T.C

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AĞIR İYON PARÇALANMALARINDA UYARILMA ENERJİSİNİN PARÇALANMA ÜRÜNLERİNE ETKİSİ

FATMA BUSE GÜLER

YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI
Konya, 2010

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

AĞIR İYON PARÇALANMALARINDA UYARILMA ENERJİSİNİN PARÇALANMA ÜRÜNLERİNE ETKİSİ

FATMA BUSE GÜLER

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Nuretdin EREN

2010, 65 Sayfa

Juri: Yrd. Doç Dr. Nuretdin EREN
Doç. Dr. Nihal BÜYÜKÇİZMECİ
Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA

Bu çalışmada ağır iyon parçalanmalarında düşük enerjilerden başlayarak yüksek enerjilere kadar uyarılmış farklı ağır iyonların nükleer parçalanma olayını ve ürünleri istatistiksel olarak inceledik. Çeşitli reaksiyonlar için uyarılma enerjisinin parçalanma ürünlerine etkilerini istatistiksel çok katlı parçalanma modelini (SMM) kullanarak sonuçlar elde ettik. Bu amaçla istatistiksel çok katlı parçalanma modeli (SMM) temelinde çeşitli nötron-proton (N/Z) oranlarındaki Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdeklerini analiz ettik. Bu hesaplamalar ile fisyon, çoklu parçalanma ve buharlaşmayı kapsayan nükleer reaksiyonlar için kütle dağılımı, yük dağılımı ve kalorik eğri istatistiksel çoklu parçalanma modeli ile incelenmiştir. Bunlara ek olarak farklı uyarılma enerjilerinde T sıcaklıklarını belirleyip, bu sıcaklık değerlerinin uyarılma enerjileriyle değişimlerinin sıvı-gaz faz geçişiyle ilişkisi gösterilmiştir. Hesaplamalarda elde edilen sonuçların deneysel sonuçlarla uyumlu olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler : İstatistiksel çok katlı parçalanma modeli (SMM), kütle dağılımı, yük dağılımı, kalorik eğri, faz geçişi, uyarılma enerjisi, fisyon.

ABSTRACT

EFFECT of EXCITATION ENERGY in YIELD of FRAGMENTATION of HEAVY IONS

FATMA BUSE GÜLER

Selçuk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Deparment of Physics

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Nuretdin EREN
2010, 65 Pages

Jury: Assist. Prof. Dr. Nuretdin EREN
Assoc. Prof. Dr. Nihal BÜYÜKÇİZMECİ
Assist. Prof. Dr. Kaan MANİSA

In this study, we have investigated the nuclear fragmentation phenomena and yields of the different heavy ions starting from lower to higher excitation energies as statistically. We have obtained some results with different excitation energies which effects the fragmentation yields for different reactions, using the Statistical Multifragmentation Model (SMM). For this purpose we have analyzed the N/Z ratio of different nuclei Sn^{124}, U^{236} and Th^{232} on the basis of the Statistical Multifragmentation Model (SMM). In these calculations, mass distributions, charge distributions and caloric curves are investigated for nuclear reactions including fission, nuclear multifragmentation and evaporation. In addition to these calculations, we have determined the values of temperature T and their relations to the liquid-gas phase transition at different excitation energies. It is seen that our results exhibit the same trend with the experimental ones.

Key words: Statistical Multifragmentation Model (SMM), mass distribution, charge distribution, caloric curve, phase transition, excitation energy, fission.

ÖNSÖZ

Bu çalışma Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne Yüksek Lisans tezi olarak sunulmuştur.

Bu tezin hazırlanmasında bilgi ve tecrübeleri ile bu konuda çalışmamı öneren, teşvik eden danışman hocam Sayın Yrd.Doç.Dr. Nuretdin EREN' e teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans çalışmamda, İstatistiksel Çok Katlı Parçalanma Modeli (SMM) ve bilgisayar programı kullanımını öğreten, çalışmalarımda öneri ve desteğini esirgemeyen, sorularımı bıkmadan cevaplayan hocam Sayın Doç.Dr. Nihal BÜYÜKÇİZMECİ' ye teşekkürü bir borç bilirim.

Takıldığım konularda çekinmeden yardımlarına başvurduğum hocalarım Sayın Prof.Dr Rıza OĞUL ve Sayın Yrd.Doç.Dr Mehmet ERDOĞAN' a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım esnasında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme özelliklede kardeşime sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım boyunca yanımda olan manevi desteklerini eksik etmeyen arkadaşlarıma ve bölümümüzün tüm öğretim üyelerine de teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET iii

ABSTRACT iv

ÖNSÖZ v

İÇİNDEKİLER vi

1. GİRİŞ 1

2. İSTATİSTİKSEL ÇOK KATLI PARÇALANMA MODELİ 6

2.1. İstatistiksel Çok Katlı Parçalanmanın Tanımı 6

2.2. Nükleer Çok Katlı Parçalanmanın Fiziksel Tanımı 12

2.3. Bozunma Durumlarının Sınıflandırılması 16

2.3.1. Bozunma şekillenimi 16

2.3.2. Parçalanma olayı 18

2.3.3. Parçalanma dağılımı 19

2.4. İstatistiksel Topluluklar 20

2.5. Parçalanan Bir Sistemin Serbest Enerjisi 23

2.5.1. Serbest enerjinin ayrışması 23

2.6. Serbest Enerjiye Temel Katkılar 25

2.6.1.Parçacıkların geçiş hareketi 25

2.6.2. Bulk serbest enerjisi 27

2.6.3. Yüzey serbest enerjisi 29

2.6.4. Parçalanan bir sistemin Coulomb enerjisi 30

2.7. Hafif Salkımlar(Light Clusters) 31

2.8. Parçalanmaya Bariyerleri 32

2.9. Tek Bozunma Olaylarının Türetilmesi 34

2.9.1 Bir bölmenin oluşumu 34

2.10. Ayrışmadan Sonra Parçacıkların Yayılmaları ve Yeniden Uyarılmaları 37

3.İSTATİSTİKSEL ÇOK KATLI PARÇALANMA MODELİNE GÖRE YAPILAN HESAPLAMALAR 38

3.1. Bileşik Çekirdeğin Düşük Enerjilerdeki Fisyonunun Hesaplanması 39

3.2 .Farklı Uyarılma Enerjilerinde Çekirdeklerin Kütle ve Yük Dağılımı..... 42

3.3 .Kalorik Eğrinin Hesaplanması 46

3.3.1. Çok katlı parçalanma olayını sonlu bir nükleer sistemin sıvı-gaz faz geçişinin belirtisi olduğunun gösterimi 46

3.3.2. Nükleon başına farklı uyarılma enerjilerinde sıcaklığın değişiminin hesaplanması..... 48

4. SONUÇLAR VE YORUMLAR 51

5. KAYNAKLAR..... 54

1. GİRİŞ

Nükleer Fizik alanında yapılan bilimsel araştırmaların hedeflerinden birisi de; nükleer maddenin yüksek sıcaklık ve basınç altında davranışını, durum denklemini belirlemek ve olası faz dönüşümlerini ortaya çıkarmaktır. Yeni hızlandırıcılarda orta ve yüksek enerjide ağır iyonlar, pionlar ve yüksek şiddetli proton ışınları üretilebilmektedir. Hedef çekirdekle hedefe gönderilen çekirdek (projectile nuclei) veya hızlandırılan parçacıkların esnek olmayan (deep-inelastic) çarpışmaları, nükleer sistemi, nükleer taban durumundan uyarılmış durumdaki ara nükleer sisteme çevirebilir. Yeterli yüksek uyarma enerjilerinde, çekirdeğin iç özellikleri, özellikle kabuk yapısı önemini kaybeder ve çekirdek veya hadronik maddenin uyarılmış durumdaki özellikleri hakkında bilgi edinilebilir. Günümüzde, hızlandırıcıların parçacıklara kazandırdığı uyarma enerji aralığı, MeV mertebesi ile birkaç GeV mertebesi aralığındadır. İyonların çarpışıp kaynaşması sonucu sistem termodinamik dengeye ulaşır ve böylece sıcak bir bileşik çekirdek oluşur. Bileşik çekirdek durumu yalnızca düşük uyarma enerjilerinde geçerli olacaktır. Bunun sebebi hafif parçacıkların buharlaşması ve fisyon kanallarının baskın olmasıdır. Düşük enerjilerde bileşik çekirdekte karakteristik olarak nükleon başına 1-2 MeV uyarılma enerjisi depo edilir. Bileşik çekirdek belli bir süre yaşadıktan sonra ağır olmayan parçacık ve ışın yayınlayarak soğur veya ikiye bölünerek bozunur. Hedefe gönderilen çekirdeğin enerjisi arttıkça bileşik çekirdeğe depo edilen uyarma enerjisi ve bileşik çekirdeğin sıcaklığında da artış olur. Bunun yanı sıra oluşan bileşik çekirdek sıkışır ve sistemin yoğunluğunda yükseliş gözlenir. Bu nedenle yüksek enerjilerde bileşik çekirdeği sıcak ve sıkışmış bir ara durum gibi düşünmek daha uygun olur. Ara durumun hayatta kalma süreci bileşik çekirdekte depolanan uyarılma enerjisi ve basınca bağlı olarak değişir. Yüksek olan uyarılma enerjilerinde, yüksek basınç ve sıcaklıktan kaynaklanan genişleme safhasına girmeden sistem tamamen proton ve nötronlara ayrılır. Bu duruma buharlaşma veya patlama adı verilir. Sistem; ilk sıcaklık ve basınç çok yüksek değilse, genişleme safhasında buharlaşma yerine, irili ufaklı nükleer damlalara ayrılır. Bu duruma nükleer çok katlı parçalanma (multifragmentation) diyebiliriz.(Bondorf 1976).

Parçalanma ve buharlaşma olayları homojen nükleer maddenin dinamiği göz önüne alınarak incelenebilir. Nükleer kuvvetler kısa mesafelerde itici uzun mesafelerde çekici olduğundan, homojen nükleer maddenin durum denklemi Van der Waals denklemine benzer. Sıkışabilirlik (compressibility) katsayısının negatif olduğu yerde nükleer madde kararsızdır. Nükleer madde,kararsız bölgedeki büyük genlikli yoğunluk dalgalanmalar sonucu,irili ufaklı nükleer damlacıkların karışımı şeklinde bulunurlar.Damlalar arası etkileşmelerin kargaşalı (chaotic) olarak geliştiğim kabul edersek, donma hacminde nükleer damlalardan oluşan sıvı faz ile nükleonlardan oluşan gaz fazının termodinamik denge halinde olduğunu düşünebiliriz. Bu durumda parçalanma olayını nükleer maddenin sıvı-gaz faz dönüşümü olarak görebileceğimizi kanıtlar. Uyarılmış nükleer maddede bir sıvı-gaz faz geçişi düşünülerek parçalanma olayı çalışılabilir (Jaqaman ve ark. 1983, Curtin ve ark. 1983, Siemens 1983, Goodman ve ark 1984). Sıcak nükleer madde ve sonlu çekirdeğin termodinamik özellikleri olaycıl yaklaşımlar (Ravenhall ve ark. 1983), Varyasyonel Metot, Hartree-Fock Yöntemi, Thomas-Fermi Yaklaşımı (Suraud 1987, Müller ve Dreizler 1994), Relativistik Ortalama Alan Yaklaşımı ve Sanki Parçacık Yaklaşımı gibi çeşitli yöntemlerle çalışıldı. Bu yöntemlerle sıcak nükleer maddenin sıvı-gaz faz geçişi gösteren karakteristik bir Van der Waals davranışına sahip olduğu belirlenmiştir.Faz geçişi bütün modellerle tahmin edilebilmesine rağmen, özelliklerinde önemli belirsizlikler vardır. Örneğin, çeşitli modellerle yapılan hesaplamalarda T_C kritik sıcaklık değerleri 10-22 MeV arasında değişir.

Nükleer maddenin dinamik olarak nasıl hareket edeceği başlangıçtaki sıcaklık ve yoğunluğa bağlıdır. Sıkışmış ve sıcak madde basıncın etkisiyle radyal olarak genişler. Eğer sıcaklık kritik bir değerin üzerinde ise basınç her yerde pozitif olduğundan madde dışarı doğru hareketlenir. Potansiyel enerji ve kısmen termal enerji kolektif enerjiye dönüşür ve madde aniden buharlaşır. Başlangıçta sıcaklık ve yoğunluk pek fazla değilse, belli bir noktadan sonra basınç negatif olduğunda genişleme yavaşlar ve madde normal yoğunluk civarında salınır. Başlangıçta sıcaklık ve yoğunluk kritik şartların altında ise genişleme durmadan önce yoğunluğu azalacağı için madde kararsız bölgeye girebilir ve bu da parçalanmaya (droplet formation) yol açabilir.

Kararsız bölgedeki nükleer maddenin termodinamik özelliklerini damlalar arası etkileşmeleri hesaba katarak istatistik mekaniğin temel prensiplerine göre incelemek uygun olacaktır. Belli enerjide ve belli sayıda parçacıktan oluşan kapalı bir sistem için, sistemin mikrokanonik dağılım fonksiyonunun bulunması gerekir. Bulunan bu fonksiyonundan sistemin bütün termodinamik ve istatistiksel özelliklerini ortaya çıkarmak mümkündür. Deney verileri sistemin donma hacminde sıcaklığın 5 MeV civarına ulaştığında bir faz dönüşümünü ve dolayısıyla bozunma mekanizmasının değiştiğini göstermektedir. Bu da ölçülen kütle ve yük dağılımlarından bulunan kritik sıcaklığa genel olarak uyum sağlamaktadır.

Genel anlamda parçalanma olayının dinamik olarak ele alınması gerekir. Ortalama alan yaklaşımında bütün açık kanallar üzerinden alınan ortalama tek parçacık yoğunluk matrisi veya ortalama faz uzayı dağılım fonksiyonu göz önüne alınır. Faz uzayı dağılım fonksiyonu klasik limitte Boltzmann denklemine benzer bir transport denklemi Boltzmann-Uehling-Uehlenbeck (BUU) ile belirlenir. BUU denklemi hem nükleonlar arası iki parçacık etkileşmelerini hem de ortalama potansiyel alanın sıkıştırma etkisini içine alır. Ortalama alan dinamiğinde, potansiyel alandaki dalgalanmalar ihmal edildiği için sadece reaksiyonun ortalama davranışını incelemek mümkündür. Parçalanma olayının incelenebilmesi için potansiyel dalgalanmaların hesaba katılması gerekir. Brown parçacığının hareket probleminde olduğu gibi ikili çarpışmalar hem sistemi dengeye ulaştırır, hem de potansiyel alanın da dalgalanmalara yol açar. Potansiyel dalgalanmalarını hesaba katarak ortalama alan dinamiğini genelleştirmek mümkündür ve dalgalanan faz uzayı dağılım fonksiyonu bir stokastik transport denklemi ile belirlenir. Hareket denklemi belli ilk şartlara karşılık gelen birden fazla çözüm verir. Her çözüm belli bir parçalanma kanalına karşılık gelir. Dolayısıyla genelleştirilmiş ortalama alan dinamiği çerçevesinde nükleer parçalanma olayını mikroskobik olarak incelemek mümkündür.

Orta enerjilerde (nükleon başına bombardıman enerjisi, (E/A= 2-12 MeV) ağır iyon reaksiyonları üzerine hem deneysel hem de teorik çalışmalar yoğun bir şekilde çalışılmaktadır. Deneysel çalışmalarda, reaksiyon mekanizmasının iyi bir şekilde bulunabilmesi için ortaya çıkan tüm reaksiyon ürünlerinin kütle, enerji ve açısal dağılımlarının ölçülmesi zorunludur. Bu yüzden geniş yüzeyli dedektör sistemlerinin olması gerekir. Teorik açıdan reaksiyon mekanizmasının incelenmesi için

gerçekçi ve çok parçacık bağlantılarını içine alan dinamik modellerin geliştirilmesi gereklidir.

Coulomb etkileşiminin ihmal edildiği ve termodinamik denge şartının sağlandığı sonsuz nükleer madde tanımı gerçekçi bir tanım olarak kabul edilmez. Çünkü gerçek nükleer sistemler sonludur ve birkaç yüz nükleondan oluşmaktadır. Bu sebeple, sonlu parçacık etkileri faz geçişlerinde önemli değişimler meydana getirir. Bundan dolayı, gerçekçi bir hesaplamada yüzey ve Coulomb etkileri göz önüne alınmalıdır. Son yirmi yıl içinde bütün bu etkiler farklı modellerle yoğun bir biçimde çalışılmaktadır. Özellikle, doyma yoğunluğunun altındaki yoğunluklarda yüzey gerilimi ve Coulomb etkileşiminin madde dağılımının geometrisini önemli ölçüde etkilediği gösterilmiştir (Ravenhall ve ark. 1983, Oğul ve Atav 2003, Manisa ve ark. 2005). Yeterince düşük yoğunluklarda $\rho < \frac{\rho_0}{2}$ ve sıcaklıklarda ($T < T_C$) farklı büyüklükte damlacıkların oluştuğu sıvı faz ortaya çıkar. Daha yüksek yoğunluklarda ($\frac{\rho_0}{2} < \rho < \rho_0$) gaz (bubble veya kabarcık) faz oluşabilir. Böylece, geniş kütle spektrumlu çok sayıda nükleer parçacıkların oluşumu (nükleer parçalanma) sıvı-gaz faz geçişinin özel bir şekli olarak ele alınabilir.

Bu yüksek lisans çalışmasında, uyarılmış nükleer sistemleri çok uygun biçimde tanımlayabilen İstatistiksel Çok Katlı Parçalanma Modeli (Statistical Multifragmentation Model, SMM) kullanıldı. (Bondorf ve ark. 1982-1995). SMM, basit ve uyarılmış durumdaki nükleer sistemlerin tanımlanması için çok uygundur. Buna göre, yüksek uyarma enerjisinde sistemin girilebilir durumlarının sayısı artar ve parçalanma süreci içerisinde çeşitli bozunma kanallarının olasılıkları, istatistiksel ağırlık fonksiyonu ile belirlenir. Böylece olası bütün serbestlik dereceleri hesaba katılmış olur. Bu model (SMM) ile bugüne kadar yapılan hesaplamalar, deneysel değerlerle çok iyi uyuşmaktadır. İleride bu modeli daha detaylı olarak ele alacağız. Tezin içeriğini aşağıdaki gibi özetleyebiliriz.

İkinci bölümde, istatistiksel yaklaşımın tarihi gelişiminden başlayarak, kullanılacak olan SMM ve matematiksel ifadeler kısaca tanıtılacaktır. Üçüncü bölümde Sn^{124}, U^{236}, Th^{232} çekirdeklerinin çeşitli uyarılma enerjilerindeki parçalanma özelliklerini belirlemek için SMM kullanılacaktır. Nükleon başına 3-10 MeV uyarma

enerjisi aralığındaki, çekirdeklerin kütle ve yük dağılımları için yapılan hesaplar tartışılarak, nükleon başına uyarılma enerjisinin sıcaklıkla değişiminin grafiği (kalorik eğri) verilecektir. Kritik sıcaklık, entropi gibi termodinamiksel nicelikler hesaplanarak kalorik eğri tartışılacaktır. Parçalanma sürecinde ortaya çıkan parçacıkların kütle ve yük dağılımlarına, çekirdeklerin N/Z oranlarının etkileri tartışılacaktır. Dördüncü bölümde, elde edilen sonuçlar tartışılarak yorumlanacaktır.

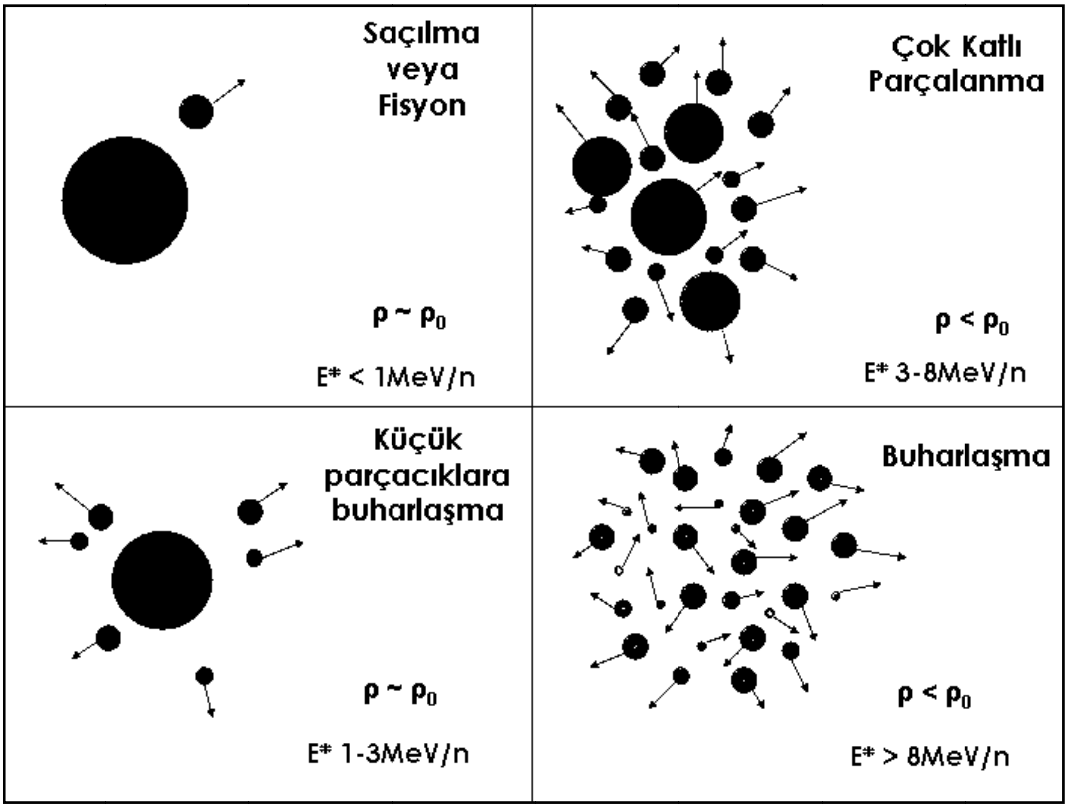
2. İSTATİSTİKSEL ÇOK KATLI PARÇALANMA MODELİ (STATISTICAL MULTIFRAGMENTATION MODEL, SMM)

2.1. İstatistiksel Çok Katlı Parçalanmanın Tanımı

Günümüzde sınır şartlar altında sonlu çekirdek sistemleri için kullanılan pek çok çalışma vardır. Yeni hızlandırıcılar orta ve yüksek enerjide ağır iyonlar, anti protonlar, pionlar ve yüksek şiddetli proton ışınları üretirler. Hedef çekirdek ile gönderilen parçacıkların deep-inelastik çarpışmaları nükleer taban seviyesinden uzaktaki ara nükleer sistemlerin oluşumu ile sonuçlanabilir. Yeterince yüksek uyarılma enerjilerinde çekirdeğin iç özellikleri -özellikle kabuk yapısı- önemsiz olur ve çekirdek veya hadronik maddenin küresel özellikleri çalışılabilir. Şu anda parçacıkların ulaşılabilen uyarılma enerjileri aralığı nükleon başına MeV'den birkaç yüz GeV'e kadardır.

Yeni deneysel olanaklar, artan uyarılma enerjisiyle çekirdek özelliklerinin evrimi ve bozunma mekanizmaları çalışmalarında büyük ilgi uyandırmıştır. Bir çekirdeğin 'bütün' olarak absorbe edebileceği en büyük uyarılma enerjisi problemi özel ilgi alanlarından biridir. SMM' de daima nükleer sistemin uyarılma enerjilerinin 'tek- parçacık' enerjilerinden dikkate değer derecede büyük olduğu düşünülür. Böyle uyarılmaların oluşumunda 'büyük serbestlik derecesi sayısı' yer alır. Bu durumda sıcaklık, entropi, vb. gibi termodinamiksel nicelikler dengedeki nükleer sistemi karakterize etmek için kullanılabilir. Nükleon başına E*~1MeV/n uyarılma enerjilerindeki çekirdeğin davranışı yoğun bir şekilde çalışılmış ve oldukça iyi de anlaşılmıştır. Bu uyarılma enerjilerinde nükleon yoğunluğu, soğuk nükleer maddenin ρ_0~0,15fm^{-3} doyum (saturation) yoğunluğuna yakın bulunmuş ve küresel nükleer özellikler standart sıvı damlası modeli ile çok iyi tanımlanmıştır. Bileşik çekirdekten buharlaşma ile parçacıkların ardışık saçılması veya bu çekirdeklerin fisyonu temel yeniden uyarılma (de-excitation) mekanizmalarıdır. Bu tanımlama yalnızca yeni bir denge durumu için bileşik çekirdeğin durulmasında ardışık saçılmalar arasında yeterinde zaman varsa doğrulanabilir. Toplam bağlanma enerjisi ile kıyaslanabilir uyarılma enerjilerinde, E*~5–8MeV/n, uzun ömürlü bileşik çekirdeğin var olması

mümkün değildir. Bu durumda, buharlaşma-tipi (evaporation-like) bozunma mekanizması, çekirdeğin toplam parçalanması ve değişik kütlelerdeki nükleer parçacıkların çoklu yayılımına öncülük eden patlama-tipi (explosion-like) bir sürece yol vermelidir. Çok katlı parçalanmanın son aşamalarına yol açan hızlı süreç ilk kez, "çok katlı parçalanma" isminin tanıtıldığı, Bondorf 1976 tarafından tartışılmıştır.



Şekil 2.1 Farklı uyarma enerjilerinde çekirdeğin parçacıklarına ayrışması şekillenimi.

Uyarılmış nükleer maddede bir sıvı-gaz faz geçişini düşünerek oldukça farklı bir başlangıç noktasında 'çok katlı parçalanma' kavramına gelinebilir (Jaqaman ve ark. 1983, Curtin ve ark. 1983, Siemens 1983, Goodman ve ark. 1984). Sıcak nükleer madde ve sonlu çekirdeğin termodinamiksel özellikleri birçok farklı yöntemle çalışılmıştır (Ravenhall ve ark. 1983, Suraud 1987, Müler ve Dreizler 1994). Bu yöntemler şüphe götürmez bir şekilde göstermiştir ki sıvı-gaz faz geçişindeki bir sistemin karakteristiğinde olan tipik Van der Waals davranışı sıcak nükleer maddenin

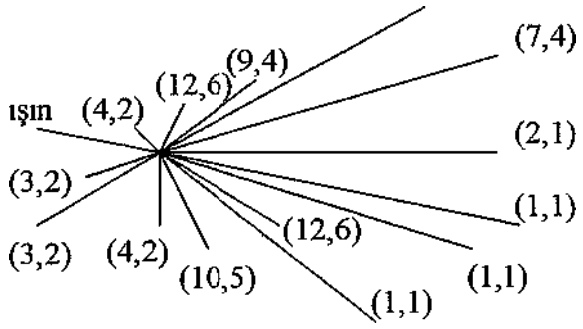
denge durumunda da vardır. Ortalama baryon (nükleon) yoğunluklarında $\rho < \rho_0$ ve T_C kritik değerinin altındaki T sıcaklıklarında nükleer maddenin homojen dağılımı sıvı (yoğun) ve gaz (seyrek) fazlarca ayrıştığı için termodinamiksel olarak kararsızdır. Uzun ve orta menzillerdeki çekme ve kısa menzillerdeki itme ile karakterize olan nükleonlar arası etkileşimin kendine has bu formu sebebiyle söz konusu faz geçişleri meydana gelir. İtici ve çekici kuvvetler arasındaki denge ρ_0 baryon yoğunluğundaki soğuk nükleer maddenin denge durumunu belirler. Ortalama nükleon yoğunluğu ρ_0'dan daha düşük olduğunda, nükleonların kümelenmesine ve büyüyen yoğunluk dalgalanmalarına artış veren çekici nükleer kuvvetler baskınlaşır. Bu faz geçişi tüm modellerce önceden tahmin edilmesine rağmen bu geçişlerin karakteristiğinde önemli belirsizlikler mevcuttur. Örneğin, çeşitli hesaplamalarda T_C kritik sıcaklığının değeri 10 ile 20 MeV arasında değişir.

Şu vurgulanmalıdır ki Coulomb etkileşimi olmayan ve tam termodinamiksel dengenin altındaki şartlardaki sonlu nükleer madde gerçeklik düşüncesinden uzaktır. Gerçek nükleer sistemler birkaç yüz nükleondan fazlasını içermez ve sonlu sayıdaki parçacık sayısı faz geçişi şemasına önemli bozukluklar getirir. Ayrıca gerçekçi hesaplamalarda dinamik etkiler gibi yüzey ve Coulomb enerjileri de hesaba katılmalıdır. Son 20 yılda tüm bu sorunlar değişik modellerle yoğun olarak çalışılmıştır. Özellikle doyumaltı (subsaturation) yoğunluklarda yüzey gerilimi ve Coulomb etkileşiminin madde dağılımının geometrisini önemli bir şekilde etkilediği Ravenhall ve ark. 1983 tarafından gösterilmiştir. Yeterince düşük yoğunluklarda, $\rho < \rho_0/2$ ve düşük sıcaklıklarda, $T<T_C$, sıvı faz 'değişik ebatlardaki damlacıklar (droplets)' olarak gerçekleşir. Daha yüksek yoğunluklarda, $\rho_0/2 < \rho < \rho_0$, kabarcık (bubble) fazı daha uygun hale gelebilir. Damlacıklar, yaygın olarak isimlendirildiği gibi olağan uyarılmış çekirdek veya nükleer parçacıklardan başka bir şey değildir. Böylece, geniş kütle spektrumlu nükleer parçacıkların çok katlı oluşumu, sıvı-gaz faz geçişinin özel bir işareti olarak belirlenebilir.

Sonlu sistemlerle ilgilenildiğinde sıvı-gaz faz geçişi yerine "çok parçacıklı dağılım" (multiparticle break-up) veya "çok katlı parçalanma" terimlerini kullanmak daha uygundur. Bu nükleer terminolojiye daha iyi uyar ve nükleer reaksiyonlarda

gerçekleşen olay hakkında yeterli bir fikir verir. "Çok parçacıklı dağılım" görüşünün avantajı incelenen sistemin büyüklüğünde herhangi bir kısıtlama yapmamasıdır. ^{3}H, ^{3}He gibi faz geçişinden bahsetmenin anlamsız olduğu en hafif çekirdeklerde bile akla uygun gelir.

Çok sayıda nükleer parçacığın oluştuğu nükleer parçalanma süreci, 40 yıldan fazla bir süre önce, ağır çekirdeklerin orta ve yüksek enerjili protonlarla yaptığı reaksiyonların sonucunda keşfedildi (Barashenkov ve ark. 1959, Perfilov ve ark. 1962, Tolstov 1984). Daha sonra böyle olaylar, kozmik ışınlardaki ağır iyonların foto-emülsiyonla etkileşimlerinde ve pion-çekirdek reaksiyonlarında gözlendi (Gagarin ve ark. 1970, Gagarin ve ark. 1975, Gutborg 1978). Seksenli yılların başında çok katlı parçalanma çalışmaları orta enerjilerdeki ağır iyon reaksiyonları ile başladı (Goodman ve ark. 1984). Şekil 2.2 "tam patlama" (complete explosion) olaylarından bir tanesini sergileyen 86MeV/nükleon enerjili karbon iyonlarının fotoemülsiyon çekirdeği ile yaptığı etkileşim sonucu gözlenmiştir.



Şekil 2.2. 86 MeV/nükleon enerjili ^{12}C çekirdeği ile Ag/Br fotoemülsiyon çekirdeği etkileşimi olaylarından bir tanesinin şematik gösterimi.

Orta enerjide ağır iyon reaksiyonları, 4π multi detektör sistemleri kullanılarak, GSI'de ALADIN (Hubele ve ark. 1991) ve FOPI (Alard ve ark. 1992, Jeong ve ark. 1994), MSU'da MINIBALL (De Souza ve ark. 1991, Peaslee ve ark. 1994), Grenoble'da AMPHORA (Desesquelles ve ark. 1993) ve GANIL'de INDRA'da gerçekleştirilmiştir. Relativistik proton ve alfa parçacıkları kullanılarak ağır iyon reaksiyonları Dubna'da gerçekleştirilmiştir (Lips ve ark. 1994). Şu anda,

çekirdek-çekirdek ve hadron-çekirdek reaksiyonlarında nükleer parçacık üretimi hakkında zengin deneysel bilgi toplanmıştır. Şimdi yalnızca kütle ve yükün enerjiye bağlı dağılımlarına değil aynı zamanda farklı korelasyon fonksiyonları ve dış karakteristik verilerine de ulaşılabiliyor. Parçalanmada farklı modellere dayanan böyle verilerin sistematik analizi teorik fizikçiler için büyük önem taşımaktadır.

Son 20 yılda nükleer parçalanma için çok çeşitli modeller önerilmiştir. Bugünkü modeller şu şekilde gruplandırılabilir:

1. Olasılık modellerine örnek olarak en küçük bilgi ilkesi, Percolation Teori, vb. gösterilebilir (Aichelin ve ark. 1984, Hasselquist ve ark. 1985, Shibata ve Fujita 1986, Essam 1980, Campi ve Desbois 1985, Bauer ve ark. 1986, Biro ve ark. 1986, Knospe ve ark. 1987).

2. Makroskopik modellere örnek olarak, Faz-Geçişleri Teorisi, Fisher Yoğunlaşma Teorisi vb. verilebilir (Jaqaman ve ark. 1983, Curtin ve ark. 1983, Siemens 1983, Goodman ve ark. 1984, Fisher 1967, Finn ve ark. 1982, Hirsh ve ark. 1984, Porile ve ark. 1985, Fai ve ark. 1985, Glendenning ve ark. 1986, Boal ve Goodman 1986, Schmelzer ve ark. 1997).

3. Mikroskobik dinamik modellere örnek olarak Zamana Bağlı Hartree-Fock Teorisi, Moleküler Dinamik Model, Kuantum Moleküler Dinamik Model gösterilebilir (Knoll ve Strack 1984, Vautherin ve ark. 1987, Dhar ve Das Gupta 1984, Vicentini ve ark. 1985, Aichelin ve ark. 1988, Peilert ve ark. 1989).

4. Kinetik modellere örnek olarak Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU), Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU) denklemleri, kararsız modlar yaklaşımı ve dalgalanma yaklaşımları vardır (Aichelin ve Bertsch 1985, Aichelin 1986, Bauer ve ark. 1986, Bauer ve ark. 1987, Bauer ve ark. 1992, Beauvais ve ark. 1987, Gregorie ve ark. 1987, Vinet ve ark. 1987, Gan ve ark. 1987, Bertsch ve Das Gupta 1988, Ayık ve Gregorie 1988, Xu 1992, Larionov ve ark. 1992, Pethick ve Ravenhall 1987, Heiselberg ve ark. 1988, Nemeth ve ark. 1990, Papp ve ark. 1992, Colonna ve ark. 1994, Larionov ve Mishustin 1994).

5. Farklı türlerde istatistiksel modeller (FREESCO, MMMC, SMM, vb.) bulunmaktadır (Mekjian 1978, Randrup ve Koonin 1981, Fai ve Randrup 1982, Fai ve Randrup 1983, Koonin ve Randrup 1987, Randrup ve Koonin 1987, Lopez ve Randrup 1989, Lopez ve Randrup 1990, Bondorf 1982, Bondorf ve ark. 1983, Bondorf ve ark. 1985, Botvina ve ark. 1985, Mishustin 1985, Barz ve ark. 1986, Botvina ve ark. 1986, Botvina ve ark. 1987, Sneppen 1987, Sneppen ve Donangelo 1989, Gross ve ark. 1982, Gross 1983, Gross 1984, Zhang ve ark. 1987, Gross ve Massmann 1987, Gross 1990, Lopez ve Siemens 1984, Hahn ve Stöcker 1988).

6. Anlık Buharlaşma (Friedman ve Lynch 1983, Bernstein ve ark. 1984, Blann ve ark. 1989, Blann ve ark. 1991) veya Çok Asimetrik Fisyon (Sobotka ve ark. 1983) yaklaşımları mevcuttur.

7. Hibrit modeller (Reaksiyonun farklı aşamalarında farklı yaklaşımlar kullanılmaktadır) bulunmaktadır (Botvina ve ark. 1985, Jung ve ark. 1988, Das Gupta ve ark. 1986, Sneppen ve Vinet 1988, Botvina ve Lanin 1992, Sangster ve ark. 1992, Souza ve ark. 1994).

Modellerdeki çok çeşitlilik, çalışılan olayın karmaşık karakterini yansıtır. 80'li yıllardan bu yana yapılan çalışmalar, hiç bir modelin orta ve yüksek enerjideki bir reaksiyonda çok uyarılmış (highly excited) nükleer sistemlerin bozunma, oluşum ve gelişiminin yeterli tarifini tek başına vermediğini gösterir. Reaksiyonun seçilen bazı özelliklerini tanımlayan çeşitli yaklaşımları geliştirmek problemi çözmek için en uygun yol gözükmektedir. Buna göre her bir teorik modelin sonuçları ile deneysel sonuçlar sistematik olarak karşılaştırılmalıdır.

İstatistiksel çok katlı parçalanma modelinin temel düşüncesinde, yüksek uyarılma enerjilerinde çok büyük serbestlik dereceleri işleme katılıyor ve değişik bozunma kanallarının olasılığı işlemin detaylı dinamiklerinden ziyade, esasen istatistik ağırlıklar ile hesaplanıyor. Bu düşünce, çok uyarılmış hadronlar sisteminin ve nükleon yapılarının tam bir tasvirinin kolayca yapılmasını olası hale getiriyor. Böylece nükleer sistemlerin kendine özgü pek çok özelliğini uygulamada basitleştirmek için geniş imkân sağlıyor. Fakat bu basitleştirmenin bedeli istatistik dengenin ağırlıdır.

Günümüzde nükleer parçalanmanın istatistiksel modeli için çeşitli yorumları vardır. Bu yorumlar dikkate alınan istatistiksel topluluklarda (mikrokanonik, kanonik, makrokanonik) özel parçacıkların tanımlanma şekline ve hesaplama yöntemlerine göre farklılaşır. Tüm modeller, sıcak nükleer sistemin parçalanmadan önce serbestlik derecesinin bazısına veya tümüne bağlı olarak kısmi veya tam termodinamik dengeye geldiğini önceden varsayar.

Son yıllarda kazanılan bol deneyimler göstermiştir ki belirli hiçbir model tek başına orta ve yüksek enerjideki bir nükleer reaksiyon sırasında fazla uyarılmış nükleer sistemin oluşum, gelişim ve parçalanmasının tatmin edici bir tasvirini yapamamaktadır. Reaksiyonun seçilmiş bazı özelliklerinin tanımlanmasında çeşitli yaklaşımlar geliştirilmesi, problemin üstesinden gelmek için en verimli yol olarak görünmektedir. Bu noktada teorik modelleri birbirleriyle ve deneysel verilerle sistematik olarak kıyaslamak önemli bir rol oynar. İstatistiksel çok katlı parçalanma modeli, istatistiksel dengedeki bölünmenin olasılıkları hakkında tahminlerde bulunma amacındadır.

2.2. Nükleer Çok Katlı Parçalanmanın Fiziksel Tanımı

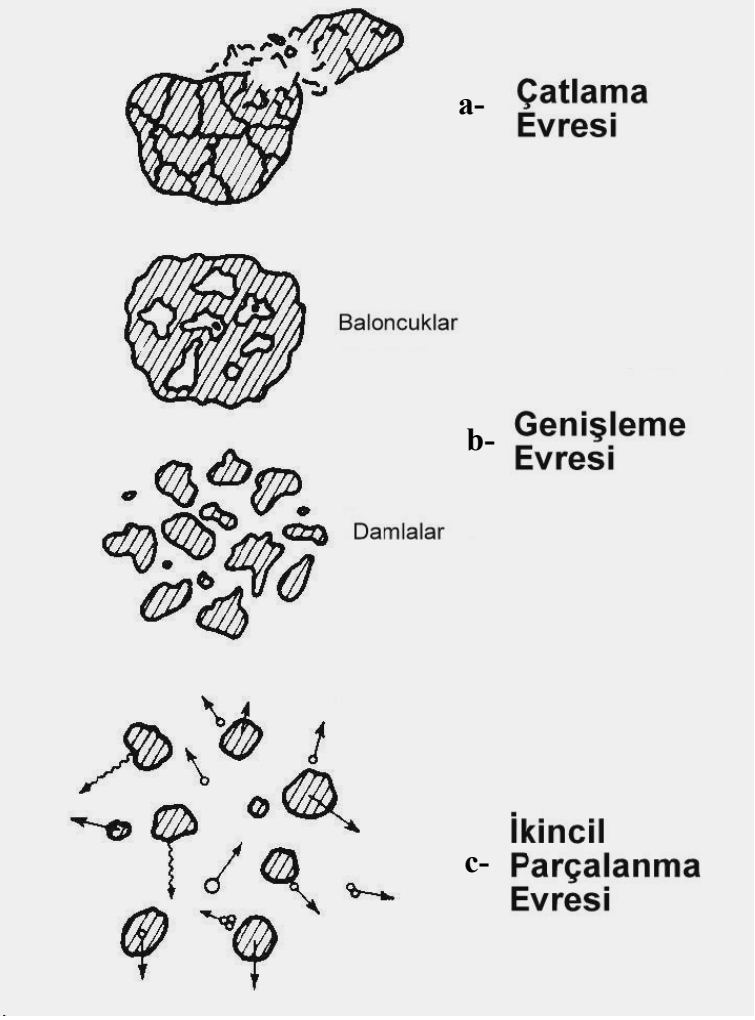
Nükleer parçacık üretimi süreci birkaç alt bölüme ayrılabilir:

a) Orta derecede uyarılmış nükleer sistemin oluşumu
b) Sistemin genişlemesi ve sistemin bireysel parçacıklarına ayrışması
c) Sıcak birincil parçacıkların yeniden uyarılması (de-excitation)

Bu kısımda orta enerjili bir nükleer sistemin oluşumunun tam mekanizmasını bir kenara bırakacağız. İki ağır iyon orta enerjilerde çarpıştığında ya da bir ağır iyon yüksek enerjili bir hadron ile uyarıldığında, sıcak ve sıkışmış bir nükleer madde oluşur. Bu orta enerjili iki çekirdeğin çarpışması, yüksek enerjili bir hadron-çekirdek etkileşimi veya çekirdek içinde bir antinükleonun yok olması bile olabilir. Daha sonra bu madde basınç nedeniyle dışarıya doğru genişleme sürecine girer. V hacmi, E_0 uyarma enerjisi, A_0 nükleon sayısı ve toplam yükü Z_0 ile karakterize edilen bir parça uyarılmış nükleer maddenin yalnızca bazı dinamik süreçler sonucunda

oluştuğunu varsayarız. Yüksek uyarılma enerjisinin neden olduğu yüksek iç basınç yüzünden ve muhtemelen bir sıkışma ile nükleer madde genişleyecek ve soğuyacaktır. Bu genişleme sırasında nükleon yoğunluğunun dalgalanmaları büyür. Bunun sonucu olarak nükleonlar gaz fazından sıvı fazına (droplets-damlalar) dönüşür (hot fragments). İrili ufaklı bu nükleer damlacıklar, p, n, d, t, ^{3}He ve α gibi parçacıkları yayınlayarak (buharlaşarak) soğur ve nükleer parçacıklar ortaya çıkarlar (cold fragments). Hesaplamalara göre (Ravenhall ve ark. 1983) $\rho < \rho_0/2$ iken nükleonlarla sarılmış damlacıkların fazı gerçekleşirken $\rho_0/2 < \rho < \rho_0$ aralığında baloncuk fazı enerji bakımından daha tercih edilir. Eğer iç basınç yeterince büyük değilse sistem çatlama (cracking) noktasına gelmeyecek ve biraz genişledikten sonra (muhtemelen kabarcık fazına kadar) tersine sıkışacaktır. Bu tür sönümlü titreşimler sistemin, buharlaşma ve fisyon gibi, yavaş bozunma modları tarafından uyarılmışlığını kaybetmesinden önce oluşabilir. Dolayısıyla, bu göreli olarak uzun ömürlü durumdan bileşik çekirdek (compound nucleus) olarak bahsedilecektir.

Standart bileşik çekirdek durumu sadece düşük uyarma enerjilerde geçerlidir. Çünkü bu durumda hafif parçacıkların buharlaşması ve fisyon kanalları baskındır. Bununla birlikte bu durum, çekirdek hızlı bir biçimde çok sayıda parçacıklara bozunduğundan yüksek uyarma enerjilerinde ($E^* \geq 2-3$ MeV/nükleon) uygulanabilir değildir. Çoğu deneyde (Botvina ve ark. 1995, D'Agistino ve ark. 1996, Scharenberg ve ark. 2001, Pienkowski ve ark. 2002, Bellaize ve ark. 2002, Avdeyev ve ark. 1998, Avdeyev ve ark. 2002, Botvina ve ark. 2006) görüldüğü gibi dengedeki bir kaynak bu durumda da oluşabilir ve istatistik modeller genelde parçacık oluşumunu tanımlamada çok başarılıdır.



Şekil 2.3 a) yüksek uyarılmış sistemin başlangıç evresinde oluşumu (çatlaklar) b) genişleme evresinde parçacıkların oluşumu c) yayılma ve bileşik sistemin bozunmasından sonra parçacıkların yeniden uyarılması

Ara sistemin parçalanmasına kadar geçen genişleme süresi başlangıç şartlarına kuvvetli bir şekilde bağlıdır. Başlangıçta hızlı bir genişlemeye neden olan sıkışma durumunda, bu süre 50 fm/c civarındayken; genişleme normal nükleer yoğunluktan başladığında bu süre hadron-çekirdek veya yüzeysel ağır iyon reaksiyonları için birkaç 100 fm/c kadar uzun olabilir (hadron-çekirdek, merkezcil olmayan çekirdek-çekirdek çarpışmaları sonucunda).

Genişleme sırasında sistemin farklı bölümleri arasında yoğun kütle, yük ve enerji değişiminin gerçekleştiğini düşünmek doğaldır. Bozunmadan hemen önce en azından kısmî (partial) termodinamik dengenin kurulduğunun varsayılması bu yüzdendir. Parçacık oluşum süreci kararsız bir ortamda gerçekleşir, bu nedenle kargaşalı (chaotic) bir karakteri vardır. Olaydan olaya parçacık bileşiminde büyük dalgalanmalar beklenebilir. Bu yüzden, tek bir olay içinde çeşitli tiplerdeki parçacıklar üzerinden kimyasal denge kabul edilmez. Kimyasal denge yalnızca ilgilenilen her bir parçacık türünün ortalama çeşitliliğine karşılık gelir.

Nükleer madde damlacıklarının yüzeyleri her bir damlacık birbirinden ortalama nükleer kuvvet menzili mertebesinde, örneğin 2-3 fm, ayrıldığında bozunma oluşur. Daha sonra damlacıklar arasındaki güçlü etkileşme sona erer ve birincil (primary) ya da öncül parçacık (prefragment) denilen parçacıklar haline gelirler. Bu donma (freeze out) geçişinin $\rho_0/2-\rho_0/10$ aralığındaki ρ_b ortalama nükleon yoğunluğunda olması beklenir. Burada $\rho_0 \approx 0.15\,\mathrm{fm}^{-3}$ dengedeki nükleon yoğunluğudur. Donmadan sonra, uzun menzilli Coulomb kuvveti etkisi altında birincil parçacıklar meydana gelir ve parçacık yayarak ya da bir ikinci bozunma ile uyarılmışlıklarını kaybederler. Sadece son soğuk tepkimenin ürünleri deneysel olarak gözlenebilmiştir. Fotoemülsiyonla kaydedilmiş tipik bir parçalanma olayı şekil 2.3' de gösterilmiştir.

Üzerinde düşünülen $\varepsilon^* \sim 1-10\,\mathrm{MeV/nükleon}$ uyarılma enerjilerinde genel olarak açık bozunma kanallarının sayısı çok büyüktür. Bu durumda parçacıkların son durum topluluklarını (ensemble) tanımlamak için istatistiksel temsil kullanmak uygundur. İstatistiksel yaklaşımda, sistemin evriminin son aşamalarının verilen başlangıç şartları ile bulunduğu dinamik modellerin tersine, tüm son durumlar sınıflandırılır ve bağıl olasılıkları hesaplanır. İstatistik fiziğin prensiplerine uygun olarak, bozunma kanalı (break-up channel) denilen, bozulan sistemin belirgin son halinin olasılığı sistemin istatistiksel ağırlığı ile orantılıdır. Böylece problem $V_b = A_0/\rho_b$ bozunma hacmindeki toplam enerji, kütle numarası ve yük üzerinde verilen sınırlamalar altında çeşitli bozunma kanallarının istatistiksel ağırlığını hesaplamaya dönüşür. Büyük sayılı açık kanalların olması halinde bu güzel bir

yaklaşım olur çünkü istatistiksel ağırlıklar, değişik büyüklük mertebeleri için, kanaldan kanala değişir.

Böylece, yukarda tanımlanan ara sistemin parçalanması senaryosu şu kabulleri içerir:

1) Kuvvetli etkileşmelerin etkin olduğu bir ρ_b yoğunluğundan genişleme ve parçalanma moduna geçiş çok şiddetli olur.
2) Sıcaklık *T*, entropi S ve diğerleri gibi sistemin termodinamik özelliklerini tanımlayabilmeyi mümkün kılan bozunmada kısmi veya tam termodinamik (kimyasal değil) denge oluşmalıdır.
3) Farklı bozunma kanallarının olasılıklarının istatistik bir dağılımı olmalıdır.

2.3. Bozunma Durumlarının Sınıflandırılması

2.3.1. Bozunma şekillenimi

J.Randrup ve S.E. Koonin (1981) tarafından tanımlanan gösterimlerin ışığında son durumları şekillenimler (konfigürasyonlar), olaylar ve dağılımlar olarak gruplandırılacaktır. Genel "kanal" terimi, bu türlerin herhangi bir elemanı için kullanılabilecektir. Bozunmadaki sistemin durumunu karakterize eden değişkenlerin en tam seti (complete set) bütün parçacıkların A_i kütleleri, Z_i yükleri, p_i momentleri, ε_i uyarılma enerjileri s_i açısal momentleri ve r_i kütle merkezi koordinatlarını içerir. Bu değişkenlerle karakterize edilen duruma bozunma şekillenimi (konfigürasyonu) denir ve F ile gösterilir:

$$F : \{ A_i, Z_i, p_i, \varepsilon_i, s_i, r_i \; ; \; 1 < i < M \; \} \tag{2.1}$$

Burada *M* nükleon içeren parçacıkların toplam sayısıdır. Parçacık kütleleri ve yükleri baryon ve elektrik yükü korunumu şartı ile sınırlandırılmıştır:

$$A_F = \sum_{i=1}^{M} A_i = A_0 \qquad \text{ve} \qquad Z_F = \sum_{i=1}^{M} Z_i = Z_0 \tag{2.2}$$

Yarı klasik (quasiclassical) yaklaşımda F konfigürasyonunun toplam enerjisi:

$$E_F = \sum_{i=1}^{M} \left(E_i^{tabandurum} + \frac{P_i^2}{2m_i} + \frac{s_i^2}{2I_i} + \varepsilon_i \right) + U_F \tag{2.3}$$

olarak temsil edilir. Burada parantez içindeki terimler sırasıyla i. parçacığın taban durum enerjisi, geçiş, dönme ve iç uyarılma enerjileridir. m_i geçiş hareketine göre i. parçacığın etkin kütlesidir. Aşağıda etkin kütle olarak $m_i = m_N A_i$, burada $m_N = 938$ MeV olan nükleon kütlesidir. (2.3) eşitliğindeki son terim ise parçacık etkileşimi enerjisidir. Bu enerji genel formda U_F^C Coulomb ve U_F^N nükleer etkileşimlerinin toplamı olarak temsil edilebilir. Daha önce de belirtildiği gibi, kuvvetli nükleer etkileşim bozunma sırasında sona erer. Bu tanımlarına istinaden parçacıklar bozunma konfigürasyonunda üst üste gelmezler. Bu durum sert küre potansiyeli tanımı yaklaşımıyla olabilir:

$$U_F^N = \begin{cases} \infty, & \left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right| < R_i + R_j \\ 0, & \left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right| > R_i + R_j \end{cases} \tag{2.4}$$

Burada $R_i = r_0 A_i^{1/3}$ ($r_0 = 1{,}2$ fm) *i*. parçacığın yarıçapıdır. Parçacıkların küre şeklinde olduğu varsayılır. Gerçekçi bir yöntemle parçacıkların artık etkileşimlerini dikkate alan yaklaşımlar Randrup ve Koonin tarafından 1987 yılında yapılmıştır (Randrup ve Koonin 1987, Lopez ve Randrup 1989, Lopez ve Randrup 1990). Uzun menzilli Coulomb etkileşimi parçacıkların ayrışması sırasında da direnir ve sonraki aşamalarda parçacıkların yayılmasına sebep olur. Aşağıda görüleceği gibi, Wigner-Seitz yaklaşımındaki toplam Coulomb enerjisi şu şekilde temsil edilebilir:

$$E_F^C = E_0^C(V) + \sum_{i=1}^{M} E_i^C(V) \quad \text{ve} \quad E_0^C(V) = \frac{3}{5}\frac{Z_0^2 e^2}{R} \tag{2.5}$$

olarak verilir. Buradaki E_0^C, $Z_0 e$ yüküyle kararlı olarak yüklenmiş kürenin Coulomb enerjisidir ve $R \equiv (3V/4\pi)^{1/3}$ bozunmakta olan sistemin yarıçapıdır.

Sistemin toplam uyarma enerjisi E_0^*, A_0 nükleonlarını ve Z_0 protonlarını içeren bileşik sistemin $E_0^{taban\,durum}$ taban durum enerjisine göre ölçülür. Bu durumda parçalanmadaki enerji korunumu ifadesi:

$$E_F = E_0^* + E_{A_0,Z_0}^{tabandurum} = E_0 \tag{2.6}$$

olarak yazılabilir. Burada sistemin E_0 toplam enerjisi ve E_0^* uyarılma enerjisi sabitlenir. Nükleon başına uyarma enerjisi genellikle $\varepsilon^* = E_0^* / A_0$ olarak ifade edilmektedir. (2.2) denklemindeki şartların yanı sıra en az iki küresel sabit daha vardır: parçacıkların toplam momentumu $\vec{P}_0$ ve toplam açısal momentumu $\vec{J}_0$. Özel olarak, parçacık momentleri

$$\vec{P}_F = \sum_{i=1}^{M} p_i = \vec{P}_0 \tag{2.7}$$

şartına uyarlar. Bileşik sistemin kalan bölümünde $\vec{P}_0 = 0$ dır.

2.3.2. Parçalanma olayı

Yukarıda tanımlanan değişkenler seti (2.1), (2.2), (2.6) ve (2.7) denklemleri sınırlamalarıyla genelde fazlalık teşkil eder. Genellikle, son durumların böyle detaylı bir tanımı gerekli değildir, çünkü yalnızca asimptotik karakterler deneyde gözlenebilir. Bu yüzden, parçacık kütleleri, yükleri ve momentumlarıyla bozunmakta olan sistemi belirleyen değişken sayısını azaltmak zahmete değer. Bununla beraber, termal denge kabulü, değişkenler serisinden parçacık momentumlarını dışlamayı mümkün kılar. Sistem termal dengeye ulaştığı zaman, belli bir *T* sıcaklığı alınır ve bu sıcaklık değeri için bütün girilebilir durumlar üzerinden sistemin bölüşüm fonksiyonu belirlenir. Bu sıcaklık, parçacıkların denge momentum dağılımlarını (Maxwellian) da belirler. Bunu akılda tutarak, Monte Carlo yöntemiyle son durumdaki bütün parçacıkların momentumlarını seçmek mümkündür ve böylece bir 'olay' veya Şekil 2.2'deki gibi bir 'yıldız' elde etmek mümkündür.

2.3.3. Parçalanma dağılımı

Son durumların en kaba sınıflandırması öncül parçacıkların (prefragments) yalnızca kütle ve yüklerini içerir. A kütle numaralı ve Z yüklü bir parçacık (A,Z) olarak ifade edilecektir. Aynı türden birkaç tane bulunabilen bütün parçacıkları tek saymak yerine, her türün çarpanlarını (multiplicity) kullanmak daha uygundur. A kütle numaralı ve Z yüklü parçacıkların sayısı (çarpanı) N_{AZ} ile gösterilir. 0, 1, 2, 3, 4,... değerlerini alabilir. Bütün son durumlar, parçacık çarpanlarının setine göre sınıflandırılabilirler. Değişkenlerin böyle bir kısaltılışı f ile gösterilecek ve buna bozunma dağılımı (break-up partition) denilecektir.

$$f:\left\{N_{AZ};1\le A\le A_0,0\le Z\le Z_0\right\} \tag{2.8}$$

Bu set, A_0 elemanlı satırları ve Z_0+1 elemanlı sütunları olan bir matristir. Satır ve sütun elemanları A ve Z'ye göre düzenlenir. Sistemin toplam kütle ve yükü üzerinde (2.2) sınırlamasını sağlayan bütün f dağılımları mümkündür. Bu sınırlamalar parçacık çarpanları N_{AZ} cinsinden

$$\sum_{(A,Z)} N_{AZ}\, A = A_0 \qquad \text{ve} \qquad \sum_{(A,Z)} N_{AZ}\, Z = Z_0 \tag{2.9}$$

olarak yazılabilir. Burada toplam, f dağılımına ait bütün parçacıklar üzerindendir. Dolayısıyla, f kanalındaki toplam parçacık sayısı:

$$M_f = \sum_{(A,Z)} N_{AZ} \tag{2.10}$$

ile verilir.

Ayrılma durumlarının daha yüzeysel sınıflandırması, (2.8), enerjinin daha yüzeysel bir temsilini getirir. Yani denklem (2.3) yerine, denge istatistik dağılımı kullanılarak bulunan öteleme, dönme ve iç enerji ortalamaları ile koordinatlar

üzerinden ortalaması alınan Coulomb enerjisi kullanılır. Böylece, bir dağılımın toplam enerjisi sistemin hacim ve sıcaklığının bir fonksiyonuna dönüşür.

$$E_f(\mathrm{T,V}) = E_f^{\circ}(\mathrm{T,V}) + \sum_{(\mathrm{A,Z})} E_{\mathrm{AZ}}(\mathrm{T,V})\,\mathrm{N_{AZ}} + E_0^{\mathrm{C}}(\mathrm{V}) \tag{2.11}$$

Burada, $E_f^{\circ}(\mathrm{T,V})$ öteleme hareketi enerjisi ve $E_{\mathrm{AZ}}(\mathrm{T,V})$ tek tek bütün parçacıkların iç ve Coulomb enerjisini de içine alan ortalama enerjidir. Son terim ise denklem (2.5) deki gibidir.

2.4. İstatistiksel Topluluklar

SMM hesaplamalarında istatistik model çerçevesinde, şekillenimler, olaylar veya dağılımlar (partition) olarak sınıflandırılabilen bozunma kanallarını kullanacağız. İstatistik bir toplulukla, bozunan bir sistemin, momentum, enerji, yük ve kütlesi üzerindeki sınırlamaları sağlayan ve $\Delta\Gamma_f$ istatistik ağırlıklarıyla karakterize edilen bütün $\{f\}$ kanallarının sınırlı ya da tam seti ifade edilebilir. Bütün ağırlıklar bilinerek, bütün fiziksel niceliklerin ortalama topluluk değerleri hesaplanabilir. Bu yaklaşımda bir Q fiziksel büyüklüğünün, bir f kanalındaki beklenen değeri Q_f ile verilir ve $\{f\}$ topluluğu üzerinden alınan ortalama değeri ise:

$$\langle Q \rangle = \frac{\sum_{\{f\}} Q_f \Delta\Gamma_f}{\sum_{\{f\}} \Delta\Gamma_f} \tag{2.12}$$

ile verilir. Burada, toplam topluluğun tüm elemanları üzerinden alınır. Örnek olarak, verilen bir (A,Z) türünde parçacıklar için ortalama çarpan ve çarpan dağılımlarına karşılık gelen dispersiyon (sapma) bağıntısı:

$$\langle \mathrm{N_{AZ}} \rangle = \frac{\sum_{\{f\}} (\mathrm{N_{AZ}}) \Delta\Gamma_f}{\sum_{\{f\}} \Delta\Gamma_f} \qquad \text{ve} \quad \sigma_{\mathrm{AZ}} = \sqrt{\langle \mathrm{N_{AZ}^2} \rangle - \langle \mathrm{N_{AZ}} \rangle^2} \tag{2.13}$$

olarak hesaplanır. Q niceliği parçacıklara göre toplanabilir özelliğe sahipse $Q_f = \sum_{(\mathrm{A,Z})} Q_{\mathrm{AZ}} \mathrm{N_{AZ}}$ ve ortalama değeri bütün parçacıklar üzerinden toplam alınarak basitçe bulunur:

$$\langle Q \rangle = \sum_{(A,Z)} Q_{AZ} \langle N_{AZ} \rangle \tag{2.14}$$

A nükleon sayısıyla verilen bütün parçacıkların çarpanı $N_Z = \sum_{Z=0}^{A} N_{AZ}$'dir. (proton için $Z_p=A_p=1$, $Z \leq A$ olan herhangi bir durum için) A kütle numaralı parçacıkların ortalama çarpanı ve dispersiyonu

$$\langle \mathrm{N_A} \rangle = \sum_{Z=0}^{\mathrm{A}} \langle \mathrm{N_{AZ}} \rangle \qquad \text{ve} \qquad \sigma_{\mathrm{A}} = \sqrt{\langle \mathrm{N_A^2} \rangle - \langle \mathrm{N_A} \rangle^2} \tag{2.15}$$

ifadelerine eşittir. Ortalama yükleri ve yük dağılımlarının dispersiyonu

$$\langle Z_A \rangle = \sum_{Z=0}^{A} Z_A \left\langle \frac{N_{AZ}}{N_A} \right\rangle \qquad \text{ve} \qquad \sigma_{\mathrm{Z}}^{\mathrm{A}} = \sqrt{\langle \mathrm{Z_A^2} \rangle - \langle \mathrm{Z_A} \rangle^2} \tag{2.16}$$

ile verilir. Burada Z_A, (A,Z) parçacığının yüküdür.

İstatistiksel topluluklar, mikrokanonik, kanonik ve makrokanonik olmak üzere üç grupta incelenir.

Sistem A_0, Z_0, E_0, V
parçacıkların dağılımı: N_{AZ}, $1 \le A \le A_0$, $0 \le Z \le Z_0$}

Mikrokanonik	Kanonik	Makrokanonik
$\Sigma A N_{AZ} = A_0$	$\Sigma A N_{AZ} = A_0$	$\Sigma A \langle N_{AZ} \rangle = A_0$
$\Sigma Z N_{AZ} = Z_0$	$\Sigma Z N_{AZ} = Z_0$	$\Sigma Z \langle N_{AZ} \rangle = Z_0$
$E_f(N_{AZ}, T_f, V) = E_0$	$\langle E_f(N_{AZ}, T_f, V) \rangle = E_0$	$\langle E_f(\langle N_{AZ} \rangle, T_f, V) \rangle = E_0$
$W_f^{mik} \approx \exp S_f(E_0, V, A_0, Z_0)$	$W_f^{kan} \approx \exp(-\frac{F_f(T, V, A_0, Z_0)}{T})$	$W_f^{mak} \approx \exp(-\frac{F_f(T,V,A_0,Z_0) - \mu \Sigma A - \upsilon \Sigma Z}{T})$

Şekil 2.4 V hacminde, A_0 kütle numaralı, Z_0 yüklü ve E_0 toplam enerjili parçalanan nükleer sistem için istatistiksel toplulukların sınıflandırılması

Sistemin tüm mikroskobik durumlarının yük, kütle (baryon sayısı), açısal momentum, momentum ve enerji korunum kanunlarına sıkı biçimde uyduğu topluluğa mikrokanonik topluluk denir. Bütün durumların eşit derecede olası olduğu kabul edilir. (2.1) denkleminde tanımlanan F değişkenler setine göre ayrışma konfigürasyonlarının sınıflandırılması bu topluluğa karşılık gelir.

Parçacıkların uyarma enerjileri, momentumları ve koordinatlarıyla ilgilenilmiyorsa, böyle bütün değişkenler üzerinden bir toplam alınabilir. Sonra parçacık çarpanlarının f seti ile (2.8) ayrışma kanallarını ifade eden dağılımlara ulaşılır. Bu durumda verilen bir dağılıma neden olan tüm mikroskobik durumlar üzerinden (2.6) enerji korunum denkleminin ortalaması alınır. Sonuç olarak, bir f dağılımıyla ilgili yalnızca ortalama enerjiyi sınırlayan denklem:

$$\forall f \quad E_f(T_f, V) = E_0 \tag{2.17}$$

elde edilir. Denklemin sol tarafı (2.11) ile verilmiştir. Bu ifade bir f dağılımını ifade eden T_f denge sıcaklığını verir. Verilen E_0 ve V değerleri için, T_f bozunma sıcaklığı, oluşan dağılımların parçacık çarpanlarının $\{N_{A,Z}\}$ setinin fonksiyoneline dönüşür. Dağılımların sıcaklıkları üzerinde hiçbir kısıtlama yoktur.

Sistemin hacim ve ortalama enerjisinin sabit olduğu şartlar altında, verilen bir ayrışma dağılımının istatistiksel ağırlığı, yani bu duruma neden olan mikroskobik durumların sayısı, dağılımın $\Delta\Gamma_f = \exp S_f$ entropisi ile belirlenir. Verilen bir dağılım için normalize edilmiş olasılık,

$$W_f^{mikro} = \frac{1}{\xi}\exp S_f(E_0,V,A_0,Z_0)\ ,\ \xi = \sum_{\{f\}}\exp S_f(E_0,V,A_0,Z_0) \qquad (2.18)$$

ile ifade edilir. Burada ξ normalizasyon sabitidir. Burada bütün parçacıkların toplam kütle ve yükünün denklem (2.9) ile sabitlendiği kabul edilir. Böyle sınırlamalar parçacık çarpanlarının çok büyük olmadığı sonlu nükleer sistemler ile ilgilenirken çok önemlidir. Yukarıda tanımlanan yaklaşım, verilen bir dağılım dikkate alındığında kanonik yaklaşıma uyar. Fakat, bundan sonra mikrokanonik olarak adlandırılacak, çünkü mikroskobik durumların toplam parçacık enerjisi ortalaması dağılımlar üzerinden değil de her bir dağılım için sabit alınıyor.

2.5. Parçalanan Bir Sistemin Serbest Enerjisi

Bu bölümde, termal dengedeki ve farklı türdeki parçaları içeren bir sistemin $F_f(T,V)$ serbest enerjisine olan ana katkıları incelenecek.

2.5.1. Serbest enerjinin ayrışması

Bir f dağılımının F_f serbest enerjisi biliniyorsa, bilinen termodinamik formüllerden entropi ve enerjisi hesaplanabilir:

$$S_f = -\left(\frac{\partial F_f}{\partial T}\right)_{V,\{N_{AZ}\}} \qquad \text{ve} \qquad E_f = F_f + TS_f \tag{2.19}$$

Serbest enerji aşağıdaki denklem ile ifade edilir:

$$F_f = -T \ln Z_f \tag{2.20}$$

Burada verilen bir f dağılımı için istatistiksel toplam:

$$Z_f(T,V) = \sum_{\{r,p,\varepsilon\}} \exp\left(-E_F / T\right) \tag{2.21}$$

olarak yazılır.

Burada E_f, denklem (2.3)'te verilmiştir ve toplam, f dağılımını oluşturan parçacıkların uyarılma enerjileri, momentumları ve tüm koordinatları üzerinden alınmaktadır. (2.3) denkleminde verilen E_f bozulma enerjisi bu özelliğe karşılık gelir. İstatistiksel toplamın hesaplanmasından sonra sistemin serbest enerjisi:

$$F_f(T,V) = F_f^g(T,V) + \sum_{(A,Z)} F_{AZ}(T,V) N_{AZ} + E_0^C(V) \tag{2.22}$$

şeklinde yazılabilir. İlk terim parçacıkların geçiş hareketini gösterir. İkinci terim, bireysel parçacıkların iç uyarma enerjileri ve Coulomb enerjisinden gelen katkıları içerir. Bu ek temsil $E_0^C(V)$, tüm V hacmi üzerinde homojen olarak dağılmış toplam yükün Coulomb enerjisinin çıkarılmasıyla Wigner-Seitz yaklaşımında olası hale gelir.

Sıcak çekirdek ortamında bileşik çekirdek parçacıkları için F_{AZ}'nin direkt olarak hesaplanması çok karışıktır. Bu problemin pek çok araştırmacı tarafından ele alınmasına rağmen hala cevaplanmayı bekleyen birçok soru vardır. Standart SMM yaklaşımı, istatistiksel toplamın direkt olarak hesaplanmasını gerektirmez. Hafif parçacıklar dışında tüm parçacıklar nükleer maddenin damlaları olarak kabul edilir. Taban durumdaki çekirdeğin tersine, böyle damlacıklar sıfırdan farklı sıcaklıklarda ve nükleon ve diğer parçacıklarla çevrilidir. Böyle damlaların normal nükleer yoğunluğa ($\mathrm{r}_0 = 1.17\,\mathrm{fm}$) karşılık gelen $\mathrm{R}_{\mathrm{AZ}} = \mathrm{r}_0 \mathrm{A}^{1/3}$ yarıçaplı küresel bir şekilde

olduğu kabul edilir. Bu yaklaşıma, dönme ve titreşim serbestlik dereceleri kadar parçacıkların şekil ve yoğunluklarındaki değişimi tanımlayan serbestlik dereceleri dâhil edilebilir.

A>4 olan ağır parçacıklar sıvı damlacıkları olarak düşünülür. (A,Z) numaralı bireysel bir parçacığının serbest enerjisi F_{AZ},

$$F_{AZ} = F_{AZ}^{Bulk} + F_{AZ}^{Simetri} + F_{AZ}^{Yüzey} + F_{AZ}^{Coulomb} \tag{2.23}$$

şeklinde yazılabilir. Denklemin sağ tarafındaki terimler sırasıyla, bulk (hacim), simetri, yüzey ve Coulomb katkılarıdır.

2.6. Serbest Enerjiye Temel Katkılar

2.6.1. Parçacıkların geçiş hareketi

Genel olarak, parçacıkların geçiş hareketi, termal (kaotik) bileşen ve ortak (kolektif) akı olarak ayrıştırılabilir. i. parçacığın hızı her bir uzaysal $\vec{r}$ noktasında

$$\vec{\upsilon}_i(\vec{r}) = \vec{\upsilon}_i^{T}(\vec{r}) + \vec{\upsilon}^{A}(\vec{r}) \tag{2.24}$$

olarak gösterilebilir. Burada T termal bileşen ve A akı bileşenini ifade eder. Tanıma göre, her tür parçacık için topluluk ortalamasında termal hız $<\vec{\upsilon}_i^{T}(\vec{r})> = 0$'dır. Diğer taraftan akı hızı $\vec{\upsilon}^{A}(\vec{r})$ parçacık türüne bağlı değildir ve tamamen yayılan maddenin dinamiği ile belirlenir.

Termal dengede, parçacık hızları yerel (local) Maxwell dağılımına göre dağılırlar. Geçiş hareketinin yarı klasik karakterini kabul ederek, parçacıkların konum ve momentumları üzerinden toplamı alınarak bozunuma katkıları hesaplanabilir. Bu hesaplamada, sistemin pek çok farklı parçacığa ayrıldığı ve her bir özel türdeki parçacık sayısının genelde çok olmadığı (N_{AZ}=0,1,2,3) gerçeği doğrulanan parçacıklar Boltzmann parçacıkları olarak ele alınır. Bu demektir ki

N_{AZ}/V kısmi yoğunlukları küçüktür ve bundan dolayı dejenerasyon etkileri önemli bir rol oynamaz. Yine de, akılda bulundurulmalıdır ki sistem özdeş parçacıklar bulundurabilir. Faz uzayının iki kez hesaba alınmasının önlenmesi için istatistik fizikte iyi bilinen ifade yenilenir. Bunun için elde edilen sonuç özdeş parçacıkların olası permütasyonları sayısına, yani $N_{AZ}!$'e bölünür.

Bir f dağılımındaki parçacıkların geçiş hareketi ile ilgili serbest enerji için aşağıdaki ifade kullanılır:

$$F_f^g(T,V) = -T\sum_{(A,Z)}\left[N_{AZ}\ln\left(g_{AZ}\frac{V_f}{\lambda_T^3}A^{3/2}\right) - \ln(N_{AZ}!)\right] + T\ln\left(\frac{V_f}{\lambda_T^3}A_0^{3/2}\right) \quad (2.25)$$

Burada $\lambda_T = (2\pi\hbar/m_N T)^{1/2}$ nükleon termal dalga boyudur. Ortak kütle merkezinin konumu ve toplam parçacık momentumu üzerindeki sınırlamalar dikkate alınır. Bu, M=1 ve $N_{A_0Z_0} = 1$ olduğunda bileşik çekirdek için termal hareket katkısını yok eder. Bu durumda yalnızca onun iç enerjisi istatistik toplama katkıda bulunur. Denklem (2.25) tam bir termodinamik limittedir ve $M \to \infty$ da bir tür parçacık durumunda Boltzmann gazının serbest enerjisine dönüşür.

Denklem (2.25) daha önce bahsi geçen V_f serbest hacim terimini içerir. Bu terim, parçacıkların kuvvetli etkileşimi ve sonlu ölçüleri nedeniyle gerçek V hacminden farklıdır. Birinci prensipten V_f'yi hesaplamak zordur. Bu nedenle V_f, bütünlük içinde olduğu düşünülen boyutsuz χ değişkeni cinsinden

$$V_f = \chi V_0 = \chi A_0/\rho_0 \quad (2.26)$$

ile ifade edilir. V_0 normal çekirdek yoğunluğunda sistemin hacmidir. Bir f dağılımındaki parçacıkların öteleme hareketiyle ilgili ortalama enerji:

$$E_f^{öteleme} = E_f^{termal}(T) + E^{akı} \quad (2.27)$$

şeklinde yazılabilir. Burada birinci terim kaotik termal bileşenden gelir. Basitçe 3*M*-3 geçiş serbestlik derecesinin T/2 katıdır:

$$E_f^{termal} = \tfrac{3}{2}(M-1)T \tag{2.28}$$

Bu bileşen, parçacık oluşumundan bağımsızdır ve sadece T sıcaklığı ve *M* toplam çarpanıyla orantılıdır. Büyük *M* limitinde, tek bir parçacığın ortalama enerjisi bu nedenle $\tfrac{3}{2}T$ 'dir ve parçacık kütlesinden bağımsızdır.

(2.27) denkleminin ikinci terimi toplam akı enerjisidir. Akı hızı $\upsilon^{akı}(\mathrm{r}) = (\mathrm{r}/\mathrm{R})\upsilon_0$ ifadesine denktir. Bu ifade daha basit bir şekilde belirlenir:

$$E^{akı} = \tfrac{3}{10} m_N A_0 \upsilon_0^2 \tag{2.29}$$

$m_A = m_N A$ kütleli bir parçacığın düzenli (coordinate) ortalama akı enerjisi basitçe $E^{akı} = \tfrac{3}{10} m_A \upsilon_0^2$ 'dir, yani parçacık kütle numarası A ile orantılıdır. (2.29) ifadesi bütün parçacıklar için katkılar toplanarak ve sistemin toplam kütle numarası üzerindeki (2.2) sınırlamasını kullanılarak elde edilir. A bağımlılıklarındaki farklılık, parçacıkların geçiş enerjilerinin akı ve termal bileşenlerini ayırmak için kullanılabilir.

2.6.2. Bulk serbest enerjisi

Bir parçacığın bulk serbest enerjisi, parçacığın taban durum enerjisi ve uyarılmış durumlarını doldurmayla birleşik olan termal katkıdan oluşur. İç parçacık yoğunluğu ρ_0 sabit olduğu için, A kütle numaralı bir parçacığın bulk enerjisi *T*=0'da $-W_0 A$'dır. Burada, $W_0 \approx 16 MeV$ sonsuz nükleer maddenin bağlanma enerjisidir. Çekirdek seviye yoğunluğu için termal katkı, Bethe formülü kullanılarak Fermi gaz modeli ile hesaplanabilir:

$$\rho_A(E) = \frac{\pi^{1/2}}{12 E^{5/4} a^{1/4}} \exp\left(2\sqrt{aE}\right) \tag{2.30}$$

Burada a, olağan seviye yoğunluk değişkenidir. Fermi yüzeyindeki tek-parçacık seviye yoğunluğu $\frac{1}{6}\pi^2 a$'dır. İç istatistik toplam, bu ifade ile Gibbs çarpanı $\exp(-E/T)$'nin integralinin alınmasıyla elde edilir. Bu durumda düşük sıcaklıklarda,

$$F_{AZ}^{bulk}(T) = -\left(W_0 + T^2/\varepsilon_0\right)A \tag{2.31}$$

ifadesi geçerlidir. Burada, $\varepsilon_0 = A/a$'dır. İdeal bir Fermi gazı için $\varepsilon_0 = 4E_f/\pi^2$ olup, E_f Fermi enerjisidir. Normal nükleer madde yoğunluğunda, $\varepsilon_f \approx 40$ MeV ve sonuç olarak $\varepsilon_0 \approx 16$ MeV'dir. Az uyarılmış çekirdek için ε_0'ın deneysel değeri 2 çarpanı kadar küçüktür ve kütle numarasına önemli derecede bağlıdır. Bu davranış sonlu ölçü ve kabuk etkileriyle açıklanabilir (Bohr ve Mottelson 1969). Termal denge şartı altında ε_0 16 MeV'e oldukça yakındır.

Şu belirtilmelidir ki, düşük sıcaklık genişlemesinin doğruluğu $\left(T/\varepsilon_f\right)^2$ değişkeni tarafından kontrol edilir. Diğer deyişle, denklem (2.31) ile verilen ifade 20 MeV altındaki sıcaklıklarda oldukça makuldür. Ama gerçekte, sonlu çekirdekteki görece uzun ömürlü durumların yoğunluğu 5 MeV/nükleon'dan daha düşük uyarma enerjilerinde (2.30) Fermi gaz formülü ile benzeştirilebilinir. Daha yüksek uyarma enerjisinde gerçek seviye yoğunluğu maksimum değerine ulaşır ve daha sonra azalır (Mustafa ve ark. 1992). Koonin ve Randrup (1987) tarafından önerildiği gibi, Fermi gazı seviye yoğunluğu exp(-E/T) üsteli ile azalacak şekilde tanımlanarak ele alınır. Bu düzeltmeden sonra, bulk termal enerjisi yüksek sıcaklıklarda $\varepsilon^*_{\lim} = T_0^2/\varepsilon_0$ limit değerine yönelir. Teorik tahminler oldukça belirsizdir. Örneğin, Mustafa ve ark.'ın (1992) hesaplamaları, A=40 olan bir çekirdek için, model kabullerine bağlı olarak 6 MeV ile 15 MeV arasında bir $\varepsilon^*_{\lim}$ değerleri verir. Bu, 7–11 MeV aralığındaki sıcaklıklara karşılık gelir. Serbest değişkenlerin sayısını azaltmak için ε_0 değişkeninin bütün olası düzeltmeleri nitelendiren düşük sıcaklık ifadesi kullanılır.

Bir parçacıktaki proton ve nötron sayısı arasındaki farklılığa karşılık gelen simetri enerjisi genel Bethe-Weizsaecker denklemi olarak alınır:

$$F_{AZ}^{simetri} = E_{AZ}^{simetri} = \gamma(A-2Z)^2/A \tag{2.32}$$

Burada γ=23 MeV'dir. Simetri enerjisi, bulk enerjisinin bir kısmıdır. $Z \approx A/2$ olan ara kütleli çekirdek durumunda daha küçüktür. $E_{AZ}^{simetri}$'nin sıcaklığa bağımlılığı göz ardı edilir.

2.6.3. Yüzey serbest enerjisi

Bir (A,Z) parçacığının yüzey serbest enerjisi, $\sigma(T)$ yüzey gerilimi ile belirlenir:

$$F_{AZ}^{yüzey}(T) = 4\pi R_{AZ}^2 \sigma(T) \equiv \beta(T) A^{2/3} \tag{2.33}$$

ile ifade edilir. Burada $\beta(0) = \beta_0 \approx 18$ MeV Bethe-Weizsaecker formülündeki yüzey katsayısıdır. $\sigma(T)$'nin hesaplanması için pek çok çalışma yapılmıştır (Ravenhall ve ark. 1983, Suraud 1987, Müller ve Dreizler 1994). Bütün hesaplamalar yüzey geriliminin sıcaklık artarken azaldığını ve T_C kritik sıcaklığında sıfır olduğunu göstermiştir. Düşük sıcaklıkta, sıcaklığa bağlı $\sigma(T)$ katkısı T^2 ile orantılıdır. Yüksek sıcaklıkta yüzey geriliminin davranışı, nükleer madde içindeki sıvı-gaz faz geçişinin varlığı ile belirlenir. $T = T_C$ kritik nokta sıcaklığında sıvı ve gaz faz arasında hiç bir fark yoktur ve $\sigma(T_C)$=0'dır. $\beta(T)$ için Bondorf ve ark. (1983) ve Ravenhall ve ark. (1983) tarafından kullanılan ifade:

$$\beta(T) \equiv 4\pi r_0^2 \sigma(T) = \beta_0 \left(\frac{T_C^2 - T^2}{T_C^2 + T^2} \right)^{5/4} \tag{2.34}$$

şeklindedir. Bu ifade düşük sıcaklıklarda iyi sonuçlar vermektedir.

Yüzey geriliminin azalması yüzünden sıcak çekirdek içinde fisyon ve parçalanma bariyerleri küçülür. (2.19) formülü kullanılarak:

$$E_{AZ}^{yüzey}(T)=\left(\beta(T)-T\frac{d\beta(T)}{dT}\right)A^{2/3} \tag{2.35}$$

elde edilen ifadeyle parçacık yüzey enerjisi bulunabilir. Bu formülde (2.34) ifadesi yerine yazılırsa, T'nin artışı ile yüzey enersinin (serbest enerjinin tersine) ilk olarak artarak maksimuma ulaştığı ve sonra azalarak $T=T_C$'de sıfır olduğu görülür. Bu ifade yalnızca termodinamik denge altında uygulanabilir. Sayısal hesaplamalarda T_C = 18MeV alınmıştır. Soğuk parçalanma (cold fragmentation) durumuna uyarlamak için, tüm serbestlik dereceleri dikkate alındığında, $\varepsilon\to\infty$ ve $T_C\to\infty$ alınmalıdır.

2.6.4. Parçalanan bir sistemin Coulomb enerjisi

Parçalanan bir sistemin Coulomb enerjisi, bozunma hacminde sistemin değişen oluşumu ve parçacıkların rasgele değişen konumları nedeniyle kanaldan kanala dalgalanır. Daha önce de değinildiği gibi, parçacıkların konumları üzerinden ortalama Coulomb enerjisiyle ilgilenilir. Coulomb enerjisini hesaplamak için en basit yol, yoğun madde teorisinde başarılı olarak uygulanan Wigner-Seitz yaklaşımıdır. İlgilenilen sistem elektriksel olarak nötr olmadığı için, katıhal fiziğinde genel olarak dikkate alınan sistemlerden farklıdır. Bu nedenle, ilk olarak, toplam Coulomb enerjisinden, homojen yük dağılımı varsayılarak hesaplanan ve toplam hacimdeki toplam Z_0e yükünün oluşturduğu Coulomb enerjisi katkısı E_0^C çıkarılır. Bu, $-Z_0e/V$ yük yoğunluklu bir negatif "arka plan" (background) tanımlanarak yorumlanabilir. Yük yapılanmasıyla bağlantılı geriye kalan enerjiyi hesaplamak için standart gösterim kullanılabilir. Bu yaklaşımda tüm sistem, her birinin merkezinde bir parçacık bulunan hücrelere ayrılabilir. (Hücreler üst üste binebilir.) Hücre yarıçapı R_{AZ}^C açıkça, negatif "arka plan yükü" yoğunluğu ve parçacık yüküyle belirlenir. Wigner-Seitz yaklaşımında, hücreler arasındaki etkileşim ihmal edilir. O zaman, oluşan parçacıkların enerjisi bireysel hücrelerin Coulomb enerjilerinin

toplamıdır. Böylece, f dağılımındaki toplam Coulomb enerjisi (2.5) formülü ile hesaplanabilir:

$$\Delta E_f^C = \sum_{A,Z} N_{AZ} E_{AZ}^C \tag{2.36}$$

Bir parçacık içindeki yük yoğunluk dağılımına basamak fonksiyonu ile yaklaşılırsa, tek bir hücrenin Coulomb enerjisi:

$$E_{AZ}^C = \frac{3}{5} Z^2 e^2 \left(\frac{1}{R_{AZ}} - \frac{1}{R_{AZ}^C} \right) \tag{2.37}$$

ifadesi ile hesaplanabilir.. (2.5) ve (2.37) ifadelerinin iki limit durumunda doğru davranışa sahip olduğuna dikkat çekilmelidir. Nükleer maddenin tüm hacmi doldurduğundaki bir bileşik çekirdek durumunda,, yani $R_{AZ} = R_{AZ}^C$, E_{AZ}^C yok olur ve sonuç $Z_0 e$ yüküyle kararlı olarak yüklenmiş R yarıçaplı kürenin enerjisine gider. Öte yandan, parçacıklar birbirinden iyice ayrıldıklarında (R, $R_{AZ}^C \to \infty$) (2.37) ifadesi bireysel parçacıkların toplam Coulomb enerjilerine yaklaşır. Bu katkı çıkarılınca parçacıklar arasındaki Coulomb etkileşimi ile ilgili enerji elde edilir:

$$U_f^C = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R} - \sum_{(A,Z)} \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_{AZ}^C} N_{AZ} \tag{2.38}$$

Hücre hacminin parçacık hacmine oranının, tüm sistemin ortalama yük yoğunluğunun verilen bir parçacık içindekine oranına eşit olduğu açıkça görülür. Wigner-Seitz yaklaşımı ile yapılan hesaplamalar, az sayıda parçacık içeren dağılımlarda bile iyi sonuçlar vermektedir

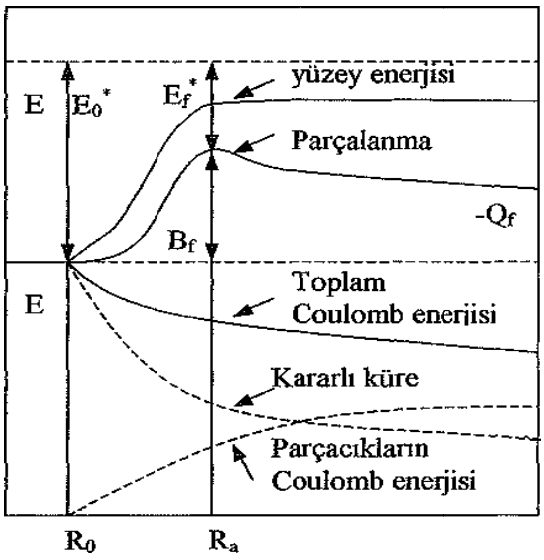
2.7. Hafif Salkımlar (Light Clusters)

Sıvı damlası yaklaşımı hafif salkımlar için anlamsızdır. SMM yaklaşımında A=4'te hafif ve ağır parçacıklar arasında sınır koyulur. ^{2}H, ^{3}H, ^{3}He uyarılmış durumlarında olmadıkları sürece nükleonlarıyla birlikte $m_{A,Z}$ deneysel kütleleri

(bağlanma enerjileri B_{AZ}), R_{AZ} yarıçapları ve g_{AZ} taban durumun spin dejenerasyon çarpanları ile karakterize edilen temel tanecikler olarak incelenebilirler.

2.8. Parçalanma Bariyerleri

Genel düşünceden açıktır ki soğuk bileşik sistemin (A_0Z_0) başlangıç hali ve soğuk parçacıklarla nükleonlar bileşiminin son hali bir potansiyel enerji bariyeri ile ayrılmışlardır. (Bondorf ve ark. 1981, 1985**)** Şekil 2.5. de sistemin potansiyel enerjisine R yarıçapının fonksiyonu olarak gösterilen değişik katkılar da göz önüne serilmiştir. Toplam Coulomb enerjisi (2.5), yani kararlı olarak yüklenmiş kürenin Coulomb enerjisi ve salkımlanma (clusterization) enerjisinin toplamı 1/R'den daha yavaş şekilde değişir. Parçacıkların yüzey enerjisi kısa menzilli nükleer kuvvetler tarafından belirlenir. Bu yüzden, nükleer damlacıkların oluşumuna eşlik eden ek yüzey enerjisi $R=R_0$'da sıfırdan başlayarak küçük bir R aralığında asimptotik değerine hızlı bir şekilde yükselir. Bu asimptotik değer ek bir yüzey alanı çarpımı $(\sigma - Td\sigma / dT)$ olarak değerlendirilebilir. Burada $\sigma(T)$ yüzey gerilimidir. Yüzey enerjisi, parçacık yüzeyleri arasındaki 2d ortalama ayrılması (crack width) Coulomb enerjisinden çok daha önce 2fm'yi aştığında, yüzey enerjisi asimptotik değerine ulaşır. Bariyer yüksekliği B_f ve açığa çıkan enerji Q_f büyük ölçüde belli bir f bozunma kanalına bağlıdır. Somut (concrete) bozunma kanalları için bariyerin konum ve şekli Lopez ve Randrup (1989, 1990) tarafından hesaplanmıştır. Parçalanma sürecinin istatistiksel tanımında temel nokta, verilmiş bir E_0^* uyarılma enerjisinde belli bir bozunma kanalının olasılığı, onun istatistiksel ağırlığıyla orantılıdır. Yani $E_f^* = E_0^* - B_f$ enerji aralığındaki durumların sayısı bariyerin üzerindedir. $E_0^* < B_f$ olan kanallar kapalıdır (modelde kuantum tünellemesi göz ardı ediliyor). Bu yaklaşım yaklaşık 55 yıl kadar önce geliştirilen fisyonun istatistiksel modeline yakındır. Ayrılmış parçacıkların sistemin potansiyel bariyerini aştıktan sonra oluştuğunu düşünmek doğaldır. Böylece, bozunmakta olan sistemin $V_f = \chi V_0$ hacmi, bozunma kanalına bağlı ve bariyer konumuyla ilişkili olmalıdır.



Şekil2.5. Yüzey ve Coulomb enerjileri ile potansiyel engelinin karakteristik davranışının şeması

Şekilden hareketle, sayısal hesaplamalarda aşağıdaki ifade kullanılmıştır:

$$\chi = \left(1 + \frac{d}{r_0 A_0^{1/3}} (M^{1/3-1}) \right)^3 - 1 \qquad (2.39)$$

Burada M dikkate alınan bozunma kanalının toplam parçacık çarpanıdır. Çoğu hesaplamada d=1,4fm alınmıştır. Bu yaklaşımda χ'in tipik değeri 0,2 ile 2 arasında değişir.

Parçalanma bariyerinin varlığı, yüklü nükleer sistemlerin sonluluğunun açık bir göstergesidir. Bu özellik ilk kez Bondorf ve ark. (1985) tarafından vurgulanmıştır. Fisyon bariyeri ile aynı doğaya sahiptir. Üstelik bozunma kanalları arasında onlarca fm/c zaman aralıklı ani fisyon veya fisyon benzeri kanal (M=2) ortaya çıkmaktadır. Bu, düşük uyarılma enerjilerindeki ağır bileşik sistemlerin baskın olan bozunma modudur. Artan uyarılma enerjisiyle M=2,3,4,… olan kanallar yavaş yavaş açılır ve bozunma işlemi karmaşık (chaotic) çok katlı parçalanma karakteri kazanır.

2.9. Tek Bozunma Olaylarının Türetilmesi

Genel ifadeyle, öncül parçacıklar oldukça küçük hacimli ve yüksek uyarılma enerjili olarak oluşurlar. Bu yüzden daha sonra uyarılmışlıklarını kaybederler ve itici Coulomb potansiyelinin ve kaotik termal hareketin etkisi altında yayılırlar. Öncül parçacıkların evrimi yalnızca her bozunma kanalında her bir parçacık için tüm bilgiler (kütle, yük, momentum koordinatları ve uyarılma enerjisi) mevcutsa takip edilebilir. Monte Carlo metodu temelli bireysel çok katlı olayları için sayısal işlemlerin türetilmesi, özellikle 4π dedektör sistemlerinde elde edilen veriler ya da fotoemülsiyon verilerini yorumlamak için ve reaksiyonların dış karakteristiklerini hesaplamak için de önemlidir. Tek parçalanma olaylarının türetiminin sayısal işlemleri -Monte Carlo temelinde- Botvina ve ark. (1986) tarafından önerilmiştir. Bu işlemler, $W(E_0^*)$ uyarılma enerjisi, $W(A_0)$ kütlesi ve $W(Z_0)$ yükündeki bazı dağılımlarla karakterize edilen parçalanmaya konu olan çok uyarılmış çekirdeğin tüm topluluğu için çok yararlı bir hale dönüşür.

2.9.1. Bir bölmenin oluşumu

Hesaplama, $W(E_0^*)$, $W(A_0)$ ve $W(Z_0)$ ile bağlantılı olarak E_0^*, A_0, Z_0 başlangıç değişkenlerinin seçilmesiyle başlar. Daha sonra bozunma kanalı türetilir. Bu süreç iki kısma ayrılır. Birincisi, küçük parçacık çarpımlı bütün olası bölünmeler ($A_0 \sim 100$ için $M \leq 4$ ve $A_0 \sim 200$ için $M \leq 3$) modellenir. Onların $\Delta\Gamma_f$ istatistik ağırlıkları hesaplanır. Benzetimin bu aşamasında parçacıklar yalnızca A kütle numarası ile karakterize edilirler. Bu, Z içinde verilen bir A dağılımı için yaklaşık olarak küçük genişlikli ve Z_A ortalama değerli yaklaşık olarak bir Gaussian olduğu gerçeği ile doğrulanabilir. Hesaplamayı hızlandırmak için, başlangıçta bir A parçacığının $Z' = AZ_0/A_0$ yüküne sahip olduğu kabul edilmiştir. Parçacıkların doğru yükleri, işlem sonunda bilinen yük dağılımına göre türetilir. Başlangıçtan itibaren hem A hem de Z'nin bağımsız olarak türetildiği hesaplamayla kıyaslandığında, basitleştirilmiş işlemin yeterli miktarda doğrulukta olduğu anlaşılır. Diğer aşamada,

bu model için $\langle M \rangle$ ortalama parçacık çarpanı hesaplanır. $\langle M \rangle \leq M_1$ ($A_0 \sim 100$ için $M_1 \approx 3.3$ ve $A_0 \sim 200$ için $M_1 \approx 2.6$) gibi *M* yeterince küçükse, o zaman bu kanallar $\Delta\Gamma$ dağılımı ile uyumlu olarak rasgele seçilirler. $\langle M \rangle > M_1$ şartının sağlanması, $M > 3$ olan dağılımların önemli rol oynadığı ve dağılımların Monte Carlo oluşumuna geçişinin yapıldığı bir işaret olarak düşünülür. Bu, Botvina ve ark. (1985–1987) tarafından tasvir edilen, çok etkili bir metod olan, bir yaklaşım kullanılarak gerçekleşmiştir. Bu yaklaşım, büyük kanonik yaklaşımda analitik olarak hesaplanan yalın bir kütle ve yük dağılımları ile, $\langle N_{AZ} \rangle$ ve $\langle N_A \rangle$, başlar. Varyasyon metodu kullanılarak bu yaklaşımdakilerle en olası dağılımlara karşılık gelen değerlerin uyuştuğu Botvina ve ark. (1986-1987) tarafından yapılan çalışmalarda görülebilir. Bu nedenle, $\langle N_{AZ} \rangle$ ve $\langle N_A \rangle$ değerleri sırasıyla topluluktaki bir (A,Z) parçacığı ve A kütleli bir parçacığın bulunma olasılığı yoğunluklarıyla orantılıdır. 'A kütleli parçacıklar arasında bir Z yüklü parçacığın bulunma olasılığı yoğunluğu' anlamına gelen $N_A(Z)$ niceliği, benzer bir yolla hesaplanabilir. Bu akılda tutularak, bilinen olasılık yoğunlukları $\langle N_A \rangle$ ve $N_A(Z)$'ye göre parçacık yük ve kütlelerini rasgele seçmeye dayanan bir modelleme işlemi oluşturulabilir.

Modelleme işlemini gerçekleştirirken izlenecek yol şu şekildedir:

a) $\langle N_{AZ} \rangle$, $\langle N_A \rangle$ ve $N_A(Z)$ dağılımlarını belirleyen T sıcaklığı ve kimyasal potansiyeller kanonik topluluklar için enerji denge formülü:

$$\langle E_f(T,V) \rangle \equiv \sum_{\{f\}} E_f(T,V) W_f = E_0$$

ve makrokanonik topluluklar için ortalama kütle ve yük formülleri:

$$\langle A_f \rangle \equiv \sum_{(A,Z)} \langle N_{AZ} \rangle A = A_0 \quad , \langle Z_f \rangle \equiv \sum_{(A,Z)} \langle N_{AZ} \rangle Z = Z_0$$

denklemlerindeki E_0, A_0 ve Z_0'dan bulunurlar.

b) Parçacık kütle numarası, [1,A_0] aralığındaki $\langle N_A \rangle$ dağılımına göre rasgele seçilir.

c) Parçacık yükü [0,A] aralığındaki $N_A(Z)$ dağılımına göre rasgele seçilir.

d) A ve Z seçimi olarak tanımlanan işlem, toplam kütle ve yük sayıları son parçacık tarafından A_0 ve Z_0 değerlerine ulaşıncaya kadar yeterli sayıda kez tekrarlanır (iteration). Eğer bu değerler aşılırsa, tüm işleme ilk parçacıktan başlanarak devam edilir.

Tanımlanan metodun en muhtemel dağılımları seçmek için tasarlandığı açıktır. Seçip ayırma (sorting-out) metodu ile kıyaslandığında bu metodun yüksek verimliliği görülebilir. Bu metod f dağılımının rasgele seçilmesi ve Bondorf ve ark. 1985 ile Sneppen 1987'in tanımladığı $\Delta\Gamma_f$ istatistik ağırlığın hesaplanmasıyla başlar. Daha sonra [0,1] aralığından rasgele bir r sayısı seçilir ve dağılım yalnızca $\{f\}$ topluluğunun maksimum istatistiksel ağırlığı $\Delta\Gamma_{\{f\}}^{(mak)}$ sistemin istatistiksel ağırlığından küçük veya eşitse, $\Delta\Gamma_f \geq r\Delta\Gamma_{\{f\}}^{mak}$, kabul edilir. Bu şart sağlanmazsa dağılım reddedilir ve işlem tekrarlanır. Bu metodun temel sayısal problemi, seçip ayırma işlemi başlamadan önce $\Delta\Gamma_{\{f\}}^{(mak)}$'ın türetimi ile ilgilidir. Bunu yapmak için ilk önce topluluğa ait en büyük sayılı dağılımlar için istatistiksel ağırlıklar belirlenmelidir. Dikkate alınan şartlarda, en muhtemel dağılımların sayısı küçük olduğu için (Bondorf ve ark. 1985) bu metod yeterliliğini ispatlayamaz. Örneğin, $\varepsilon^* \sim 5$ MeV/nükleon enerjide $A_0 \sim 100$ durumunda seçim kriterlerini karşılayan

200 civarındaki bir seçim reddedilmek zorundadır.

İki metodun karşılaştırılması, ortalama çarpımların $\langle M \rangle$ ve kütle dağılımlarının $\langle N_A \rangle$ pratikte tüm A aralığında uyuştuğunu gösterir. Kütle dağılımı σ_A modelleme işlemine daha hassastır. Basitleştirilmiş metod, küçük A bölgesinde (A= 1–5 için tutarsızlık %30 civarındadır) σ_A değerlerini biraz abartır. Bu, çok katlı parçalanma olayını önemli ölçüde etkilemez.

2.10. Ayrışmadan Sonra Parçacıkların Yayılmaları ve Yeniden Uyarılmaları

İstatistiksel tanım, zamanı açık biçimde içermemesine rağmen birincil parçacıkların oluşum süreci ve ayrışma hacminde sistemin yayılma süresi $\tau_{exp} \sim R/C_s \sim 50–100$ fm/c civarında olmalıdır. Son ayrışma durumunun oluşumu daha uzun bir zaman ölçeği ile karakterize edilir. Bu aşamada parçacıklar karşılıklı Coulomb alanının etkisi altında hareket ederler. Sıcak parçacıkların yeniden uyarılmaları da bu aşamada gerçekleşir. Böyle süreçler, hafif parçacıkların artmasına ve parçacık enerjilerinin yeniden dağılımına neden olur. Özellikle birincil sıcak parçacıklar (primary hot fragments) ve bunların parçacık yayınlayarak dönüştüğü ikincil soğuk parçacıklar (secondary cold fragments) bu süreçlerin bir sonucudur.

Sıvı damlası yaklaşımı hafif parçacıklar için anlamsızdır. $A \leq 4$'den hafif ve ağır parçacıkları ayrı ele almak gerekir. ^{2}H, ^{3}H ve ^{3}He uyarılmış durumda olmadıkları sürece, nükleonlarıyla birlikte, deneysel kütleleri $m_{A,Z}$ (Bağlanma enerjileri $B_{A,Z}$), yarıçapları $R_{A,Z}$ ve taban durum spin dejenerasyon çarpanları $g_{A,Z}$ ile karakterize edilen temel parçacıklardır. Bu parçacıkların öteleme serbest enerjisi ve Coulomb enerjilerine katkıları (2.5) ve (2.37) genel formülleri kullanılarak hesaplanır.

3. İSTATİSTİKSEL ÇOK KATLI PARÇALANMA MODELİNE GÖRE YAPILAN HESAPLAMALAR

SMM kullanılarak farklı uyarılma enerjilerinde Sn^{124}, U^{236}, Th^{232} çekirdeklerinin kütle dağılımı, yük dağılımını inceledik. Bunlara ek olarak farklı uyarılma enerjilerinde T sıcaklarını belirleyip, bu sıcaklık değerlerinin uyarılma enerjileriyle değişimlerinin sıvı - gaz faz geçişiyle ilişkisi gösterildi. İncelediğimiz çekirdeklerden Sn^{124} 1.48 N/Z oranına sahipken U^{236} ve Th^{232} sırasıyla 1.57 ve 1.58 N/Z oranlarına sahiptir. U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri farklı kütle numarasına sahip olmalarına rağmen N/Z oranları hemen hemen aynıdır. Tablo 3.1 de hesaplamalarda kullanılan çekirdeklerin kütle numaraları, atom numaraları, nötron sayıları ve N/Z oranları verilmiştir.

Bu bölümde, Tablo 3.1 de verilen çekirdeklerin nükleer çok katlı parçalanması ile oluşan kütle ve yük dağılımları, T sıcaklıklarını hesaplayarak, bu özelliklerin çekirdeklerin N/Z oranlarına ve kütlelerine bağlılığı incelenecektir. Ayrıca, nükleer sıvı-faz geçiş bölgesindeki back-bending davranışını teorik hesaplamalarımızla göstereceğiz. Yapılan incelemelerin sonuçları standart SMM kodu ve ALADIN grubunun deneysel verileriyle karşılaştırılacaktır.

Tablo 3.1 Hesaplamalarımızda kullanılan çekirdeklerin kütle ve atom numaraları, nötron sayıları ve N/Z oranları.

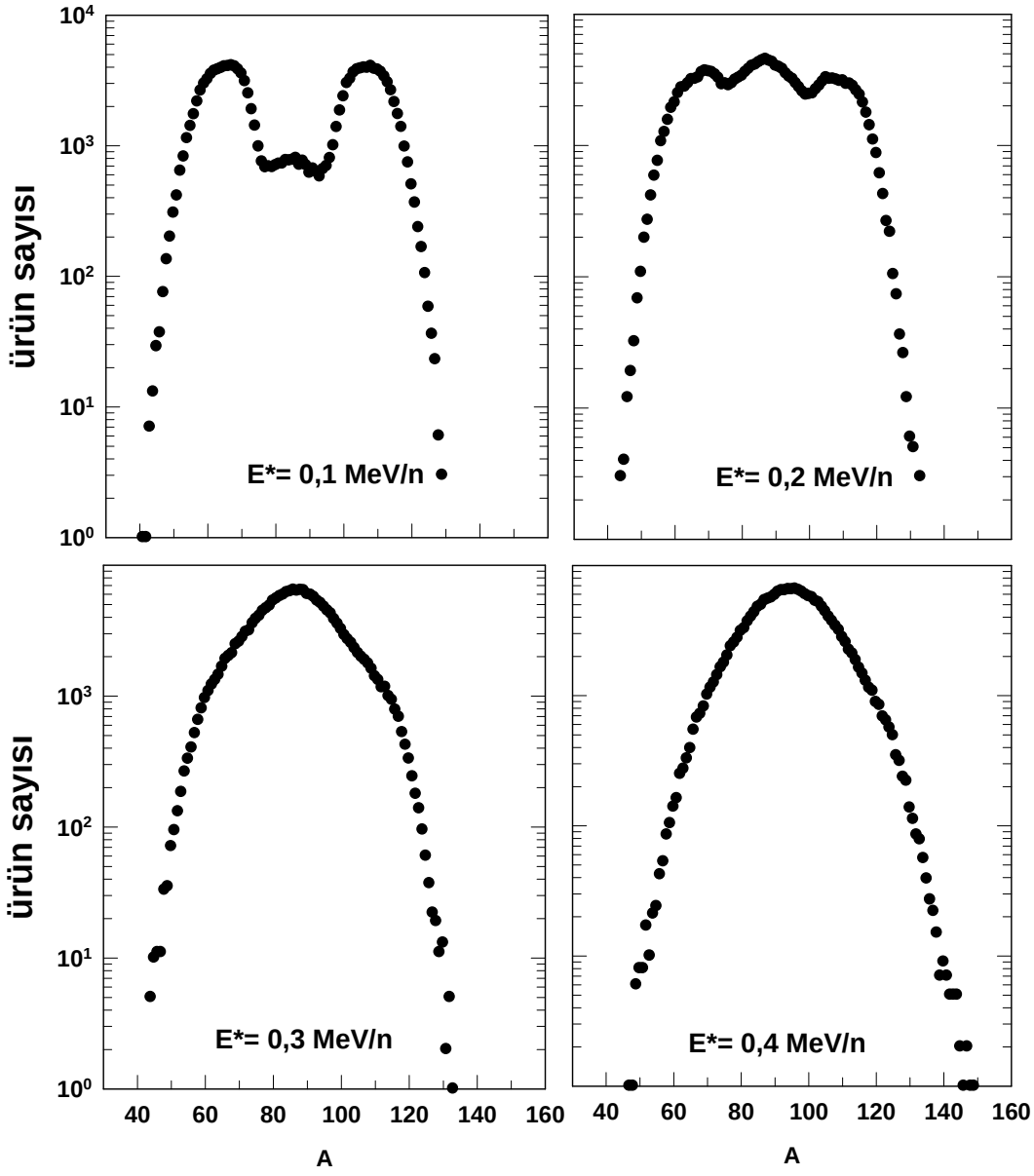
Çekirdek	Kütle Numarası	Atom Numarası	Nötron Sayısı	N/Z
Sn	124	50	74	1.48
U	236	92	144	1.57
Th	232	90	142	1.58

3.1 Bileşik Çekirdeğin Düşük Enerjilerdeki Fisyonunun Hesaplanması

Nükleer fisyon, ağır çekirdeklerin düşük enerjilerden nükleer yoğunluğun 0,15 fm^{-3} denge yoğunluğu civarında küçük dalgalanmalar gösterdiği 1 MeV'e kadar en ilginç yeniden uyarılma kanallarından biridir. Bileşik çekirdek fisyonunu incelemek amacıyla, açısal momentum ve dinamik değişkenlerin tespitinin çok önemli hale geldiği farklı bozunma modlarındaki kabuk etkilerinin sıvı damlası modeli ışığıyla doğru bir fiziksel tanımlama düşünülebilir. Sistem gaz fazı durumuna geldiğinde iç basınç yeterince büyük değilse sistem çatlama (cracking) noktasına ulaşamaz ve biraz genişledikten sonra tekrar bir kabarcık oluşturacak şekilde sıkışır. Sistem, salınımlar yaparak uyarılma enerjisini salar ve buharlaşır ya da fisyona uğrar. Bu yeterince uzun yaşam süreli duruma bileşik çekirdek (compound nucleus) denir. Standart bileşik çekirdek durumu sadece düşük uyarma enerjilerde geçerlidir. Çünkü bu durumda hafif parçacıkların buharlaşması ve fisyon kanalları baskındır. Bununla birlikte bu durum, çekirdek hızlı bir biçimde çok sayıda parçacıklara bozunduğundan yüksek uyarma enerjilerinde ($E^* \geq 2-3\,\mathrm{MeV/nükleon}$) uygulanabilir değildir. Çoğu deneyde (Botvina ve ark. 1995, D'Agistino ve ark. 1996, Scharenberg ve ark. 2001, Pienkowski ve ark. 2002, Bellaize ve ark. 2002, Avdeyev ve ark. 1998, Avdeyev ve ark. 2002, Botvina ve ark. 2006) görüldüğü gibi dengedeki bir kaynak bu durumda da oluşabilir ve istatistik modeller genelde parçacık oluşumunu tanımlamada çok başarılıdır. Bu konunun daha net bir şekilde görülebilmesi için U^{236} nın düşük enerjilerdeki fisyonu hesaplanmıştır (Şekil 3.1.a).

U^{236}'nın düşük uyarılma enerjilerindeki fisyonunun hesaplama sonuçlarını istatistik çok katlı parçalanma modelini kullanarak hesapladık. Şekil 3.1.a şeklinden asimetrik ve simetrik fisyon tepelerinin uyarılma enerjisiyle değişimini görmekteyiz. 0.1 MeV/n uyarılma enerjisiyle uyarıldığında panelin sol üst köşesindeki şekildeki gibi çift-pikli yani asimetrik fisyon olarak yorumlanan bir dağılım ortaya çıkmaktadır. Panelin sağ üst köşesindeki şekilde oluşan yapı ise genellikle tek-pikli simetrik ve çift-pikli dağılımlar açısından adlandırılan üç-pikli kütle dağılımı görülmektedir. Deneysel ve teorik çalışmalarında desteklediği gibi bu üç-pikli dağılım; yüksek uyarılmalı fisyon ile oluşan tek-pikli dağılım ve nötron

yayımlanması ile çift-pikli düşük uyarılmalı fisyonun süperpozisyonu (üst-üste bindirme) sonucu oluşur.Ayrıca düşük uyarılma enerjisinde fisyon eşiğine kadar çift-pikli dağılımlar nötronlar tarafından üretilebilir. Bunu sebebi düşük enerji yüklü parçacıkların Coulomb bariyeridir.

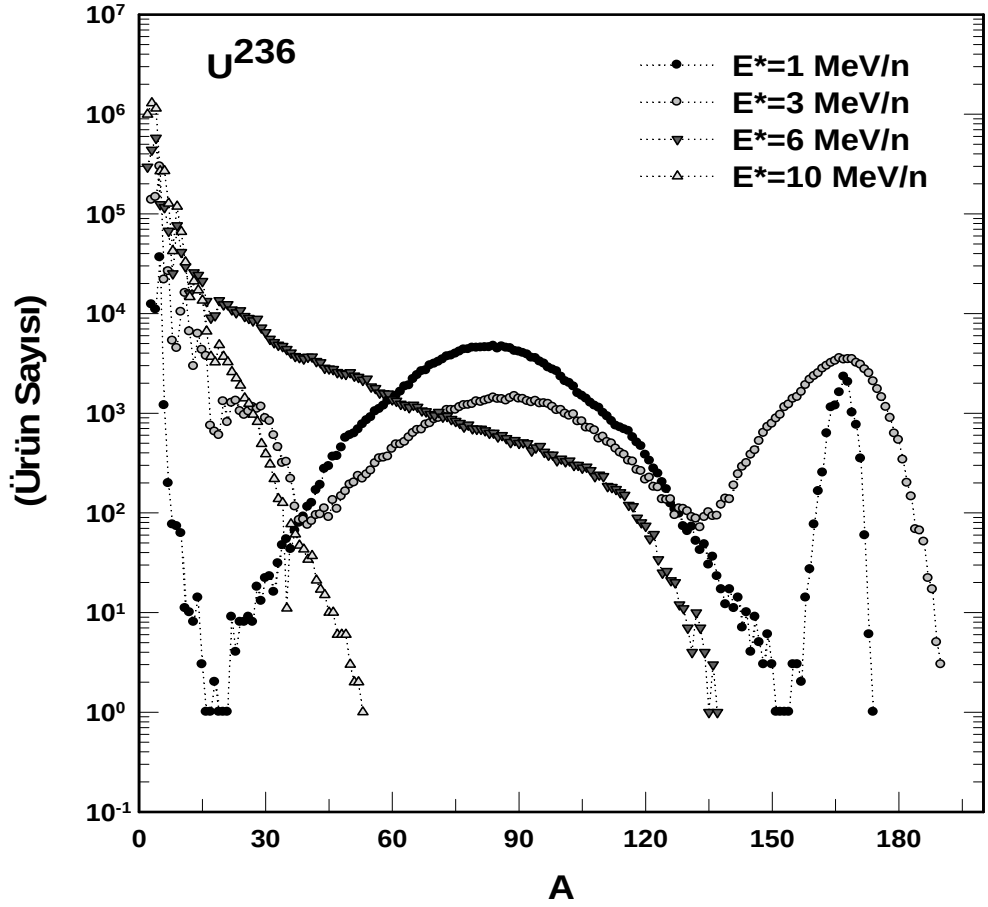


Şekil 3.1.a. U^{236} çekirdeğinin (0.1 ve 0.4 MeV/n arsında) düşük enerjilerdeki fisyonunun kütle dağılım grafiği.

Şekil 3.1.a. nın alt panelindeki şekiller ise bize yüksek uyarılma enerjisiyle birleştirilmiş simetrik fisyonun karakteristiğini göstermektedir. Sonuç olarak düşük uyarılma enerjilerinde asimetrik çift-pikli dağılım baskın görülürken, üç-pikli dağılımın ise genellikle artan uyarılma enerjileriyle oluştuğu görülmektedir. Bu durum tamamen deneysel ve teorik sonuçlarla örtüşmektedir.

Şekil 3.1.b. de görüldüğü gibi uyarılma enerjisi artarken fisyon benzeri dağılım kaybolmaya başlar. Düşük sıcaklıklarda ($T \leq 5\ MeV$), uranyum büyük bir çekirdek olduğu için birkaç büyük parçacığın açığa çıktığı ve W şeklinde bir dağılım oluşturduğu gözlenmiştir. Yüksek sıcaklıklarda ise ($T > 6\ MeV$) büyük parçacıkların kaybolduğu ve dağılımın üstel olarak azaldığı görülmektedir. Geçiş bölgesinde ($T \approx 5 - 6\ MeV$) T sıcaklığının enerjiyle değişimlerinin plato benzeri bir davranış sergilediği görülmektedir. Bu sistemin sıvı-gaz faz geçişinin bir işareti olarak yorumlanır. Bu aşamada kalorik eğrinin plato benzeri davranışı, sıcaklıktaki ve oluşan parçacıkların sayısındaki büyük dalgalanmalar gibi çok sayıdaki özellik bu hesaplanma sonucu gözlenmiştir. Daha yüksek uyarılma enerjileri için çekirdekler nükleonlarına ve küçük parçacıklara buharlaşmaya başlar. Bu sonuçların tamamı deneysel verilerle örtüşmektedir.

Sonuç olarak bu hesaplamalar ile fisyon, çoklu parçalanma ve buharlaşmayı kapsayan nükleer reaksiyonları için kütle dağılımları İstatistiksel Çoklu Parçalanma Modeli (SMM) çatısı altında incelenmiş ve çoklu parçalanma reaksiyonlarının analizi için üretilen SMM'in daha düşük ve daha yüksek uyarılma enerjileri için de tatmin edici bulgular ortaya koyduğu gözlenmiştir. SMM'in, fisyon reaksiyonlarının incelenmesinde de kullanılabilecek bir yöntem olduğu gösterilmiştir. Bu çalışmamızda Eren ve ark. (2007) nin hazırlamış olduğu makale bize yol göstermiştir.

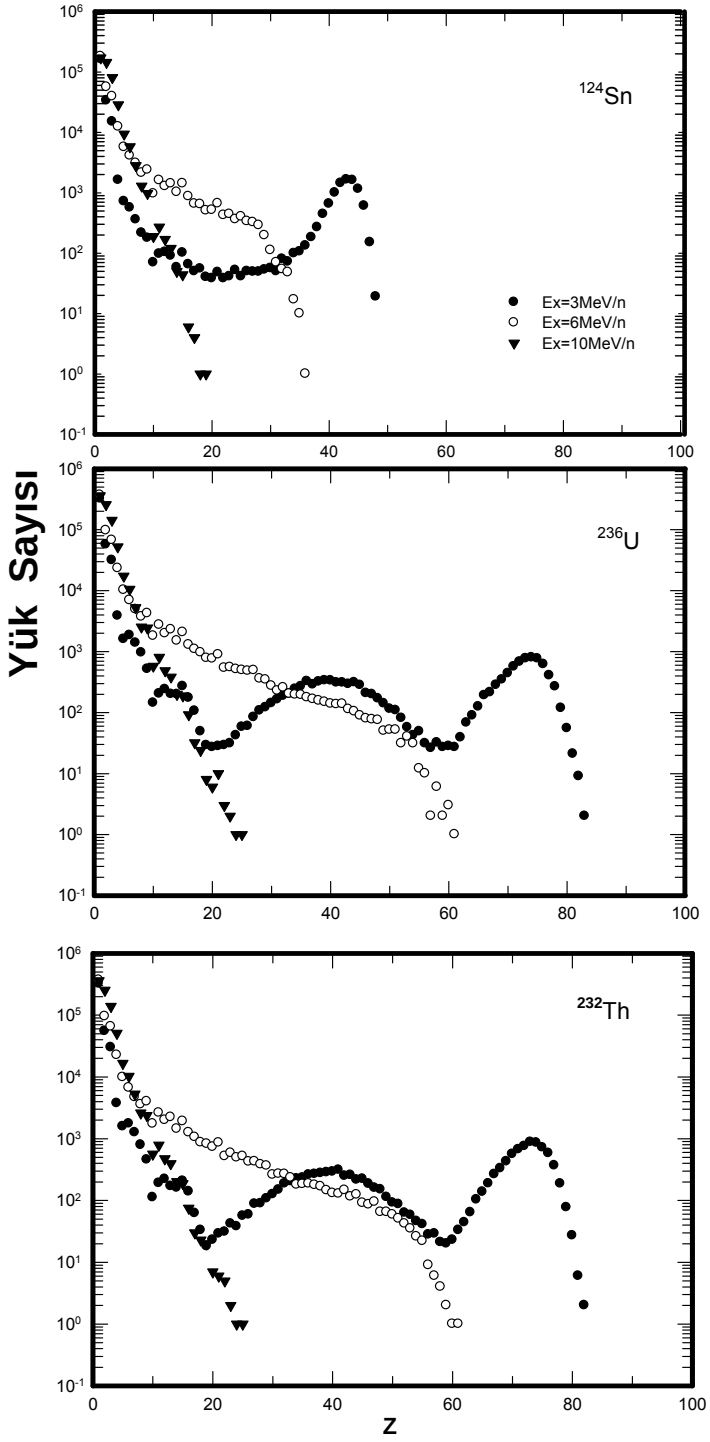


Şekil 3.1.b. U^{236} çekirdeğinin 1, 3, 6 ve 10 MeV/n uyarılma enerjilerindeki ürün kütle dağılımı

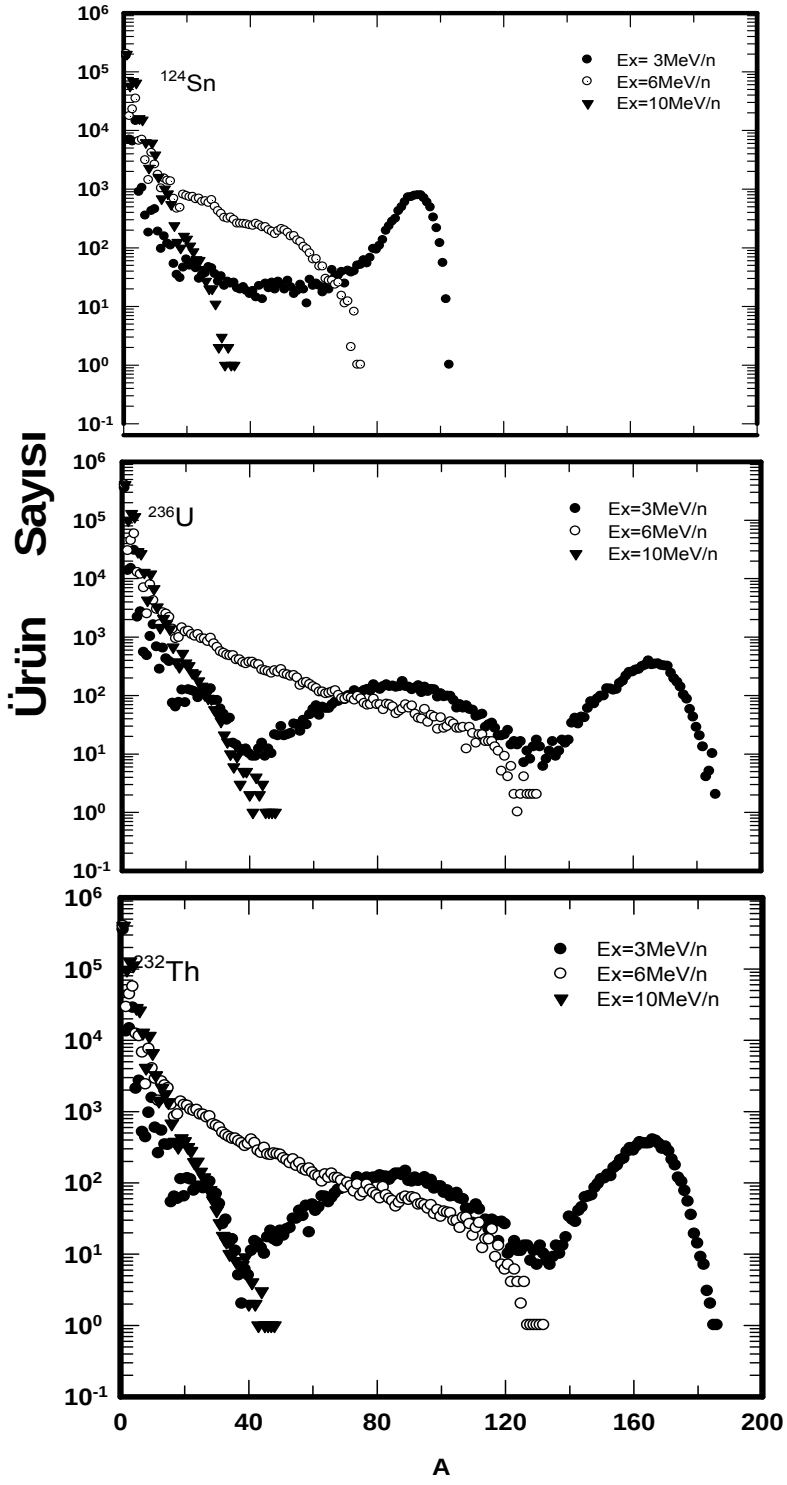
3.2. Farklı Uyarılma Enerjilerinde Çekirdeklerin Kütle ve Yük Dağılımları

Uyarılmış bir çekirdeğin parçalanması sonucunda parçacıkların kütle ve yük dağılımları oluşur (Bondorf ve ark. 1985, 1995, Botvina ve ark. 1985, 1995, 2006, Scharenberg ve ark. 2001). Parçacıkların kütle ve yük dağılımları, belli bir uyarma enerjisi sonucunda çekirdeklerin bozunmasıyla oluşacaktır. Nükleer çok katlı parçalanma olayının, incelediğimiz çekirdeklerin N/Z oranlarına bağlılığını araştırmak için 10000 olay üzerinden açığa çıkan sıcak parçacıkların dağılımlarını farklı uyarma enerjilerinde inceledik. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdeklerinin parçalanması sonucu oluşan sıcak birincil parçacıkların aşağıda ifade edilen

tanımlamayla uyduğu Şekil 3.2.a. ve Şekil 3.2.b. de açıkça gösterilmiştir. Düşük sıcaklıklarda ($T \leq 5\ MeV$), Sn^{124} için bir büyük artık parçacık ve birkaç küçük parçacıktan oluşan bir topluluğa karşılık gelen **U** şeklinde bir dağılım oluşur. U^{236} ve Th^{232} büyük birer çekirdek oldukları için, birkaç büyük parçacık açığa çıkacağından W şeklinde bir dağılım oluşur. Yüksek sıcaklıklarda ($T > 6\ MeV$), büyük parçacıklar kaybolur ve dağılım üstel olarak azalan bir şekil alır. Geçiş bölgesinde ($T \approx 5 - 6\ MeV$), sistemin sonluluğu nedeniyle bir fazdan diğer bir faza yavaş bir geçiş gözlenir. Ayrıca nükleer parçalanmanın başladığı andan itibaren (örneğin; 4-7 MeV/n uyarma enerjilerinde nükleer sıvı-gaz faz geçiş bölgesinde) orta kütleli parçacıkların dağılımlarının çekirdeklerin N/Z oranları ile doğrudan bağlantılı olduğu açıkça görülmektedir. 8 MeV/n uyarma enerjisi ve daha büyük enerjilerde ise; dağılım çekirdeklerinin yükleri ile doğru orantılı olarak üstel biçimde azalır. Yani atom numarası büyük olan çekirdekler uyarma enerjisinin artışıyla daha hızlı biçimde bozunurlar. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri için elde edilen kütle ve yük dağılım değerleri şekil 3.2.a. ve şekil 3.2.b. de gösterilmiştir.



Şekil 3.2.a. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri için 3, 6, 10 MeV/n uyarılma enerjilerindeki yük dağılım grafiği



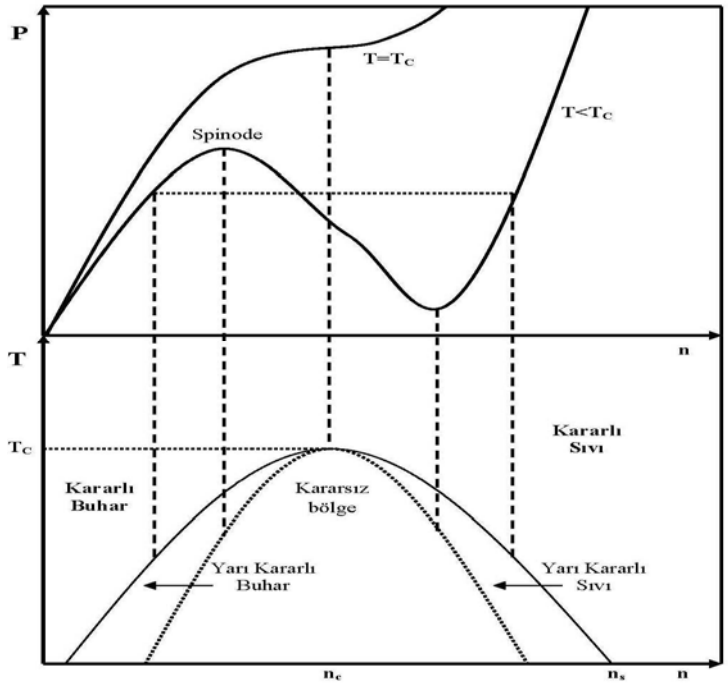
Şekil 3.2.b. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdeklerinin 3, 6, 10 MeV/n uyarılma enerjilerindeki ürünlerin kütle dağılım grafiği

Hesaplamalarımız sonucu oluşan grafiklerde nükleer çok katlı parçalanma başladıktan itibaren orta kütleli parçacıkların (Intermediate Mass Fragments, IMF) dağılımlarını incelediğimiz çekirdeklerin N/Z oranları ile ilişkili olduğu görülmektedir. N/Z oranı büyük olan çekirdeklerin, uyarma enerjisi arttıkça daha hızlı biçimde bozunduğu görülür. Şekil 3.1.b. de de görüldüğü gibi 6 MeV/n değerinden daha büyük uyarılma enerjilerinde bozunma sonrası oluşan dağılımın üstel azalışı, N/Z oranı büyük olan çekirdekler için daha dik ve keskin olarak görülür. Nükleer çoklu parçalanmaya izospin etkisi daha önce çalışılmıştır. (Büyükçizmeci ve ark. 2005)

3.3. Kalorik Eğrinin Hesaplanması

3.3.1 Çok katlı parçalanma olayını sonlu bir nükleer sistemin sıvı-gaz faz geçişinin bir belirtisi olduğunun gösterimi

Nükleer kuvvetler kısa mesafelerde itici uzun mesafelerde çekici olduğundan homojen nükleer maddenin durum denklemi Van der Waals denklemine benzer. Tipik bir Van der Waals sıvısının şematik faz diyagramı Şekil 3.3.1. de gösterilmiştir. Alt panelde düz çizgiler iki fazın bir arada bulunduğu (coexistence) eğrisini gösterir. Kesikli çizgiler ise spinodal eğridir. Bu iki eğri arasında sıvı ve gaz aynı anda bulunabilir. Yarı kararlı buhar bölgesi aşırı doymuş buhar bölgesidir ve bu bölgede damlacık oluşumu (droplet formation) gerçekleşir. Yarı kararlı sıvı bölgesi ise aşırı soğutulmuş sıvı bölgesidir ve bu bölgede kabarcık oluşumunun (bubble formation) gerçekleştiği bölgedir. Nükleer maddenin dinamik davranışı başlangıçtaki sıcaklık ve yoğunluğa bağlıdır. Sıkışmış ve sıcak nükleer madde basıncın etkisiyle radyal olarak genişler. Eğer sıcaklık kritik bir değerin üzerinde ise basınç her yerde pozitif olduğundan madde dışarı doğru hareketlenir. Potansiyel enerji ve kısmen termal enerji kolektif enerjiye dönüşür ve madde aniden buharlaşır.



Şekil 3.3.1. Van der Waals sıvısı için basınç ve sıcaklığın yoğunlukla değişimini gösteren şematik faz diyagramı.

Başlangıçta sıcaklık ve yoğunluk pek fazla değilse, belli bir noktadan sonra basınç negatif olduğunda genişlemeye başlar ve madde normal yoğunluk civarında salınır. Başlangıçta sıcaklık ve yoğunluğun kritik değerlerin altında olduğu genişleyen bir nükleer sistem, genişleme durmadan önce yoğunluğu azaldığı için termodinamiksel olarak kararsız olan yarı kararlı bir bölgeye girebilir ve parçalanma (droplet formation) oluşabilir. Nükleer madde bu bölgede küçük genlikli yoğunluk dalgalanmalarına karşı kararlıdır. Ancak büyük genlikli yoğunluk dalgalanmaları sonucu, nükleer madde irili ufaklı nükleer damlacıkların karışımı şeklindedir. Damlalar arası etkileşmelerin karışık olarak geliştiğini kabul edersek, donma hacminde nükleer damlalardan oluşan sıvı faz ile nükleonlardan oluşan gaz fazın termodinamik denge halinde bulunduğunu düşünebiliriz. Sonuç olarak, çok katlı parçalanma olayını sonlu bir nükleer sistemin sıvı-gaz faz geçişinin bir belirtisi olarak ele alabiliriz. Buna göre, uyarılmış nükleer madde için de bir sıvı-gaz faz geçişi düşünülerek parçalanma olayı çalışılabilir (Jaqaman ve ark. 1983, Curtin ve ark. 1983, Siemens 1983, Goodman ve ark. 1984). Sıcak nükleer madde ve sonlu çekirdeğin termodinamik özellikleri ile ilgili yaklaşımlar (Ravenhall ve ark.1983),

varyasyonel metot Hartree-Fock yöntemi, Thomas-Fermi yaklaşımı (Suraud 1987, Müller ve Dreizler 1994), Relativistik Ortalama Alan Yaklaşımı ve Sanki Parçacık Yaklaşımı gibi çeşitli yöntemlerle çalışıldı. Bu yöntemlerle sıcak nükleer maddenin tipik olarak sıvı-gaz faz geçişi gösteren karakterisitk bir Van der Waals davranışına sahip olduğu belirlenmiştir.

Termodinamiksel olarak kararsız bölgedeki nükleer maddenin özellikleri, damlalar arası etkileşimler hesaba katılarak istatistik mekaniğin temel prensiplerine göre incelenebilir. Belli bir enerjide ve belli sayıda parçacıktan oluşan bir sistem düşünülürse, bu sistemin mikrokanonik dağılım fonksiyonu hesaplanarak bütün termodinamik ve istatistiksel özellikleri ortaya çıkarılabilir. ALADIN deneylerinin verilerine göre yüksek enerjilerdeki yüzeysel çekirdek-çekirdek reaksiyonlarında kaynağın çok katlı parçalanması hakkında öğretici bilgiler sağlanmıştır. (Schüttauf ve ark. 1996). Bu çalışmalarda uyarma enerjisi ile çok katlı parçalanmanın yükseldiği ve düştüğü, bu süreç esnasında da sıcaklığın yaklaşık ($T \approx 5\ MeV$) civarında sabit kaldığı gösterilmiştir. (Pochodzalla ve ark. 1995). Birleşik çekirdek benzeri durumdan çok parçacıklı duruma geçiş bölgesinde parçacık sayısındaki büyük kararsızlık ve parçacıkların maksimum büyüklüğü gösterilmiştir. (Kreutz ve ark. 1993). Alt nükleer yoğunluklardaki donma hacminde sıcak parçacıklar arasında termal bir denge olduğunu kabul eden istatistik modellerin verilerle uyumlu olduğu görülmüştür.(Botvina ve Mishustin 1992, Li ve ark. 1993, Bondorf ve ark. 1995, Raduta A.H. ve Raduta A.R. 2000).

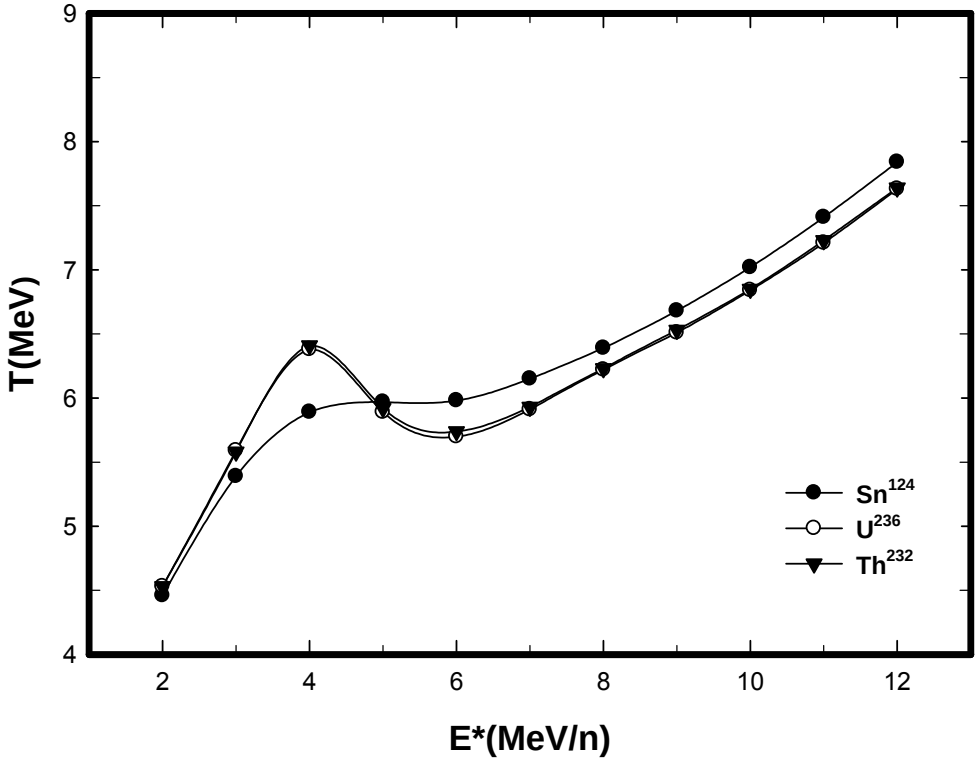
3.3.2. Nükleon başına farklı uyarma enerjilerinde sıcaklığın değişiminin hesaplanması

Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri için parçalanma sisteminin 2-12 MeV/n uyarma enerji aralığındaki ortalama sıcaklığını SMM ile hesapladık. Hesaplanan sıcaklık değerlerini uyarma enerjisinin fonksiyonu olarak şekil 3.3.2. de gösterdik. Bölüm 3.1. de anlatıldığı gibi; düşük uyarma enerjilerinde sıcaklık, bileşik çekirdeğin sıcaklığıdır ve $T \approx (\in_0 E^*)^{1/2}$ ifadesi ile hesaplanır. Uyarma enerjisinin E^*= 4-7

MeV/n olduğu aralıkta sıcaklık T yaklaşık olarak sabittir. Kullandığımız çekirdekler için, T değeri 5.5-6.5 MeV aralığında değişir ve sabit sıcaklık bölgesi (plato bölgesi) büyük çekirdekler için daha geniştir. Bu durum, iki fazın bir arada olduğu (coexistence) bölge için karakteristiktir. Bu davranış, sistem içinde transfer edilen enerjinin, parçacıkların kinetik enerjilerini arttırmak için değil de nükleonlar arasındaki bağları kırmak için kullanıldığını gösterir. (Bu durumda bir bağı kırmak için ≈8 MeV lik enerji gerekir.) T^* sıcaklığına, çatlama (Crack veya ayrışma (break up)) sıcaklığı denir. (Bondorf ve ark. 1985, Mishustin 1985). Sonsuz bir nükleer madde içindeki bir parçacığın (fragment) ortalama kütlesinin, başlangıçtaki çekirdek kütlesinden daha az duruma gelmesi şartından belirlenebilen böyle bir sıcaklığın varlığı ilk kez Bondorf ve ark. tarafından (1983) önerilmiştir. Ayrışma sıcaklığı ve kritik sıcaklık nükleer maddenin özelliklerini yansıtır. E^* ın daha da artması durumunda sıcaklık Boltzmann gaz limitine $T \approx \frac{2E^*}{3<M>}$ ulaşır. Bu gerçek, parçalanma durumlarının eş entropili (isoentropic) spinodal bölge içinde ve izotermi kritik bölgenin altında olduğu anlamına gelir.

Çeşitli çekirdeklerin parçalanması durumunda, uyarma enerjisi artarken oluşan sıcaklık değişiminin çekirdeklerin N/Z oranları ile ilişkilerini inceledik. N/Z oranı daha büyük olan kaynakların, geçiş bölgesini daha yüksek sıcaklıklarda bulunduğunu Şekil 3.3.2. de gösterdik. Nötron fakir kaynaklar ise geçiş bölgesinde daha düşük sıcaklıklarda bulunmaktadır. Aynı zamanda büyük N/Z oranlı çekirdekler için T^* ayrışma sıcaklığı değerine ulaşıldıktan hemen sonra sıcaklık değerlerinde hafif bir azalma olduğunu (back-bending) davranışını gösterdik. Böylece hafif çekirdeklerin parçalanmada ağır olanlardan daha kararlı olabildikleri açığa çıkar. Bu sonlu büyüklük etkisinin bir kanıtıdır. Çünkü nükleer maddenin daha küçük damlacıklara parçalanması daha yüksek sıcaklık gerektirir.

Sonuç olarak SMM kullanarak incelediğimiz çekirdeklerin farklı uyarılma enerjilerindeki sıcaklık değerlerinin oluşturduğu eğrinin N/Z oranından etkilendiğini gösterdik.



Şekil 3.3.2. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri için sıcaklığın (2-12 MeV/n) aralığındaki uyarma enerjisine göre değişim grafiği

4. SONUÇLAR VE YORUMLAR

Bu çalışmada, İstatistiksel Çok Katlı Parçalanma Modeli (SMM) kullanılarak Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdeklerinin 3-10 MeV/n aralığındaki uyarılma enerjilerinde oluşan ürünlerin kütle ve yük dağılımlarını ve bu dağılımlara çekirdeklerin N/Z oranlarının etkisini inceledik. Aynı çekirdekler kullanılarak 2-12 MeV/n enerji aralığındaki sıcaklıklarını belirleyip kalorik eğriyi Şekil 3.3.2. de gösterdik. U^{236} bileşik çekirdeği için 0.1-0.4 MeV/n enerji aralığında oluşan fisyonunu inceledik U^{236} bileşik çekirdeği için 0.1-0.4 MeV/n enerji aralığında oluşan fisyon Şekil 3.1.a. da gösterilmiştir. Bu şekilden çıkarılacak sonuç, alt panel ve üst panel olarak ele alındığında; alt panelindeki şekillerin bize yüksek uyarılma enerjisiyle birleştirilmiş simetrik fisyonun karakteristiğini, üst panelin ise düşük uyarılma enerjilerindeki asimetrik fisyonun karakteristiğini gösterdiğini anlatmaya çalıştık. Sonuç olarak düşük uyarılma enerjilerinde asimetrik çift-pikli dağılım baskın görülürken, üç-pikli dağılımın ise genellikle artan uyarılma enerjileriyle oluştuğunu gösterdik. Bu durum tamamen deneysel ve teorik sonuçlarla örtüşmektedir. Daha sonra U^{236} çekirdeği için 1,3,6,10 MeV/n enerjilerinde yapılan hesaplamalarda Şekil 3.1.b. de görüldüğü gibi uyarılma enerjisi artarken fisyon benzeri dağılımın kaybolmaya başladığı görülür. Düşük sıcaklıklarda ($T \leq 5\,MeV$), uranyum büyük bir çekirdek olduğu için birkaç büyük parçacığın açığa çıktığı ve W şeklinde bir dağılım oluşturduğu gözlenmiştir. Yüksek sıcaklıklarda ise ($T > 6\,MeV$) büyük parçacıkların kaybolduğu ve dağılımın üstel olarak azaldığı görülmektedir. Geçiş bölgesinde ($T \approx 5 - 6\,MeV$) T sıcaklığının enerjiyle değişimlerinin plato benzeri bir davranış sergilediği görülmektedir. Bu sistemin sıvı-gaz faz geçişinin bir işareti olarak yorumlanır. Bu aşamada kalorik eğrinin plato benzeri davranışı, sıcaklıktaki ve oluşan parçacıkların sayısındaki büyük dalgalanmalar gibi çok sayıdaki özellik bu hesaplanma sonucu gözlenmiştir. Daha yüksek uyarılma enerjileri için çekirdekler nükleonlarına ve küçük parçacıklara buharlaşmaya başlar. Bu sonuçların tamamının deneysel verilerle örtüştüğü gösterilmiştir. Sonuç olarak bu hesaplamalar ile fisyon, çoklu parçalanma ve buharlaşmayı kapsayan nükleer reaksiyonları için kütle dağılımları İstatistiksel Çoklu Parçalanma Modeli (SMM) çatısı altında incelenmiş ve çoklu parçalanma reaksiyonlarının analizi için üretilen SMM'in daha düşük ve

daha yüksek uyarılma enerjileri için de tatmin edici bulgular ortaya koyduğu gözlenmiştir. SMM'in, fisyon reaksiyonlarının incelenmesinde de kullanılabilecek bir yöntem olduğu gösterilmiştir. Bu çalışmamızda Eren ve ark. 2007' nın hazırlamış olduğu makale bize yol göstermiştir.

Nükleer çok katlı parçalanma olayının, incelediğimiz çekirdeklerin N/Z oranlarına bağlılığını araştırmak için 10000 olay üzerinden açığa çıkan sıcak parçacıkların dağılımlarını farklı uyarma enerjilerinde inceledik. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdeklerinin parçalanması sonucu oluşan sıcak birincil parçacıkların uyduğu şekil 3.2.a. ve şekil 3.2.b. de açıkça gösterilmiştir. Düşük sıcaklıklarda $(T \leq 5\,MeV)$, Sn^{124} için bir büyük artık parçacık ve birkaç küçük parçacıktan oluşan bir topluluğa karşılık gelen **U** şeklinde bir dağılım oluşturmuştur. U^{236} ve Th^{232} ise büyük birer çekirdek oldukları için, birkaç büyük parçacık açığa çıkacağından W şeklinde bir dağılım oluşturmuştur. Yüksek sıcaklıklarda $(T > 6\,MeV)$, büyük parçacıklar kaybolmuş ve dağılım üstel olarak azalan bir şekil almıştır. Geçiş bölgesinde $(T \approx 5 - 6\,MeV)$, sistemin sonluluğu nedeniyle bir fazdan diğer bir faza yavaş bir geçiş gözlenmiştir. Ayrıca nükleer parçalanmanın başladığı andan itibaren (örneğin; 4-7 MeV/n uyarma enerjilerinde nükleer sıvı-gaz faz geçiş bölgesinde) orta kütleli parçacıkların dağılımlarının çekirdeklerin N/Z oranları ile doğrudan bağlantılı olduğu açıkça görülmektedir. 8 MeV/n uyarma enerjisi ve daha büyük enerjilerde ise; dağılım çekirdeklerinin yükleri ile doğru orantılı olarak üstel biçimde azaldığı görülmüştür. Yani atom numarası büyük olan çekirdekler uyarma enerjisinin artışıyla daha hızlı biçimde bozunduğu söylenebilir. Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri için elde edilen kütle ve yük dağılım değerleri Şekil 3.2.a. ve Şekil 3.2.b. de gösterilmiştir. Hesaplamalarımız sonucu oluşan grafiklerde nükleer çok katlı parçalanma başladıktan itibaren orta kütleli parçacıkların (Intermediate Mass Fragments, IMF) dağılımlarını incelediğimiz çekirdeklerin N/Z oranları ile ilişkili olduğu görülmektedir. N/Z oranı büyük olan çekirdeklerin, uyarma enerjisi arttıkça daha hızlı biçimde bozunduğu görülür. Şekil 3.1.b. de de görüldüğü gibi 6 MeV/n değerinden daha büyük uyarılma enerjilerinde bozunma sonrası oluşan dağılımın üstel azalışı, N/Z oranı büyük olan çekirdekler için daha dik ve keskin olarak görülür. Nükleer çoklu parçalanmaya izospin etkisi daha önce çalışılmıştır. (Büyükçizmeci ve ark. 2005)

Şekil.3.3.1de anlatılmak istenen ise; damlalar arası etkileşmelerin karışık olarak geliştiğini kabul edersek, donma hacminde nükleer damlalardan oluşan sıvı faz ile nükleonlardan oluşan gaz fazın termodinamik denge halinde bulunduğunu düşünebiliriz. Sonuç olarak, çok katlı parçalanma olayını sonlu bir nükleer sistemin sıvı-gaz faz geçişinin bir belirtisi olarak ele alabiliriz. Buna göre, uyarılmış nükleer madde için de bir sıvı-gaz faz geçişi düşünülerek parçalanma olayı çalışılabileceği gösterilmiştir. (Jaqaman ve ark. 1983, Curtin ve ark. 1983, Siemens 1983, Goodman ve ark. 1984). Sıcak nükleer madde ve sonlu çekirdeğin termodinamik özellikleri ile ilgili yaklaşımlar (Ravenhall ve ark.1983), varyasyonel metot Hartree-Fock yöntemi, Thomas-Fermi yaklaşımı (Suraud 1987, Müller ve Dreizler 1994), Relativistik Ortalama Alan Yaklaşımı ve Sanki Parçacık Yaklaşımı gibi çeşitli yöntemlerle çalışıldı. Bu yöntemlerle sıcak nükleer maddenin tipik olarak sıvı-gaz faz geçişi gösteren karakterisitk bir Van der Waals davranışına sahip olduğu belirlenmiştir.

Son olarak SMM ile Sn^{124}, U^{236} ve Th^{232} çekirdekleri için parçacıklar sisteminin 2-12MeV/n uyarılma enerji aralığındaki sıcaklık değerlerini hesaplayarak Şekil3.3.2. de gösterdik. Parçalanmanın başladığı kabul edilen E^* değerleri çekirdeklerin N/Z oranlarına göre değer aldığı görülmektedir. Bu değerlere karşılık gelen T^* ayrışma sıcaklığı değerlerinin 5.5-6.5 MeV aralığında değiştiğini ve sabit sıcaklık bölgesinin büyük çekirdekler için daha geniş olduğunu gösterdik. Bu durum, iki fazın bir arada olduğu (coexistence) bölge için her bir çekirdeğin bir karakteristiğidir. Bu bölgedeki plato davranışı daha önce başka bir çekirdek için belirlenmişti. (Botvina ve ark. 1985, Bondorf ve ark. 1995). Bu davranış, deneysel sonuçlarla, daha karmaşık olan Fermiyonik Moleküler Dinamik ve Antisimetrik Moleküler Dinamik hesaplamalarıyla doğrulanmıştır. Farklı çekirdekler için hesaplamalar yaparak, düşük N/Z oranlı kaynaklar için, E^*=3-5 MeV/n geçiş bölgesinde daha düşük sıcaklıklar elde edildiğini Şekil 3.3.2. de gösterdik. N/Z oranlı çekirdeklerin parçalanmasında T^* ayrışma sıcaklığına ulaşıldıktan sonra, uyarma enerjisinin artışıyla sıcaklığın hafifçe azaldığı (back-bending) davranışını gösterdik. Sonuç olarak bu tezde ağır iyon parçalanmalarında farklı uyarılma enerjilerinin oluşan ürünlere etkisi gösterilmiştir.

5. KAYNAKLAR

Aichelin, J., Hüfner, J. ve Ibarra, R. 1984 Cold beakup of spectator residues in nucleus-nucleus collisions at high energy. Phys. Rev. C 30:107-118.

Aichelin, J. ve Bertsch, G. F. 1985 Numerical simulation of medium energy heavy ion reactions. Phys. Rev. C 31:1730-1738.

Aichelin, J. 1986 Three heavy fragments observed in simulations of medium heavy ion reaction. Phys. Lett B 175:120-124.

Aichelin, J. ve ark. 1988 Quantum molecular dynamics approach to heavy ion collisions: Description of the model, comparison with fragmentation data, and the mechanism of fragment formation. Phys. Rev. C 37:2451-2468.

Alard, J. P. ve ark. 1992 Midrapidity source of intermeate-mass fragments in highly central collisions of Au+Au at 150 AmeV. Phys. Rev. Lett. 69:889-892.

Avdeyev, S. P. ve ark. 1998 Thermal Multifragmentation in p+Au interactions at 2.16, 3.6 and 8.1 GeV incident energies. Eur. J. A 3:75-83.

Avdeyev, S. P. ve ark. 2002 Comparative study of multifragmentation of gold nuclei induced by relativistic protons, ^{4}He and ^{12}C. Nucl. Phys. A 709:392-414.

Ayık, S. ve Gregorie, C. 1988 Transport theory of fluctuation phenomena in nuclear collisions. Nucl. Phys. A 513:187-204.

Barashenkov, V. S., Tolstov, K. D. ve ark. 1959 JINR Preprint, P-331, Dubna.

Barz, H. W., Bondorf, J. P., Donangelo, R., Mishustin, I. N. ve Schulz, H. 1986 Statistical multifragmentation of nuclei (III). Decay of the fragments. Nucl. Phys. A 448:753-763.

Bauer, W. ve ark. 1986 Energetic photons from intermediate energy proton-and heavy-ion-induced reactions. Phys. Rev. C 34:2127-2133.

Bauer, W., Bertsch, G. F. ve Das Gupta, S. 1987 Fluctuations and clustering in heavy-ion collisions. Phys. Rev. Lett. 58:863-866.

Bauer, W., Gelbke, C. K. ve Pratt, S. 1992 Hadronic interferometry in heavy-ion collisions. Ann. Rev. Nuc. Part. Sci. 42:77-98.

Beauvais, G. E. ve ark. 1987 Computer simulations of fragmentation in nuclear reactions: A semiclassical model. Phys. Rev. C 35:545-555.

Bellaize, N., Lopez, O., Wieleczko, J. P. ve ark. 2002 Multifragmentation process for different mass asymmetry in the entrance channel around the Fermi energy. Nucl. Phys. A 709:367-391.

Bernstein, H. A., Friedman, W. A. ve Lynch, W. G. 1984 Emission of particle unstable resonances from compound nuclei. Phys. Rev. C 29:132-138.

Bertsch, G. F. ve Das Gupta, S. 1988 A guide to microscopic models for intermediate energy heavy ion collisions. Phys. Rep. 160:189-233.

Biro, T. S., Knoll, J. ve Richert, J. 1986 Percolation in finite space- A picture of nuclear fragmentation. Nucl. Phys. A 459:692-710.

Blann ve ark. 1989 Equilibrium cluster emission from ^{3}Ag reactions. Phys. Rev. C 40:2498-2508.

Blann, M., Mustafa, M. G., Peilert, G., Stöcker, H. ve Greiner, W. 1991 Expectations of fragment decay from highly excited nuclei. Phys. Rev. C 44:431-439.

Boal, D. H. ve Goodman, A. L. 1986 Fragmentation in the mechanical instability region. Phys. Rev. C 33:1690-1698.

Bohr, A. ve Mottelson, B. 1969 Nuclear Structure, vol. I, Benjamin Inc. New York, Amsterdam.

Bondorf, J. P. 1976 Journal de Physique 37:C5-195.

Bondorf, J. P. 1981 Proceeding of the Nuclear Physics Workshop, I.C.T.P., Trieste, Italy, October 5-30.

Bondorf, J. P. 1982 Chaotic fragmentation of nuclei. Nucl. Phys. A 387:25c-36c.

Bondorf, J. P., Mishustin, I. N., Pethick, C. 1983 in:Proc. Int. School on Heavy Ion Phys., JINR, D7-83-644, p. 354-370, Dubna.

Bondorf, J. P., Mishustin, I. N., Pethick, C. 1983 Voprosy atom nauki i techniki, Ser.:obschya i yad. Fizika 4:13.

Bondorf, J., Donangelo, R., Mishustin, I. N., Pethick, C. ve Sneppen, K. 1985 Sampling in statistical multifragmentation of nuclei. Phys. Lett. B 150:57-61.

Bondorf, J., Donangelo, R., Mishustin, I. N., Pethick, C., Schulz, H. ve Sneppen, K. 1985 Statistical multifragmentation of nuclei (I). Formilation of the model. Nucl. Phys. A 443:321-347.

Bondorf, J., Donangelo, R., Mishustin, I. N. ve Schulz, H. 1985 Statistical multifragmentation of nuclei (II). Application of the model to finite nuclei disassembly. Nucl. Phys. A 444:460-476.

Bondorf, J. P., Botvina, A. S., Iljinov, A. S., Mishustin, I. N. ve Sneppen, K. 1995 Statistical multifragmentation of nuclei. Phys. Rep. 57:133-221.

Botvina, A. S., Iljinov, A. S., Mishustin, I. N. 1985 Multifragmentation of nuclei at excitatiom energies ~10 MeV/nucleon. (Yad. Fiz. 42:1127-1137) Sov. J. Nucl. Phys. 42(5):712.

Botvina, A. S., Iljinov, A. S., Mishustin, I. N. 1986 Preprint INR, P-0490, Moscow.

Botvina, A. S., Iljinov, A. S., Mishustin, I. N., Bondorf, J. P., Donangelo, R. ve Sneppen, K. 1987 Statistical simulation of the break-up of highly excited nuclei. Nucl. Phys. A 475:663-686.

Botvina, A. S. ve Mishustin, I. N. 1992 Multifragmentation of thermalized residual nuclei in intermediate-energy heavy-ion collisions. Phys. Rev. Lett. B 294(1):23-26.

Botvina, A. S. ve Lanin, V. 1992 Percolation picture of the nucleus disintegration in proton-nucleus interactions. Sov. J. Nucl. Phys. 55:381-387.

Botvina, A. S. ve ark. 1995 Multifragmentation of spectators in relativistic heavy-ion reactions. Nucl. Phys. A 584:737-756.

Botvina, A. S., Buyukcizmeci, N., Erdogan, M., Łukasik, J., Mishustin, I. N., Ogul, R. ve Trautmann, W. 2006 Modification of surface energy in nuclear multifragmentation. Phys. Rev. C 74:044609-1-10.

Buyukcizmeci N., Ogul R. and Botvina A.S., 2005 Isospin and symmetry energy effects on nuclear fragment production in liquid-gas-type phase transition region Eur. Phys.J. A 25, 57.

Campi, X. ve Desbois, J. 1985 in:Proc. 23rd Int. Winter Meeting on Nuclear Phys., Bormio (Ric. Sci. Educ. Perm., Milano) p.479.

Colonna, M., Chomaz, Ph. ve Randrup, J. 1994 Linear response in stochastic mean-field theories and the onset of instabilities. Nucl. Phys. A 567:637-654.

Curtin, M. W., Toki, H. ve Scott, D. K. 1983 Phys. Lett. B 123:289-292.

D'Agostino, M. ve ark. 1996 Statistical multifragmentation in central Au+Au collisions at 35 MeV/u. Phys. Lett. B 371:175-180.

Das Gupta, S., Gale, C. ve Gallego, J. 1986 Microscopic model for nuclear breakup in heavy ion collisions. Phys. Rev. C 33:1634-1640.

De Souza, R. T. ve ark. 1991 Multifragment emission in the reaction ^{36}Ar + ^{197}Au at E/A=35, 50, 80, and 110 MeV. Phys. Lett. B 268:6-11.

Desesquelles, P. ve ark. 1993 Identification of a percolationlike critical region in the decay of excited calcium nuclei. Phys. Rev. C 48:1828-1839.

Dhar, H. ve Das Gupta, S. 1984 Time evolution of a compressed nucleus in the time-dependent Hartree-Fock approximation. Phys. Rev. C 30:1545-1549.

Eren N, Buyukcizmeci N., Ogul R. 2007 Mass distributions for nuclear disintegration from fission to evaporation Phys.Scripta 76, 657.

Essam, J. W. 1980 Percolation theory. Rep. Prog. Phys. 43:833-912.

Fai, G. ve Randrup, J. 1982 Explosion-evaporation model for fragment production in medium-energy nuclear collisions. Nucl. Phys. A 381:557-576.

Fai, G. ve Randrup, J. 1983 Statistical simulation of complete events in energetic nuclear collisions. Nucl. Phys. A 404:551-577.

Fai, G., Csernai, L. P. ve ark. 1985 Fragment yields and phase coexistence in nuclear collisions. Phys. Lett. B 164:265-268.

Finn, J. E. ve ark. 1982 Nuclear fragment mass yields from high-energy proton-nucleus interactions. Phys. Rev. Lett. 49:1321-1325.

Fisher, M. E. 1967 The theory of equilibrium phenomena. Rep. Progr. Phys. 30:615-730.

Friedman, W. A. ve Lynch, W. G. 1983 Statistical formalism for particle emission. Phys. Rev. C 28:16-23.

Gagarin, Yu. F. ve ark. 1970 Sov. J. Nucl. Phys. 11:698.

Gagarin, Yu. F. ve ark. 1975 Proceedings of the 14th International Cosmic rays Conference, Munich, August.

Gan, H. H., Lee, S. J. ve Das Gupta, S. 1987 Applications of the extended Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck model to participant and spectator dynamics. Phys. Rev. C 36:2365-2370.

Glendenning, N. K., Csernai, L. P. ve Kapusta, J. I. 1986 Liquid-gas phase separation in nuclear collisions. Phys. Rev. C 33:1299-1302.

Goodman, A. L., Kapusta, J. I. ve Mekjian, A. Z. 1984 Liquid-gas phase instabilities and droplet formation in nuclear reactions. Phys. Rev. C 30:851-865.

Gregoire, C., Remaud, B., Sebille, F. ve ark. 1987 Semiclassical dynamics of heavy-ion reactions. Nucl. Phys. A 465(2):317-338.

Gross, D. H. E., Satpathy, L., Ta-chung, M. ve Satpathy, M. 1982 Mass-yield distribution in proton and heavy ion induced target fragmentation processes. Z. Phys. A 309:41.

Gross, D. H. E. 1983 Multifragmentation of big nuclei. Phys. Scripta T 5:213.

Gross, D. H. E. 1984 Nuclear physics with heavy ions-many body systems with specific flavour. Nucl. Phys. A 428:313c-326c.

Gross, D. H. E. ve Massmann, H. 1987 Statistical fragmentation of very hot nuclei-complete microcanonical approach-. Nucl. Phys. A 471:339c-350c.

Gross, D. H. E. 1990 Statistical decay of very hot nuclei-the production of large clusters. Rep. Progr. Phys. 53:605-658.

Gutborg, H. H. 1978 Proceedings of the symposium on relativistic Heavy Ion Research, GSI, Darmstadt, March.

Hahn, D. ve Stöcker, H. 1988 The quantum statistical model of fragment formation: Entropy and temperature extraction in heavy ion collisions. Nucl. Phys. A 476:718-772.

Hasselquist, B. E., Crowley, G. M., Jacak, B. V. ve ark. 1985 Light-particle-complex-fragment coincidence cross-section from intermediate energy nucleus-nucleus collisions. Phys. Rev. C 32(1):145-162.

Heiselberg, H., Pethick, C. J., Ravenhall, D. G. 1988 Instabilities in hot nuclear matter: A mechanism for nuclear fragmentation. Phys. Rev. Lett. 61:818-821.

Hirsh, A. S., Bujak, A., Finn, J. E. ve ark. 1984 Experimental results from high energy proton-nucleus interactions, critical phenomena, and the thermal liquid drop model of fragment production. Phys. Rev. C 29:508-525.

Hubele,J., Kreutz, P., Adloff, J. C. ve ark. 1991 Fragmentation of gold projectiles-from evaporation to total disassembly. Z. Phys. A 340:263.

Jaqaman, J., Mekjian, A. Z. ve Zamick, L. 1983 Nuclear condensation. Phys. Rev. C 27:2782-2791.

Jeong, S. C., Herrmann, N., Fan, Z. G. ve ark. 1994 Collective motion selected central collisions Au on Au at 150 A MeV. Phys. Rev. Lett. 72(22):3468-3471.

Jung, Chr., Cassing, W., Mosel, U. ve Cusson, N. Y. 1988 Microscopic investigations on the fragmentation of heavy nuclei. Nucl. Phys. A 477:256-276.

Knoll, J. ve Strack, B. 1984 The dynamics of the nuclear disassembly in a field-theoretical model at finite entropies. Phys. Lett. B 149:45.

Knospe, O., Schmidt, R. ve Schulz, H. 1987 Site-percolation approach for mass and isotopic distributions in fragmentation reactions. Phys. Lett. B 182:293.

Koonin, S.E. ve Randrup, J. 1987 Microcanonical simulation of nuclear disassembly. Nucl. Phys. A 474:173-192.

Kreutz, P. ve ark. 1993 Charge correlations as a probe of nuclear disassembly. Nucl. Phys. A 556:672-696.

Larionov, A. B. ve ark. 1992 Calculation of nuclear collisions at intermediate energies using the Vlasov equation in the one-dimensional approximation. Sov. J. Nuc. Phys.USSR 55(9):1350-1358.

Larionov, A. B. ve Mishustin, I. N. 1994 Spinodal and 2-flow instabilies in nuclear collisions at intermediate energies. Physics of Atomic Nuclei 57(4):636-644.

Li, B. A., DeAngelis, A. R. ve Gross, D. H. E. 1993 Statistical-model analysis of ALADIN multifragmentation data. Phys. Lett. B 303:225-229.

Lips, V. ve ark. 1994 Multifragmentation induced by relativistic alpha projectiles. Phys. Rev. Lett. 72:1604-1607.

Lopez, J. A. ve Siemens, P. J. 1984 Nuclear multifragmentation. Nucl. Phys. A 431:728-744.

Lopez, J. A. ve Randrup, J. 1989 Theory of nuclear multifragmentation (I) transition-state treatment of the breakup process. Nucl. Phys. A 503:183-222.

Lopez, J. A. ve Randrup, J. 1990 Theory of nuclear multıfragmentatıon (II) posttransıtıon dynamıcs. Nucl. Phys. A 512:345-364.

Manisa, K., Atav, U. ve Ogul, R. 2005 VMC calculations of the graund state properties of nuclear matter. Int. J. Mod. Phys. E 14(2):255-267.

Mekjian, A. Z. 1978 Explosive nucleosynthesis, equilibrium thermodynamics, and relativistic heavy-ion collisions. Phys. Rev. C 17:1051-1070.

Mishustin, I. N. 1985 Statistical break-up of highly excited nuclei. Nucl. Phys. A 447:67c-94c.

Mustafa, M. G., Blann, M., Ignatyuk, A. V. ve Grimes, S. M. 1992 Nuclear level densities at high excitations. Phys. Rev. C 45:1078-1083.

Müller, H. ve Dreizler, R. M. 1994 Thomas-Fermi approach to thermal quantum hadrodynamics. Nucl. Phys. A 563:649-670.

Nemeth, J., Papp, G., Ngo, C. ve Baranco, M. 1990 Dynamical multifragmentation. Physica Scripta T32:160-165.

Ogul, R. ve Atav, U. 2003 Investigating the droplet formation in a nucleonic vapor. Physica Scripta 67:34-36; R.Ogul ve Ark. yayınlanacak.

Peaslee, G. F. ve ark. 1994 Energy dependence of multifragmentation in $^{84}Kr + ^{197}Au$ collisions. Phys. Rev. C 49:R2271-R2275.

Peilert, G., Stöcker, H., Greiner, W. ve Rosenhauer, A. 1989 Multifragmentation, fragment flow, and the nuclear equation of state. Phys. Rev. C 39:1402-1419.

Perfilov, N. A., Lozhkin, O. V. ve Ostroumov, V. I. 1962 Nuclear reactions induced by high-energy particles, Moscow.

Pethick, C. J. ve Ravenhall, D. G. 1987 Instabilities in hot nuclear matter and the fragmentation process. Nucl. Phys. A 471:19c-34c.

Pienkowski, L., Kwiatkowski, K., Lefort, T. ve ark. 2002 Breakup time scale studied in the $8GeV/c\pi^- + ^{197}Au$ reaction. Phys. Rev. C 65:064606-1-8.

Pochodzalla, J., Mohlenkamp, T. ve Rubehn, T. 1995 Probing the nuclear liquid-gas phase transition. Phys. Rev. Lett. 75:1040-1043.

Porile, N. T., Bujak, A., Finn, J. E. ve ark. 1985 Nuclear charge dispersion in the fragmentation mass region and the thermal liquid drop model. Phys. Lett. B 156:177-180.

Raduta, A. H. ve Raduta, A. R. 2000 Microcanonical studies concerning the recent experimental evaluations of the nuclear caloric curve. Phys.Rev. C61:034611-1-5.

Randrup, J. ve Koonin, S. E. 1981 The disassembly of nuclear matter. Nucl. Phys. A 356:223-234.

Randrup, J. ve Koonin, S. E. 1987 Microcanonical simulation of nuclear multifragmentation. Nucl. Phys. A 471:355c-370c.

Ravenhall, D. G., Pethick, C. J. ve Lattimer, J. M. 1983 Nuclear interface energy at finite temperatures. Nucl. Phys. A 407:571-591.

Ravenhall, D. G., Pethick, C. J. ve Wilson, J. R. 1983 Structure of matter below nuclear saturation density. Phys. Rev. Lett. 50:2066-2069.

Sangster, T. S. ve ark. 1992 Intermediate mass fragment emission in Fe+Au collisions. Phys. Rev. C 46:1404-1415.

Scharenberg, R. P. ve ark. 2001 Comparision of 1 A GeV ^{197}Au+C data with thermodynamics: The nature of the phase transition in nuclear multifragmentation. Phys. Rev. C 64:054602-1-19.

Schüttauf, A., Kunze, W. D., Worner, A. ve ark. 1996 Universality of spectator fragmentation at relativistic bombarding energies. Nucl. Phys. A 607(4):457-486.

Schmelzer, J., Röpke, G. ve Ludwig, F. P. 1997 Nuclear multifragmentation processes and nucleation theory. Phys. Rev. C 55:1917-1927.

Shibata, Y. ve Fujita, T. 1986 Fragmentation of the nucleus at high energy. Phys. Lett. B 172:283-286.

Siemens, P. J. 1983 Liquid-gas phase-transition in nuclear-matter. Nature 305:410-412.

Sneppen, K. 1987 Partitioning of a two component particle system and the isotope distribution in nuclear multifragmentation. Nucl. Phys. A 470:213-229.

Sneppen, K. ve Vinet, L. 1988 Dynamics and clusterization in nuclear collisions. Nucl. Phys. A 480:312-360.

Sneppen, K. ve Donangelo, R. 1989 Coarse graining of microscopic variables in the minimal information approach. Phys. Rev. C 39:263-264.

Sobotka, L. G. ve ark. 1983 Compound-nucleus decay via the emission of heavy nuclei. Phys. Rev. Lett. 51(24):2187-2190.

Souza, S. R., De Paula, L., Leray, S., Nemeth, J., Ngo, C. ve Ngo, H. 1994 A dynamical mode for multifragmentation of nuclei. Nucl. Phys. A 571:159-184.

Suraud, E. 1987 Semi-classical calculations of hot nuclei. Nucl. Phys. A 462:109-149.

Tolstov, K. D. 1984 in:Inelastic interactions of hadrons and nuclei at high energies, Alma-Ata.

Vautherin, D. Treiner, J. ve Veneroni, M. 1987 Evolutionof hot compressed nuclei in the time-dependent Hartree-Fock approximation. Phys. Lett. B 191:6-10.

Vicentini, V., Jacucci, G. ve Pandharipande, V. R. 1985 Fragmentation of hot classical drops. Phys. Rev. C 31:1783-1793.

Vinet, L., Gregoire, C., Schuck, P., Remaud, B. ve Sebille, F. 1987 A study of the disintegration of highly excited nuclei with the Vlasov-Uehling-Uhlenbeck aquation. Nucl. Phys. A 468:321-347.

Xu, H. M. 1992 Mass asymmetry, equation of state, and nuclear multifragmentation. Phys. Rev. C 46:R2144-R2148.

Zhang, X. Z., Gross, D. H. E., Xu, S. ve Zheng, Y. M. 1987 On the decay of very hot nuclei (I). Canonical Metropolis sampling of multifragmentation. Nucl. Phys. A 461:641-647.