T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Türkiye'deki GPS-Nivelman Verileriyle Global Jeopotansiyel Modellerin Değerlendirilmesi

Serap TEPEKÖYLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ

ANABİLİM DALI

KONYA, 2007

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

TÜRKİYE'DEKİ GPS-NİVELMAN VERİLERİYLE

GLOBAL JEOPOTANSİYEL MODELLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Serap TEPEKÖYLÜ

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Aydın ÜSTÜN

2007, 60 Sayfa

Jüri: Prof.Dr. Cevat İNAL
Yrd.Doç.Dr. Aydın ÜSTÜN
Yrd.Doç.Dr. Ayhan CEYLAN

Küresel harmonik katsayılardan (C_{nm}, S_{nm}) oluşan global jeopotansiyel modeller, yeryuvarının dış çekim alanını belirlemek amacıyla kullanılırlar. Söz konusu katsayılar uydu yörünge bozulmaları, yersel gravite anomalileri ve altimetre verilerinden elde edilir. Milyonlarca gözleme dayalı olarak kestirilen yüz binlerce katsayı ve bu katsayılara ilişkin standart sapma değerlerinden beklenen, modelin yeryuvarının dış çekim alanını en iyi biçimde temsil etmesidir. Ölçü sayısı, global ölçekte bu ölçülerin homojen dağılımı, gravite sinyalinin değişik frekanslarını yansıtan değişik ölçü türleri ve ölçme-değerlendirme teknikleri model doğruluğu üzerinde doğrudan etkilidir. 1960'lı yıllardan başlayarak günümüze kadar gelen ve bugünlerde yeni gravite alanı belirleme amaçlı uydu misyonlarıyla yeni bir ivme kazanan global jeopotansiyel model belirleme çalışmalarının her sonuç ürünü bir dizi doğruluk testinden geçirilir.

Model doğruluğu, katsayılara ilişkin kestirilmiş hata derece varyansları üzerinden belirlenebileceği (iç doğrulama) gibi; doğrudan doğruya modelden hesaplanan jeoit

yüksekliği, gravite anomalisi, gravite bozukluğu ve çekül sapması bileşenlerinin yersel ölçülerle karşılaştırmasıyla (dış doğrulama) da belirlenebilir. Bu çalışmada öncelikle global jeopotansiyel modellerin elde edilmesinde kullanılan verilere açıklık getirilmiştir. Modeller arasındaki karşılaştırma hata derece varyansları ve Türkiye'deki GPS/Nivelman verileri yardımıyla yapılmıştır. Bu karşılaştırmada amaç Türkiye jeoidi belirleme çalışmalarına en iyi katkıyı sağlayacak global jeopotansiyel modeli belirlemektir. Sonuç olarak en uygun modelin hangisi olduğuna değişik modellerin sinyal ve hata derece spektrumuna ve GPS/Nivelman verileri yardımıyla karar verilmiştir. Türkiye için en uygun model GPS/Nivelman verileriyle yapılan karşılaştırmaya göre EIGEN-CG03C modelidir.

Anahtar kelimeler: Altimetre, En Küçük Kareler, Kaldır-Yerine Koy, Jeoit, GPS

ABSTRACT

Master Thesis

EVALUATION OF GLOBAL GEOPOTENTIAL MODELS

BY GPS-LEVELING DATA IN TURKEY

Serap TEPEKÖYLÜ

Selçuk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Geodesy and Photogrammetry Eng.

Supervisor : Assist.Prof.Dr. Aydın ÜSTÜN

2007, 60 Pages

Jury: Prof.Dr. Cevat İNAL
Assist.Prof.Dr. Aydın ÜSTÜN
Assist.Prof.Dr. Ayhan CEYLAN

Global geopotential models comprised of spherical harmonic coefficients (C_{nm}, S_{nm}) are used to determine the outer gravitational field of the earth. Aforementioned coefficients are obtained from satellite orbit perturbations, terrestrial gravity anomalies and altimetry data. The expectation for the estimated hundred thousands of coefficients based on millions of observations and their corresponding standard deviation values is that the model represents the outer gravitational field of the earth perfectly. Measurement amount, homogenous distribution of the measurements at global scale, different measurement types reflecting the different frequencies of the gravity signal and measuring-assessment techniques affect the model accuracy directly. Starting from 1960's and lasts to the present day and also gaining new acceleration with the satellite gravity field missions, every outcome of the studies related to the determination of global geopotential model is experienced a series of validation tests.

Accuracy of the model can either be determined from the estimated error degree variances concerning the coefficients (interior validation) or comparison of geoid

heights, gravity anomalies, gravity disturbances and components of vertical deflection calculated from the model with terrestrial measurements directly (outer validation).

In this study, firstly the data used for deriving the global geopotential models are clarified. Comparison between models is carried out by using error degree variances and GPS/Leveling data in Turkey. The goal of this comparison is to find the best fit global geopotential model which will contribute to the study of Turkish geoid determination. The most appropriate model is determined by the help of signal and error degree spectrums of different models and GPS/Leveling data. The EIGEN-CG03C is the best model of the Turkey.

Keywords: Global geopotential model, estimated error degree variance, geoid height, gravity anomaly, gravity disturbance, components of vertical deflection.

ÖNSÖZ

Bu çalışmada tez yürütücülüğünü üstlenen ve çalışmanın her aşamasında bana yol gösteren, bilgi ve deyimlerini paylaşan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Aydın ÜSTÜN'e şükranlarımı sunarım.

Bu çalışmamı yürütebilmek için tecrübe ve bilgilerini her zaman benimle paylaşan Yük. Müh. Orhan FIRAT'a saygılarımı arz ederim.

Serap TEPEKÖYLÜ

Mayıs 2007

İÇİNDEKİLER

ÖZET i
ABSTRACT iii
ÖNSÖZ v
ŞEKİL LİSTESİ vii
ÇİZELGE LİSTESİ viii
1. GİRİŞ 1
2. GLOBAL GRAVİTE ALANININ MODELLENMESİ 4
2.1 Yeryuvarının Gravite Alanının Küresel Harmonik Serilerle Gösterimi 4
2.2 Tam Normalleştirilmiş Küre Harmonikleri 10
2.3 Bozucu Gravite Alanı 14
3.MODELLERDE KULLANILAN VERİ TÜRLERİ 17
3.1 Uydu Verileri 17
3.1.1 Uydu izleme verileri 17
3.1.2 Uydudan uyduya izleme 19
3.1.3 Uydu gravite gradyometresi 22
3.2 Yersel Veriler 26
3.2.1 Yersel gravite anamolileri 26
3.2.2 Uydu altimetre verileri 29
4.GLOBAL JEOPOTANSİYEL MODELLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ 33
4.1 Kestirilmiş Derece Varyansları ve Hata Derece Varyansları Üzerinden Model Değerlendirme 33
4.2 Dış Verilerle Model Değerlendirme 37
5. SAYISAL UYGULAMA 39
5.1 Kullanılan Global Jeopotansiyel Modeller ve Özellikleri 39
5.1.1 Yalnız uydu gözlemlerini içeren jeopotansiyel modeleler 39
5.1.2 Birleştirilmiş global jeopotansiyel modeller 39
5.1.3 Yeniden biçimlendirilmiş global jeopotansiyel modeller 40
5.2 Karşılaştırmada Kullanılan Test Verileri 42
5.3 Derece Varyans Değerlerine Göre Modellerin Birbirleriyle Karşılaştırılması 43
5.4 GPS/Nivelman Verileri İle Yapılan Karşılaştırmalar 50
6. SONUÇ ve ÖNERİLER 55
KAYNAKLAR 58

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1: Elipsoit (h), ortometrik (H) ve jeoit yüksekliği (N) arasındaki ilişki……2

Şekil 2.1: Küresel ve dik koordinatlar…….. 6

Şekil 2.2: Küresel yüzey harmonikleri……12

Şekil 3.1 Yeryüzünden bir uyduya yapılan gözlem…… 18

Şekil 3.2: CHAMP uydusu ve SST-hl ölçme sistemi……..21

Şekil 3.3: SST-ll ölçme sistemi…… 22

Şekil 3.4: GOCE uydu gradyometresi (ESA'dan)…… 24

Şekil 3.5: Altıgen konfigürasyona sahip GOCE gradyometresi (ESA'dan)……. 24

Şekil 3.6: GRACE uydusu SGG ve SST-hl ölçme sistemi…….….. 25

Şekil 3.7 Çekül sapması…… 27

Şekil 3.8: Uydu altimetre ölçü sistemi…….. 30

Şekil 3.9: Uydu altimetresinde geometrik ilişki……..... 31

Şekil 4.1: EGM96 model katsayıları içim sinyal ve hata spektrumu……... 35

Şekil 4.2: EGM96 ve OSU91A arasında fark spektrumu (kırmızı: jeoit yüksekliği, mavi: gravite anomalisi)…… 36

Şekil 4.3: EGM96 ve OSU91A modelleri arasında jeoit yüksekliği için birikimli fark spektrumu (mavi)……... 37

Şekil 5.1: Global jeopotansiyel modellerin doğruluk araştırmasında kullanılan 155 GPS/nivelman noktası…… 42

Şekil 5.2: EGM96 jeoit yüksekliği ve gravite anomalisi için sinyal (güç) spektrumu44

Şekil 5.3: Bütünleşik modellerin sinyal güçleri $\sigma_l(N)$ …… 46

Şekil 5.4: Yalnız uydu gözlemlerini içeren modellerden elde edilen $\sigma_l(N)$ değerleri47

Şekil 5.5: Bütünleşik modellerin hata derece büyüklükleri…….48

Şekil 5.6: Bütünleşik modellerin hata derece büyüklükleri (birimli)……..49

Şekil 5.7: Standart sapma değerlerine göre global jeopotansiyel modellerin Türkiye sınırları içerisindeki performansı (birim: m)……...51

Şekil 5.9: EIGEN-CG03C ve GPS/Nivelman farkları…… 53

Şekil 5.10: EGM96 ve GPS/Nivelman farkları…….. 53

Şekil 5.11: EIGEN-CG03C ve EGM96 jeoit yükseklikleri…… 54

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 3.1 : CHAMP, GRACE ve GOCE Uydu Bilgileri..... 20
Çizelge 5.1: Global Jeopotansiyel modeller ve özellikleri..... 41
Çizelge 5.2: EGM96 modeli sinyal derece varyansı hesabı..... 43
Çizelge 5.3: EGM96 modeli hata derece varyansı hesabı..... 45
Çizelge 5.4: Yükseklik anomali değerlerinin karşılaştırılması 50

1. GİRİŞ

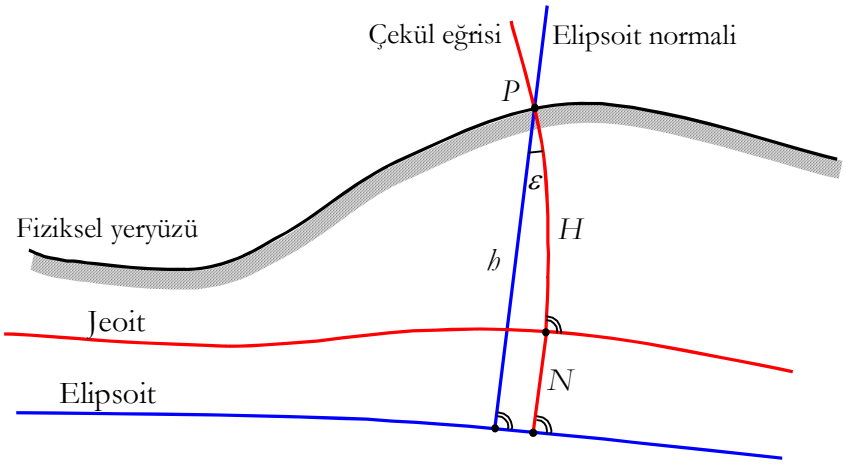
Yeryuvarının gerçek şekli olarak ifade edilen ve okyanus yüzeyi ile hemen hemen çakışan jeoit yüzeyi, gravite alanı ile ilişkili yükseklik sistemlerinde en önemli başlangıç yüzeyi sıfatını taşır.

C.F. Gauss'un 1828 yılında bu yüzeyi tanımlaması ve 1873 yılında J.B. Listing'in jeoit adını vermesinden günümüze değin; jeoit belirleme çalışmaları devam etmektedir. Zaman içinde jeoidi belirlemek için farklı yöntemler kullanılmıştır. Bu yöntemler genellikle kullanılan verilere göre sınıflandırılır. Temel olarak bu sınıflandırma; astro-jeodezik, gravimetrik ve geometrik yöntem olarak da bilinen GPS/nivelman tekniği biçiminde yapılabilir. Jeoit belirlemede kullanılan veri kaynakları ve değerlendirme teknikleri hakkında daha ayrıntılı bilgi Üstün (2001)'de bulunabilir.

1980'li yıllardan itibaren GPS'nin sivil kullanıma açılması jeoit belirleme çalışmalarında bir dönüm noktası olmuştur. GPS ile elde edilen elipsoit yüksekliğinin (h) çok yüksek bir konum doğruluğuna sahip olması, bu yükseklik türünün nivelman ile elde edilen ortometrik yüksekliğe (H) dönüştürülüp dönüştürülemeyeceği konusunu gündeme getirmiştir. Sorun jeoit yüksekliği (veya ondülasyonu) olarak ifade edilen jeoit ile elipsoit yüzeyi arasındaki aykırılığın belirlenmesi ya da kısaca jeoidin modellenmesinde düğümlenmektedir. Eğer jeoit modeli GPS'den elde edilen elipsoidal yüksekliğe yakın doğrulukta belirlenebilirse Şekil 1.1'den de görüldüğü gibi jeoitten itibaren çekül eğrisi boyunca ölçülen ortometrik yüksekliğe geçiş,

$$H = h - N \tag{1.1}$$

eşitliği ile kolayca sağlanabilecektir.



Şekil 1.1: Elipsoit (*h*), ortometrik (*H*) ve jeoit yüksekliği (*N*) arasındaki ilişki

1980'li yıllarda ilk örneklerini gördüğümüz GPS ile ortometrik yükseklik belirlemeye yönelik jeoit modelleme uygulamaları, başarılı sonuçlar vermiştir (Örn., Engelis vd. 1984; Kearsley 1986; Schwarz vd. 1987). Ülkemizde ise bu alandaki uygulamalara 1990'lı yılların başında başlanmış ve Harita Genel Komutanlığı bünyesinde yürütülen değerlendirme çalışmaları neticesinde ilk kez 1991 yılında Türkiye Jeodi 1991 (TG91) adıyla bilinen gravimetrik jeoit modeli yayımlanmıştır (Ayhan 1992).

Yukarıda örnekleri verilen jeoit modelleme uygulamalarının en önemli ortak özelliği, oluşturulan jeoit modellerinin bölgesel oluşudur. Jeoit belirleme gerçekte global bir problem olmasına karşın, eğer sınırlı bir alanda yeterince sık gravite alanı bilgisi (gravite anomalileri, GPS/nivelman verileri, astro-jeodezik çekül sapması bileşenleri, Sayısal Yükseklik Modeli gibi) varsa söz konusu bölgede GPS ile bağlantılı bir jeoit modeli belirlemek olanaklıdır. Böyle bir model gerçekte global jeoit modelinin belirli bölgedeki detaylı görüntüsünü verir. Böylelikle global bir modelde 1-2 m'ye varabilen jeoit yüksekliği doğruluğu, gravite alanı bilgisinin daha ayrıntılı bilindiği bir bölgede 1 dm'nin altına inebilir (Martinec 1998). Tüm bölgesel jeoit modelleri global modeller üzerine tesis edildiğinden temelin sağlam ve güvenilir olması sonuç ürünün kalitesini doğrudan etkileyecektir.

Yeryuvarının gravite alanını ifade eden çekim potansiyeli ve fonksiyonellerini değerlendirebilmek için oluşturulan global jeopotansiyel modeller sürekli gelişim

içindedir. Veri sayısı, ölçme ve değerlendirme tekniklerindeki zamana bağlı gelişmeler modellerdeki bu iyileşmenin temelini oluştururlar. Özellikle veri toplama anlamında uyduların daha fazla devreye girmesi, yeryuvarının tamamına dağılmış değişik gözlem türlerinin elde edilmesini kolaylaştırmıştır.

Uydu yörünge bozulmaları, bir global jeopotansiyel modeldeki uzun-dalga boylu bileşenlerin belirlendiği temel veri kaynaklarıdır. 2000 yılından itibaren global gravite alanının belirlenmesinde yeni bir sayfa açılmıştır. Gravite alanı belirleme amaçlı uydu misyonları önce CHAMP (http://www.gfz-potsdam.de/pb1/op/champ/) sonra da GRACE (http://www.csr.utexas.edu/grace/) ile devreye sokulmuştur. Bunların bir devamı olarak görülen GOCE (http://www.esa.int/esaLP/LPgoce.html) uydusu da önümüzdeki aylarda fırlatılacaktır. Adı geçen uydu misyonlarından elde edilen ilk sonuçlar global gravite alanındaki gelişmeleri açıkça ortaya koymaktadır (örn. bak. Üstün 2006).

Tüm bu gelişmelere genel olarak bakıldığında yeryuvarının dış çekim potansiyelinin belirlenmesi problemi güncel jeodezik konuların başındadır. Çözüme yönelik belirlenen global jeopotansiyel modeller sürekli bir gelişim içerisindedir. Sonuçlar, ülkemizde olduğu gibi bölgesel jeoit belirleme çalışmalarını doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle referans olarak alınacak global modelin seçimi belirli ölçütlere göre yapılmalıdır. Bu çalışmada öncelikle gravite alanın modellenmesi hakkında bilgi verilmekte güncel gelişmeler ve modellerde kullanılan veri türleri açıklanmaktadır. Değişik global jeopotansiyel modellerin kestirilmiş derece ve hata derece varyansları üzerinden ve dış veri kaynakları yardımıyla nasıl değerlendirilebileceği ele alınmaktadır. Bu kapsamda Türkiye'deki jeoit belirleme çalışmalarında kullanılabilecek en uygun model, modellere ilişkin derece varyans değerlerine ve Türkiye'deki GPS/nivelman verilerine göre değerlendirilmektedir.

2. GLOBAL GRAVİTE ALANININ MODELLENMESİ

2.1 Yeryuvarının Gravite Alanının Küresel Harmonik Serilerle Gösterimi

Newton tarafından ortaya atılan ve "Newton Çekim Yasası" olarak bilinen kurala göre aralarında "l" kadar mesafe bulunan m_1 ve m_2 kütlelerine sahip iki cisim birbirlerini

$$F = G\frac{m_1 m_2}{l^2} \tag{2.1}$$

kuvveti ile çeker. Burada G; Newton çekim sabiti olarak bilinir ve SI biriminde G=6.6742.10^{-11} m^3/kgs^2 ile verilir. F kuvveti, kgms^{-2} birimindedir.

m_1 ve m_2 kütleleri birbirlerini simetrik olarak (kuvvet yönleri ters) ve aynı şiddetle çekerler. Kütle büyüklüklerine bağlı olarak cisimlerden biri "çeken" diğeri "çekilen" olarak isimlendirilir. Çekim kuvveti, yeryuvarı ile onun çekim alanındaki bir kitle, örneğin bir uydu için göz önüne alınacak olursa, uydunun yani çekilen cismin kütlesi birim kütle olarak düşünülebilir. Bu durumda kuvvet,

$$F = G\frac{M}{l^2} \tag{2.2}$$

biçiminde yazılabilir. Burada M çeken cismin başka bir deyişle yeryuvarının kütlesidir. (2.2)'nin birimi incelendiğinde (2.1) kuvvet biriminin ivme birimine dönüştüğü görülür. Dolayısıyla (2.2) yerçekimi kuvvetinden yerçekimi ivmesine dönüşür. Öte yandan yerçekimi ivmesi, söz konusu birim kitlenin çekim potansiyelinden

$$V = \frac{GM}{l} \tag{2.3}$$

türetilebilir. Çekim potansiyelinin gradyenti

$$\text{grad}V = \vec{b} = [b_x, b_y, b_z] \tag{2.4}$$

yerçekimi ivme vektörü $\vec{b}$'nin bileşenlerini verir.

$$b_x = \frac{\partial V}{\partial x},\ b_y = \frac{\partial V}{\partial y},\ b_z = \frac{\partial V}{\partial z} \tag{2.5}$$

Bu durumda skaler bir fonksiyon olan çekim potansiyeli V'nin üç koordinat eksenine göre türevi vektör olan $\vec{b}$ yerçekimi ivmesini oluşturmaktadır. (2.3)-(2.5) eşitlikleri bize, yeryuvarının gravite alanını belirlemenin gerçekte skaler bir büyüklük olan çekim potansiyelini belirlemekle özdeş olduğunu gösterir. Uygulamada gravite alanının, çekim potansiyeli ile gösterilmesinin nedeni, skaler büyüklüklerle uğraşmanın daha kolay olmasındandır. Ne yazık ki; yeryuvarının çekim potansiyeli (2.3)'de gösterildiği gibi homojen bir yapıda değildir. M kütlesini oluşturan kitle yığını, yoğunluğu ve dağılımı birbirinden farklı sonsuz kitlenin toplamından oluşmaktadır. Bu nedenle çekim potansiyeli;

$$V = G \iiint_{\text{yeryuvarı}} \frac{dm}{l} \tag{2.6}$$

yerin yoğunluk dağılımının bir fonksiyonu olarak üç katlı integral ile ifade edilir. Burada dm diferansiyel kitle elemanı, l kitle elemanı ile çekilen birim kitleli cisim arasındaki uzaklıktır. Yoğunluk dağılımı yerin sadece belirli bir kısmı için (yer kabuğu) yaklaşık olarak bilindiğinden (2.6)'ın pratikte kullanımı olanaksızlaşır.

Çekim potansiyeli V uzayda süreklidir ve $\lim_{r\to\infty} V = 0$ olur. Çekim potansiyelinin birinci türevleri de tüm uzayda süreklidir; fakat ikinci türevleri değildir. V'nin ikinci türevlerinin toplamı yani Laplasiyeni

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \tag{2.7}$$

tüm uzay için genelleştirilecek olursa Poisson eşitliğini sağlar:

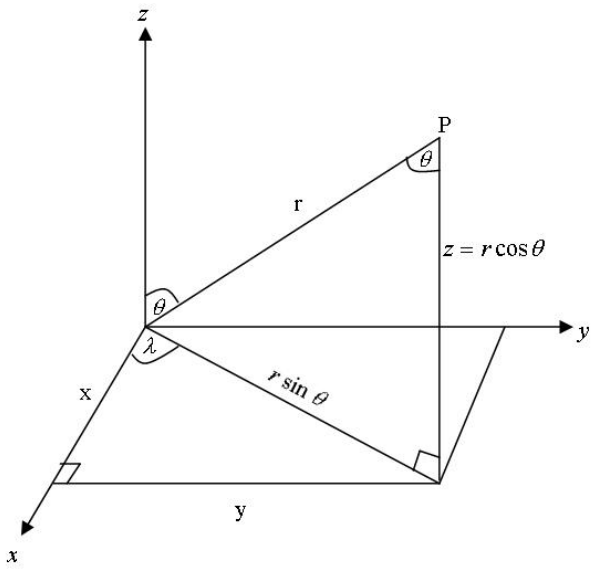
$$\Delta V = -4\pi G\rho \tag{2.8}$$

Bu eşitlikten ikinci türevlerin tümüyle yoğunluğa bağlı olduğunu, çeken cisim açısından kitlelerin olmadığı bir başka deyişle yoğunluğun sıfır olduğu yerde (2.7)'nin Laplace diferansiyel denklemini,

$$\Delta V = 0 \tag{2.9}$$

sağladığı anlaşılır. Buna göre yeryuvarının dışında çekim potansiyeli harmoniktir denir. Yoğunluğun süreksiz olduğu her noktada ikinci türevler de süreksizleşir. Çekim potansiyelinin yeryuvarının dışında harmonik olması onun bu söz konusu alanda yakınsak bir seri ile gösterilebileceği anlamına gelir, yani kitlelerin dışında Laplace diferansiyel denkleminin çözümü harmonik fonksiyonlarla yapılabilir. Harmonik fonksiyonlar uzayın ilgili alanındaki her noktasında Laplace eşitliğini sağlayan, düzenli ve analitik fonksiyonlardır.

Yeryuvarının küremsi bir yüzey olduğu düşünülecek olursa, (2.9)'un çözümünü verecek en uygun harmonik fonksiyonlar küre harmonikleridir. Küre harmoniklerinin ifade edilebileceği en uygun koordinat sistemi küresel koordinat sistemi olduğundan öncelikle bu koordinatlar tanıtılmalıdır. Küresel koordinatlar r jeosentrik yarıçap, θ kutup uzaklığı ve λ jeosentrik boylam ile x, y, z dik koordinatlar arasındaki ilişki Şekil 2.1'den



Şekil 2.1: Küresel ve dik koordinatlar

$$
\begin{aligned}
x &= r\sin\theta\cos\lambda \\
y &= r\sin\theta\sin\lambda \\
z &= r\cos\theta
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

ile tanımlanır.

Küresel koordinatlarla Laplace denklemini elde etmek için küresel koordinat sisteminde yay elemanı ds oluşturulsun. Bunun için, (2.10)'dan diferansiyel büyüklüklere

$$
\begin{aligned}
dx &= \frac{\partial x}{\partial r}dr + \frac{\partial x}{\partial \theta}d\theta + \frac{\partial x}{\partial \lambda}d\lambda \\
dy &= \frac{\partial y}{\partial r}dr + \frac{\partial y}{\partial \theta}d\theta + \frac{\partial y}{\partial \lambda}d\lambda \\
dz &= \frac{\partial z}{\partial r}dr + \frac{\partial z}{\partial \theta}d\theta + \frac{\partial z}{\partial \lambda}d\lambda
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

ve yay uzunluğu elamanı ds hesaplanırsa

$$
ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\lambda^2 \tag{2.12}
$$

bulunur. Bu eşitlikten görüldüğü gibi $drd\theta$, $drd\lambda$, $d\theta d\lambda$'lı terimler yoktur. Bunların bulunmayışı küresel koordinatların ortagonal (koordinat yüzeylerinin birbirlerine dik) olduğu anlamına gelir. (2.12)'de her diferansiyel koordinat bileşeninin katsayısı metrik tensör matrisinin köşegen terimleridir ve tensör elemanları $J_{rr} = 1$, $J_{\theta\theta} = r$, $J_{\lambda\lambda} = r\sin\theta$ ile gösterilir.

Ortoganal bir koordinat sisteminde Laplace diferansiyel denkleminin genel gösterimi

$$
\Delta V = \frac{1}{J_{11}J_{22}J_{33}}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{J_{11}J_{22}J_{33}}{J_{11}}\frac{\partial V}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{J_{11}J_{22}J_{33}}{J_{22}}\frac{\partial V}{\partial q_2}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{J_{11}J_{22}J_{33}}{J_{33}}\frac{\partial V}{\partial q_3}\right)\right] \tag{2.13}
$$

biçiminde olduğuna göre q_1 , q_2, q_3 koordinatlarına karşılık sırasıyla r, θ, λ küresel koordinatları yazıldığında Laplace denklemi,

$$
\Delta V = r^2\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + 2r\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial \theta} + \cot\theta\frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0 \tag{2.14}
$$

şeklinde elde edilir.

(2.14)'ün çözümü değişkenlere ayrıştırma kuralı

$$V(r,\theta,\lambda) = f(r).g(\theta).h(\lambda) \tag{2.15}$$

yardımıyla gerçekleştirilebilir:

$$\begin{aligned} &f(r) = r^n \text{ ve } r^{-(n+1)} \\ &g(\theta) = P_{nm}(\cos\theta) \\ &h(\lambda) = \cos m\lambda \text{ ve } \sin m\lambda \end{aligned} \tag{2.16}$$

$f(r)$ fonksiyonuna göre gerçekte iki çözüm elde edilir. f, g, h fonksiyonlarının her biri harmoniktir ve (2.16) denklemini sağlar.

$P_{nm}(\cos\theta)$ bütünleşik Legendre fonksiyonlarını gösterir. Buradaki n ve m sayıları keyfi olarak seçilebilen tamsayılardır. (2.16) eşitlikleri ile verilen çözümlerin doğrusal birleşimi de bir çözümdür. Böylesine bir birleşimin genel şekli,

$$V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n \sum_{m=0}^{n} (a_{nm}\cos m\lambda + b_{nm}\sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta) \tag{2.17}$$

veya

$$V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^{n} (a_{nm}\cos m\lambda + b_{nm}\sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta) \tag{2.18}$$

biçiminde gösterilebilir. Burada a_{nm} ve b_{nm} keyfi sabitlerdir. Yüzey harmonikleri

$$Y_n = \sum_{m=0}^{n} (a_{nm}\cos m\lambda + b_{nm}\sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta) \tag{2.19}$$

olmak üzere (2.17) ve (2.18) eşitlikleinin daha kısa bir gösterimi yapılabilir:

$$V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n Y_n(\theta,\lambda) \text{ veya } V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} Y_n(\theta,\lambda) \tag{2.20}$$

(2.20) eşitlikleri dolu küre harmonikleri olarak adlandırılır. Görüldüğü gibi yeryuvarının çekim potansiyeli (2.17) veya (2.18) yakınsak harmonik serilerle tanımlanabilir. Bunlar (2.6) integralinin analitik fonksiyonlarla ifadesidir. Uygulamada (2.18)'in (2.17)'ye tercih edilmesinin nedeni, çekim potansiyelinin

belirli bir kürenin dışında harmonik olmasıdır. Diğer eşitlik belirli bir kürenin içinde harmonik olan çekim potansiyelini tanımlar.

(2.18) harmonik serisi yeryuvarının dış gravite alanı ile ilişkilendirilirse, tüm yeryüzünü kapsayan ölçülerden hesaplanacak katsayılar yardımıyla çekim potansiyeli,

$$\mathrm{V}(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{R}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{R}{r}\right)^{n}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)P_{nm}\left(\cos\theta\right)\right\} \qquad (2.21)$$

biçiminde ifade edilir. Burada,

GM yeryuvarının evrensel çekim sabiti ve kütlesi çarpımı

R yeryuvarının ekvatoral yarıçapı

r,θ,λ küresel koordinatlar

n,m derece ve sıra

$\overline{C}_{nm},\overline{S}_{nm}$ tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayılar

$\overline{P}_{nm}$ tam normalleştirilmiş bütünleşik Legendre fonksiyonlarıdır.

Küresel harmonik katsayılar C_{nm}, S_{nm} uydu yörüngelerinin dinamik ve geometrik yöntemlere dayalı analizlerinden ve bu bilgilerin yüzey gravite verileriyle birleştirilmesinden elde edilebilir. Yüzey gravite verileri karalarda yersel gravite gözlemlerinden, denizlerde uydu altimetre verilerinden türetilir. (2.21) eşitliği ile yapılacak hesaplamalarda, sonuçların doğruluğu kullanılan verilerin sayısı, sıklığı ve doğruluğuna bağlıdır. Bu yüzden modelin açınım derecesi n sınırlı sayıdaki ölçülerin yeryuvarına tam olarak dağılmayışı ve hatalarla yüklü olmaları nedeniyle belirli bir sayı ile $N_{\max}$ sonlanır ve seri uygulamada hiçbir zaman sonsuza dek gitmez. Katsayıların hangi ölçülerle ve nasıl belirlendiğine ileriki bölümlerde değinilecektir. Günümüzde düşük dereceli katsayılar uydu izleme verilerinden, gravite alanının yüksek frekanslı kesimine karşılık gelen yüksek dereceli katsayılar ise yersel ölçülerden hesaplanır.

2.2 Tam Normalleştirilmiş Küre Harmonikleri

(2.21) harmonik serisine dayalı hesaplamalar büyük açınım dereceleri için pratikte uygulanabilir değildir. Hesaplamada karşılaşılan güçlükte, asıl pay sahibi bütünleşik Legendre fonksiyonlarıdır. Bu nedenle söz konusu fonksiyonların sayısal olarak uğraşılabilir değerlere dönüştürülmesi (normalleştirilmeleri) gerekir.

$P_{nm}(\cos\theta)$ Laplace diferansiyel denkleminin çözümünde değişkenlere ayrıştırma kuralının uygulanmasıyla ortaya çıkan Legendre diferansiyel denkleminin çözümüdür. Bu fonksiyonun değişkeni $[-1,1]$ aralığında değer alan

$$t = \cos\theta \tag{2.22}$$

ile gösterilsin. t'ye bağlı olarak bütünleşik Legendre fonksiyonları

$$P_{nm}(t) = \frac{1}{2^n n!}(1-t^2)^{m/2}\frac{d^{n+m}}{dt^{n+m}}(t^2-1)^n \tag{2.23}$$

Rodrigues formülünden hesaplanabilir. Ancak düşük dereceli ilk birkaç fonksiyon dışında (2.23) bağıntısının pratikte pek yararı yoktur. $m=0$ durumunun ayrı bir önemi vardır. $P_{n0}(t)$ fonksiyonları çoğunlukla basitçe $P_n(t)$ şeklinde gösterilir:

$$P_n(t) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dt^n}(t^2-1)^n \tag{2.24}$$

$m=0$ demek karekök yok anlamındadır, dolayısıyla $\sin\theta$ yoktur. Bu nedenle $P_n(t)$'ler t cinsinden basit polinomlardır. Bunlara Legendre polinomları denir. Bütünleşik Legendre fonksiyonları, m'nin sıfıra eşit olmadığı durumlarda yani $m = 1,2,3,\text{K}\ ,n$ için geçerlidir. İlk birkaç fonksiyon (2.23) yardımıyla hesaplanacak olursa,

$$\begin{aligned}
&P_{0,0} = 1 && , \quad P_{2,0} = \frac{1}{2}(3t^2-1) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)\\
&P_{1,0} = t = \cos\theta && , \quad P_{2,1} = 3t\sqrt{1-t^2} = 3\cos\theta\sin\theta\\
&P_{1,1} = \sqrt{1-t^2} = \sin\theta && , \quad P_{2,2} = 3(1-t^2) = 3\sin^2\theta
\end{aligned} \tag{2.25}$$

bulunur. Yukarıda değinildiği gibi daha üst dereceli hesaplamalar için Rodrigues formülü yerine bu tip fonksiyonlara uygulanabilen yineleme bağıntılarından

$$P_{n+1,0} = 2xP_{n,0} - P_{n-1,0} - \frac{xP_{n,0} - P_{n-1,0}}{n+1} \tag{2.26a}$$

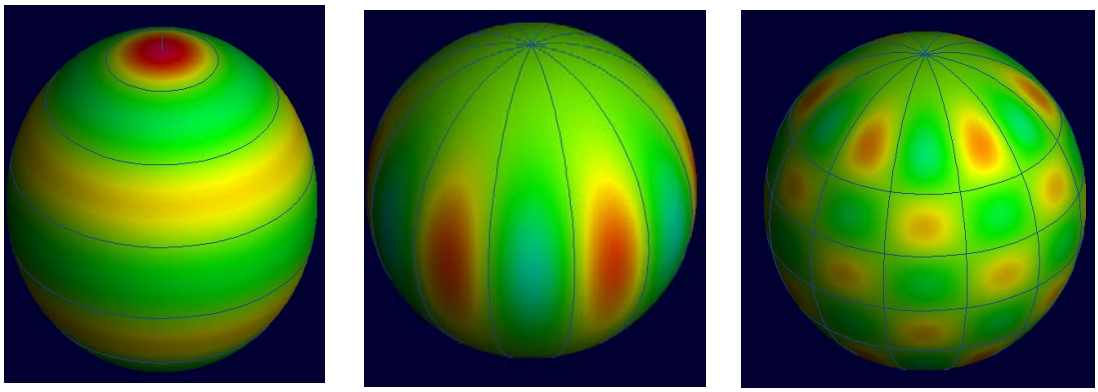
$$P_{n,m} = \frac{(n+m)P_{n-1,m} + (n-m+1)P_{n+1,m}}{(2n+1)t} \tag{2.26b}$$

yararlanılarak elektronik hesaplayıcılarla kolay bir biçimde elde edilebilirler. (2.26) eşitlikleri için ilk yaklaşık değerler (2.25)'ten alınabilir.

Küresel yüzey harmonikleri Legendre fonksiyonlarının $\cos m\lambda$ veya $\sin m\lambda$ ile çarpımlarıdır:

$$f_{nm}(\theta,\lambda) = P_{nm}(\cos\theta)\cos m\lambda + P_{nm}(\cos\theta)\sin m\lambda \tag{2.27}$$

Küresel yüzey harmoniklerinin geometrik gösteriminde yarar vardır. Harmonikler, kuşak (zonal), dilim (sectorial) ve göze (tesseral) olarak üç gruba ayrılırlar [1, 2, 3]. Legendre polinomları olarak adlandırılan $m = 0$'lı harmonikler $t = \cos\theta$ cinsinden *n*. dereceden polinomlardır; yani *n* adet sıfır değeri alırlar. Küreyi kuşaklara ayırdıklarından (kuşaklar sırayla *n* kez işaret değiştirir) bunlara kuşak harmonikleri denir (Şekil 2.2a). Dilim harmonikleri $m = n$ durumunda ortaya çıkar. Küreyi *2m* sayıda artı-eksi dilimlere bölen fonksiyonlardır (Şekil 2.2b). Göze harmonikleri ise $m \neq 0$ olmak üzere $m \neq n$ koşulunda oluşurlar. Bunlar küre yüzeyini bir satranç tahtasına benzer biçimde bölmelere (gözelere) ayırırlar (Şekil 2.2c).



a) Kuşak: m=0, n=6 b) Dilim: m=6, n=6 c) Göze: m=6, n=10

Şekil 2.2: Küresel yüzey harmonikleri

Laplace diferansiyel denkleminin yapısının bir sonucu olarak küresel harmoniklerin özel bir önemi onun bütünlük özelliğinde yatar. Bu, küre yüzeyi üzerindeki analitik bir fonksiyonun küresel yüzey harmonikleri cinsinden düzenli yakınsak bir seriyle

$$f(\theta,\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left[a_{nm}\cos m\lambda+b_{nm}\sin m\lambda\right]P_{nm}(\cos\theta) \tag{2.28}$$

tam olarak gösterilebileceği anlamına gelir. Örneğin, burada $f(\theta,\lambda)$ fonksiyonunun küre yüzeyindeki gravite anomalilerine $\Delta g(\theta,\lambda)$ karşılık geldiği düşünülebilir. Eğer (2.28) eşitliğinin sol tarafındaki (tüm küre yüzeyine yeterli sıklıkla dağılmış) fonksiyon değerleri biliniyorsa, yüzey harmoniklerinin ortogonallik özelliklerinden yararlanılarak katsayılar,

$$a_{n0}=\frac{2n+1}{4\pi}\iint_{\sigma}f(\theta,\lambda)P_{nm}(\cos\theta)d\sigma \quad , \quad m=0 \tag{2.29a}$$

ve

$$\begin{Bmatrix}a_{nm}\\b_{nm}\end{Bmatrix}=\frac{2n+1}{2\pi}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\iint_{\sigma}f(\theta,\lambda)P_{nm}(\cos\theta)\begin{Bmatrix}\cos m\lambda\\\sin m\lambda\end{Bmatrix}d\sigma \quad , \quad m\neq 0 \tag{2.29b}$$

belirlenebilir. Burada diferansiyel yüzey elemanı $d\sigma=\sin\theta\, d\theta\, d\lambda$ ile tanımlıdır.

Öte yandan $f(\theta,\lambda)$ fonksiyonu (2.28)'e benzer biçimde tam normalleştirilmiş yüzey harmonikleri,

$$f(\theta,\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left[\overline{a}_{nm}\cos m\lambda+\overline{b}_{nm}\sin m\lambda\right]\overline{P}_{nm}(\cos\theta) \tag{2.30}$$

yardımıyla da gösterilebilir. Bu durumda açınımın katsayıları da tam normalleştirilmiş olur:

$$\begin{Bmatrix}\overline{a}_{nm}\\ \overline{b}_{nm}\end{Bmatrix}=\frac{1}{4\pi}\iint_{\sigma}f(\theta,\lambda)\overline{P}_{nm}(\cos\theta)\begin{Bmatrix}\cos m\lambda\\ \sin m\lambda\end{Bmatrix}d\sigma \tag{2.31}$$

İki katsayı kümesi arasındaki ilişki,

$$\begin{Bmatrix}\overline{a}_{nm}\\ \overline{b}_{nm}\end{Bmatrix}=\sqrt{\frac{1}{k(2n+1)}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}}\begin{Bmatrix}a_{nm}\\ b_{nm}\end{Bmatrix}\quad,\quad k=\begin{cases}m=0\text{ için }1\\ m\neq 0\text{ için }2\end{cases} \tag{2.32}$$

ile tanımlanır. Bu değişiklik gerçekte bütünleşik Legendre fonksiyonları yerine onların tam normalleştirilmişlerinin,

$$\overline{P}_{nm}(\cos\theta)=\left[\frac{k(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}\right]^{\frac{1}{2}}P_{nm}(\cos\theta)\quad,\quad k=\begin{cases}m=0\text{ için }1\\ m\neq 0\text{ için }2\end{cases} \tag{2.33}$$

kullanılmasından kaynaklanır. P_{nm}, a_{nm}, b_{nm} harmonikleri yerine bunlardan bir sabit faktör ile fark eden ve kendileri ile uğraşılması daha kolay olan $\overline{P}_{nm},\overline{a}_{nm},\overline{b}_{nm}$ harmonikleri kullanılır ve bunlara tam normalleştirilmiş harmonikler denir. $\overline{a}_{nm},\overline{b}_{nm}$ geleneksel a_{nm}, b_{nm}'den birazcık daha karmaşık olmalarına rağmen uygulamada kullanım kolaylığı sağlarlar.

Fiziksel jeodezide, çekim potansiyelinin küresel harmoniklerle gösteriminde yaygın kullanım,

$$V(r,\theta,\lambda)=\frac{GM}{R}\sum_{n=0}^{N_{\max}}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(\overline{C}_{nm}\cos m\lambda+\overline{S}_{nm}\sin m\lambda\right)\overline{P}_{nm}\left(\cos\theta\right) \tag{2.32}$$

dir. Burada $N_{\max}$ küresel harmonik serinin belirli bir derecede sonlandırıldığını, bir başka deyişle, açınımın maksimum derecesini gösterir. $N_{\max}$, tümüyle katsayıları belirlemede kullanılan verilerin sayısına bağlıdır. Örneğin $30' \times 30'$ sıklığında yeryüzüne dağılmış gravite anomalilerinden 360. dereceye kadar bir seri elde edilebilir.

2.3 Bozucu Gravite Alanı

Yeryuvarının gravite alanı, yerin çekim ve merkezkaç kuvvetlerinin bileşkesinden oluşan vektörel bir alandır. Gravite alanı skaler bir fonksiyon olan V çekim ve Φ merkezkaç potansiyellerinin toplamı,

$$W = V + \Phi \tag{2.33}$$

biçiminde gösterilebilir. Φ merkezkaç potansiyeli sadece yeryüzündeki cisimler üzerinde etkilidir ve yerin açısal dönme hızına bağlıdır. Açısal hız ($\omega = 7.299115.10^{-5}$ rad/sn) astronomik gözlemlerden çok yüksek bir doğrulukta bilinmektedir.

W 'nin gradyen vektörü,

$$\mathbf{g} = \text{grad}W = \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}\right) \tag{2.34}$$

gravite vektörü adını alır. Gravite vektörünün büyüklüğüne gravite (g) denir. Boyutu bir ivmenin fiziksel boyutudur ve gal ile ölçülür (1 gal = 1 cm/s^2). Gravite vektörünün doğrultusu, jeodezi ve astronomide temel önemi çok iyi bilinen çekül eğrisinin doğrultusu ya da düşey denilen doğrultudur.

W potansiyelinin sabit olduğu

$$W = \text{sabit} \tag{2.35}$$

yüzeylere eşpotansiyelli yüzeyler ya da nivo yüzeyleri denir.

İlk yaklaşım olarak yeryuvarı bir küredir; ikinci bir yaklaşım da dönel bir elipsoit olarak düşünülebilir. Her ne kadar yeryuvarı geçek bir elipsoit değilse de referans elipsoidinin gravite alanı temel bir öneme sahiptir. Çünkü matematik olarak oynanması kolaydır ve gerçek gravite alanının elipsoidin "normal" alanından sapmaları, doğrusal kabul edilebilecek kadar küçüktür. Yeryuvarının gravite alanını böyle bir "normal" ve geriye kalan küçük bir "bozucu" alana ayırmak, gravite alanını belirleme sorununu önemli oranda basitleştirir. İşte bu yüzden yeryuvarının normal şekli olarak bir nivo elipsoidi, yani bir normal gravite alanının eşpotansiyelli yüzeyi olan bir dönel elipsoit referans alınacaktır. Çünkü elipsoit gerçek gravite alanının bir eşpotansiyel yüzeyi olan jeoidin normal şeklidir. Normal gravite alanının potansiyeli,

$$U = U(x, y, z) \tag{2.36}$$

ile ifade edilirse bir $U_0 = \text{sabit}$ yüzeyi olarak nivo elipsoidinin $W_0 = \text{sabit}$ ile tanımlanan jeoide tümüyle karşılık geldiği görülür.

Yeryuvarının gerçek gravite potansiyeli W ile elipsoidin normal gravite potansiyeli U arasındaki fark bozucu potansiyel ya da kural dışı potansiyel olarak gösterilir:

$$T = W - U \tag{2.37}$$

Bozucu potansiyelin küresel harmonik serilere açınımı için,

$$T = \frac{GM}{R}\left\{\sum_{n=0}^{N\max}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(\Delta\overline{C}_{nm}\cos m\lambda + \overline{S}_{nm}\sin m\lambda\right)\overline{P}_{nm}(\cos\theta)\right\} \tag{2.38}$$

yazılabilir. Burada

$$\Delta\overline{C}_{nm} = \overline{C}_{nm} - \overline{C}_{nm}^{N} \quad , \quad \Delta\overline{S}_{nm} = \overline{S}_{nm} \tag{2.39}$$

dir.

Bozucu potansiyel ve normal gravite değerinden yükseklik anomalisine geçiş

$$\zeta(r,\theta,\lambda) = \frac{T(r,\theta,\lambda)}{\gamma} \tag{2.40}$$

Bruns denkleminin küresel harmonik seriye uygulanmasıyla

$$\zeta(r,\theta,\lambda)=\frac{GM}{r\gamma}\left\{\sum_{n=0}^{N\max}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(\Delta\overline{C}_{nm}\cos m\lambda+\overline{S}_{nm}\sin m\lambda\right)\overline{P}_{nm}(\cos\theta)\right\} \tag{2.41}$$

sağlanır.

Yükseklik anomalisinden jeoit yüksekliğine geçiş ise

$$N(\varphi,\lambda)=\zeta(r,\theta,\lambda)+\frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}}H \tag{2.42}$$

Bouger plakası düzeltme terimi ile gerçekleştirilir.

Δg_B : Bouger anomalisi,

$\bar{\gamma}$: ortalama normal gravite,

H : ortometrik yükseklik.

Gerçekte N jeoit yüksekliği ile ζ yükseklik anomalisi arasındaki fark, H^N normal yükseklikle *H* ortometrik yükseklik arasındaki farka eşittir.

$$N-\zeta=H^N-H=\frac{\bar{g}-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}H \tag{2.43}$$

Buradaki $(\bar{g}-\bar{\gamma})$ değeri Bouguer anamolisine eşittir.

Fiziksel jeodezinin ana problemi olan gravite ölçülerinden jeoidin belirlenmesi, potansiyel kuramının bir üçüncü sınır değer problemidir. Dolayısıyla bozucu potansiyel çözülürse fiziksel jeodezinin en önemli büyüklüğü olan jeoit yüksekliği de hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz 1984).

3.MODELLERDE KULLANILAN VERİ TÜRLERİ

Jeodezinin tanımı klasik anlamda "yeryuvarının veya onun belirli bir parçasının ölçülmesi ve haritaya aktarılması" biçiminde yapılmaktadır. Burada temel jeodezik ölçüler; yatay ve düşey açı, uzunluk, yükseklik farkı ölçüleridir. Bunun yanı sıra, bu ölçüleri bir hesap yüzeyine indirgemek, yatay ve düşey datumu belirlemek için astronomik gözlemler ve gravite ölçülerine gereksinim vardır. Dolayısıyla, yukarıdaki kısa tanım aslında yeryuvarının gravite alanının belirlenmesini de içermektedir.

Diğer yandan yeryuvarının geometrik şeklini gerçekte fiziksel kuvvetler başka bir deyişle yerçekimi ve merkezkaç kuvvetleri belirler. Eğer yeryüzünün her noktasında bu temel fiziksel büyüklükler gözlemlenebilirse yeryuvarının geometrik şekli de ortaya çıkarılmış olur. İşte jeodezide yeryuvarının gravite alanının modellenmesine duyulan gereksinimin temel nedeni budur. Burada sözü edilen model kavramı global jeopotansiyel modele karşılık gelir. Aşağıda böyle bir modeli oluşturmak için kullanılan veri türleri ve modelleme tekniklerine ayrıntılı olarak değinilecektir.

3.1 Uydu Verileri

3.1.1 Uydu izleme verileri

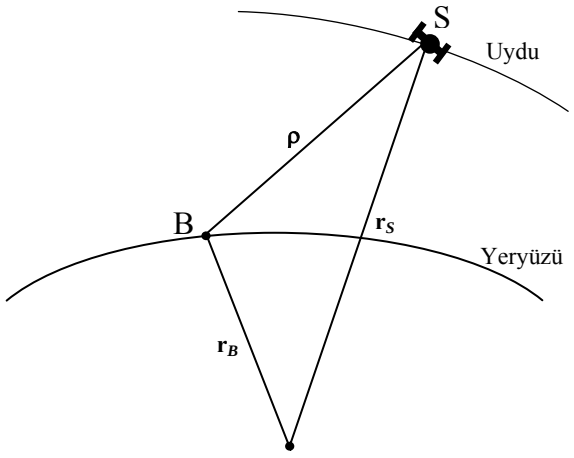
1958 yılında yeryüzünden Sputnik'e yapılan gözlemler uydular yardımıyla yeryuvarının basıklığının belirlendiği ilk uygulama olarak hatırlanmaktadır. Gerçekte Sputnik'ten önce doğal uydu Ay'a yapılan gözlemler, yeryuvarının global gravite alanının uydular yardımıyla kolay bir biçimde belirlenebileceğinin ilk sinyallerini vermiştir. Günümüzde artık uyduların bu konuda çok başarılı olduğu herkesçe bilinmektedir. Jeodezik bir amaç için fırlatılmamış olsalar bile, bir algılayıcı olarak gözlenebildiği sürece pratikte tüm yapay uydular içinde hareket ettikleri gravite alanını belirlemek için kullanılabilirler. Kepler yörünge elemanları ile ifade edilen uydunun dinamik davranışının izlenmesine dayanan gravite alanı belirleme tekniği, 1960'lı yıllardan günümüze değin başarıyla uygulanmıştır. Bu yöntemle, gravite

alanının standart gösterimi sayılan küresel harmonik serilerin katsayıları belirlenmektedir (Kaula 1966). Bu dönemde Kaula (1963)'nın elde ettiği ilk sonuçlar jeopotansiyel model katsayılarının belirlenmesinde önemli bir adımdır. Simithsonion Astrophysical Observatory SAO modelleri (SE-I ve II) bilinen yer modelleri olarak tarihte yerini almıştır. Bu modeller 8. dereceye kadar tüm (kuşak, dilim ve bölgesel) katsayıları içermektedir [8].

Dinamik uydu jeodezisinin öncelikli amaçlarından biri, yer potansiyel modelinin katsayılarının uyduların yardımıyla kestirilmesidir. Bunun için belirli yer istasyonlarından uydulara gözlem yapılması ve uyduların standart yörüngelerinden sapma miktarlarının belirlenmesi gereklidir. Uydu gözlemleri lazer, kamera veya doppler tekniklerine dayanır. Vektörel anlamda bir uydu gözlemi

$$\mathbf{r}_S = \mathbf{r}_B + \boldsymbol{\rho} \tag{3.1}$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada $\mathbf{r}_S$ uydunun jeosentrik konum vektörünü, $\mathbf{r}_B$ yer istasyonunun jeosentrik konum vektörünü ve $\boldsymbol{\rho}$ B'den S'ye toposentrik gözlem vektörünü gösterir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Yeryüzünden bir uyduya yapılan gözlem

(3.1) herhangi bir uyduya değişik yer istasyonlarından çok sayıda yapılan ardışık gözlemleri ifade eder. Bu sayede yer istasyonlarının koordinatları, Kepler yörünge elemanlarıyla gösterilen uydu konumu ve gravite alanı parametreleri eş zamanlı

olarak belirlenir. Söz konusu denklem büyüklerinden uyduya ilişkin önceden bilinen standart yörünge parametreleri çıkarılırsa geriye bozulmuş yörünge elemanlarına ait büyüklükler kalacaktır.

Sputnik'ten günümüze değin çok sayıda uydu bu amaç için kullanılmış ve gözlemler sürekli olarak kaydedilmiştir. 1990'lı yıllara gelindiğinde 30'dan fazla uydunun birkaç milyon uydu izleme verisi toplanmıştır. Büyük çoğunluğu NASA GSFC (Goddard Space Flight Center) tarafından gerçekleştirilen bu gözlemlere dayalı jeopotansiyel modellerden biri EGM96 dır (Lemonie vd. 1998). Söz konusu modelde sadece uydu izleme verileriyle en fazla derece 70'e kadar olan katsayılar belirlenebilmiştir. Modellerinin derece ve sırası, 2000'li yıllara gelindiğinde 100'e (sadece uydu izleme verilerine dayalı) yükselmiştir (Rapp 1997; Biancale vd. 2000).

Global jeopotansiyel modellerin uydu izleme verilerinden elde edilen katsayıları ve onların standart sapmaları incelendiğinde, modelin derecesi arttıkça katsayıların hata değerlerinin de büyüdüğü görülür. Modeldeki $(R/r)^n$ çarpanına bağlı olarak katsayıların uydular yardımıyla belirlenmesinde doğal bir sınır vardır. Örneğin uydunun yerden 600 km yukarıda olduğu düşünülecek olursa 100. dereceden sonra çarpanın etkisi hızla azalır (sıfıra yaklaşır). Bu nedenle uyduların yörünge yüksekliğinin düşük olması ve izleme verilerinin kutba yakın bir yörüngede uçan uydulardan elde edilmesi, katsayıları belirlemek için kullanılacak izleme verilerinin seçiminde önemli kriterlerdir. Bu kriterler dışında uydunun yörüngesinde maruz kaldığı hava direncinin büyüklüğü, uydu yörüngesinin yerin değişik kitlelerine olan duyarlılığı ve uydunun yörüngesindeki hareketi boyunca toplanabilen veri miktarı (uzun yay parçaları tercih edilir) gibi etkenler de göz önünde bulundurulur.

3.1.2 Uydudan uyduya izleme

Uydunun yörünge yüksekliği arttıkça, uydudan alınacak sinyalin gücünde azalma olur. Uydunun yörünge yüksekliği azalır ise bu durumda uydudan alınan sinyalin yapısında bozulmalar meydana gelir. Dolayısıyla gravite alanının modellendirilmesinde uydu yüksekliği önemli bir etkendir. Bir diğer önemli etken de

gravite alanını modellemede yapılan gravite ölçülerinin yeryuvarının tamamını içerecek şekilde uygun bir dağılımda olması gerekliliğidir.

Bu nedenlerden dolayı gravite alanının çözünürlüğü ve doğruluğunu artırabilmek için özel olarak tasarlanmış uydulara ve yeni ölçme tekniklerine ihtiyaç vardır. Bu ihtiyaçlardan yola çıkarak; 2000 yılında CHAMP (CHAllenging Mini-satellite Payload for geophysical research and application) [4] ve 2002 yılında GRACE(Gravity Recovery And Climate Experiment) [5] uyduları fırlatılmıştır. Bu uydulara 2007 yılında GOCE(Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) [6] uydusu katılacaktır. Bu uydular yeryuvarının tamamından veri toplayabilecek şekilde kutba yakındırlar ve 250-500 km yörünge yüksekliğinde olmaları nedeniyle elde edilecek modellerin katsayı derecesi de artmıştır (Balmino 1999; Balmino 2001; Featherstone 2002; Rummel vd. 2002). Bunlara ilaveten bu uydular çekim potansiyelinin birinci ve ikinci türevlerinin gözlenmesine olanak verecek yapıya sahiptirler. CHAMP, GRACE ve GOCE uydu bilgileri Çizelge 3.1'de verilmiştir.

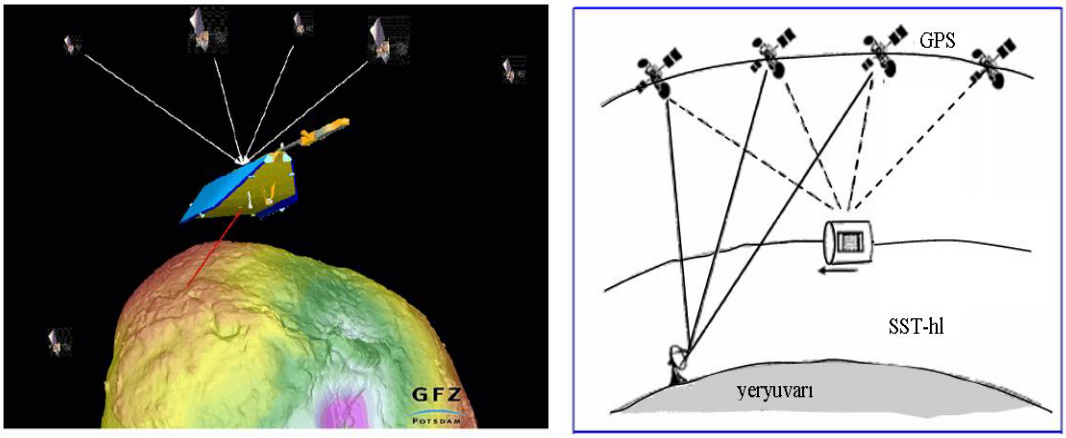
Çizelge 3.1: CHAMP, GRACE ve GOCE uydu bilgileri

	CHAMP	**GRACE**	**GOCE**
Yörünge yüksekliği (km)	454	494	250
Eğim açısı	87°	89°	~96.5°
Jeoit yüksekliği hatası	~1 cm	~1cm	~0.5cm
Harmonik derece açınımı	25	120	200
Konumsal Çözünürlük	~800km	~170km	~100km
Görev Süresi	5 yıl	5 yıl	20 ay

Uydulardaki bu tür gelişmeler devam ederken ölçme tekniklerinde de gelişmeler ve değişimler olmuştur. Uydudan uyduya ölçme tekniği (SST), uydudan uyduya yüksek-alçak (SST-hl) ve uydudan uyduya alçak-alçak (SST_ll) olmak üzere iki şekilde uygulanmaktadır.

SST-hl ölçme tekniğinde, düşük yörüngeli yer uydusu LEO (Low Earth Orbiter) üzerindeki bir GPS alıcısı ile 12 veya daha fazla sayıda GPS/GLONASS uydularına gözlem yapılarak uydu yörüngesi "cm" duyarlılığında ve üç boyutlu olarak

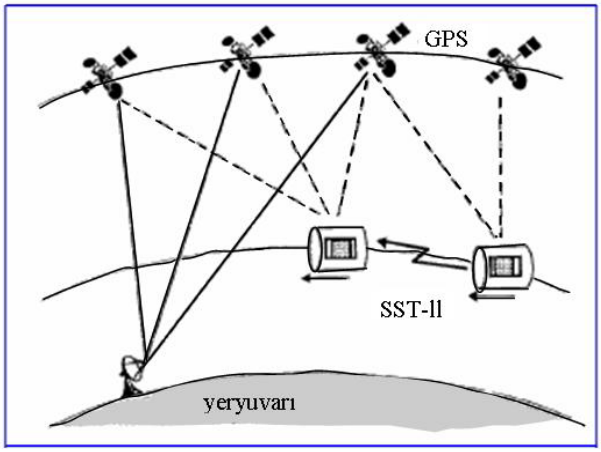
hesaplanır. Ayrıca LEO'da bulunan ivmeölçer ile uydunun gravite alanı ile ilişkisi olmayan ivmelendirmeler ölçülür. Dolayısıyla yer istasyonlarından bu uydulara yapılan gözlemler ile yer istasyonunun koordinatları ve gravite alanı parametreleri hesaplanır. CHAMP uydusu SST-hl ölçme sistemi ile çalışır (Şekil 3.2).



Şekil 3.2: CHAMP uydusu ve SST-hl ölçme sistemi

CHAMP uydusundan alınan verilere göre geliştirilen modellere örnek olarak EIGEN2 modeli verilebilir. Bu modelin çözünürlüğü 550 km dir. Bu çözünürlükteki bir doğruluk jeoit yüksekliği ve gravite alanı için sırasıyla 10 cm ve 0.5 mGal olarak gerçekleşir.

SST-ll ölçme tekniğinde ise aralarında belirli bir mesafe (100-400 km) bulunan ve aynı yörüngede yer alan iki LEO uydusu arasındaki uzaklık değişimi ölçülerek yapılır. Her iki uydudan GPS uydularına gözlem yapılarak uydu yörüngesi belirlenir. Bu teknik ile gravite potansiyelinin birinci türevi belirlenir. GRACE uydusu SST-ll tekniği kullanır (Şekil 3.3).



Şekil 3.3: SST-ll ölçme sistemi

GGM01S modeli bu uydudan elde edilen verilere hesaplanmış bir modeldir (Migliaccio vd., 2006).

3.1.3 Uydu gravite gradyometresi

Gravite gradient bileşenleri denildiğinde, uzaydaki bir noktaya ilişkin gravite vektörünün yerel koordinat sistemine göre eksen doğrultuları boyunca türevleri anlaşılır. Bir başka deyişle bu bileşenler gravite potansiyelinin ikinci türevleridir ve matris biçiminde (tensör) gösterilirler:

$$\Gamma = \operatorname{grad}\mathbf{g} = \operatorname{grad}\operatorname{grad}W = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Bu simetrik matrisin köşegen elemanları toplamı, sadece çekim potansiyeli V göz önüne alınırsa çeken kitlelerin dışında Laplace denklemini,

$$V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} = 0 \tag{3.3}$$

sağlar. Tensör elemanları veya onların doğrusal kombinasyonları gradyometre adı verilen yüksek duyarlıklı sistemlerle ölçülür. Ölçü büyüklüğü ve doğruluğunun 10^{-9}

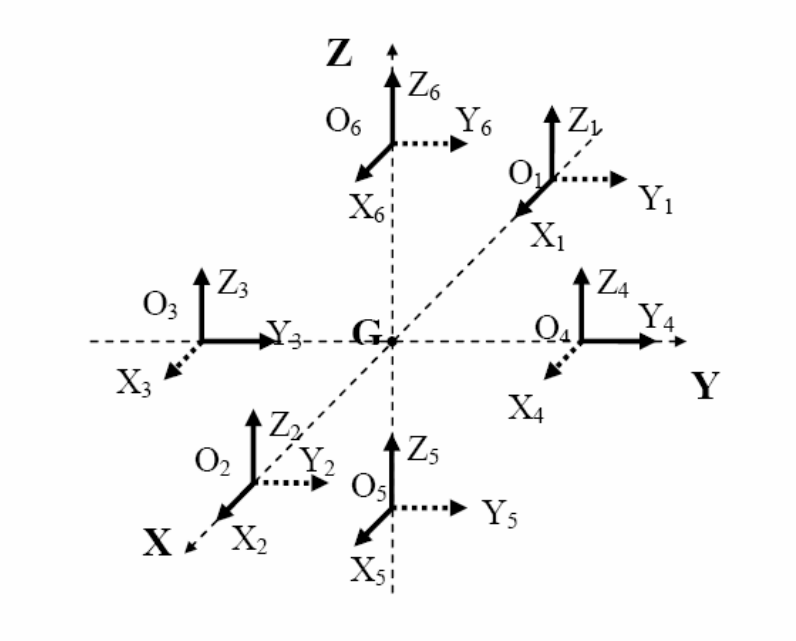
düzeyinde olması nedeniyle birim olarak ns^{-2} (10^{-9} sn^{-2}) alınır; ancak bunun yerine adı Macar fizikçiden gelen Eötvös (E) birimi genellikle kullanılır.

Gravite gradyometre ölçüleri özellikle yerel topoğrafik etkilere karşı çok duyarlı olduğundan yüksek çözünürlüklü gravite alanı belirleme çalışmalarında nitelikçe zengin bir veri kümesini oluştururlar. Gradyometre sabit ve hareketli platformlarda kullanılabilir. Özellikle geniş alanların hızlı bir biçimde ölçülmesine olanak sağlayan havadan (airborne) ve uzaydan (spaceborne) gradyometre sistemleri önemini giderek arttırmıştır.

Uydu gravite gradyometresi (SGG) ile bir eksen boyunca yerleştirilmiş P_1 ve P_2 gibi farklı konumdaki iki kütleye etki eden ivme farkı ölçülür. Esas olarak sistem, aynı özelliklere sahip ivmeölçer (accelerometer) çiftlerinden oluşan bir düzenek sayesinde çalışır. Örneğin GOCE uydusunun ana teçhizatı olan ve uydunun tam olarak ağırlık merkezine konumlandırılmış gradyometre ortogonal üç eksen üzerinde merkezden 25'er cm uzaklığa yerleştirilmiş altı ivmeölçerden oluşmaktadır (Şekil 3.4). Ağırlık merkezi (G) etrafındaki ivmeölçerler ve her ivmeölçerdeki yerel koordinat eksenleri Şekil 3.5'te gösterilmektedir.



Şekil 3.4: GOCE uydu gradyometresi (ESA'dan)

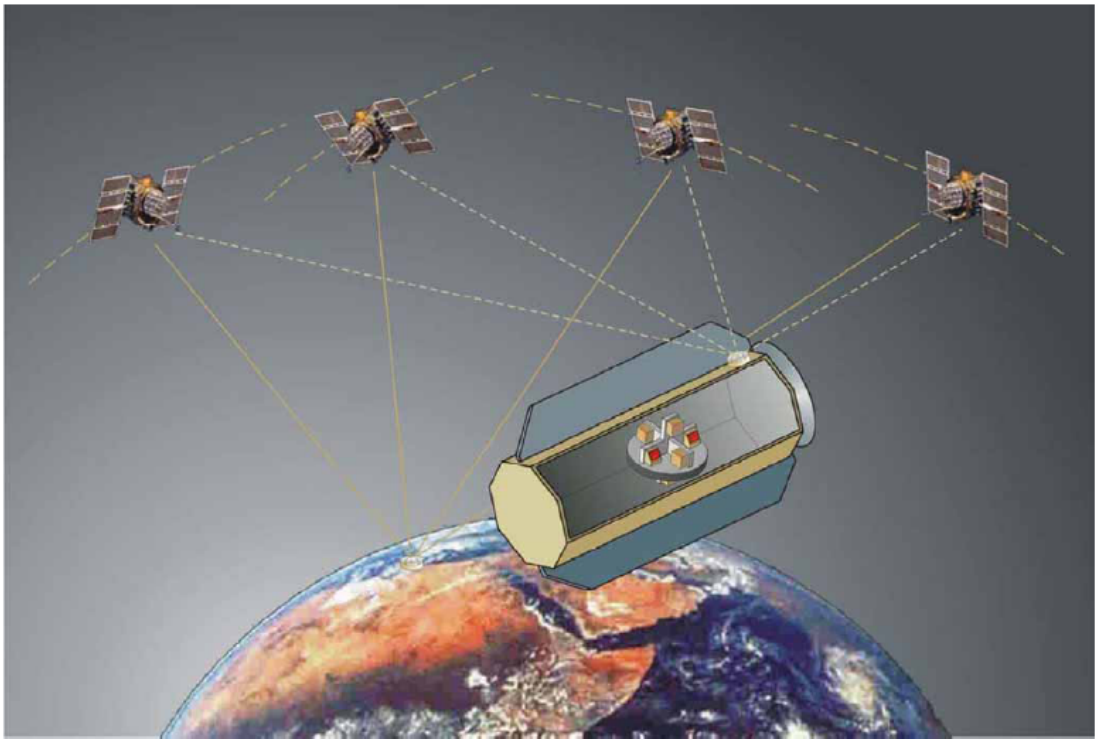


Şekil 3.5: Altıgen konfigürasyona sahip GOCE gradyometresi (ESA'dan)

İki ivmeölçer arasındaki diferansiyel ölçü çekim alanı ile ilişkili olmayan kuvvetlerden (atmosferic direnç ve radyasyon basıncı gibi) bağımsızdır. Bu nedenle örneğin CHAMP ya da GRACE uydularından farklı olarak uzay aracı üzerindeki bozucu kuvvetlerin ayrıca modellenmesini gerektirmez. Diferansiyel ölçü farkları sadece aynı eksendeki ivmeölçerlerden değil, diğerleriyle oluşturulacak farklı kombinasyonlarla da elde edilebilirler.

Uydu gravite gradyometresi ile gerçekleştirilen her ölçü ile birlikte bilinmesi gereken diğer iki önemli bilgi; konum ve koordinat eksenlerinin yönelimidir. Uydunun sürekli hareket halinde olması, aracın hem konumunun hem de yönünün değişmesine neden olmaktadır. Uydu platformu üzerindeki GPS alıcısı uzaydaki anlık konumun izlenmesini sağlarken, tasarımı itibariyle gradyometre aynı zamanda bir jiroskop vazifesi görerek kendi koordinat sistemi içerisinde gravite gradyentlerinin elde edilmesine izin vermektedir.

2007 yılında fırlatılması beklenen GOCE uydusundaki gradyometre ile toplanacak gravite gradyenti ölçülerinin yanı sıra GPS ve GLONASS uydularına dayalı uydudan uyduya izleme (yüksek-düşük) SST-hl tekniği kullanılacaktır (Şekil 3.6).



Şekil 3.6: GRACE uydusu SGG ve SST-hl ölçme sistemi

Uydudaki lazer geri yansıtıcının kullanılacağı yerden-uyduya izleme verileri sayesinde, global gravite alanını belirleme çalışmalarında şimdiye değin başarılamayan bir doğruluğa ulaşılması beklenmektedir. Yaklaşık 2 yıllık görev süresi boyunca ortalama 250 km uçuş yüksekliğinde toplanacak bu verilerden 100 km'den daha iyi çözünürlüğe sahip bir modelin oluşturulabileceği değerlendirilmektedir. Bu çözünürlükte hedeflenen doğruluk değerleri, gravite anomalisinde 1 mGal, jeoit yüksekliğinde ise 1 cm'dir (Drinkwater vd. 2003). Sonuçlar günümüz uydu tekniklerine dayalı global gravite alanı modellerinin bir hayli üzerindedir. Buradan uydu gravite gradyometresi ile orta-dalga boylu gravite alanı bileşenlerinin kestirilebileceği anlamı çıkar. Karslıoğlu (2006) uydu gravite gradyometresi yardımıyla yeryuvarının çekim potansiyelinin küresel harmonik analizinde izlenecek yaklaşım yöntemlerini ayrıntılı olarak ele almaktadır.

3.2 Yersel Veriler

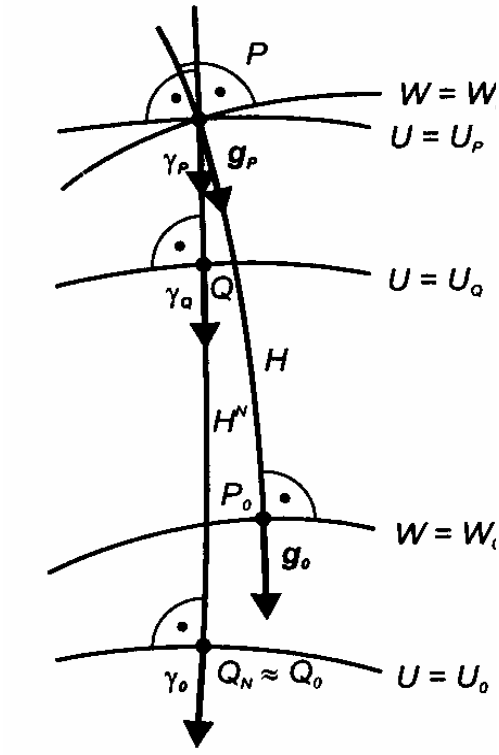
3.2.1 Yersel gravite anamolileri

Gravite anomalileri jeoit ondülasyonları, çekül sapmaları gibi bozucu gravite alanı büyüklüklerinin hesaplandığı temel gözlem verileridir.

Gravite anomali vektörü P noktasındaki gerçek gravite vektörü $\mathbf{g}_P$ ve aynı noktanın normal gravite (nivo elipsoidi) alanındaki karşılığı Q noktasının normal gravite vektörü $\boldsymbol{\gamma}_Q$ arasındaki farka eşittir. Bu vektör büyüklüğü ve doğrultusu ile belirlidir. Gerçek ve normal gravite vektörlerinin büyüklükleri arasındaki (skaler) fark ise Δg gravite anomalisi olarak adlandırılır.

$$\Delta\mathbf{g} = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_Q \tag{3.4}$$

Uygulamada gravite anomalileri hangi yüzey için geçerli olduklarına göre anlam kazanır (Şekil 3.7).



Şekil 3.7 Çekül sapması

Gerçekte gravite anomalileri yeryüzünde ölçülse de eğer jeoidin belirlenmesi söz konusu ise gözlem değerleri bu yüzeye indirgenmelidir. Yeryüzü seviyesindeki gravite anomalileri ise doğrudan doğruya fiziksel yeryüzünün belirlenmesi amacıyla kullanılır. İzlenen yöntemler, gravimetrik jeodezide sırasıyla Stokes ve Moledensky yaklaşımı olarak bilinir.

Jeodezide Bruns formülü, jeoit üzerindeki bir *P* noktasına ilişkin bozucu potansiyelin jeoit yüksekliğine,

$$N = \frac{T_P}{\gamma_Q} \tag{3.5}$$

dönüştürülmesinde kullanılır. Burada γ_Q elipsoit yüzeyinde normal gravite değeridir. Eğer *P* noktası yeryüzünde ise jeoit yüksekliğine yerine yükseklik anomalisi ζ hesaplanır. Bu durumda γ_Q tellüroitteki normal graviteye karşılık gelir.

Yukarıdaki Bruns formülü yardımıyla jeoidin gravimetrik olarak belirlenebilmesi için bozucu potansiyel T ile gravite anomalileri arasında bir ilişki kurulmalıdır. Bu ilişki P noktasındaki gerçek gravite değerinin γ_Q'ya dayalı olarak Taylor serisine açılmasıyla kurulabilir. İşte,

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial h} \tag{3.6}$$

ile gösterilen T'nin birinci dereceden kısmi diferansiyel denklemi jeoit yüzeyindeki gravite anomalileri ile jeoidin bozucu potansiyeli arasındaki ilişkiyi sağlar. Bir sınır koşulu olarak görülen (3.6) fiziksel jeodezinin temel denklemi olarak ifade edilir.

Jeodin belirlenmesinde Stokes formülünün kullanılması, jeoitteki sınır değerleri temsil eden Δg gravite anomalilerini gerektirir. Bu durum, biri gerçek gravite g'nin jeoit yüzeyinde olması, öteki de jeoidin dış tarafında kitlelerin bulunmaması gibi iki koşulu doğurur. Gravite indirgemesi jeoidin dışındaki topografik kitlelerin tümüyle kaldırılması ya da deniz düzeyinin altına kaydırılması ile yapılabilir. Değişik yöntemlere dayanan gravite indirgemeleri için Heiskanen ve Mortiz'e (1984) bakınız.

Fiziksel jeodezinin en önemli problemleri tüm yeryuvarını kapsayan integraller cinsinden formülüze edilip çözülür. Stokes formülü buna bir örnektir. Böylece, ilke olarak yeryüzünün her noktasında gerçek gravite g'ye gereksinim vardır. Aslında en yoğun gravite ağlarında bile g yalnızca birkaç noktada ölçülür. Dolayısıyla öteki noktalardaki g'leri enterpolasyonla veya ekstrapolasyonla kestirmek gerekir.

Küresel harmonik katsayıların kestiriminde ya da Stokes integral eşitliğinin doğrudan kullanımında yeryüzünün tamamını kapsayacak biçimde ve sınırlı bir hücresel alanı temsil eden ortalama gravite anomalilerine ihtiyaç duyulur. NIMA, NASA GSFC ve Ohio Üniversitesinin işbirliğiyle tamamlanan EGM96 için kullanılan gravite anomali kütüğünde 30 milyondan fazla yersel gravite anomalisi bulunmaktadır. Bu verilerden modelin dayandığı 97250 adet 30′×30′ ve 32113 adet 1°×1° lik ortalama gravite anomalisi (boşlukta) oluşturulmuştur. Karalara ilişkin bu rakamlar toplam yüzey alanının yaklaşık %32'sini kaplamaktadır (Lemoine 1998).

3.2.2 Uydu altimetre verileri

Altimetre bir çeşit yükseklik ölçme tekniğidir. Deniz yüzeyi, okyanus akıntıları, okyanus yüzeyindeki rüzgarların ve dalgaların gözlenmesi için kullanılan global bir tekniktir. Altimetrik veriler yer gravite alanı, global okyanus dolaşımları, ODS değişimleri, sıcaklık ve basınç değişimleri, gelgitler, okyanus tabanı topografyası değişimlerin gözlenmesi için kullanılır (Haagmans 1991).

Sistemin ana ilkesi uydu ile deniz yüzeyi arasındaki mesafenin ölçülmesidir. Uydu yörüngesinde hareketini sürdürürken bir taraftan aşağıya yeryüzüne doğru elektromanyetik dalgalar yayar, diğer yandan yeryüzünden (okyanus ve denizlerden) yansıyan sinyalin dönüş zamanını kaydeder. Elektromanyetik dalganın uydu radar altimetresinden gönderildiği ve algılandığı zaman farkının ölçülmesi ve ışık hızı yardımıyla uydu ile deniz yüzeyi arasındaki mesafe türetilir. Radar altimetresi üzerindeki atmosferik etkiler düzeltilerek, aradaki mesafe cm doğrulukla kestirilir.

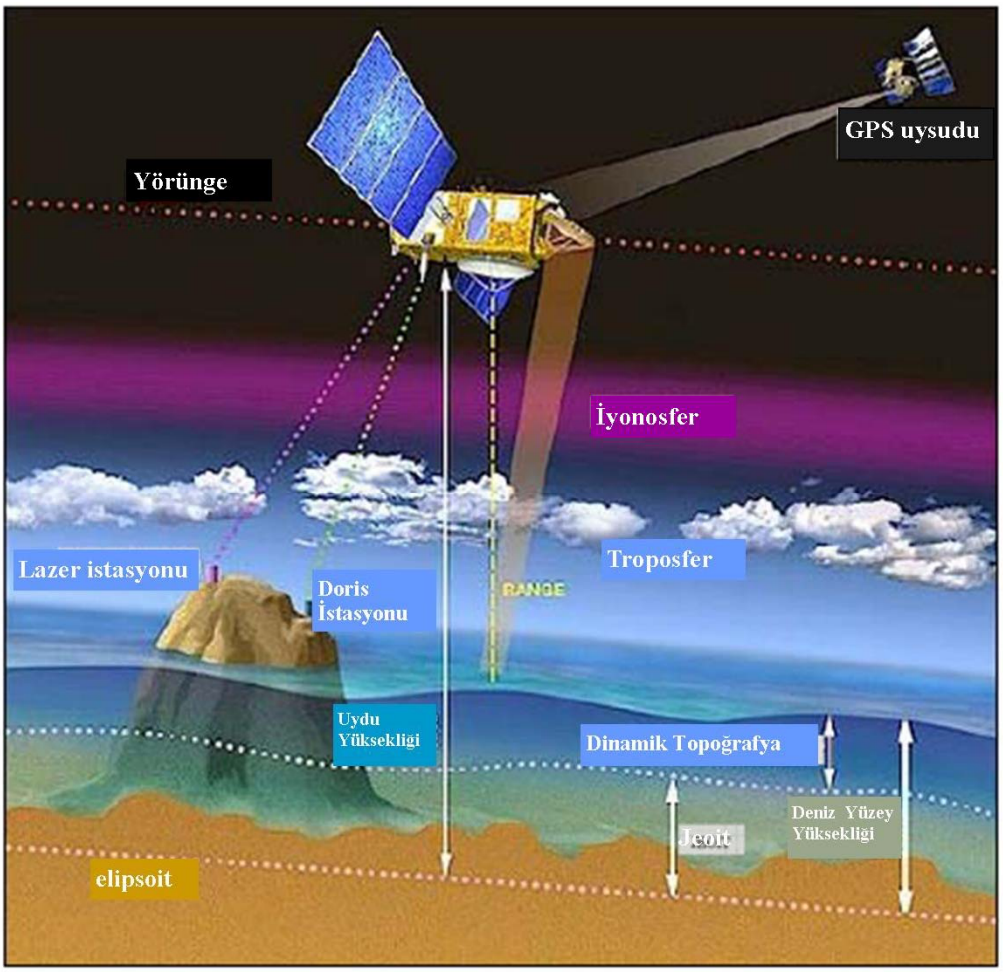
$$R = \frac{(t_A - t_T)\, c}{2} \tag{3.7}$$

$(t_A - t_T)$:Radar dalgasının seyir süresi

c :Işık hızı ($3x10^8$ m/s)

Yükseklik ölçümü dışında altimetreye geri dönen sinyalin dalga formu analiz edilerek deniz dalga yükseklikleri ve yüzey rüzgar hızı bilgileri de türetilebilmektedir

Altimetreden elde edilen mesafe ölçümünün yükseklik olarak yorumlanabilmesi için yörüngedeki uydunun referans elipsoidinden olan yüksekliğinin çok hassas bir şekilde bilinmesi gerekir. Uydu yörüngesinin hesaplanabilmesi için uydu konumu bilinen izleme istasyonlarından veya uydu platformundaki bir alıcı yardımıyla GPS uyduları tarafından izlenir. Sistemin çalışma prensibi Şekil 3.8'de görülmektedir [7].

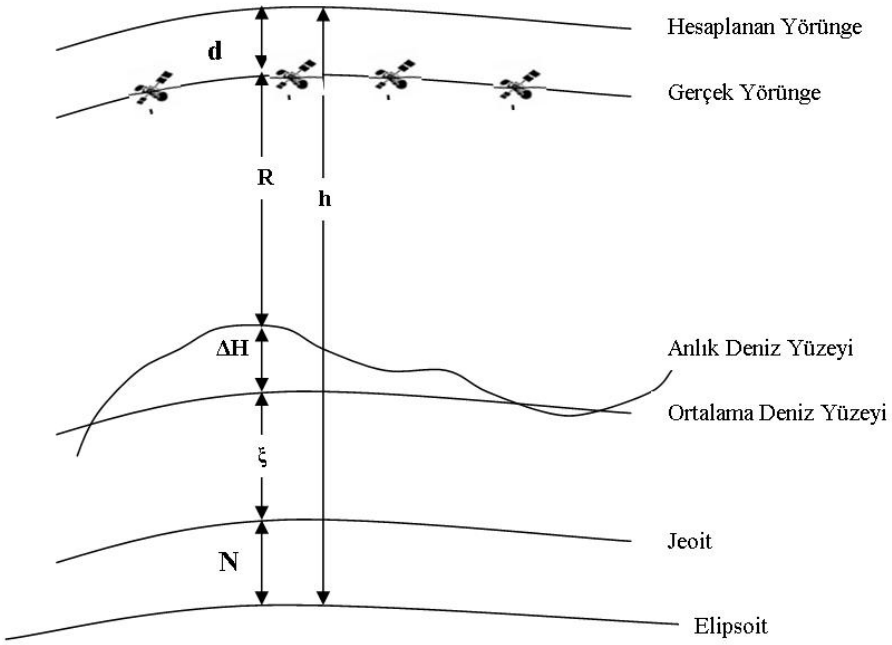


Şekil 3.8: Uydu altimetre ölçü sistemi

Bir altimetre uydusunun referans elipsoidine göre yüksekliği,

$$h = N + \xi + \Delta H + R + d \tag{3.8}$$

bağıntısı ile gösterilebilir (Şekil 3.9).



Şekil 3.9: Uydu altimetresinde geometrik ilişki

Burada;

R	uydu ile okyanus arasındaki mesafe
N	jeoit yüksekliği
ξ	deniz yüzeyi topografyası (sea surface topography)
ΔH	anlık gelgit etkileri (dinamik topografya)
d	gerçek yörünge ile hesaplanan yörünge arasındaki farkı

gösterir.

İnsansız ilk uydu altimetresi Nisan 1975 yılında fırlatılan GEOS-3 (Geodynamics Experimental Ocean Satellite 3) uydusudur. Seasat, Geosat, ERS-1/2, Topex/Poseidon, GFO, Jason-1, ENVISAT uyduları çeşitli zamanlarda fırlatılmış altimetre uydularıdır.

Altimetre uydularının yörünge yükseklikleri yaklaşık 800 km ile 1400 km arasında değişir. Altimetrik verilerle toplanan verilerin hata kaynağının jeoit yüksekliklerinin belirlenmesinden önce hesaba katılması gereklidir. Bunlar; radyal yörünge hataları,

atmosferik kırınım ve gel-git, dalga, akıntı, atmosferik basınç, su tuzluluğundan kaynaklanan dinamik deniz yüzeyi topografyasıdır (Zhang ve Featherstone 1997).

Uydu altimetreleri doğruluk ve çözünürlük açısından okyanus yüzeyinin haritalanmasını sağlar. Ancak altimetrik ölçüler okyanus alanları ile sınırlıdır ve yörüngelerin eğikliğinden dolayı yüksek enlemlerden veri alamazlar. Buna ilaveten altimetrik ölçümlerin gravite verilerine dönüşümü zaman-ortalamalı dinamik deniz yüzeyi topografyasının bilinmesini gerektirir. Her iki durum altimetrik verilerden türetilen jeoit yüksekliklerinin ve eğikliklerinin kalitesini zayıflatır.

4.GLOBAL JEOPOTANSİYEL MODELLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

4.1 Kestirilmiş Derece Varyansları ve Hata Derece Varyansları Üzerinden Model Değerlendirme

Jeodezide herhangi bir modelin hatasının ya da doğruluğunun önceden bilinmesi, yapılacak bir uygulamada o modelin kullanılıp kullanılmayacağına karar vermeye veya kullanıldığında elde edilecek sonuçların doğruluğu hakkında fikir yürütülmesine yardımcı olacaktır. Bundan dolayıdır ki, oluşturulan her jeodezik modelin doğruluğu da beraberinde verilmelidir (örn: manyetik modeller, jeoitler, sayısal yükseklik modelleri vs.).

Global jeopotansiyel modellerin doğruluğu, modeli oluşturan küresel harmonik katsayılar ($\overline{C}_{lm}$ ve $\overline{S}_{lm}$) ve standart sapma değerleri (σ_{lm}) ile belirlenebilir. Global jeopotansiyel modellerin standart sapmaları, modelin oluşturulması aşamasında en küçük karelerle kollokasyon çözümünden elde edilirler.

Benzer bir yaklaşımla, yer gravite alanını belirlemek maksadıyla görev yapmakta olan uydu misyonlarının (CHAMP, GRACE, vb.) performansları da sinyal derece varyansları ya da hata derece varyanslarına bakılarak değerlendirilebilir. Bu amaçla küresel harmomik katsayılar ($\overline{C}_{lm}$ ve $\overline{S}_{lm}$) kullanılarak sinyal derece varyansı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\sigma_l^2 = \sum_{m=0}^{l} (\overline{C}_{lm}^2 + \overline{S}_{lm}^2) \tag{4.1}$$

(4.1) eşitliğinde küresel harmonik katsayılar ($\overline{C}_{lm}$ ve $\overline{S}_{lm}$) yerine, modelin oluşturulması aşamasında belirlenen standart sapma değerleri (σ_C, σ_S) kullanılarak hata derece varyansları hesaplanabilir.

Hesaplanan bu büyüklükler (sinyal derece varyansı ve hata derece varyansı) kullanılarak, küresel harmonik katsayıların derecesi ile sinyalin gücü ve modelin hatası arasındaki ilişki kurulur.

Diğer yandan gravite alanının fonksiyonu olarak değişik büyüklere karşılık gelen sinyal (veya hata) derece varyansları da asıl varyans değerlerinden türetilebilir. Söz konusu büyüklüklerden bazıları aşağıdaki eşitlikler ile verilmektedir:

$$\sigma_l(T) = \frac{GM}{R}\sigma_l \qquad \text{: Bozucu potansiyel değeri } (m^2/s^2) \qquad (4.2a)$$

$$\sigma_l(N) = R\sigma_l \qquad \text{: Jeoit yüksekliği (m)} \qquad (4.2b)$$

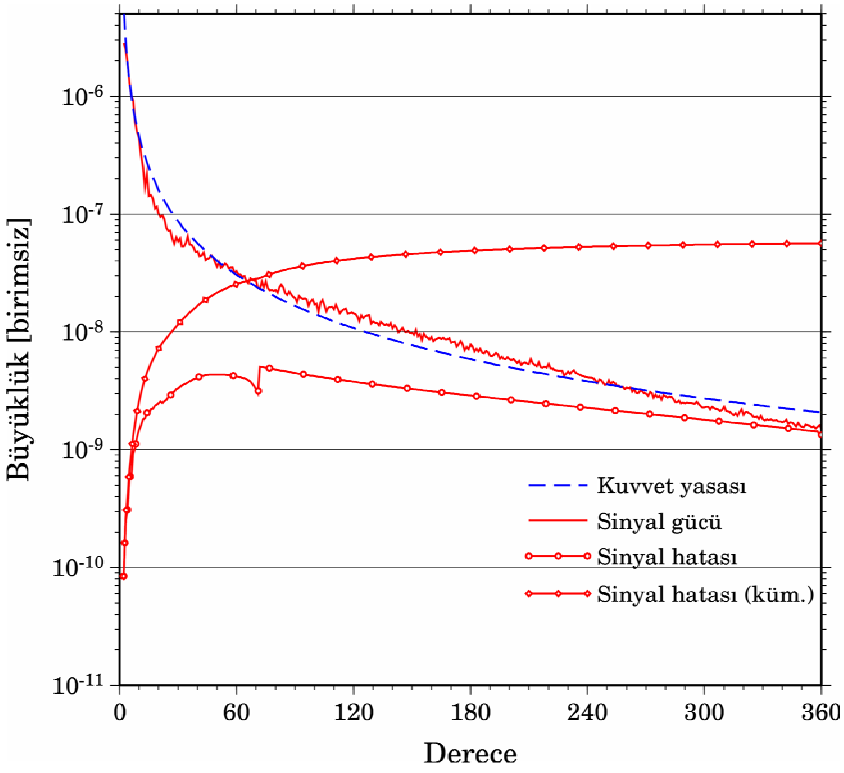
$$\sigma_l(\delta g) = \frac{GM}{R^2}(l+1)\sigma_l \qquad \text{: Gravite bozukluğu } (m/s^2) \qquad (4.2c)$$

$$\sigma_l(\Delta g) = \frac{GM}{R^2}(l-1)\sigma_l \qquad \text{: Gravite anomalisi } (m/s^2) \qquad (4.2d)$$

$$\sigma_l(g_r) = \frac{GM}{R^3}(l+1)(l+2)\sigma_l \qquad \text{: Düşey gravite gradyenti } (1/s^2) \qquad (4.2e)$$

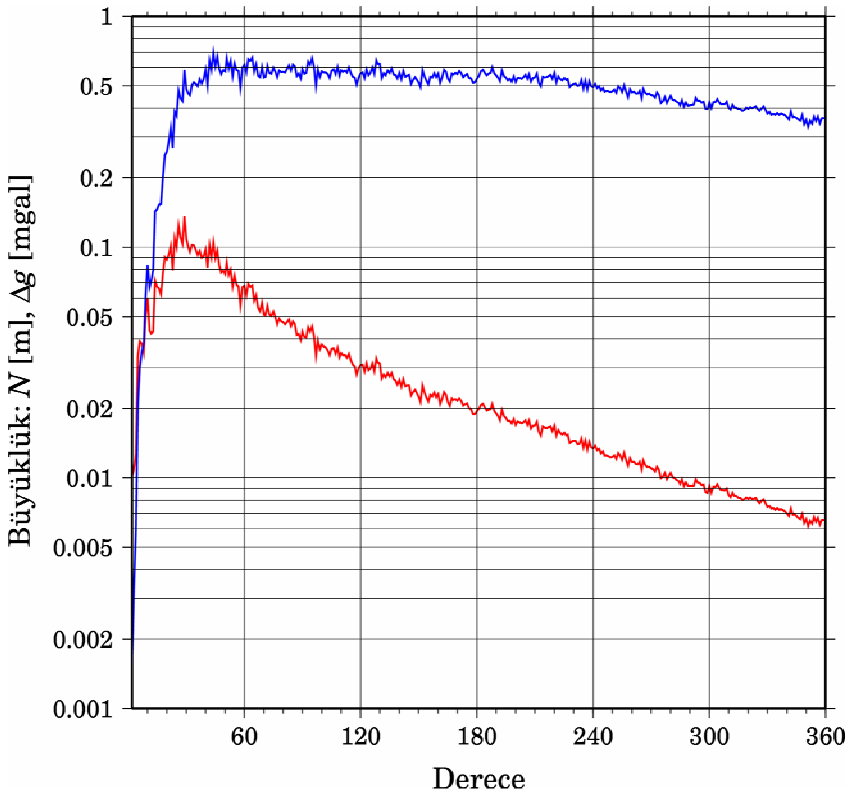
$$\sigma_l \approx \sqrt{(2l+1)}\,\frac{10^{-5}}{l^2} \qquad \text{: Kaula's 'rule of thumb' eşitliği (Kaula,1966)} \qquad (4.2f)$$

Sinyal ve hata derece spektrumunun gösterimine bir örnek Şekil 4.1'de verilmiştir. EGM96 model katsayılarından elde edilen bu grafikte büyüklükler birimsiz olarak gösterilmiştir. Gerektiğinde (4.2)'deki dönüşüm eşitliklerinden yararlanılarak ilgili birimlere geçiş yapılabilir. Benzer şekilde başka jeopotansiyel modeller için de elde edilebilecek bu tür grafikler, modeller arasındaki farklılıkların ortaya konulmasında kullanılmaktadır.



Şekil 4.1: EGM96 model katsayıları içim sinyal ve hata spektrumu

İki global jeopotansiyel model arasındaki farkın hesaplanması amacıyla, her bir modele ilişkin küresel harmonik katsayıların birbirlerinden olan farkları kullanılabilir. Böylece iki model arasındaki sinyal derece fark varyansı, her derece için hesaplanmış olur. OSU91A ve EGM96 modelleri arasındaki böyle bir karşılaştırma, Şekil 4.2'de örnek olarak verilmektedir. Karşılaştırma hem jeoit yükseklikleri hem de gravite anomalileri cinsinden yapılmıştır. Fark derece spektrumu iki model arasındaki aykırılığın nereden kaynaklandığının anlaşılması açısından anlamlıdır.

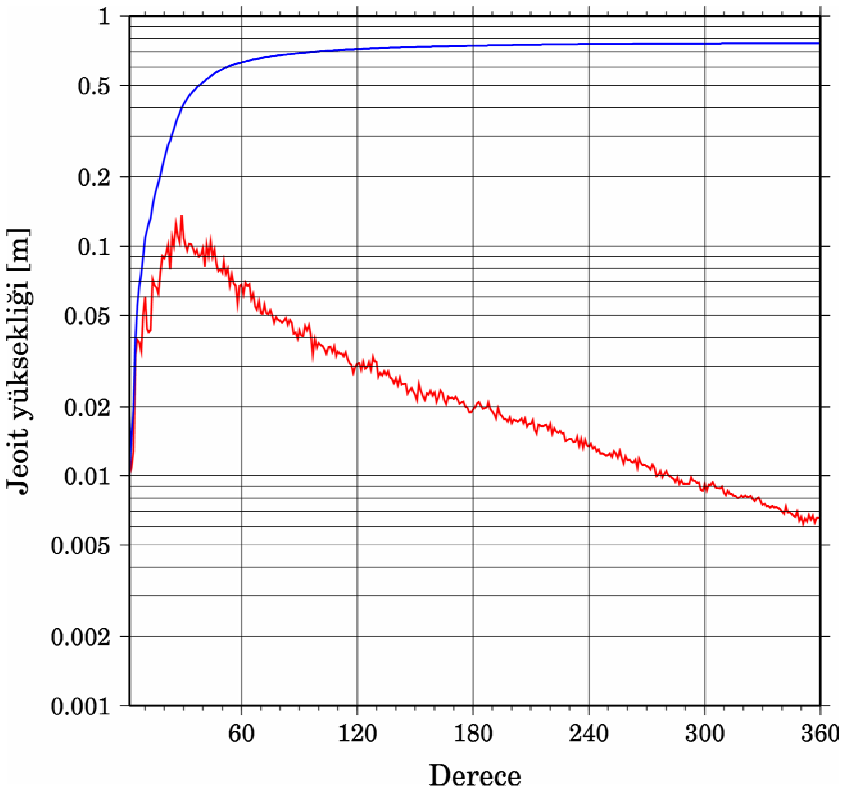


Şekil 4.2: EGM96 ve OSU91A arasında fark spektrumu (kırmızı: jeoit yüksekliği, mavi: gravite anomalisi)

Hata derece varyansları minimum ve maksimum derece arasında yer değiştiren güç spektrumunun (sinyal, hata, ya da fark) l_1 ve l_2 bant aralığının bir fonksiyonudur. Model derecesi arttıkça hata büyüklükleri kümülatif (birikimli) olarak artar:

$$\sigma_{l_1 l_2}(\text{birikimli}) = \sqrt{\sum_{l_1}^{l_2} \sigma_l^2} \tag{4.3}$$

Burada l_1 genellikle 0 veya 2 alınır. En büyük derece (l_2) gravite alanının konumsal çözünürlüğü veya dalgaboyu olarak adlandırılır. İki model arasındaki karşılaştırmada fark varyanslarının fonksiyonu olarak birikimli hata (aykırılık) spektrumuna örnek Şekil 4.3'de gösterilmektedir. Buna göre EGM96 ve OSU91A modelleri arasındaki aykırılık jeoit yüksekliği cinsinden 80 cm'ye kadar çıkmaktadır (360. derecede).



Şekil 4.3: EGM96 ve OSU91A modelleri arasında jeoit yüksekliği için birikimli fark spektrumu (mavi)

4.2 Dış Verilerle Model Değerlendirme

Global jeopotansiyel modellerin doğruluğu daha öncede belirtildiği gibi, modeli oluşturan katsayılara ilişkin standart sapma değerleri ile belirlenir. Bunun dışında jeodezide "dış doğruluk" adı ile bilinen ve oluşturulan bir modelin veya yüzeyin; model tarafından üretilen değerlerin gerçekteki karşılıkları ile karşılaştırılması yoluyla bulunan farklar da model hakkında değerlendirme yapabilmek için önemlidir.

Bu doğrultuda global jeopotansiyel modellerin dış doğruluğu; jeopotansiyel modeller tarafından üretilen değerler ile gerçekte ölçülebilen jeoit yüksekliği, gravite anomalisi, gravite bozukluğu ve çekül sapması bileşenleri karşılaştırılarak belirlenebilir.

Bu şekilde yapılan doğruluk araştırmasında dikkat edilmesi gereken konu; karşılaştırma sonucunda elde edilen farkların doğrudan model doğruluğu olarak adlandırılmasından önce, bir takım detayların gözden geçirilmesidir. Öncelikle kullanılacak test verilerinin doğruluğundan (ölçü aletlerinin doğruluğu, ölçü yöntemi vs.) kesin bilgi sahibi olunmalıdır. Bununla birlikte, jeopotansiyel model oluşturulurken kullanılan gravite verilerinin test bölgesini kapsayıp kapsamadığının bilinmesi de önemlidir.

Test bölgesinin, jeopotansiyel model kaynak verisini içermemesi model doğruluğunun düşük çıkmasına yol açacaktır. Aynı model daha zengin veri içeren başka bir bölgede daha iyi sonuç verebilir.

Yapılacak karşılaştırmada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise verilerin datumudur. Modelde kullanılan veriler ile test ölçülerinin datumları faklı olabilir. Eğer datum dönüşümü olanağı varsa datum dönüşümü yapılarak test yapılmalı yoksa da bu durum göz önünde bulundurulmalıdır.

5. SAYISAL UYGULAMA

5.1 Kullanılan Global Jeopotansiyel Modeller ve Özellikleri

Global jeopotansiyel modeller elde edildikleri verilere göre üç başlık altında sınıflandırılır:

a) Yalnız uydu gözlemlerini içeren global jeopotansiyel modeller (satellite only models),

b) Birleştirilmiş global jeopotansiyel modeller (combined models),

c) Yeniden biçimlendirilmiş global jeopotansiyel modellerdir (tailored models).

5.1.1 Yalnız uydu gözlemlerini içeren jeopotansiyel modeleler

Bu tür modeller sadece yapay uyduların yörünge analizleri ile elde edilirler. Modellerin katsayıları genellikle yer merkezli ölçülerden elde edilir. Bundan başka, gravite alanı değişimlerini daha belirgin biçimde yansıtan ölçü türleri ise uydudan uyduya gözlem teknikleridir. CHAMP ve GRACE uydularıyla belirlenen modeller buna örnek olarak verilebilir. Söz konusu uydu modellerinin derecesi 150'ye kadar yükseltilebilmiştir.

5.1.2 Birleştirilmiş global jeopotansiyel modeller

Yalnız uydu gözlemleri ile belirlenen global jeopotansiyel modellerin yersel gravite, yüseklik verisi ve okyanuslardaki uydu altimetre ölçümleri ile elde edilen gravite anamolileri ile desteklenmesi sonucu elde edilen modellerdir. Böylelikle modelin maksimum derecesi daha da artırılabilir. Burada uydu verileri ile uzun dalga boylu, yüzey gravite verileriyle orta ve kısa dalga boylu gravite alanı parametreleri belirlenmektedir. Birleştirilmiş global jeopotansiyel model oluşturma şekli ve kullandığı tekniğe göre farklı gruplar tarafından farklı amaçlarla kullanılabilirler.

Günümüzde en iyi birleştirilmiş global jeopotansiyel modellerin klasik tekniklere dayalı olanı EGM96 ve güncel misyonlara dayalı alanı da GGM03C'dir.

5.1.3 Yeniden biçimlendirilmiş global jeopotansiyel modeller

Önceki yöntemlerle elde edilen küresel harmonik katsayılar yeniden düzenlenerek model derecesi daha da yükseltilebilir. Ancak bunun için belirli bir alanda yoğun yersel verilere gereksinim duyulur. Wenzel (1998)'in açınım derecesi ve sırası 1800 olan GMP98A, GMP98B, GMP98C modelleri yeniden biçimlendirilmiş global jeopotansiyel modellere örnek gösterilebilir

Bu çalışmada kullanılan global jeopotansiyel modeller ve onların veri yapısı Çizelge 5.1'de verilmektedir. Global jeopotansiyel modeller ile ilgili detaylı bilgi ve modellere ilişkin küresel harmonik katsayılar ve standart sapmaları Uluslararası Global Yer Modelleri Merkezi (ICGEM) internet sitesinden [8] temin edilebilir.

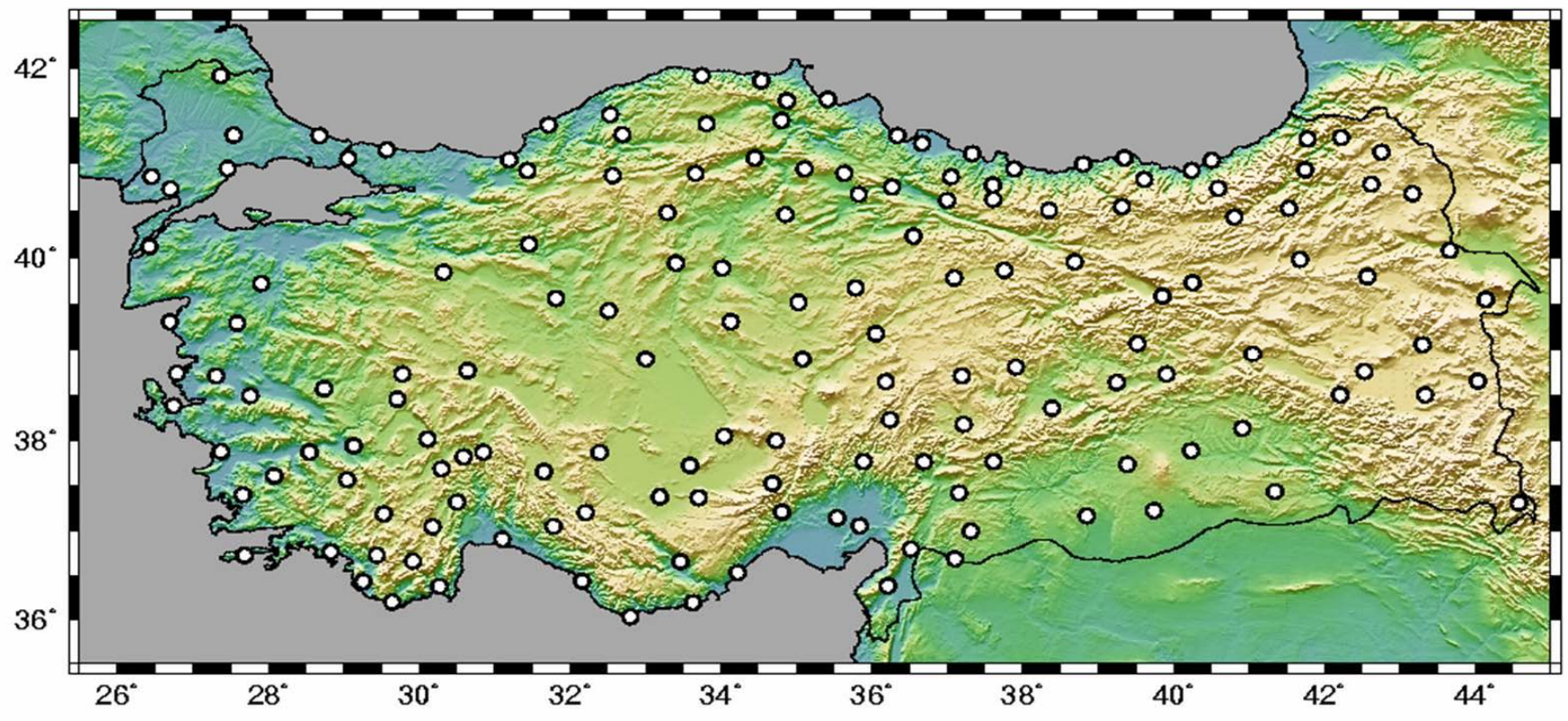
Çizelge 5.1: Global jeopotansiyel modeller ve özellikleri

Model	**Yıl**	**Derece**	**Veri***	**Kaynak**
DEOS CAHMP-01C	2004	70	S(Champ)	Ditmar P. , 2004
EGM96	1996	360	EGM96S, G, A	Lemoine, 1998
EIGEN-1	2002	119	S(Champ)	Reigber , 2003a
EIGEN-1S	2002	119	GRIM5, S	Reigber , 2002
EIGEN-2	2003	140	S(Champ)	Reigber , 2003b
EIGEN-CG01C	2004	360	S(Champ, Grace), G, A	Reigber , 2004c
EIGEN-CG03C	2005	360	S(Champ, Grace), G, A	Förste, 2005c
EIGEN-CHAMP03S	2004	140	S(Champ)	Reigber , 2005b
EIGEN-CHAMP03Sp	2003	140	S(Champ)	Reigber , 2004a
EIGEN-GRACE01S	2003	140	S(Grace)	Reigber , 2003c
EIGEN-GRACE02s	2004	150	S(Grace)	Reigber, 2005a
GGM01C	2003	200	TEG4, S(Grace)	UTEX CSR, 2003
GGM01S	2003	120	S(Grace)	Tapley , 2003
GGM02C	2004	200	S(Grace), G, A	UTEX CSR, 2004
GGM02S	2004	160	S(Grace)	UTEX CSR, 2004
ITG Champ01E	2003	75	S(Champ)	Ilk K. H., 2003
ITG Champ01K	2003	70	S(Champ)	Ilk K. H., 2003
ITG Champ01S	2003	70	S(Champ)	Ilk K. H., 2003
OSU91A	1991	360	GEMT2, G, A	Rapp , 1991
TUM-1S	2003	60	S(Champ)	Gerlach, 2003
TUM-2S	2004	70	S(Champ)	Wermuth M., 2004

* S uydu izleme, G yersel gravite, A altimetre

5.2 Karşılaştırmada Kullanılan Test Verileri

Uygulamada ülke geneline dağılmış155 adet GPS/nivelman noktası kullanılmıştır.(Şekil 5.1)



Şekil 5.1: Global jeopotansiyel modellerin doğruluk araştırmasında kullanılan 155 GPS/nivelman noktası

Türkiye sınırları içerisinde değişik global jeopotansiyel modellerin başarısını değerlendirmek üzere 155 GPS/nivelman noktası kullanılmıştır (Şekil 5.1). Noktalar Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı-1999A'dan seçilmiştir. Bu nedenle GRS80 sistemindeki elipsoidal yükseklikleri TUTGA GPS kampanyaları sayesinde 1-2 cm doğruluğunda bilinmektedir. Molodensky normal ve Helmert ortometrik yükseklikler ise Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı 1999 (TUDKA99)'dan hassas nivelman tekniğiyle taşınmıştır (Ayhan vd. 2002).

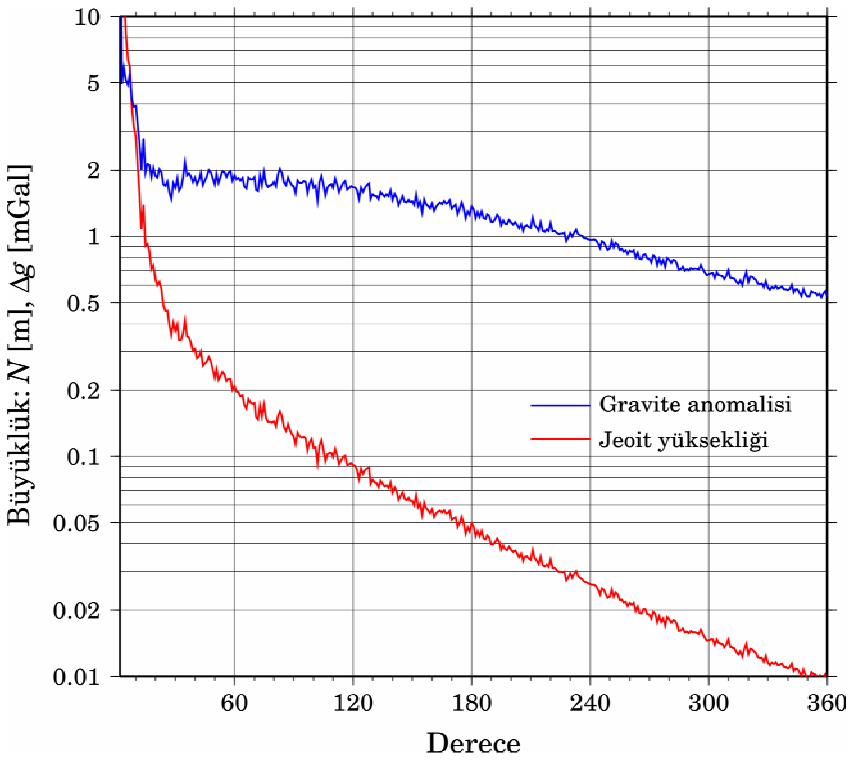
5.3 Derece Varyans Değerlerine Göre Modellerin Birbirleriyle Karşılaştırılması

Her bir model için açınımın derecesine bağlı olarak katsayılardan hesaplanan sinyal derece varyansları, birimsiz büyüklükler olarak elde edilir. Bu değerler modele ilişkin parametreler (*GM*, *R*) yardımıyla başka büyüklüklere (örneğin bozucu potansiyelin fonksiyonellerine) dönüştürülebilir. Çizelge 5.2, EGM96 modeli için (4.1) ve (4.2) eşitliklerinden *R*=6371 km, *GM*=3986004.415E+8 m^3/s^2 alınarak hesaplanan sinyal derece varyanslarının karekök değerlerini 5. dereceye kadar göstermektedir. Modeller arasındaki karşılaştırmalarda, jeoit yüksekliğine ilişkin sinyal derece varyansları $\sigma_l^2(N)$ temel büyüklük olarak göz önüne alınmıştır.

EGM96 modeli için hesaplanan sinyal spektrumunun başka bir deyişle $\sigma_l(N)$, $\sigma_l(\Delta g)$ değerlerinin grafik olarak gösterimi Şekil 5.2'de verilmektedir.

Çizelge 5.2: EGM96 modeli sinyal spektrumu (5. dereceye kadar)

l	m	Cnm	Snm	σ_C	σ_S	σ_l [Birimsiz]	$\sigma_l(N)$ [m]	$\sigma_l(\Delta g)$ [mGal]
2	0	-0.00048	0	3.56106E-11	0	0	0	0
2	1	-1.9E-10	1.2E-09	1E-30	1E-30	0	0	0
2	2	2.44E-06	-1.4E-06	5.37392E-11	5.435E-11	0.0005	3088.12491	0.00474407
3	0	9.57E-07	0	1.80942E-11	0	0	0	0
3	1	2.03E-06	2.5E-07	1.39652E-10	1.365E-10	0	0	0
3	2	9.05E-07	-6.2E-07	1.09623E-10	1.118E-10	0	0	0
3	3	7.21E-07	1.4E-06	9.51563E-11	9.329E-11	3E-06	18.943004	5.8202E-05
4	0	5.4E-07	0	1.04237E-10	0	0	0	0
4	1	-5.4E-07	-4.7E-07	8.56744E-11	8.241E-11	0	0	0
4	2	3.51E-07	6.6E-07	1.60002E-10	1.639E-10	0	0	0
4	3	9.91E-07	-2E-07	8.46578E-11	8.266E-11	0	0	0
4	4	-1.9E-07	3.1E-07	8.73154E-11	8.785E-11	2E-06	10.1215957	4.6647E-05
5	0	6.85E-08	0	5.43831E-11	0	0	0	0
5	1	-6.2E-08	-9.4E-08	2.79969E-10	2.808E-10	0	0	0
5	2	6.52E-07	-3.2E-07	2.37474E-10	2.436E-10	0	0	0
5	3	-4.5E-07	-2.1E-07	1.71116E-10	1.681E-10	0	0	0
5	4	-3E-07	5E-08	1.19813E-10	1.185E-10	0	0	0
5	5	1.75E-07	-6.7E-07	1.16426E-10	1.159E-10	1E-06	7.45582833	4.5815E-05



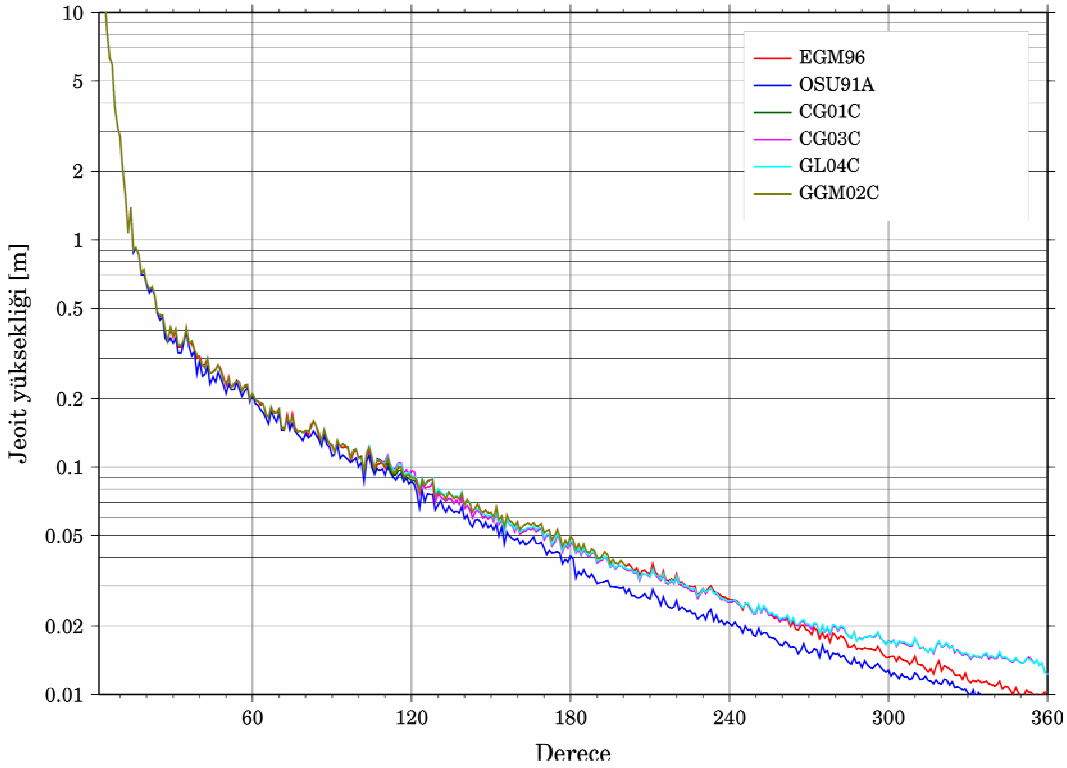
Şekil 5.2: EGM96 jeoit yüksekliği ve gravite anomalisi için sinyal (güç) spektrumu

Her modelin Stokes katsayılarının tahmini değerleri σ_C, σ_S kullanılarak (4.1) eşitliğinden yararla her derece için hata derece varyansları hesaplanmıştır. Hata derece değerlerin nasıl hesaplandığına ilişkin bir örnek ise Çizelge 5.3'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.3: EGM96 modeli hata spektrumu (5. dereceye kadar)

l	m	*Cnm*	*Snm*	σ_C	σ_S	σ_l [Birimsiz]	$\sigma_l(N)$ [m]	$\sigma_l(\Delta g)$ [mGal]
0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	-0.00048	0	3.56E-11	0	0	0	0
2	1	-1.9E-10	1.2E-09	1E-30	1E-30	0	0	0
2	2	2.44E-06	-1.4E-06	5.37E-11	5.44E-11	8.43E-11	0.000538	8.26E-10
3	0	9.57E-07	0	1.81E-11	0	0	0	0
3	1	2.03E-06	2.49E-07	1.4E-10	1.36E-10	0	0	0
3	2	9.05E-07	-6.2E-07	1.1E-10	1.12E-10	0	0	0
3	3	7.21E-07	1.41E-06	9.52E-11	9.33E-11	2.84E-10	0.001812	5.57E-09
4	0	5.4E-07	0	1.04E-10	0	0	0	0
4	1	-5.4E-07	-4.7E-07	8.57E-11	8.24E-11	0	0	0
4	2	3.51E-07	6.63E-07	1.6E-10	1.64E-10	0	0	0
4	3	9.91E-07	-2E-07	8.47E-11	8.27E-11	0	0	0
4	4	-1.9E-07	3.09E-07	8.73E-11	8.79E-11	3.27E-10	0.002084	9.61E-09
5	0	6.85E-08	0	5.44E-11	0	0	0	0
5	1	-6.2E-08	-9.4E-08	2.8E-10	2.81E-10	0	0	0
5	2	6.52E-07	-3.2E-07	2.37E-10	2.44E-10	0	0	0
5	3	-4.5E-07	-2.1E-07	1.71E-10	1.68E-10	0	0	0
5	4	-3E-07	4.97E-08	1.2E-10	1.18E-10	0	0	0
5	5	1.75E-07	-6.7E-07	1.16E-10	1.16E-10	6.24E-10	0.003977	2.44E-08

Bütünleşik bir başka deyişle uydu izleme, yersel gravite ve altimetre verileriyle belirlenen modellerin her derece için elde edilen sinyal gücü değerleri Şekil 5.3'de gösterilmektedir. Şekil 5.4 sadece uydu izleme verilerine dayalı jeopotansiyel modellerin sinyal güç spektrumunu ortaya koymaktadır. Modellerin bütünleşik ve uydu izleme verilerine göre ayrı ayrı değerlendirilmesinin nedeni aralarındaki farklılıkların nerelerden kaynaklandığını görmek içindir.

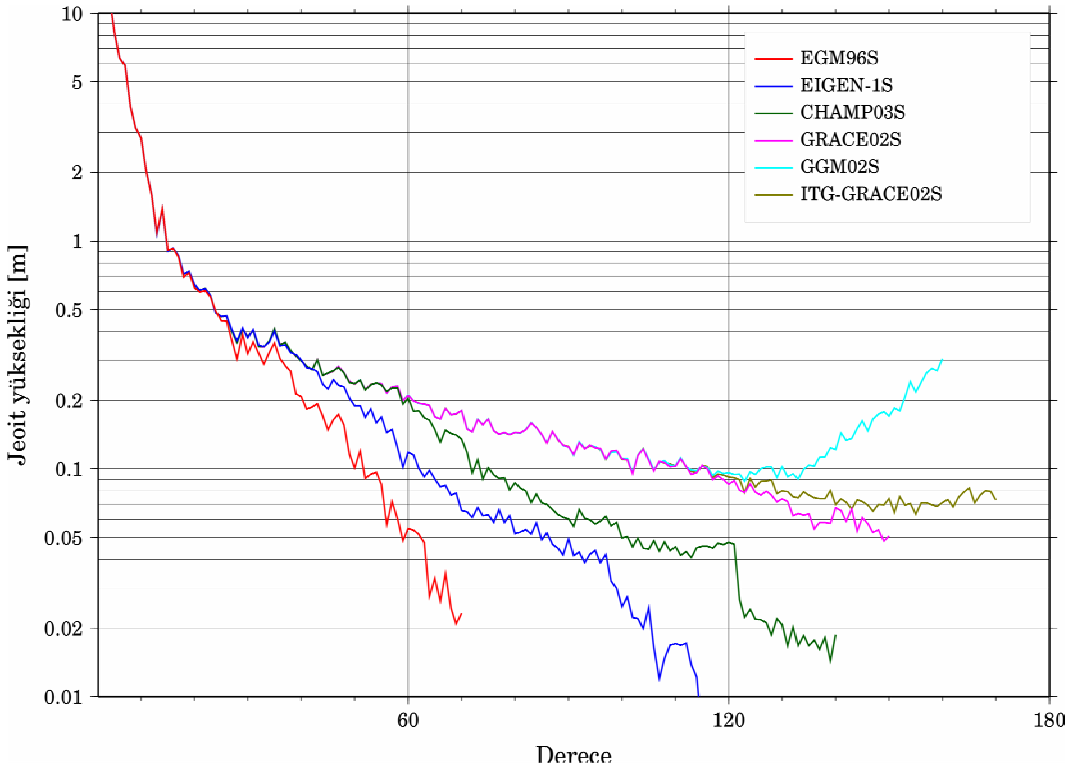


Şekil 5.3: Bütünleşik modellerin sinyal güçleri $\sigma_l(N)$

Şekil 5.3'de GGM02C dışındaki modellerde maksimum açınım derecesi 360'dır (GGM02C'de 200). Sinyal güçleri açısından en zayıf model beklendiği gibi OSU91A'dır. CHAMP ve GRACE verilerine dayanan modeller ise sinyal güçleri açısından hemen hemen denktir.

Modeller arasındaki farklılıklarda özellikle uydu verilerinin etkisi büyüktür. Bu nedenle sadece uydu verilerini içeren modellerin güç spektrumuna bakmak daha anlamlı olacaktır. Şekil 5.4'e göre güncel uydu misyonlarının gravite alanının uzun dalga boylu bileşenlerinin belirlenmesine getirdiği katkı açıkça görülmektedir. Klasik uydu izleme verilerine dayalı EGM96S modeli sadece 70. dereceye kadar çözüm sağlarken güncel uydu misyonlarının en az 120. dereceye kadar sonuç verdiği ortadadır. GRACE uydu misyonu ile bu çözüm 170. dereceye kadar sağlanabilmekte ve aynı zamanda yakalanan gravite sinyalinin gücü korunabilmektedir (ITG-GRACE02S modeli). CHAMP uydusuna dayalı çözümlerde sinyal gücündeki azalmanın 60. dereceden itibaren başladığı 120. dereceden sonra gücünü neredeyse tamamen yitirdiğinden söz edilebilir. EIGEN-1S modeli, model derecesi 99 olan GRIM5-1S modeli ile CHAMP uydu verilerinin

birleşiminden oluşmaktadır. Dolayısıyla bu modeli öteki EIGEN modellerinden ayrı tutmak gerekir.

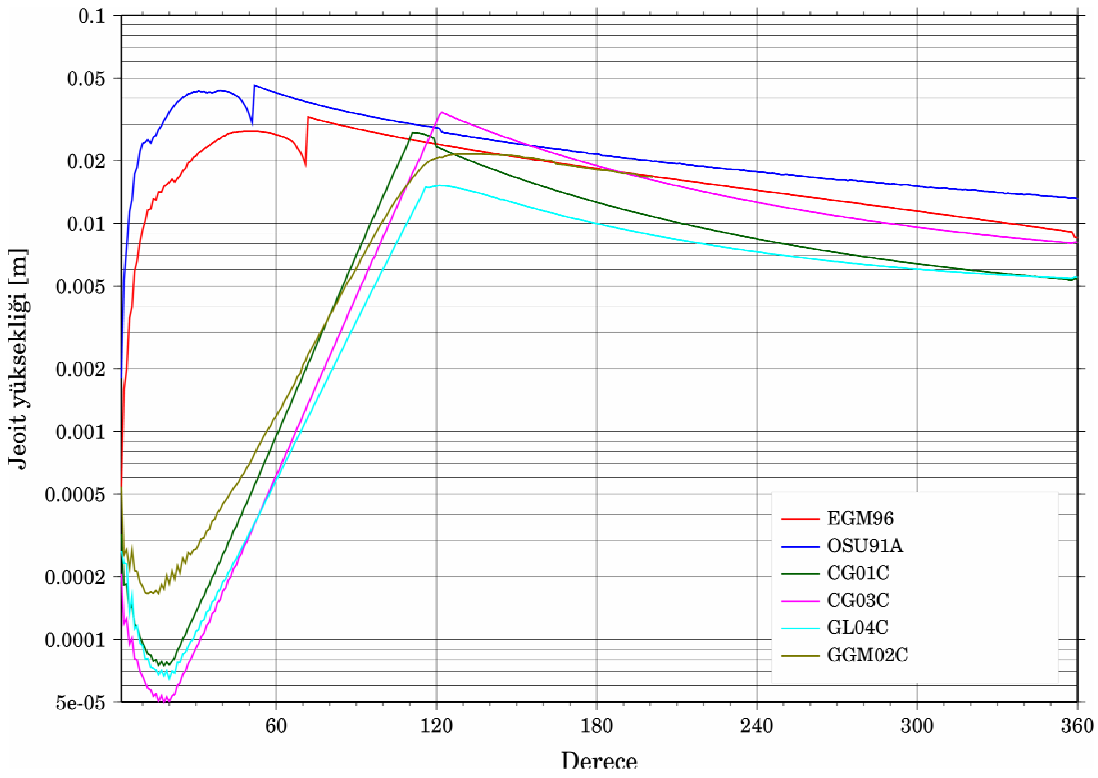


Şekil 5.4: Yalnız uydu gözlemlerini içeren modellerden elde edilen $\sigma_l(N)$ değerleri

Şekil 5.4'ten den de görüldüğü gibi GRACE uydu verileri ile elde edilen modellerin dereceleri daha büyüktür ve modellerden elde edilen yükseklik anomali değerleri 120. dereceden sonra farklılaşmaya başlamaktadır. GRACE uydusunun CHAMP'e göre daha iyi çözüm vermesinin nedeni SST-ll ikiz uydu modunda çalışan ölçü tekniğini kullanması ve gravite alanının birinci türevlerini doğrudan elde etmesidir.

Bütünleşik modellerde güç spektrumunun düzgün olarak azaldığı görülmektedir. Yersel gravite ve altimetre verileri uydu verilerine göre daha güçlü sinyal içerdiğinden, yüksek frekanslarda uydu gözlemlerinde kaybolan sinyal gücünü arttırmakta dolayısıyla tüm spektrum boyunca daha düzenli bir sinyal davranışı gözlemlenmektedir.

Modellerin hata spektrumuna bakılmak istenirse Şekil 5.5'deki gibi bir sonuç elde edilir. Şekil bütünleşik modellere ilişkin hata derece spektrumunu göstermektedir. Modellere ilişkin hata derece büyüklükleri ya dengeleme sonrası katsayıların sonsal standart sapmalarından (formal) ya da bağımsız model çözümlerinin karşılaştırılmasıyla bulunan (kalibre edilmiş) standart sapmalardan hesaplanır. Formal standart sapmalar kalibre edilmiş büyüklüklere göre daha iyimser sonuç verdiğinden güncel modellerde genel eğilim olarak kalibre edilmiş büyüklükler verilmektedir.

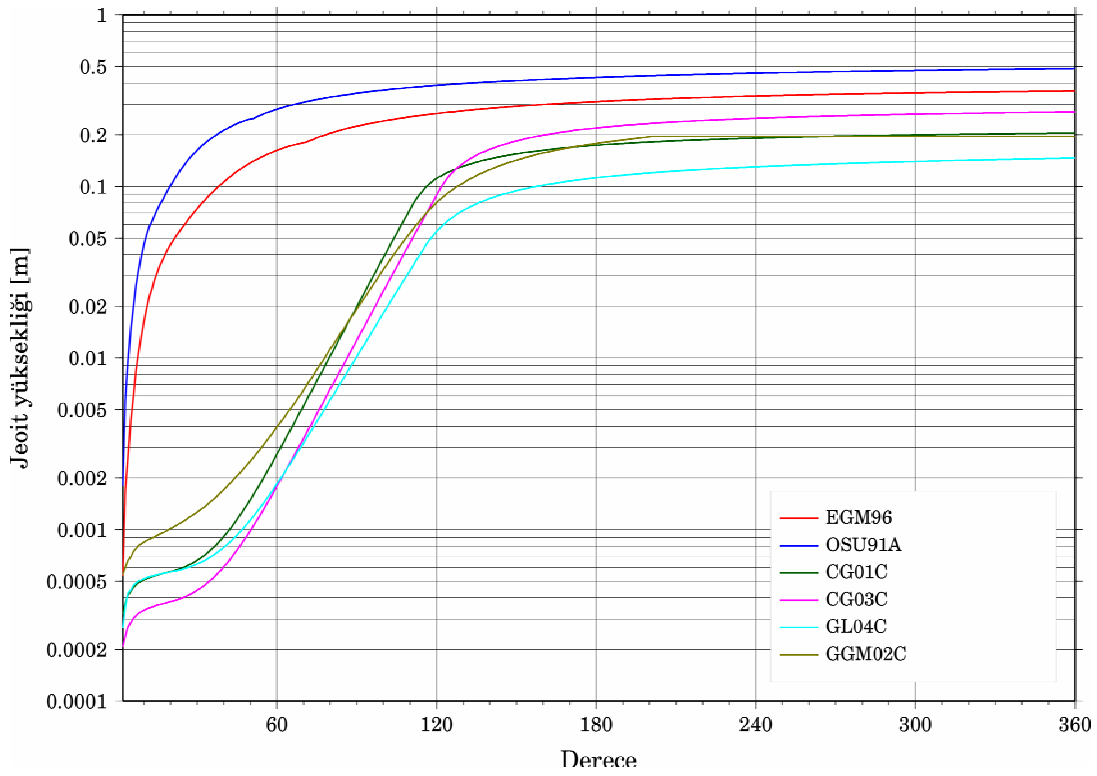


Şekil 5.5: Bütünleşik modellerin hata derece büyüklükleri

Güncel modellerin hata büyüklükleri geleneksel modellerin değerlerine göre çok daha düşük olduğu şekilden açıkça görülmektedir. Bu fark özellikle 120. kadar olan uzun dalga-boylu gravite alanı kesiminde çok daha belirgindir. Güncel uydu misyonlarına dayalı tüm modellerde hata spektrumu 60. dereceye kadar jeoit yüksekliği cinsinden 1 mm'nin altındadır. Oysa ki; EGM96 ve OSU91A gibi geleneksel modellerde daha spektrumun başında (10-20. derecelerde) hata değerleri 1 cm'ye ulaşmaktadır. Şekil 5.5'e

göre EIGEN-GL04C modelinin en küçük hata değerlerine sahip olduğu görülür. Dolayısıyla diğer modellere göre EIGEN-GL04C modelinin katsayılarının tahmini değerlerinin daha doğru olduğu değerlendirilmektedir.

Şekil 5.6 hata değerlerinin gravite alanının tüm spektrumu boyunca nasıl biriktiğini ortaya koymaktadır. EGM96 ve OSU91'de jeoit yüksekliği hatasındaki ani dönüş derecesi yaklaşık olarak 30'dur. Buraya kadar hata değerlerinde çok hızlı bir yükseliş gözlenmekte ve bu dereceden sonra yavaş bir trendle davranışını sürdürmektedir. 30. derecede EGM96 10 cm, OSU91A 20 cm lik hata değerlerine sahipken; 360. derecede sırasıyla yaklaşık 40 ve 50 cm'ye ulaşmaktadır. Öte yandan güncel modellerin birikimli hata değerleri için eşik derece değerleri 30 ve 120'dir. Neredeyse tüm güncel modellerde 30. derecedeki jeoit yüksekliği hatası 1 hatta 0.5 mm dolaylarındadır. 30. dereceden sonra hata değerleri bir yükseliş trendine girmekte ve 120. derecede kabaca 10 cm'ye çıkmaktadır. 120. dereceden sonra da düşük bir eğimle davranışını sürdürmekte ve ortalama 20 cm'de hata ile sonuç vermektedir.



Şekil 5.6: Bütünleşik modellerin hata derece büyüklükleri (birimli)

5.4 GPS/Nivelman Verileri İle Yapılan Karşılaştırmalar

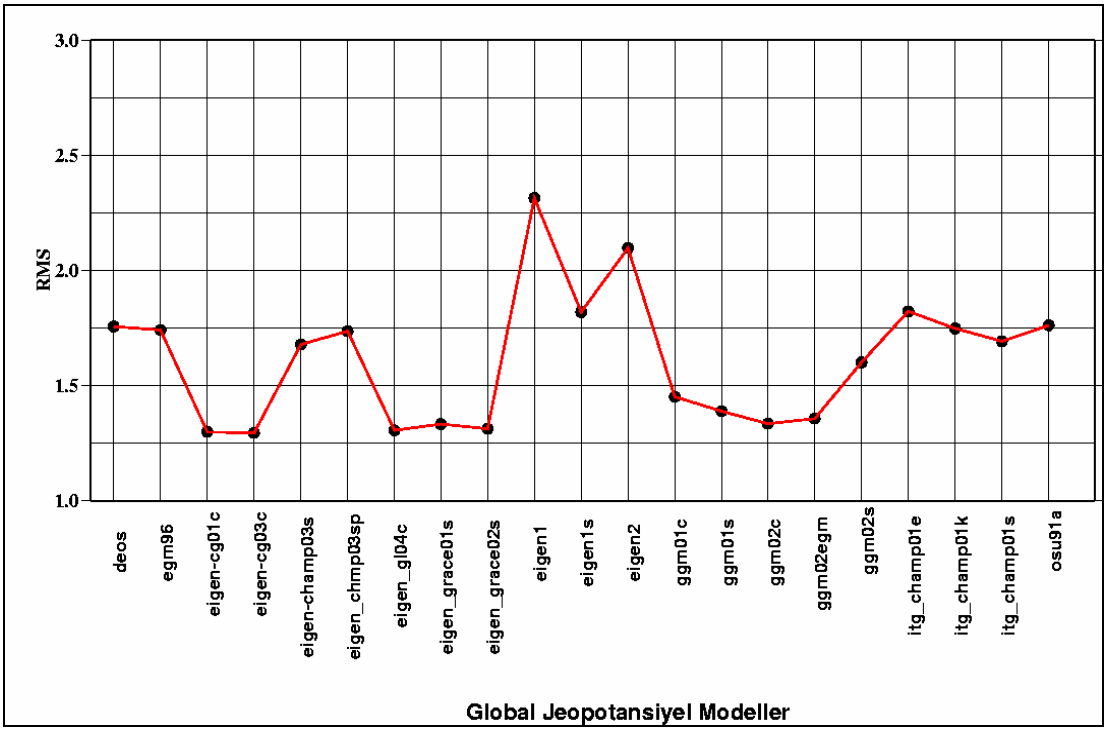
Uygulamada yararlanılan global jeopotansiyel model katsayıları; GFZ-POSTDAM tarafından işletilmekte olan Uluslararası Global Yer Modelleri Merkezi (International Center for Global Earth Models:ICGEM) internet sayfasından (http://icgem.gfz potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html) alınmıştır. Jeopotansiyel model ürünlerinin hesaplanmasında ise GRAVSOFT (Tscherning, 1994) yazılım paketi modülü olan "harmexp.f" programı kullanılmıştır. Uygulama için gerekli olan GPS/nivelman noktalarına ait veriler Harita Genel Komutanlığı'dan temin edilmiştir. Her bir model için, "harmexp.f" programı çalıştırılarak 155 adet GPS/Nivelman noktasına karşılık gelen yükseklik anomalisi (ζ_{GM}) değerleri hesaplanmıştır.

Çizelge 5.4: Yükseklik anomali değerlerinin karşılaştırılması (birim: m)

Model	Derece	Veri	Min	Max	Ort	Std.Sap	RMS
DEOS	70	S(CHAMP)	-4.40	4.57	0.38	1.72	1.76
EGM96	360	EGM96S, G, A	-4.20	4.13	0.50	1.67	1.74
CHAMP03SP	140	S(CHAMP)	-3.51	4.15	0.39	1.70	1.74
EIGEN_GL04C	360	S(GRACE), G, A	-1.50	4.10	1.02	0.82	1.31
GRACE01S	140	S(GRACE)	-2.87	3.32	0.83	1.04	1.33
GRACE02S	150	S(GRACE)	-2.35	3.05	0.91	0.95	1.31
EIGEN-1	119	S(CHAMP)	-5.76	4.43	-0.61	2.24	2.31
EIGEN-1S	119	GRIM5, S	-3.32	4.36	0.38	1.70	1.82
EIGEN-2	140	S(CHAMP)	-5.02	4.34	0.18	2.10	2.10
EIGEN_CG01C	360	S(CHAMP, GRACE), G, A	-1.79	3.62	0.99	0.84	1.30
EIGEN_CG03C	360	S(CHAMP, GRACE), G, A	-1.48	3.84	1.02	0.80	1.29
CHAMP03S	140	S(CHAMP)	-3.49	4.22	0.41	1.63	1.68
ITG_CHAMP01K	70	S(CHAMP)	-3.87	4.47	0.40	1.71	1.75
GGM01C	200	TEG4, S(GRACE)	-0.97	4.73	1.04	1.02	1.45
GGM01S	120	S(GRACE)	-2.93	3.12	0.87	1.08	1.39
GGM02C	200	S(GRACE), G, A	-0.94	4.12	1.00	0.89	1.34
GGM02S	160	S(GRACE)	-2.30	4.32	0.85	1.36	1.60
ITG_CHAMP01	75	S(CHAMP)	-3.92	4.64	0.36	1.79	1.82
ITG_CHAMP01S	70	S(CHAMP)	-3.94	4.27	0.46	1.63	1.69
OSU91A	360	GEMT2, G, A	-3.40	3.87	-0.38	1.73	1.76
TUM1S	60	S(CHAMP)	-3.83	4.67	0.31	1.94	1.95
TUM2S	70	S(CHAMP)	-3.84	4.74	0.48	1.95	2.01
TUM2SP	60	S(CHAMP)	-3.65	4.53	0.49	1.90	1.95

155 adet GPS/Nivelman noktalarına ait yükseklik anomalisi ($\zeta_{GPS/Niv}$) değeri ile global jeopotansiyel modellerden elde edilen yükseklik anomalisi (ζ_{GM}) değerleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda elde edilen farkların minumum, maksimum, ortalama ve standart sapma değerleri Çizelge 5.4'de verilmiştir.

Çizelge 5.4te göre RMS (Root Mean Square) değerleri incelendiğinde, Türkiye'deki GPS/Nivelman verileri ile en uyumlu model EIGEN-CG03C'dir. EIGEN_CG03C modeli, CHAMP ve GRACE uydu verileri ile altimetre/yüzey gravite verilerinin birleştirilmesinden elde edilmiş, yeni ve yüksek çözünürlüklü bir modeldir. Aynı modelin standart sapma ile gösterilen ortalama aykırılık değeri ise 0.80'cm'ye kadar gerilemektedir. RMS değerlerine göre sonuçlar çizdirildiğinde Şekil 5.7 ortaya çıkar. Şekil'den EIGEN modellerinin üstünlüğü açıkça görülebilir.

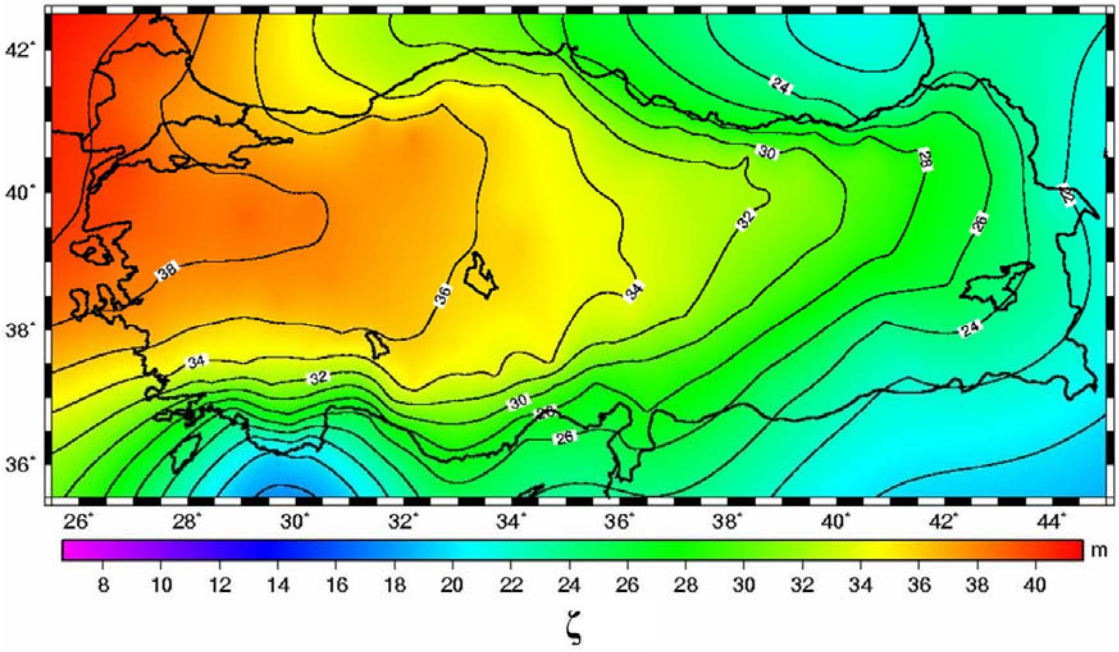


Şekil 5.7: Standart sapma değerlerine göre global jeopotansiyel modellerin Türkiye sınırları içerisindeki performansı (birim: m)

Türkiye için elde edilen bu sonuçlar aynı modellerin başka bölgelerde elde edilen sonuçlarından oldukça farklı olduğu söylenebilir. Örneğin EIGEN-CG03C modelinin

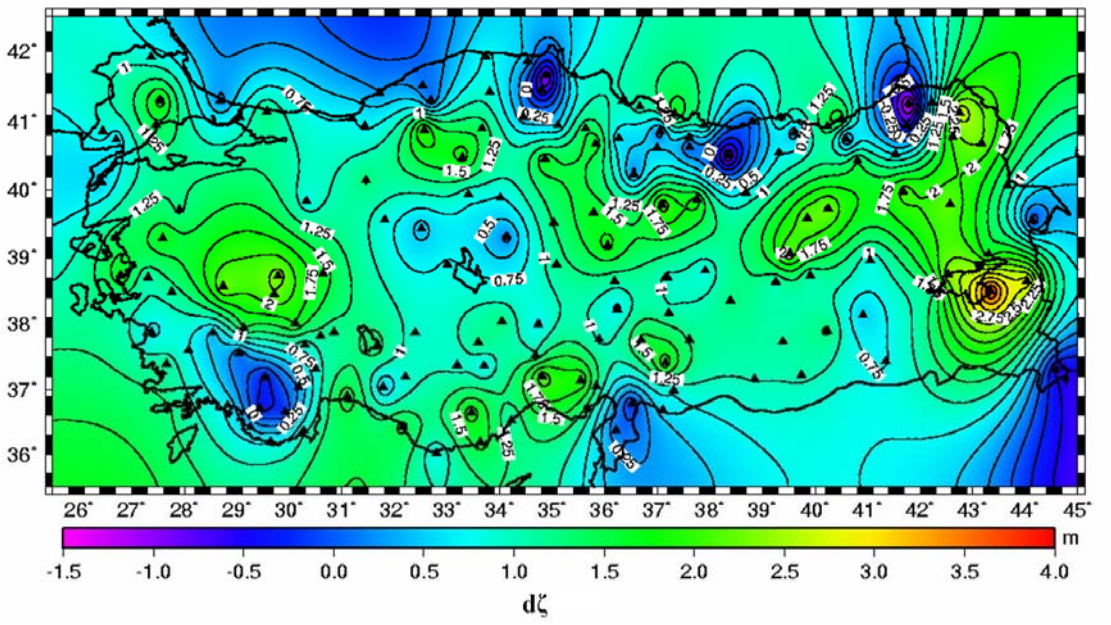
Avrupa, ABD ve Kanada GPS/Nivelman verileriyle yapılan karşılaştırmalarda standart sapma değerleri 30-40 cm civarında çıkmaktadır. Modellerin Türkiye'ye göre daha iyi uyum sağlamasının en önemli nedeni yersel gravite ölçülerinin modellerde kullanılmasıdır.

GPS/Nivelman noktalarıyla belirlenen $\zeta_{GPS/Niv}$ yükseklik anomalisi modeli Şekil 5.8'de verilmektedir.

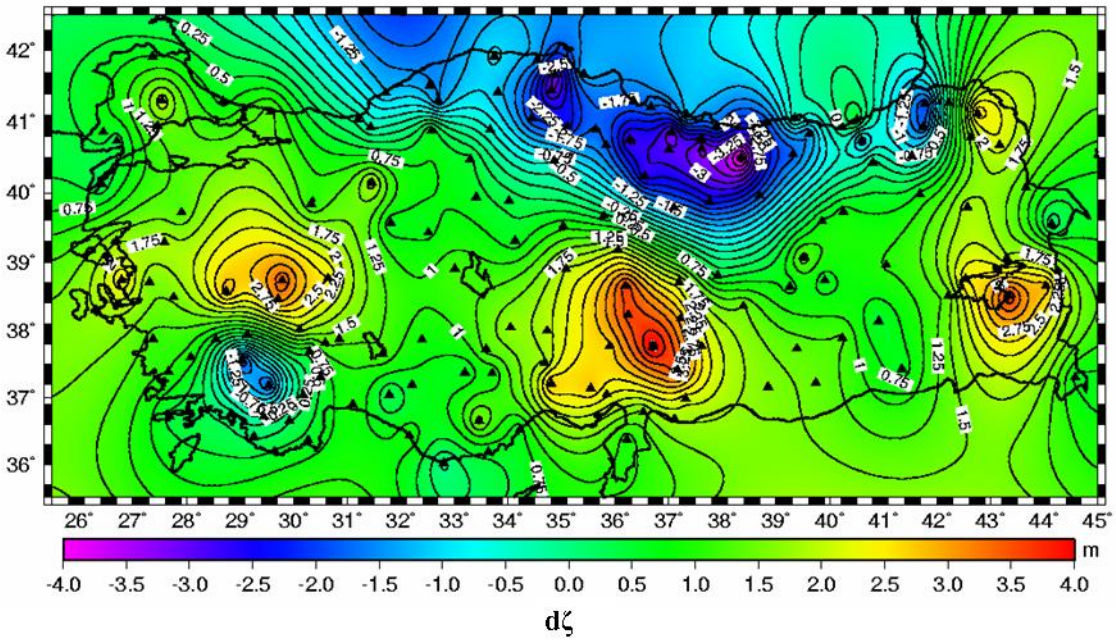


Şekil 5.8: Türkiye için yükseklik anomalisi ($\zeta_{GPS/Niv}$) modeli

EIGEN-CG03C modelinden elde edilen yükseklik anomali değerleri ile GPS/Nivelman noktalarının yükseklik anomalileri karşılaştırılması ise Şekil 5.9'da verilmektedir. Fark haritasına göre 5-6 noktada EIGEN-CG03C yükseklik anomalisi ve $\zeta_{GPS/Niv}$ değerleri arasındaki fark beklenenin bir hayli üzerinde (> 2m) çıkmıştır. Söz konusu noktaların hemen hepsi yüksek dağlık alanlardadır. GPS/Nivelman verilerinde uyuşumsuz ölçüler olabileceği gibi model ile belirlenemeyen kitle yoğunluk değişimleri buna benzer sonuçların görünmesine neden olabilir. Türkiye için yapılan yerel jeoit modellemelerinde kullanılan global model olan EGM96 modelinden elde edilen yükseklik anomali değerleri ile GPS/Nivelman noktalarının yükseklik anomalileri karşılaştırılması ise Şekil 5.10'da verilmektedir.

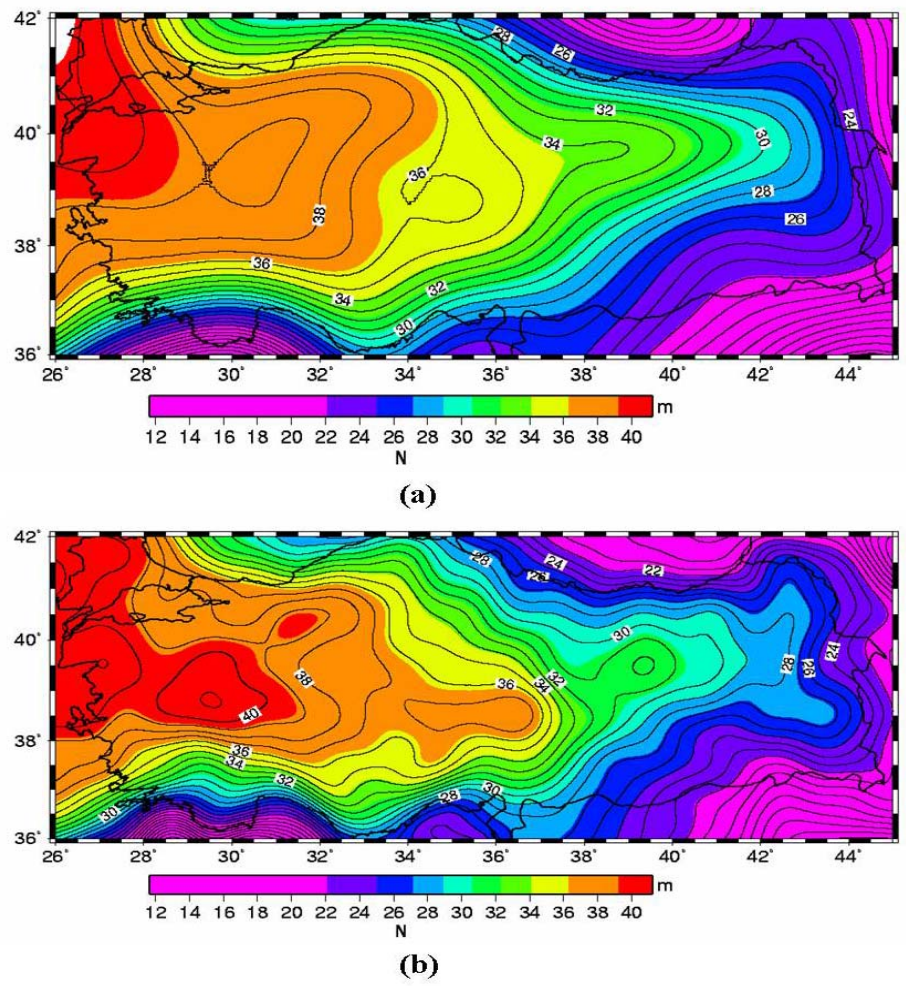


Şekil 5.9: EIGEN-CG03C ve GPS/Nivelman farkları



Şekil 5.10: EGM96 ve GPS/Nivelman farkları

Şekil 5.11 (a)'da EIGEN-CG03C ve (b)'de EGM96 global jeopotansiyel modellerinden elde edilen yükseklik anomalisi haritası görülmektedir. İki modelin görünümlerinden EIGEN-CG03C'nin daha detaylı bir jeoit modelini yansıttığı anlaşılmaktadır.



Şekil 5.11: EIGEN-CG03C ve EGM96 jeoit yükseklikleri

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada öncelikle global jeopotansiyel modellere neden ihtiyaç duyulduğu açıklanmıştır. Çekim potansiyelinin yeryuvarının dışında harmonik olmasının önemi uygulamada ortaya çıkmaktadır. Bu harmoniklik söz konusu potansiyelin küresel harmonik serilerle gösterilebileceği anlamına gelmektedir. Yeryuvarının hem geometrik hem de fiziksel şeklinin belirlenmesinde kullanılan bu modeller küresel harmonik katsayılardan ($\overline{C}_{nm}$, $\overline{S}_{nm}$) oluşur. Katsayılar uydu yörüngelerinin dinamik ve geometrik yöntemlere dayalı analizlerinden ve yersel verilerin kullanımıyla elde edilmektedir. Bu kapsamda küresel harmonik katsayıların sayısal değerlerinin elde edilişinde bazı önemli etkenlerin olduğu görülmektedir. Gravite alanının modellenmesi, yapılan gravite ile ilişkili gözlemlerin yeryuvarının tamamını kapsayacak şekilde yeryuvarına uygun dağılmış olmasını gerektirmektedir.

Global gravite alanının belirlenmesi başlıca üç gözlem türüyle gerçekleştirilmektedir: uydu izleme verileri, yersel gravite ölçüleri (karalarda) ve denizlerde uydu altimetre tekniklerine dayalı gravite anomalileri. Her üç veri türünün de kendi frekans grubuna bağlı olarak güçlü bir gravite sinyalini içermesi beklenir. Ancak geleneksel uydu izleme verilerinde bunun başarıyla gerçekleştirildiğini söylemek güçtür. Kullanılan uyduların yere yeterince yakın olmaması, kutba yakın bir yörüngede uçmaması, gravite alanı içerisindeki dinamik davranışlarının sürekli olarak izlenememesi ve gravite alanının öteki fonksiyonellerinin doğrudan gözlenmesine elverişli olmaması gibi nedenler modellerdeki uydu katkısını sınırlandırmıştır. Gravite alanının çözünürlüğü ve doğruluğunu artırabilmek için özel olarak tasarlanmış uydulara ve yeni ölçme tekniklerine duyulan ihtiyaç, yeni projelerin geliştirilmesine ve uygulamaya geçirilmesine zemin hazırlamıştır. Bu kapsamda 2000 yılında CHAMP ve 2002 yılında GRACE uyduları fırlatılmıştır. Bu uydulara 2007 yılında GOCE uydusunun da katılacağı belirtilmiştir. Uydulardaki gelişmelerle beraber ölçme tekniklerinde de önemli ilerlemeler görülmektedir. Uydudan uyduya ölçme tekniği (SST), ve uydu gravite gradyometresi (SGG) tekniği güncel uydu misyonlarının üstün özelliklerindendir.

Bütün bunların neticesinde belirlenen global jeopotansiyel modellerin başarılarının ölçülmesi ve değişik amaçlar için uygunluğunun araştırılması gravite alanı ile ilgili

çalışmaların bir başka uygulama alanıdır. Global jeopotansiyel modellerin başarısı ve doğruluğu katsayılar ve onların standart sapmaları üzerinden değerlendirilebileceği gibi dış veri kaynaklarıyla yapılan karşılaştırmalardan da anlamlı sonuçlar bulmak sıkça başvurulan yöntemler arasında yer alır. Birinci yöntemde küresel harmonik katsayılar ($\overline{C}_{lm}$ ve $\overline{S}_{lm}$) ve standart sapma değerleriden (σ_{lm}) elde edilen sinyal ve hata derece varyansları kullanılır. Dış doğruluk analizi adını verdiğimiz ikinci yöntemde ise jeopotansiyel modellerden üretilen değerler ile ölçülerek türetilebilen jeoit yüksekliği, gravite anomalisi, gravite bozukluğu ve çekül sapması bileşenleri karşılaştırılır.

Bu çalışmada her iki yönteme dayalı olarak 21 değişik modelin değerlendirilmesi yapılmıştır. İlk yöntemde modeller oluşturulma biçimlerine göre sınıflandırılarak kendi aralarında değerlendirilmiştir. Hesaplanan sinyal ve hata derece varyanslarından birbirlerine göre farklılıkları ve bu farklılığın kaynakları incelenmiştir. Modellerin sinyal güçlerine hata spektrumlarına bakıldığında uydu tekniklerinin model belirlemede çok önemli bir rol oynadığı görülmüştür. Güncel uydu misyonlarından elde edilen modeller geleneksel uydu izleme teknikleriyle belirlenen EGM96 ve OSU91A gibi modellere göre hem sinyal güçleri hem de hata spektrumları açısından çok üstündür. Sadece CHAMP uydusu EGM96 modelinde kullanılan tüm uydulara eşit bir performans sergilemiştir. GRACE uyduları ise tek başına tüm zamanların en iyi uydu modelini ortaya çıkarmaktadır. CHAMP ve GRACE global gravite alanının uzun-dalga boylu bileşenlerinin daha doğru belirlenmesini sağlamakla kalmamış verilerdeki sinyal gücü 170. dereceye kadar izlenebilmiştir. GOCE uydusuyla sinyal gücünün 250-300. derecelerde jeoit yüksekliği cinsinden 1 cm'ye kadar gözlenebileceği değerlendirilmektedir.

Uydu verilerine, altimetre ve gravite verilerinin eklendiği ve katsayı derecesi 360 olan bazı modellerden (EGM96, EIGEN-CG01C, EIGEN-CG03C, EIGEN-GL04C, OSU91A) elde edilen sinyal ve hata derece varyanslarına bakıldığında en iyi modelin EIGEN-GL04C olduğu görülmüştür. Bu sonuç EIGEN-GL04C modelinin katsayılarının tahmini değerlerinin daha doğru olduğunu göstermiştir.

Türkiye için kullanılacak global jeopotansiyel modelin ne olması gerektiği araştırılmıştır. Bunun için 155 adet GPS/Nivelman noktası kullanılmıştır. Global jeopotansiyel modellerden elde edilen yükseklik anomalileri (ζ_{GM}) ile GPS/Nivelman noktalarına ait

yükseklik anomalileri ($\zeta_{GPS/Niv}$) karşılaştırılıp, elde edilen farkların RMS değerleri incelendiğinde (Şekil 5.7 ve Çizelge 5.4) en küçük RMS değerini EIGEN-CG03C modelinin verdiği görülmüştür. EIGEN-CG03C modeli, CHAMP ve GRACE uydu verileri ile altimetre/yüzey gravite verilerinin birleştirilmesinden elde edilmiş, yeni ve yüksek çözünürlüklü bir modeldir. Bundan sonra Türkiye için hesaplanacak jeoit modelinde EIGEN-CG03C modelinin daha iyi katkı sağlayacağı söylenebilir.

GOCE uydusunun fırlatılmasından sonra elde edilecek yeni modeller ile daha iyi sonuçlar alınması beklenmektedir. Bu uydunun verileriyle elde edilecek modellerin de yukarıda gerçekleştirilen analiz işlemlerinden geçirilmesi gerekir. Türkiye için gelecekte hesaplanacak jeoit yüksekliği hesaplarında GOCE verilerini içeren modellerin kullanılmasının daha iyi sonuç vereceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Ayhan, E., (1992), Türkiye Jeoidi-1991 (TG-91), *Harita Dergis*i, 108, 1-15.

Ayhan, M. E., Demir, C., Lenk, O., Kılıçoğlu, A., Aktuğ, B., Açıkgöz, M., Fırat, O., Şengün, Y.S., Cingöz, A., Gürdal, M. A., Kurt, A.İ., Ocak, M., Türkezer, A., Yıldız, H., Bayazıt, N., Ata, M., Çağlar, Y. ve Özerkan, A. (2002) Türkiye Temel GPS Ağı-1999A (TUTGA99A), *Harita Dergisi*, Özel Sayı:16, 69s.

Balmino, G., Perosanz, F., Rummel, R., Sneeuw, N., Sünkel, H. (1999) CHAMP GRACE and GOCE: Mission Concepts and Simulations. *Bolletino di Geofisica Teoria ed Applicata*, 40, 555–563.

Balmino, G. (2001) New space Missions for Mapping the Earth's Gravity Field. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Series IV Physics,* 2 (9): 1353–1359.

Biancale, R., Balmino, G., Lemoine, J. M., Marty, J. C., Moynot, B., Barlier, F., Exertier, P., Laurain, O., Gegout, P., Schwintzer, P., Reigber, Ch., Bode, A., Koenig, R., Massmann, F. H., Raimondo, J. C., Schmidt, R., Zhu, S. Y. (2000) A new Global Earth's Gravity Field Model from Satellite Orbit Perturbations: GRIM5-S1 *Geophysical Research Letters*, 27: 3611–3614.

Drinkwater, M. R., Floberghagen, R., Haagmans, R., Muzi, D. ve Popescu, A. (2003) GOCE: ESA's first Earth explorer core mission. *Space Science Reviews*, (00): 1-14

Engelis, T., Rapp, R. H. ve Tscherning, C. C. (1984) The Precise Computation of Geoid Undulation Differences with Comparison To The Results Obtained From The Global Postioning System", *Geophysical Research Letters*, Vol.1, No.9, 821-824.

Migliaccio F., Reguzzoni M., Sansò, F. (2006) Modelling the Earth gravity field with satellite geodesy methods. XCII Congresso Nazionale SIF - Torino 19 Settembre 2006

Featherstone, W. E. (2002): Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia. *Journal of Geospatial Engineering*, 4(1): 1–19.

Haagmans, I. R. (1991):"Satellite Altimetry: The Ocean Surface as a Link between Oceanography, Geophysics and Geodesy", *Geodetical Info Magazine*, 2:30-34.

Heiskanen W. ve Moritz H. (1984) Fiziksel Jeodezi, Ç: O. Gürkan, KTÜ Matbaası, Trabzon,

Karslıoğlu M. O. (2006): Uydu Gradyometresi ve GOCE uydusu. *Harita Dergisi* (135):26-41.

Kaula, W. M. (1963) Determination of the Earth's gravitational field, *Revs. Geophys.*, 1: 507-552

Kaula, W. M. (1966) Theory of Satellite Geodesy, Blaisdell Publishing Comp., London.

Kearsley, A. H. W. (1986). Data requirements for determining precise relative geoid heights from gravimetry. *J. Geophys. Res.*, 91(B9), 9193–9201.

Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R. G., Pavlis, N. K., Chinn, D. S., Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R.(1998) The development of the joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96, Technical Report NASA/TP-1998-206861, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland

Martinec, Z. (1998) Boundary-value problems for gravimetric determination of a precise geoid, Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 73, Springer Verlag, Berlin.

Rapp, R. H. (1997) Past and future developments in geopotential modelling. In R. Forsberg, M. Feissl, ve R. Dietrich (eds.), *Geodesy on the Move*, , Springer, Berlin, 58–78.

Rummel R., Balmino G., Johannessen J., Visser P., Woodworth P. (2002) Dedicated gravity field missions-principles and aims, *Journal of Geodynamics*, 33, 3-20.

Schwarz, K.P., Sideris, M.G., and Forsberg, R. (1987). Orthometric heights without leveling. *J. Surv. Engrg.*, ASCE, 113(2), 28–40.

Tscherning, C. C., Forsberg, R., and Knudsen, P. (1994): The gravsoft package for geoid determination. proc. 1. continental workshop on the geoid in europe,. Pages 327{334.

Üstün, A. (2001) GPS nivelmanı yardımıyla ortometrik yüksekliklerin elde edilmesine yönelik jeoit belirleme yöntemleri, *YTÜ Dergisi*, 1, 62-82.

Üstün, A. (2006) Gravite alanı belirleme amaçlı uydu misyonları: CHAMP, GRACE, GOCE ve ilk sonuçlar. *Harita Dergisi*. 136, 16-30.

Wenzel, H. (1998): Ultra high degree geopotential models GPM98A, B and C to degree 1800. World Wide Web, http://www1.gik.uni-karlsruhe.de/~wenzel/gpm98abc/gpm98abc.htm.

Zhang, K. F. ve Featherstone W. E. (1997): The stational fit of high degree geopotential models to the gravity field of Australia. *Geomatics Research Australasia* (63): 1-18

İnternet kaynakları

[1] http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/potato/gf-tutorial-1-htm

[2] http:// www-ccar.colarado.edu/asen5050/projects/projects_2002/fehring/gf.html

[3] http://cddisa.gsfc.nasa.gov/926/egm96/doc/S12.HTML

[4] http://www.gfz-potsdam.de/pb1/op/champ/index_CHAMP.html

[5] http://www.csr.utexas.edu/grace/

[6] http://www.esa.int/export/esaLP/goce.html

[7] http://www.altimetry.info/

[8] http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html

[9] http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/potato/gf-tutorial3-Dateien/