T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GPS VE NİVELMAN ÖLÇÜLERİ YARDIMIYLA ÇEKÜL SAPMASI BİLEŞENLERİNİN HESAPLANMASI ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Mustafa AKKUL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ ANABİLİMDALI

Konya, 2007

T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GPS VE NİVELMAN ÖLÇÜLERİ YARDIMIYLA ÇEKÜL SAPMASI BİLEŞENLERİNİN HESAPLANMASI ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Mustafa AKKUL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ ANABİLİMDALI

Bu tez 26/09/2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

Yrd.Doç.Dr.Ayhan CEYLAN
(Danışman)

Yrd.Doç.Dr.Bayram TURGUT
(Üye)

Yrd.Doç.Dr.Aydın ÜSTÜN
(Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GPS ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Çekül Sapması Bileşenlerinin Hesaplanması Üzerine Bir Çalışma

Mustafa AKKUL

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ayhan CEYLAN

2007, 66 sayfa

Çekül sapması, yersel ağlara ilişkin jeodezik ölçülerin (yatay ve düşey doğrultu gözlemleri ve uzunluk ölçüleri vb.) elipsoit üzerine indirgenmesinde ve jeoit modellemelerinde kullanılmaktadır. Genellikle, astro-jeodezik ve gravimetrik yöntemlerle elde edilmektedir. Bu yöntemler oldukça zor ve zaman alıcı yöntemlerdir.

Uydu konum Belirleme Tekniği (GPS)'nin jeodezide yaygın olarak kullanımı ile noktalara ait elipsoital koordinatlar kolaylıkla elde edilebilir hale gelmiştir. Noktalara ait ortometrik yükseklikler de geometrik nivelman tekniği ile belirlendiği durumlarda, GPS/nivelman ile, jeoit yükseklik farkları ve çekül sapması

bileşenlerinin hesabı diğer yöntemlere göre daha hızlı ve daha kolay hesaplanabilir hale gelmiştir.

Bu çalışmada, çekül sapması ve bileşenleri, çekül sapması türleri ve hesaplama yöntemleri ile jeoit belirleme yöntemleri ayrıntılı olarak anlatıldıktan sonra GPS ve nivelman ölçüleri ve onlardan elde edilen jeoit yükseklik farklarından çekül sapması hesaplanmasına ilişkin yöntem tanıtılmış ve konunun uygulaması bir test ağında gerçekleştirilmiştir. Seçilen bir hat üzerinde çekül sapması bileşenleri ve jeoit yüksekliklerinin değişimi incelenmiştir. Ayrıca aynı hatta ait EGM96 ve CG03C jeoit modelleri yardımı ile çekül sapması bileşenleri ve jeoit yükseklikleri hesaplanmıştır. GPS/Nivelman, EGM96 ve CG03C modellerinden elde edilen değerler karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak GPS ve nivelman verileri yardımıyla jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenlerinin değişimi araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çekül Sapması, Çekül Sapması Bileşenleri, Jeoit Yüksekliği

ABSTRACT

Masters Thesis

Assessment of Deflection of The Vertical Components From GPS and Levelling Measurement

Mustafa AKKUL

Selcuk University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Geodesy and Photogrammetry

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Ayhan CEYLAN

2007, 66 pages

Deflection of the vertical is used in the geoid modeling and in the reducing to the reference surface of geodetic measures (vertical and horizantal observations and length dimensions) related to geoid network. It is generally derived from astro-geodetical and gravimetrical techniques. This techniques are very difficult and time-consuming.

Ellipsoidal coordinaties belonging to the control points are easily obtained by using the Global Position System (GPS) in geodesy. It is obsorved that in condition of orthometric heights belonging to the points are calculated by geometrical leveling

technique the calculation of Deflection of the vertical components and variations of GPS/leveling, and geoid heights turned easier and faster.

In this study, after deflection of the vertical, its components, the sort of deflection of the vertical and its calculation techniques are told by geoid determining techniques, there given an information on GPS and leveling measure and the technique related to deflection of the vertical found by geoid height variation of those, finally the practice of the subject was realized in a test network . Deflection of the vertical components and the variation of geoid heights were examined in a determined network. Moreover deflection of the vertical components and geoid heights were calculated by the help of EGM96 and CG03C geoid models belonging to the same network. The obtained data of GPS/Leveling, EGM96 and CG03C models were compared. In summary, jeoid heights and were variation of deflection of the vertical components were examined by the data of GPS/leveling.

Keywords: Deflection of the Vertical, Deflection of the Vertical Components, Geoid Height.

TEŞEKKÜRLER

Bu tezin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen çok kıymetli danışman hocam Sayın Yrd. Doç Dr. Ayhan CEYLAN' a, hesaplarımda yardımcı olan Sayın Yrd. Doç Dr. Aydın ÜSTÜN hocam ile eğitime her zaman önem veren ve yüksek lisans öğrenimimi tamamlayabilmemde büyük pay sahibi olan Genel Müdürümüz Sayın M. Zeki ADLI' ya teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Son olarak ta desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen sevgili eşim Nihal ve biricik oğlum Ömer'e teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **i**

ABSTRACT ..... **iii**

TEŞEKKÜRLER ..... **v**

İÇİNDEKİLER ..... **vi**

ŞEKİL LİSTESİ ..... **viii**

TABLO LİSTESİ ..... **ix**

1. GİRİŞ **1**

2. POTANSİYEL KAVRAMI **3**

3. BOZUCU GRAVİTE ALANI **8**

3.1. Jeoit Yükseklikleri 8

3.1.1. Jeoit belirlemenin amacı ve yöntemlerinin sınıflandırılması 8

3.1.1.1. Astro – Jeodezik yöntemler modelleri 10

3.1.1.2. Global jeoit belirleme modelleri 11

3.1.1.2.1. EGM 96 modeli 13

3.1.1.3. Bölgesel jeoit belirleme modelleri 15

3.1.1.3.1. Gravimetrik yöntemler ile jeoit yüksekliği belirleme 15

3.1.1.4. GPS/Nivelman yöntemiyle jeoit belirleme 16

3.2. Çekül Sapması 18

3.2.1. Çekül doğrultusu kavramı 18

3.2.2 Çekül sapması 21

3.2.3. Çekül sapması bileşenleri 24

3.2.4. Mutlak ve rölatif çekül sapmaları 26

3.2.5. Çekül sapması hesaplama yöntemleri 27

3.2.5.1. Astro-Jeodezik çekül sapması 27

3.2.5.2. Gravimetrik çekül sapması.....31
3.2.5.3. Topoğrafik – izostatik çekül sapması 33
4. YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ 35
4.1. Jeopotansiyel Yükseklikler (C) 36
4.2. Dinamik Yükseklik.....37
4.3. Ortometrik Yükseklikler.....38
4.4. Normal Yükseklik 40
4.5. Elipsoital Yükseklik 42
5. UYGULAMA 45
5.1. Test Ağı ve Özellikleri.....45
5.2. Hesaplamalar.....46
5.2.1. Elipsoit üzerindeki azimut (α) ve jeodezik eğri uzunluk (s) hesabı 46
5.2.2. Çekül sapması bileşenlerinin hesabı 50
5.2.3. Jeoit yüksekliklerinin hesabı.....54
5.3. Değerlendirme.....54
6. SONUÇ VE ÖNERİLER 57
KAYNAKLAR 60
EKLER.....63
Ek 1: Test ağındaki noktalara ait eğrilik uzunlukları (s) ve azimutlar(α) 63

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1: Merkezkaç Kuvveti 5

Şekil 3.1: Çekül eğrisi ve elipsoit normali arasındaki uzunluk farkı.....18

Şekil 3.2: Çekül Sapması 22

Şekil 3.3: Jeoit ve referans elipsoidi 24

Şekil 3.4: Çekül Sapması Bileşenleri.....25

Şekil 3.5: Atro jeodezik çekül sapması.....28

Şekil 3.6: Astro jeodezik çekül sapması bileşenleri 30

Şekil 4.1: Jeopotansiyel Yükseklikler.....36

Şekil 4.2: Ortometrik, normal ve elipsoital yükseklikler, jeoit ondülasyonu ve yükseklik anamolisi.....41

Şekil 4.3: Elipsoital Yükseklik.....43

Şekil 4.4: Doğal büyüklük yöntemi 44

Şekil 4.5: Standart büyüklük yöntemi.....44

Şekil 5.1: Kanava.....47

Şekil 5.2: Modellere ait jeoit yüksekliklerinin değişim grafiği.....55

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1: Gerçek ve standart gravite alanlarına ilişkin büyüklükler ve bunlar arasındaki farklar.....23

Tablo 5.1: Test ağına ait noktaların coğrafi koordinatları 45

Tablo 5.2: Standart sapma (ΔS=1 km için σ_ε) 52

Tablo 5.3: Test ağındaki noktalara ait hesaplanan değerler.....**Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**

Tablo 5.4: GPS-Nivelman yöntemiyle hesaplanan çekül sapması bileşenleri.....56

Tablo Ek -1: Test ağındaki noktalara ait eğrilik uzunlukları (s) ve azimutlar(α).....63

Tablo Ek -1: (devamı).....64

1. GİRİŞ

Ölçülerin yapıldığı fiziksel yeryüzünün çok karmaşık bir şekil olması nedeniyle insanlık henüz yeryuvarının gerçek şeklini belirleyememiş, ölçülerin değerlendirilebilmesi ve hesapların yapılabilmesi için yeryuvarının şekline uyan daha basit yüzeyler geliştirmiştir. Günümüzde kullanılan yüzeyler ise geometrik tanımı yapılan elipsoit ve fiziksel olarak tanımı yapılan, ağırlık potansiyelinin nivo yüzeylerinden biri olan jeoit yüzeydir.

Çekül sapması, bir noktadaki jeodezik başucu doğrultusu ile yerel astronomik başucu doğrultusu arasındaki açı olarak tanımlanmaktadır (Gürkan 1979). Çekül sapması, yersel ağlara ilişkin jeodezik ölçülerin (yatay ve düşey doğrultu gözlemleri, uzunluk ölçüleri vb) elipsoit üzerine indirgenmesinde ve jeoit modellemede kullanılmaktadır. Genellikle Astro-Jeodezik veya gravimetrik yöntemler ile elde edilir. Astro-Jeodezik yöntemde çekül sapmaları, astronomik koordinatlar (Φ, Λ) ve jeodezik koordinatlar (φ, λ) yardımıyla hesaplanmaktadır. Gravimetrik yöntemde ise yer gravite alanına ait gravite anomalileri kullanılarak Vening Meinesz formülleriyle hesaplanmaktadır.

Uydu Konum Belirleme Tekniği (GPS)'nin jeodezide yaygın olarak kullanımı ile noktalara ait elipsoital koordinatlar kolaylıkla elde edilebilir hale gelmiştir. Noktalara ait ortometrik yükseklikler de geometrik nivelman tekniği ile belirlendikten sonra elipsoital ve ortometrik yüksekliklerden yararlanılarak hesaplanan jeoit yükseklik farkları ve bunlar yardımıyla da çekül sapması

bileşenlerinin hesabı diğer yöntemlere göre daha hızlı ve daha kolay hesaplanabilmektedir.

Bu çalışmanın amacı, seçilen bir test ağında GPS/Nivelman verileri ile elde edilen jeoit yükseklikleri ve çekül sapması bileşenlerinin değişiminin belirlenmesidir. Ayrıca, GPS/Nivelman ile elde edilen jeoit yükseklikleri ve çekül sapması bileşenlerinin EGM96 ve CG03C jeoit modelleriyle elde edilen değerleri karşılaştırılmasıdır.

2. POTANSİYEL KAVRAMI

Newton'un çekim kanununa göre aralarında ℓ kadar uzaklık bulunan m_1 ve m_2 kitleleri birbirlerini kütleleri ile doğru, aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak çekerler. Yani

$$F = G\frac{m_1 m_2}{\ell^2} \tag{2.1}$$

dir. Burada *G*, Newton'un çekim sabitidir. Her ne kadar kitleler birbirlerini simetrik olarak çekiyorsa da bunlardan birine çeken diğerine çekilen kitle denir. Üç boyutlu bir koordinat sisteminde bu kitleler konumlandırılırsa aralarındaki çekim kuvveti, büyüklüğü *F* olan $\vec{F}$ vektörü ile gösterilebilir.

Sayısız kitle elemanlarının birleşiminden oluşan dünya gibi bir nesne, vektörel olan her bir ivmenin toplamıyla hesaplanan P noktasındaki birim kitle üzerinde bir çekime neden olur. Eğer vektörel alandan skaler alana bir geçiş olursa hesaplamalar basitleştirilir. Sabit yoğunluklu nokta kitle için çekim potansiyeli olan skaler fonksiyonla,

$$V = \frac{GM}{\ell} \tag{2.2}$$

gösterilebilir. Bu durumda çekim alanı dönel olmadığından kuvvet vektörü $\vec{F}$, skaler fonksiyon *V*'nin gradyen vektörü olur.

$$\vec{F} = \text{grad}\, V \tag{2.3}$$

Nokta halindeki kitleler sisteminin ya da dolu cisimlerin çekimi ele alındığı zaman karmaşık durumlarda bile $\vec{F}$ vektörünün üç boyutlu koordinat sistemindeki bileşenleri yerine yalnızca potansiyel ile uğraşılacağından dolayı (2.3) denklemi hesaplamaları kolaylaştıracaktır.

"m" kitle elemanından sürekli dağılmış elemanlardan oluşan yerküreye geçiş

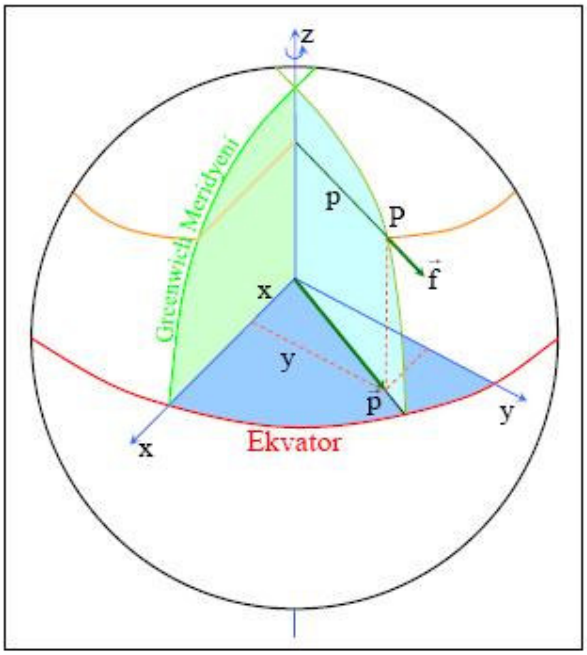
$$dm = \rho dv \tag{2.4}$$

ile sağlanır. Burada ρ, yoğunluk, dv ise kapalı bir cismin hacim elemanıdır. Üst üste koyma prensibine göre (2.2)'den

$$V = G \iiint_v \frac{dm}{\ell} = \iiint_v \frac{\rho}{\ell} dv \tag{2.5}$$

ile yeryuvarının çekim potansiyeli bulunur

Yeryuvarının kitlesel çekim kuvveti ile merkezkaç kuvvetinin bileşkesi yeryüzünde duran bir cisme etkiyen kuvveti verir. Orijini dünyanın ağırlık merkezi, z ekseni ise dünyanın ortalama dönme ekseni olan sağ sistemde bir sistem ele alınırsa (Şekil 2.1);



Şekil 2.1: Merkezkaç kuvveti

Bir birim kitle üzerindeki f merkezkaç kuvveti, dünyanın kendi ekseni etrafında dönmesindeki açısal hızı ω ve kitlenin dönme eksenine uzaklığı p olmak üzere;

$$F = \omega^2 p \tag{2.6}$$

ile belirlenir. Kitlenin dünyanın dönme eksenine uzaklığı;

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{2.7}$$

ile hesaplanabilir. Merkezkaç kuvvetine ait $\vec{f}$ vektörü $\vec{p} = (x, y, 0)$ vektörü ile aynı doğrultuda olup;

$$\vec{f} = \omega^2 \vec{p} = (\omega^2 x, \omega^2 y, 0) \tag{2.8}$$

şeklindedir. Merkezkaç kuvvet aynı zamanda Φ merkezkaç potansiyelin gradyeni;

$$\vec{f}=\text{grad}\Phi=\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\frac{\partial\Phi}{\partial y}+\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) \tag{2.9}$$

olup,

$$\Phi=\frac{1}{2}\omega^2(x^2+y^2) \tag{2.10}$$

şeklindeki bir potansiyelden de türetilebilir.

Çekim kuvveti ile merkezkaç kuvvetin bileşkesi olan toplam kuvvete gravite denir. Gravitenin potansiyeli (W), çekim kuvvetinin potansiyeli (V) ile merkezkaç kuvvetin potansiyelinin (Φ) toplamına eşittir. Yani

$$W=W(x,y,z)=V+\Phi=\mathrm{G}\iiint_{\mathrm{v}}\frac{\rho}{\ell}\mathrm{dv}+\frac{1}{2}\omega^2(\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2) \tag{2.11}$$

dır. İntegral tüm yeryuvarını kapsamaktadır. Gravite vektörü, gravite potansiyelinin gradyenine eşittir. Yönü ise potansiyelinin en hızlı değiştiği doğrultuyu gösterir, yani W ile tanımlanan yüzeyin normali boyuncadır.

Uzayın herhangi bir noktasında gravite potansiyeli W, (2.11) ile belirlenebiliyor ise yeryuvarının gravite alanı biliniyor demektir. Φ analitik bir fonksiyon olduğundan W'nin belirlenmesi V'nin bulunmasıyla mümkündür. Uydu yörüngelerinin belirlenmesi çalışmalarına başlanılmasından bu yana yeryuvarının dış çekim potansiyeli;

$$V(\phi,\lambda,r) = \frac{GM}{r}\left(1 + \sum_{n=2}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n} (\bar{C}_{nm}\, cos\, m\lambda + \bar{S}_{nm} sin\, m\lambda)\bar{P}_{nm}(sin\phi)\right) \qquad (2.12)$$

şeklinde sonlu küresel harmonik serilerle gösterilmektedir.

Burada;

φ, λ, r : Sırasıyla jeosantrik enlem, boylam ve yarıçap,

n_{max} : Küresel harmonik açınımın maksimum derecesi,

GM : Newton'un evrensel çekim sabiti ve yeryuvarının kütlesi çarpımı (ya da kısaca jeodezik çekim sabiti)

a : Ekvator yarıçap

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$: Tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayılar,

$\bar{P}_{nm}$: Tam normalleştirilmiş birinci tür Legendre fonksiyonudur.

Aynı W potansiyeline sahip noktaların oluşturduğu geometrik yüzeye nivo yüzeyi denir. Bu durumda yerküre içinde sonsuz sayıda nivo yüzeyi tanımlanabilir. Ancak bu nivo yüzeylerinden biri vardır ki W potansiyeli başlangıç yüzeyine karşılık gelir. Durgun deniz yüzeyine neredeyse çakışık olan bu yüzeye Listing (1872) jeoit adını vermiştir (Yurt 2006)

3. BOZUCU GRAVİTE ALANI

3.1. Jeoit Yükseklikleri

Jeoit, kısmen katı yeryüzü içinden geçen bir nivo yüzeyidir. Bu nedenle jeoit analitik bir yüzey değildir. Jeoit yeryuvarının gravite alanının bir eşpotansiyel yüzeyidir. Yaklaşık olarak global ortalama deniz yüzeyi ile gösterilir. Jeodezik ülke ölçmelerinde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise jeoitle ilgilidir. Elipsoit matematiksel olarak tanımlanan düzenli bir yüzeydir. Öte yandan jeoit düzensiz bir yüzeydir. Bu nedenle bu iki yüzey çakışmaz. İki yüzey arasındaki farka jeoit ondülasyonu, jeoit yüksekliği yada jeoit aykırılığı denir ve N ile gösterilir. Jeoit gravite potansiyelinin her yerde eşit olduğu ve çekül doğrultusuna daima dik olan bir yüzeydir(Yılmaz ve Aslan 2006).

3.1.1. Jeoit belirlemenin amacı ve yöntemlerinin sınıflandırılması

Jeoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, jeoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Jeoit modelleri yerel, bölgesel veya global alanlar için geliştirilebilir. Jeoit belirleme yöntemleri tarihsel olarak kullanılan verilere ve geliştirilen alet ve bilgisayar imkanlarına göre bir gelişim göstermiştir. İlk jeoit belirleme, bir noktadaki astronomik enlem ve boylam ile aynı noktadaki jeodezik

enlem ve boylam arasındaki farkları (çekül sapmalarını) kullanarak jeoit belirlemeye dayanan astro-jeodezik yöntemle yapılmıştır. 1970'li yılların başlarında bilgisayarın hesaplarda kullanılmaya başlamasıyla birlikte düşük dereceli jeopotansiyel modeller geliştirilmiş ve jeoit belirlenmiştir. 1980'li yıllarda gravite verilerinin elde edilmesi ve bilgisayarlar sayesinde hızlı Fourier dönüşümü kullanılarak jeoit belirlenmiştir. Yine bu yıllarda jeopotansiyel model katsayılarının derece ve seviyeleri artırılmış (n=m=180, OSU81, n=m=360 OSU86F gibi) ve jeoit belirlemedeki presizyon böylece iyileştirilmiştir. 1990'lı yıllara geldiğimizde artık uydulardan konum belirleme yöntemleri sivil kullanımda da yaygınlaşmış ve böylece GPS/nivelman yöntemi ile jeoit belirleme yöntemi daha fazla kullanılmaya başlanmıştır. Ayrıca gravite verileri de uydular yardımı ile hem karada hem denizde hem de kutup bölgeleri için oldukça fazla miktarda elde edilmeye başlanmıştır. Bu da gravimetrik jeoit belirleme yöntemlerinin doğruluğunu artırmıştır. Bunlara ek olarak yüksek dereceli jeopotansiyel modeller bütün dünyayı kapsayacak şekilde geliştirilmiştir. Son yıllarda GPS/Nivelman veri miktarının artması ile jeoit herhangi bir bölge için çok parametreli polinom katsayıları ile belirlenebilir ve bu bölge içinde enlem ve boylamı belli olan bir noktanın jeoit yüksekliği de elde edilen polinom katsayıları kullanılarak hesaplanabilir (Yılmaz ve Aslan 2006).

Jeoit hesabında ;

- Astrojeodezik yöntemler
- Gravite alanı modelleri
- Global jeopotansiyel modeller

• Geometrik modeller

• Kombine yöntemler(GPS/Nivelman,GPS-Gravimetrik vb.)

en sık kullanılan tekniklerdir (Yanar 1999).

3.1.1.1. Astro – Jeodezik yöntemler modelleri

Eğer çekül sapması verilmişse (ya da elde edilebiliyorsa), jeoidin şekli kolayca belirlenebilir. Bir ds mesafesinde jeoit yüksekliği N'deki değişim aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz 1984) .

$$dN = -\varepsilon ds \tag{3.1}$$

Eşitlikte ε kenar doğrultusundaki çekül sapmasıdır ve aşağıdaki eşitlikle hesaplanır

$$\varepsilon = \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha \tag{3.2}$$

Eşitlikteki α kenarın azimutu, ξ ve η ise sırasıyla noktadaki çekül sapmasının meridyen ve paralel daire doğrultusundaki bileşenleridir ve aşağıdaki formüllerden hesaplanırlar.

$$\xi = \Phi - \varphi \tag{3.3}$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda\ ) \cos\varphi$$

Burada, φ ve λ noktanın jeodezik enlem ve boylamı, Φ ve Λ ise noktanın astronomik koordinatlarıdır. Eğer A başlangıç noktasındaki jeoit yüksekliği

biliniyorsa, bir AB kenarı boyunca jeoit yüksekliğindeki değişim ΔN değeri aşağıdaki integralle hesaplanabilir ve buna bağlı olarak B noktasındaki jeoit yüksekliği bulunur.

$$N_B = N_A - \int_A^B \varepsilon ds \tag{3.4}$$

Jeoidin bu şekilde belirlenmesi, hem astronomik koordinatları hem de jeodezik koordinatları içermesi nedeniyle astro-jeodezik yöntemle jeoit belirleme olarak adlandırılır. φ ve λ eskiden triangülasyon ile belirlenirdi ve çok yorucu ve zaman alan bir işti, oysa bugün daha güvenilir bir tarzda GPS ölçmeleri ile kolayca belirlenebilirler (Yılmaz ve Aslan 2005, Yılmaz ve Aslan 2006).

Günümüze kadar çekül sapması bileşenleri ξ, η'nın belirlenmesi çok zaman alıcı idi. Günümüzde bu değerlerin belirlenmesi CCD (Charge Coupled Device) kameralar ile hızlandırılmış ve ileride ölçmelerin otomatik olarak yapılması için çalışmalar devam etmektedir (Yılmaz ve Aslan 2005, Yılmaz ve Aslan 2006).

3.1.1.2. Global jeoit belirleme modelleri

Global jeoit modelleri, tüm dünyaya ait gravite bilgilerinden faydalanarak oluşturulmuş bir modeldir. Her ulusun bir ya da bir kaç istasyonu dünya çapındaki gravite baz istasyonları ağını oluşturur. IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971) datumu, 1906'da yapılan sarkaç ölçüleri ile belirlenen

Postdam sisteminin yerini almış ve gravite ölçüleri için referans olarak kabul edilmiştir.

Rapp(1992)'a göre, son yıllarda dünya gravite alanının saptanması işlemi uydu ve yüzey gravite bilgilerinin kombinasyonu ile gerçekleştirilmektedir.

1849'da Stokes'in, gravite ölçülerini kullanarak jeoit yüksekliği hesaplanmaya yönelik olarak bulduğu eşitlik aşağıdaki gibidir.

$$N = \frac{R}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \qquad (3.5)$$

R: Yeryuvarının yarıçapı

G: Ortalama gravite

Δg:Boşluktaki gravite anamolisi

S(ψ): Stokes fonksiyonu

Stokes formülü, jeoidin dış tarafında kitle olmadığı ön kabulüne dayanır. Eğer her hangi bir fiziksel jeodezi problemi, potansiyel kuramının belirlediği anlamda bir sınır değer problemi olarak ele alınmak istenirse, sınırlayan yüzeyin dışında kitle yoktur diyen bu kabul zorunludur. Bunun nedeni, potansiyel kuramının sınır değer problemlerinin daima harmonik fonksiyonları içermesidir. Jeoidin dış tarafında kitleler var olduğundan Stokes integrali ya da ilgili formüllerin uygulanabilmesinden

önce bu kitlelerin jeoidin içine götürülmesi ya da tümüyle ortadan kaldırılması zorunludur. Türlü gravite indirgemelerinin amacı budur (Yiğit 2003).

Bu modellere örnek olarak potansiyel katsayılarından yararlanarak jeoit yüksekliği hesaplama ilkesine dayanan CG03C ve EGM 96 modelleri verilebilir.

3.1.1.2.1. EGM 96 modeli

Bu model DMA (U.S Defence Mapping Agency), NIMA (National İmaginery and Mapping Agency), GSFC (NASA Goddard Space Flight Centre) ve Ohio State Üniversitesi tarafından geliştirilmiştir. Son versiyonu 24 Eylül 1996 tarihinde çıkarılmış olup, son versiyon piyasaya sürülmeden önce 5 modeli içeren geniş bir test yapılmıştır. Son yapılan çalışmalarla global jeoit modelinin doğruluğu ± 0.5-1.0 m'ye, küresel harmonik modelin derecesi ve sırası 360'a çıkarılmıştır (Kartal 1998).

3.1.1.2.2. CG03C modeli

CGO3C modeli, GRACE ve CHAMP uydu misyonları ve Altimetre/Gravimetre yüzey datalarının birleşiminden türetilmis yüksek çözünürlüklü yeni bir global gravite alanı modelidir.

CG03C jeoit modeli, CG01C jeoit modelinin bir üst modelidir. Bu model aynı CHAMP uydu verileri ve yuzey verileri esas alınarak olusturulmuş (0,5x0.5 derece, gravimetre ve altimetre) fakat neredeyse iki kat daha yüksek duyarlılığa sahiptir.

CG03C modeli kuresel harmonik katsayıları bakımından tam bir model ve 100 km lik tam dalgaboylu jeiot ve gravite anamollerini ortadan kaldırabilir. Özel bir band-sınırlama metodu kullanılarak, jeopotansiyelin düşük frekanslı bandındaki hassas uydu datası korunmuş ve yüzeyden gelen yüksek frekanslı bilgiye yumuşak geçiş sağlanmıştır. Daha önceki CHAMP/GRACE küresel yüksek çözünürlüklü gravite modelleri ile karşılaştırıldığında bu modelin 400 km'lik dalga boylarındaki hassasiyetin yaklaşık on katı kadar arttırılabildiği görülmüştür. Bu çözünürlükteki jeoit yüksekliğindeki hassasiyet 3 cm, gravite anamolisindeki hassasiyet ise 0.4 mgal olarak belirlenmiştir. 100 km lik mesafeler için bütün 360^{o}'lik modelin hassasiyeti 30 cm ve 8 mgal olarak belirlenmiştir. Genel olarak okyanus yüzeylerindeki hassasiyet, kıtalar uzerindeki hassasiyetten daha iyi olup mevcut yüzey datasının kalitesini yansıtmaktadır (URL1).

Bazı özellikleri;

Model ismi EIGEN-CG03C

Yeryüzü çekim sabiti: 0.3986004415E+15

Ekvotoral yarıçap : 0.6378136460E+07

Maks derece 360

Model katsayılarının hataları kalibre edilmiş.

3.1.1.3. Bölgesel jeoit belirleme modelleri

Yerel olarak uygulanan ve kullanıldığı ülkenin fiziksel koşullarına bağlı olarak değişiklik gösteren modellerdir. Yerel jeoit modellerinin hesaplanması işlemi Stokes integraline dayanır:

$$N = N_{GM} + \frac{R}{4\pi G} \iint_{\sigma} (\Delta g - \Delta g_{GM}) S(\Psi) d\sigma \tag{3.6}$$

N : jeoit yüksekliği

N_{GM} : Global modele göre hesaplanan jeoit yüksekliği

R : Yeryuvarının yarıçapı

G : Normal gravite

Δg : Gravite anomalisi

Δg_{GM} : Global modele göre hesaplanan gravite anomalisi

$S(\psi)$: Stokes fonksiyonu

σ : İntegrasyonun kapsadığı küresel alan

3.1.1.3.1. Gravimetrik yöntemler ile jeoit yüksekliği belirleme

Çekül sapmalarının diğer bir elde edilmesi yöntemi gravimetrik yöntemdir. Çekül sapmasının meydana gelmesinde rol oynayan etken, yerkürenin kütle

dağılımının homojen olmamasıdır. Yerçekimi ivmesi, diğer bir adıyla ağırlık, g, yerin kütle yoğunluğu ve bunun dağılımına bağlıdır. Gravimetrik çekül sapması, g'nin indirgenmesiyle bulunan Δg ağırlık anomalilerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu şekilde elde edilen çekül sapmaları salt çekül sapmalarıdır. Ağırlık anomalileri Δg'ler biliniyorsa jeoidin elipsoitden olan yükseklikleri N ve dolayısıyla gravimetrik çekül sapmaları bulunabilir (Yiğit 2003).

Gravimetrik yöntemler genellikle, sınır yüzeylerindeki Δg gravite anomalilerinden, jeoit yüksekliğinin belirlendiği yerlerde jeodezik sınır değeri problemlerinin çözümü için kullanılır. Gravimetrik yöntemler ile jeoit yükseklikleri hesabında üç yöntem kullanılmaktadır (Tuşat 2000,Yiğit 2003) .Bunlar;

- Klasik veya hızlı Fourier tekniği ile Stokes integrasyonu
- En küçük karelerle kollokasyon yöntemi
- Kollokasyon ve integrasyon yöntemlerinin kombinasyonudur.

3.1.1.4. GPS/Nivelman yöntemiyle jeoit belirleme

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte koordinatları elde etmek için birbirini gören noktalarda klasik yöntemlerle çok yorucu ve zaman alıcı olan açı ve kenar ölçmeleri yapılırdı. GPS kullanılarak koordinatların elde edilmesinde noktalarının birbirini görme zorunluluğu ortadan

kalkmıştır ve nirengi ağlarının kurulması daha kolay ve esnek hale gelmiştir (Yılmaz ve Aslan 2005, Yılmaz ve Aslan 2006).

Gravite verilerinin olmadığı bölgelerde, mevcut nivelmanla elde edilmiş ortometrik yüksekliklerle GPS'ten elde edilen elipsoital yükseklikler kombinasyonu uygulanabilir. Elipsoital yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin hesaplanabilmesi için, çalışma alanında düzenli olarak dağılmış her iki sistemde yükseklikleri bilinen ortak noktalara gereksinim vardır (Çorumluoğlu vd 2002).

Fiziksel yeryüzü üzerinde bir P noktasının h elipsoital yüksekliği P noktasından geçen elipsoit normali üzerinden ölçülür, bu durumda h elipsoital yükseklik bu normal doğrusu üzerinden P noktasının elipsoite olan uzaklığıdır. P noktasının ortometrik yüksekliği ise P noktasından geçen çekül eğrisi boyunca nokta ile ile jeoit arasındaki mesafedir.

Çekül eğrisi ve elipsoit normali arasındaki farklılık çekül eğrisinin eğriliği yüzündendir (Şekil 3.1). h elipsoital yükseklik olmak üzere iki eğri arasındaki uzunluk farkı;

$$dh = h\sin\varepsilon \tan\varepsilon \qquad (3.7)$$

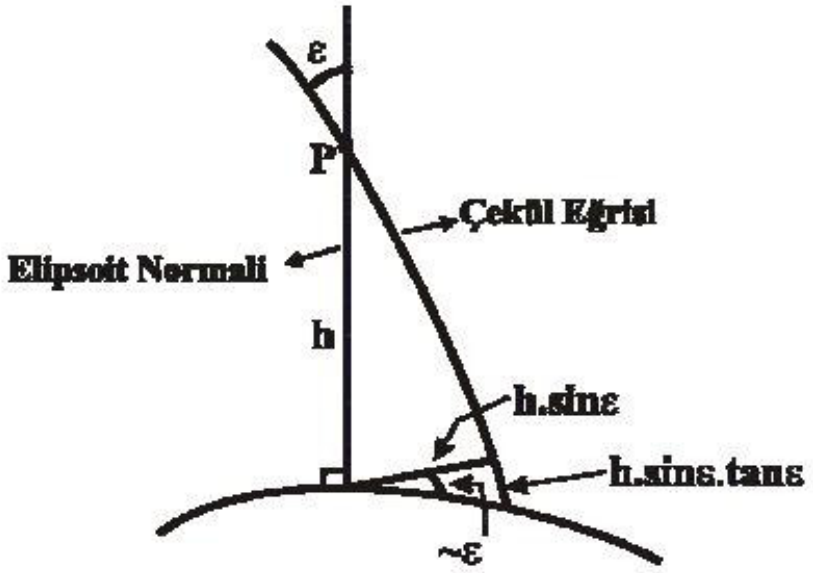
formülüne göre belli edilir.

Bu yeryüzünün bütün topoğrafik yükseklikleri için ihmal edilebilir bir etkidir. Örneğin $\varepsilon=1'$ ve $h=10000m$ için $\delta h<1$ mm olur.

Bu durumda; h elipsoital yükseklik, N jeoit ondülasyonu olmak üzere; ortometrik yükseklik H,

$$H=h-N \qquad (3.8)$$

eşitliği ile belirlenir (Yiğit 2003).



Şekil 3.1: Çekül eğrisi ve elipsoit normali arasındaki uzunluk farkı

3.2. Çekül Sapması

3.2.1. Çekül doğrultusu kavramı

Çekül doğrultusu veya düşey doğrultu bir başka deyişle yer çekim doğrultusu insan yaşamına, Newton çekim kanunundan ve jeodezinin tanıından yıllar önce girmiştir. Bunlara örnek olarak "duvarcı çekülü", "duvarcı düzeci" gösterilebilir.

Nirengi çalışmalarına ilişkin jeodezik amaçlı ölçüler fiziksel yeryüzünde yapılmaktadır ve bu ölçülerde kolaylıkla belirlenebilen ve en ideal doğrultu olan çekül doğrultusu esas alınmaktadır. Fiziksel yeryüzündeki bir noktanın elipsoit üzerindeki konum ve matematiksel bağıntılarının kurulmasında elipsoit normalinin önemi büyüktür (Acar ve Turgut 2005).

Yeryuvarında bulunan kitleler ve kaynağı bu kitleler olan çekim kuvveti Newton çekim yasasına göre bulundukları ortamda bir kuvvet alanı oluştururlar. Bu kuvvet alanları yeryuvarı kendi ekseni etrafında batıdan doğuya doğru dönerken dönme eylemi yapar ve merkezkaç kuvvet alanı oluşur. Yeryuvarındaki her kitle bu iki kuvvetin bileşkesi olan bir kuvvetin etkisinde kalırlar. Bu bileşke vektöre yerçekimi vektörü yani gerçek gravite vektörü denir ve "g" ile gösterilir. Bu gerçek gravite vektörünün doğrultusuna "*Düşey Doğrultu*" adı verildiği gibi serbestçe sallanan bir çekülün ipi ile çakıştığı için "*Çekül Doğrultusu*" da denir.

Yeryuvarının ağırlık merkezi başlangıç noktası olarak kabul edilerek ve yeryuvarının dönme ekseniyle çakışık bir z eksenli koordinat sistemi düşünülüp, gerçek gravite potansiyeli W=W(x,y,z) şeklinde bir fonksiyonla ifade edilirse, bu fonksiyonun türevleri gerçek gravite vektörünün bileşeni verir ve

$$\vec{g} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \\ \frac{\partial W}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Eşitliği ile bir matematik gösterim olarak ortaya çıkar.

Geometrik yeri uzayda kesiksiz bir yüzey olan ve W gerçek potansiyellerin eşit olduğu noktaların oluşturduğu yüzeylere gerçek gravite alanına ait eşpotansiyelli yüzeyler ya da jeopotansiyel yüzey denir. Daha kısa jeop olarak adlandırılırlar ve astronomik başucu doğrultuları her nokta için bunların normalleriyle çakışıktır.

Dönel yüzeylere yakın yüzey Jeopotansiyel yüzeylerdir. Bunlardan biri olan jeoit dönel elipsoite daha yakındır. Herhangi bir noktada jeoit ile dönel elipsoit arasındaki fark jeoit ondulasyonu olarak adlandırılır ve N harfi ile gösterilir.

Gerçek gravite alnının matematiksel olarak ifadesinin yapılabilmesi demek, w(x,y,z) potansiyel fonksiyonunun belirlenmesi demektir ki, bu ulaşılması çok zor bir durumdur. Bu nedenle matematik temelleri basit bir standart gravite alanı tanımlanır. Normal gravite alanı ya da kurumsal gravite alanı olarak da adlandırılan bu gravite alanın potansiyel fonksiyonu;

$$U=U(x,y,z) \tag{3.10}$$

biçimindedir. Buradaki U miktarı standart (ya da normal ya da kurumsal) gravite potansiyeli adıyla anılır ve söz konusu fonksiyonun türevi γ standart (ya da normal ya da kurumsal) gravite vektörünün bileşenlerini verir ve

$$\vec{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

yazılır (Gürkan 1979).

Birer dönel yüzey olan standart gravite alanının eş potansiyelli yüzeylerine sferopotansiyel ya da kısaca sferop denir ve gerçek gravite alanındaki her jeop'a karşılık standart gravite alanında bir sferop vardır. Sahip oldukları W ve U potansiyelleri eşit ve birbirlerine karşılıklı olan bu yüzeylerin geometrik şekilleri farklıdır.

Standart gravite vektörünün yönüne jeodezik ayakucu, tersi yönüne de jeodezik başucu adı verilir. Bu vektörün standart gravite adıyla bilinen γ büyüklüğü seçilen matematik model yardımı ile hesaplanabilir. Doğrultusu ise yine özel bir koordinat sistemine göre jeodezik ölçmeler (triyangülasyon, trilaterasyon vb.) yardımıyla üretilebilir. Bunlar jeodezik boylam λ ve jeodezik enlem φ olarak bilinirler (Gürkan 1979).

3.2.2 Çekül sapması

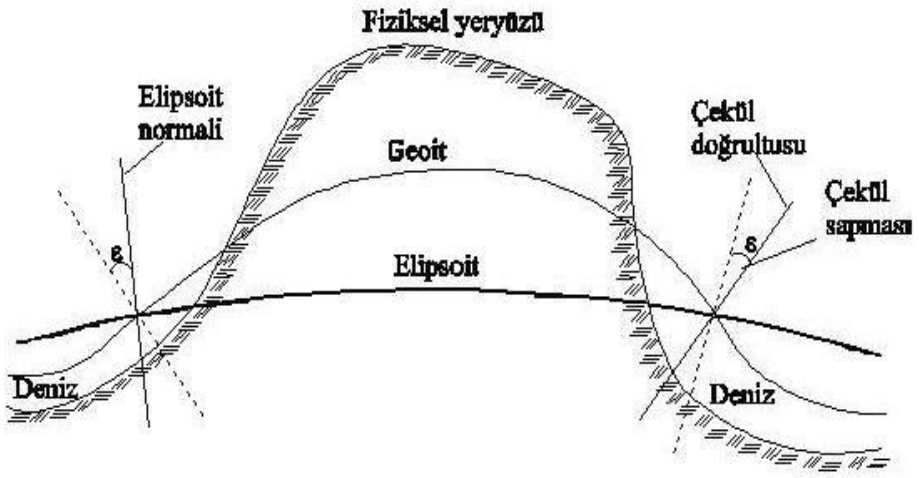
Çekül doğrultusunun, jeodezide özel bir yer edinmiş genel bir kavram olmasına karşılık, çekül sapması sadece jeodeziye ait bir kavramdır. Bunun ortaya çıkışı, daha doğrusu uygulamada yerini alışı da 19.yüzyılın ikinci yarısına rastlar. Buradaki anlamıyla çekül sapması, aslında bir doğa olayı olmayan, ancak, doğa gerçeklerine ulaşma uğraşında önerilen bir düşünsel modelden kaynaklanan ve yeryuvarını biçimiyle ilgili bilgi birikiminde ayrıntılar önem kazanmaya başlayınca ortaya atılan bir kavramdır (Gürkan 1979, Turgut 1989, Acar ve Turgut 2005).

Çekül sapması ile ilgili ve anlam olarak aynı olan aşağıdaki tanımlar yapılmıştır.

Tanım1:Gerçek ve standart gravite alanlarına ait gravite vektörlerinin doğrultuları, bir başka deyişle astronomik ve jeodezik başucuları (ya da ayakucuları) arasındaki farka çekül sapması adı verilir (Gürkan 1979).

Tanım2: Doğal çekül doğrultusu ile referans yüzeyinin yüzey normali yani "matematiksel çekül doğrultusu" arasındaki açısal farktır (Şekil 3.2) (Acar ve Turgut 2005).

Tanım3: Elipsoit normali ile çekül doğrultusu arasındaki açı çekül sapması olarak tanımlanır(Ayan 1978).



Şekil 3.2: Çekül Sapması

Yukarıdaki tanımlardan anlaşılacağı gibi çekül sapması seçilen elipsoite bağlı olup, elipsoidin boyutlarına ve yeryuvarının yönlendirilmesine bağlı olarak farklı değerler alır.

Tablo 3.1: Gerçek ve standart gravite alanlarına ilişkin büyüklükler ve bunlar arasındaki farklar

	Gravite potansiyeli	Gravite Vektörü	
		Büyüklük	Doğrultu
Gerçek Gravite alanı	W	g	Λ , Φ
Standart Gravite Alanı	U	γ	λ , φ
Bozucu Gravite Alanı (Fark)	T	σg Δg	Θ , α_Θ η , ξ

Jeodezik çalışmalarda kullanılan yeryuvarının gerçek ve standart gravite alanlarına ilişkin büyüklükler ve bunlar arasındaki farklar Tablo3.1'de gösterilmektedir. Tabloda bahsi geçen bozucu gravite alanı bir kuvvet alanıdır. Bozucu potansiyel olarak ta adlandırılan bozucu gravite alanının potansiyeli T

$$T(X,Y,Z)=W(X,Y,Z) - U(X,Y,Z) \qquad (3.11)$$

eşitliği ile belirlenir.

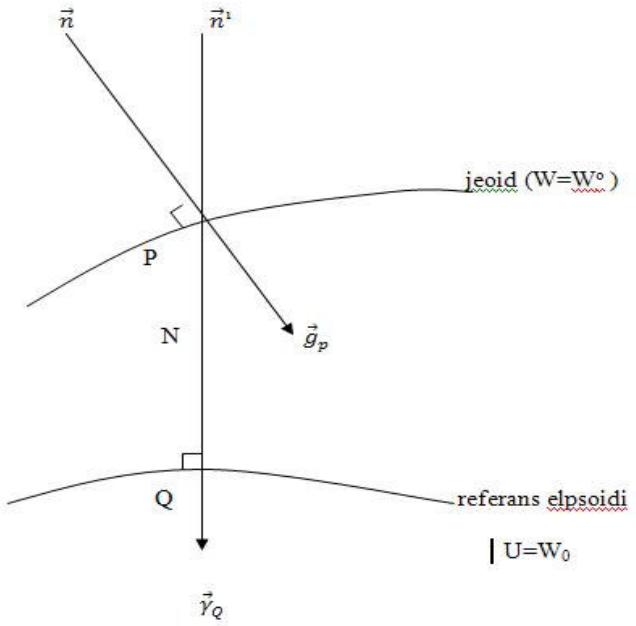
Gerçek ve standart gravite vektörlerinin büyüklük ve doğrultu farklarından bahsedince bu vektörlerin konumları öne çıkmaktadır. Öyle ki jeoit üzerinde bir P noktası düşünüp bu noktayı elipsoit normali yardımıyla elipsoit üzerideki Q noktasına izdüşürelim (Şekil 3.3). Jeoit ile elipsoit arasındaki N uzaklığına jeoit yüksekliği ya da jeoit ondülasyonu denir. Şimdi P noktasındaki $\vec{g}_p$ gerçek gravite vektörü ve Q noktasındaki $\vec{\lambda}_Q$ormal gravite vektörü düşünülsün. $\Delta\vec{g}$ gravite anomali vektörü bunların farkı olarak

$$\overrightarrow{\Delta g} = \vec{g}_P - \vec{\lambda}_Q \qquad (3.12)$$

şeklinde tanımlanır. Bir vektör, büyüklüğü ve doğrultusu ile bilirlidir. Büyüklükler arasındaki fark

$\Delta g = g_P - \lambda_Q$

gravite anomalisi, doğrultular arasındaki fark da çekül sapmasıdır (düşey doğrultu sapmasıdır) (Heiskanen ve Moritz 1984).

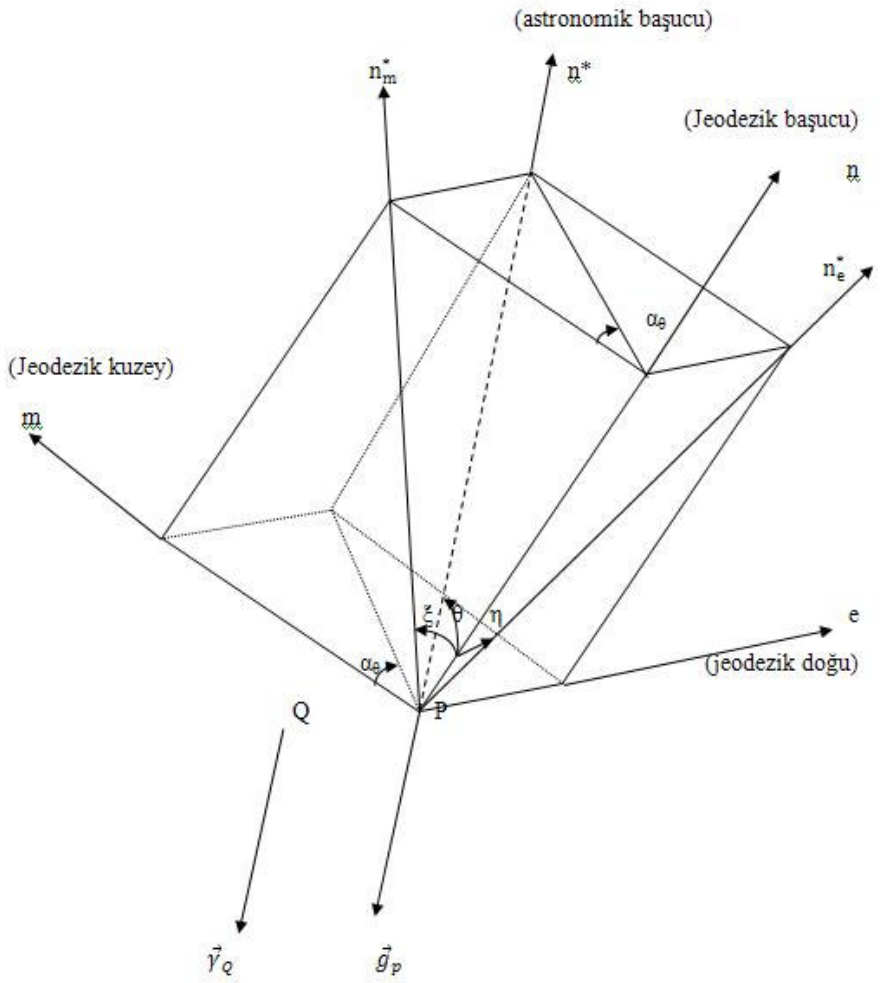


Şekil 3.3: Jeoit ve referans elipsoidi

3.2.3. Çekül sapması bileşenleri

Önceki **bö**lümlerde astronomik başucu ve jeodezik başucu arasındaki doğrultu farkının çekül sapması olduğunu tanımlamıştık. Bu doğrultu farkının matematiksel anlamda tanımının yapılabilmesi yani bu farkın formülize edilebilmesi için gerekli olan iki büyüklükten biri anılan vektörler arasındaki açı olan ve toplam

çekül sapması olarak adlandırılan "θ" dır. Diğer büyüklük ise toplam çekül sapmasının yerel dik koordinat sistemindeki azimutu α_Θ dur ve buna da toplam çekül sapmasının azimutu denir. Ancak bu büyüklükler uygulamada çoğunlukla kullanılmaz. Bunların yerine çekül sapması bileşenleri diye adlandırılan büyüklükler kullanılır. Bunlar çekül sapmasının doğu-batı bileşeni (η) ve çekül sapmasının kuzey-güney bileşeni (ξ) dir. Bir P noktasına ait çekül sapması bileşenleri Şekil (3.4) de gösterilmiştir.



Şekil 3.4: Çekül sapması bileşenleri

Bu anlatılanlar ışığında θ, α_Θ, η, ξ büyüklükleri arasındaki ilişki,

$$\eta = \theta.\sin\alpha_\Theta \qquad (3.13)$$

$$\xi = \theta.\cos\alpha_\Theta \qquad (3.14)$$

$$\theta = \eta^2 + \xi^2 \qquad (3.15)$$

$$\alpha_\Theta = \arctan(\eta / \xi) \qquad (3.16)$$

şeklinde yazılabilir.

3.2.4. Mutlak ve rölatif çekül sapmaları

Çekül sapmaları, referans elipsoidinin konumuna göre değiştiğinden yola çıkılarak kullanılan referans yüzeylerine göre çekül sapmalarını mutlak çekül sapması ve rölatif çekül sapması olarak iki sınıfa ayırmak mümkündür.

Rölatif (bağıl) çekül sapması: Referans olarak seçilen elipsoite bağlı olarak değişen ve aynı zamanda astro-jeodezik çekül sapması olarak ta bilinen çekül sapmasıdır. Astro–Jeodezik olmasının nedeni ise doğal çekül doğrultusunun astronomik olarak, matematik normalinin ise jeodezik olarak belirlenmesidir.

Mutlak çekül sapması: Herhangi bir elipsoit yerine ortalama yer elipsoidi alınarak bulunan çekül sapmasıdır. Çekül sapması oluşturan doğrulardan birisi olan normal gravite vektörünün teorik olması nedeni ile çekül sapması doğrudan ölçülemez, ancak hesaplanabilir. Hesaplama işlemleri iki yolla yapılır. Birincisinde

çekül sapması oluşturan doğrultular ayrı ayrı tanımlanıp arasındaki fark bulunabilir. İkincisi ise aradaki fark doğrudan hesaplanabilir (Turgut ve Acar 2005).

3.2.5. Çekül sapması hesaplama yöntemleri

Bundan önceki konularda çekül sapmasının, gerçek ve standart gravite alanlarına ait gravite vektörlerinin doğrultuları, bir başka deyişle astronomik ve jeodezik başucuları (ya da ayakucuları) arasındaki fark olduğunu söylemiştik. Çekül sapmasını oluşturan bu doğrultulardan standart gravite vektörü (jeodezik-başucu) doğrudan ölçülemeyecek bir düşünsel doğrultu olduğu için bu doğrultunun hesaplanması gerekmektedir. Bu hesaplamalarda faklı yöntemler kullanıldığı için çekül sapması kullanılan bu hesaplama yöntemlerine göre özel adlar alırlar.

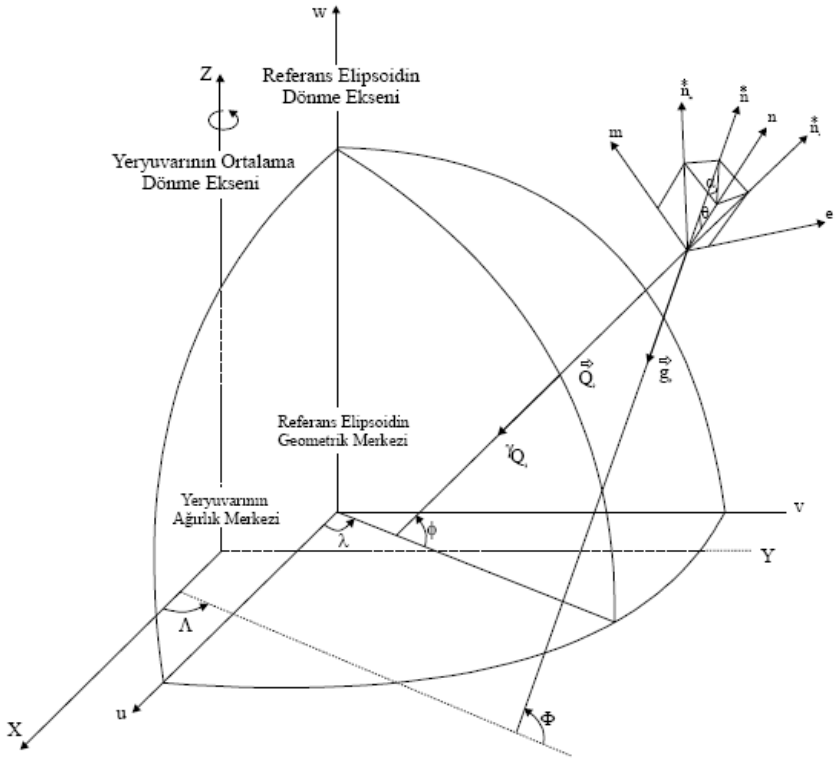
3.2.5.1. Astro-Jeodezik çekül sapması

Bu yöntem, çekül sapmasını oluşturan doğrultulardan biri astronomik gözlemlerle diğeri ise jeodezik ölçme ve hesaplamalarla üretildiği için astro-jeodezik çekül sapması adını almıştır. Bu hesaplama yönteminde tanımlanması gereken büyüklük ve doğrultular aşağıdakilerdir.

Λ : Astronomik boylam
Φ : Astronomik enlem
φ : Jeodezik enlem
λ : Jeodezik boylam
e : Jeodezik doğru
m : Jeodezik kuzey
n : Jeodezik başucu

n * : Astronomik başucu

Astro-Jeodezik çekül sapması, yukarda tanımlanan ve Şekil (3.5)'te gösterilen doğrultuların aralarındaki farklar alınarak çekül sapması bileşenlerinin bulunması ile hesaplanır.



Şekil 3.5: Astro jeodezik çekül sapması

Gerçek gravite vektörünün doğrultusu (ya da astronomik başucu) jeodezik astronominin bir ürünü olarak astronomik gözlemlerle bulunur. Astronomik boylam (Λ) ve astronomik enlem Φ ile tanımlanan bu büyüklükler Şekil (3.5) de gösterilen açılardır. Buradaki X, Y, Z eksenlerinin temsil ettiği doğal ortak koordinat sistemi, katı yeryuvarına bağlıdır ve gerçek gravite alanının tanımlanmasında kullanılan

sistemdir (Gürkan 1979, Acar 1999, Turgut ve Acar 2005).

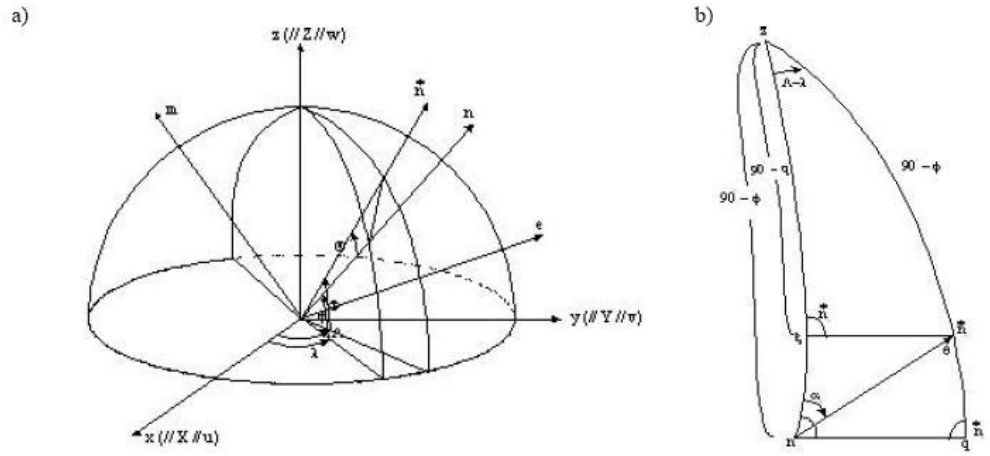
Standart gravite vektörünün doğrultusu (ya da jeodezik başucu) triyangülasyon, trilaterasyon vb. jeodezik ölçme ve hesaplamalarla üretilir. Jeodezik boylam λ ve jeodezik enlem φ ile tanımlanan büyüklükler de Şekil (3.5)'de gösterilmiştir. Buradaki u, v, w eksenlerinin temsil ettiği referans ortak dik koordinat sistemi, referans elipsoite bağlıdır ve genellikle standart gravite alanının tanımlanmasında kullanılır. (Gürkan 1979, Acar 1999, Turgut ve Acar 2005)

X, Y, Z ile u, v, w eksenlerinin karşılıklı özdeşlikleri bir ideal durumdur. Yapay yer uydusu yöntemlerinden yararlanılmaksızın yersel geometrik yöntemlerle bu gerçekleştirilemez. Ancak eksenlerin paralelliği sağlanabilir ve tüm uygulamalarda bunun sağlanmış olduğu varsayılır.

Astro jeodezik çekül sapması hesaplamalarında geometrik yöntemlerden yararlanılan uygulamalarda gravite alanları hesaba karıştırılmaz. Geometrik şekil olarak bir referans elipsoit ve Helmert izdüşümü söz konusudur. Doğrultuların tanımlanmasındaki bütünlüğü sağlayıcılar olarak $\vec{g}_p$ ve $\vec{\gamma}_{Q2}$ gravite vektörleridir. (Gürkan 1979, Acar 1999,Turgut ve Acar 2005)

Herhangi bir noktaya ilişkin çekül sapması bileşenlerinin (η, ξ), o noktaya ait astronomik (Λ, Φ) ve jeodezik (λ, φ)verilerden hesaplanmalarını sağlayacak eşitliklerin çıkarılması için, merkezi P noktasında olan birim yarıçaplı bir küre düşünülür. Ayrıca, P noktasından, birbirine paralel olan X ve u ve Z ve w eksenlerine birer paralel çizilerek x,y, z eksenleri oluşturulur (Gürkan 1979, Acar 1999, Turgut ve Acar 2005).

Şekil 3.6.a, bu kürenin kuzey kutup tarafında kalan yarısını temsil etmektedir. Eğer eksenlerin bu birim küreyi deldikleri noktalar kendi simgeleriyle gösterilirse küre yüzeyinde z, n, n* noktaları bir küresel üçgen oluşturur (Şekil 3.6.b). Toplam çekül sapması (θ), onun azimutu (α_θ), doğu-batı bileşeni (η) ve kuzey-güney bileşeni (ξ) astronomik ve jeodezik verilerle aynı küresel üçgende toplanmış olurlar.



Şekil 3.6: Astro jeodezik çekül sapması bileşenleri

Bu küresel üçgenlerden (z, n,n_e ve z, n,n_m) trigonometri bilgileriyle;

$$\sin\eta = \sin(\Lambda - \gamma)\cos\varphi \tag{3.17}$$

$$\cos(\Lambda - \gamma) = \tan\Phi\cot q \tag{3.18}$$

$$\xi = \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \left(\frac{\pi}{2} - q\right) \tag{3.19}$$

eşitliği yazılır. η ve (Λ-λ) küçük açılar olduğundan sinüsleri yerine radyan değerleri, kosinüsleri yerine birim alınmakla yapılacak hata, pratiğin göz ardı edebileceği miktardadır. Böylece yukarıdaki eşitliklerden

$$\eta = (\Lambda - \gamma)cos\varphi \tag{3.20}$$

$$\xi = \Phi - \varphi \tag{3.21}$$

yazılır (Gürkan 1979,Acar 1999,Turgut ve Acar 2005).

3.2.5.2. Gravimetrik çekül sapması

Bu hesaplama yönteminde çekül sapması bileşenleri jeop ile sferop'un normalleri arasındaki açının bileşenleri olarak doğrudan doğruya bulunur. Veri olarak da yeryüzünün tüm noktalarındaki Δg gravite anomalileri, bir başka deyişle gravite ölçülerinin sonuçları kullanılır (Gürkan 1979).

Karaların altından da uzandığı düşünülen durgun deniz yüzeyine fiziksel yeryüzünün matematiksel şekli denir. 1872 yılında Listing bu yüzeye jeoit adını vermiştir. Ağırlık anomalileri Δg'ler biliniyorsa jeoidin elipsoitden olan yükseklikleri N ve dolayısı ile gravimetrik çekül sapması hesaplanabilir (Acar ve Turgut 2005).

Çekül sapmalarının gravite anomalilerinden bulunabilmesi için gerekli formül Vening Meinesz (1928) tarafından verilmiştir (Heiskanen ve Moritz 1984).

Gravite ölçülerinin sonuçları bu formül yani Vening-Meinesz integralleri ile çekül sapması bileşenlerine dönüştürülür.

$$\xi = \frac{1}{4\pi G}\iint \Delta g \frac{dS}{d\Psi}\cos\alpha d\sigma \tag{3.22}$$

$$\eta = \frac{1}{4\pi G}\iint \Delta g \frac{dS}{d\Psi}\sin\alpha d\sigma \tag{3.23}$$

Gravimetrik çekül sapmasıyla astro-jeodezik çekül sapmalarının sayısal değerler olarak karşılaştırılabilmesi için, her şeyden önce astro-jeodezik çekül sapmalarının mutlak çekül sapmaları olması gerekir. Ayrıca, gravimetrik çekül sapmaları da dolaylı etkiden arındırılmış olmalı ve her ikisi de ya yeryüzündeki bir noktaya ya da jeoidin yüzeyindeki bir noktaya ait olmalıdır. Tüm bunlar gerçekleştirilmiş ise aradaki sayısal farkların, ölçü hataları ve hesaplamalarda göz ardı edilen miktarlarla açıklanabilmesi ve bir rastgele dağılıma uyması gerekir (Gürkan 1979).

Gravimetrik çekül sapmasının iki önemli özelliği vardır. Birincisi, hesaplanan değerlerin mutlak oluşudur. Diğeri ise mutlak olarak hesaplanan çekül sapmaları müşterek bir sisteme ait olduklarından dünya jeodezik sitemin teşkilinde en önemli unsur olarak gereklidirler. İstenen her noktada tespiti mümkün olan gravimetrik çekül sapmaları lokal jeoit etütlerini mümkün kılar (Turgut ve Acar 2005).

Eğer Vening-Meinesz formülündeki integrasyon tüm yeryüzünü kaplamıyor ancak yalnızca söz konusu noktanın çevresine kadar uzanıyorsa uzak bölgelerin göz ardı edilmesi nedeniyle bir hata yapılıyor demektir. Bu hata birbirinden çok uzak olmayan noktalar için hemen hemen aynı olup kısa bir profildeki noktalarda yavaş değişir. Bu nedenle böyle bir yolla hesaplanmış olan gravimetrik çekül sapmaları astro-jeodezik çekül sapmalarının enterpolasyonunda kullanılabilir (Heiskanen ve Moritz 1984).

Astrojeodezik çekül sapmalarının gravimetrik olarak enterpole edilen değerlerle kombine edilişine Astro-gravimetrik nivelman adı verilir (Heiskanen ve Moritz 1984).

3.2.5.3. Topoğrafik – izostatik çekül sapması

Yukarıda anlatılan diğer iki çekül sapması türlerinin bileşenlerinin hesaplanabilmesi için bazı verilerin arazide ölçüler yaparak elde edilmesi gerekmektedir. Bunların yanında arazi ölçüsüne gerek kalmadan ancak bazı varsayımlar yardımıyla gerçek ve standart gravite alanlarının, dolayısıyla jeoit ile referans elipsoidinin özdeş olmaları için bazı koşullar öngörerek topoğrafik-izostatik çekül sapması bileşenlerini hesap edebilmek mümkündür.

Jeoidin dönel bir elipsoit özelliklerini taşıması için jeoidin dışında hiçbir kitle olmaması ve jeoidin içinde var olan kitlelerin yoğunluk dağılımının standart olması gerekir. Sadece bu koşullar altında jeoidin yüzeyindeki herhangi bir noktadaki gerçek ve standart gravite vektörleri arasında büyüklük ve doğrultu bakımından herhangi bir fark olmayacaktır. Ancak jeoidin dışındaki kitleler görünen bir gerçek olduğundan birinci koşulun varlığının kabul edilmesi pek mümkün değildir. Varlığı göz ardı edilemeyecek bu kitlelerin çekül doğrultusuna olan etkisine topoğrafik çekül sapması denir.

Jeoidin içinde kalan yukarıdaki varsayımla standart kabul edilen kitlelerin yoğunluk dağılımlarının farklılık göstermesi gerçek ve standart gravite alanlarının özdeş olmasına imkan vermeyeceği için yapılan uygulamalar sonucunda diğer yollarla elde edilen çekül sapmaları ile topoğrafik çekül sapmaları arasında büyüklük bakımından farklar gözlenmiştir. Bunun sonucunda yine bazı varsayımlarla yeni bir düşünce ortaya çıkmıştır.

Bu düşünce ile öngörülen koşular ise; jeoidin dışında kitle olmadığı jeoidin içinde kalan kitlelerden yerkabuğuna ait olanların kalınlık ve yoğunluk bakımından sabit olduğu ve yine magma ve çekirdeği oluşturan kitlelerin yoğunluk dağılımının uygun olduğudur. Ancak ikinci koşulun kabul edilemeyeceği izostati kuramıyla kanıtlanmış ve bu koşulun kabul edilememesi nedeniyle çekül doğrusuna olan etkisine izostatik çekül sapması adı verilmiştir.

Genellikle uygulamalarda, birbirini dengeleyen bu iki çekül sapması topoğrafik-izostatik çekül sapması adı altında birlikte kullanılmaktadır.

$$\begin{pmatrix}\eta\\ \xi\end{pmatrix}_{top-izo} = -\frac{k}{G}\iiint_{V_{top}} \frac{r}{1^3}\rho\begin{pmatrix}sin\alpha\\ cos\alpha\end{pmatrix} dv + \frac{k}{G}\iiint_{V_{izo}} \frac{r^1}{1^{1^3}}\Delta\rho\begin{pmatrix}sin\alpha^1\\ cos\alpha^1\end{pmatrix} dv^1 \qquad (3.24)$$

4. YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ

Yükseklik yeryüzündeki geometrik cisimlerin üçüncü boyutudur. Bir noktanın yüksekliği noktadan sıfır yükseltili başlangıç yüzeyine inilen dikin boyudur. Noktanın yüksekliğini saptayabilmek için ilk olarak başlangıç yüzeyinin tanımlanması ve buna dik doğrultuların belirlenmesi gerekir. Yeryüzü noktaları için en kolay belirlenebilen doğrultular çekül doğrultularıdır. Bunun için yükseklik belirlemede bu doğrultuların alınması en uygun yoldur. Bu doğrultulara dik, sıfır yükseltili yüzey ise jeoit yüzeydir. Bu yüzey kütlelerin birbirine uyguladıkları çekim kuvveti ve merkezkaç kuvvetlerinin etkisi sonucu şekillenir. Kütlelerin gelişi güzel dağılmış olması nedeniyle yüzey düzgün değildir ve matematiksel olarak ancak yaklaşık ifade edilebilir (Ayan 1978, Kartal 1998).

Uygulamaya yönelik belli bir yükseklik sisteminde iki temel özellik istenir. Bunlardan birincisi "*Nivelman sonuçlarının, nivo yüzeylerinin paralel olmamasından kaynaklanan yola bağımlılık etkisinin yok edilebilme özelliği"* ikincisi ise *"ölçülen yükseklik farklarına getirilen düzeltmelerin küçük derecede olma"* özelliğidir (Yiğit 2003).

Bu noktalardan yola çıkarak jeodezide birçok yükseklik sistemi tanımlanmaktadır.

Bunlardan en önemlileri;

1-Jeopotansiyel yükseklik

2-Dinamik yükseklik

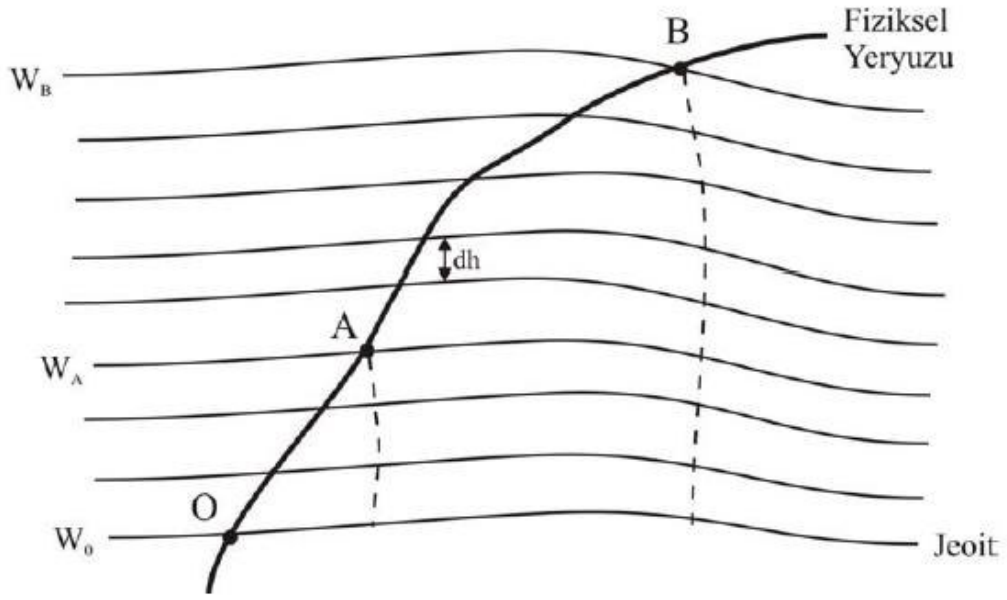
3-Ortometrik yükseklik

4-Normal yükseklik

5-Elipsoital yükseklik sistemleridir (Yanar 1999, Yiğit 2003).

4.1. Jeopotansiyel Yükseklikler (C)

Noktaların ya da noktalardan geçen nivo yüzeylerinin jeoite göre durumlarını gösteren, jeoit ile bu yüzeyler arasındaki kilogal*metre biriminde ifade edilen potansiyel farklar fiziksel anlamda bir büyüklüktür ve yeryuvarını gravite potansiyeli ile ilişkilidir. Bu büyüklüğe *Jeopotansiyel Büyüklük* (C) denir (Şekil 4.1) (Yiğit 2003).



Şekil 4.1: Jeopotansiyel yükseklikler

Gravite değerini nivelman boyunca sabit kabul edersek jeopotansiyel yükseklik;

$$C = \int_0^A g dh = g \int_0^A dh \cong g.H \tag{4.1}$$

4.2. Dinamik Yükseklik

Yeryüzündeki bir P noktasının jeopotansiyel sayısı gravitenin bir ortalama değerine, genellikle 45^o enlem ve deniz yüksekliğindeki normal graviteye (γ_o^{45}) bölünürse dinamik yükseklik H^D elde eldir.

$$H^D = \frac{C}{\gamma_o^{45}} = \frac{1}{\gamma_o^{45}} \int_{P_o}^{P} g.dh \tag{4.2}$$

Buna göre iki nokta (A ve B) arasındaki dinamik yükseklik farkı;

$$H_B^D \, H_A^D = \frac{1}{\gamma_o^{45}} \int_A^B g.dh \tag{4.3}$$

dir. Bu ifade

$$H_B^D \, H_A^D = \int_A^B g.dh + \frac{1}{\gamma_o^{45}} \int_A^B (g - \gamma_o^{45}) dh \tag{4.4}$$

şeklinde yazılabilir (Ceylan 1993). Buradaki birinci terim doğrudan doğruya nivelmanla bulunan yükseklik farkı ikinci terim ise "Dinamik düzeltme" dir (Ceylan 1993).

Jeopotansiyel kotta olduğu gibi dinamik yüksekliklerde de jeoidin dinamik yüksekliği sıfıra eşittir. Her nivo yüzeyine karşılık tek bir dinamik yükseklik değeri

karşılık gelir. Her iki nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktalar arasındaki dinamik yükseklik farkları eşittir. Dinamik yükseklikler biliniyorsa diğer yükseklikler kolayca hesaplanabilir. Fakat dinamik yüksekliklerdeki dinamik yol düzeltmesinin büyük olması, onların pratikteki önemini azaltmaktadır (Yiğit 2003).

4.3. Ortometrik Yüksekliler

Yeryüzündeki bir noktanın, çekül eğrisi boyunca jeoide kadar olan uzaklığı o noktanın *"Ortometrik Yüksekliği"* adını alır. Aradaki kara parçası nedeni ile jeoidin, kıtalar altındaki gidişi bilinemediğinden, yeryüzündeki bir noktanın ortometrik yüksekliği doğrudan doğruya ölçülemez (Köle 1996).

Ortometrik yüksekliği bulmak için, A noktasının jeopotansiyel sayısı C ve çekül eğrisinin A0 ile A arasındaki parçasının uzunluğu olan ortometrik yüksekliği H olmak üzere,

$$C = W_o - W = \int_0^H g dH \tag{4.5}$$

şeklinde belirlenir. Bu eşitlikte H açık olarak belirlenmek istenirse

dC=-dW=$g.dH$

(4.6)

bu eşitlikler g değerine bölünmek suretiyle

$$dH = -\frac{dW}{g} = \frac{dC}{g} \tag{4.7}$$

eşitliği ile elde edilir ve integrali alınırsa,

$$H = -\int_{W_0}^{W} \frac{dW}{g} = \int_{0}^{c} \frac{dC}{g} \tag{4.8}$$

olur. Pratikte az kullanılan bu eşitlik düzenlenirse

$$C = \int_{0}^{H} g dH = \int_{0}^{H} g dH \tag{4.9}$$

$$C = \bar{g} H \tag{4.10}$$

Ve buradan da

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_{0}^{H} g dH \tag{4.11}$$

olur. Burada $\bar{g}$ jeoit üzerindeki A_0 ile yeryüzündeki A noktası arasında çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalamasıdır. Ortalama $\bar{g}$ bilinmek koşulu ile ortometrik yükseklik H,

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \tag{4.12}$$

bağıntısı yardımıyla hesaplanabilir. İki nokta arasındaki ortometrik yükseklik farkı,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = \frac{\Delta C_{AB}}{g} \; ; g = \gamma_0^{50} \tag{4.13}$$

şeklinde elde edilir. Bir noktanın ortometrik yüksekliği geometrik nivelman yükseklik farklarından yararlanarak yada elipsoital yükseklik farklarından yararlanılarak bulunabilir (Yiğit 2003).

Ortometrik yükseklikler, Helmert yükseklikleri olarak bilinen aşağıdaki bağıntı yardımıyla hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz 1984, Ceylan 1993, Yiğit 2003).

$$H = \frac{C}{g + 0.0424.H} \tag{4.14}$$

Bu eşitlikte iteratif çözüm uygulanır. Burada C (kgalm), H (km) birimindedir. g nin belirlemesi için farklı modellerde vardır.

4.4. Normal Yükseklik

Yeryuvarının gerçek gravite potansiyelinin normal gravite potansiyeline, yani W=U, gerçek gravitenin de normal graviteye eşit olduğu, yani g=γ, ve dolaylı bozucu potansiyel T=0 kabulüne göre hesaplanmış yüksekliklerdir (Şekil 4.2). Bu varsayıma karşılık gelen ortometrik yüksekliklere normal yükseklik adı verilir. Dünyanın gravite alanının normal gravite alanı olduğu kabul edilirse ortometrik yükseklikler için çıkarılan eşitlikler normal gravite alanında,

$$C = W_o - W = \int_0^{H^*} \gamma dH^* \tag{4.15}$$

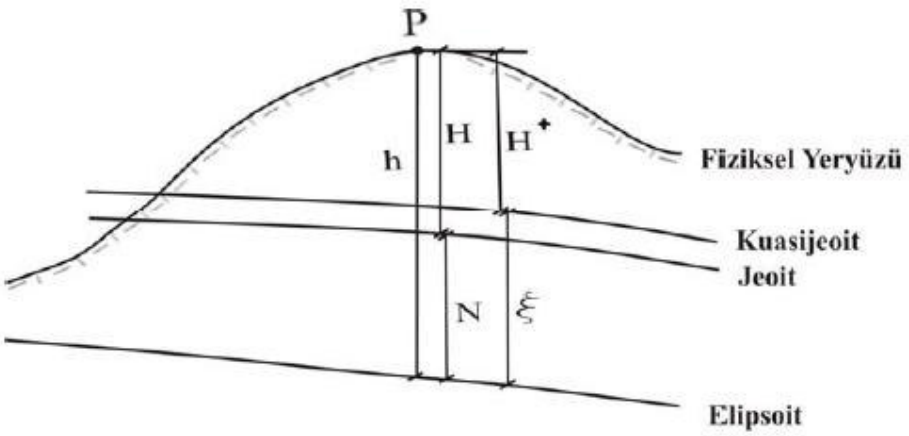
$$H^* = \int_0^{C} \gamma dH^* \tag{4.16}$$

$$C = \bar{\gamma}\, H^* \tag{4.17}$$

biçimine girer. Burada

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \gamma dH^* \tag{4.18}$$

çekül eğrisi boyunca olan ortalama gravite değeridir (Yiğit 2003).



Şekil 4.2: Ortometrik, normal ve elipsoital yükseklikler, jeoit ondülasyonu ve yükseklik anamolisi

H^* *normal yükseklik* olarak adlandırılır. Normal yükseklik, normal ağırlık alanının çekül eğrisi boyunca nivo elipsoidi yüzeyinden Q noktasına kadar olan uzaklıktır ve bu uzaklıkların oluşturduğu noktaların geometrik yerine *Tellüroit* denir (Yiğit 2003).

Astronomik koordinatlardan yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyi tellüroit belirlenebilir. Elipsoitten yeryüzüne olan düşey uzaklık h ile elipsoitten tellüroide olan düşey uzaklık H^* arasındaki fark bize yükseklik anomalisini verir.

$$\zeta = h - H^* \tag{4.19}$$

Bu iki yükseklik arasındaki fark N=h-H jeoit ondülasyonuna karşılık gelir. Bu ilişkiden yaralanarak;

$$H + N = H^* + \zeta \tag{4.20}$$

$$H - H^* = \zeta - N \tag{4.21}$$

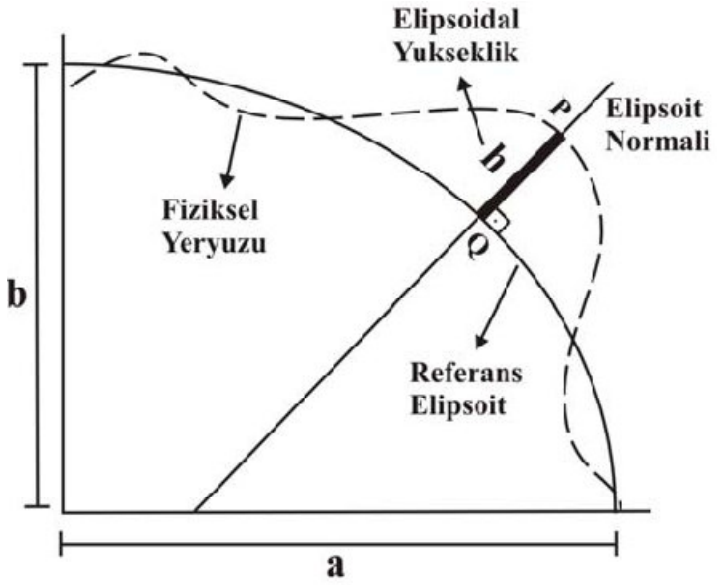
yazılmak suretiyle (ζ-N) ,

$$(\zeta - N) = \frac{-\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \tag{4.22}$$

şeklinde gösterilebilir (Yiğit 2003).

4.5. Elipsoital Yükseklik

Elipsoital yükseklik, seçilen bir referans elipsoidine göre, yeryüzündeki bir P noktasının elipsoit normali boyunca elipsoit üzerindeki izdüşümü ile arasındaki uzaklıktır (Şekil 4.3) (Yiğit 2003).



Şekil 4.3: Elipsoital Yükseklik

Elipsoit yüksekliğinin; dünyanın gravite alanıyla hiçbir ilişkisi olmayıp, kullanılan elipsoit parametreleriyle ve üzerinde tanımlanan jeodezik koordinat sistemi ile bağıntılıdır (Kaya 2006).

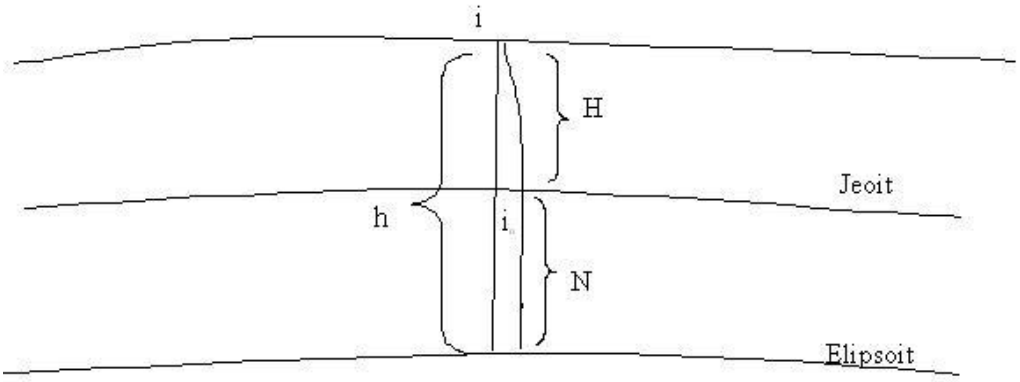
P noktasının elipsoit üzerindeki izdüşümü Q noktasıdır. Bu izdüşümü elipsoit yüksekliği h ile gösterilir. Elipsoit yüksekliği elde mevcut büyüklüklere göre (jeoit yüksekliği, yükseklik anomalisi) iki yöntemle elde edilir (Kaya 2006).

Doğal büyüklük yöntemi

Bu yöntemde elipsoit yüksekliği (h), jeoit yüksekliği (N) ve ortometrik yükseklik (H) olmak üzere;

$$h \cong H + N \tag{4.23}$$

eşitliğinden elde edilir (Kaya 2006).



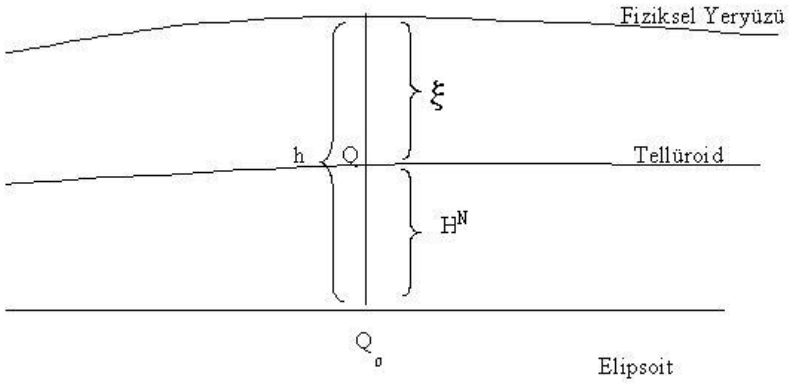
Şekil 4.4: Doğal büyüklük yöntemi

Standart büyüklükler yöntemi

Bu yöntemde elipsoit yüksekliği, yükseklik anomalisi (ξ) ve normal yükseklik (H^N) olmak üzere

$$h \cong H^N + \xi \qquad (4.24)$$

eşitliğinden elde edilmektedir (Kaya 2006).



Şekil 4.5: Standart büyüklük yöntemi

5. UYGULAMA

5.1. Test Ağı ve Özellikleri

Bu çalışmada, Konya-Ankara Hızlı Tren Projesi kapsamında oluşturulan nirengi ağına ait aynı hat üzerinde olacak şekilde yaklaşık 4km aralıklı 17 noktadan oluşan bir test ağı seçilmiştir. Ağa ait nokta yükseklikleri yaklaşık 876 m ila 1032 m arasında olup, hat uzunluğu yaklaşık 54 km dir (Şekil 5.1).

Test ağına ait noktaların elipsoital koordinatları söz konusu projeye ait jeodezik çalışmalardan alınmıştır. Noktaların elipsoital yükseklikleri, GPS yöntemiyle, ortometrik yükseklikleri ise geometrik nivelman ile elde edilmiştir. Noktalara ait koordinatlar tablo 5.1'de verilmiştir.

Tablo 5.1: Test ağına ait noktaların coğrafi koordinatları

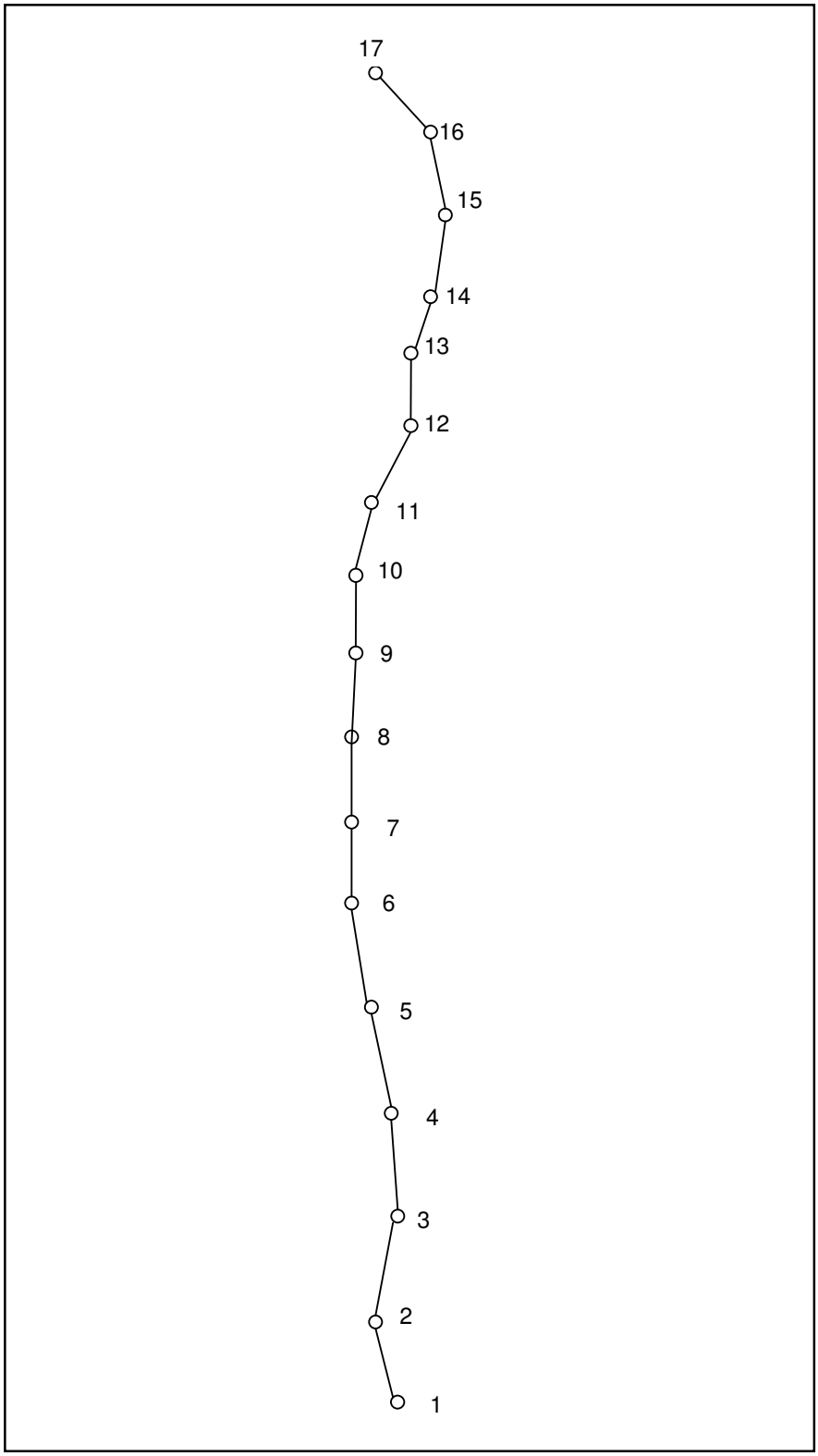
N.NO	φ º	λ º	h(ortometrik) (m)	H(elipsoital) (m)
1	38 ,7651044	32,23431226	1032,147	1068,7537
2	38,78554128	32,22388972	1007,764	1044,3708
3	38,82766886	32,22407202	1002,871	1039,4035
4	38,85620999	32,22059706	998,317	1034,8255
5	38,88999642	32,21099532	999,551	1036,0129
6	38,92326731	32,19565384	995,568	1032,0677
7	38,9439971	32,18599087	997,859	1034,3567
8	38,97743835	32,17305158	979,225	1015,7069
9	38,99914902	32,16452841	970,095	1006,5681
10	39,02473116	32,16241703	928,599	965,0285
11	39,05030492	32,16030574	927,801	964,2288
12	39,07688926	32,16368004	928,044	964,4623
13	39,11386331	32,16559159	942,006	978,378
14	39,1444136	32,16882115	931,55	967,8943
15	39,18195271	32,16886399	922,383	958,7195
16	39,2123919	32,15133162	915,914	952,3225
17	39,2344913	32,13655177	876,327	912,7658

5.2. Hesaplamalar

5.2.1. Elipsoit üzerindeki azimut (α) ve jeodezik eğri uzunluk (s) hesabı

Jeodezik eğri, jeodezik eğriliği sıfır olan, ya da eş anlamda, jeodezik eğrilik yarıçapı sonsuz olan eğridir (Aksoy 1980).

Jeodezik eğrilik, bir yüzey eğrisinin bir noktasında yüzeye teğet düzleme diferansiyel anlamda dik izdüşümün eğrilik olduğuna göre, jeodezik eğriliği sıfır olan eğrinin sözü edilen iz düşümü diferansiyel anlamda bir doğruyu veriyor demektir. Eğrinin bu özelliği taşıyabilmesi için, bir noktasında yüzey eğrisinin asal normalinin o noktada yüzey normali ile çakışması gerekir. Bu nedenle jeodezik eğri, "her noktasında asal normali, yüzey normali ile çakışan eğridir" biçiminde de tanımlanabilir (Aksoy 1980).



Şekil 5.1: Test ağı

GPS ölçümleri ile elde edilen elipsoital koordinatlar yardım ile noktalar arasındaki jeodezik eğrilik ve azimut aşağıdaki formüller kullanılarak hesaplanabilir (Vincenty 1975)

$$\tan \sigma_1 = \tan U_1 / \cos \alpha_1 \tag{5.1}$$

$$sin\,\alpha = cos\,U_1\,sin\,\alpha_1 \tag{5.2}$$

$$A = 1 + \frac{U^2}{16884}(4096 + U^2(-768 + U^2(320 - 175U^2))) \tag{5.3}$$

$$B = \frac{U^2}{1024}(256 + U^2(-128 + U^2(74 - 47U^2))) \tag{5.4}$$

$$2\sigma_m = 2\sigma_1 + \sigma \qquad \left(\sigma_o = \frac{S}{bA}\right) \tag{5.5}$$

$$\Delta G = B \sin G \left[\cos 2G_m + \frac{1}{4} B \langle \cos G \left(-1+2\cos^2 2G_m\right) - \frac{1}{6} B \cos 2G_m \left(-3+4\sin^2 G\right)\left(-3+4\cos^2 2G_m\right)\rangle\right] \tag{5.6}$$

$$\sigma = \frac{S}{bA} + \Delta\sigma \tag{5.7}$$

$$tan\,\phi_2 = \frac{sin\,U_1 cos\sigma + sin\,U_1\,sin\,\sigma\,cos\,\alpha_1}{(1-f)(sin^2\alpha + (sin\,U_1\,sin\,\sigma - cos\,U_1\,cos\,\sigma\,cos\,\alpha_1)^2)^{1/2}} \tag{5.8}$$

$$tan\,\lambda = \frac{sin\,\sigma sin\,\alpha_1}{cos\,U_1 cos\,\Sigma - sin\,U_1\,sin\,\sigma\,cos\,\alpha_1} \tag{5.9}$$

$$C = \frac{f}{16} cos^2\alpha[4 + f(4 - 3cos^2\alpha)] \tag{5.10}$$

$$L = \lambda - (1-c) f sin\alpha\{\sigma + C sin\sigma[cos\,2\sigma_m + C\,cos\,\sigma(-1 + 2cos^2 2\sigma_m]\} \tag{5.11}$$

$$tan\,\alpha_2 = \frac{sin\,\alpha}{-sin\,U_1\,sin\,\sigma + cos\,U_1\,cos\,\sigma\,cos\,\alpha_1} \tag{5.12}$$

$$\lambda = L \tag{5.13}$$

$$sin^2\sigma = (\cos U_2 sin\lambda)^2 + (\cos U_1 \sin U_2 - \sin U_1 \cos U_2 \cos\lambda)^2 \tag{5.14}$$

$$\cos\sigma = \sin U_1 \sin U_2 + \cos U_1 \cos U_2 \cos\lambda \tag{5.15}$$

$$\tan\sigma = \frac{\sin\sigma}{\cos\sigma} \tag{5.16}$$

$$\sin\alpha = \frac{\cos U_1 \cos U_2 \sin\lambda}{\sin\sigma} \tag{5.17}$$

$$\cos 2\sigma_m = \cos\sigma - \frac{2\sin U_1 \sin U_2}{cos^2\alpha} \tag{5.18}$$

λ (5.10) ve (5.11) nolu formüller yardımı ile elde edilir.

$$s = bA(\sigma - \Delta\sigma) \tag{5.19}$$

Δσ (5.3),(5.4) ve (5.6) formülleri ile hesaplanır.

$$\tan\alpha_1 = \frac{\cos U_2 \sin\lambda}{\cos U_1 \sin U_2 - \sin U_1 \cos U_2 \cos\lambda} \tag{5.20}$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{\cos U_2 \sin\lambda}{-\sin U_1 \cos U_2 + \cos U_1 \sin U_2 \cos\lambda} \tag{5.21}$$

Yukarıdaki formüller yardımı hesaplanan edilen test ağına ait noktalar arasındaki azimut (α) ve jeodezik eğri uzunlukları (s) Ek-I'de verilmiştir.

5.2.2. Çekül sapması bileşenlerinin hesabı

Noktalara ait jeoit yükseklikleri ve çekül sapması arasındaki diferansiyel ilişki;

$$\varepsilon = -\frac{dN}{ds} \tag{5.22}$$

ile ifade edilir.

$$\varepsilon = \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha \tag{5.23}$$

formülü ile de çekül sapması bileşenleri hesaplanabilir.

Burada, ξ kuzey-güney yönündeki, η doğu-batı yönündeki çekül sapması bileşenleridir.

(5.22) ve (5.23) nolu formüller birleştirildiğinde

$$-\frac{dN}{ds} = \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha \tag{5.24}$$

elde edilir.

Bu eşitliğin sol tarafındaki diferansiyel elamanları yerine jeoit yükseklik farkları cinsinden;

$$-\frac{\Delta N}{\Delta s} \approx \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha \tag{5.25}$$

yazılabilir.

A ve B noktalarına ait ortometrik yükseklik (H) ve elipsoital (h) yüksekliklerden yaralanılarak jeoit yükseklikleri;

$$N_A = h_A - H_A \tag{5.26}$$

$$N_B = h_B - H_B \tag{5.27}$$

bağıntıları ile hesaplanabilir.

(5.26) bağıntısından (5.27) bağıntısı çıkarıldığında iki nokta arasındaki yükseklik farkları ΔN_{AB} elde edilir.

$$\Delta N_{AB} = N_A - N_B = h_A - H_B - (H_A - H_B) = \Delta h_{AB} - \Delta \mathrm{H}_{AB} \tag{5.28}$$

Sonuç olarak (5.28) ve (5.25)bağıntılarından

$$-\frac{\Delta \mathrm{h}_{AB} - \Delta \mathrm{H}_{AB}}{\Delta \mathrm{s}_{AB}} \approx \xi \cos \alpha_{AB} + \eta \sin \alpha_{AB} \tag{5.29}$$

elde edilir.

ΔH : Geometrik nivelmanla elde edilen ortometrik yükseklik farkları

Δh : GPS ölçüleri ile elde edilen elipsoital yükseklik farklarıdır.

Bu verilerden yararlanılarak herhangi bir noktanın çekül sapması bileşenleri nokta civarındaki diğer noktalara ait elipsoital ve ortometrik yükseklik farkları yardımı ile hesaplanabilir.

(5.29) nolu bağıntının sol tarafı dikkate alınmadığında çekül sapması

$$\epsilon \approx -\frac{\Delta h - \Delta H}{\Delta s} \tag{5.30}$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.

(5.30) numaralı formüle hata dağılım kuralı uygulandığında çekül sapmasının

standart sapması;

$$\sigma_{\epsilon}^2 = \frac{1}{\Delta s^2}(\sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_{\Delta h}^2) + \left(\frac{\Delta h - \Delta H}{\Delta s^2}\right)^2 \sigma_{\Delta s}^2 \qquad (5.31)$$

olur.

(5.31) formülündeki ikinci terim ihmal edilebilir. Bu durumda,

$$\sigma_{\epsilon}^2 = \frac{1}{\Delta s^2}(\sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_{\Delta h}^2) \qquad (5.32)$$

bağıntısı ile çekül sapmasının standart sapması hesaplanabilir (İz ve Tse 2006).

Δs=1km ve $\sigma_{\Delta H} \approx \sigma_{\Delta h}$ için hesaplanan standart sapma değerleri tablo 5.2 de verilmiştir.

Test ağına ait her bir nokta için hesaplanan çekül sapması bileşenleri tablo 5.4'te gösterilmiştir.

Tablo 5.2: Standart sapma (ΔS=1 km için $\boldsymbol{\sigma_{\varepsilon}}$)

	$\sigma_{\Delta H} = \pm 1$mm $\sigma_{\Delta h} = \pm 1$mm	$\sigma_{\Delta H} = \pm 5$mm $\sigma_{\Delta h} = \pm 1$mm	$\sigma_{\Delta H} = \pm 5$mm $\sigma_{\Delta h} = \pm 5$mm	$\sigma_{\Delta H} = \pm 10$mm $\sigma_{\Delta h} = \pm 5$mm	$\sigma_{\Delta H} = \pm 10$mm $\sigma_{\Delta h} = \pm 10$mm
$\boldsymbol{\sigma_{\varepsilon}}$	±0.29"	±1.05"	±1.46"	±2.31"	±2.92"

Söz konusu test ağındaki noktalara ait elipsoital koordinatlar kullanılarak EGM96 ve CG03C jeoit modellerindeki çekül sapması bileşenleri hesaplanarak tablo 5.3'de gösterilmiştir.

Tablo 5.3: Test ağındaki noktalara ait jeoit yükseklikleri ve çekül sapması bileşenleri

N.No	Elipsoital koordinatlar		Elipsoital Yükseklik(h) (m)	Ortometrik Yükseklik (H) (m)	h-H	EGM96 MODELİ			CG03C MODELİ		
	φ^0	Λ^0			$N_{GPS-NIV}$	N	ξ''	η''	N	ξ''	η''
1	38,7651044	32,23431	1068,7537	1032,147	36,6067	38,155	2,507	2,812	37,807	3,201	3,201
2	38,78554128	32,22389	1044,3708	1007,764	36,6068	38,141	2,634	2,72	37,787	3,251	3,203
3	38,82766886	32,22407	1039,4035	1002,871	36,5325	38,08	2,777	2,554	37,713	3,291	3,238
4	38,85620999	32,2206	1034,8255	998,317	36,5085	38,041	2,851	2,428	37,668	3,264	3,252
5	38,88999642	32,211	1036,0129	999,551	36,4619	37,999	2,924	2,27	37,623	3,18	3,265
6	38,92326731	32,19565	1032,0677	995,568	36,4997	37,961	2,986	2,113	37,589	3,05	3,285
7	38,9439971	32,18599	1034,3567	997,859	36,4977	37,936	3,01	2,02	37,569	2,949	3,302
8	38,97743835	32,17305	1015,7069	979,225	36,4819	37,894	3,02	1,873	37,537	2,759	3,332
9	38,99914902	32,16453	1006,5681	970,095	36,4731	37,866	3,012	1,781	37,518	2,619	3,353
10	39,02473116	32,16242	965,0285	928,599	36,4295	37,828	2,963	1,663	37,488	2,444	3,363
11	39,05030492	32,16031	964,2288	927,801	36,4278	37,79	2,896	1,547	37,459	2,25	3,367
12	39,07688926	32,16368	964,4623	928,044	36,4183	37,747	2,792	1,415	37,424	2,036	3,348
13	39,11386331	32,16559	978,378	942,006	36,372	37,692	2,637	1,241	37,384	1,722	3,319
14	39,1444136	32,16882	967,8943	931,55	36,3443	37,649	2,489	1,096	37,354	1,455	3,28
15	39,18195271	32,16886	958,7195	922,383	36,3365	37,602	2,304	0,937	37,329	1,128	3,239
16	39,2123919	32,15133	952,3225	915,914	36,4085	37,572	2,189	0,875	37,337	0,883	3,283
17	39,2344913	32,13655	912,7658	876,327	36,4388	37,553	2,1	0,85	37,349	0,714	3,327

5.2.3. Jeoit yüksekliklerinin hesabı

Test ağına ait her nokta için jeoit yükseklikleri, GPS ile elde edilen elipsoital yükseklikler (h) ve geometrik nivelman ile elde edilen ortometrik yükseklikler (H) yardımı ile;

$$N=h-H \tag{5.33}$$

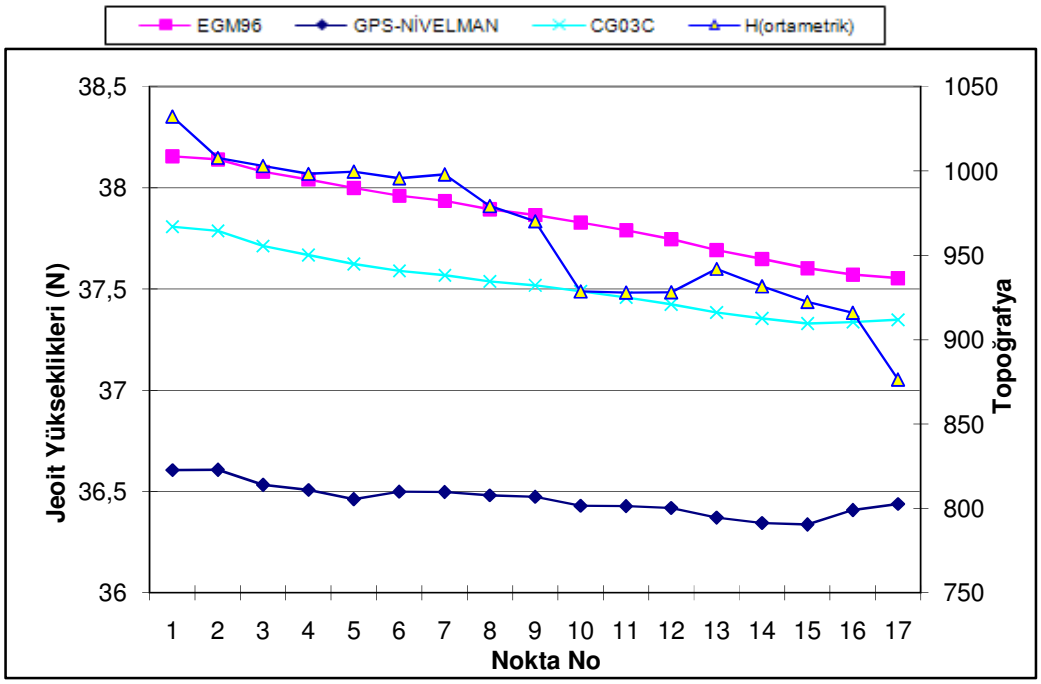
formülü ile hesaplanmış ve Tablo 5.3'te gösterilmiştir.

Söz konusu test ağındaki noktalara ait elipsoital koordinatlar kullanılarak EGM96 ve CG03C jeoit modellerindeki jeoit yükseklikleri (N_{EGM96} ve N_{CG03C}) hesaplanmıştır. GPS/Nivelman, EGM96 ve CG03C jeoit modelleriyle hesaplanan jeoit yükseklikleri tablo 5.3'te ve Şekil 5.2'de gösterilmiştir.

5.3. Değerlendirme

Seçilen test ağındaki noktalara ait GPS/Nivelman verileri ve EGM96 ve CG03C jeoit modelleriyle verileriyle hesaplanan jeoit yüksekliklerinin gösterildiği Tablo 5.4, Tablo 5.3 ve Şekil 5.2 incelendiğinde jeoit yükseklilerindeki değişimin EGM96 ve CG03C jeoit modeliyle elde edilen değerlere paralellik gösterdiği kolaylıkla görülebilir. GPS/Nivelman verileri ($N_{GPS/Niv}$) ve noktalara ait elipsoital koordinatlar yardımıyla hesaplanan çekül sapması bileşenlerinin hesaplanması konusunda, Tablo 5.4'ten de görülebileceği gibi, aynı noktaya ait farklı uzunluklarla hesaplanan çekül sapması bileşenleri kendi aralarında büyük farklılıkların olduğu görülmüştür. Benzer şekilde, EGM96 ve CG03C modeliyle hesaplanan değerle karşılaştırıldığında da çok büyük sapmalar ortaya çıkmıştır. Bu sapmaların sebebi

olarak, GPS/nivelman verileriyle çekül sapması bileşenlerinin yeterli doğrulukta hesaplanamaması gösterilebilir.



Şekil 5.2: Modellere ait jeoit yüksekliklerinin değişim grafiği

Tablo 5.4: GPS-Nivelman yöntemiyle hesaplanan çekül sapması bileşenleri

N.No	GPS-NİVELMAN			N.No	GPS-NİVELMAN		
	km	ξ	η		km	ξ	η
1	6,5	0,31129	1,39355	10	5	0,56011	-8,5375
	8	3,52409	10,3138		9	1,23883	-1,4504
	10	3,24357	10,5415		12	1,31745	0,12466
2	3	3,24939	8,16079	11	3	0,33659	3,30883
	7	2,83237	6,80261		6	1,63825	-0,1094
	10	3,55531	10,1356		9	1,55693	1,29966
3	7	2,55775	2,76352	12	3	3,46749	-28,327
	10	1,21977	2,50768		6	-0,3664	40,5228
	14	2,76397	8,63791		10	1,33455	2,91665
4	3,5	0,81151	-7,8844	13	4	2,9422	-15,277
	7	2,92048	9,21208		7	0,06568	24,1413
	10	3,10349	9,33916		10	0,82517	13,4416
5	7	4,8775	16,8955	14	4	0,37189	15,94
	11	3,77586	12,4031		7	1,16922	14,6083
	13	3,99706	12,6073		10	0,92153	10,3039
6	7	-2,8193	-10,531	15	4	0,3766	10,6482
	10	0,60095	-0,1572		7	0,63574	8,89274
	14	1,71412	1,67778		10	1,04065	10,5545
7		4,27402	11,2451	16	6	-0,4101	6,71112
		11,5718	35,3792		9	-0,0894	5,31191
		5,36398	16,6599		13	0,6232	6,88172
8	6	3,74585	9,61918	17	5	-8,6436	-10,499
	9	2,59331	8,89956		9	-0,5779	4,91553
	13	1,43399	3,34635		12	0,09774	6,0071
9	6	1,86469	3,40863				
	9	1,32766	2,11061				
	13	1,59863	5,37764				

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, gelişen teknolojilere paralel olarak uydu konum belirleme tekniklerinin jeodezide yaygın olarak kullanımı ile noktalara ait elipsoital koordinatların kolay ve yüksek doğrulukta belirlenme imkânı ortaya çıkmıştır. Jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapmalarının belirlenmesinde klasik yöntemler olarak bilinen Astro-jeodezik ve gravimetrik yöntemlere alternatif yöntem arayışı içerisinde GPS/Nivelman verileri ile jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenleri hesaplanması konusu ele alınmıştır.

GPS/Nivelman verileri ile jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenlerinin değişiminin belirlenebilmesi amacıyla Konya-Ankara hızlı Tren projesi kapsamında oluşturulan nirengi ağına ait kuzey –güney yönünde 17 noktadan oluşan hat şeklinde bir test ağı seçilmiştir. Test ağına ait elipsoital koordinatlar GPS ölçüleriyle elde edilmiş olup ortometrik yükseklikler geometrik nivelman ölçüleriyle elde edilmiştir. Bu çalışmada kullanılan veriler söz konusu projeden alınmıştır.

Test ağına ait her noktada jeoit yükseklikleri ($N_{GPS/Niv}$) hesaplandığında, 36,372m ile 36,6068m arasında değiştiği görülmüştür. Aynı noktalara ait GPS ile elde edilen elipsoital koordinatlar kullanılarak EGM96 ve CG03C jeoit modelleri kullanılarak jeoit yükseklikleri hesaplanmıştır. Jeoit yüksekliklerinin, EGM96 jeoit modelinde, 37,553m ile 38,155m arasında, CG03C jeoit modelinde ise 37,329m ile 37,807m arası değiştiği görülmüştür. Üç ayrı şekilde hesaplanan jeoit yükseklikleri arasında bir paralellik söz konusudur.

Test ağına ait her noktada, değişik uzunluklarla jeoit yükseklik farkları (ΔN) , jeodezik azimut (α) ve jeodezik eğri uzunlukları kullanılarak çekül sapması bileşenleri hesaplanmıştır. Özellikle 4km'den daha kısa uzunluklarda, çekül sapması bileşenlerinin çok fazla değiştiği, 6-10 km arası uzunluklarda ise nispeten daha sistematik bir durumun olduğu söylenebilir. GPS/Nivelman verileri yardımıyla Çekül sapması bileşenlerinin hesabında kullanılan elipsoital ve ortometrik yüksekliklere ait standart sapmaların yüksek doğrulukta olması istenmektedir. Bu çalışmada kullanılan test ağına ait nivelman ölçüleri hat şeklinde yapılmış olması nedeniyle ortometrik yükseklikliere ait standart sapma konusunda yeterli bilgi edinilememiştir. Ayrıca, seçilen test ağının yaklaşık kuzey-güney doğrultusunda olması nedeniyle çekül sapmasının kuzey-güney yönündeki bileşenindeki (ξ) değişimin EGM96 ve CG03C modelleriyle uyumlu olduğu, doğu-batı yönündeki bileşeninde (η) ise çok büyük sapmalar olduğu görülmüştür. Bunun nedeni ise, test ağının yaklaşık kuzey-güney yönünde seçilmiş olması nedeniyle azimut açılarının $\approx 360^o$ ve $\approx 180^o$ civarında değerler alması olarak açıklanabilir. Bunun sonucu olarak, kuzey-güney yönündeki bileşen daha iyi bir şekilde belirlenebilirken, doğu-batı yönü için aynı şeyleri söylemek mümkün değildir.

Sonuç olarak, uydu konum belirleme tekniklerinden GPS'in jeodezide yaygın olarak kullanımı ile klasik ölçmelerde olduğu gibi ölçülerin referans elipsoidi üzerine indirgenmesi problemi ortadan kalkmıştır. Ayrıca, jeoit modellemeleri daha kolay ve hızlı yapılabilir hale gelmiştir. Bu çalışmanın sonucu olarak,

GPS/Nivelman verileri yardımıyla jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenlerinin hesabında kullanılacak olan jeoit yükseklik farklarının yüksek

doğrulukta belirlenmiş olması gerekmektedir. Özellikle çekül sapması bileşenlerinin hesabında kullanılan kenar uzunluklarının 4km'den daha uzun ve azimut değerlerinin farklı değerlerde olmasına dikkat edilmelidir. Diğer bir ifade ile çekül sapması bileşeni hesaplanan nokta etrafına dağılmış olmalıdır. Ayrıca, çekül sapması bileşenleri mümkün olduğu durumlarda dengelemeli olarak hesaplanmalıdır.

KAYNAKLAR

ACAR M., 1999, Astronomik Gözlem Sonuçları ile Jeodezik Gözlem Sonuçlarının Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya

ACAR M., TURGUT B., 2005, Astro- Jeodezik Çekül Sapması : Selçuk Üniversitesi Gps Test Ağı Örneği, TMMOB Harita Ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara

AKSOY A., 1980, Jeodezi II, İstanbul Teknik Üniversitesi, İTÜ İnşaat Fak. Mtb., Yayın No 5, İstanbul

ARSLAN E. , YILMAZ M. 2005, Jeoit Belirleme Yöntemleri, TMMOB Harita Ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara

ARSLAN E. , YILMAZ M. 2006, İstanbul Metropolitan Alanında Jeoit Araştırması, İTÜ Dergisi, sayı 2006-3, sayfa 107-114, İstanbul

AYAN T., 1978, Astro- Jeodezik Çekül Sapması, İTÜ Dergisi,sayı: 6, sayfa 67, İstanbul

CEYLAN A., 1993, Presizyonlu Nivelman Yerine Trigonometrik Nivelman Yönteminin Kullanılabilirliği Üzerine Bir Çalışma, Doktora Tezi, .Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya

ÇORUMLUOĞLU Ö., İNAL C., CEYLAN A., ŞANLIOĞLU İ., KALAYCI İ., 2002, Determination of Jeoid Undulation in the Region of Konya, GIS İnternational Symposium, İstanbul

GÜRKAN O. 1979, Çekül Sapması Kavramı ve Türleri, Harita Dergisi, sayı 86, Ankara

HEISKANEN W., MORITZ H., 1984, Fiziksel Jeodezi, KTÜ Matbaası, 491 sf., Çeviren : GÜRKAN O., Trabzon

İZ H.B, TSE C.M., 2006,Deflection of the Vertical Components from GPS and Precise Leveling Measurements in Hong Kong, Journal Of Surveyıng Engıneerıng © Asce / August 2006 / 97-100

KARTAL A., 1998, GPS Yöntemi İle Yükseklik Belirlenirken İnterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

KAYA O., 2006, Kampüs Nivelman Ağında Değişik Baz Uzunluklarına Göre Nivelman-Elipsoital Yüksekliklerin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya

KÖLE A., 1996, Yükseklik Sistemleri ve Bir Ağ Üzerinde Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

TURGUT B., 1989, Çekül Sapması, Doktora Semineri (II), S.Ü.Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya

TUŞAT E., 2000, GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoit Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü,Konya

VİNCENTY T.,1975 Direct and İnverse Solutions Of Geodesics On The Elipsoit With Application Of Noested Equations, Survey Review 176, page 88-93

YANAR, R., 1999, Yeni Teknolojiler Işığında Yükseklik Sistemleri Üzerine Bir Araştırma, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

YİĞİT C.Ö, 2003, Elipsoital Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, SÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya

YURT K.,2006, Geometrik Ve Gravimetrik Metotlarla Lokal Jeoit Belirleme Ve Modelleme, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon

İNTERNET KAYNAKLARI

URL1 : http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html

EKLER

Ek 1: Test ağındaki noktalara ait eğrilik uzunlukları (s) ve azimutlar(α)

Tablo Ek -1: Test ağındaki noktalara ait eğrilik uzunlukları (s) ve azimutlar(α)

"D.N	B.N	s	α_{AB}	α_{BA}
1	2	2442,831	338,240474	158,233947
1	3	7002,123	352,704115	172,697699
1	4	10183,717	353,286641	173,278045
1	5	14011,603	351,698652	171,684032
1	6	17875,945	349,190733	169,166486
1	7	20297,482	348,089076	168,058761
1	8	24163,926	347,309378	167,270933
1	9	26678,297	346,903215	166,859411
1	10	29489,227	347,811783	167,76664
1	11	32305,357	348,561983	168,515501
1	12	35150,305	349,986377	169,942002
1	13	39172,987	351,273115	171,229923
1	14	42489,8	352,342584	172,301409
1	15	46622,666	353,033213	172,992048
1	16	50173,5	351,787709	171,7355
1	17	52792,869	350,799866	170,738343
2	3	4676,685	0,193942	180,194057
2	4	7850,289	357,913555	177,911491
2	5	11649,733	354,489396	174,481309
2	6	15484,546	350,901466	170,883752
2	7	17895,53	349,420439	169,396658
2	8	21755,04	348,316982	168,28507
2	9	24266,123	347,765462	167,728191
2	10	27083,447	348,66457	168,625964
2	11	29905,26	349,394045	169,354101
2	12	32762,401	350,849551	170,811716
2	13	36797,202	352,124356	172,087708
2	14	40125,003	353,185978	173,151348
2	15	44265,196	353,834015	173,799398
2	16	47802,061	352,467056	172,421395
2	17	50411,291	351,397077	171,342102
3	4	3182,752	354,561878	174,559699
3	5	7011,635	350,688137	170,679933
3	6	10895,435	346,927222	166,909386
3	7	13329,973	345,660324	165,636418
3	8	17205,418	345,110172	165,078131
3	9	19724,731	344,840611	164,803209
3	10	22520,533	346,285914	166,247175
3	11	25326,575	347,411307	167,37123
3	12	28158,016	349,304378	169,266411

Tablo Ek -1: (devamı)

D.N	B.N	s	α_{AB}	α_{BA}
3	13	32173,523	350,955295	170,918515
3	14	35487,844	352,264836	172,230076
3	15	39620,68	353,084957	173,05021
3	16	43172,418	351,63267	171,586873
3	17	45795,204	350,502347	170,447232
4	5	3842,176	347,477827	167,471801
4	6	7752,438	343,798364	163,782704
4	7	10197,455	342,889949	162,868217
4	8	14075,581	342,97998	162,950112
4	9	16596,384	342,98276	162,94753
4	10	19376,342	344,928928	164,892361
4	11	22172,117	346,385294	166,34739
4	12	24990,355	348,633536	168,597742
4	13	28997,765	350,557524	170,522919
4	14	32307,902	352,03643	172,003846
4	15	36439,077	352,953792	172,921222
4	16	39994,155	351,397487	171,353865
4	17	42621,033	350,197277	170,144334
5	6	3925,932	340,191478	160,181843
5	7	6375,002	340,120721	160,105013
5	8	10249,667	341,289388	161,265544
5	9	12769,578	341,6255	161,596292
5	10	15538,907	344,292854	164,262311
5	11	18330,786	346,150285	166,118405
5	12	21149,103	348,837453	168,807688
5	13	25161,985	351,021536	170,992962
5	14	28479,517	352,644764	172,618213
5	15	32616,497	353,591853	173,565318
5	16	36161,921	351,807596	171,770007
5	17	38783,612	350,460555	170,413643
6	7	2449,077	339,997659	159,991587
6	8	6324,903	341,961211	161,947002
6	9	8845,421	342,252284	162,232712
6	10	11626,42	345,667094	165,646189
6	11	14431,822	347,758932	167,736693
6	12	17277,867	350,785311	170,765189
6	13	21318,745	352,994831	172,975905
6	14	24660,49	354,602484	174,585585
6	15	28811,82	355,391853	175,374974
6	16	32326,063	353,199195	173,171261
6	17	34927,58	351,599079	171,561821
7	8	3878,171	343,194981	163,186845
7	9	6398,964	343,108934	163,095435

Tablo Ek -1: (devamı)

D.N	B.N	s	α_{AB}	α_{BA}
7	10	9192,507	347,169187	167,154357
7	11	12009,735	349,330934	169,31477
7	12	14879,133	352,544669	172,530625
7	13	18940,42	354,655201	174,642356
7	14	22299,1	356,18332	176,172504
7	15	26458,598	356,793758	176,782965
7	16	29946,932	354,263277	174,241429
7	17	32532,265	352,460447	172,429274
8	9	2520,804	342,968418	162,963055
8	10	5330,442	350,051397	170,044704
8	11	8164,312	352,233148	172,225125
8	12	11070,426	355,79914	175,793238
8	13	15159,164	357,560673	177,555974
8	14	18540,648	358,869746	178,86708
8	15	22707,462	359,086998	179,084358
8	16	26151,498	355,886549	175,872852
8	17	28711,483	353,698474	173,675452
9	10	2845,901	356,316442	176,315113
9	11	5690,881	356,317253	176,314594
9	12	8630,739	359,512646	179,512111
9	13	12735,518	0,413685	180,414355
9	14	16131,094	1,318249	181,320954
9	15	20297,822	1,057499	181,060233
9	16	23701,195	357,243639	177,235315
9	17	26238,953	354,717993	174,700342
10	11	2844,98	356,316735	176,315405
10	12	5791,439	1,081305	181,082101
10	13	9898,979	1,589368	181,591369
10	14	13298,346	2,386028	182,390065
10	15	17463,243	1,827937	181,832004
10	16	20855,718	357,368826	177,361832
10	17	23394,294	354,522239	174,505916
11	12	2965,72	5,65015	185,652276
11	13	7070,872	3,706981	183,710314
11	14	10473,633	4,030458	184,035829
11	15	14633,964	2,896445	182,901845
11	16	18011,293	357,53367	177,528006
11	17	20550,902	354,272528	174,257533
12	13	4108,089	2,306421	182,307626
12	14	7509,566	3,393	183,396243

Tablo Ek -1: (devamı)

D.N	B.N	s	α_{AB}	α_{BA}
12	15	11672,539	2,199173	182,202444
12	16	15081,095	355,94481	175,937015
12	17	17653,162	352,375417	172,358287
13	14	3403,108	4,705913	184,707951
13	15	7564,461	2,142134	182,1442
13	16	11007,717	353,576061	173,567055
13	17	13625,06	349,39596	169,377616
14	15	4167,541	0,050889	180,050916
14	16	7696,699	348,681955	168,670906
14	17	10381,683	344,432711	164,41232
15	16	3703,208	335,864696	155,853616
15	17	6466,109	334,440125	154,4197
16	17	2765,579	332,521339	152,511993