ ve $T_\pi = T_c$ belirlenmiş olur.



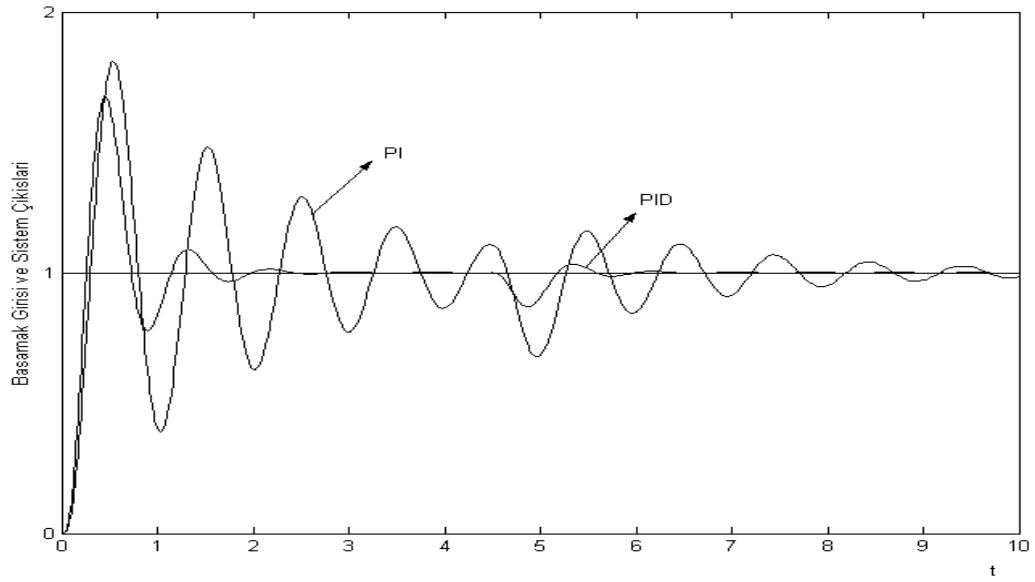
Şekil 2.9 Kapalı çevrimli sistem blok diyagramı

Elde edilen K_c ve T_c değerleri Tablo 2.4'de yerine konarak istenen kontrolör türünün parametrelerine ulaşılabilir.

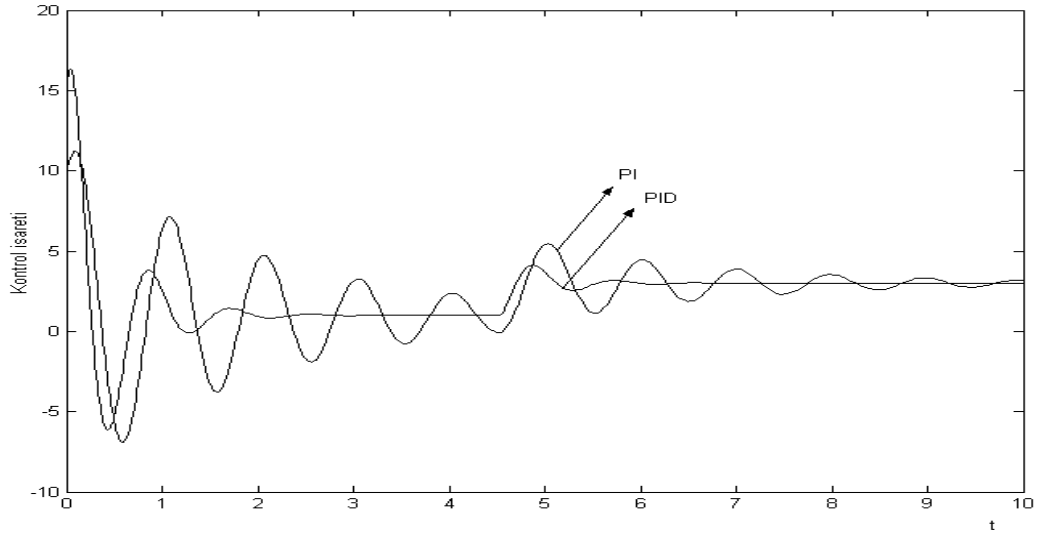
Tablo 2.4. Kontrolör parametreleri

Kontrolör	**K**	**T_i**	**T_d**
P	0.5Kc	-	-
PI	0.4Kc	$0.8T_C$	-
PID (paralel)	0.6Kc	$0.5T_C$	$0.12T_C$

Daha önce ele aldığımız proseste $K_c \approx 25$ ve $T_c \approx 0{,}63$ olarak elde edilir. Bu değerler Tablo 2.4. de yerine konursa PI kontrolör için $K = 10$ ve $T_i = 0{,}50$ ve PID kontrolör için ise $K = 15$, $T_i = 0{,}31$ ve $T_d = 0{,}08$ bulunur. Bu kontrolörlerin belirtilen prosese uygulanması ile Şekil 2.10 ve Şekil 2.11'deki çıkışlar oluşur. 1.grafik proses çıkışlarını 2.si ise kontrol sinyalindeki değişimleri her iki kontrole göre vermektedir. Frekans yöntemiyle elde edilen parametreler ve kontrolör davranışları basamak yanıtı yöntemiyle bulunanlara oldukça yakındır.



Şekil 2.10 Kontrolör parametreleri frekans yanıtı yöntemiyle elde edilen sistemin PI ve PID kontrolörlere göre *y(t)* çıkışları ve *r(t)* basamak girişi.



Şekil 2.11 $G_P(s)$ sisteminin frekans yanıtı yöntemiyle elde edilen PI ve PID kontrolörlerle kontrolünde görülen *u(t)* kontrol işareti değişimleri

Ziegler ve Nichols ayar kuralları çıkış bozucularının bulunması halinde bile iyi sistem yanıtları elde etmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu yöntem birçok farklı sistemin benzetişiminden türetilmiştir. Tasarımda *d* bağıl aşım genliğinin dörtte bire düşürülmesi prensibi uygulanır. Bu yöntemde sistem yanıtında oluşan iki aşım tepesinden ikincisinin ilkinin dörtte biri olması istenir. Bu kriter kararlılığın ön planda olduğu sistemler için uygun görünse de referans değişimlerinde kontrolü zorlar.

İkinci mertebeden *d* bağıl aşım ile ζ sönüm oranı arasında, c_1 ve c_2 sistem yanıtının ilk iki aşım genliği olmak üzere:

$$c_1 = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$c_2 = e^{-3\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$d = \frac{c_1}{c_2} = e^{-2\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

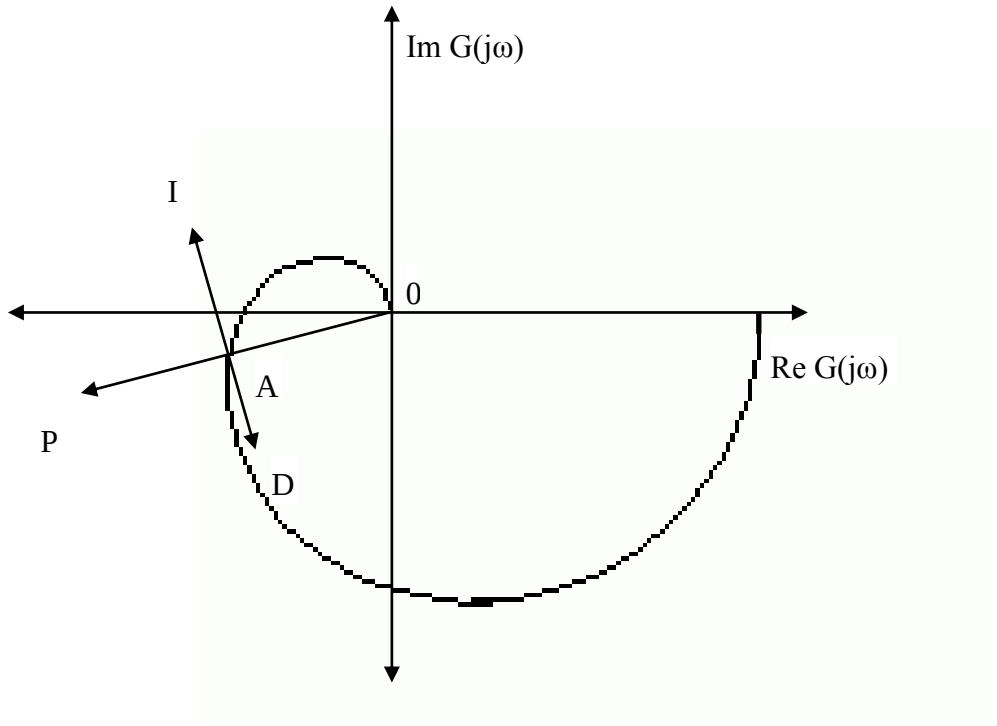
$$\ln^2 d = \frac{2\pi^2\zeta^2}{1-\zeta^2}$$

$\zeta = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(2\pi/\ln(d)\right)^2}}$ ilişkisi geçerlidir.

Örneğin (d = ¼ = 0.25) aşım için $\zeta = 0{,}22$ bulunur. Bu değer oldukça düşüktür. Bu sorunu çözmek için aşağıdaki değişiklikler yapılabilir. Kontrol devresinde temel amaç yük değişimlerini çabuk dengeleyebilmektir. Bunun için yüksek kazanç veren Ziegler ve Nichols yöntemi uygundur. Bu durumda aşım ve salınımdan kaçınmak için referans girişi rampa şeklinde girmek ya da referansı adım adım değiştirmek işe yarar.

2.2.2 Frekans Yanıtı Yönteminin Yorumlanması

Frekans yanıtı yöntemi noktaların Nyquist diyagramındaki değişiminden yararlanır. Yöntemin uygulanmasına açık çevrim sistemin negatif reel ekseni kestiği $(-1/K_c, 0)$ noktasının bulunması ile başlanır. PI ve PID kontrolde verilen noktanın Nyquist eğrisi üzerinde istenen herhangi bir noktaya kaydırılması mümkündür. Kazanç değiştirilerek 0 noktasından radyal bir şekilde $G(jw)$ üzerinde hareket edebilir. Şekil 2.12'de görüldüğü gibi *A* noktası integral ve türevsel kazanç değiştirilerek buna dik bir doğrultuda yer değiştirebilir. Noktanın herhangi başka bir noktaya taşınabilmesi tasarım fikrinin temelini oluşturur.



Şekil 2.12 *A* noktası oransal, türevsel ve integral kazanç değiştirilerek $G(j\omega)$, $G(j\omega)/j\omega$, $j\omega G(j\omega)$ yönlerinde hareket ettirilebilir

Eğer ω, *A* noktasının frekansı ise PID kontrolörün ω'daki frekans yanıtı;

$$G_R(j\omega) = k\left[1 + \frac{1}{j\omega T_i} + j\omega T_d\right] = r_R e^{j\varphi_R} \quad \text{dir.}$$

Pozitif kontrolör parametreleri φ_R fazını $-\pi/2 \le \varphi_R \le \pi/2$ aralığında değiştirilebilir. $\varphi_R = -\pi/2$ tam integral kontrole, $\varphi_R = \pi/2$ ise tam türevsel kontrole karşı düşer. Tam türevsel kontrolden söz edilemeyeceğinden φ_R'nin aralığına $-\pi/2 \le \varphi_R \le \varphi_0$ dersek ;

burada φ_0 yaklaşık $\pi/3$ veya 60° olarak düşünülebilir.

$$G_R(j w_c) = 0{,}6\, k_c\left[1 + j\left(w_c T_d - \frac{1}{w_c T_i}\right)\right] \quad , \quad \omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} \ , \ T_d \approx \frac{T_c}{8} \ , \ T_i = \frac{T_c}{2}$$

$$= 0{,}6\,k_c\left[1 + j\left(\frac{2\pi}{8} - \frac{1}{\pi}\right)\right] = k_c\left(0{,}6 + 0{,}28\,j\right)$$

Ziegler ve Nichols frekans yanıtı yöntemi bu yüzden Nyquist eğrisinin negatif reel ekseni kestiği noktanın (-0,6 -0,28j) noktasına kaydırılması olarak yorumlanabilir. Bu da ω_c de 25° lik bir faz ötelemesine karşı düşer.

$$\varphi = arctg\frac{0{,}28}{0{,}6} = 25^{o}$$

3. ZIEGLER VE NICHOLS YÖNTEMİNİN YENİDEN ELE ALINMASI VE AMIGOS YÖNTEMİ

3.1 GİRİŞ

Basit yapıdaki PI kontrolörü en yaygın kontrol algoritmasıdır. Bu kontrolörün tasarlanması için gerekli basit yöntemler Ziegler ve Nichols tarafından geliştirilmiştir. Tasarım yöntemi 2 temele dayanır.

1) Proses dinamiklerinin deneysel kolay elde edilebilen 2 parametre ile ifade edilmesi.

2) Kontrolör parametrelerinin sistem parametrelerinden basit ilişkiler aracılığı ile türetilmesi.

Ziegler ve Nichols'un ileri sürdüğü yöntemler kontrol uygulamalarında çok etkilidir. Uygulamada hemen hemen tüm PID kullanıcıları bu yöntemleri yada türevlerini kullanır. Ziegler ve Nichols yöntemlerinin 2 önemli sakıncası vardır.

1) Sistem dinamikleri ifade edilirken çok kısıtlı bilgilerden yararlanılır.

2) Tasarımda uygulanan *d* bağıl aşım genliğinin dörtte bire düşürülmesi prensibi, kapalı çevrimli sistemi az sönümlü kılar ve dayanıklılığını azaltır.

Yöntemin bu sakıncaları uzun zamandır bilinmekte ve üstesinden gelinmeye çalışılmaktadır. Basitliklerinden ötürü Ziegler ve Nichols yine de yaygınlığını korumaktadır. Son 60 yılda endüstriyel PID kontrolöründeki gelişimlere paralel olarak PID kontrolünde birçok araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmaları tetikleyen etken teknolojinin pnömatikten dijital kontrole geçmesi olmuştur.

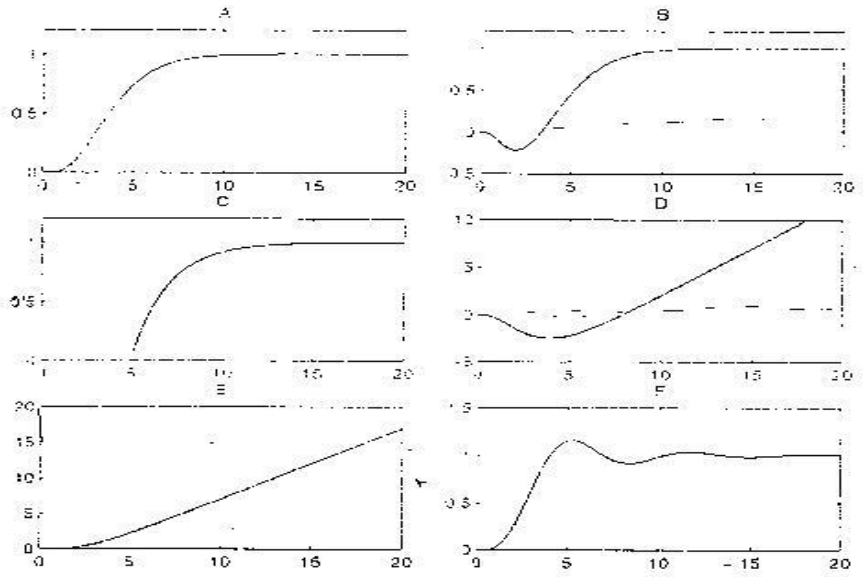
AMIGOs(Adım Yanıtı Bilgisiyle MIGO Yaklaşımı) yöntemiyle özgün yöntemler kadar basit fakat daha geniş yelpazedeki proseslerde daha iyi performans gösteren

yeni kontrolörler tasarlanabilmektedir. Bu yöntemde Ziegler ve Nichols'un elle programlanmasında daha çok kullanılan basamak yanıtı yöntemi göz önünde bulundurulur. Ziegler ve Nichols yöntemlerini geliştirirken öncelikle proses kontrolünde sıkça karşılaşılan sistemlerin seçimi ile başladılar. Bu sistemlerin kontrolörleri ilkin elle ayarlandıktan sonra, kontrolör parametreleri ile basamak yöntemiyle elde edilen sistem karakteristikleri arasındaki ilişkiyi araştırdılar.

Yeni yöntemin başlangıç noktası kontrolörün dayanıklı tasarlanmasıdır. Bu integral kazancının en yüksek duyarlık kısıtlaması altında eniyilenmesine dayanır. Bu yönteme kısaca MIGO (M_s Kısıtlamalı İntegral Kazanç Eniyilemesi) adı verilir. En büyük duyarlık, M_s bir tasarım parametresine karşı düşer. Yeni tasarım yöntemi sistem parametreleri ile kontrolör parametreleri arasında basit ilişkilerin elde edilmesi ile oluşturulur. Son olarak AMIGOs olarak anılan tasarım yöntemine ulaşılır.

3.2 TEST KÜMESİ VE TASARIM YÖNTEMİ

Basit kontrolörler ve basit tasarım yöntemleri doğal olarak her sistem için kullanılamaz. PI kontrolör için tasarım yöntemi geliştirirken ilk olarak uygun bir sistem kümesi seçilir. PI kontrol için uygun olan sistem basamak yanıtları Şekil 3.1'de verilmiştir. *A*,*C* ve *E* yanıtları tekdüzelidirler. *C*'de net bir ölü zaman vardır. *B* ve *D* sistem yanıtlarında sağ yarı düzlemde sıfırlarının bulunduğuna işaret eden davranışlar görülür. F sistemi salınımlıdır. *D* ve *E* sistemleri integratörlü sistemlerdir. Bu sistemlere genel olarak yaklaşık tekdüze basamak yanıtlı sistemler denir. Test kümesinde ayrıca düşük sönümlü salınımlı sistemler de bulunur.



Şekil 3.1 Tipik yaklaşık tekdüze sistemlerin basamak yanıtları

Yaklaşık tekdüze sistemler tanımı ile çalışmak herhangi bir sistemin bu yönteme uygunluğunu basamak yanıtından belirleyebilmek açısından yararlıdır.

Tekdüzelik indisi;

$$m = \frac{\int_0^\infty g(t)dt}{\int_0^\infty |g(t)|dt}$$ parametresiyle ifade edilir. (3.1)

Burada g ; kararlı sistemin impuls yanıtıdır.

Bu indis 0 ila 1 arasında değişir. Basamak yanıtı tekdüze ise indis 1 değerini alır. Eğer indis m = 0,8 değerinden büyük fakat 1'den küçük ise sistem yaklaşık tekdüzedir. (3.1) de tanımlanan indisin kullanımında integralli sistemlerde sorun çıkar çünkü bu tür sistemlerde tekdüzelik indisi her zaman 1 olur. Kontrolör tasarımında basamak yanıtının giriş kısmı önemli olduğundan bu yanıtın sadece belirli bir kısmı ile çalışmanın sakıncası yoktur. Bu zaman L ölü zaman olmak üzere genellikle 10L olarak seçilir.

3.2.1 MIGO Tasarım Yöntemi

Tasarım yöntemi kapalı çevrimli sistemi etkilemeye dayanır. Yöntem dayanıklılık kısıtlaması altında integral kazancı eniyileyen PI kontrolör parametrelerini verir. Dayanıklılık kısıtlaması duyarlık fonksiyonunun en büyük değeri (M_s) olarak belirtilir. MIGO yöntemi aynı zamanda basamak biçimi yük değişikliklerinde toplanan hatanın en büyük duyarlılık kısıtlamasında en aza düşürülmesi olarak da açıklanabilir. Bu, kontrolöre yük değişimlerine karşı kararlılığı koruma imkanı verir. M_s ifadesi iyi bir tasarım parametresidir. $1.2 < M_s < 2$ uygun bir aralığı belirler. Düşük değerler dayanıklılığı artırırken sistem yanıtını yavaşlatır. Uygulamada bu değer davranış ile dayanıklılık arasında iyi bir denge sağlayan $M_s = 1.4$ olarak seçilir. Bu değerde kapalı çevrim sistemlerin çıkışlarında salınım oluşmaz. Bu tasarım yöntemine M_s Kısıtlamalı İntegral Kazanç Eniyilemesinin kısaltılmışı olarak MIGO adı verilir.

3.2.2 Test Kümesi

MIGO tasarım yönteminde sistemlerin transfer fonksiyonlarının bilinmesine ihtiyaç vardır. Bu yüzden yöntem uygulamasında proses kontrolünde karşılaşılan çok sayıda sistem modeli seçilmiştir. Kullanılan sistemlerin transfer fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

$$G_1(s) = \frac{e^{-s}}{1+sT}$$

T = 0.01, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1, 2, 3, 5, 10, 20, 100

$$G_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1+sT)^2}$$

T = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.3, 1.5, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 100

$$G_3(s) = \frac{1}{(s+1)(1+sT)}$$

T = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5

$$G_4(s) = \frac{1}{(s+1)^n} \tag{3.2}$$

n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

$$G_5(s) = \frac{1}{(1+s)(1+\alpha s)(1+\alpha^2 s)(1+\alpha^3 s)}$$

α = 0.1, 0.2, 0.5, 0.7

$$G_6(s) = \frac{1-\alpha s}{(s+1)^3}$$

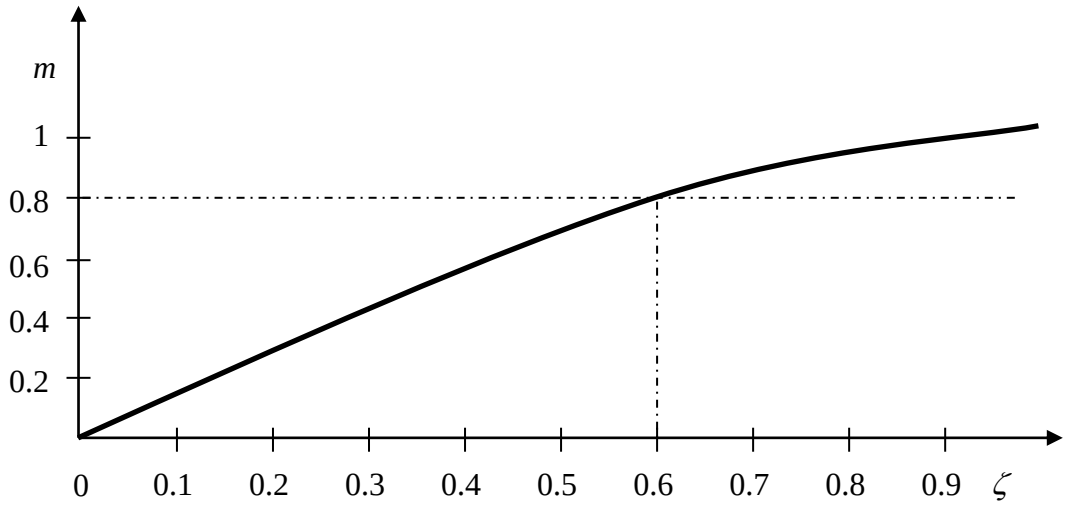
α = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2

$$G_7(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1}$$

ζ = 0.5, 0.7, 0.9

İlk beş sistem yaklaşık tekdüze basamak yanıtlarına sahiptirler. G_1 sistemi PID kontrolör uyarlamalarında sıkça kullanılan standart bir model olmasına rağmen diğer sistemlerden bir miktar farklı kontrolör kazancına sahiptir. G_2 prosesi G_1'e benzer fakat iki eşit kökü vardır. G_3 prosesinin iki farklı kökü vardır. G_4 ve G_5 sistemleri çok sayıda kökleri olan ve uzun zamandır kontrolör uyarlamalarında kullanılan proseslerdir. G_6 'nın sağ yarı düzlemde bir sıfırı bulunduğundan ters yönde bir sistem yanıtına neden olur. Bu sistemin basamak yanıtı tam tekdüze değildir. α 'nın küçük değerleri için basamak yanıtı yaklaşık tekdüzedir. (3.1) Tekdüzelik indisinin 0.8 den büyük olabilmesi için $\alpha <$ 1.1 olmalıdır. G_7 basit salınımlı bir prosestir. Şekil 3.2'de tekdüzelik indisinin sönüm oranına göre fonksiyonu verilmiştir. Tekdüzelik indisinin 0.8'den büyük değerler alabilmesi için sönüm oranının 0.6'dan büyük olması

gerektiği görülmektedir. Test kümesinde düşük sönüm oranlı salınımlı prosesler olmadığı görülmektedir.



Şekil 3.2 G_7 sistemi için tekdüzelik indisinin ζ bağıl sönüm oranı cinsinden değişimi

Bütün prosesler normalize edilerek kalıcı hal kazançlarının birim olması sağlanmıştır. Sistemlerin tümü sistem yanıtını değiştirebilecek parametreler içerir. Bu parametrelerin aralıkları geniş bir küme oluşturabilecek şekilde seçilmiştir. G_6 prosesinde α 'nın yüksek değerleri alınmamıştır. G_7 prosesi için salınımı azaltacak sönüm oranları göz önünde bulundurulmuştur. Ortaya konulacak uyarlama yöntemi bağıl sönüm oranı $\zeta \approx 0.5$'den büyük sistemleri kapsar. Sönüm oranı bu değerden küçük sistemler için başka ayar kuralları veya başka kontrolör yapıları kullanmak gerekir.

İlk sistem modeli (3.3) deki transfer fonksiyonu ile karakterize edilebilir.

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+sT} e^{-sL} \tag{3.3}$$

Bu transfer fonksiyonu üç parametre ile tanımlanır;

K_p : Kazanç

L : Ölü zaman

T : Zaman sabiti

Bu modele standart *KLT* modeli adı verilir. Yeni uyarlama kurallarının belirlenmesinde test kümesindeki bütün prosesler bu modelden türetilmiştir. (3.2)'deki tüm sistemler kararlıdır. İntegratörlü prosesler (3.2)'deki transfer fonksiyonlarına basit bir integratör eklenerek elde edilir. Bu prosesler iki parametre ile karakterize edilmiştir;

L : Ölü zaman

K_v : Hız kazancı

Bu sistemlerin transfer fonksiyonu;

$$G_p(s) = \frac{K_v}{s} e^{-sL} \tag{3.4}$$

Ancak diğer modellerde K_v ve L parametreleri yaklaşık ifade edilir. K_v değeri basamak yanıtında eğimin en büyük olduğu noktadır. (3.4)'deki model T/L'nin ve $K_v = K_p/T$ 'nin büyük değerleri için (3.3)'den türetilmiş halidir.

3.2.3 Parametreler

Kontrolörler uyarlanırken sistemlerin genellikle transfer fonksiyonları bilinmez. Sistemlerin basamak yanıtları basit bir deney sonucu belirlenir. Basamak yanıtı üç parametre ile karakterize edilebilir;

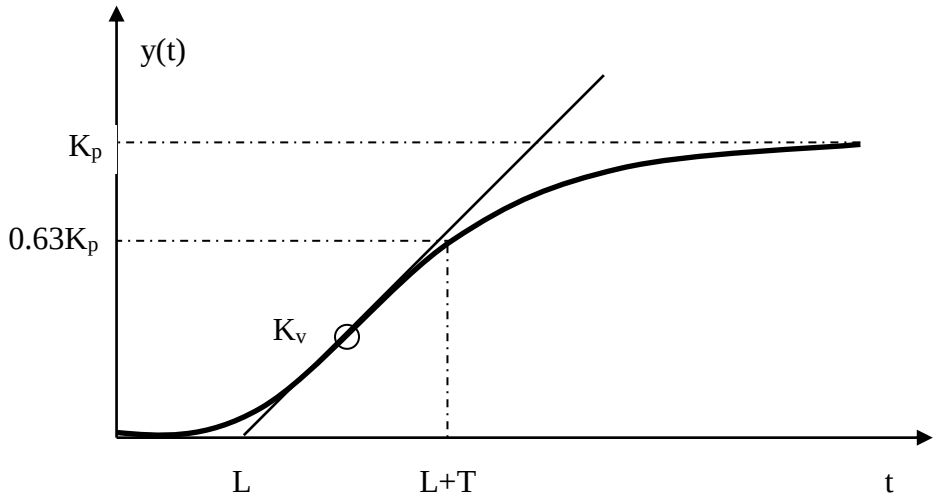
K_p : Statik kazanç

L : Ölü zaman

T : Zaman sabiti

İntegratörlü sistemlerin kalıcı hal kazançları yoktur. Bu sistemler L ölü zaman ve $K_v = K_p/T$ (basamak yanıtındaki en büyük eğim değeri) parametreleri ile belirlenir. K_v yerine $a = K_v L$ ifadesi de kullanılabilir. Şekil 3.3'de parametrelerin elde edilişi görülmektedir. Statik kazanç K_p değeri işaretin basamak yanıtı öncesi ve sonrasındaki değerlerinden elde edilir. L ölü zaman basamak yanıtının en büyük eğimli noktasından geçen doğrunun sistem yanıtının basamak giriş öncesi değerini

kestiği noktadan elde edilir. T zaman sabiti ise sistem yanıtının son değerinin %63'üne ulaştığı zamanki değerinden elde edilir.



Şekil 3.3 Bir sistemin birim basamak yanıtı ve K_p, L, T, K_v proses parametrelerinin belirlenmesinde kullanılan yöntem

3.3 SONUÇLAR

Test kümesindeki bütün sistemlere M_s = 1.4 değeriyle MIGO tasarım yöntemi uygulanır. Bu işlem PI kontrolörün K ve T_i değerlerini verir. Sistem parametreleri K_p, L ve T (integratörlü sistemler için K_v ve L) ise basamak yanıtından belirlenir. Burada sistem parametreleri ile kontrolör parametreleri arasındaki ilişki araştırılacaktır.

3.3.1 Normalizasyon

Parametreler normalize edilip boyutsuz bir hale getirilmesi kolaylık sağlar. Kontrolör kazancı, K_p sistem kazancına veya $a = K_pL/T = K_vL$ parametresine bölünerek, integral zaman sabiti ise T veya L'ye bölünerek normalize edilebilir. Ayrıca bağıl ölü zaman da tanımlanabilir:

$$\tau = \frac{L}{L+T} \tag{3.5}$$

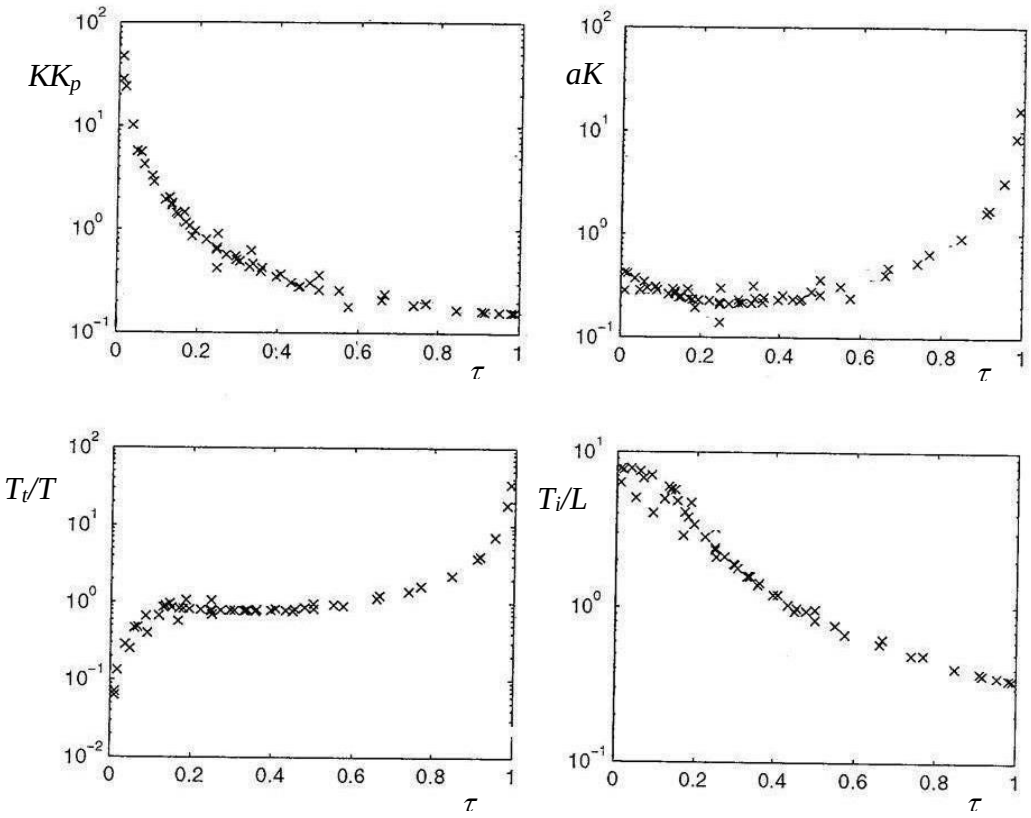
Bu parametre esasen klasik kontrol edilebilirlik oranı L/T'dir. τ parametresinin değerinin 0 ile 1 arasında olması bir üstünlük sağlar. Kontrol edilebilirlik indisinin

küçük oranlarında sistem kolay kontrol edilebilir, büyük değerlerinde ise zor kontrol edilebilir.

Sonuçları sunmanın farklı yolları vardır. Burada normalize edilmiş kontrolör parametrelerinin τ bağıl ölü zamanın bir fonksiyonu şeklinde verilmiştir.

3.3.2 Kararlı Sistemler

Şekil 3.4 de MIGO tasarım yönteminin (3.2) deki sistemlere uygulanması ile elde edilen kontrolör parametreleri verilmiştir. Şekilden normalize edilmiş kontrolör parametreleri ile normalize edilmiş ölü zaman arasında belirgin bir bağıntı olduğu görülür. Bu, KLT model temel alınarak iyi uyarlama kuralları geliştirilebileceğini gösterir. Kontrolör parametreleri ile bağıl ölü zaman arasındaki bağıntıda yine de önemli değişimlerin söz konusu olduğu görülür.



Şekil 3.4 Normalize edilmiş PI kontrolör parametrelerinin bağıl ölü zamana bağlı değişimleri

Ziegler ve Nichols τ parametresine bağlı olmayan kurallar bulmaya çalışmışlardır. Şekil 3.4'de KK_p, aK, T_i/T, T_i/L parametreleri ile τ arasında 2.5, 2, 3 ve 1.5

mertebeden bağıntılar görülmektedir. Bu, test kümesi için τ'dan bağımsız bir kontrolör uyarlama yöntemi bulmanın mümkün olmadığı görülür.

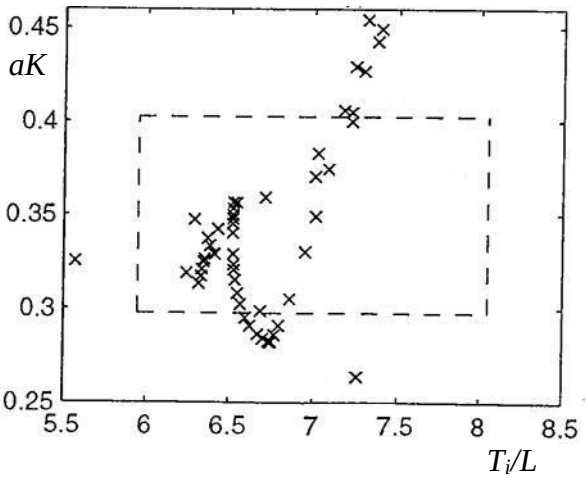
3.3.3 İntegratörlü Sistemler

Birçok uyarlama yöntemi kararlı sistemler ile integratörlü sistemleri ayrı olarak ele alır. İntegratörlü sistemler büyük kutuplu sistemlerde limit durumu olarak ele alınsa bile bu tür sistemler için uyarlama yöntemi belirlemeye çalışılır. İntegratörlü sistemler iki parametre ile karakterize edilirler (bkz. Şekil 3.3) :

L : Ölü zaman

K_v : En büyük eğim.

Pratik açıdan bakıldığında integratörlü sistemler için basit bir basamak yanıtı deneyinden daha fazla bilgiye ulaşmak mümkün görülür. $a = K_vL$ parametresi K_v yerine kullanılabilir. Şekil 3.5'te test kümesi için elde edilen normalize edilmiş kontrol parametreleri görülmektedir. Şekilden normalize edilmiş parametrelerin yaklaşık olarak sabit olduğu görülür. Kesik çizgilerle gösterilen kutu $aK = 0.35$ ve $T_i=7L$ değerlerinin ± %15'lik bölgesini gösterir. MIGO tasarım yönteminin uç noktadaki ölü zamanlı en büyük integratörlü sistemler için $aK = 0.28$ ve $T_i = 6.7L$ değerini vermesi dikkat çekicidir.



Şekil 3.5 İntegratörlü sistemler için normalize edilmiş kontrol parametreleri

3.3.4 Farklı Gereksinimler

Uyarlama yöntemlerini sınıflandırmak yararlı olacaktır. Bunlar:

- Saha kullanımı için basit kurallar: az sistem bilgisine ihtiyaç duyar ve çok kolay hesaplanabilir.
- Daha karmaşık kurallar: kazanç birkaç formülden hesaplanır, basit bir kendinden uyarlamalı sistemden yararlanabilir.
- Belirli sistem modellerine uyarlanabilen karmaşık ayar kuralları kullanılabilir.

Bu araştırmada ilk iki duruma hitap edeceğiz. Üçüncü durum tipik olarak modelleme ve kontrolör dizaynında bilgisayar desteğine ihtiyaç duyar.

3.3.5 Basit Bir Ayar Yöntemi

Basit bir ayar yöntemi geliştirebilmek için öncelikle Şekil 3.4 ve Şekil 3.5 incelenecektir. Şekil 4'ten ölçeklendirilmiş aK değerinin τ'nun orta değerlerinde yaklaşık sabit değer alması ve KK_p ile τ arasında τ'nun büyük değerleri için doğrusal bir ilişkinin var olduğu görülmektedir. Bu, Şekil3.6'da daha net görülmektedir. Şekil 3.6'daki bilgi yaklaşık olarak şu şekilde ifade edilebilir:

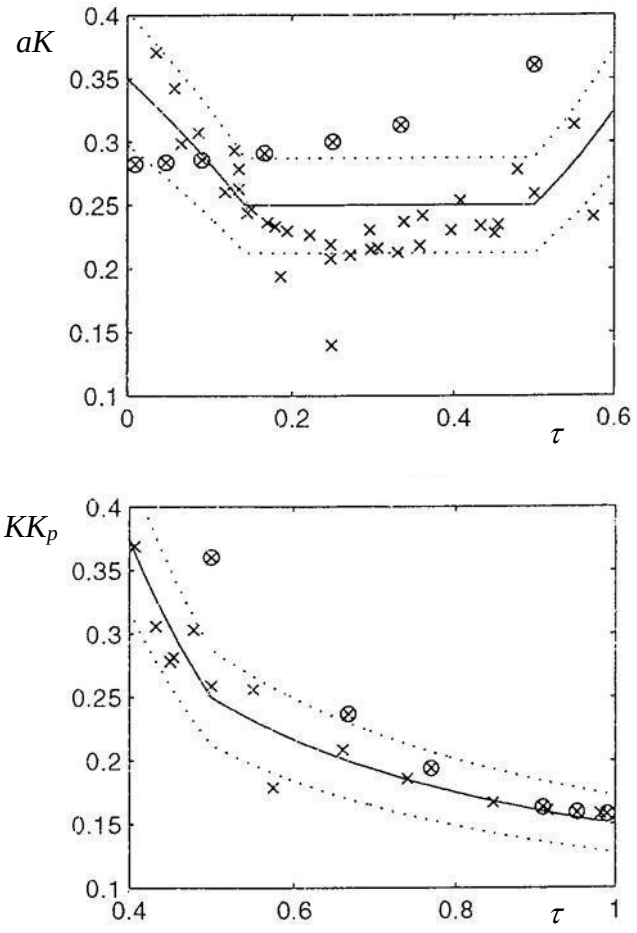
$$K = \begin{cases} \dfrac{0.35}{K_v L} - \dfrac{0.6}{K_p}, L < T/6 \\ \dfrac{0.25T}{K_p L}, T/6 < L < T \\ \dfrac{0.1T}{K_p L} + \dfrac{0.15}{K_p}, T < L \end{cases} \tag{3.6}$$

(3.6)'da verilen kazanç Şekil 3.6'da kesiksiz çizgi ile, ± %15'lik bölge ise kesikli çizgiler ile gösterilmiştir. Hemen hemen tüm noktaların kesikli çizgilerin içinde olduğu görülmektedir. Yuvarlaklar ile belirlenen noktaların tümü G_1 sisteminden gelmektedir. Bu saf KLT modeller sonraki bölümde irdelenmiştir. $\tau \approx 0.2$ civarında %15'lik bölgenin dışında kalan iki nokta ζ = 0.5 ve ζ = 0.7 için G_7 salınımlı

sisteminden gelir. $\tau \approx 0.6$ için % 15 limitinin dışına çıkan sistem $\alpha = 2$ için elde edilen minimum fazlı olmayan G_6 sisteminden kaynaklanır. (3.6)daki tasarım kuralı integratif prosesleri de kapsar. Bu tür sistemlerde bağıl ölü zaman $\tau = 0$ ve statik kazanç K_p sonsuzdur. Bu yüzden (3.6) ifadesi

$$K = \frac{0.35}{K_v L} = \frac{0.35}{\alpha}$$

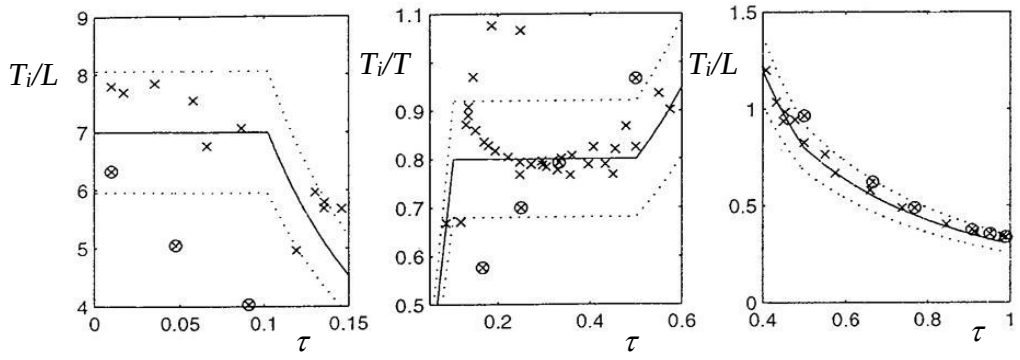
şekline dönüşür ve bu Şekil 3.5 açısından iyi bir uyarlamaya karşı düşer.



Şekil 3.6 Normalize edilmiş kontrolör kazançlarının normalize edilmiş ölü zamana göre değişimleri

T_i integral zamanı için uyarlama ilişkisini bulabilmek için Şekil 3.4'deki T_i/T oranının grafiği incelenirse τ'nin orta değerleri için bu oranın yaklaşık sabit olduğu, T_i/L incelendiğinde ise τ'nin küçük değerleri için bu oranı sabit olduğu görülür. Şekil 3.7 de bu bölgelerin şu şekilde birbirine eklendiği görülür.

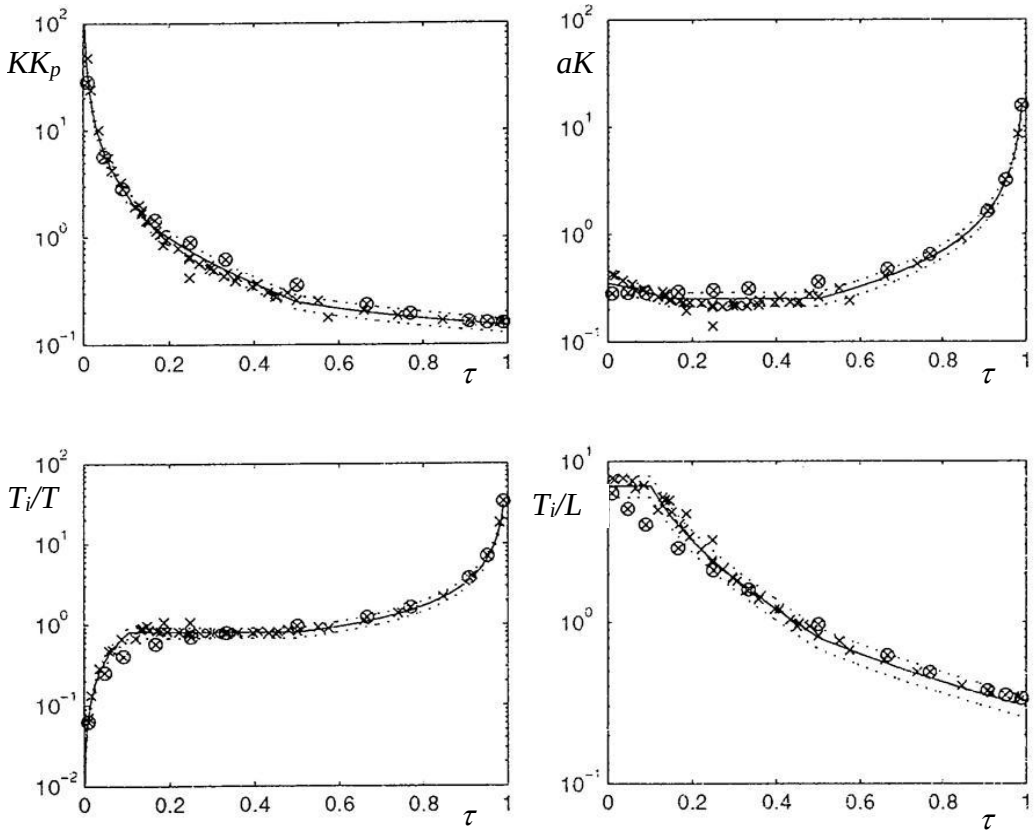
$$T_i = \begin{cases} 7L, L < 0.11T, \tau < 0.09 \\ 0.8T, 0.11T < L < T, 0.09 < \tau < 0.5 \\ 0.3L + 0.5T, T < L, \tau > 0.5 \end{cases} \quad (3.7)$$



Şekil 3.7 Normalize edilmiş integral zamanının normalize edilmiş ölü zamana göre değişimi

Buna göre Şekil 3.7'de kural çizgisi kesiksiz çizgi ile ± %15'lik bölge ise kesikli çizgilerle ifade edilmiştir. Bu durumda da noktaların büyük kısmının kesikli çizginin belirlediği bölgenin içinde bulunduğu görülür. Yuvarlak içine alınan noktalar G_1 prosesinden gelmektedir ve bu sistemin diğerlerinden farklı olduğu burada da görülür. %15 limit bölgesinin dışında kalan üç nokta G_6 salınımlı prosese aittir. (3.7) eşitliğindeki tasarım kuralları da integratörlü prosesleri kapsar. Bu tür sistem için (3.7) kuralı $T_i = 7L$ olarak ele alınır ve bunun Şekil 3.5'ten görüldüğü gibi iyi bir seçim aralığı olduğu anlaşılır.

Şekil 3.8'de bütün noktalar ve (3.6) ile (3.7)'dan elde edilen değerler kesiksiz çizgi ile gösterilmiştir. Şekildeki kesikli çizgi kontrol parametrelerini %15'lik değişim aralığını gösterir. (3.2)'deki hemen hemen bütün prosesler bu aralığın içinde yer alır. Bu, proseslerin çoğu için basit uyarlama yöntemi ile elde edilen kontrol parametrelerinin MIGO yöntemi ile elde edilen parametrelerinden %15'ten daha az bir farklılık gösterdiği anlamına gelir. İntegratörlü sistemlerin de eğrilere uyum sağlaması ilginçtir.



Şekil 3.8 Normalize edilmiş kontrol parametrelerinin normalize edilmiş ölü zamana göre değişimleri

Aşırı durumların da eğriye uyum sağladığı görülür. $G(s) = K_v e^{-sL/s}$ transfer fonksiyonunda τ = 0 için bir aşırı durum oluşur. MIGO tasarım yöntemi bu proses için KK_vL = 0.28 ve T_i = 6.7L değerlerini verirken (3.6) ve (3.7) eşitlikleri bu değerlere yakın olarak KK_vL = 0.35 ve T_i = 7L sonuçlarını verir. Benzer şekilde $G(s) = K_p e^{-sL}$ prosesi de τ = 1 için ekstrem bir durum oluşturur. MIGO tasarım kuralları ile KK_p = 0.16 ve T_i = 0.33L değerlerini verirken yeni ayar kuralları bu sonuçlara benzer şekilde KK_p = 0.15 ve T_i = 0.3L değerlerini önerir.

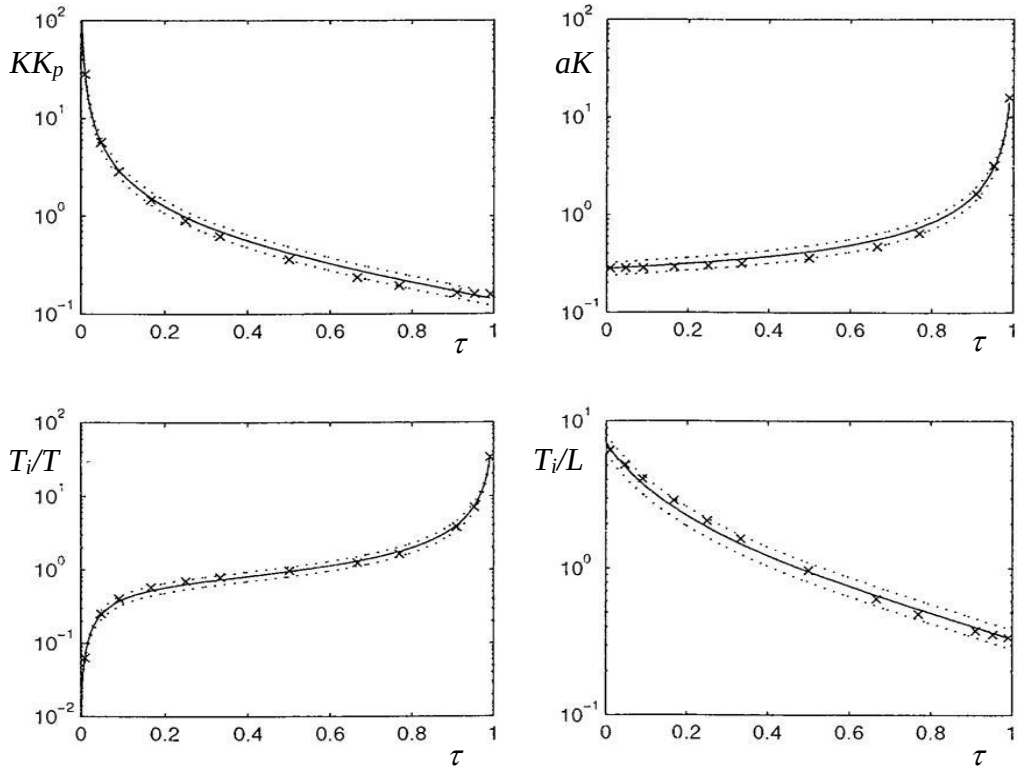
3.3.6 Saf KLT Yapılı Sistem

Şekil 3.6-8'de G_1 transfer fonksiyonuna sahip sistem noktaları yuvarlak içine alınmıştır. Şekillerden bu sistemin diğerlerinden bir miktar farklı olduğunu anlaşılır. Şekil 3.9 sadece bu sisteme ait noktaları göstermektedir. Bu tür değişik sınıflı sistemler için değişik uyarlama yöntemleri oluşturulabilir. Saf KLT yapılı sistemler için aşağıdaki alternatif basit ayar yöntemi elde edilmiştir.

$$KK_p = 0.14 + \frac{0.28T}{L}$$

$$T_i = 0.33L + \frac{6.8LT}{10L + T} \tag{3.8}$$

Şekil 3.9'da bu kuralın iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Özellikle ölü zamandan sonra belirgin bir köşenin gözlemlendiği saf yapılı KLT sistemlerinde bu ilişkiler daha iyi sonuç verir.



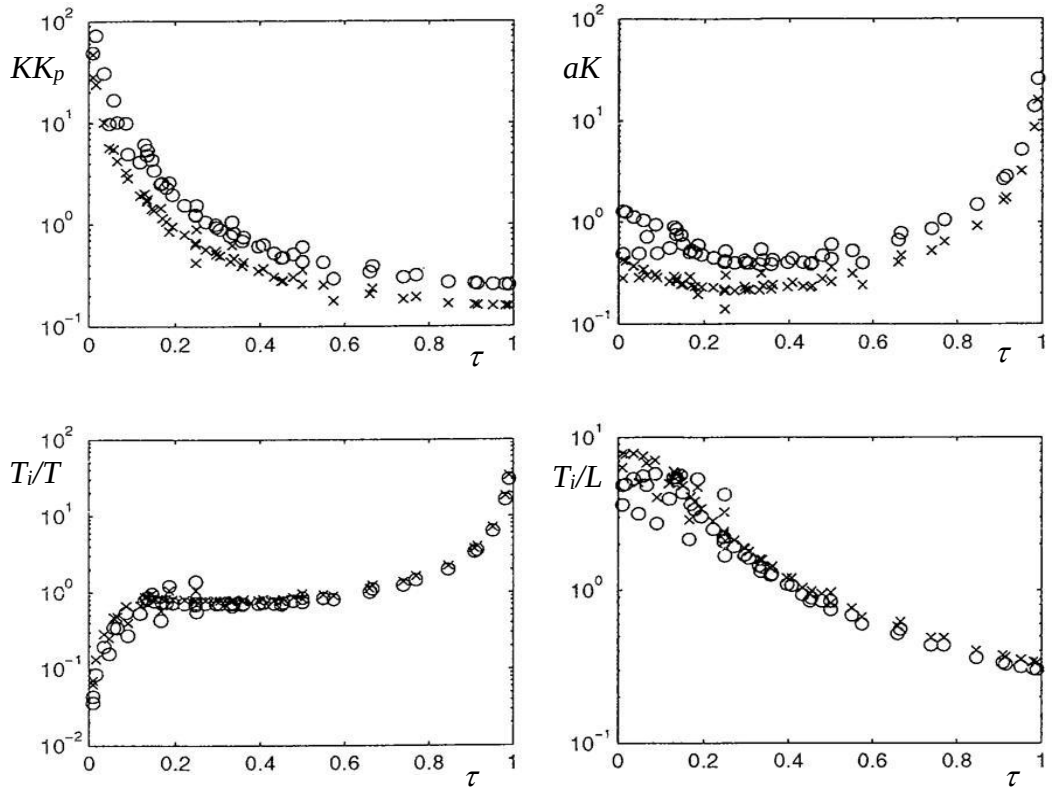
Şekil 3.9 Normalize edilmiş kontrol parametrelerinin normalize edilmiş ölü zamana göre değişimleri

3.3.7 Diğer Tasarım Özellikleri

Yeni ayar yöntemi, M_s değerinin bir tasarım kriteri olduğu MIGO tasarım yönteminden türetilmiştir. Yeni kurallar için, M_s = 1.4 değeri seçilmiştir. Bu tasarım parametresinin farklı değerde seçiminin ayar kurallarını ilginç şekilde değiştirir. Şekil 3.10'da M_s = 2.0 değeri için elde edilen kontrolör parametreleri görülmektedir. $\tau > 0.2$ değeri için integral zamanları yaklaşık olarak eşittir. Baskın faz gecikmeli proseslerde ($\tau < 0.2$) integral zamanı daha kısadır. Kontrolör kazançları τ'ya yaklaşık aynı şekilde bağlıdır fakat M_s = 2.0 değeri için elde edilen kazanç değeri M_s = 1.4

için elde edilenlerin yaklaşık iki katıdır. Dolayısıyla daha düşük dayanıklılık pahasına daha çevik bir kontrol

Elde etmek için kazancı artırmak yeterli olacaktır. M_s değeri azaltıldığında ise daha dayanıklı bir sistem oluşturulur. İntegral zamanı τ'nun küçük değerleri ve kazancın düşürüldüğü durumlar haricinde sabittir.



Şekil 3.10 M_s = 2.0 değeri için elde edilen kontrolör parametreleri

3.3.8 Geçerlilik

Yeni ayar kuralları ortaya konurken test kümesinin elemanı olmayan fakat benzer yapıda bir sistemle denenmesi gerekir.

Örnek1. Dağılmış parametreli bir sistem

Bir çubuktaki ısı iletimini temsil eden aşağıdaki sistemi göz önüne bulunduralım.

$$G(s) = \frac{1}{\cosh \sqrt{s}}$$

Bu transfer fonksiyonunun $s = -\pi^2/4, -9\pi^2/4, -25\pi^2/4 \ldots$ 'de kökleri vardır. Şekil 3.13 sistemin basamak ve impuls yanıtlarını verir. Bu sistem için K_p = 1, K_v = 1.85, L = 0.068 ve T = 0.424 bulunur. Bağıl gecikme zamanı küçük olduğundan (τ = 0.14), sistemi bir gecikmeye sahip integratör olarak yakınsamak doğaldır. (3.6) ve (3.7)'deki uyarlama ilişkileri kontrolör parametrelerini K = 1.6, T_i = 0.26 olarak verir. MIGO tasarım yöntemi ile aynı parametreler bu sonuçlara yakın olarak (K=1.6, T_i = 0.26) elde edilir.

3.3.9 Özet

Burada PI kontrolörleri için MIGO tasarım yönteminden yeni uyarlama yöntemleri ortaya konmuştur. Bu yaklaşık MIGO yöntemine AMIGOs adı verilir. Bu yöntem gereği sistemlere

$$K = \begin{cases} \dfrac{0.35}{K_v L} - \dfrac{0.6}{K_p}, L < T/6 \\ \dfrac{0.25T}{K_p L}, T/6 < L < T \\ \dfrac{0.1T}{K_p L} + \dfrac{0.15}{K_p}, T < L \end{cases}$$

$$T_i = \begin{cases} 7L, L < 0.11T \\ 0.8T, 0.11T < L < T \\ 0.3L + 0.5T, T < L \end{cases} \qquad (3.9)$$

kuralları uygulanmıştır. Bu kurallar integratörlü sistemlere de uygulanmış ve K=0.35/(K_vL) ve T_i = 7L kuralları elde edilmiştir. T_{cl} kapalı çevrim yanıt zamanı integratörlü sistemler için yaklaşık 5L, saf ölü zamanlı sistemler için 2L dir. Saf KLT modelli sistemlerde ise aşağıdaki tasarım yöntemi ile daha iyi sonuçlar elde edilir.

$$K = \frac{0.14}{K_p} + \frac{0.28T}{LK_p}$$

$$T_i = 0.33L + \frac{6.8LT}{10L + T} \qquad (3.10)$$

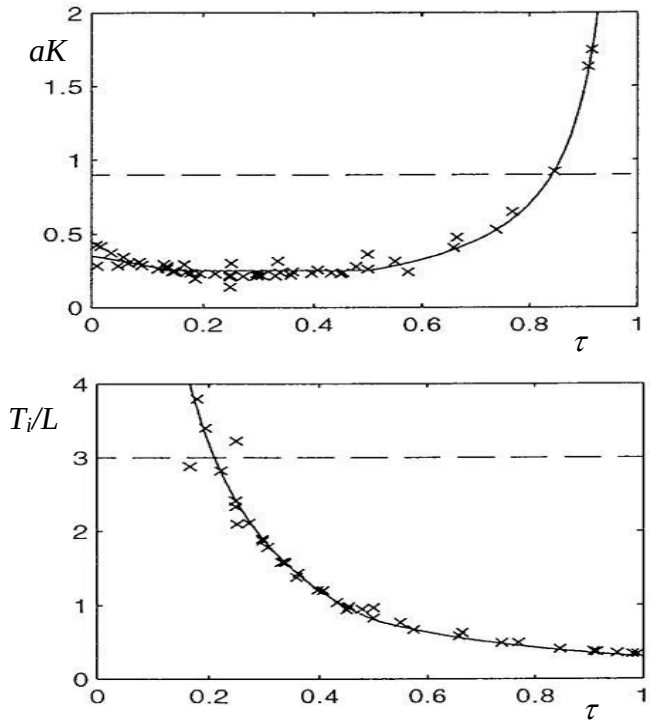
3.4 AMIGOS YÖNTEMİNİN ZİEGLER VE NİCHOLS İLE KARŞILAŞTIRILMASI

PI kontrolörler için Ziegler ve Nichols uyarlama yöntemi:

$$K = \frac{0.9T}{K_p L} = \frac{0.9}{K_v L} = \frac{0.9}{a}$$

$T_i = 3L$ ilişkileriyle verilir. (3.11)

Bu kural Şekil 3.11'de AMIGOs ile karşılaştırılmıştır. Ziegler ve Nichols yöntemi ile bulunan parametreler kesikli çizgiler ile gösterilmiştir. Ziegler ve Nichols yönteminin kazancı τ 'nun büyük değerleri hariç daha büyüktür. Bu kısmen d bağıl aşım genliğinin dörtte bire düşürülmesi prensibinin bir sonucudur. Öngörülen integrasyon zamanı da τ 'nun küçük değerleri hariç çok uzundur. Şekil açıkça ortaya koymaktadır ki sistemi sadece iki parametre ile ifade etmek yeterli değildir. Aşırı faz gecikmeli sistemler için Ziegler ve Nichols yönteminin önerdiği kazanç AMIGOs yönteminin üç katı, integrasyon zamanı ise AMIGOs yönteminin yarısı kadardır.



Şekil 3.11 Ziegler ve Nichols yöntemi ile AMIGOs yönteminden elde edilen normalize edilmiş kontrolör parametrelerinin kıyaslanması. Kesikli çizgi Ziegler ve Nichols, düz kesiksiz çizgi AMIGOs yöntemine aittir

3.4.1 Örnekler

Dizayn yöntemlerinin farklarını ortaya koymak için birkaç örnek incelenmiştir.

Örnek2. Baskın faz gecikmeli dinamiği olan bir sistem

Transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)}$$

olan bir sistemi göz önünde bulunduralım. Sistemi KLT modele benzeterek L= 0.105 ve T = 1.11 bulunur. Buradan L/T = 0.095 ve τ = 0.09 olduğu görülür. Sistem dinamiği baskın faz gecikmelidir. MIGO, AMIGOs ve Ziegler ve Nichols yöntemlerinden elde edilen parametreleri Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1 Üç yöntemle elde edilen kontrolör parametreleri.

Yöntem	K	T_i	k_i	M_s
AMIGOs	3.1	0.74	4.2	1.4
Z ve N	9.5	0.32	30	2.9
MIGO	3.2	0.74	4.4	1.4

Ziegler ve Nichols yöntemi ile elde edilen kazanç değeri diğer yöntemlerden elde edilen değerlere göre farklılık gösterir. AMIGOs ve MIGO yöntemlerinden elde edilen parametrelerin yaklaşık eşit olması ortaya konan yöntemin gerçek transfer fonksiyonu kullanılmadan yapılan tasarımda az bir kayıp oluşturduğunu göstermektedir. Ziegler ve Nichols yöntemi AMIGOs yönteminin üç katı kazanç değeri ve yaklaşık yarısı kadar integral zamanı önermektedir. Ziegler ve Nichols yöntemi ile bulunan kontrolör yük değişimlerinde etkin şekilde sonuçlar vermektedir. Bu diğer taraftan dayanıklılığı azaltmaktadır.

Örnek3. Dengelenmiş faz ilerleme ve gecikme

Transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$$

şeklinde verilen sistemi ele alalım.

Sistemi *KLT* modele benzeterek L = 1.42 ve T = 2.9 bulunur. Dolayısıyla L/T = 0.5 ve τ = 0.3'tür. MIGO, AMIGOs ve Ziegler ve Nichols yöntemlerinden elde edilen parametreler Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2 Üç yöntemle elde edilen kontrolör parametreleri.

Yöntem	K	T_i	k_i	M_s
AMIGOs	0.51	2.3	0.22	1.5
Z ve N	1.8	4.3	0.43	3.2
MIGO	0.43	2.3	0.19	1.4

Ziegler ve Nichols yöntemi ile elde edilen kazanç birbirine yakın değerler veren AMIGOs ve MIGO yöntemleri ile elde edilenlerin yaklaşık dört katıdır. Ayrıca Ziegler ve Nichols yönteminin önerdiği integral sabiti diğerlerinin yaklaşık iki katıdır. Ziegler ve Nichols ile elde edilen sistem yanıtı beklendiği gibi salınımlıdır.

Örnek4. Baskın ölü zamanlı sistem

$$G(s) = \frac{1}{(0.05s+1)^2} e^{-s}$$

Sistemi *KLT* modele benzeterek L = 1.0 ve T = 0.09 bulunur. Dolayısıyla L/T = 11 ve τ = 0.9'tür. MIGO, AMIGOs ve Ziegler ve Nichols yöntemlerinden elde edilen parametreleri Tablo 3.3'de verilmiştir

Tablo 3.3 Üç yöntemle elde edilen kontrolör parametreleri

Yöntem	K	T_i	k_i	M_s
AMIGOs	0.16	0.35	0.46	1.4
Z ve N	0.083	3.0	0.027	1.1
MIGO	0.16	0.37	0.43	1.4

AMIGOs ve MIGO yöntemlerinden elde edilen parametrelerin yaklaşık eşit olması ortaya konan yöntemin gerçek transfer fonksiyonu kullanılmadan yapılan tasarımda az bir kayıp oluşturduğunu göstermektedir. Ziegler ve Nichols yönteminden elde edilen kazanç değeri AMIGOs'tan elde edilenin yaklaşık yarısıdır. Aynı yöntemin integral zamanı AMIGOs'nun değerinden dokuz kat büyüktür. k_i integral kazancı AMIGOs yönteminde 17 kat büyüktür. İntegral işlemi baskın ölü zamanlı sistemlerde kilit önemde olduğundan Ziegler ve Nichols yönteminden iyi bir kontrol performansı vermesi beklenemez. Ziegler ve Nichols'dan elde edilen yanıt oransal ve integral kazançların çok düşük olmasından dolayı ağırdır.

Örneklerin sonuçlarını özetlersek aşağıdaki yorumlara ulaşırız.

- Önerilen yöntem AMIGOs her durumda en iyi sonucu vermektedir. Performanstaki farklar belirgindir.
- Ziegler ve Nichols uyarlama yöntemi ise sistemlerde oldukça yavaş yanıtlar verir.

3.4.2 Sonuçlar

PI kontrolör ayar kuralları Ziegler ve Nichols yönteminin ışığında gözden geçirilip yenilenmiştir. Basit ayar kurallarının yaklaşık tekdüze basamak yanıtlı bir küme sistem için geliştirilebileceği görülmüştür. Kararlı sistemler üç parametre; K_p kazanç, T zaman sabiti, L gecikme zamanı ile ifade edilmek zorundadır. Integratörlü sistemler ise L gecikme zamanı ve K_v hız kazancı ile ifade edilirler. Bu parametreler

basamak yanıtı deneyinden elde edilirler. Bu parametrelere bağlı olarak Ziegler ve Nichols'tan daha iyi yanıtlar verecek basit uyarlama kuralları geliştirilebilir. Bu kurallar (3.9)'da özetlenmiştir. Bu kurallar ise integral kazancını, M_s en büyük duyarlılık kısıtlaması altında, eniyilemek yoluyla elde edilmiştir. Pek çok sistemde sistem dinamiği L ölü zaman ile T zaman sabiti arasında $0.15 < L/T < 1$ ilişkisini sağlayan bir sınırlama getirir. Bu tür sistemler için yeni kurallar oldukça basit hale gelmektedir.

$$K = \frac{0.25T}{K_p L} \quad , \quad T_i = 0.8T$$

Kuralların geliştirilmesi sistem davranışları hakkında daha etraflı bilgi edinmeyi olanaklı kılar. L/T oranı sistem davranışında önemli bir unsurdur. Bu oranın küçük olduğu sistemlere baskın faz gecikmeli sistemler denir. Bu tür prosesleri kontrolde esas katkıyı oransal kısım yapar. Baskın faz gecikmeli sistemlerde yüksek kazanç ve büyük bant genişliği gerçekleştirilebilir. Bu proseslerde daha karmaşık kontrolörler kullanmak faydalı olabilir. L/T oranının sıfıra yaklaştığı özel durumda uyarlama kuralı;

$$K = \frac{0.35}{K_v L}, \quad T_i = 7L \text{ olur.}$$

Integratörlü sistemler bu gruba dahildir.

L/T oranının büyük olduğu sistemler baskın ölü zamanlı sistemlerdir. İntegral kısım kontrolde önemli katkıyı sağlar. Bu tür sistemler PI kontrolör ile başarıyla kontrol edilir ve daha karmaşık kontrolörler kullanmak küçük katkılar sağlar. L/T oranının sonsuza yaklaştığı özel durumda uyarlama kuralı;

$$K = \frac{0.15}{K_p}, \quad T_i = 0.3L$$

şeklini alır.

$L \approx T$ olduğu sistemlere dengeli sistemler denir. Bu sistemler PI kontrolörle iyi şekilde kontrol edilirler fakat türevsel kısmın kullanılması ile daha başarılı kontrol gerçekleştirilebilir.

KAYNAKLAR

[1] **Hagglund, T., Aström, K.J.**, 2002. Revisiting the Ziegler-Nichols Tuning Rules for PI Control, *Asian Journal of Control.*, **4,** 364-380.

[2] **Aström, K.J.**, **Panagopoulos**, **H.**, **Hagglund, T.,** 1998. Design of PI Controllers based on Non-Convex Optimization, *Automatica.*, **5,** 585-601.

[3] **Kuo, B.C.,** 1999. Otomatik Kontrol Sistemleri, Literatür Yayıncılık, İstanbul.

ÖZGEÇMİŞ

Hakan Develi 1977 tarihinde İstanbul'da dünyaya gelmiştir. İlk öğrenimini tamamladıktan sonra 1991 yılında Pertevniyal Lisesine girmiş ve 1994 yılında mezun olmuştur. 1995 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Elektrik Mühendisliği Bölümüne girmeye hak kazanmıştır. 2000 yılında lisans eğitiminden mezun ve aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Mühendisliği Anabilim dalına bağlı olan Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programına kaydolmuştur. Kendisi halen bu bölümde öğrenciliğine devam etmektedir.