低信噪比下相干信号的 DOA 估计的白噪声滤除方法

余昌和 李建黎
(电子科技大学自动化工程学院，成都 611731)

摘 要：在波达方向估计中，“相干”和“信噪比”一直引人关注。相干会使多重信号分类等算法失效，究其原因就是信源协方差矩阵的秩亏缺。低信噪比使阵列协方差矩阵的主次特征值区分困难，造成信号和噪声的子空间划分错误。针对相干，人们往往都是从“解相干”的角度出发，通过各种手段使信源的协方差矩阵能够满秩，但并未对秩亏缺特性加以利用。基于此，本文给出了一种在低信噪比下对相干源的波达方向估计的噪声消除方法，在仅有加性白噪声的环境下，利用相干信号协方差矩阵不能满秩的特点，通过求解方程组，用求的值代替估计的协方差矩阵的相关对角元素(即对角加载处理)，置换被噪声污染的对角元素，进而可以滤除掉白噪声的影响。仿真结果证实了方法的有效性。

关键词：相干信号；波达方向估计；白噪声滤除；多重信号分类算法；前后向空间平滑算法
中图分类号：TN911.7 **文献标识码**：A **文章编号**：1003-0530(2012)07-0957-06

A White Noise Filtering Method for DOA Estimation of Coherent Signals under Low SNR

YU Chang-he LI Jian-li
(School of Automation, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: The coherence and signal-to-noise ratio (SNR) are always more attractive on the studies of the direction-of-arrival (DOA) estimation. The coherence disables traditional algorithm such as multiple signal classification (MUSIC) which is caused by deficient-rank of the covariance matrix of the source. It is difficult to distinguish the primary and the secondary eigenvalue after eigenvalue decomposition (EVD) of the array covariance matrix because of the decreased SNR, and low-SNR will lead to faulty subspace partition of signal and noise. According to coherence, the traditional way is based on decoherence and to obtain the full rank covariance matrix of the coherent signals by all means, which are not taking the advantage of this mathematical characteristics. Based on this, in the paper, we propose a white noise filtering method for the DOA estimation of completely coherent or partially coherent sources under low SNR environments. Only the additive white noise is considered here, firstly, we can demarcate a number of diagonal matrices in the array covariance matrix. According to that the rank of the coherent signals covariance matrix is not full, each determinant of the diagonal matrices is equal to zero, and we have related equations which correspond to the determinants. By resolving the determinant equations, one can obtain new diagonal elements which do not involve the noise components. Then, through substituting the new diagonal elements for original diagonal elements (i. e. diagonal loading processing), we can obtain the new array covariance matrix without noise components. Finally, the DOA can be estimated further by means of forward-backward spatial smoothing (FBSS) and MUSIC or some other algorithms. Simulation results confirm the validity of the proposed method.

Key words: coherent signals; direction-of-arrival estimation; white noise filtering; multiple signal classification algorithm; forward-backward spatial smoothing algorithm

收稿日期：2011-12-13；修回日期：2012-03-29

1 引言

在阵列信号处理领域中,对发射源进行定位是研究的重点之一。其中利用窄带被动阵列天线检测发射源方向的技术做出了很大的贡献。该项技术根据空间波的空间谱特点,利用数字信号处理和计算机实时控制等相关技术,具有精度高,抗干扰能力强等优点,已被广泛用于雷达、水下声纳、射电天文、地震探测、通信、导航甚至机器人遥控等方面。在此项技术的发展过程中,有一些突出问题始终是引人注意的,比如来波信号的相干性问题在波达方向(direction-of-arrival, DOA)估计中就是一个不可被忽略的问题,因为在传播过程中,信号往往会被山体或者高大建筑的漫反射后,形成多径信号,比如雷达在低仰角追踪时除了接收到目标的直接回波外,还会接收到与直接回波相干的地(海)面反射的多径信号[1],这就是信号传播中常见的多径传播现象。因为多径信号之间可能存在一定的相关性甚至是相干,而通常高分辨算法要求来波信号为不相关或非强相关,所以如何去除多径效应是 DOA 估计领域的重要研究课题[2]。针对相干问题,人们提出了解相干的算法[1, 3-5]来解决。另外由于噪声是绝对并始终存在的,而信噪比的降低将直接导致所有算法性能下降,因此对于它的研究从来就没有停止过。文献[6-9]中均分别论述到许多经典阵列信号处理算法,如多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法[10]、最小范数(Minimum-Norm)方法[11]都要在一定信噪比条件下才能具有良好的求解能力,即当信噪比低于一定值后,算法的性能将开始明显恶化甚至于无解。可以认为,算法正常工作所要求的信噪比,是衡量算法优劣的一个重要指标。

本文正是利用相干信号的协方差矩阵不能满秩的特点,通过对阵列协方差矩阵进行对角重新加载处理,利用对角元素置换办法,从而滤除噪声方差,然后再利用现有的经典算法继续求解。在仅有白噪声的情况下,如果信号采样数量足够多,则信噪比可以足够小。本方法的应用范围可以非常广泛,事实上当信号全部相干或者部分相干时,所有其他基于阵列协方差矩阵运算的算法均可以采用此方法进行前期预处理,从而达到提高算法性能和求解精度的目标,预处理所要求的天线元数目与多信号分类一类算法相等或多一个(视信号集的相干程度而定)。

2 信号模型和问题分析

本文提出的算法适用于平面阵列天线的任意天线元位置结构。为叙述简便,我们将只讨论均匀直线阵列结构。设 K 个中心频率为 ω_0 的窄带平面波信号同时入射在均匀直线阵列天线的某一天线上,若令天线元间距为 D,天线元数目为 M,θ_k 为第 k 个发射源的入射角度(这里 θ_k 定义为第 k 个入射方向与直线阵列轴的交角),以"$^{\mathrm{T}}$"代表转置,"$^{\mathrm{H}}$"代表共轭转置,$\mathrm{E}\{\cdot\}$ 代表数学期望算子,则接收到的信号矢量可以表示为

$$\mathbf{X}(t)=\mathbf{A}\mathbf{S}(t)+\mathbf{N}(t) \tag{1}$$

这里,$\mathbf{X}(t)$ 是一个 $M\times1$ 阶时变矢量,$\mathbf{S}(t)$ 是 $K\times1$ 阶信号矢量,且

$$\boldsymbol{S}(t)=[s_1(t),\cdots,s_k(t),\cdots,s_K(t)]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

$s_k(t)$ 代表第 k 个信号,$\mathbf{N}(t)$ 是 $M\times1$ 阶噪声矢量,且

$$\mathbf{N}(t)=[n_1(t),\cdots,n_m(t),\cdots,n_M(t)]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$n_m(t)$ 代表产生于第 m 个天线元的噪声。此外,(1)式中 $\mathbf{A}$ 代表 $M\times K$ 阶信号方向矩阵,即

$$\mathbf{A}=[a(\theta_1),\cdots,a(\theta_k),\cdots,a(\theta_K)] \tag{4}$$

$a(\theta_k)$ 是一个 $M\times1$ 阶信号入射方向矢量,若以 c 代表波速,则

$$a(\theta_k)=\left[1,e^{-j(\omega_0 D/c)\cos(\theta_k)},\cdots,e^{-j(\omega_0 D/c)(M-1)\cos(\theta_k)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

由此,阵列协方差矩阵可以按下述方式构成:

$$\mathbf{R}=E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^{\mathrm{H}}\}=\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^{\mathrm{H}}+\mathbf{Q}=\mathbf{R}_0+\mathbf{Q} \tag{6}$$

对于(6)式,需要给出以下假定条件:

① 信号和噪声在整个信号数据采集期间内是各态历经的平稳过程;

② 信号与噪声之间互不相关;

③ 各天线元的噪声互不相关。

本算法没有对白噪声的统计分布量加以限定(其他算法要求所有天线元的噪声方差必须相同),即各天线元的噪声功率可以互不相同,因而本算法所要求的工作条件比已有的其他算法更加宽松。

在(6)式中,$\mathbf{R}_0$ 是 $M\times M$ 阶未受噪声影响的阵列协方差矩阵,$\mathbf{S}$ 是 $K\times K$ 阶信号协方差矩阵,$\mathbf{Q}$ 是 $M\times M$ 阶噪声协方差矩阵。

$$\mathbf{S}=E\{\mathbf{S}(t)\mathbf{S}(t)^{\mathrm{H}}\} \tag{7}$$

$$\mathbf{Q}=E\{\mathbf{N}(t)\mathbf{N}(t)^{\mathrm{H}}\} \tag{8}$$

由于噪声之间互不相关,因而(8)式可以写成(σ_m 代表第 m 个天线通道噪声方差)

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}\sigma_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ 0 & \sigma_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_m & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_M\end{bmatrix} \tag{9}$$

根据(6)式,我们仅能从采集的数据中得知 **R**,而噪声及信号的协方差矩阵未能区分。在无噪声影响时,$\mathbf{R}=\mathbf{R}_0$。绝大多数现有的算法都能根据 $\mathbf{R}_0$ 求出精确解。当各天线通道内噪声功率逐步增强后,现行的所有算法都将逐步丧失解的能力。

3　白噪声的预处理方法

由于篇幅所限,本文只提出方法,不论述证明过程。在以下方法叙述中,为方便起见,我们仅针对信号数目为 6 的特例进行介绍。对任意信号数的处理方法,不难从这一特例中推广开来。

本方法的基本思路是利用阵列协方差矩阵中未受噪声叠加影响的元素去表达该矩阵主对角线上已被噪声叠加侵蚀的元素。当来波信号分别为全部信号之间相干和部分信号之间相干时,阵列协方差矩阵分别呈现为两种不同结构的数值类型。现针对这两种类型分别介绍。

3.1　全部信号之间相干

由于 MUSIC, Minimum-Norm, Minimum-Variance[12] 等算法在处理相干信号时,需要借助于空间平滑法(Spatial Smoothing)[13]。按照改进的空间平滑法(FB-SS)[14]的要求,天线元数目 M 应大于或等于$\frac{3}{2}$倍信号数目 K,即

$$M\geqslant\frac{3}{2}K \tag{10}$$

本方法在处理全部信号相干时,也服从(10)式。因 $K=6$,故选取 $M=9$,进而构成 9×9 阶阵列协方差矩阵 **R**。如前所述,我们的目标是设法从 **R** 中解析出 $\mathbf{R}_0$。另外我们不难证明,在全部信号之间相干的情形下,$\mathbf{R}_0$ 的秩 $r=1$。因此可以照图 1 所示操作,把 **Q** 从 **R** 中滤除出去从而得到 $\mathbf{R}_0$。

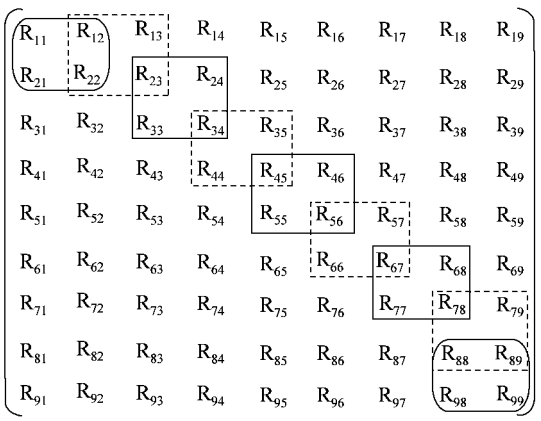


图 1　全部信号相干情况下白噪声方差滤除方法

Fig. 1　The white noise variance filtering method in the case of fully coherent signals

示例图中的操作说明:图中给出的是矩阵 **R**,我们在上面划定 9 个矩形区域(相临的矩形用不同形状以示区分),每个矩形内均包含 4 个矩阵元素。其中用虚、实线相间表示的直角矩形框内只包含一个对角元素和三个非对角元素。位于对角线最两端的用实线画出的圆角矩形则含有两个对角元素和两个非对角元素。根据上述分析,在无噪声影响时,每一个矩形区域内的元素组成的行列式都等于零。当未知矩阵 **Q** 侵入后,我们把 **R** 的所有对角元素改为未知变量。依然令这 9 个含有未知变量的行列式为零,可以得到 9 个方程。求解这组方程组,可以解出新的 9 个未受噪声侵蚀的主对角线元素 $R'_{11},R'_{22},R'_{33},\cdots,R'_{99}$,用 $R'_{11},\cdots,R'_{99}$ 去置换原矩阵的主对角线元素 $R_{11},\cdots,R_{99}$,从而可实现滤除噪声的目的。对置换后的阵列协方差,陆续应用 FBSS 和 MUSIC 等算法则可解出准确的入射角度。

3.2　部分信号之间相干

在介绍具体方法之前,我们引入独立相干信号组的定义和矩阵 $\mathbf{R}_0$ 秩的判定定理。

定义:设有两个信号集 $X,Y,\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}\in X,\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}\in Y$。若取任意 x_i,x_j 及 $y_\alpha,y_\beta(i,j=1,2,\cdots,p;\ \alpha,\beta=1,2,\cdots,q)$,均能满足①$x_i$ 与 x_j 相干;②y_α 与 y_β 相干;③x_i 与 y_α,x_j 与 y_β 完全不相关,则称 X 与 Y 互为独立相干信号组。

定理:$\mathbf{R}_0$ 的秩等于独立相干信号组的数目 N。即

$$r=N \tag{11}$$

证明过程:

已知条件为,**S** 是由 N 个独立相干信号组组成。由信号之间相关系数的定义可知,相关系数为 1 的两个信号才为相干信号,此时两个信号之间只存在一个系数比而已,即 x=a * y。假如某个信号集 **X** 中有 ν 个信号元素,并且这 ν 个信号之间全部都相干,则信号矢量可以表示为 $\mathbf{X}=[x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_\nu]^{\mathrm{T}}=[x_1,\cdots,\alpha_i x_1,\cdots,\alpha_\nu x_1]^{\mathrm{T}}$,其中 $\alpha_u(u=2,3,\cdots,\nu-1,\nu)$ 分别是相对应的相干信号与第一个信号之间的系数比。由此我们可以写出信号矢量 **X** 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}x=E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^{\mathrm{H}}\}$$

$$=\begin{bmatrix} x_1^2 & \alpha_2x_1^2 & \alpha_3x_1^2 & \cdots & \alpha_\nu x_1^2 \\ \alpha_2*x_1^2 & \alpha_2*\alpha_2x_1^2 & \alpha_2*\alpha_3x_1^2 & \cdots & \alpha_2*\alpha_\nu x_1^2 \\ \alpha_3*x_1^2 & \alpha_3*\alpha_2x_1^2 & \alpha_3*\alpha_3x_1^2 & \cdots & \alpha_3*\alpha_\nu x_1^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_\nu*x_1^2 & \alpha_\nu*\alpha_2x_1^2 & \alpha_\nu*\alpha_3x_1^2 & \cdots & \alpha_\nu*\alpha_\nu x_1^2 \end{bmatrix} \tag{12}$$

观察(12)的矩阵形式,很容易的看出 rank($\mathbf{R}x$)=1,这也就是说对于任何一组相干信号,它们组成的信号矢量的协方差矩阵的秩会永远等于 1,而完全不相关信号之间所组成的信号矢量的协方差矩阵的秩会是满秩的。因此 N 个独立相干信号组所组成的协方差矩阵的秩等于 N。从(6)中我们知道,$\mathbf{R}_0=\mathbf{ASA}^{\mathrm{H}}$,由于方向阵 $\mathbf{A}$ 是满列秩的,故 rank($\mathbf{R}_0$)= rank($\mathbf{ASA}^{\mathrm{H}}$)= rank($\mathbf{S}$)= N,证毕。

由矩阵理论可知,当行列式阶数 r_d 大于该行列式所对应矩阵的秩 r,即 $r_d>r$ 时,该行列式取值为零。因此当独立相干信号组的数目为 N 时,所需天线元数目 M 除了满足 MUSIC 和 FBSS 的要求外,还需要满足另外一个附加条件,即最后组成的 $M\times M$ 阶协方差矩阵里面要能够划分出 M 个含有对角元素的 $N+1$ 阶行列式,这样才能保证每个行列式都能够等于零,且由这些行列式组成的方程组正好可以解出每个新的对角元素的值。在具体的操作中,可以从协方差矩阵的两条对角线相交处最临近的对角元素处来加以快速判别。现在我们仍以两个具体的例子来说明这段话的含义,

假如天线元数目选为 6($M=6$),快速判断 N 最大可以取到多大的方法见下图示意

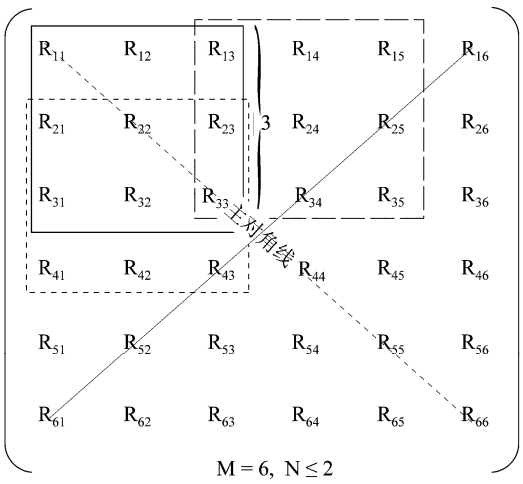


图 2 当 M 为偶数时,确定 N 最大值的快捷方法

Fig. 2 When M is even, a quick way to determine the maximum values of N

图 2 中展示出了判断的操作方法,因为阵列是沿主对角线共轭对称的,如果次对角线上半部分的对角元素能够求解出来,那么下半部分肯定也可以求解,所以我们只要观察上半部分的对角元素即可。在划分零值行列式时,我们也只对上半部分操作,从图中观察知道能够划分出来的最大阶零值行列式为 3 阶。而此阶数正好与对角线相交处的对角元素所处的行数或者列数相同,因此当 M 为偶数时只要判断两条对角线相交处的最近对角元素(比如 R_{33}),行数正好为 3,此时即能够知道 $N\leqslant 2$,也就是说当用 6 个天线阵元时,最多信号矢量里有 2 个独立相干信号组。

当 M 为奇数时,具体的判断方法见图 3 所示,

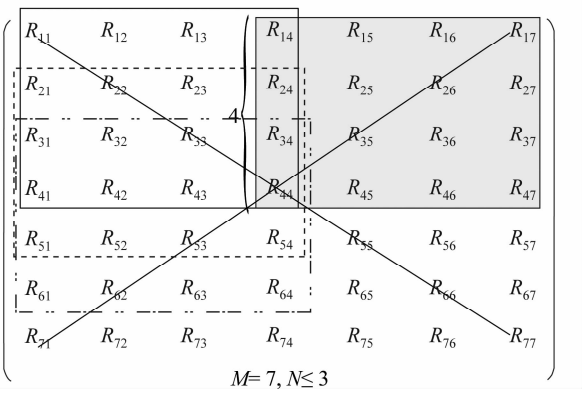


图 3 当 M 为奇数时,确定 N 最大值的快捷方法

Fig. 3 When M is odd, a quick way to determine the maximum values of N

与图 2 中相似,只是此时由于 M 为奇数,因此正好有一个对角元素位于两对角线的交叉处。此时的 $N\leqslant 3$,即不能多于 3 个独立相干信号组。虽然操作非常直观方便,但是相关的数学证明过程非常繁琐,因而我们只给出了相关的操作说明,而未进行严格数学意义上的论证。至此,有关天线元数目的选取讨论完毕,下面正式对信号之间部分相干情况的滤波过程进行讨论。

在本文设定的特例中,我们进一步假定有三组独立相干信号组,第一组有三个相干信号,第二组有两个相干信号,最后一组只有一个信号,组与组之间的信号完全不相关。按照前面的定义有,独立相干信号组的组数 $N=3$,于是 $\mathbf{R}_0$ 的秩 $r=3$。为了获得行列式为零的条件,我们把每个待划分的行列式阶数 r_d 设定为 4。同时可以确定天线元数目 $M\geqslant 7$,此处我们就取 $M=8$,从而构成 8×8 阶阵列协方差矩阵 $\mathbf{R}$。

因此,我们需要划定 8 个矩形框(同上例,我们使用了不同的形状来加以区分),每个框内包含 4×4 个矩阵元素(见下方示意图)。

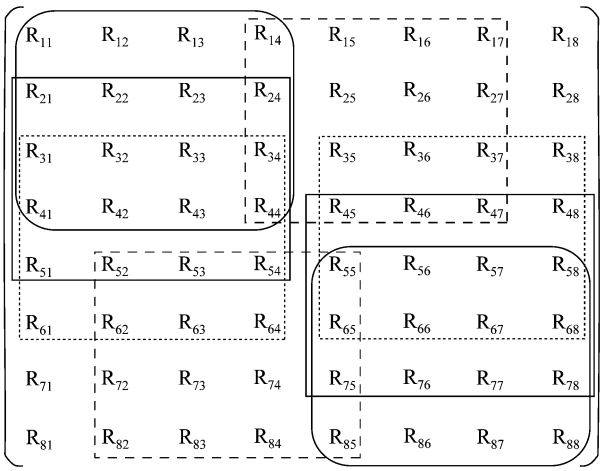


图 4　部分信号相干情况下白噪声方差滤除方法

Fig. 4　The white noise variance filtering method in the case of partly coherent signals

在无噪声影响时,每个矩形框内 4×4 个元素组成的行列式都等于零。现在考虑噪声的加入,我们令所有对角元素为未知变量,从而由划定的 8 个矩形框内的元素可以得到 8 个含有未知量的行列式。分别令这 8 个行列式等于零,得到 8 个方程。求方程组,解出未受噪声影响的主对角线元素 $R'_{11}, R'_{22}, R'_{33}, \cdots, R'_{88}$,最后使用 FBSS 及相关求解算法,即与本文 3.1 相同,不再赘述。

至此,我们给出了当信号集在不同相干类型时的白噪声预处理方法。关于判定信号之间相关类型的技术,参见文献[15]。需要补充说明的是,本文介绍的方法虽然是针对白噪声而提出的,但"置换"的办法在阵列协方差矩阵的变换运算中是普遍适用的,即只要存在纯信号元素,"置换"就在某种程度上可行。因此,本文介绍的方法也可推广到滤除带状相关噪声的课题中去,我们拟将另文讨论。

4　计算机模拟结果

在本节,我们分别对上述两种情况进行了仿真,在模拟例子中,标有"改进方法"的曲线代表经过预处理得到的结果,标有"常规方法"的曲线代表直接求解的结果。我们将信噪比(SNR)定义为

$$SNR = 10\log_{10}\frac{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}|A_k|^2}{\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}|\sigma_m|^2} \qquad (13)$$

在(13)式中,σ_m 代表产生于第 m 个天线通道内部的噪声幅值,A_k 代表第 k 个信号的振幅值。

在图 5 中,入射角度分别为 20°,23°,35°,37°,110°,160°的六个信号之间全部相干。设定信噪比为 0dB。

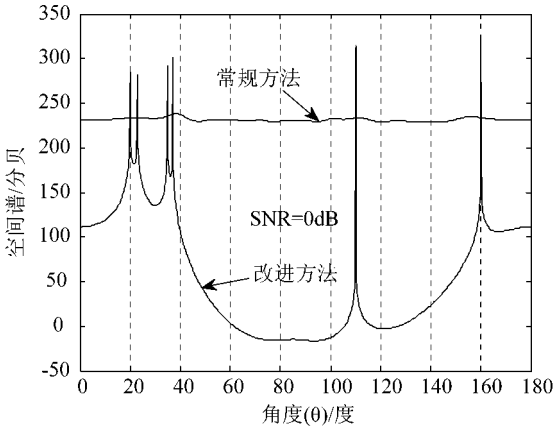


图 5　全部信号相干情况下改进方法与经典算法之间的性能比较

Fig. 5　Comparison of the performance between the improved method and the classical algorithm in the case of fully coherent signals

在图 6 给出的例子中,第一组入射角为 10°,100°,102°的信号之间相干,第二组 60°,63°的两个信号之间相干,第三组只有一个 70°的独立信号。这三组信号之间完全不相关。设定信噪比为-20dB。

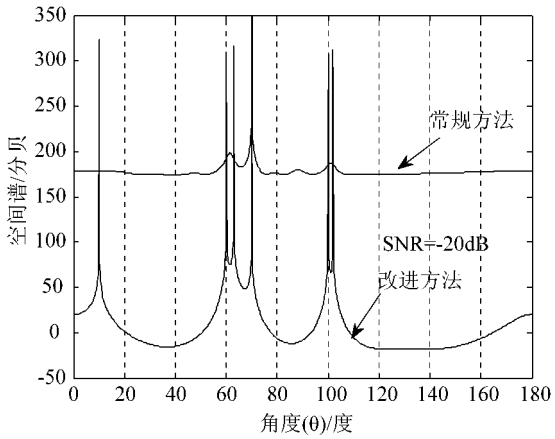


图 6　部分信号相干情况下改进方法与经典算法之间的性能比较

Fig. 6　Comparison of the performance between the improved method and the classical algorithm in the case of partly coherent signals

5　结论

本文提出的对阵列协方差矩阵进行预处理的方法能够有效地抑制白噪声,为多种求解信号入射角度的算法提供了获得精确解的条件。该方法对白噪声的统计量未加限定,因此所要求的工作条件更加宽松。尤其是清除了对天线放大器热噪声功率的限制,非常有

利于降低电路硬件成本。该方法只涉及到初等矩阵运算,增加的运算量和运算时间都很少,可广泛应用到各类远场发射源定位系统。

参考文献

[1] 吴向东. 存在互耦误差条件下的米波雷达低仰角测高算法[J]. 信号处理,2010,26(9):1341-1348.
WU X D. Height Finding of Meter-wave Radar with Mutual Coupling Present at Low-Angle Environment [J]. Signal Processing,2010,26(9):1341-1348. (in Chinese)

[2] 李会勇,侯碧波,何子述,贾可新. 一种互耦条件下多径信号的 2D DOA 估计方法[J]. 信号处理,2011,27(4):634-639.
LI H Y,HOU B B,HE Z S,JIA K X. A Novel Method for Multipath Signals'2D DOA Estimation in the Presence of Mutual Coupling [J]. Signal Processing,2011,27(4):634-639. (in Chinese)

[3] XU X,YE Z F,ZHANG Y F. DOA Estimation for Mixed Signals in the Presence of Mutual Coupling, Signal Processing, IEEE Transactions on. ,2009,vol. 57,nn. 9,pp. 3523-3532.

[4] JIANG H, WANG S X. Azimuth and elevation estimation for multipath signals exploiting cyclostationarity and temporal smoothing technology, Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2005. MAPE 2005. IEEE International Symposium on. ,vol. 2,pp. 1066-1070.

[5] 梁福来,黄晓涛,雷鹏正. 一种新的多频段雷达信号相干算法[J]. 信号处理,2010,26(6):864-868.
LIANG F L,HUANG X T,LEI P Z. A novel coherent algorithm of multiband radar echo[J]. Signal Processing,2010,26(6):864-868. (in Chinese)

[6] CHEN B X,ZHAO G H and ZHANG S H. Altitude measurement based on beam split and frequency diversity in VHF radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2010,46(1):3-13.

[7] WANG J,ZHAO Y J and WANG Z G. A MUSIC like DOA estimation method for signals with low SNR [A]. In Millimeter Waves, 2008. GSMM 2008. Global Symposium on [C]. Nanjing,2008,pp. 321-324.

[8] Koichi ICHIGE, Kazuhiko SAITO and Hiroyuki ARAI. High resolution DOA estimation using unwrapped phase information of MUSIC-based noise subspace [J]. IEICE Trans. Fundamentals,2008,E91. A(8):1990-1999.

[9] 甘泉,孙学军,唐斌. 一种基于空域滤波的空间谱估计方法[J]. 信号处理,2010,26(2):230-233.
GAN Q, SUN X J, TANG B. A Spatial Spectrum Estimation Method Based on the Spatial Filtering Approach [J]. Signal Processing,2010,26(2):230-233. (in Chinese)

[10] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation,1986,AP-34(3):276-280.

[11] R Kumaresan and D W Tufts. Estimating the angles of arrival of multiple plane waves [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1983, AES-19 (1): 134-139.

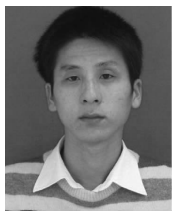
[12] J Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J]. Proc. IEEE,1969,57(8):1408-1418.

[13] T J Shan, M Wax and T Kailath. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Trans. on ASSP,1985,ASSP-33(4):806-811.

[14] R T Williams, S Prasad, A K Mahalanabis and L H Sibul. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment [J]. IEEE Trans. on ASSP,1988,36(4):425-431.

[15] T J Shan, A Paulraj and Thomas Kailath. On smoothed rank profile tests in eigenstructure approach to directions-of-arrival estimation [A]. In ASSP. IEEE ICASSP'86 [C]. Tokyo,Japan,1986,pp. 1905-1908.

作者简介



余昌和(1985-),男,出生于江西省九江市,本科毕业于南昌航空大学,获学士学位,现为电子科技大学自动化工程学院在读硕士研究生,主要研究方向为阵列信号处理、蓝牙通信。
E-mail:changheyu@ gmail. com



李建黎(1956-),男,出生于四川省成都市,毕业于成都电讯工程学院,现为电子科技大学自动化工程学院副教授,硕士生导师,主要研究方向为雷达/声纳信号处理、阵列信号处理、移动通信等。
E-mail:jianli@ uestc. edu. cn