İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MALZEME BAKIMINDAN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI İÇİN BİR ARDIŞIK YAKLAŞIM YÖNTEMİ VE BİLGİSAYAR PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Güven ÖZER

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2003

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MALZEME BAKIMINDAN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI İÇİN BİR ARDIŞIK YAKLAŞIM YÖNTEMİ VE BİLGİSAYAR PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Güven ÖZER

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Aralık 2002
Tezin Savunulduğu Tarih : 15 Ocak 2003

Tez Danışmanı : **Prof.Dr. Erkan ÖZER**

Diğer Jüri Üyeleri **Doç.Dr. Mustafa ZORBOZAN (YTÜ)**

Yrd.Doç.Dr. Konuralp GİRGİN (İTÜ)

OCAK 2003

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunulan bu çalışmada, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı varsayımı altında, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiş ve yöntemin pratik uygulamaları için bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Tez çalışmalarım süresince sabır ve hoşgörü ile bilgi ve deneyimlerinden yararlanma fırsatını bana veren danışman hocam Prof. Dr. Erkan ÖZER başta olmak üzere, üzerimde emeği olan bütün hocalarıma en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu güne kadar bana verdikleri maddi manevi destekten dolayı aileme, bilhassa eşime ve oğlum Yusuf 'a teşekkürü borç bilirim.

Ocak 2003 Güven ÖZER

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ **vi**
ŞEKİL LİSTESİ **vii**
SEMBOLLER **ix**
ÖZET **xi**
SUMMARY **xiii**

1. GİRİŞ **1**

1.1. Konu 1
1.2. Yapı Sistemlerinin Düşey Ve Yatay Yükler Altındaki Davranışı 3
1.3. Yapıların Göçme Güvenliklerinin Belirlenmesi 4
1.4. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı 6

2. İÇ KUVVET – ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI **7**

2.1. Genel Bağıntılar 7
2.1.1. Özel haller 9
2.1.2. İç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının elde edilmesi 12
2.2. İdeal Elastoplastik Malzemeden Yapılmış Çubuklar 15
2.2.1. Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisinde çubuklar 16
2.2.2. Dikdörtgen kesitler 16
2.3. Betonarme Çubuklar 23
2.3.1. Eğilme momenti etkisindeki betonarme çubuklar 23
2.3.2. Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki betonarme Çubuklar 25
2.4. Yaklaşık İç Kuvvet - Şekil Değiştirme Bağıntıları 26
2.4.1. Polinom bünye denklemi 26
2.4.2. Hiperbolik bünye denklemi 27
2.4.3. İki doğru parçasından oluşan bünye denklemi 28
2.4.4. Eğrilik – eğilme momenti , normal kuvvet bağıntısının yaklaşık olarak elde edilmesi 28

3. MALZEME BAKIMINDAN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI İÇİN BİR ARDIŞIK YAKLAŞIM YÖNTEMİ **31**

3.1. Varsayımlar 31
3.2. Matris Deplasman Yöntemi 32
3.2.1. Genel 32
3.2.2. Düzlem çubuk sistemlerin matris deplasman yöntemi ile hesabı 33
3.2.2.1. Tanımlar 33
3.2.2.2. Çubukların uç kuvvetleri ile uç deplasmanları arasındaki bağıntılar 34

3.2.2.3. Birim deplasman (rijitlik) matrisleri 35
3.2.2.4. Yükleme matrisleri 35
3.2.2.5. Eksen takımlarının dönüştürülmesi 36
3.2.2.6. Çözümün sağlaması gereken koşullar 37
3.2.2.7. Bilinmeyenler 38
3.2.2.8. Bilinmeyenlerin bulunmasında kullanılan denge denklemleri 38
3.2.2.9. Hesapta izlenen yol 39
3.3. Lineerleştirme Teknikleri 40
3.3.1. Fiktif bünye denklemi 40
3.3.2. Başlangıç teğeti tekniği 41
3.3.3. Başlangıç kirişi tekniği 41
3.3.4. Teğet tekniği 42
3.3.5. Kiriş tekniği 43
3.4. Malzeme Bakımından Lineer Olmayan Sistemlerin Matris Deplasman Yöntemi ile Hesabı 44
3.4.1. Hesapta izlenen yol 44

4. NAPS BİLGİSAYAR PROGRAMI 46

4.1. Programın Amacı ve Kapsamı 46
4.2. Programın Nitelikleri 46
4.2.1. Kesiti değişken çubukların birim deplasman sabitlerinin ve ankastrelik uç kuvvetlerinin hesaplanması 47
4.2.1.1. Birim deplasman sabitlerinin hesaplanması 47
4.2.1.2. Ankastrelik uç kuvvetlerinin bulunması 48
4.2.2. Yöntemin programlanması 48
4.3. NAPS Programının yapısı ve çalışma düzeni 49
4.4. NAPS Programının kullanılması 53
4.4.1. Data Girişi 53
4.4.1.1. Aks bilgileri 53
4.4.1.2. Düğüm noktası bilgileri 54
4.4.1.3. Çubuk enkesit karakteristik bilgileri 55
4.4.1.4. Çubuk bilgileri 56
4.4.2. Statik analizin yapılması 57
4.4.3. Statik analiz sonuçlarının ekranda görülmesi 58
4.4.4. Eğilme momentlerinin kontrolü 85
4.4.5. Göçme yükünün bulunması 58

5. SAYISAL İNCELEMELER 59

5.1. ÖRNEK 1 – Tek Katlı Tek Açıklıklı Çerçeve 59
5.1.1. Hesap adımları 60
5.1.2. Göçme yükünün hesabı 70
5.1.3. Yatay yük parametresi - yatay yer değiştirme eğrisi 70
5.1.4. Elde edilen sayısal sonuçların değerlendirilmesi 72
5.2. ÖRNEK 2 – Altı Katlı İki Açıklıklı Çerçeve 73
5.2.1. Sisteme etkiyen düşey yükler 74
5.2.2. Deprem yüklerinin hesabı 74
5.2.3. Yatay yük parametresi - yatay yer değiştirme eğrisi 78
5.2.4. Elde edilen sayısal sonuçların değerlendirilmesi 78

6. SONUÇLAR **80**

KAYNAKLAR **82**

ÖZGEÇMİŞ **84**

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 5.1 : Yük Parametresi – Yer Değiştirme (P – δ) Değerleri. 71
Tablo 5.2 : Eşdeğer Deprem Yüklerinin Katlara Dağılımı. 75
Tablo 5.3 : En Kesit Karakteristik değerleri. 76

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Yük parametresi – yer değiştirme (P – δ) bağıntıları. 3
Şekil 2.1 : Kesit zorları ve şekil değiştirmeler. 7
Şekil 2.2 : Normal kuvvet – birim boy değişmesi diyagramı. 9
Şekil 2.3 : Eğilme momenti – eğrilik (*M-χ*) diyagramı. 11
Şekil 2.4 : Lineer olmayan malzeme için σ – ε bağıntısı. 12
Şekil 2.5 : Kesitteki gerilme ve şekil değiştirme yayılışları. 13
Şekil 2.6 : İdeal elastoplastik malzemede σ – ε bağıntısı. 16
Şekil 2.7 : Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki kesitlerde gerilme ve birim boy değişmesi yayılışları. 17
Şekil 2.8 : Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki dikdörtgen kesitlerde σ – ε yayılışları. 20
Şekil 2.9 : İdeal elastoplastik malzemeden yapılmış dikdörtgen kesitlerde eğilme momenti, normal kuvvet – eğrilik bağıntısı. 23
Şekil 2.10 : Betonarme kesitlerde eğilme momenti – eğrilik bağıntısı. 24
Şekil 2.11 : Betonda σ – ε bağıntısı. 25
Şekil 2.12 : Polinom eğilme momenti - eğrilik diyagramı. 26
Şekil 2.13 : Hiperbolik bünye denklemi. 27
Şekil 2.14 : İki doğru parçasından oluşan bünye denklemi. 28
Şekil 2.15 : Eğrilik – eğilme momenti, normal kuvvet diyagramının yaklaşık olarak elde edilmesi. 30
Şekil 3.1 : Çubuk eksen takımı (*ij*) 33
Şekil 3.2 : Çubuk uç kuvvetleri. 33
Şekil 3.3 : Çubuk uç deplasmanları. 34
Şekil 3.4 : Ankastrelik uç kuvvetleri. 36
Şekil 3.5 : Eksen takımlarının dönüştürülmesi. 36
Şekil 3.6 : Fiktif bünye denklemi. 40
Şekil 3.7 : Başlangıç teğeti yöntemi. 41
Şekil 3.8 : Başlangıç kirişi tekniği. 42
Şekil 3.9 : Teğet tekniği. 42
Şekil 3.10 : Teğet tekniğinin uygulanması. 43
Şekil 3.11 : Kiriş tekniği. 43
Şekil 4.1 : P_1 = 1 birim yüklemesi. 47
Şekil 4.2 : P_2 = 1 birim yüklemesi. 47
Şekil 4.3 : P_0 yüklemesi. 48
Şekil 4.4 : NAPS programının genel akış diyagramı. 50
Şekil 4.5 : HESAPLA alt programının akış diyagramı. 51
Şekil 4.6 : CHECKMDİAGRAM alt programının akış diyagramı. 52
Şekil 4.7 : Aks bilgileri giriş penceresi. 53
Şekil 4.8 : Düğüm noktası bilgileri giriş penceresi. 54
Şekil 4.9 : Çubuk enkesit karakteristik bilgileri penceresi. 55

Şekil 4.10 : Çubuk bilgileri penceresi. 56
Şekil 5.1 : Sistem geometrisi ve işletme yükleri. 59
Şekil 5.2 : Çubuklarda eğilme momenti – eğrilik (M-χ) diyagramı. 60
Şekil 5.3 : 1.Adım 1.yaklaşım için eğilme momenti diyagramı ve yatay yer değiştirme. 61
Şekil 5.4 : 2.Adım 1.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 62
Şekil 5.5 : 2.Adım 2.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 62
Şekil 5.6 : 2.Adım 3.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 63
Şekil 5.7 : 2.Adım 4.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 63
Şekil 5.8 : 2.Adım 5.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 64
Şekil 5.9 : 3.Adım 1.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 64
Şekil 5.10 : 3.Adım 2.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 65
Şekil 5.11 : 3.Adım 3.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 65
Şekil 5.12 : 4.Adım 3.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 66
Şekil 5.13 : 5.Adım 5.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 66
Şekil 5.14 : 6.Adım 7.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 67
Şekil 5.15 : 7.Adım 7.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 68
Şekil 5.1 : 8.Adım 7.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 68
Şekil 5.17 : 9.Adım 7.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 69
Şekil 5.18 : 10.Adım 6.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 69
Şekil 5.19 : 11.Adım 4.yaklaşım için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 70
Şekil 5.20 : Göçme yükü için eğilme moment diyagramı ve yatay yer değiştirme. 71
Şekil 5.21 : Yatay yük parametresi – yatay yer değiştirme diyagramı. 72

SEMBOL LİSTESİ

$\mathbf{A_o}$	:	Etkin yer ivmesi katsayısı
$\mathbf{A(T_1)}$	:	Birinci doğal titreşim periyoduna ait spektral ivme katsayısı
b	:	Enkesit genişliği
d	:	Enkesit yüksekliği
[d]	:	Düğüm noktalarının yer değiştirme matrisi
dφ/ds	:	Birim dönme, eğrilik
du/ds	:	Birim boy değişmesi
dv/ds	:	Birim kayma açısı
E	:	Elastisite modülü
EF	:	Eksenel rijitlik (uzama rijitliği)
EI	:	Eğilme rijitliği
$\mathbf{EI_f}$	:	Fiktif eğilme rijitliği
F	:	Enkesit alanı
Fi	:	i. Kat kesme kuvveti
G	:	Kayma modülü
M	:	Eğilme momenti
$\mathbf{M_e}$, $\mathbf{M_{L1}}$	:	Elastik sınır momenti
$\mathbf{M_p}$, $\mathbf{M_{L2}}$	:	Kesitin taşıyabileceği en büyük eğilme momenti
$\mathbf{M_{pN}}$	:	N normal kuvveti altında kesitin taşıyabileceği en büyük eğilme momenti
N	:	Normal kuvvet
q	:	Düzgün yayılı yük şiddeti
[q]	:	Düğüm noktalarına etkiyen yüklerin oluşturduğu yük matrisi
$\mathbf{[P_o]}$	:	Yükleme matrisi
$\mathbf{[P_p]}$	:	Plastik şekil değiştirmelerden oluşan yükleme matrisi
R	:	Deprem yükü azaltma katsayısı
[S]	:	Sistem rijitlik matrisi
$\mathbf{S(T_1)}$	:	Spektrum katsayısı
T	:	Kesme kuvveti
$\mathbf{T_1}$	:	Yapının birinci doğal periyodu
$\mathbf{T_A}$, $\mathbf{T_B}$	:	Spektrum karakteristik periyotları
W	:	Mukavemet momenti
$\mathbf{W_p}$	:	Plastik mukavemet momenti
$\mathbf{w_i}$	:	i. kat ağırlığı
I	:	Yapı önem katsayısı
$\mathbf{\Delta_t}$	:	Farklı sıcaklık değişmesi
$\mathbf{\alpha_t}$	:	Sıcaklık genleşme katsayısı
δ	:	Yatay yer değiştirme
ε	:	Birim boy değiştirme
φ	:	Kesitin dönmesi
χ	:	Eğrilik
$\mathbf{\chi_{el}}$	:	Lineer eğilme şekil değiştirmesi

χ_p	:	Lineer olmayan eğilme şekil değiştirmesi
σ	:	Normal gerilme
σ_a	:	Akma gerilmesi
σ_e	:	Emniyet gerilmesi
u	:	Çubuk ekseni doğrultudaki yer değiştirme
v	:	Çubuk eksenine dik doğrultudaki yer değiştirme
P	:	Yük parametresi
P_{B1}	:	Lineer elastik burkulma yükü
P_{B2}	:	Elastoplastik burkulma yükü
P_k	:	Elastoplastik taşıma gücü

MALZEME BAKIMINDAN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI İÇİN BİR ARDIŞIK YAKLAŞIM YÖNTEMİ VE BİLGİSAYAR PROGRAMI

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi olarak sunulan bu çalışmada, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı varsayımı altında, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiş ve yöntemin pratik uygulamaları için bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Altı bölüm halinde sunulan çalışmanın birinci bölümünde, konunun açıklanması ile çalışmanın amacı ve kapsamı yer almaktadır. Bu bölümde, yapı sistemlerinin lineer ve lineer olmayan teorilere göre düşey ve yatay yükler altındaki davranışları açıklanmıştır. Ayrıca yapı sistemlerinin göçme yükleri tanımlanmış, yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılmalarında ve göçme güvenliklerinin belirlenmesinde izlenen yol hakkında bilgi verilmiştir.

İkinci bölüm, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarına ve bu bağıntının elde edilmesine ayrılmıştır. Burada, ideal elastoplastik malzemeden yapılmış çubuklar ve betonarme çubuklar için kesit zorları ile şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar ve akma koşulları elde edilmiştir. İç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları çeşitli basit ve bileşik iç kuvvet durumları için ayrı ayrı incelenmiştir. Ayrıca, iç kuvvet şekil – değiştirme bağıntılarının basit bir şekilde uygulanmasına yardımcı olmak amacıyla, çeşitli yaklaşık iç – kuvvet şekil değiştirme bağıntıları verilmiştir.

Üçüncü bölümde, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı için önerilen bir ardışık yaklaşım yönteminin esasları hakkında bilgi verilmiştir. Bu bölümde, ilk olarak Matris Deplasman Yönteminin esasları açıklanmış ve lineerleştirme teknikleri hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin Matris Deplasman Yöntemi ile hesabı ve göçme yüklerinin bulunması için önerilen ardışık yaklaşım yönteminde izlenen yol açıklanmıştır.

Dördüncü bölümde, malzeme bakımından lineer olmayan düzlem yapı sistemlerinde önerilen ardışık yaklaşım yöntemi ile göçme yükünün bulunması amacıyla geliştirilen NAPS bilgisayar programı tanıtılmıştır. Bu amaçla, ilk olarak programın nitelikleri sunulmuş, yapısı ve çalışma düzeni akış diyagramları ile açıklanmıştır. Daha sonra, programın kullanılmasına ilişkin olarak, giriş bilgilerinin hazırlanması ve sonuçların izlenmesi hakkında bilgi verilmiştir.

Beşinci bölüm sayısal incelemelere ayrılmıştır. Sayısal incelemeler, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olması varsayımı altında, tek katlı tek açıklıklı bir betonarme düzlem çerçeve sistem üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu örnekte sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler altında hesap yapılmış ve sistemin göçme yükü belirlenmiştir. Bölüm sonunda, elde edilen sayısal sonuçlar değerlendirilmiştir.

Altıncı bölüm, bu çalışmada elde edilen sonuçları kapsamaktadır. Çalışmanın başlıca özellikleri, elde edilen sayısal sonuçların topluca değerlendirilmesi ve çalışmanın olası genişleme alanları bu bölümde sunulmuştur.

A METHOD OF SUCCESSIVE APPROXIMATIONS FOR THE ANALYSIS OF MATERALLY NONLINEAR STRUCTURES AND COMPUTER APPLICATIONS

SUMMARY

In this study, which is presented as a Master of Science Thesis, a method of successive approximations is presented for the analysis of materially nonlinear structures under the assumption of spread of yielding. A computer program is developed for the practical applications of the method.

The thesis consists of six chapters. The first chapter covers the description of the subject, aim and scope of the study. Behaviour of structural systems under increasing loads is presented according to linear and nonlinear theories. Additionally, limit loads of structural systems are defined. The procedures followed in determining the collapse safety of structures and the design of the structures for the collapse load are also explained.

The second chapter is devoted to the internal force – deformation relationships and development of these relationships. Yield conditions and internal force - deformation relationships for frame elements made up ideal elastoplastic material and reinforced concrete are obtained. These relationships are separately investigated for various cases such as simple and combined bending. In order to simplify the application of internal force-deformation relationships, several approximate relationships are given.

In the third chapter, fundamentals of the successive approximations method used for the analysis of materially nonlinear systems are described. First, the bases of Method of Matrix Displacement are outlined and linearization techniques applied to the analysis of nonlinear systems are described. Then the calculation procedure of the successive approximations method utilized for the collapse load analysis of structures is explained.

In the fourth chapter, the computer program called NAPS which is developed for calculating the collapse load of materially nonlinear planar structural systems is introduced. First, the features of the program are presented, followed by the structure of program and working scheme illustrated by flow charts. Then the use of the computer program, such as preparation of input data and evaluation of output data, are explained.

The fifth chapter is devoted to numerical example. A single story, single span building frame is selected for numerical applications. In this example, the collapse

load is calculated under constant gravity loads and proportionally increasing lateral loads. In the last section of this chapter the numerical results evaluated.

The sixth chapter covers the conclusions reached in this study. Main features of the study, evaluation of the numerical results and recommendations for future research areas are included in this chapter.

1 GİRİŞ

1.1 Konu

Gerilme – şekil değiştirme bağıntıları orantı sınırı adı verilen bir sınır gerilmenin altında lineer - elastik varsayılan ve yer değiştirmeleri küçük yer değiştirme teorisinin uygulanabileceği kadar küçük olan sistemlere lineer sistemler denilmektedir. Hesabı lineer bir denklem takımının kurulmasını ve çözümünü gerektiren lineer sistemlerde süperpozisyon prensibi geçerli olduğundan güvenlik gerilmesi esasına göre hesap yapılabilmektedir. Güvenlik gerilmesi esasına göre hesapta, işletme yüklerinden meydana gelen gerilmeler sınır gerilmenin bir güvenlik katsayısına bölünmesi ile elde edilen güvenlik gerilmesinden küçük olacak şekilde sistem boyutlandırılır ve böylece orantı sınırına karşı istenen bir güvenlik sağlanmış olur.

Yüksek dayanımlı malzemelerin kullanılması ile narinleşen yapılarda yer değiştirmeler çok kere yeter derecede küçük değildir. Diğer taraftan, gerilmelerin orantı sınırına erişmesi yapının taşıma kapasitesinin sona erdiğini ifade etmemektedir. Çünkü, yapı orantı sınırına karşı gelen yüklerden daha büyük yükleri de taşıyabilir. Yükler artarak göçme yükü adı verilen bir sınır değere ulaşınca yapı göçer; yani kullanılmaz hale gelir. Göçme yapı sisteminin burkulması, kırılması veya büyük yer değiştirme ve plastik şekil değiştirmelerin (betonarme sistemlerde büyük çatlakların) meydana gelmesi şeklinde tanımlanmaktadır. Malzemenin orantı sınırından sonraki taşıma kapasitesinin ve gerekli olan durumlarda geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin göz önüne alınması suretiyle hesaplanan göçme yükü ile orantı sınırına karşı gelen yük arasında sabit bir oran bulunmamaktadır. Bu nedenle, güvenlik gerilmesi esasına göre boyutlandırılan yapıların göçmeye karşı güvenlikleri sabit olmayıp sistemin geometrik özellikleri, malzemenin mekanik özellikleri ve yükleme şekli gibi bazı etkenlere bağlıdır. Yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılmaları veya boyutlandırılan bir

yapının göçmeye karşı güvenliğinin belirlenmesi istendiğinde, lineer olmayan sistem davranışını içeren göçme yükünün hesaplanması gerekmektedir.

Bir yapı sisteminde dış etkilerden oluşan iç kuvvet, şekil değiştirme ve yer değiştirmelerin çözüm olabilmeleri için aşağıdaki üç koşulu sağlamaları gerekir, [1]:

a. denge denklemleri,

b. iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları (bünye denklemleri),

c. geometrik uygunluk koşulları.

Bir yapı sisteminin dış etkiler altındaki davranışının lineer olmaması genel olarak iki sebepten kaynaklanmaktadır :

a. malzemenin lineer elastik olmaması nedeniyle iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının (bünye denklemlerinin) lineer olmaması,

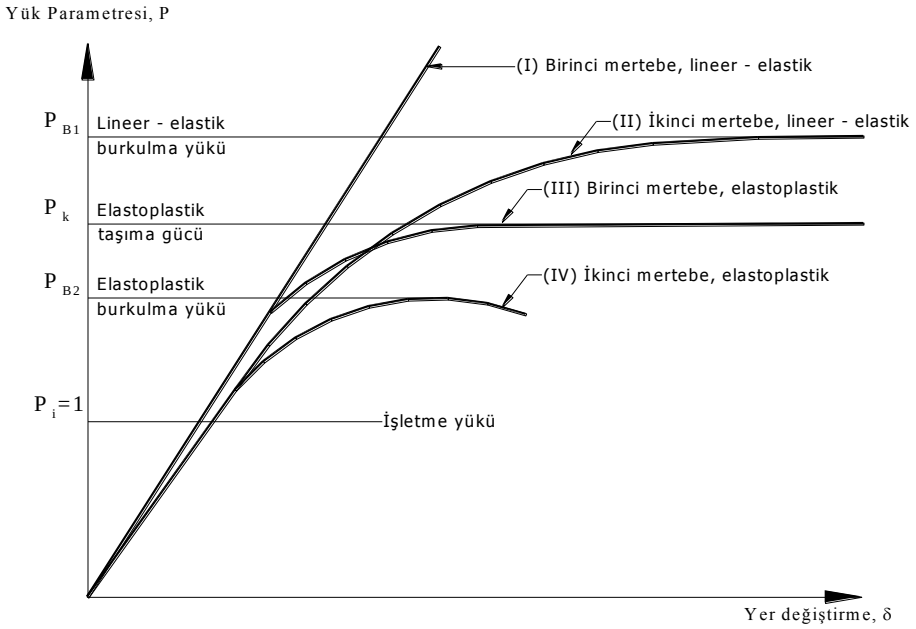
b. geometri değişimlerinin etkisi nedeniyle denge denklemlerinin veya hem denge denklemlerinin hem de geometrik uygunluk koşullarının lineer olmaması, [2].

Malzemenin orantı sınırından sonraki davranışı göz önüne alınarak yapılan hesapta iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları lineer – elastik kabul edilememektedir. Diğer taraftan, geometri değişimlerinin yeter derecede küçük olmaması halinde, denge denklemeleri ve geometrik uygunluk koşulları da lineer değildir. Her üç koşulun da lineer olmadığı bu sistemlere, genel anlamda *lineer olmayan sistemler* denir. Yer değiştirmelerin belirli değerlerden büyük olmasına izin verilmediği yapı sistemlerinde, çok kere geometri değişimlerinin geometrik uygunluk koşullarına etkisi terk edilebileceğinden bu bağıntılar lineer kabul edilebilirler.

Bilindiği gibi, malzemenin lineer olmayan davranışının göz önüne alındığı teoriye *elastoplastik teori,* denge denklemlerinin şekil değiştirmiş eksen üzerinde yazıldığı teoriye *ikinci mertebe teorisi,* lineerliği bozan her iki etkinin birlikte göz önüne alındığı hesap yöntemine ise *ikinci mertebe, elastoplastik teori* denilmektedir.

1.2 Yapı Sistemlerinin Düşey ve Yatay Yükler Altındaki Davranışı

Düşey ve yatay yükler etkisindeki bir yapı sisteminin lineer ve lineer olmayan teorilere göre hesabı ile elde edilen yük parametresi – yer değiştirme (P - δ) bağıntıları Şekil 1.1 de şematik olarak gösterilmişlerdir.



Şekil 1.1 Yük Parametresi – Yer Değiştirme (P – δ) Bağıntıları

Malzemenin sınırsız olarak lineer-elastik kabul edildiği bir yapı sisteminin I. ve II. mertebe teorilerine göre hesabı ile elde edilen (P - δ) bağıntıları Şekil 1.1 de (I) ve (II) ile belirtilmişlerdir. İkinci mertebe teorisine göre hesapta, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi nedeniyle, artan yük parametresine daha hızla artan yer değiştirmeler karşı gelmektedir. Yük parametresi artarak P_{B1} sınır değerine eşit olunca yer değiştirmeler sonsuza erişir ve sistem burkulur. Bu yüke *lineer – elastik burkulma yükü* denir, [3] [8].

Lineer olmayan malzemeden yapılmış sistemlerde, artan yüklerle birlikte iç kuvvetler de artarak bazı kesitlerde lineer - elastik sınırı aşmakta ve bu kesitler dolayında plastik şekil değiştirmeler meydana gelmektedir. Kopma sırasındaki toplam şekil değiştirmelerin, lineer şekil değiştirmelere oranının büyük olduğu sünek malzemeden yapılmış sistemlerde, plastik şekil değiştirmelerin *plastik mafsal* (veya genel anlamda plastik kesit) adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunun dışındaki bölgelerde ise sistemin lineer - elastik davrandığı varsayılabilir, [4]. Bununla beraber, sistemin dış etkiler altındaki gerçek davranışının daha yakından izlenmesi

istendiğinde, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğunun göz önünde tutulması gerekmektedir, [1] , [5] , [6].

Sistem üzerinde sürekli yayılı, lineer olmayan şekil değiştirmelerin göz önüne alındığı bir yapı sisteminin I. mertebe teorisine göre hesabında (Şekil 1.1 de (III) eğrisi), kesitlerden birinin taşıma kapasitesinin sona ermesi sistemin taşıma gücünü yitirdiğini ifade eder. Bu duruma karşı gelen P_K yükü sistemin *elastoplastik taşıma gücü* olarak tanımlanır.

Lineerliği bozan her iki etkinin birlikte göz önüne alınması halinde, yani yapı sisteminin II. mertebe elastoplastik teoriye göre hesabı ile elde edilen P - δ bağıntısı Şekil 1.1 de (IV) eğrisi ile gösterilmiştir. Bu bağıntı ilk kritik kesitte lineer – elastik sınırın aşılmasına kadar (II) eğrisini izlemekte, daha sonra oluşan plastik şekil değiştirmeler nedeniyle yer değiştirmeler daha hızlı olarak artmaktadır. Yükler artarak P_{B2} sınır değerine eşit olunca, P - δ bağıntısı bir maksimumdan geçer. Yapının stabilite yetersizliği nedeniyle göçmesine neden olan bu yük parametresine *elastoplastik burkulma yükü* denir.

Bazı hallerde, dış yükler yukarıda tanımlanan sınır değerlere erişmeden önce, meydana gelen büyük yer değiştirmeler, büyük plastik şekil değiştirmeler ve betonarme sistemlerde büyük çatlaklar yapının göçmesine neden olabilmektedir.

Özellikle betonarme yapılar gibi narinliği büyük olmayan yapı sistemlerinde, çok kere geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkileri terk edilebilecek mertebede kalmakta veya küçük değerler almaktadır. Bu yapı sistemlerinin lineer olmayan teoriye göre hesabında birinci mertebe elastoplastik teorinin uygulanması, buna karşılık ikinci mertebe etkilerinin moment büyütme yöntemi veya benzeri yaklaşık yöntemlerle göz önüne alınması uygun olmaktadır.

1.3 Yapıların Göçme Güvenliklerinin Belirlenmesi

Yapı sistemlerinin dış yükler altındaki gerçek davranışının daha yakından izlenmesine olanak sağlayan lineer olmayan hesap yöntemlerinden uygulamada iki şekilde yararlanılabilmektedir.

a- *Yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılmaları*

Yapı sistemlerinin göçme yükü esasına göre boyutlandırılmasında izlenen genel yol bir ardışık yaklaşım yöntemidir. Her adımı birbirlerini izleyen boyutlandırma ve sistem hesabı aşamalarından oluşan bu yöntemde, düşey ve yatay işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen güvenlik katsayıları ile çarpımından oluşan hesap yükleri sistemin taşıma gücünü aşmayacak şekilde sistemin en kesitleri belirlenir.

Ayrıca,

i- hesap yükleri altında, sistemin göçmesine neden olabilecek büyük yer değiştirmelerin, büyük plastik şekil değiştirmelerin ve betonarme yapılarda büyük çatlakların meydana gelmemesi,

ii- işletme yükleri altındaki yer değiştirmelerin yönetmeliklerin öngördüğü sınır değerleri aşmaması ve gerilmelerin lineer-elastik sınırın altında kalması sağlanır.

b- *Boyutlandırılan yapıların göçme güvenliklerinin belirlenmesi*

Belirli bir yönteme veya yönetmeliğe göre boyutlandırılarak en kesitleri saptanan bir yapının göçme güvenliğinin belirlenmesi için önce lineer olmayan teoriye göre hesap yapılarak sistemin taşıma gücüne karşı gelen düşey ve yatay yükler bulunur. Sonra bu yükler işletme yüklerine oranlanarak göçmeye ait düşey ve yatay yük parametreleri elde edilir. Daha sonra bu değerler yönetmeliklerin öngördüğü güvenlik katsayıları ile karşılaştırılarak yapı güvenliği irdelenir.

Yapıların göçme güvenliği iki şekilde belirlenebilir.

b. 1 - Boyutlandırılan yapı sistemi orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler için hesaplanarak bu yükler için ortak bir göçme güvenliği belirlenir.

b.2 - Önce düşey yükler, bu yükler için öngörülen bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak sisteme etkitilir. Sonra sistem artan yatay yükler için hesaplanarak göçmeye ait yatay yük parametresi belirlenir. Böylece düşey yükler için öngörülen belirli bir güvenlik altında sistemin yatay yük taşıma kapasitesi elde edilir.

Büyük oranda yapı öz ağırlığından oluşan düşey yüklerin daha belirli olduğu, buna karşılık rüzgar ve deprem gibi etkileri temsil eden yatay yüklerin değişme

olasılığının daha fazla olduğu göz önüne alındığında, yukarıdaki (b.2) paragrafında önerilen yolla hesaplanan göçme güvenliğinin daha gerçekçi olduğu görülmektedir.

1.4 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği ve lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı varsayımları altında, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin artan yükler altındaki davranışlarının incelenmesi ve göçme yüklerinin bulunmasıdır.

Bu amaca yönelik olarak, malzeme bakımından lineer olmayan yapı sistemlerinin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntemde, lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniği kullanılmaktadır. Böylece, ardışık yaklaşımın her adımı atalet momenti değişken çubuklardan oluşan bir yapı sisteminin dış yükler ve eşdeğer farklı sıcaklık değişmesi altında hesabına dönüştürülmektedir.

Önerilen ardışık yaklaşım yönteminin düzlem çubuk sistemler üzerindeki sayısal uygulamalarına olanak sağlamak amacıyla bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Programda, eşdeğer lineer sistemin hesabı için, Matris Deplasman Yönteminden yararlanılmaktadır.

Tezin sunuluşunda izlenen yol şu aşamalardan oluşmaktadır.

1. İç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının incelenmesi.
2. Malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesap yöntemleri ile lineerleştirme tekniklerinin gözden geçirilmesi ve her adımında teğet tekniğinin uygulandığı bir ardışık yaklaşım yönteminin önerilmesi.
3. Malzeme bakımından lineer olmayan düzlem çubuk sistemlerin hesabı için geliştirilen genel amaçlı bir bilgisayar programının açıklanması.
4. Düzlem çerçeve sistemler üzerinde sayısal incelemeler.
5. Bu çalışmada elde edilen sonuçların değerlendirilmesi.

2 İÇ KUVVET - ŞEKİLDEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

2. 1 Genel Bağıntılar

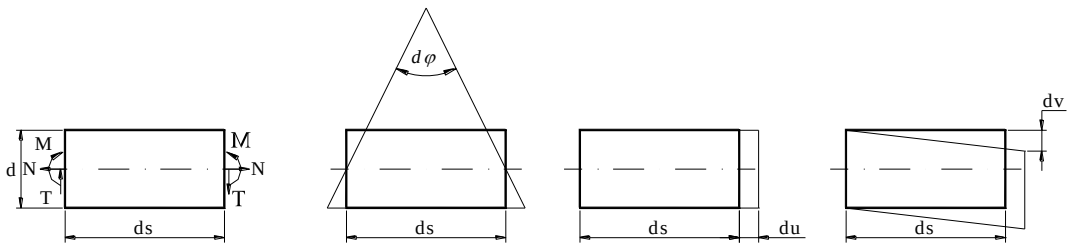
Düzlemi içindeki yüklerin etkisi altında bulunan düzlem çubuk sistemlerde kesit zorları M eğilme momenti, N normal kuvveti ve T kesme kuvvetidir. ds uzunluğundaki bir çubuk elemanın bir yüzünün diğer yüzüne göre göreceli (rölatif) yer değiştirmelerinin kesit zorları doğrultularındaki bileşenleri ise ds elemanının şekil değiştirmeleri olarak tanımlanır. Birim boydaki elemanın şekil değiştirmeleri (birim şekil değiştirmeler), φ kesitin dönmesini, u ve v kesitin çubuk ekseni doğrultusunda ve ona dik doğrultudaki yer değiştirmelerini göstermek üzere

$\frac{d\varphi}{ds} = \chi$:birim dönme (eğrilik)

$\frac{du}{ds}$:birim boy değişmesi

$\frac{dv}{ds} = \gamma$:birim kayma

adını alırlar. Şekil 2.1 de kesit zorları ve şekil değiştirmeler pozitif yönleri ile gösterilmişlerdir.



Şekil 2.1 Kesit Zorları ve Şekil Değiştirmeler

Düzlem çubuk sistemlerde kesit zorları ile birim şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar, genel olarak

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M, N, T) + \frac{\alpha_t \Delta t}{d}$$
$$\frac{du}{ds} = F_2(M, N, T) + \alpha_t t \qquad (2.1)$$
$$\frac{dv}{ds} = F_3(M, N, T)$$

şeklinde yazılabilir. Burada F_1 , F_2 , F_3 malzeme karakteristiklerine ve enkesit özelliklerine bağlı olarak belirlenen lineer olmayan fonksiyonları, t ve Δt sırasıyla kesite etkiyen düzgün ve farklı sıcaklık değişmelerini, d enkesit yüksekliğini, α_t sıcaklık genleşme katsayısını göstermektedir.

Elastik malzemeden yapılmış sistemlerde (2.1) bağıntıları kesit zorları ile şekil değiştirmeler arasında birebir karşılık ifade ettiği halde, elastik olmayan malzemeden yapılmış sistemlerde bir iç kuvvet durumuna birden fazla şekil değiştirme durumu karşı gelebilir.

Kesit zorlarının artarak belirli bir sınır duruma erişmesi halinde kırılma, akma veya büyük şekil değiştirmeler nedeniyle kesitin taşıma gücü sona erer. Kesitin daha büyük kesit zorlarını taşıyamayacağını belirten bu durum, kısaca *kırılma* olarak tanımlanır. Kırılmaya karşı gelen kesit zorlarına da *kesitin taşıma gücü* adı verilir. Kırılma durumunu kesit zorlarına veya şekil değiştirmelere bağlı olarak ifade eden

$$K_1(M,N,T) = 0 \qquad \text{veya} \qquad K_2\left(\frac{d\varphi}{ds}, \frac{du}{ds}, \frac{dv}{ds}\right) = 0 \qquad (2.2)$$

bağıntılarına *kırılma (akma) koşulları* denmektedir.

Uygulamada çok kere karşılaşıldığı gibi, kayma şekil değiştirmeleri eğilme ve uzama şekil değiştirmelerinin yanında terk edilir ve kesme kuvvetinin birim dönme ile birim boy değişmesine etkisi ihmal edilirse, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M, N) + \frac{\alpha_t \Delta t}{d}$$
$$\frac{du}{ds} = F_2(M, N) + \alpha_t t \qquad (2.1')$$
$$\frac{dv}{ds} = \gamma = 0$$

ve kırılma koşulu

$$K_1(M,N) = 0 \qquad veya \qquad K_2\left(\frac{d\varphi}{ds}, \frac{du}{ds}\right) = 0 \qquad (2.2')$$

şeklini alır.

2.1.1 Özel Haller

a- M=0 hali:

Yalnız normal kuvvetin etkisindeki kesitlerde, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = 0$$

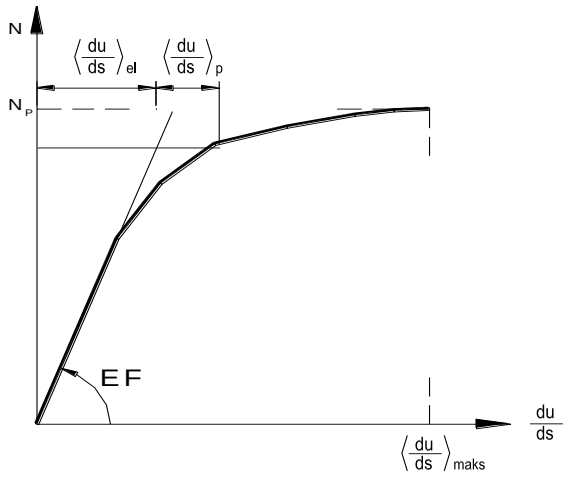
$$\frac{du}{ds} = F_2(N) \qquad (N \le N_p) \qquad (2.3)$$

kırılma koşulu da

$$N - N_p = 0 \quad veya \quad \frac{du}{ds} - \left(\frac{du}{ds}\right)_{maks} = 0 \qquad (2.4)$$

şeklindedir.

Burada N_p kesitin taşıyabileceği en büyük normal kuvveti , $(du/ds)_{maks}$ ise kabul edilebilen en büyük birim boy değişmesini göstermektedir. Şekil 2.2.



Şekil 2.2 Normal Kuvvet – Birim Boy Değişmesi Diyagramı

N ile *du/ds* arasındaki bağıntının başlangıç teğeti ile ordinat ekseni ve eğri arasında kalan $(du/ds)_{el}$ ve $(du/ds)_p$ şekil değiştirmeleri lineer ve lineer olmayan şekil değiştirmeler adını alırlar. (2.3) ifadesinde birim boy değişmesinin lineer ve lineer olmayan bileşenleri yerine konur ve

$$\left(\frac{du}{ds}\right)_{el} = \frac{N}{EF} \qquad (EF : \text{uzama rijitliği})$$

olduğu göz önünde tutulursa

$$\frac{du}{ds} = \frac{N}{EF} + \left(\frac{du}{ds}\right)_P \qquad (2.3')$$

elde edilir.

b- N=0 hali :

Kesite etkiyen normal kuvvetin sıfır olması özel halinde, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M) \qquad (M \le M_p) \qquad , \qquad \frac{du}{ds} = 0 \qquad (2.5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada eğilme momentinden oluşan *(du/ds)* uzama şekil değiştirmeleri terk edilmektedir.

Yalnız eğilme momenti ile zorlanan kesitlerdeki kırılma koşulu ise

$$M - Mp = 0 \text{ veya} \qquad \frac{d\varphi}{ds} - \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)_{maks} = 0 \qquad (2.6)$$

bağıntıları ile ifade edilir. Burada *Mp* kesitin taşıyabileceği en büyük eğilme momentini, $(d\varphi/ds)_{maks}$ ise ona karşı gelen en büyük birim dönmeyi göstermektedir.

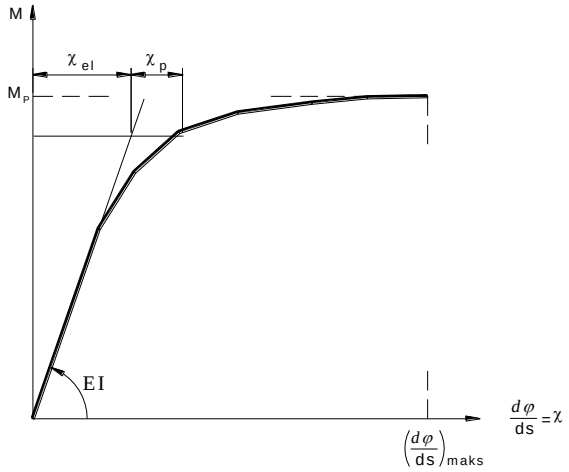
Şekil 2.3 de görülen *M*-χ diyagramının başlangıç teğeti ile ordinat ekseni ve eğri arasında kalan χ_{el}, χ_p şekil değiştirmelerine sırasıyla lineer ve lineer olmayan eğilme şekil değiştirmeleri (eğrilikler) denir. (2.5) ifadesi, eğriliğin lineer ve lineer olmayan bileşenleri cinsinden yazılır ve

$$\chi_{el} = \frac{M}{EI} \qquad \textit{(EI : eğilme rijitliği)}$$

olduğu göz önünde tutulursa, M-χ bağıntısı için

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = \frac{M}{EI} + \chi_p \qquad (2.5')$$

elde edilir.



Şekil 2.3 Eğilme Momenti – Eğrilik (M-χ) Diyagramı

Kırılma sırasındaki toplam şekil değiştirmenin lineer şekil değiştirmeye oranına *süneklik (düktilite) oranı* denilmektedir. Bu oranın büyük değerleri kesitin süneklik özelliğini, küçük değerleri ise gevreklik özelliğini ifade eder.

Normal kuvvetlerin *Np* sınır değerine oranla küçük olduğu yapı elemanlarında normal kuvvet ile birim boy değişmesi arasındaki bağıntı lineer bölgede kalmakta, ayrıca normal kuvvetin eğilme momenti – eğrilik bağıntısına etkisi terk edilebilecek kadar küçük olmaktadır. Böyle hallerde iç kuvvet-şekil değiştirme bağıntıları için, yaklaşık olarak

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M) + \frac{\alpha_t \Delta t}{d}$$

$$\frac{du}{ds} = \frac{N}{EF} + \alpha_t t \qquad (2.7)$$

ifadeleri de kullanılabilmektedir.

2.1.2 İç Kuvvet – Şekil Değiştirme Bağıntılarının Elde Edilmesi

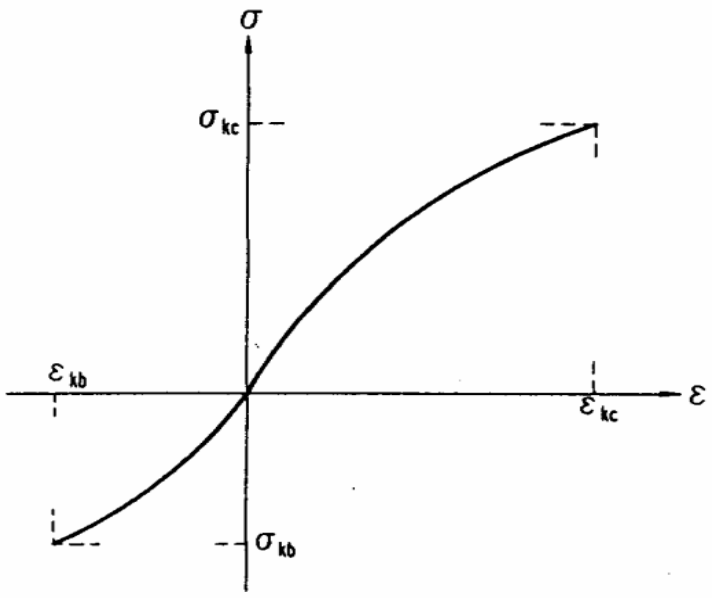
Aşağıda, lineer olmayan malzemeden yapılmış homojen kesitler için kesit zorları ile şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar çıkarılacaktır, [7]. Bağıntıların elde edilmesinde yapılan başlıca varsayımlar şunlardır :

a - çubuk elemanın en az bir simetri düzlemi vardır ve kesit zorları bu düzlemde etkimektedir,

b - düzlem kesit şekil değiştirdikten sonra da düzlem kalmaktadır (Bernoulli-Navier hipotezi),

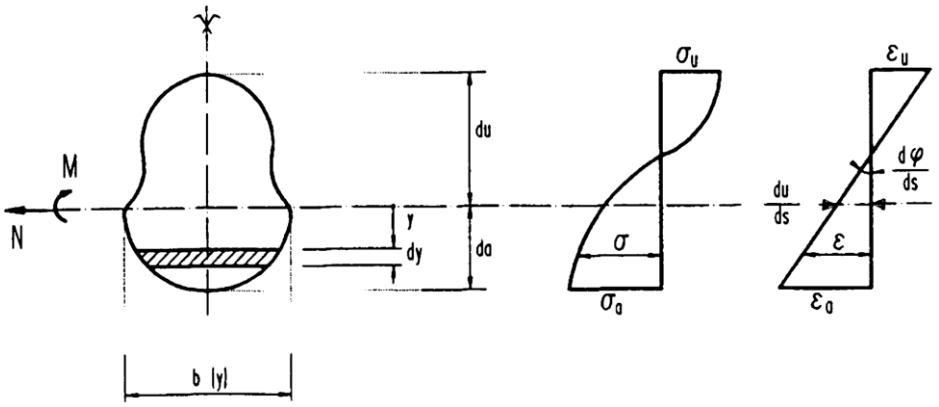
c - çubuk elemanın iki boyutu uzunluğunun yanında yeter derecede küçüktür. Dolayısıyla, kesme kuvvetinin eğilme ve uzama şekil değiştirmelerine etkisi terk edilebilmektedir.

σ-ε bağıntısı Şekil 2.4 de verilen, lineer olmayan malzemeden yapılmış bir kesitte M eğilme momenti ve N normal kuvvetinden meydana gelen $(d\varphi / ds)$ birim dönmesi ve (du / ds) birim boy değişmesi tayin edilecektir. σ-ε diyagramından görüldüğü gibi, malzemenin çekme ve basınç dayanımlarının birbirinden farklı olduğu hesaba katılmaktadır.



Şekil 2.4 Lineer Olmayan Malzeme İçin σ - ε Bağıntısı

Kesit zorlarından dolayı, kesitte meydana gelen gerilme ve şekil değiştirme yayılışları Şekil 2.5 te gösterilmiştir.



Şekil 2.5 Kesitteki Gerilme ve Şekil Değiştirme Yayılışları

Kesite ait moment ve izdüşüm denge denklemleri

$$M = \int_{-du}^{da} \sigma \; y \; dF$$

$$N = \int_{-du}^{da} \sigma \; dF \qquad (2.8)$$

şeklindedir. Buradaki σ gerilmesi , ε boy değişmesine bağlı olarak

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) \qquad (2.9)$$

fonksiyonu ile verilmiştir. Diğer taraftan kesitteki ε yayılışı doğrusaldır ve ($d\varphi/ds$) birim dönmesi ile kesitin ağırlık merkezinden geçen yatay eksen üzerindeki (du/ds) birim boy değişmesine bağlı olarak

$$\varepsilon(y) = \frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds} y \qquad (2.10)$$

şeklinde yazılabilir.

$\varepsilon(y)$ boy değişmesinin yukarıdaki ifadesi $\sigma(\varepsilon)$ fonksiyonunda yerine konur ve dF alan elemanının

$dF = b(y)\, dy$

olduğu göz önünde tutularak (2.8) denge denklemleri yeniden yazılırsa

$$M = \int_{-du}^{da} \sigma \left(\frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds} y \right) b(y)\, y dy$$

$$N = \int_{-du}^{da} \sigma \left(\frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds} y \right) b(y)\, dy \qquad (2.8')$$

elde edilir.

Kesit zorları ile şekil değiştirmeler arasındaki bağıntıların sayısal olarak elde edilebilmesi için (*dφ/ds*) ve (*du/ds*) şekil değiştirmelerine çeşitli değerler verilerek yukarıdaki integrallerin doğrudan doğruya veya sayısal integrasyon yoluyla hesaplanması gerekmektedir.

Bazı özel malzemeler ve enkesit şekilleri için (2.8) denklemlerinden *(dφ/ds)* ve *(du/ds)* çözülerek, şekil değiştirmeler ile kesit zorları arasındaki

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M, N)$$

$$\frac{du}{ds} = F_2(M, N) \qquad (2.11)$$

kapalı bağıntıları doğrudan doğruya da tayin edilebilir.

M ve *N* nin artan değerleri için alt veya üst liflerdeki gerilmeler ve birim boy değişmeleri artarak kendilerine ait sınır değerlere erişince, yani

$$\sigma_{maks} - \sigma_{kç} = 0, \quad \left(\frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds} y \right)_{maks} - \varepsilon_{kç} = 0 \qquad (2.12a)$$

veya

$$\sigma_{\min} - \sigma_{kb} = 0, \quad \left(\frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds} y \right)_{\min} - \varepsilon_{kb} = 0 \qquad (2.12b)$$

koşullarından biri sağlanınca kesitin taşıma gücü sona erer. Kırılma olarak tanımlanan bu durumu gerilmeler ve birim boy değişmeleri cinsinden ifade eden

(2.12) bağıntıları kesit zorlarına ve şekil değiştirmelere bağlı olarak yazılırsa

$$K_1(M,N) = 0 \qquad veya \qquad K_2\left(\frac{d\varphi}{ds}, \frac{du}{ds}\right) = 0 \qquad (2.2')$$

kırılma (akma) koşulları elde edilir.

Kesite etkiyen eğilme momenti veya normal kuvvetten birinin sıfır olması özel hallerinde, (2.8') denge denklemleri sırasıyla

M=0 için

$$N = \int_{-du}^{da} \sigma\left(\frac{du}{ds}\right) b(y)\, dy \qquad (2.8"a)$$

N=0 için

$$M = \int_{-du}^{da} \sigma\left(\frac{d\varphi}{ds} y\right) b(y)\; y\; dy \qquad (2.8"b)$$

şeklini alırlar.

Yukarıda lineer olmayan malzemeden yapılmış kesitler için genel olarak çıkarılan iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları elastik sistemlerde birebir karşılık ifade ederler. Elastoplastik malzemeden yapılmış sistemlerde ise bir iç kuvvet durumuna birden fazla şekil değiştirme durumu karşı geleceğinden, yüklemenin her küçük adımında, kesitteki gerilme yayılışına ait ε birim boy değişmelerinin bilinmeleri gerekmektedir. Ancak, yüklemenin başlangıcından itibaren kesit zorları daima aynı yönde değişiyorsa veya en azından bu koşul kesit zorlarının önemli olduğu bölgelerde sağlanıyorsa iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntısının yalnız yükleme eğrisini izleyeceği söylenebilir. Bu durumda, elastik sistemler için elde edilen bünye denklemleri yukarıdaki koşulları sağlayan elastoplastik sistemlere de uygulanabilmektedir.

2.2 İdeal Elastoplastik Malzemeden Yapılmış Çubuklar

Bu bölümde, ideal elastoplastik malzemeden yapılmış çubuklarda kesit zorları ile şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar ve akma koşulları elde edilecektir.

Bağıntıların çıkarılması sırasında, Bölüm 2.1.2 deki genel varsayımlarla birlikte, ideal elastoplastik malzemenin tanımı uyarınca

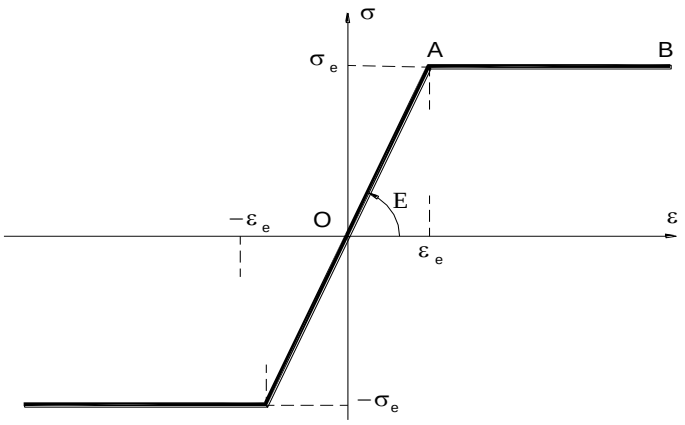
a- $\sigma - \varepsilon$ diyagramının

OA: $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$ *için* $\sigma = E\varepsilon$ *(E : Elastisite modülü)*

AB: $\varepsilon \leq \varepsilon_e \leq \infty$ *için* $\sigma = \sigma_e$

şeklinde iki doğru parçasından oluştuğu, (Şekil 2.6)

b- çekme ve basınç yüklemeleri altında malzemenin aynı özellikleri gösterdiği göz önünde tutulacaktır.



Şekil 2.6 İdeal Elastoplastik Malzemede σ-ε Bağıntısı

2.2.1 Eğilme Momenti ve Normal Kuvvet Etkisindeki Çubuklar

Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki, ideal elastoplastik malzemeden yapılmış çubuklarda kesit zorlarının değerlerine bağlı olarak üç farklı gerilme yayılışı meydana gelebilir, Şekil 2.7

Kesit zorlarının küçük değerleri için şekil değiştirmeler lineer - elastiktir. Bütün liflerdeki gerilmelerin σ_e akma gerilmesine eşit veya daha küçük olduğu bu duruma ait iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları lineer - elastik teoriden bilindiği gibi

$$\frac{du}{ds} = \frac{N}{EF} \qquad (2.13)$$

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = \frac{M}{EI} \qquad (2.14)$$

şeklindedir. Eğilme momenti ve normal kuvvet artarak

$$\frac{N}{N_e} + \frac{M}{M_e} = 1 \qquad (2.15)$$

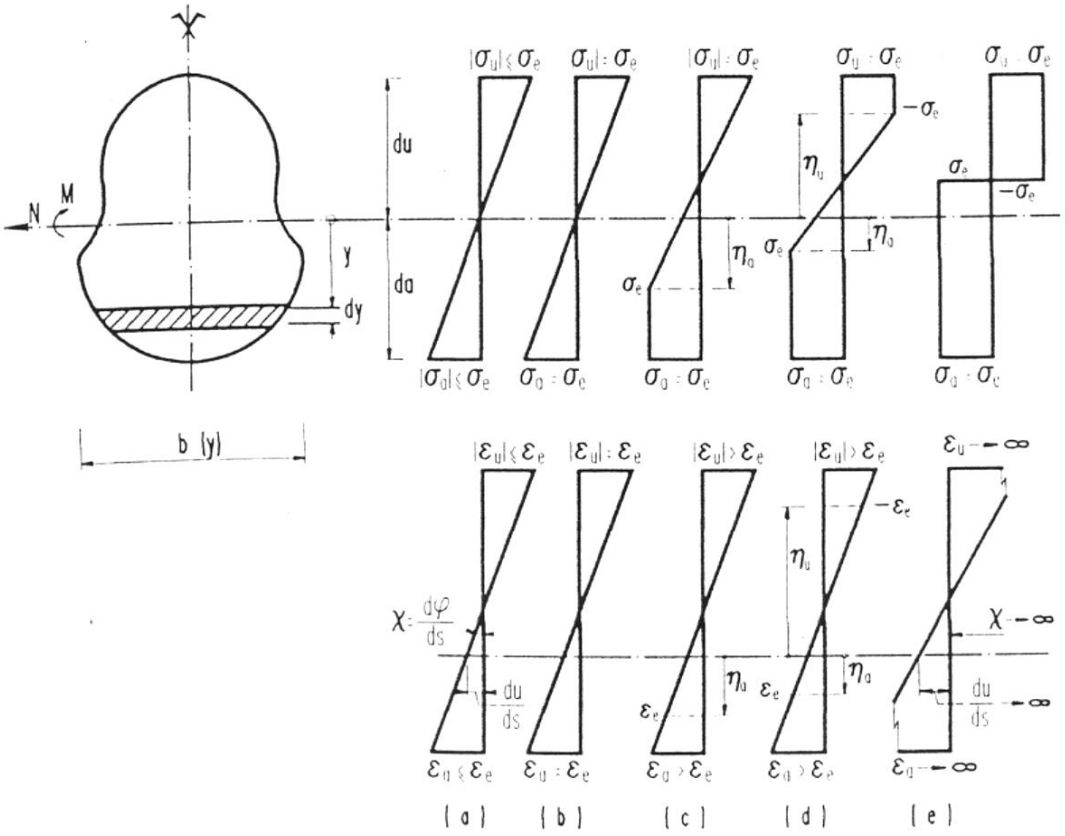
bağıntısının tanımladığı sınır duruma erişince alt ve üst kenar liflerin birinde $\sigma = \sigma_e$ olur ve birinci gerilme yayılışı sona erer, Şekil 2.7.

Bu bağıntıda M_e ve N_e terimleri kesitin lineer – elastik olarak taşıyabileceği en büyük eğilme momenti ile normal kuvveti göstermektedirler ve

$$M_e = \sigma_e W \qquad (W : \text{Mukavemet momenti})$$

$$Ne = \sigma_e F \qquad (F : \text{Enkesit Alanı}) \qquad (2.16)$$

bağıntıları ile hesaplanırlar.



Şekil 2.7 Eğilme Momenti ve Normal Kuvvet Etkisindeki Kesitlerde Gerilme ve Birim Boy Değişmesi Yayılışları

Kesit zorlarının daha büyük değerleri için, önce alt veya üst kenar liflerin birinde, sonra her iki kenar lifte plastik şekil değiştirmeler meydana gelir.

Bu iki duruma ait gerilme yayılışları, genel olarak

$$\begin{array}{lll} y < -\eta_u & için & \sigma = -\sigma_e \\ -\eta_u \le y \le \eta_a & için & \sigma = E\ \varepsilon(y) \\ y > \eta_a & için & \sigma = \sigma_e \end{array} \qquad (2.17)$$

şeklinde ifade edilirler.

ε birim boy değişmesinin

$$\varepsilon(y) = \frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds}\, y \qquad (2.10)$$

olduğu göz önünde tutularak, σ nın (2.17) deki değerleri

$$N = \int \sigma\ dF = \int_{-du}^{da} \sigma\ b(y)\ dy \qquad (2.18)$$

$$M = \int \sigma\ y\ dF = \int_{-du}^{da} \sigma\ b(y)\ y\ dy$$

izdüşüm ve moment denge denklemlerinde yerine konursa, kesit zorları için

$$N = -\sigma_e \int_{-d_u}^{-\eta_u} b(y)\ dy + E \int_{-\eta_u}^{\eta_a} \left(\frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds}\, y \right) b(y)\ dy + \sigma_e \int_{\eta_a}^{d_a} b(y)\ dy \qquad (2.19)$$

$$M = -\sigma_e \int_{-d_u}^{-\eta_u} b(y)\ y\ dy + E \int_{-\eta_u}^{\eta_a} \left(\frac{du}{ds} + \frac{d\varphi}{ds}\, y \right) b(y)\ y\ dy + \sigma_e \int_{\eta_a}^{d_a} b(y)\ y\ dy$$

elde edilir.(2.19) ifadesindeki η_u ve η_a , plastik şekil değiştirmelerin başladığı üst ve alt liflerin kesitin ağırlık merkezinden geçen yatay eksene olan uzaklıklarını göstermektedirler ve kesitin şekil değiştirmelerine bağlı olarak

$$\eta_u = \frac{\varepsilon_e + \dfrac{du}{ds}}{\dfrac{d\varphi}{ds}} \quad , \quad \eta_a = \frac{\varepsilon_e - \dfrac{du}{ds}}{\dfrac{d\varphi}{ds}} \qquad (2.20)$$

formülleri ile tayin edilirler.

η_u ve η_a nın (2.20) deki ifadeleri (2.19) denge denklemlerinde yerlerine konarak integraller hesaplanır ve *(du / ds) , (dφ / ds)* yalnız bırakılırsa kesitin elastoplastik şekil değiştirmesine karşı gelen

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M, N)$$

$$\frac{du}{ds} = F_2(M, N) \qquad (2.11)$$

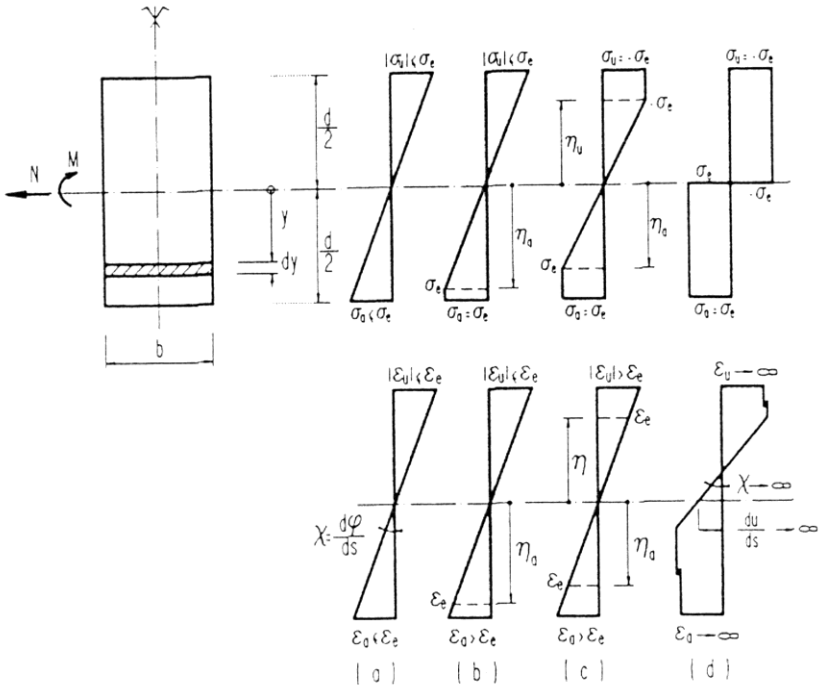
bağıntıları elde edilir. Kesit tesirleri daha da artarak $K_1(M,N) = 0$ akma şartının belirlediği sınır değerlere eşit olunca şekil değiştirmeler sonsuza ulaşır; yani kesit akar, Şekil 2.7e.

Kesite etkiyen normal kuvvetin veya eğilme momentinin sıfır olması özel hallerinde, (2.19) bağıntılarında sırasıyla $N = 0$ veya $M = 0$ yazılarak bu hallere ait iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının elde edilebileceği açıkça görülmektedir.

Yukarıda elde edilen ifadelerde, eğilme momentinin alt liflerde uzama meydana getirecek yönde olduğu göz önünde tutulmuştur, Şekil 2.7 . Eğilme momentinin ters yönde etkimesi halinde, (2.19) ve (2.20) bağıntılarındaki *u* ve *a* indisleri yer değiştirmekte ve *y* ekseni yön değiştirmektedir.

2.2.2 Dikdörtgen Kesitler

Bu bölümde, ideal elastoplastik malzemeden yapılan ve eğilme momenti ile normal kuvvet etkisinde olan dikdörtgen kesitlere ait iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları elde edilecektir. Bağıntılar elde edilirken, kesit zorlarının artan değerleri için, birbirinden farklı üç gerilme yayılışının meydana geldiği göz önünde tutulacaktır, Şekil 2.8.



Şekil 2.8 Eğilme Momenti ve Normal Kuvvet Etkisindeki Dikdörtgen Kesitlerde σ-ε Yayılışları

Şekil değiştirmelerin lineer – elastik olduğu birici gerilme yayılışı için *M* ve *N* ile *dφ/ds* ve *du/ds* arasında

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\varphi}{ds} &= \chi = \frac{M}{EI} \\ \frac{du}{ds} &= \frac{N}{EF} \end{aligned}\right\} \qquad \frac{M}{M_e} + \frac{N}{N_e} - 1 \le 0 \qquad (2.21)$$

bağıntıları yürürlüktedir, Şekil 2.8a.

Kenar liflerden birinde plastik şekil değiştirmelerin başladığı ikinci durumda, kesite ait denge denklemleri

$$N = \int \sigma \, dF = N_e - \frac{1}{2} E \frac{d\varphi}{ds} b \left(\frac{d}{2} + \eta_a \right)^2$$

$$M = \int \sigma \, y \, dF = \frac{1}{6} E \frac{d\varphi}{ds} b \left(\frac{d}{2} + \eta_a \right)^2 (d - \eta_a) \qquad (2.22)$$

şeklindedir. Şekil 2.8b. Bu denklemlerde

$$\eta_a = \frac{\varepsilon_e - \dfrac{du}{ds}}{\dfrac{d\varphi}{ds}} \qquad (2.20')$$

olduğu göz önünde tutularak $d\varphi/ds$ ve du/ds çözülürse

$$\left.\begin{aligned} \chi = \frac{d\varphi}{ds} &= \frac{4}{9}\frac{M_e}{EI}\frac{\left(1-\dfrac{N}{N_e}\right)^3}{\left(1-\dfrac{N}{N_e}-\dfrac{M}{3M_e}\right)^2} \\ \frac{du}{ds} &= \frac{N_e}{EF}\left[1-\frac{\dfrac{8}{9}\left(1-\dfrac{N}{N_e}\right)^2\left(1-\dfrac{N}{N_e}-\dfrac{M}{2M_e}\right)}{\left(1-\dfrac{N}{N_e}-\dfrac{M}{3M_e}\right)^2}\right] \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\frac{M}{M_e}+\frac{N}{N_e}-1\le 0 \\ &\frac{M}{M_e}+\frac{N}{N_e}\left(2\frac{N}{N_e}-1\right)-1\le 0 \end{aligned} \qquad (2.23)$$

bağıntıları elde edilir.

Diğer kenar lifteki şekil değiştirmelerin artarak akma sınırına erişmesi, yani

$$\varepsilon_u = \frac{du}{ds} - \frac{d\varphi}{ds}\frac{d}{2} = -\varepsilon_e \qquad (2.24)$$

olması halinde ikinci gerilme yayılışı da sona erer. (2.24) koşulunda $d\varphi/ds$ ve du/ds terimlerinin ifadeleri yerine konur ve gerekli kısaltmalar yapılırsa, (2.23) denklemlerinin uygulanabileceği üst sınırı veren

$$\frac{M}{M_e}+\frac{N}{N_e}\left(2\frac{N}{N_e}-1\right)-1\le 0 \qquad (2.25)$$

bağıntısı bulunur.

Kesit zorlarının daha büyük değerleri için iki kenar lifte de plastik şekil değiştirmeler oluşur, Şekil 2.8c. Bu gerilme yayılışı için

$$N = \int \sigma\, dF = -\sigma_e\, b\, (\eta_a - \eta_u) \qquad (2.26)$$

$$M = \int \sigma \; y \; dF = \sigma_e \; b \left[\left(\frac{d^2}{4} - \eta_a^{\,2} \right) + \frac{1}{3} (\eta_a + \eta_u)(2\eta_a - \eta_u) \right]$$

denge denklemlerinde η_u ve η_a nın

$$\eta_u = \frac{\varepsilon_e + \dfrac{du}{ds}}{\dfrac{d\varphi}{ds}} \quad , \quad \eta_a = \frac{\varepsilon_e - \dfrac{du}{ds}}{\dfrac{d\varphi}{ds}} \qquad (2.20)$$

değerleri yerine konarak $d\varphi/ds$ ve du/ds yalnız bırakılırsa

$$\left.\begin{aligned} \chi = \frac{d\varphi}{ds} &= \frac{M_e}{\sqrt{3}EI} \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2M}{3M_e} - \left(\dfrac{N}{N_e} \right)^2}} \\ \frac{du}{ds} &= \frac{N_e}{\sqrt{3}EF} \frac{\dfrac{N}{N_e}}{\sqrt{1 - \dfrac{2M}{3M_e} - \left(\dfrac{N}{N_e} \right)^2}} \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} &\frac{M}{M_e} + \frac{N}{N_e}\left(2\frac{N}{N_e} - 1 \right) - 1 \geq 0 \\ &\frac{2M}{3M_e} + \left(\frac{N}{N_e} \right)^2 - 1 \leq 0 \end{aligned} \qquad (2.27)$$

elde edilir.

(2.27) bağıntısından görüldüğü gibi, kesit tesirleri artarak

$$\frac{2M}{3M_e} + \left(\frac{N}{N_e} \right)^2 = 1 \qquad (2.28)$$

sınır değerine erişince şekil değiştirmeler sonsuza gider ve kesit akar. Dikdörtgen kesitler için akma (kırılma) şartını ifade eden (2.28) denklemi

$$M_p = \frac{3}{2} M_e \qquad \text{ve} \qquad N_p = N_e \qquad (2.29)$$

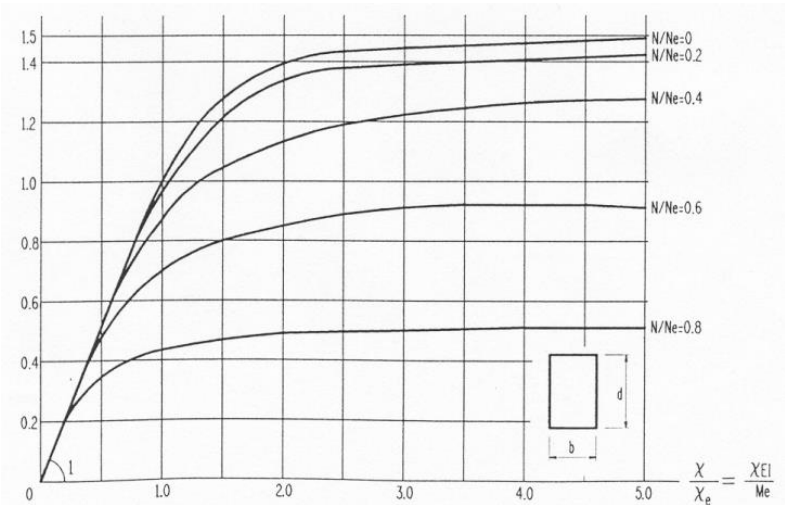
olduğu göz önünde tutularak

$$\frac{M}{M_p} + \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 - 1 = 0 \qquad (2.28')$$

şeklinde yazılabilir.

Burada M_p ve N_p, sırasıyla kesitin elastoplastik olarak taşıyabileceği en büyük eğilme momentini ve normal kuvveti göstermektedir.

(2.21) , (2.23) ve (2.27) bağıntılarından yararlanarak çizilen $\chi = F_1\ (\ M\ ,\ N\ )$ diyagramı Şekil 2.9 da görülmektedir.



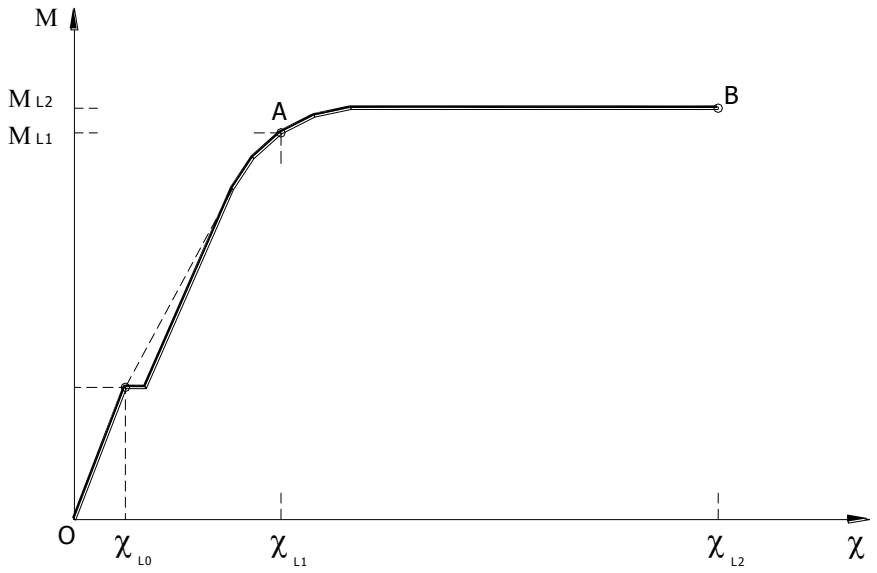
Şekil 2.9 İdeal Elastoplastik Malzemeden Yapılmış Dikdörtgen Kesitlerde Eğilme Momenti, Normal Kuvvet – Eğrilik Bağıntısı

2.3 Betonarme Çubuklar

2.3.1 Eğilme Momenti Etkisindeki Betonarme Çubuklar

Eğilme momenti ile zorlanan betonarme çubuk elemanlarda eğilme momenti – eğrilik bağıntısı üç ayrı bölgeden oluşmaktadır, Şekil 2.10. Bu bölgeleri sınırlayan L_0, L_1 ve L_2 noktalarına karşı gelen durumlar aşağıda açıklanmıştır.

L_0 : Betonarme kesittin dış çekme lifinde çatlakların başladığı durumdur. Dış çekme lifindeki normal gerilme betonun çekme dayanımına eşit olunca betonda çatlaklar meydana geldiği kabul edilmektedir.



Şekil 2.10 Betonarme Kesitlerde Eğilme Momenti – Eğrilik Bağıntısı

Eğilme momenti etkisindeki kesitlerde betonun çekme dayanımı

$$\sigma_{ç} = 2\sqrt{\sigma_b} \qquad (\sigma_b : \text{betonun prizma dayanımı}) \qquad (2.30)$$

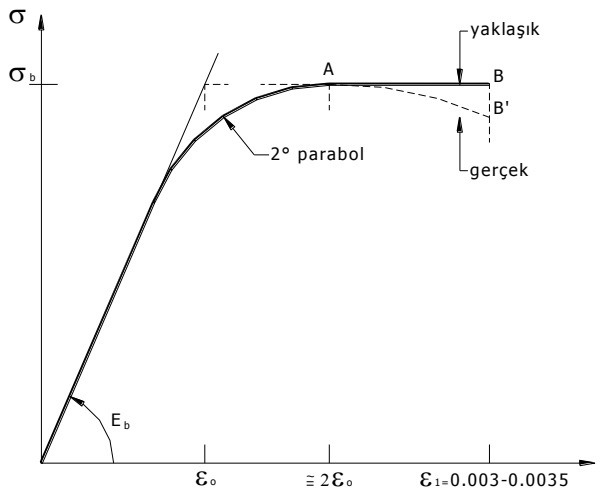
formülü ile hesaplanabilir.

L_0 çatlama noktasına karşı gelen M_{L0} eğilme momentinin tayininde, beton kesitin homojen olduğu, şekil değiştirdikten sonra düzlem kaldığı kabul edilmekte ve betonun σ - ε bağıntısı lineer – elastik olarak alınabilmektedir.

L_1 : Çekme donatısında veya betonun dış basınç lifinde plastik şekil değiştirmelerin başlamasına karşı gelir. Plastik şekil değiştirmelerin betonda $\varepsilon \approx 0.002$ değerinde, çelikte ise akma sınırında başladığı varsayılmaktadır.

M_{L1} eğilme momentinin bulunmasında betonun çekme dayanımı hesaba katılmaz. Ayrıca kesitin düzlem kaldığı ve beton için Şekil 2.11 de OAB eğrisi ile verilen σ - ε bağıntısının geçerli olduğu göz önünde tutulur.

L_2 : Eğilme momenti artarak kesitin taşıma gücü adı verilen $M_{L2} = M_P$ plastik moment değerine eşit olunca basınç bölgesindeki beton ezilerek kırılır veya çekme donatısı kopar.



Şekil 2.11 Betonda σ - ε Bağıntısı

Eğilme momenti etkisindeki betonarme çubuk elemanlara ait iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının ve bu bağıntıları tanımlayan M_{L1}, M_{L2}, χ_{L1}, χ_{L2} değerlerinin nasıl belirleneceği kaynak [7] de ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.3.2 Eğilme Momenti ve Normal Kuvvet Etkisindeki Betonarme Çubuklar

Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki betonarme çubuk elemanlara ait

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi = F_1(M, N)$$
$$\frac{du}{ds} = F_2(M, N) \qquad (2.11')$$

iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları, basit eğilme halindeki M – χ bağıntısı gibi üç ayrı bölgeden oluşmaktadır. Bu bölgeleri sınırlayan L_0, L_1, L_2, noktalarının tanımları Bölüm 2.3.1 de açıklanmıştır.

Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki betonarme çubuk elemanlara ait iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının ve taşıma gücünün nasıl elde edileceği kaynak [7] de ayrıntılı olarak açıklanmış ve dikdörtgen kesitlerde normal kuvvet oranının çeşitli değerleri için çizilen M-χ diyagramları verilmiştir.

2.4 Yaklaşık İç Kuvvet – Şekil Değiştirme Bağıntıları

Malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabında, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının yaklaşık olarak basit fonksiyonlarla ifade edilmesi istendiğinde, aşağıda verilen idealleştirilmiş bünye denklemlerinden yararlanılabilir.

2.4.1 Polinom Bünye Denklemi

Lineer olmayan malzemeden yapılmış çubuk elemanlarda, eğilme momenti – eğrilik bağıntısı

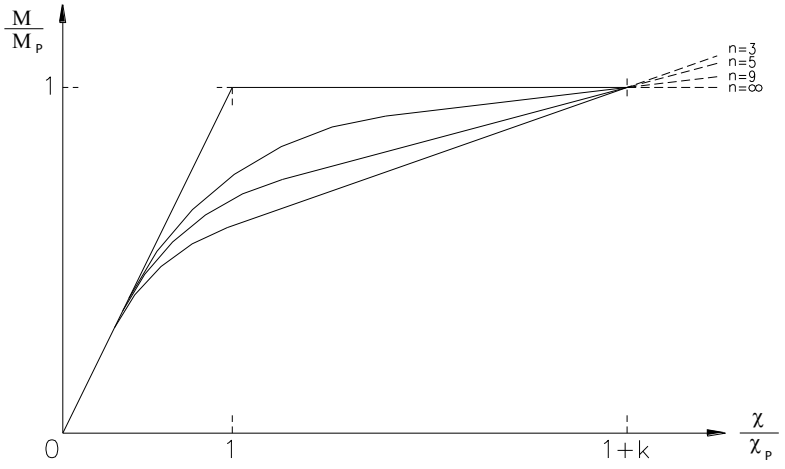
$$\frac{\chi}{\chi_p} = \frac{M}{M_p} + k\left(\frac{M}{M_p}\right)^n \qquad (n : \text{tek sayı}) \qquad (2.31)$$

şeklinde verilen genelleştirilmiş bir Ramberg – Osgood polinomu ile yaklaşık olarak ifade edilebilmektedir,[7]. Burada M_p kesitin elastoplastik olarak taşıyabileceği en büyük eğilme momentini (plastik moment), χ_p de

$$\chi_p = M_p / EI$$

şeklinde tanımlanan bir birim dönmeyi göstermektedir. k ve n ise malzeme ve kesit özelliklerine bağlı olarak seçilen katsayılardır.

(2.31) bağıntısında n katsayısına çeşitli değerler vererek çizilen M – χ eğrileri Şekil 2.12 de verilmiştir.



Şekil 2.12 Polinom Eğilme Momenti - Eğrilik Diyagramı

Sünek malzemeden yapılmış çubuk elemanlarda k katsayısının, ideal elastoplastik malzeme halinde ise hem k hem de n katsayılarının büyük değerler alacağı şekilden görülmektedir.

2.4.2 Hiperbolik Bünye Denklemi

Sünek malzemeden yapılmış çubuk elemanlar için kaynak [10] da önerilen hiperbolik eğilme momenti – eğrilik bağıntısı

$$\frac{\chi}{\chi_p} = Argth\left(\frac{M}{M_p}\right) \qquad (2.32)$$

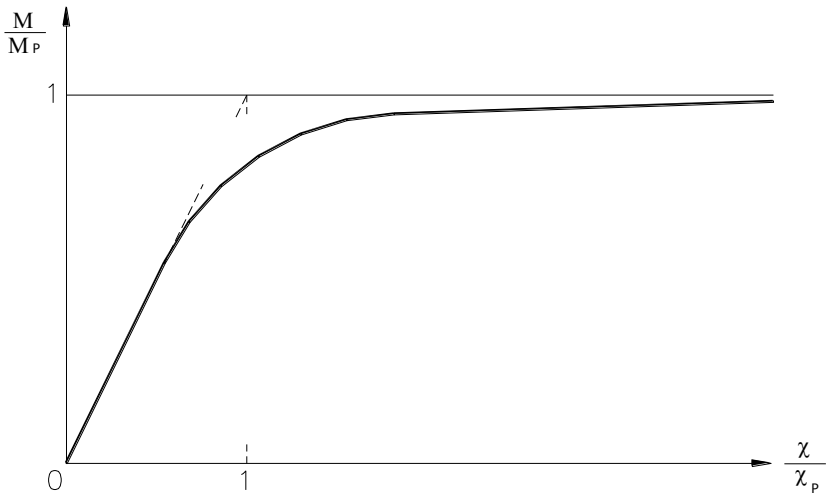
şeklindedir.

Bu bağıntıda M_p kesitin elastoplastik olarak taşıyabileceği en büyük eğilme momentini (plastik moment), χ_p ise

$$\chi_p = \frac{M_p}{EI}$$

şeklindeki bir birim dönmeyi göstermektedir.

(2.32) bağıntısının grafiği Şekil 2.13 de verilmiştir.

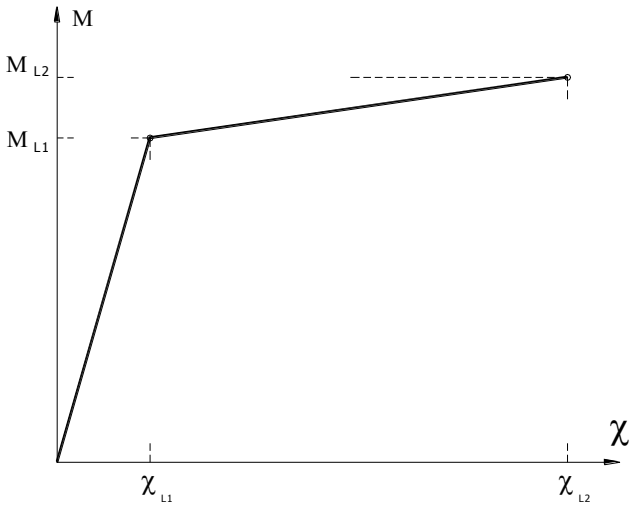


Şekil 2.13 : Hiperbolik Bünye Denklemi

Şekilden görüldüğü gibi, $M - \chi$ eğrisi $M=Mp$ yatay doğrusuna asimptot olmaktadır. Diğer taraftan, bu eğri ile M / M_p düşey ekseni ve eğrinin asimptotu arasında kalan alan sınırlıdır. Bu özellik, çubuk elemanın $M = M_p$ olan kesitindeki birim dönmenin sonsuz olmasına karşılık, bu kesit dolayındaki toplam şekil değiştirmenin sınırlı kaldığını göstermektedir.

2.4.3 İki Doğru Parçasından Oluşan Bünye Denklemi

İdeal elastoplastik veya pekleşen elastoplastik malzemeden yapılan homojen kesitli çubuklar ile betonarme çubuklara uygulanabilen idealleştirilmiş bir bünye bağıntısı Şekil 2.14 de verilmiştir.



Şekil 2.14 İki Doğru Parçasından Oluşan Bünye Denklemi

Diyagramı iki doğru parçasından oluşan ve

$$\frac{\chi}{\chi_{L1}} = \frac{M}{M_{L1}} \qquad (0 \le M \le M_{L1})$$

$$\frac{\chi - \chi_{L1}}{\chi_{L2} - \chi_{L1}} = \frac{M - M_{L1}}{M_{L2} - M_{L1}} \qquad (M_{L1} \le M \le M_{L2}) \qquad (2.33)$$

denklemleri ile tanımlanan bu bünye bağıntısında, M_{L1} ve χ_{L1} lineer - elastik sınıra karşı gelen eğilme momenti ve eğriliği, M_{L2} ve χ_{L2} ise kesitin taşıma gücünün sona erdiği eğilme momenti ve eğriliği göstermektedir.

2.4.4 Eğrilik – Eğilme Momenti, Normal Kuvvet Bağıntısının Yaklaşık Olarak Elde Edilmesi

Bu bölümde, eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki çubuk elemanlarda eğrilik ile kesit zorları arasındaki

$$\chi = f_N\left(\frac{M}{M_p}, \frac{N}{N_p}\right) \qquad (2.34)$$

bağıntısının yaklaşık olarak tayini için bir yol açıklanmıştır,[7].

Çubuk elemanın, $N = 0$ halindeki

$$\chi = f_0\left(\frac{M}{M_p}\right) \qquad (2.35)$$

bağıntısı ile eğilme momenti ve normal kuvvet arasındaki

$$K_1\left(\frac{M}{M_p}, \frac{N}{N_p}\right) = 0 \qquad (2.36)$$

akma koşulunun bilindiği varsayılmaktadır.

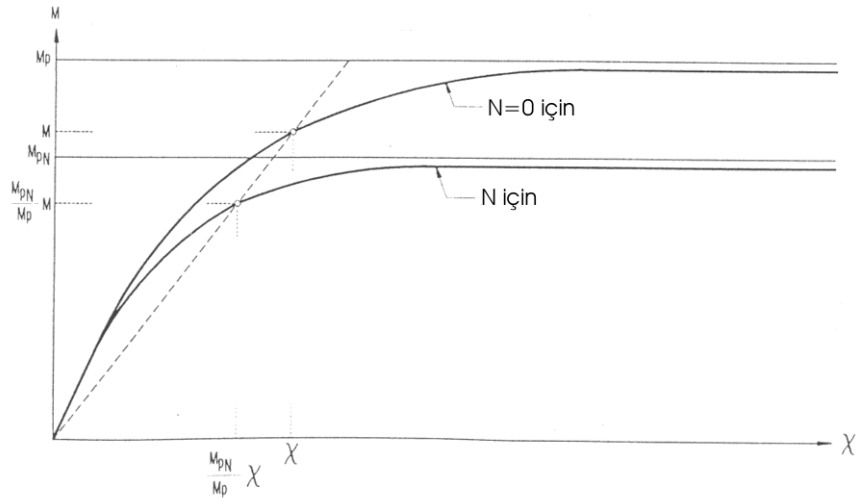
Normal kuvvetin N değerine ait (2.34) bağıntısının ve $N=0$ durumundaki (2.35) bağıntısının tanımladığı eğrilerin başlangıç noktasına göre homotetik olduğu yaklaşık olarak kabul edilebilir. Homoteti oranı ise eğrilerin asimptotlarının oranını veren M_{PN}/M_P değerine eşittir. Burada Mp, $N=0$ halindeki plastik momenti, M_{PN} ise N normal kuvveti altında (2.36) akma koşulundan hesaplanan taşıma gücünü göstermektedir.

Buna göre, N normal kuvveti altındaki eğrilik – eğilme momenti bağıntısı

$$\chi = \frac{M_{pN}}{M_p} f_0\left(\frac{M}{M_{pN}}\right) \qquad (2.37)$$

şeklinde elde edilir.

(2.35) ve (2.37) bağıntıları ile tanımlanan eğriler Şekil 2.15 üzerinde gösterilmişlerdir.



Şekil 2.15 Eğrilik – Eğilme Momenti, Normal Kuvvet Diyagramının Yaklaşık Olarak Elde Edilmesi

3 MALZEME BAKIMINDAN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI İÇİN BİR ARDIŞIK YAKLAŞIM YÖNTEMİ

Bu bölümde, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin artan dış etkiler altında hesabı ve göçme yüklerinin bulunması amacıyla geliştirilen bir ardışık yaklaşım yönteminin esasları ve uygulaması açıklanacaktır. Her adımında iç kuvvet - şekil değiştirme bağıntısının lineerleştirilmesi esasına dayanan bu yaklaşımda, lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniği uygulanmakta ve yöntemin formülasyonu için Matris Deplasman Yönteminden yararlanılmaktadır.

3.1 Varsayımlar

Ardışık yaklaşım yönteminin geliştirilmesinde aşağıdaki varsayımlar göz önünde tutulmaktadır.

1. Sistem elastik malzemeden yapılmıştır. Bu tür malzemelerin, iç kuvvet - şekil değiştirme bağıntısında birebir karşılık bulunmaktadır.

2. Kesme kuvvetinin eğilme momenti – eğrilik bağıntısına etkisi terkedilmiştir.

3. Birinci mertebe teorisi uygulanmaktadır. Buna göre, denge denklemleri şekil değiştirmemiş eksen üzerinde yazılmaktadır.

4. Sistem, düzlem çubuk sistemdir.

5. Sistemin doğru eksenli, sabit enkesitli çubuklardan meydana geldiği ve normal kuvvetin çubuk boyunca sabit kaldığı varsayılmıştır. Eğri eksenli çubuklar ile enkesiti ve normal kuvveti değişken olan çubuklar yukarıdaki koşulları sağlayan küçük parçalara ayrılarak idealleştirilebilirler.

3.2 Matris Deplasman Yöntemi

3.2.1 Genel

Yapı sistemlerinin hesabının amacı dış etkilerden meydana gelen iç kuvvetlerin, şekil değiştirmelerin ve yer değiştirmelerin tayinidir. Yapı sistemleri sonlu uzaklıktaki noktalarda birleşen elemanlardan meydana gelmektedir. Bu elemanların birleştiği noktalara *düğüm noktaları* denir. Elemanların düğüm noktalarındaki iç kuvvet bileşenlerine *uç kuvvetleri*, yer değiştirme bileşenlerine de *uç deplasmanları* (uç yer değiştirmeleri) adı verilir. Tek çubuk, çubuklar sistemi veya bir sürekli ortam parçası olabilen elemanlarda, dış etkilerden meydana gelen iç kuvvetlerin ve şekil değiştirmelerin belirlenebildikleri varsayılmaktadır.

Bu nedenle, matris hesap yöntemlerinin amacı, sistemlerde dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetleri ile uç yer değiştirmelerinin tayinidir. Çünkü bunlardan yararlanarak bütün iç kuvvetler, şekil değiştirmeler ve yer değiştirmeler bulunarak sistemin hesabı tamamlanabilmektedir.

Uygulamada çok karşılaşılan dış etkiler

a - verilmiş statik ve dinamik yükler,

b - sıcaklık değişmeleri ve rötre,

c - mesnet çökmeleri, depremde mesnetlerin titreşim hareketleri,

d - halatların gerilmesi, başlangıçta uygulanan mesnet çökmeleri, verenlerle verilen geometrik süreksizlikler, elemanlarda yapılan geometrik kusurlar vs.

den ibarettir.

Matris hesap yöntemlerini

1. Matris Kuvvet Yöntemi,

2. Matris Deplasman (Yer değiştirme) Yöntemi,

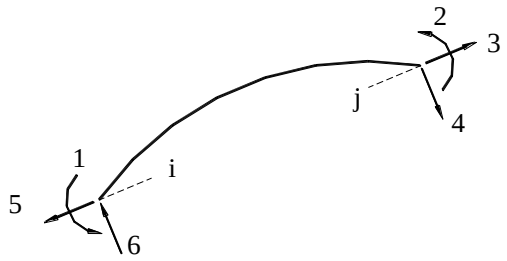
olmak üzere iki grupta toplamak mümkündür.

Aşağıdaki bölümlerde, bu çalışmada sunulan ardışık yaklaşım yönteminin formülasyonunda yararlanılan Matris Deplasman Yöntemi hakkında kısaca bilgi verilecektir.

3.2.2 Düzlem Çubuk Sistemlerin Matris Deplasman Yöntemi ile Hesabı

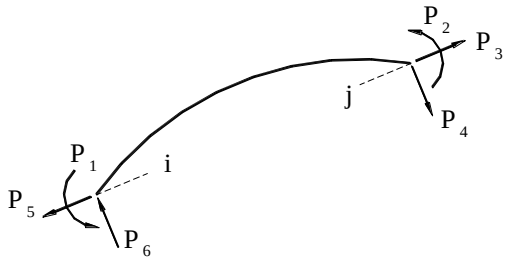
3.2.2.1 Tanımlar

Çubuk eksen takımı : Çubuk uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının tanımlandığı *ij* eksen takımıdır. Şekil 3.1 de görüldüğü gibi seçilebilir.



Şekil 3.1 Çubuk Eksen Takımı (*ij*)

Uç kuvvetleri : Çubuk uçlarındaki iç kuvvet bileşenleridir, Pozitif yönleri Şekil 3.2 de gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Çubuk Uç Kuvvetleri

P_1, P_2 : *i* ve *j* deki M_{ij} ve M_{ji} uç momentleridir. Çubuğu saat akrebinin zıt yönünde çevirince pozitif kabul edilirler.

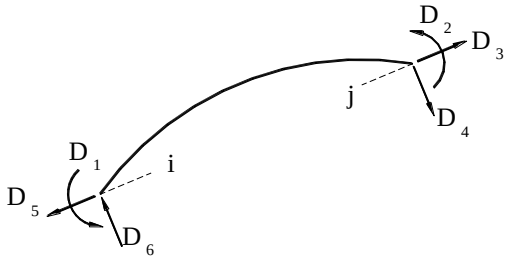
P_3, P_5 : *i* ve *j* de *ij* doğrultusundaki N_{ij} ve N_{ji} uç kuvvetleridir. Birbirinden uzaklaşan yönde pozitif kabul edilirler.

P_4, P_6 : *i* ve *j* de *ij* ye dik doğrultudaki T_{ij} ve T_{ji} uç kuvvetleridir. Çubuğu saat akrebi yönünde çevirince pozitif kabul edilirler.

[p] çubuk uç kuvvetleri matrisi , i ucundaki $[p]_i$ uç kuvvetleri ve j ucundaki $[p]_j$ uç kuvvetleri matrislerinin alt alta yazılması ile oluşur.

$$[p]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}, \qquad [p]_j = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}, \qquad [p] = \begin{bmatrix} [p]_i \\ [p]_j \end{bmatrix} \qquad (3.1)$$

Uç deplasmanları : Çubuk uçlarındaki yer değiştirme bileşenleridir, Şekil 3.3. Uç deplasmanlarının pozitif yönleri uç kuvvetleri ile aynı seçilmişlerdir.



Şekil 3.3 Çubuk Uç Deplasmanları

Çubuk uç deplasmanları matrisi ([d]), i ve j uçlarındaki ($[d]_i$) ve ($[d]_j$) matrislerinden oluşmaktadır.

$$[d]_i = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix}, \qquad [d]_j = \begin{bmatrix} D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix}, \qquad [d] = \begin{bmatrix} [d]_i \\ [d]_j \end{bmatrix} \qquad (3.2)$$

3.2.2.2 Çubukların Uç Kuvvetleri İle Uç Deplasmanları Arasındaki Bağıntılar

Uç kuvvetleri ile uç deplasmanları arasındaki bağıntılar, matris formunda

$$[p]_i = [k]_{ii}\,[d]_i + [k]_{ij}\,[d]_j + [p_o]_i$$

$$[p]_j = [k]_{ji}\,[d]_i + [k]_{jj}\,[d]_j + [p_o]_j \qquad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$, $[k]_{jj}$: dış etkisiz çubukta, uç yer değiştirmelerinin birim değerlerinden oluşan uç kuvvetlerini içeren matrislerdir. *Birim deplasman (rijitlik) matrisleri* adını alırlar.

$[p_o]_i$, $[p_o]_j$: uç deplasmanları sıfır iken, yalnız dış etkilerden oluşan uç kuvvetlerini içeren matrislerdir. *Yükleme matrisleri* adını alırlar.

3.2.2.3 Birim Deplasman (Rijitlik) Matrisleri

Bir *ij* çubuğunun (*i*) ucundaki uç deplasmanlarının birim değerlerinden dolayı, (*i*) ucunda oluşan uç kuvvetlerini içeren (3x3) boyutundaki

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{15} & k_{16} \\ k_{51} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \qquad (3.4a)$$

matrisi $[k]_{ii}$ rijitlik matrisi olarak tanımlanır. Bu matrisin k_{sr} terimi, D_r uç deplasmanının birim değerinden oluşan P_s uç kuvvetini göstermektedir.

Benzer şekilde, (*ij*) çubuğunun diğer rijitlik matrisleri

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{52} & k_{53} & k_{54} \\ k_{62} & k_{63} & k_{64} \end{bmatrix} , \quad [k]_{ji} = \begin{bmatrix} k_{21} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{45} & k_{46} \end{bmatrix} , \quad [k]_{jj} = \begin{bmatrix} k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \qquad (3.4b)$$

olarak tanımlanır. Tanımlardan anlaşılacağı gibi, rijitlik matrislerinin elemanları klasik deplasman yöntemlerindeki birim deplasman sabitlerinden oluşmaktadır.

Lineer – elastik malzemeden yapılmış çubuklarda veya iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının lineerleştirilmesi halinde, Betti karşıtlık teoremi uyarınca, rijitlik matrisleri arasında

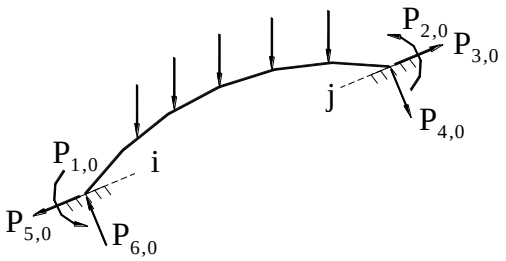
$$[k]_{ii} = [k]_{ii}^T , [k]_{ij} = [k]_{ji}^T , [k]_{ji} = [k]_{ji}^T \qquad (3.5)$$

bağıntıları bulunmaktadır.

3.2.2.4 Yükleme Matrisleri

Bütün uç deplasmanları sıfır iken, yalnız dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetleri (ankastrelik uç kuvvetleri) P_{10}, P_{20}, P_{30}, P_{40}, P_{50}, P_{60} ile gösterilmişlerdir, Şekil 3.4. Bu uç kuvvetlerini içeren matrislere yükleme matrisleri denir.

$$[p_0]_i = \begin{bmatrix} P_{1,0} \\ P_{5,0} \\ P_{6,0} \end{bmatrix}, \qquad [p_0]_j = \begin{bmatrix} P_{2,0} \\ P_{3,0} \\ P_{4,0} \end{bmatrix} \qquad [p_0] = \begin{bmatrix} [p_0]_i \\ [p_0]_j \end{bmatrix} \qquad (3.6)$$



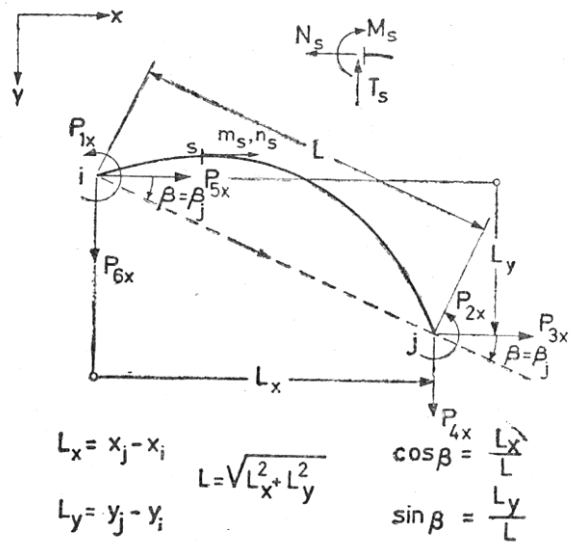
Şekil 3.4 Ankastrelik Uç Kuvvetleri

Yükleme matrisini oluşturan altı tane uç kuvvetinden üç tanesi bilinirse diğerleri denge denklemleri yardımı ile hesaplanabilir.

Dış yükler için yapılan tanımlar, sıcaklık değişmesi, rötre ve öngerme gibi dış etkiler için de aynen geçerlidir.

3.2.2.5 Eksen Takımlarının Dönüştürülmesi

Matris Deplasman Yöntemi ile hesapta, düğüm noktalarının denge denklemleri yazılırken, çubukların özel eksenlerine göre tanımlanmış olan uç kuvvetlerinin ortak bir eksen takımına dönüştürülmesi gerekmektedir, Şekil 3.5.



Şekil 3.5 Eksen Takımlarının Dönüştürülmesi

bu dönüşümün yapılabilmesi için yararlanılan $[T_2]_i$, $[T_2]_j$ dönüştürme matrisleri aşağıdaki gibidir.

$$[T_2]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ 0 & -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \qquad [T_2]_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta_j) & -\sin(\beta_j) \\ 0 & \sin(\beta_j) & \cos(\beta_j) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Bu matrislerdeki $\beta_i = \beta_j = \beta$ açısı, çubuk eksen takımını tanımlayan *ij* ekseninin ortak eksen takımına ait *x* ekseni ile yaptığı açıyı göstermektedir ve saat akrebi yönünde pozitif olarak alınır.

Uç kuvvetleri ve uç deplasmanları (*ij*) çubuk eksen takımından (*ixjx*) ortak eksen takımına aşağıdaki şekilde dönüştürülürler.

$$[p]_{ix} = [T_2]_i \ [p]_i \quad , \quad [p]_{jx} = [T_2]_j \ [p]_j \qquad (3.8)$$

$$[d]_{ix} = [T_2]_i \ [d]_i \quad , \quad [d]_{jx} = [T_2]_j \ [d]_j \qquad (3.9)$$

Ortak eksen takımına göre tanımlanan $[k]_{ixix}$, $[k]_{ixjx}$, $[k]_{jxix}$, $[k]_{jxjx}$ matrisleri aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$[k]_{ix\,ix} = [T_2]_i \, [k]_{i\,i} \, [T_2]^T_i \,, \qquad [k]_{ix\,jx} = [T_2]_i \, [k]_{i\,j} \, [T_2]^T_j \qquad (3.10)$$

$$[k]_{jx\,ix} = [T_2]_j \, [k]_{j\,i} \, [T_2]^T_i \qquad [k]_{jx\,jx} = [T_2]_j \, [k]_{j\,j} \, [T_2]^T_j$$

Ortak eksen takımında uç kuvvetleri ile uç deplasmanları arasındaki bağıntılar da

$$[p]_{ix} = [k]_{ix\,ix} \, [d]_{ix} + [k]_{ix\,jx} \, [d]_{jx} + [p_o]_{ix}$$

$$[p]_{jx} = [k]_{jx\,ix} \, [d]_{ix} + [k]_{jx\,jx} \, [d]_{jx} + [p_o]_{jx} \qquad (3.11)$$

şeklinde yazılabilirler.

3.2.2.6 Çözümün Sağlaması Gereken Koşullar

Dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetleri ile uç yer değiştirmelerinin çözüm olabilmeleri için aşağıdaki üç koşulu sağlamaları gerekmektedir.

1. Denge denklemleri
   1.1. düğüm noktalarının denge denklemleri

1.2. elemanların denge denklemleri

2. Geometrik uygunluk koşulları

2.1. her düğüm noktasında birleşen elemanların o noktadaki uç yer değiştirmelerinin birbirine eşit olmaları koşulu

2.2. mesnetlerdeki geometrik koşullar

3. İç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları (bünye denklemleri)

3.2.2.7 Bilinmeyenler

Matris Deplasman Yöntemi ile hesapta, düğüm noktalarında birleşen çubukların ortak eksen takımındaki $[d]_{ix}$ yer değiştirmeleri bilinmeyenler olarak seçilir.

3.2.2.8 Bilinmeyenlerin Bulunmasında Kullanılan Denge Denklemleri

Deplasman yönteminde bilinmeyenlerin hesabı için kullanılan denklemler düğüm noktalarının denge denklemleridir.

Bir düzlem çubuk sistemde (i) düğüm noktasının denge denklemleri

$$\sum [p]_{ix}^{ij} = [q]_{ix} \qquad (\text{i} = 1,2,\ldots,\text{n}) \qquad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $[q]ix$, (i) düğüm noktasına etkiyen dış yüklerden oluşan kolon matrisi, n ise sistemin düğüm noktası sayısını göstermektedir. (i) düğüm noktasında birleşen (ij) çubuğunun (i) düğüm noktasındaki

$[p]_{ix}^{ij}$ uç kuvvetlerinin (3.11) bağıntısındaki değerleri yerine konursa

$$\sum_j [k]_{ixix}^{ij} [d]_{ix} + \sum_j [k]_{ixjx}^{ij} [d]_{jx} + \sum_j [p_0]_{ix}^{ij} = [q]_{ix} \qquad (1=1,2,\ldots,\text{n}) \qquad (3.13)$$

elde edilir. Bu matris denklemi her düğüm noktasında üç adet denklemi içermektedir.

Bu denklemler (n) adet düğüm noktası için toplu olarak matris formunda yazılırsa

$$[S]\,[d] + [P_0] = [q] \qquad (3.14)$$

şeklini alır. Burada

$[S]_{3nx3n}$: sistem rijitlik matrisi

$[p_0]_{3nx1}$: sistem yükleme matrisi

$[q]_{3nx1}$: düğüm noktaları yükleme matrisi

$[d]_{3nx1}$: bilinmeyen yer değiştirmeler matrisi

olarak tanımlanırlar.

3.2.2.9 Hesapta İzlenen Yol

Bir yapı sisteminin Matris Deplasman Yöntemi ile hesabında izlenen yol şu adımlardan oluşmaktadır.

1- Sistem çubuklara ayrılır.

2- Önce düğüm noktalarına, sonra mesnetlere numara verilir. Her çubuk iki ucundaki düğüm noktaları ile belirlenir.

3- Her çubuk teker, teker ele alınır:

   a- çubuk eksen takımındaki $[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$, $[k]_{jj}$ rijitlik matrisleri ile $[p_0]_i$, $[p_0]_j$ yükleme matrisleri hesaplanır,

   b- $[T_2]_i$, $[T_2]_j$ dönüştürme matrisleri yardımıyla ortak eksen takımındaki $[k]_{ixix}$, $[k]_{ixjx}$, $[k]_{jxix}$, $[k]_{jxjx}$ rijitlik matrisleri ile $[p_0]_{ix}$, $[p_0]_{jx}$ yükleme matrisleri elde edilir,

   c- bu matrisler $[S]$ ve $[p_0]$ matrislerindeki uygun yerlere yerleştirilir.

4- Çeşitli çubuklardan aynı yerlere gelen terimler üst üste cebrik olarak toplanarak $[S]$ ve $[p_0]$ matrisleri elde edilir. $[S]$ matrisinin kolonları yer değiştirme bileşenlerini, satırları ise bu yer değiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden oluşan toplam çubuk uç kuvvetlerini göstermektedir.

5- $[S]\,[d] + [p_0] = [q]$ denklem takımı çözülerek $[d]$ bilinmeyen yer değiştirme matrisi hesaplanır.

6- $$[p]_{ix} = [k]_{ix\,ix}\,[d]_{ix} + [k]_{ix\,jx}\,[d]_{jx} + [p_o]_{ix}$$

$$[p]_{jx} = [k]_{jx\,ix}\,[d]_{ix} + [k]_{jx\,jx}\,[d]_{jx} + [p_o]_{jx}$$

bağıntıları yardımı ile ortak eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri matrisi elde edilir.

7- Eksen dönüştürmesi yapılarak çubuk özel eksenlerindeki uç kuvvetleri bulunur.

$$[p]_i = [T_2]_i^T \; [p]_{ix} \qquad , \qquad [p]_j = [T_2]_j^T \; [p]_{jx}$$

8- Çubuk uç kuvvetlerinden yararlanarak kesit zorları değerleri bulunur.

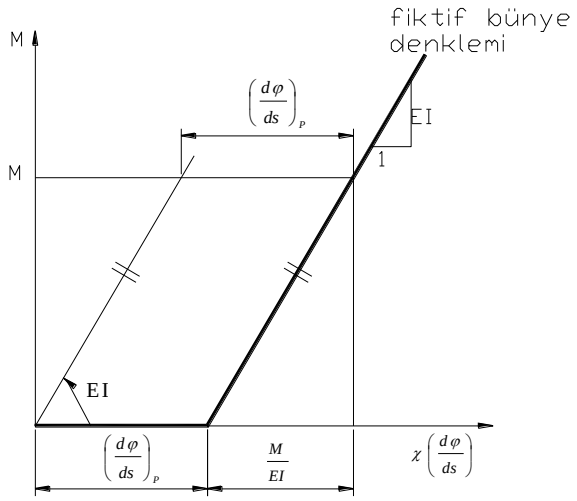
Matris Deplasman Yöntemi ile yapı sistemlerinin hesabında farklı mesnet koşulları, değişken kesitli çubuklar, elastik mesnetler, elastik zemine oturan kirişler gibi bazı özel durumlarla karşılaşılabilir. Bu tür özel durumlarda izlenen yola ilişkin bilgiler kaynak [1] [5] [9] da verilmektedir.

3.3 Lineerleştirme Teknikleri

3.3.1 Fiktif Bünye Denklemi

Sistemin bütün kesitlerindeki bünye denklemlerinin Şekil 3.6 daki fiktif bünye denklemi gibi olması halinde, sistemin çözümü önceki bölümde açıklanan şekilde ve ardışık yaklaşıma gerek olmaksızın kolaylıkla elde edilebilir. Çünkü, şekilden görüldüğü gibi, $(d\varphi/ds)_p$ lineer olmayan şekil değiştirmeleri sabittir ve kesit zorlarına bağlı değildir.

Bundan yararlanarak, sistemin her kesiti için, ardışık yaklaşımın her adımında bulunan şekil değiştirmeye karşı gelen nokta dolaylarında gerçek bünye denklemine yakın herhangi bir fiktif bünye denklemi seçilerek hesap yapılabilir.



Şekil 3.6 Fiktif Bünye Denklemi

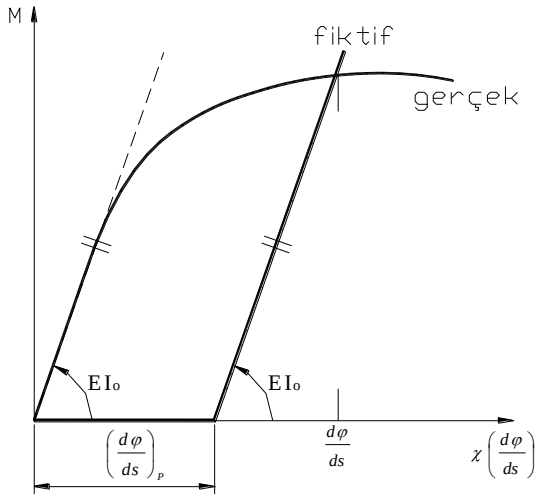
Fiktif bünye denklemi çeşitli şekillerde seçilebilir. Bunların başlıcaları

- başlangıç teğeti tekniği,
- başlangıç kirişi tekniği,
- teğet tekniği,
- kiriş tekniğidir.

Söz konusu lineerleştirme tekniklerinin esasları ve özellikleri aşağıda özetlenmiştir, [11] [12].

3.3.2 Başlangıç Teğeti Tekniği

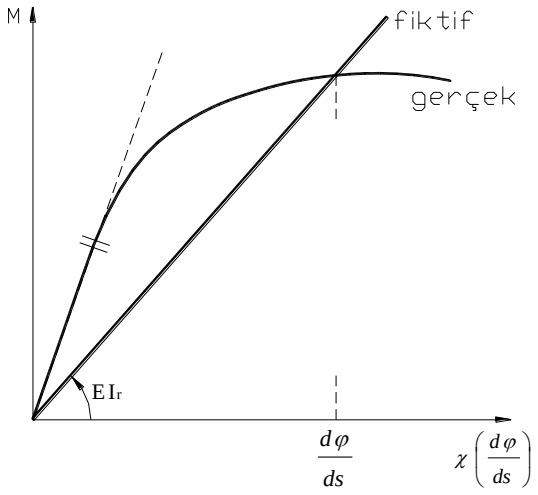
Fiktif bünye denklemi gerçek iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntısının başlangıç teğetine paralel olarak seçilir, Şekil 3.7. Her adımda sistem rijitlik ve dış yük matrisleri değişmez. Ancak $[P]_p$ plastik şekil değiştirme matrisi her adımda yeniden hesaplanır. Yakınsaklık hızı düşüktür.



Şekil 3.7 Başlangıç Teğeti Tekniği

3.3.3 Başlangıç Kirişi Tekniği

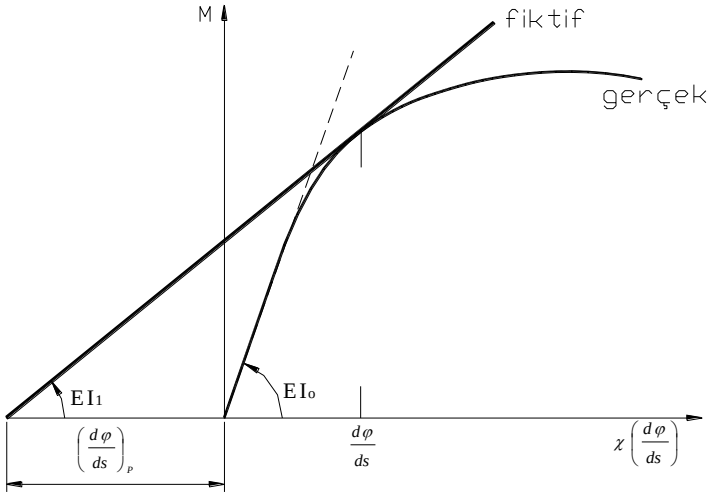
Fiktif iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntısı başlangıçtan geçen bir doğru olarak seçilir, Şekil 3.8. Sistem rijitlik ve dış yük matrisleri değişen rijitliklere göre her adımda yeniden hesaplanır. Buna karşılık $[P_p]$ = 0 dır. Yakınsaklık hızı orta düzeydedir.



Şekil 3.8 Başlangıç Kirişi Tekniği

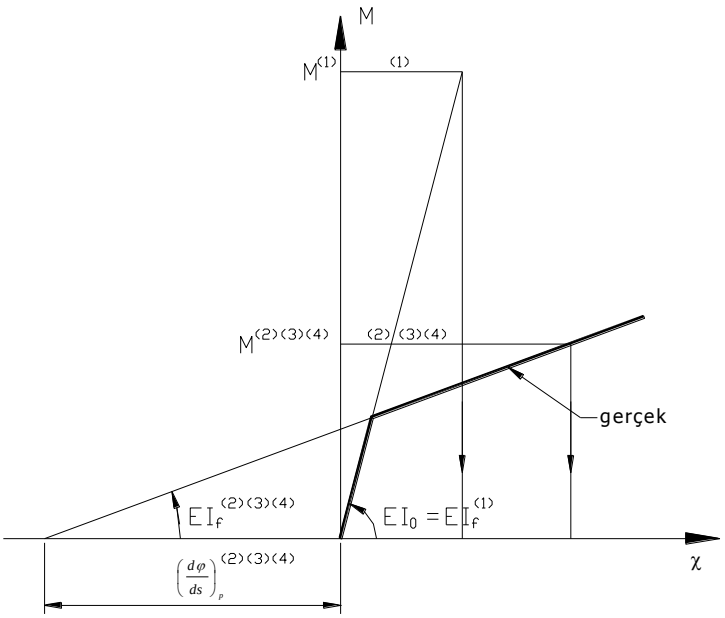
3.3.4 Teğet Tekniği

Fiktif bünye denklemi gerçek iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntısına söz konusu iç kuvvet durumu için teğet olacak şekilde seçilir, Şekil 3.9. Her adımda sistem rijitlik ve dış yük matrisleri ile $[P_p]$ matrisinin yeniden hesaplanması gerekir. Yakınsaklık hızı çok iyidir.



Şekil 3.9 Teğet Tekniği

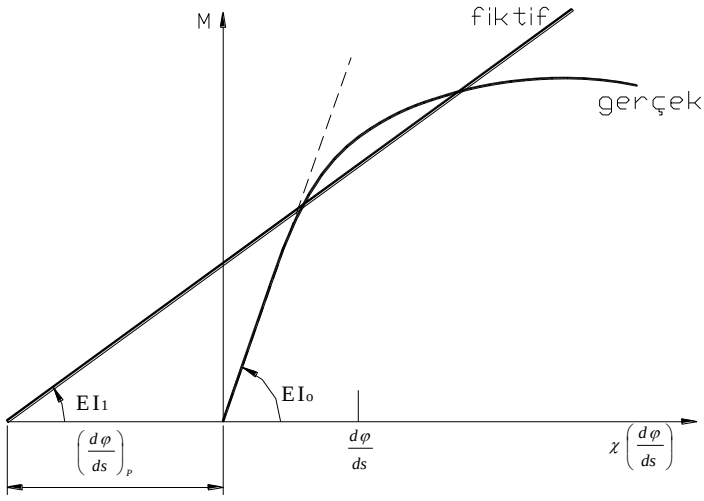
Eğer malzemenin $(M - \chi)$ eğilme momenti eğrilik bağıntısının iki doğru parçasından oluştuğu varsayılırsa, ilerleyen adımlarda seçilen teğet ile gerçek bünye denklemi çakıştığından ardışık yaklaşım hızla sonuca yakınsar, Şekil 3.10.



Şekil 3.10 Teğet Tekniğinin Uygulanması

3.3.5 Kiriş Tekniği

Fiktif iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntısı, ardışık iki adımda gerçek iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntısı üzerinde elde edilen iki noktadan geçen bir kiriş olarak seçilir, Şekil 3.11. Teğet tekniği gibidir. Ancak teğet aranması gerekmez. Yakınsaklık hızı çok iyidir.



Şekil 3.11 Kiriş Tekniği

3.4 Malzeme Bakımından Lineer Olmayan Sistemlerin Matris Deplasman Yöntemi ile Hesabı

Lineer olmayan malzemeden yapılmış sistemlerde, lineer olmayan şekil değiştirmeler sıcaklık değişmelerinden doğan şekil değiştirmeler gibi düşünülerek hesap edilebilirler.

Örneğin, bu tür sistemlerin Matris Deplasman Yöntemi ile hesabında [5]

$$[S]\,[d] + [P_0] = [q] \qquad (3.14)$$

şeklinde olan denge denklemlerine, plastik şekil değiştirmelerden oluşan uç kuvvetlerini içeren $[P_p]$ matrisi eklenerek

$$[S]\,[d] + [P_o] + [P_p] = [q] \qquad (3.15)$$

elde edilir.

Burada $[P_p]$ matrisi, her çubuğa ait $[P_p]_{ix}$, $[P_p]_{jx}$ alt matrislerinin kendilerine ait satırlara yazılması suretiyle, $[P_o]$ matrisine benzer olarak tayin edilir. $[P_p]_{ix}$, $[P_p]_{jx}$ matrisleri ise sıcaklık değişmelerine ait yükleme matrisleri gibi tayin edilirler. Bunun için, örneğin çubuk elemanlarda, ilgili formüllerde $\frac{\alpha\,\Delta t}{h}$ farklı sıcaklık değişmesi yerine lineer olmayan $\left(\frac{\Delta\varphi}{ds}\right)_p$ birim dönmesinin alınması yeterlidir. Buradaki lineer olmayan şekil değiştirmeler, çubuk sistemlerde kesit zorlarına bağlıdırlar. Kesit zorlan ise uç kuvvetlerine ve dolayısıyla düğüm noktalarının $[d]$ yer değiştirmelerine bağlı olduğundan (3.15) denklemleri genel olarak lineer olmayan bir denklem sistemine dönüşmektedir.

3.4.1 Hesapta İzlenen Yol

Aşağıda, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı için, lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniğini uygulamak suretiyle, her adımında lineer bir sistemin hesabına dönüştürülebilen bir ardışık yaklaşım yönteminin adımları açıklanacaktır.

a. Gerçek eğilme momenti – eğrilik ($M - \chi$) bağıntısı iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilir ve sistem hesabında bu bağıntı esas alınır.

b. Sistem yük parametresinin belirli bir değeri için hesaplanır.

b.1. Sistem önce lineer teoriye göre çözülür.

b.2. Kesit zorları lineer sınıra karşı gelen değerlerle karşılaştırılır. Lineer sınırın aşıldığı bölgelerde eğilme rijitlikleri değiştirilir ve eşdeğer farklı sıcaklık değişmesi belirlenir.

- Kesit zorlarının lineer – elastik sınırı aşmadığı bölgelerdeki kesitlerin eğilme rijitlikleri aşağıdaki gibidir.

$$EI_1 = \frac{M_{L1}}{\chi_{L1}} \qquad (3.16)$$

- Kesit zorlarının lineer – elastik sınırı aştığı bölgelerde ise kesitlerin eğilme rijitlikleri aşağıdaki şekli alır.

$$EI_2 = \frac{M_{L2} - M_{L1}}{\chi_{L2} - \chi_{L1}} \qquad (3.17)$$

- Ayrıca, eşdeğer farklı sıcaklık değişmesinin değeri

$$\frac{\Delta t}{d} = \left(\frac{M_{L1}}{\frac{M_{L2} - M_{L1}}{\chi_{L2} - \chi_{L1}}} - \chi_{L1} \right) / \alpha_t \qquad (3.18)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

b.3. Yeni eğilme rijitlikleri ve farklı sıcaklık değişmesi değerleri için sistem yeniden hesaplanır.

b.4. Bu işlemler ardışık iki adımda bulunan iç kuvvetler birbirine eşit olana kadar tekrarlanır.

c. Yük parametresinin artan değerleri için hesap tekrarlanır.

d. Herhangi bir kesitte taşıma gücü kapasitesine ulaşılıncaya kadar hesaba devam edilir. Bulunan yük parametresi sistemin taşıma gücünü verir.

4 NAPS BİLGİSAYAR PROGRAMI

4.1 Programın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği ve lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı varsayımları altında, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin artan yükler altındaki davranışlarının incelenmesi ve göçme yüklerinin bulunmasıdır.

Bu amaca yönelik olarak, malzeme bakımından lineer olmayan yapı sistemlerinin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntemde, lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniği kullanılmaktadır. Böylece, ardışık yaklaşımın her adımı, atalet momenti değişken çubuklardan oluşan bir yapı sisteminin dış yükler ve eşdeğer farklı sıcaklık değişmesi altında hesabına dönüştürülmektedir.

Geliştirilen hesap yönteminin pratik uygulamamalarına olanak sağlamak üzere, NAPS (Nonlinear Analysis of Planar Structures) isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Malzeme bakımından lineer olmayan düzlem yapı sistemlerinde, önerilen ardışık yaklaşım yöntemi ile göçme yükünün bulunması amacıyla geliştirilen program atalet momenti değişken çubuklardan oluşan düzlem yapı sistemlerinin dış yükler ve eşdeğer farklı sıcaklık değişmesi altında hesabını yapabilmektedir. Program Matris Deplasman Yöntemi ile hesap yapmakta ve ardışık yaklaşımın her adımında, lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniğini uygulamaktadır.

4.2 Programın Nitelikleri

NAPS programına esas oluşturan sistem analizi alt programı genel olarak malzemesi lineer – elastik olan düzlem çubuk sistemlerin çeşitli dış yükler altında hesabını

yapabilmektedir. Çalışmada önerilen yöntemin uygulanabilmesi için, bu programa kazandırılan ilave nitelikler aşağıda sıralanmıştır.

a- Program farklı ve düzgün sıcaklık değişimleri için analiz yapabilmektedir.

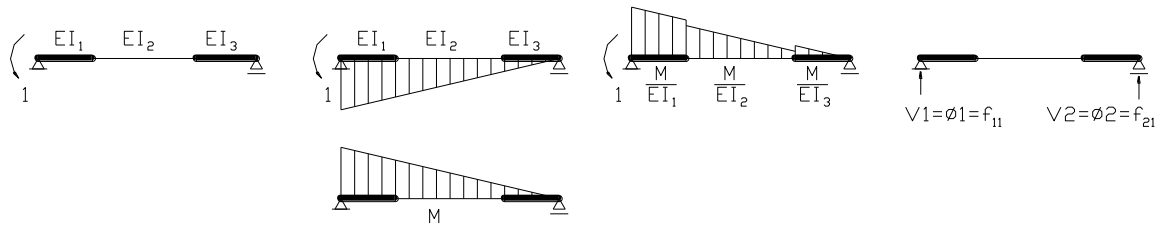
b- Program kesiti değişken olan çubukların birim deplasman sabitlerini ve ankastrelik uç kuvvetini hesaplayarak rijitlik ve yükleme matrislerini oluşturabilmektedir.

Programın dayandığı Matris Deplasman Yönteminin esasları Bölüm 3 te verilmiştir. Aşağıda, değişken kesitli çubuklarda birim deplasman sabitlerinin ve ankastrelik uç kuvvetlerinin hesabında uygulanan yol kısaca açıklanacaktır.

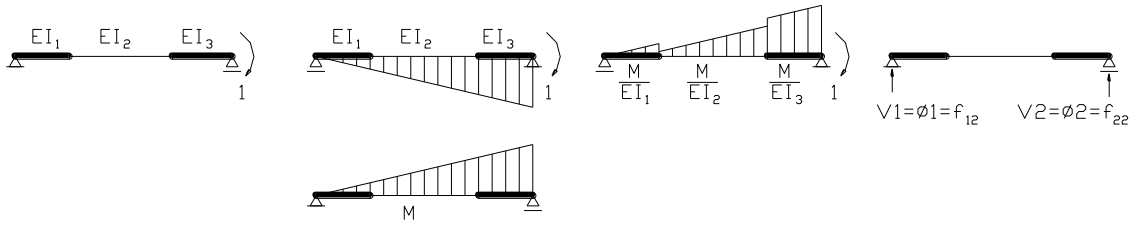
4.2.1 Kesiti Değişken Olan Çubukların Birim Deplasman Sabitlerinin ve Ankastrelik Uç Kuvvetlerinin Hesaplanması

4.2.1.1 Birim Deplasman Sabitlerinin Hesaplanması

Atalet momenti değişken doğru eksenli çubuklarda birim deplasman sabitlerinin hesabı için Mohr yönteminden yararlanılacaktır. Mohr yöntemi ile hesapta, P_1=1 ve P_2 = 1 birim yüklemelerinden oluşan v_1, v_2 uç dönmelerinin hesabı Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 üzerinde şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.1 P_1 = 1 Birim Yüklemesi



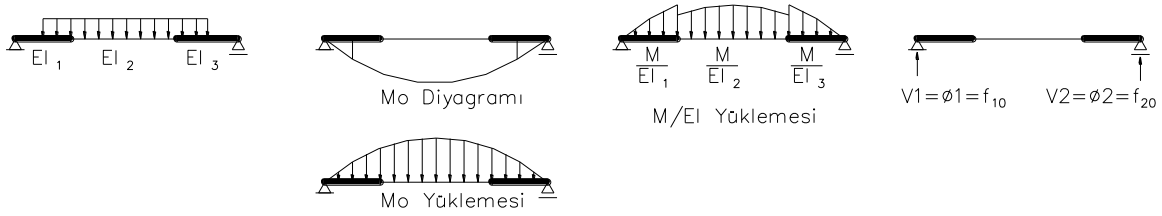
Şekil 4.2 P_2 = 1 Birim Yüklemesi

Birim yüklemelerden oluşan uç dönmeleri yardımıyla f_{11},, $f_{12} = f_{21}$,, f_{22} birim kuvvet sabitleri hesaplanarak birim kuvvet matrisi ([f]) elde edilir. Birim kuvvet matrisinin tersi birim deplasman matrisini ([k]) verir. (4.1) bağıntısında f_{33}, P_3 = 1 eksenel kuvvetinden oluşan boy değişmesini göstermektedir.

$$[f]=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 \\ f_{21} & f_{22} & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} \end{bmatrix} \quad , \quad [k]=[f]^{-1} \quad , \quad [k]=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \qquad (4.1)$$

4.2.1.2 Ankastrelik Uç Kuvvetlerinin Bulunması

Değişken kesitli bir çubuk üzerindeki dış yüklerden oluşan uç dönmelerinin Mohr Yöntemi ile nasıl hesaplanacağı Şekil 4.3 üzerinde şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.3 P_0 Yüklemesi

Dış yüklemeler için Mohr Yöntemi ile uç dönmeleri (f_{10},f_{20}) bulunduktan sonra.

$$P_{10}=k_{11}\,f_{10+}\,k_{12}\,f_{20}$$

$$P_{20}=k_{21}\,f_{10+}\,k_{22}\,f_{20} \qquad (4.2)$$

denklemleri kullanılarak ankastrelik uç kuvvetleri bulunur. [3]

4.2.2 Yöntemin Programlanması

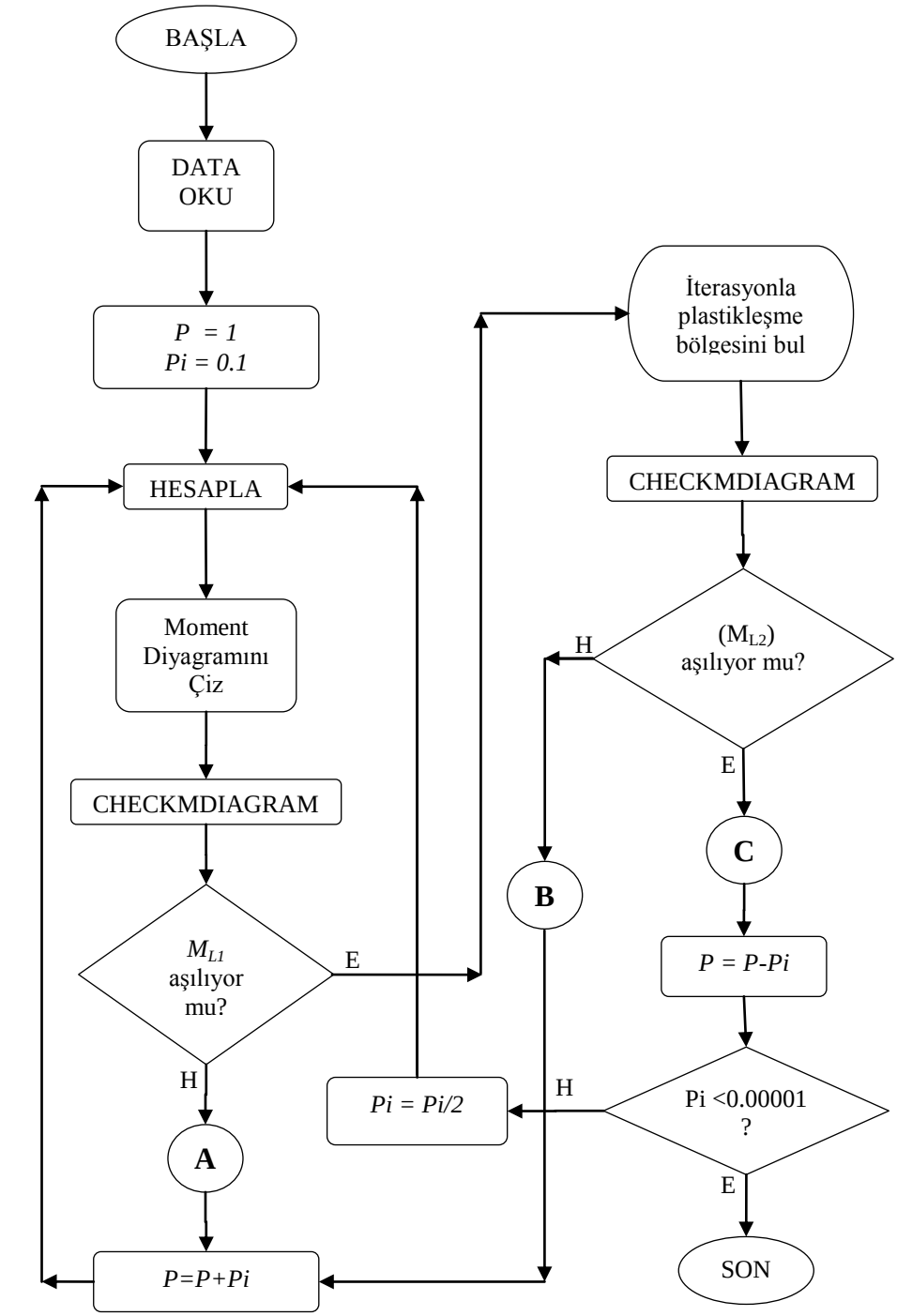
Kesiti değişken çubuklarda birim deplasman sabitleri ve ankastrelik uç kuvvetlerinin bulunması için önerilen Mohr Yönteminin programlanabilmesi için sayısal entegrasyon metotlarından herhangi biri kullanılabilir. Sayısal entegrasyon yapabilmek için çubuğun n parçaya bölünerek üzerindeki dış yüklerin eşdeğer tekil

yüklere çevrilmesi uygun bir yoldur. Bu tekil yükler yardımı ile kesit zorları kolayca hesaplanabilir. Bu şekilde elde edilen eğilme momenti diyagramı eğilme rijitliğine bölünerek fiktif sistem üzerine dış yük olarak (fiktif dış yük) yüklenir. Fiktif dış yükler tekrar tekil yüklere çevrilir ve bu yükleme durumu için mesnet tepkileri ve kesit zorları bulunur. Fiktif sistemin mesnet tepkileri uç dönmelerini verir. Birim yüklemeler nedeni ile oluşan uç dönmeleri hesaplanarak birim kuvvet matrisinin terimleri elde edilir. Birim kuvvet matrisinin tersi birim deplasman matrisini verir. Dış yüklerden oluşan uç dönmeleri birim deplasman matrisinin terimleri ile çarpılarak ankastrelik uç kuvvetleri bulunur.

4.3 NAPS Programının Yapısı ve Çalışma Düzeni

NAPS bilgisayar programı malzeme bakımından lineer olmayan düzlem yapı sistemlerinin ardışık yaklaşım yöntemi ile hesabı ve göçme yüklerinin bulunması amacıyla geliştirilen bir programdır.Bu bölümde programın yapısı ve çalışma düzeni açıklanacaktır.

NAPS programında, sisteme etkiyen yatay yük parametresine kullanıcı tarafından öngörülen küçük artımlar verilerek hesap yapılmakta ve her yük artımında sistemin tüm kesitlerindeki eğilme momenti değerlerinin lineer elastik sınırı veya taşıma gücünü aşıp aşmadıkları kontrol edilmektedir. Eğer lineer sınır aşılıyorsa lineer sınırın aşıldığı bölgede lineerleştirme tekniği ardışık olarak uygulanmakta ve plastikleşme bölgesi belirlenmektedir. Programın genel akış diyagramı Şekil 4.4 te verilmiştir.



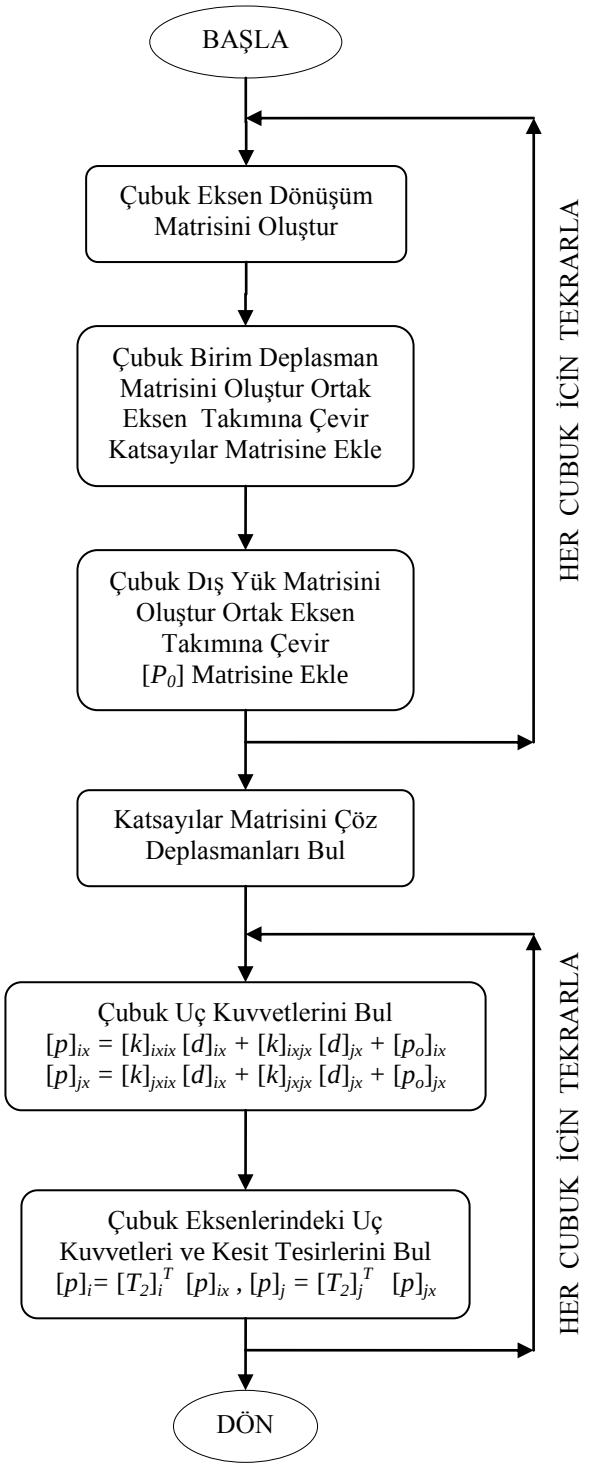
KISALTMALAR	
M_{L1}	: Elastik Moment Kapasitesi
M_{L2}	: Plastik Moment Kapasitesi
P	: Yük Parametresi
Pi	: Yük Parametresi Artımı

Şekil 4.4 NAPS Programının Genel Akış diyagramı

NAPS programının alt programları ve işlevleri aşağıda açıklanmıştır.

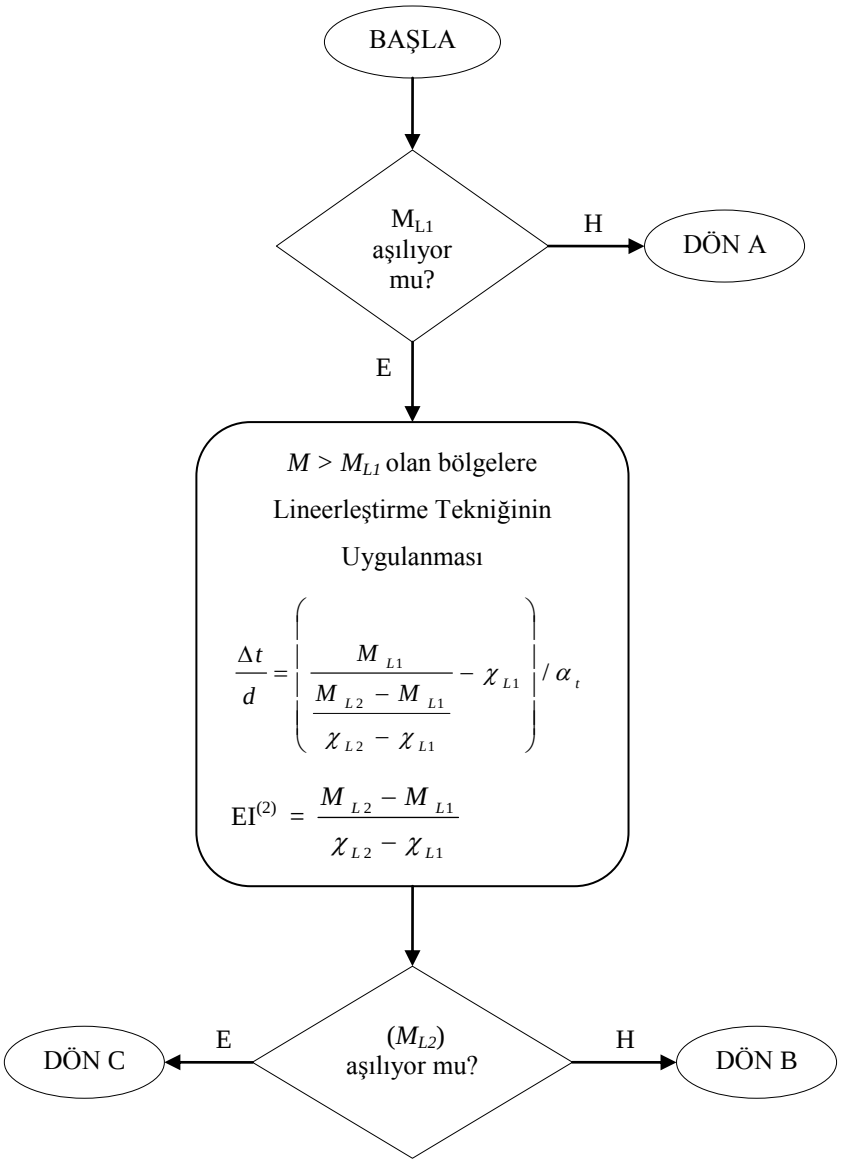
DATAOKU : Dataların gerekli yerlerden okunarak hafızaya alınmasını ve derlenmesini sağlar.

HESAPLA : Yapı sisteminin Matris Deplasman Yöntemi ile statik analizini yapar. Bu alt programın akış diyagramı Şekil 4.5 de verilmiştir.



Şekil 4.5 HESAPLA Alt Programının Akış diyagramı

CHECKMDIAGRAM : Her çubukta eğilme momenti değerlerinin lineer elastik sınırı veya taşıma gücünü aşıp aşmadığı kontrol edilir. Eğer lineer sınır aşılıyorsa lineer sınırın aşıldığı bölgede teğet tekniği uygulanır. Bu alt programın akış diyagramı Şekil 4.6 da görülmektedir.



KISALTMALAR
M_{L1} : Elastik Moment Kapasitesi
M_{L2} : Plastik Moment Kapasitesi

Şekil 4.6 CHECKMDIAGRAM Alt Programının Akış diyagramı

4.4 NAPS Programının Kullanılması

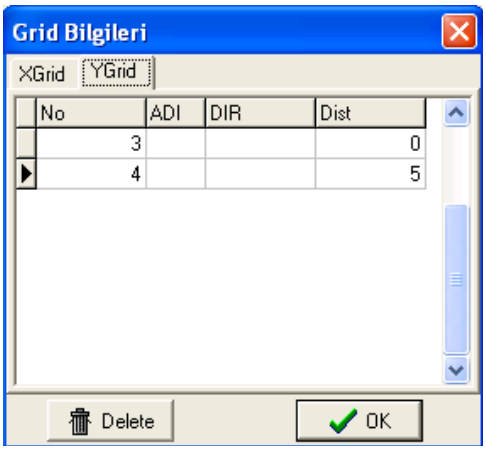
NAPS bilgisayar programı MS Windows sistemi üzerinde çalışan ve data girişinin grafik ekranda yapıldığı bir programdır. Aşağıda programın kullanılması ile ilgili bilgiler sunulmuştur.

4.4.1 Data Girişi

Hesaplanacak yapı sistemi programa tanıtılırken aşağıdaki bilgilere gerek olmaktadır. Bu bilgiler fare yada klavye yardımı ile girilebilmektedir.

4.4.1.1 Aks Bilgileri

Programda Menu komutlarından *Define – Grids* e tıklanarak çıkan ve Şekil 4.7 de görülen pencerede gerekli bilgiler girilir.



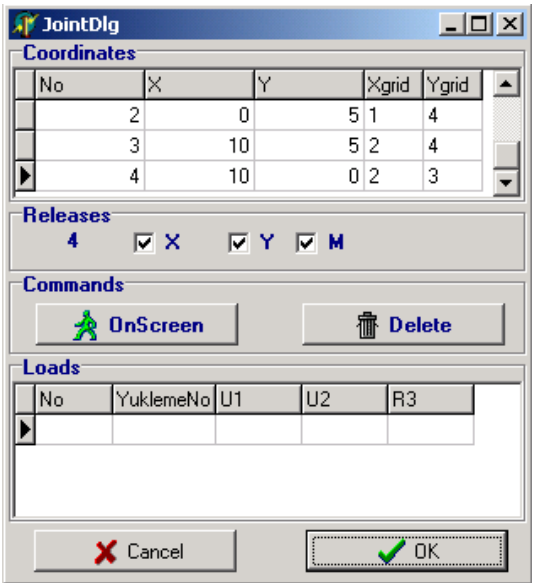
Şekil 4.7 Aks Bilgileri Giriş Penceresi

Düğüm noktaları akslara bağlanarak giriş kolaylığı ve esneklik sağlanabilir. Akslar programa tanıtılırken aşağıdaki değerler girilir.

- Aks numarası : Aksı tanıtan numaradır ve program tarafından atanır.
- Dist : Aksın başlangıç noktasından uzaklığını bildirmek için girilen rakamdır.
- Doğrultu : Aksın doğrultusunu bildirmek için girilir. X veya Y olarak seçilebilir.

4.4.1.2 Düğüm Noktası Bilgileri

Programda Menu komutlarından *Define – Joints* tıklanarak çıkan ve Şekil 4.8 de görülen pencerede düğüm noktalarına ait koordinat, serbestlik ve yük bilgileri girilir.



Şekil 4.8 Düğüm Noktası Bilgileri Giriş Penceresi

- Düğüm noktası koordinat bilgileri

Koordinat bilgileri programa tanıtılırken Şekil 4.8 de görülen pencerenin *Coordinates* alanına aşağıdaki bilgilerin girilmesi gereklidir.

- No : Düğüm noktasını tanıtan numaradır ve program tarafından atanır.
- Xgrid,Ygrid : Düğüm noktası koordinatlarını akslara bağlı olarak bildirmek amacı ile girilirler.
- X,Y : Düğüm noktasının X ve Y koordinatlarıdır. Eğer Xgrid veya Ygrid girilmiş ise program tarafından aks koordinatı okunarak X veya Y bilgisine yazılır.

Eğer istenirse Şekil 4.8 de görülen pencerenin *Commands* alanındaki *Onscreen* butonu tıklanarak grafik ekran üzerinden koordinat veya akslar seçilebilir. Akslara yakın bir yerde farenin sol tuşuna tıklanarak düğüm noktasının bağlı olduğu aks veya aks çifti ekrandan seçilebilir.

- Düğüm noktası serbestlik bilgileri

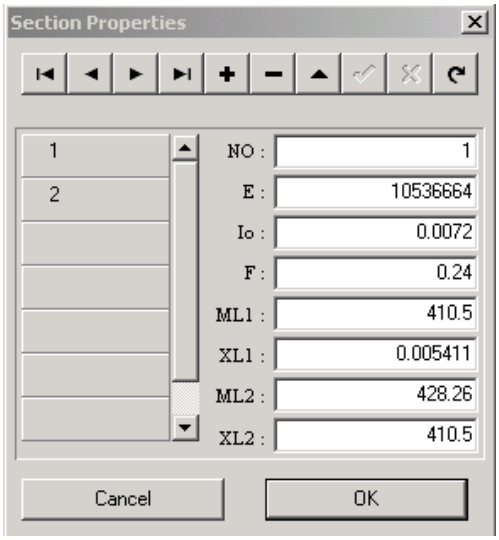
Düğüm noktasının yer değiştirmesine izin verilmiyorsa Şekil 4.8 de görülen pencerenin *Releases* alanındaki ilgili kutucuğa işaret konur.

- Düğüm noktası yük bilgileri

Düğüm noktası yük bilgileri programa tanıtılırken Şekil 4.8 de görülen pencerenin *Loads* alanına X doğrultusundaki kuvvet (U_1) , Y doğrultusundaki kuvvet (U_2), Z doğrultusundaki moment ($R3$) düğüm noktası yükleri ve kombinasyonlarda kullanılmak üzere *YüklemeNo* girilir. Eğer yükleme numarası olarak 100 girilirse bu yük *LoadScaleFactor* yük parametresi ile çarpılarak hesaba dahil edilir.

4.4.1.3 Çubuk Enkesit Bilgileri

Programda Menu komutlarından *Define – FrameType* tıklanarak çıkan ve Şekil 4.9 de görülen pencerede her farklı tip için enkesit bilgileri girilir.



Şekil 4.9 Çubuk Enkesit Bilgileri Penceresi

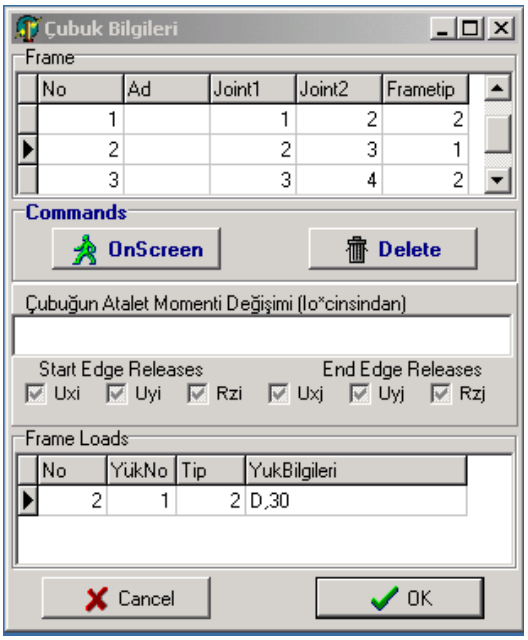
Çubuk enkesit bilgileri

- E : elastisite modülü
- I : atalet momenti
- F : enkesit alanı

- M_{L1} : elastik sınıra karşı gelen eğilme momenti
- χ_{L1} : elastik sınıra karşı gelen eğrilik
- M_{L1} : kesitin taşıma gücünün sona erdiği eğilme momenti
- χ_{L1} : kesitin taşıma gücünün sona erdiği eğrilik

4.4.1.4 Çubuk Bilgileri

Programda Menu komutlarından *Define – Frames* tıklanarak çıkan ve Şekil 4.10 da görülen pencerede çubukların tanıtılması için gerekli bilgiler girilir.



Şekil 4.10 Çubuk Bilgileri Penceresi

- Çubuk bilgileri
  - No (çubuk numarası, program tarafından verilir)
  - Joint1, Joint2 bilgi alanına sol ve sağ düğüm noktası numaraları yazılır.

  Eğer istenirse Şekil 4.10 da görülen pencerenin *Commands* alanındaki *Onscreen* butonu tıklanarak sol ve sağ düğüm noktaları grafik ekran üzerinden seçilebilir. Seçilen noktada düğüm yok ise, o noktada otomatik olarak bir düğüm oluşturulur.

- *Frametip* bilgi alanında karakteristik bilgileri daha önce tanımlanmış olan çubuk tip numaralarından biri yazılır.

Şekil 4.10 da verilen çubuk bilgileri penceresindeki atalet momenti değişimi ile ilgili alana gerekli giriş bilgilerini vermek suretiyle, atalet momenti değişken çubuklardan oluşan sistemlerin lineer teoriye göre hesabı da yapılabilmektedir.

Lineer olmayan sistemlerin yük artımı yöntemi ile hesabında program bu bölümü kendisi doldurmaktadır. Bu nedenle, atalet momenti değişken olan çubukların yük artımı yöntemi ile çözülebilmesi için atalet momenti değişken olan bölümlerin her birinin farklı çubuklar olarak tanımlanması gerekir.

- Çubuk uçlarında serbestlik varsa Şekil 4.10 de görülen pencerenin *Releases* alanında ilgili kutucuğa işaret konur.

- Çubuk yük bilgileri

Çubuk yük bilgilerini tanımlamak için Şekil 4.10 de görülen pencerenin *Frame Loads* alanındaki yük tipi, yük bilgisi ve kombinasyonlarda kullanılmak üzere *YükNo* değerleri girilir. Eğer *YükNo* 100 girilirse bu yük *LoadScaleFactor* yük parametresi ile çarpılarak hesaba dahil edilir.

4.4.2 Statik Analizin Yapılması

Menu komutlarından *Analyze – Calculate* seçilerek sistem analizi yapılır. İndirgeme sırasında katsayılar matrisinin esas köşegeni üzerinde sıfır veya çok küçük bir sayı oluşuyorsa bir hata mesajı görünür. Bu hata mesajı çıkarsa yapının stabilitesi kontrol edilmelidir.

4.4.3 Statik Analiz Sonuçlarının Ekranda Görülmesi

Hesap yapıldıktan sonra fareyi çubuk üzerinde bir noktaya getirip sağ tıklayarak çubuk uç kuvvetleri, düğüm noktalarına sağ tıklayarak da düğüm noktası yer değiştirme bilgileri ekranda görülebilir.

Hesap sonuçlarını grafiksel olarak da görmek mümkündür.

Eğilme momenti diyagramı görülmek isteniyorsa: Menu komutlarından

Results – MGraph tıklanır.

Normal kuvvet diyagramı görülmek isteniyorsa: Menu komutlarından
Results – NGraph tıklanır.

Kesme kuvveti diyagramı görülmek isteniyorsa: Menu komutlarından
Results – TGraph tıklanır.

Bu grafikler ekranda gösterilirken scalefactor olarak isimlendirilen bir değer ile iç kuvvetleri çarpılır. Eğer scalefactor değiştirilmek istenirse Menu komutlarından *Results – Scalefactor* tıklanır ve gelen pencere üzerindeki kutucuğa yeni değer yazılır.

4.4.4 Eğilme Momentlerinin Kontrolü

Menu komutlarından *Analyze – CheckMDiagram* tıklanarak eğilme momenti değerlerinin lineer elastik sınırı (M_{L1}) veya taşıma gücünü (M_{L2}) aşıp aşmadığı kontrol edilir. Eğer lineer sınır aşılıyorsa lineer sınırın aşıldığı bölgede lineerleştirme tekniği uygulanır.

4.4.5 Göçme Yükünün Bulunması

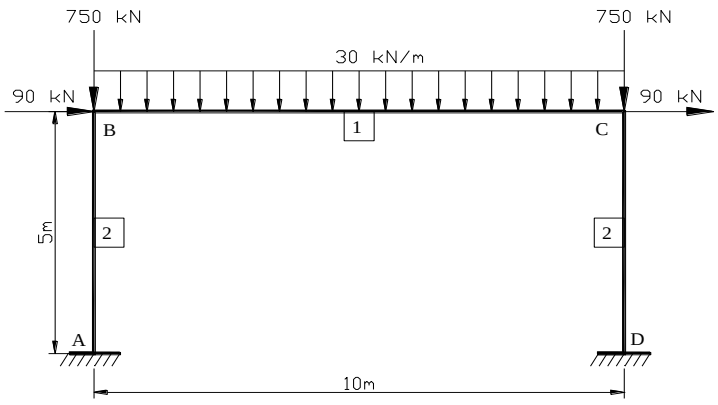
Menu komutlarından *Analyze – NonLinearIteration* tıklanarak ardışık yaklaşıma başlanır. Ardışık yaklaşımın sonunda bulunan *loadscalefactor* değeri göçme yüküne karşı gelen yük parametresinin değerini verir.

5 SAYISAL İNCELEMELER

Bu bölümde, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabına yönelik olarak bu çalışmada geliştirilen ardışık yaklaşım yönteminin sayısal uygulamaları amacıyla, biri tek katlı tek açıklıklı diğeri altı katlı iki açıklıklı olmak üzere iki düzlem çerçeve sistem hesaplanarak göçme yükleri belirlenmiştir. Sistemler Bölüm 3 te esasları açıklanan algoritma ile çözülmüştür. Sistemlerin çözümünde, Bölüm 4 te anlatılan bilgisayar programından yararlanılmıştır.

5.1 ÖRNEK 1 – Tek Katlı Tek Açıklıklı Çerçeve

Geometrisi ve işletme yükleri ile enkesit karakteristikleri Şekil 5.1 de verilen ve lineer olmayan elastik malzemeden yapılan dikdörtgen en kesitli çubuklardan oluşan düzlem çerçevenin, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğu varsayımı ile, birinci mertebe teorisine göre hesabı yapılmış ve göçme yükü belirlenmiştir. Sistemin yük parametresi – yer değiştirme bağıntısının belirlenmesinde esas alınan büyüklük, C noktasının δc yatay yer değiştirmesi olarak seçilmiştir.



Enkesit Karakteristikleri

1 Kiriş

EI =75864 kNm²
EF =2528799 kN
M_{L1}=410.50 kNm
χ_{L1}=0.0054 m⁻¹
M_{L2}=428.30 kNm
χ_{L2}=0.0230 m⁻¹

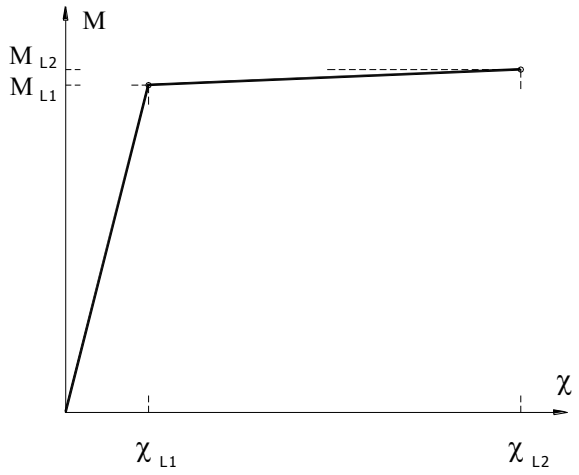
2 Kolon

EI =182917 kNm²
EF =6097222 kN
M_{L1}=439.0 kNm
χ_{L1}=0.0024 m⁻¹
M_{L2}=474.4 kNm
χ_{L2}=0.0400 m⁻¹

Şekil 5.1 Sistem Geometrisi, Enkesit Karakteristikleri ve İşletme Yükleri

Sistem sabit düşey işletme yükleri altında, *YYP* yatay yük parametresinin (yatay yüklerin yatay işletme yüklerine oranının) artan değeri için hesaplanacak ve göçmeye karşı gelen yatay yük parametresi elde edilecektir.

Sistem elemanlarının eğilme momenti – eğrilik (M-χ) diyagramı Şekil 5.2 de genel olarak gösterilmiştir.



Şekil 5.2 Çubuklarda Eğilme Momenti – Eğrilik (M-χ) Diyagramı

Sistem elemanlarında M-χ bağıntılarını tanımlayan karakteristik değerler aşağıda verilmiştir.

a) Kiriş

Kiriş için esas alınan karakteristik değerler aşağıdaki gibidir.

$$\chi_{L1} = 0.0054 \ \frac{1}{m} \qquad M_{L1} = 410 .5 \ kNm \qquad \chi_{L2} = 0.023 \ \frac{1}{m} \qquad M_{L2} = 428 .3 \ kNm$$

b) Kolonlar

Kolonlarda normal kuvvetin $N=900\ kN$ değeri için elde edilen karakteristikler aşağıdaki değerleri almaktadır.

$$\chi_{L1} = 0.0024 \ \frac{1}{m} \qquad M_{L1} = 439 .0 \ kNm \qquad \chi_{L2} = 0.040 \ \frac{1}{m} \qquad M_{L2} = 474 .4 \ kNm$$

5.1.1 Hesap adımları

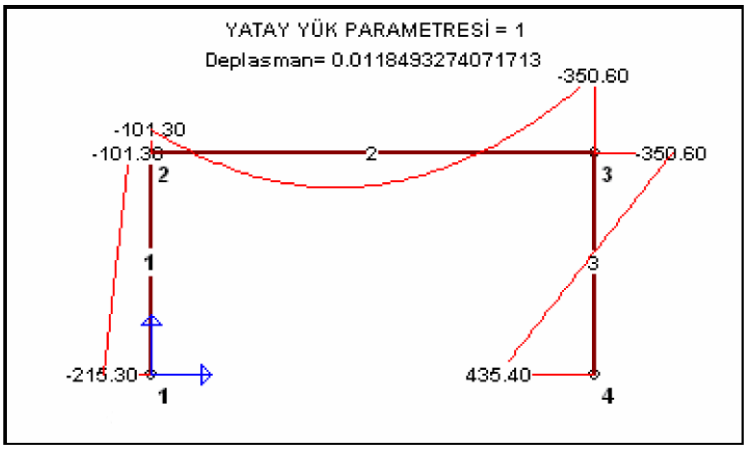
Geliştirilen hesap yöntemi ile sistemin göçme yükünün nasıl bulunduğunu açıklamak amacıyla, program tarafından otomatik olarak gerçekleştirilen hesapların adımlarına ilişkin bilgiler aşağıda sunulmuştur. Yatay yük parametresi değiştirilerek yapılan hesabın her adımı ve plastikleşme bölgesinin bulunması amacıyla uygulanan ardışık yaklaşımın ara adımları için elde edilen eğilme momenti diyagramları, C noktasının yatay δc deplasmanları ve hesap yöntemi ile ilgili bilgiler verilecektir.

YYP = 1.00 için hesap - 1. Yaklaşım

Hesabın bu adımında yatay yük parametresinin *YYP = 1.0* değeri için hesap lineer teoriye göre yapılmış ve elde edilen eğilme momenti diyagramı ile yatay yer değiştirme değeri Şekil 5.3 de verilmiştir. Bu aşamada her hangi bir çubukta elastik moment kapasitesinin aşılmadığı, diğer bir deyişle $M \leq M_{L1}$ olduğu görülmektedir.

YYP =1.00

δc = 0.01184933 m



Şekil 5.3 YYP=1.00 1.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

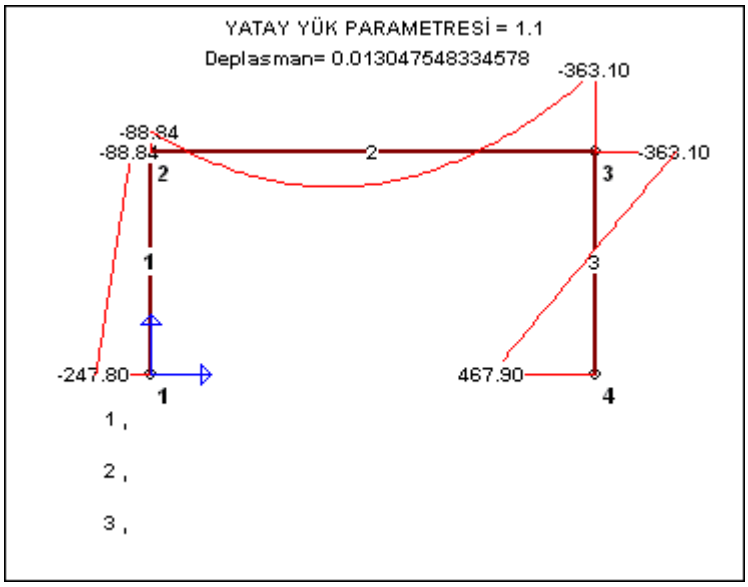
YYP = 1.10 için hesap - 1. Yaklaşım

Hesabın bu adımında yatay yük parametresi *YYP = 1.10* olarak arttırılmış ve lineer teoriye göre hesap yapılarak elde edilen eğilme momenti diyagramı ve yatay yer değiştirme değeri Şekil 5.4 de verilmiştir.

Eğilme momenti diyagramından görüldüğü gibi, 3 çubuğunun alt ucunda elastik moment kapasitesi (M_{L1}) aşılmakta, dolayısı ile bu bölgede plastikleşme meydana gelmektedir. Ardışık yaklaşımın bir sonraki adımında, eğilme momenti değerinin M_{L1} den büyük olduğu plastikleşme bölgesinde çubuk atalet momentini uygun şekilde değiştirmek ve aynı bölgede eşdeğer farklı sıcaklık değişmesini hesaba katmak suretiyle lineerleştirme tekniği uygulanacaktır. Bu ardışık yaklaşım işlemi plastikleşme bölgesinin yeri belirleninceye kadar devam ettirilecektir. Ardışık yaklaşımın devam edip etmeyeceğini belirlemek amacıyla kullanılan kontrol parametresi olarak 3.düğüm noktasının δ_c yatay yer değiştirmesi seçilmiştir. Bir önceki adıma göre δ_c deki değişim $\Delta\delta_c = \delta_c - \delta_{cp}$ (δ_{cp} : 3. düğüm noktasının bir önceki adımda bulunan yatay yer değiştirmesi) 0.00001 m den az ise ardışık yaklaşım sona erdirilir.

YYP =1.10

δ_c *= 0.0130475 m*



plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu

Şekil 5.4 YYP=1.10 1.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

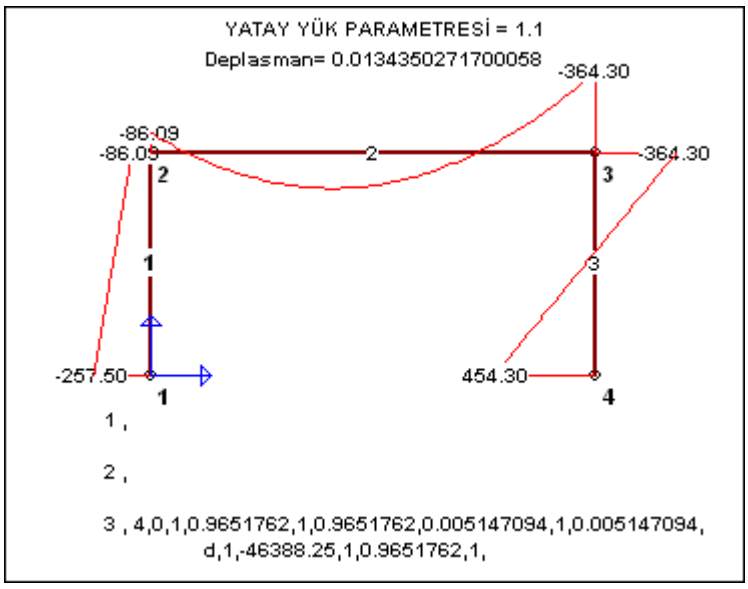
YYP = 1.10 için hesap - 2. Yaklaşım

Bu yaklaşımda yatay yük parametresi değiştirilmeksizin, elastik moment kapasitesinin aşıldığı bölgede lineerleştirme tekniği uygulanarak hesap yapılmış, elde edilen eğilme momenti diyagramı ve yatay yer değiştirme değeri aşağıda sunulmuştur, Şekil 5.5. δ_c deki değişimin $\Delta\delta_c$=0.00039 m > 0.00001 m olduğu görülmektedir. Bu sonuç bir önceki adımda belirlenen plastikleşme bölgesinin değişmesi gerektiğini gösterir. Bu nedenle ardışık yaklaşıma devam edilecektir.

YYP =1.10

δc *= 0.01343503 m*

$\Delta\delta_c$ *= 0.00039 m*



plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu

Şekil 5.5 YYP=1.10 2.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.10 için hesap - 3. Yaklaşım

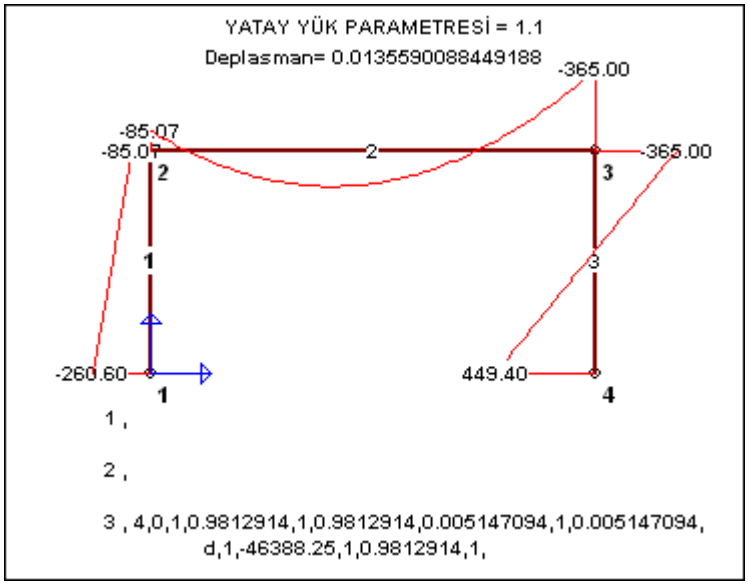
δ_c yatay yer değiştirmesindeki değişimin $\Delta\delta_c$=0.00012 m > 0.00001 m olduğu görülmektedir. Bu nedenle bir önceki adımda belirlenen plastikleşme bölgesinin boyu değiştirilerek ardışık yaklaşıma devam edilmesi gerekmektedir. Şekil 5.6.

YYP =1.10

δc = 0.013559 m

$\Delta\delta_c$ = 0.00012 m

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.6 YYP=1.10 3.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.10 için hesap - 4. Yaklaşım

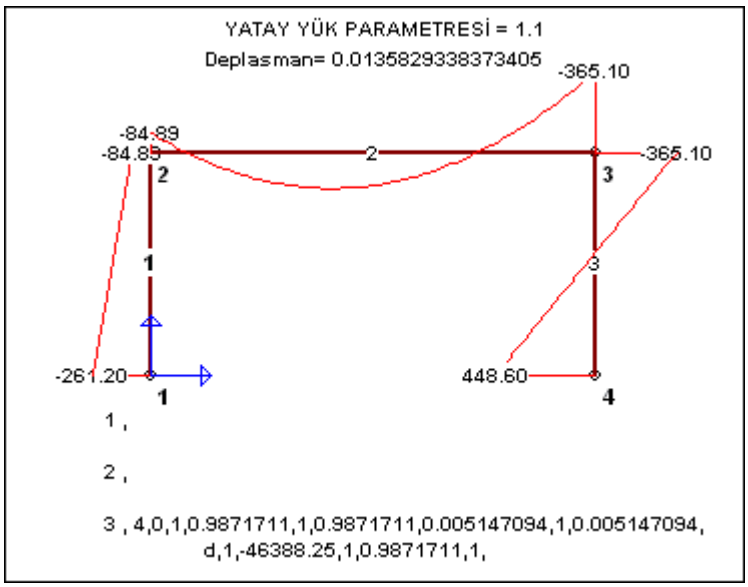
Ardışık yaklaşımın bu adımına ait sonuçlar Şekil 5.7 de gösterilmektedir. Bu adımda da $\Delta\delta_c$=0.00002 m > 0.00001 m olduğundan hesaba devam edilecektir.

YYP =1.10

δc = 0.01358293 m

$\Delta\delta_c$ = 0.00002 m

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.7 YYP=1.10 4.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.10 için hesap - 5. Yaklaşım

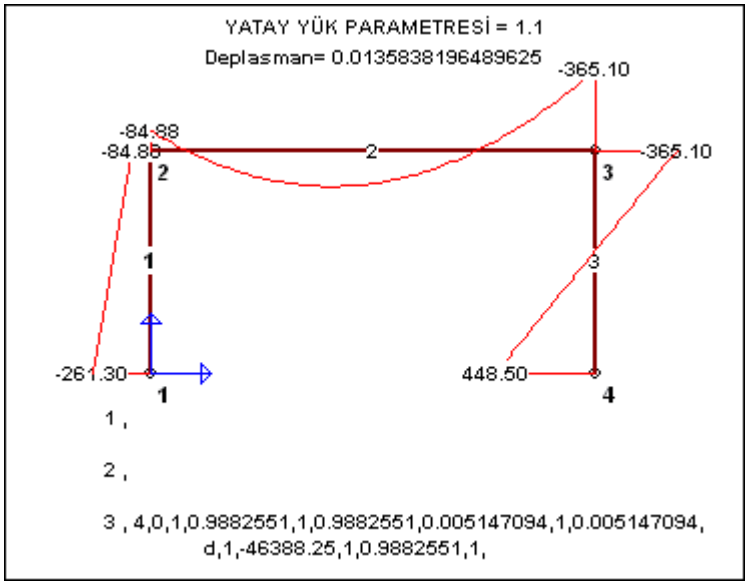
δ_c yer değiştirmesindeki $\Delta\delta_c$ değişiminin 0.00001 m den küçük olduğu görülmektedir. Kontrol koşulu sağlanmış olduğundan ardışık yaklaşıma son verilecek ve yük parametresi arttırılarak hesaba devam edilecektir, Şekil 5.8.

YYP =1.10

δc = 0.01358381 m

$\Delta\delta_c$ $= 8.8 \cdot 10^{-7}$ *m*

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.8 YYP=1.10 5.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

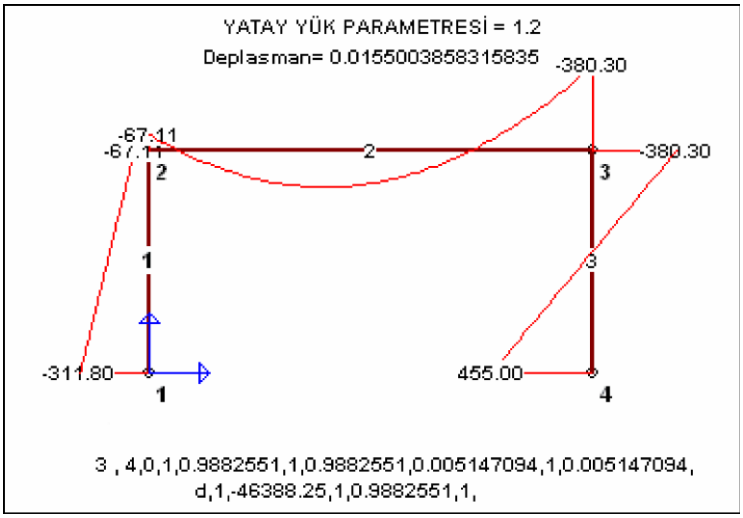
YYP = 1.20 için hesap - 1. Yaklaşım

Hesabın bu adımında yatay yük parametresi arttırılmış ve önceki yük düzeyi için elde edilen plastikleşme bölgesi yeri ve uzunluğu esas alınarak sistem hesaplanmıştır. Bu hesap sırasında bulunan eğilme momenti diyagramı ve yatay yer değiştirme değeri Şekil 5.9 da görülmektedir.

YYP =1.20

δc = 0.0155004 m

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.9 YYP=1.20 1.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.20 için hesap - 2. Yaklaşım

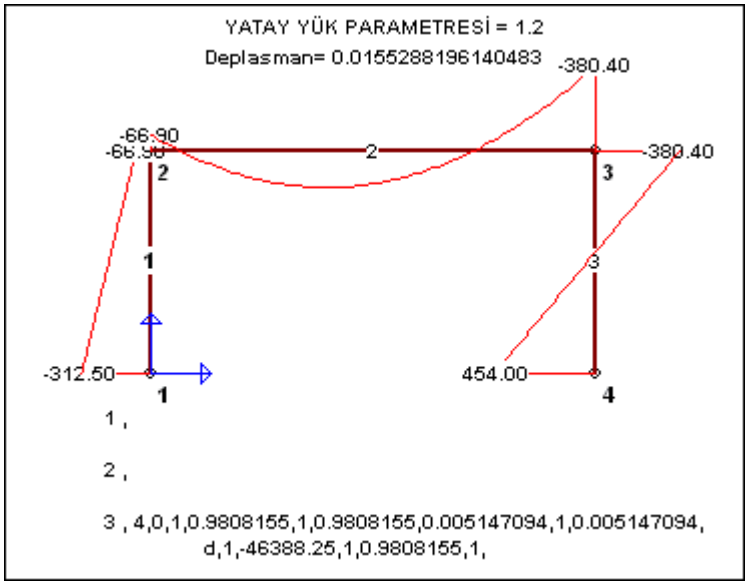
$\Delta\delta_c$=0.00003 m > 0.00001 m olduğundan bir önceki adımda seçilen plastikleşme bölgesinin boyu uygun şekilde değiştirilerek ardışık yaklaşıma devam edilmiştir, Şekil 5.10.

YYP =1.20

δc = *0.01552882 m*

$\Delta\delta_c$ = *0.00003 m*

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.10 YYP=1.20 2.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.20 için hesap - 3. Yaklaşım

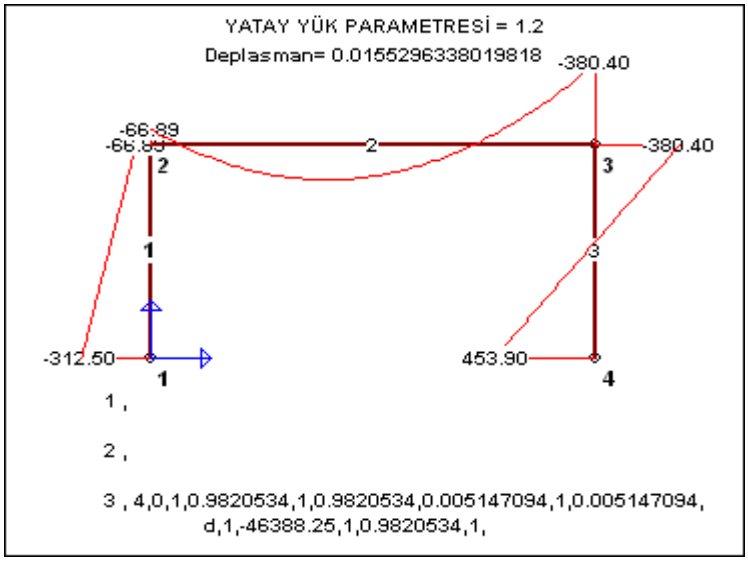
Bu adım sonunda δ_c < 0.00001 m koşulu sağlanmış olduğundan ardışık yaklaşıma son verilecektir, Şekil 5.11.

YYP =1.20

δc = *0.0155296 m*

$\Delta\delta_c$ = $8 . 10^{-7}$ *m*

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.11 YYP=1.20 3.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.30 için hesap - 3. Yaklaşım

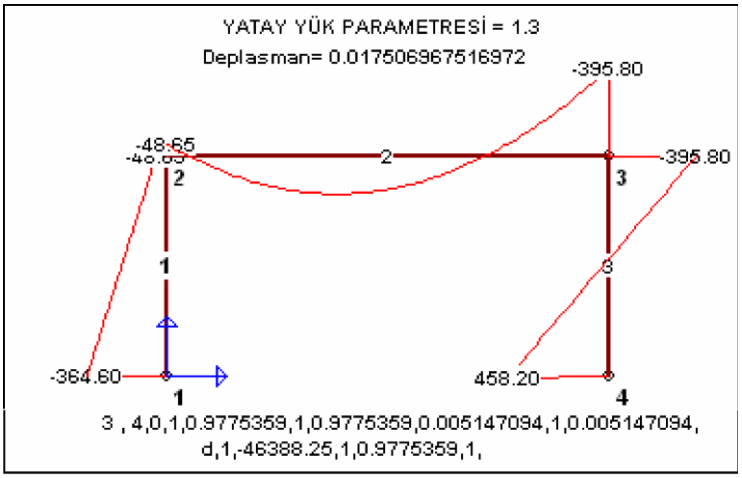
Yatay yük parametresinin YYP=1.30 ve daha büyük değerleri için yapılan hesapların sadece son adımına ait sonuçlar verilecektir. Örneğin YYP= 1.30 için yapılan hesapta, ardışık yaklaşıma 3 adım devam edilmiş ve bu adım sonunda δ_c < 0.00001 m koşulu sağlanmıştır.Bu adıma ait sonuçlar Şekil 5.12 de verilmiştir.

YYP =1.30

δc = 0.01750697 m

$\Delta\delta_c$ = 1 . 10^{-7} m

plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu



Şekil 5.12 YYP=1.30 3.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

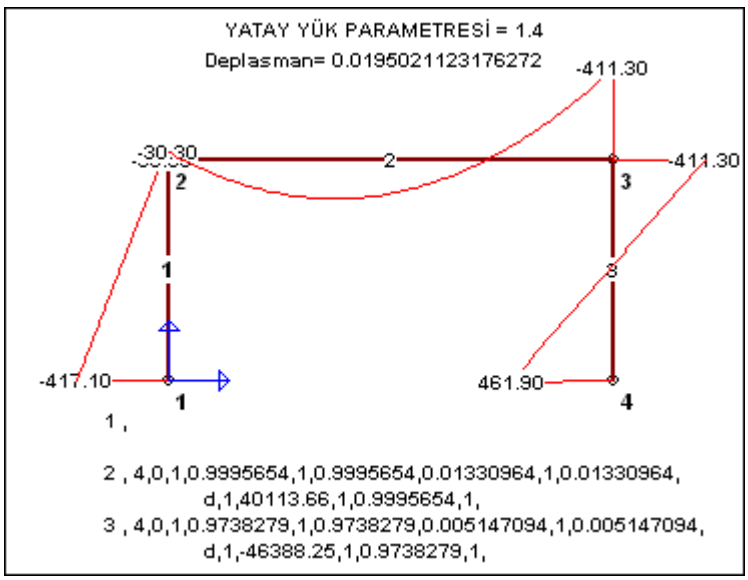
YYP = 1.40 için hesap - 5. Yaklaşım

YYP=1.40 için yapılan hesaplarda, ardışık yaklaşımın 5. adımında $\Delta\delta_c$ < 0.00001 m olmaktadır. Kontrol koşulu sağlanmış olduğundan ardışık yaklaşıma son verilecek ve yük parametresi arttırılarak hesaba devam edilecektir, Şekil 5.13.

YYP =1.40

δc = 0.0195021 m

Plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu
2 çubuğunun sağ ucu



Şekil 5.13 YYP=1.40 5.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

Şekilden görüldüğü gibi, bu yük parametresinde sağ kolonun alt ucunda ve kirişin sağ ucunda plastikleşme bölgeleri oluşmaktadır.

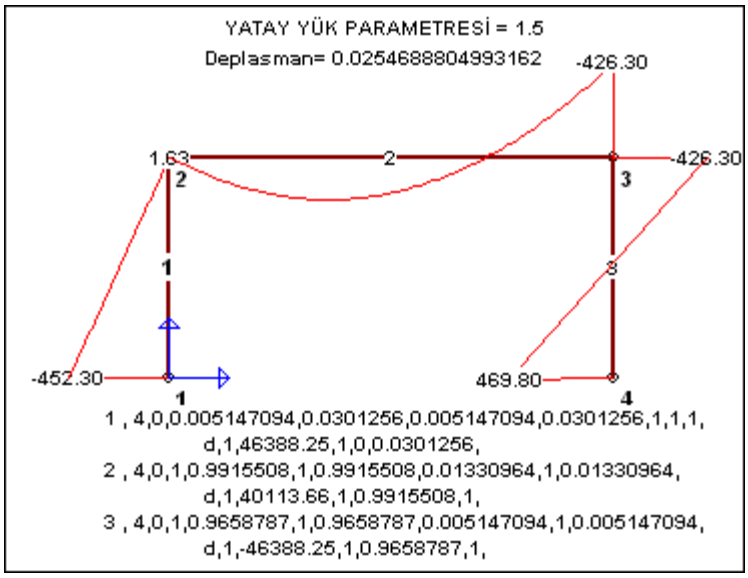
YYP = 1.50 için hesap - 7. Yaklaşım

Bu yük parametresi için yapılan hesapta ardışık yaklaşımın 7. adımında $\Delta\delta_c$<0.00001 m koşulu sağlanmaktadır. Bu yük düzeyinde, sistemde oluşan plastikleşme bölgelerinin sayısı üçe çıkmaktadır, Şekil 5.14

YYP =1.50

δc = 0.02545194 m

Plastikleşme bölgesi :
3 çubuğunun alt ucu
1 çubuğunun alt ucu
2 çubuğunun sağ ucu

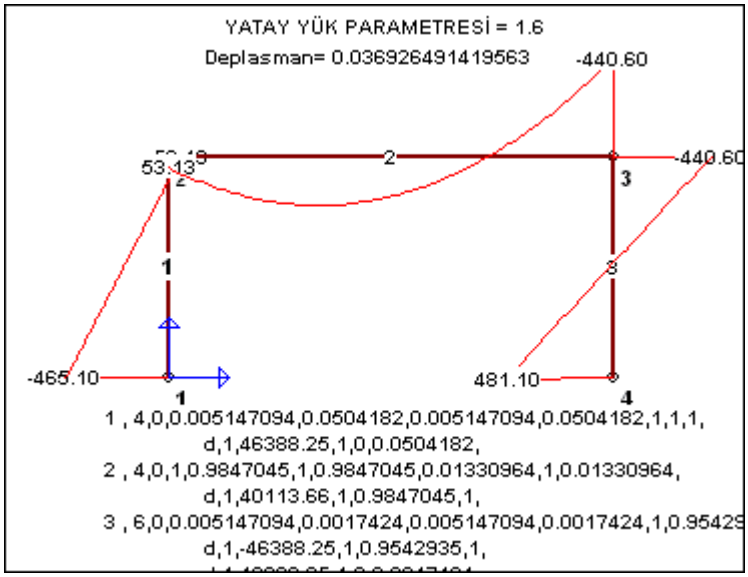


Şekil 5.14 YYP=1.50 7.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.60 için hesap - 7. Yaklaşım

YYP=1.60 için yapılan hesap sonunda, Şekil 5.15 den görüldüğü gibi, sağ kolonun alt ucu ile kirişin sağ ucundaki kesitlerin eğilme momenti taşıma kapasiteleri (M_{L2}) aşılmaktadır. Bu nedenle bir sonraki adımda YYP artım miktarı yarıya indirilerek hesaba devam edilecektir.

YYP =1.60



Plastikleşme bölgesi :

3 çubuğunun üst ve alt ucu

1 çubuğunun alt ucu

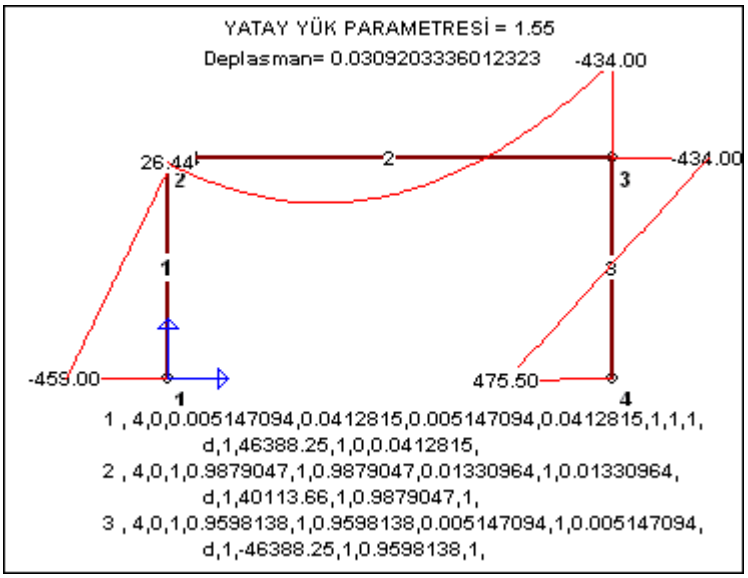
2 çubuğunun sağ ucu

Şekil 5.15 YYP=1.60 7.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.55 için hesap - 7. Yaklaşım

Bu yük parametresi için de kolon ve kiriş enkesitlerinin kapasiteleri aşıldığından, hesabın bir sonraki adımında YYP artım miktarı yarıya indirilerek hesaba devam edilecektir, Şekil 5.16.

YYP =1.55



Plastikleşme bölgesi :

3 çubuğunun alt ucu

1 çubuğunun alt ucu

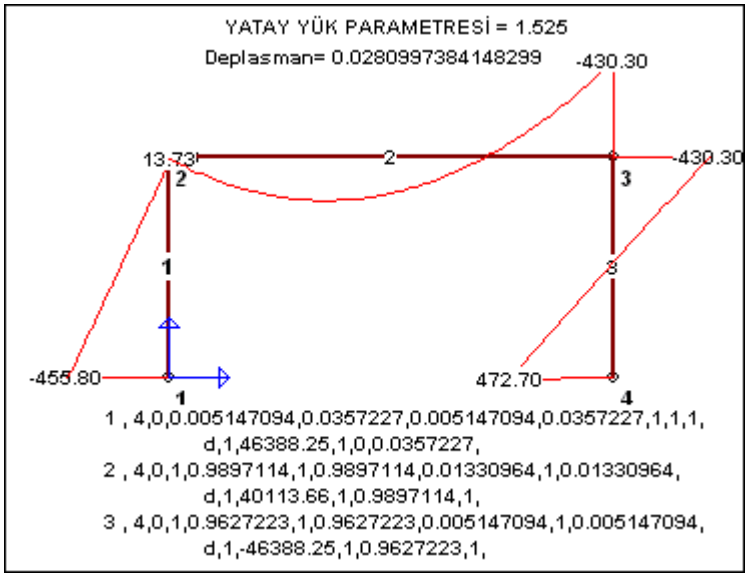
2 çubuğunun sağ ucu

Şekil 5.16 YYP=1.55 7.Yaklaşım İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.525 için hesap - 7. Yaklaşım

Ardışık yaklaşım kontrol koşulu sağlanana kadar devam ettirilmiş ve 7. yaklaşımda hesaba son verilmiştir. Şekil 5.15 de görüldüğü gibi kiriş sağ ucunda taşıma kapasitesi (M_{L2}) aşılmış olduğundan, azaltılmış yeni YYP için hesaba devam edilecektir.

YYP =1.525



Plastikleşme bölgesi :

3 çubuğunun alt ucu

1 çubuğunun alt ucu

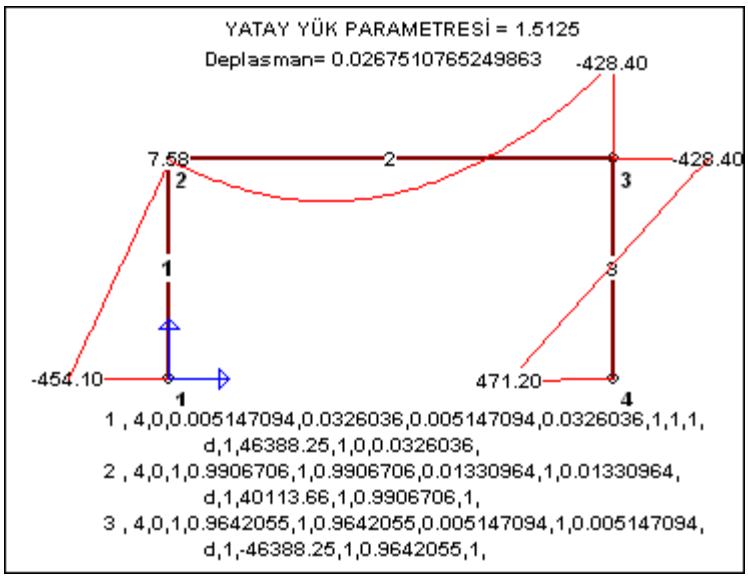
2 çubuğunun sağ ucu

Şekil 5.17 YYP=1.525 7.Yaklaşım İçin M diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1.5125 için hesap - 6. Yaklaşım

Kirişin sağ ucunda taşıma kapasitesinin aşıldığı bu yük parametresi azaltılarak hesap tekrarlanacaktır, Şekil 5.18.

YYP =1. 5125



Plastikleşme bölgesi :

3 çubuğunun alt ucu

1 çubuğunun alt ucu

2 çubuğunun sağ ucu

Şekil 5.18 YYP=1.5125 6.Yaklaşım İçin M diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

YYP = 1. 50625 için hesap - 4. Yaklaşım

Bu yük parametresi için hesap kontrol koşulu sağlanana kadar devam ettirilmiş ve 4. adımda son bulmuştur. Şekil 5.19 dan görüldüğü gibi, bu yük için hiçbir kesitte taşıma kapasitesi (M_{L2}) aşılmamıştır. Bu durumda azaltılan YYP artım miktarı ile hesaba devam edilecektir.

YYP =1.50625

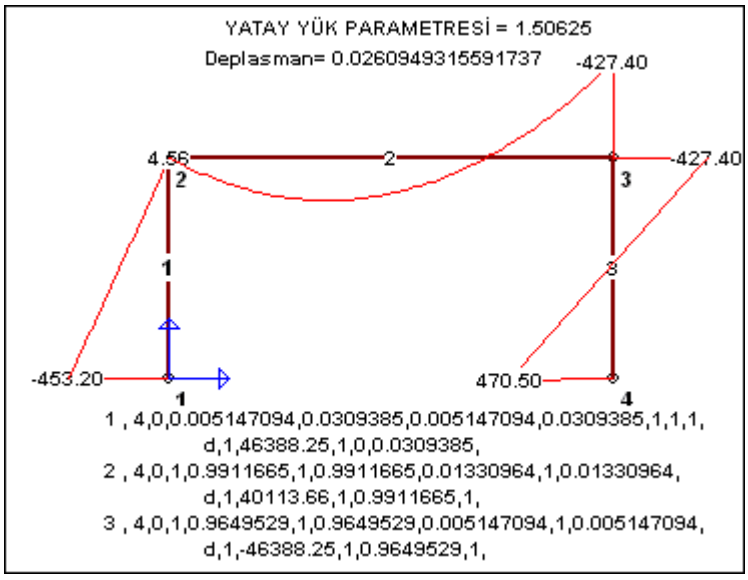
δc = 0.026095 m

Plastikleşme bölgesi :

3 çubuğunun alt ucu

1 çubuğunun alt ucu

2 çubuğunun sağ ucu



Şekil 5.19 YYP=1.50625 4.Yaklaşım İçin M diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

5.1.2 Göçme Yükünün Hesabı

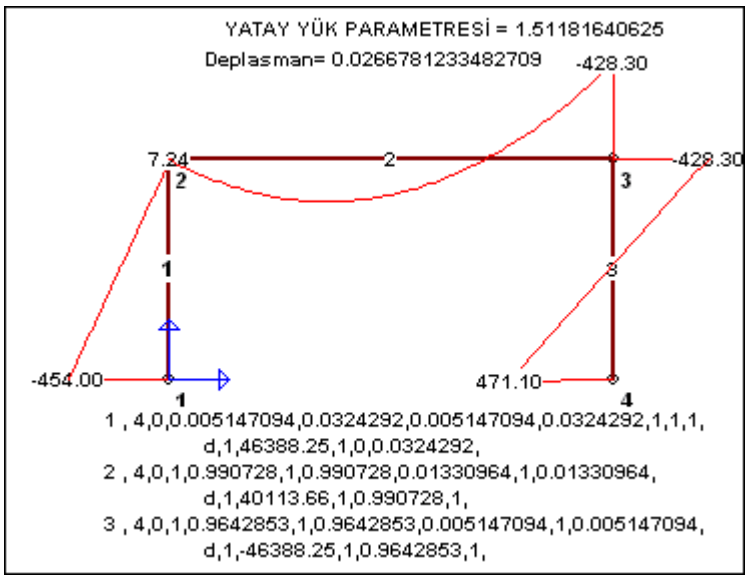
Göçme yükünün bulunması amacıyla hesaba devam edilmiştir. Hesap sonucunda bulunan yatay yük parametresi ve bu yüke ait sayısal sonuçlar aşağıda verilmiştir.

YYP = 1. 5118 için hesap - 9. Yaklaşım

Ardışık yaklaşım kontrol koşulu sağlanana kadar devam ettirilmiş ve 9. yaklaşımda son bulmuştur. Şekil 5.20 den görüldüğü gibi, bu yük parametresi için kirişin sağ ucundaki eğilme momenti M_{L2} kapasitesi taşıma gücüne ulaşmıştır. Böylece, sistemin göçme yüküne erişildiğinden hesaba son verilmiştir.

YYP *=1. 5118*

δc *= 0.02667812 m*



Plastikleşme bölgesi :

3 çubuğunun alt ucu

1 çubuğunun alt ucu

2 çubuğunun sağ ucu

Şekil 5.20 Göçme Yükü İçin Eğilme Momenti diyagramı ve Yatay Yer Değiştirme

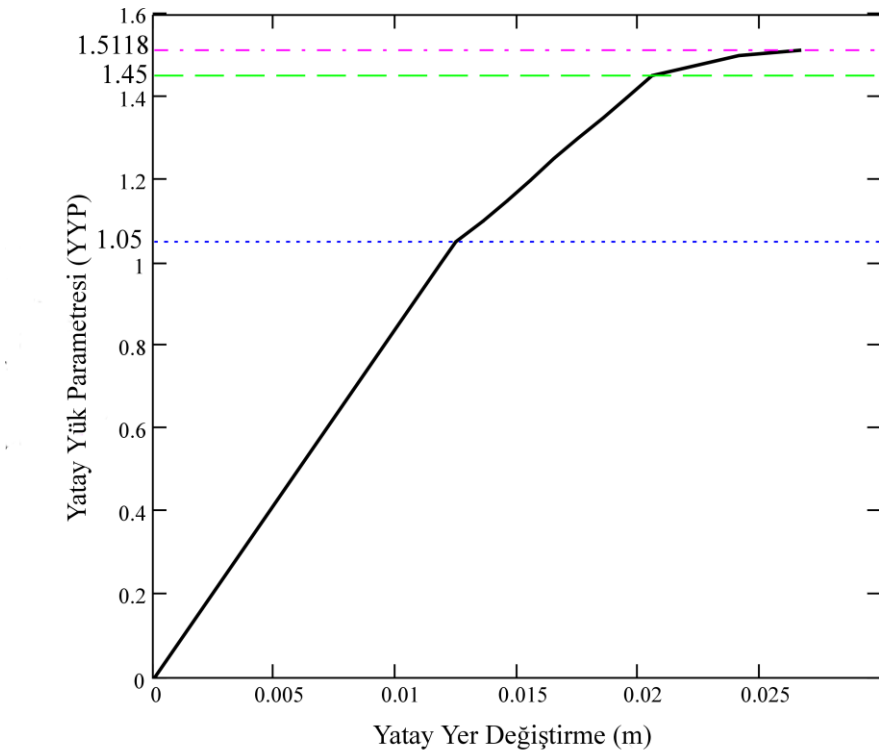
5.1.3 Yatay Yük Parametresi - Yatay Yer değiştirme Eğrisi

Yatay yük parametresi ve yatay yer değiştirme arasındaki bağıntı yapının artan dış yükler etkisindeki davranışını temsil etmektedir. Tek katlı tek açıklıklı düzlem çerçeve sisteme etkitilen yatay yük parametreleri ve bu yük parametreleri için hesaplanan yatay yer değiştirme değerleri Tablo 5.1 de özetlenmiştir.

Tablo 5.1 Yatay Yük Parametresi ve Yatay Yer Değiştirme Değerleri

Yatay Yük Parametresi	Yatay Yer Değiştirme (m)
0	0
1	0.01184933
1.1	0.01358381
1.2	0.0155296
1.3	0.01750697
1.4	0.0195021
1.5	0.02545194
1.5118	0.02667812

Yatay yük parametreleri ve bu yüklere karşı gelen yatay yer değiştirme değerleri için çizilen diyagram Şekil 5.21 de görülmektedir.



Şekil 5.21 Yatay Yük Parametresi – Yatay Yer Değiştirme Diyagramı

5.1.4 Elde Edilen Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi

Tek katlı tek açıklıklı düzlem çerçeve sistem için elde edilen sayısal sonuçlar aşağıda değerlendirilmiştir.

Yatay yük parametresinin yaklaşık 1.05 değerinde, ilk plastikleşme sağdaki kolonun alt ucunda oluşmaktadır. Buraya kadar doğrusal olan yatay yük parametresi – yatay yer değiştirme diyagramı bu noktada bir kırıklık yapmakta ve doğrunun eğimi azalmaktadır.

Yatay yük parametresi YYP = 1.45 dolaylarında iken ikinci plastikleşme kirişin sağ ucunda ve soldaki kolonun alt ucunda oluşmaya başlamaktadır.

Bu bölgelerde oluşan plastikleşme nedeniyle yatay yük parametresi – yatay yer değiştirme diyagramının eğimi daha da azalmaktadır.

Yatay yük parametresinin YYP = 1. 5118 değerinde kirişin sağ ucunda taşıma kapasitesine erişilerek sistem göçmektedir.

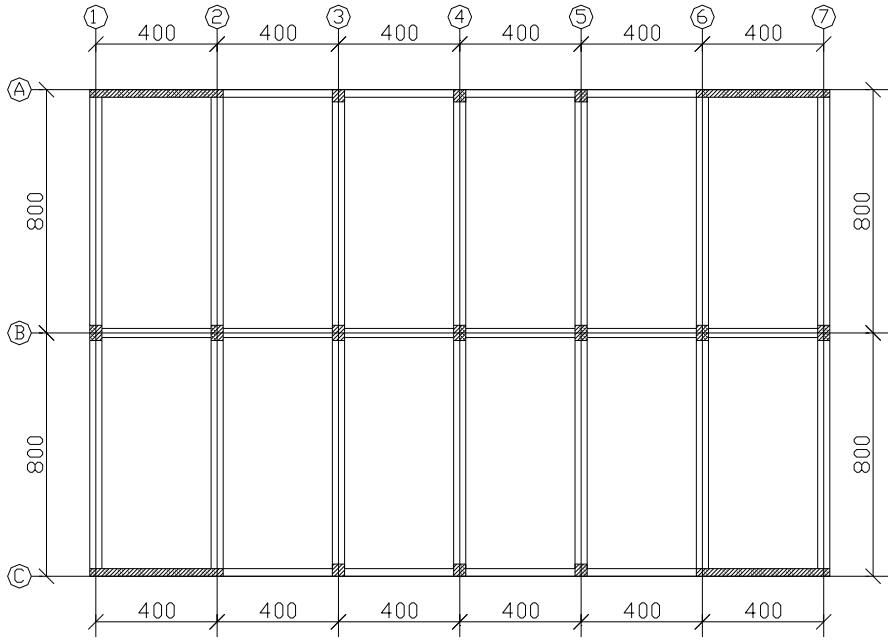
Bu örnekte göçme yükünün bulunması amacı ile 62 adet statik analiz yapılması gerekmiştir. Yapılan analiz sayısının seçilen yaklaşım parametreleri ile ilişkili

olacağı açıktır. Yük artımı miktarı, plastikleşme bölgesini belirlemek amacı ile kullanılan $\Delta\delta$ yakınsaklık sınırı ve yük artımının ne zaman sonlandırılacağını belirlemek için kullanılan yük artımı yakınsaklık değeri hesap sayısına, süresine ve sonucun yaklaşıklığına etki eden önemli parametrelerdir.

1.7 gHz hızlı Pentium IV işlemcili bir bilgisayarda, bu örnekte seçilen yaklaşım parametreleri için, tüm işlemler her adımda eğilme momenti diyagramı da çizilerek yaklaşık 800 msn de tamamlanmaktadır. Eğilme momenti diyagramının çizilmemesi halinde bu süre daha da kısalmaktadır.

5.2 ÖRNEK 2 – Altı Katlı İki Açıklıklı Çerçeve

Şekil 5.22 de şematik kat planı verilmiş olan altı katlı betonarme yapı sisteminin (4) aksı çerçevesi sabit düşey işletme yükleri ve orantılı olarak aratan yatay deprem kuvvetleri altında hesaplanarak deprem güvenliği belirlenecektir. Yapının (A) aksına paralel doğrultudaki deprem güvenliğinin ise, bu doğrultudaki perdeler yardımıyla sağlandığı varsayılmaktadır.



Şekil 5.22 Kat Planı

Bu amaçla, yapı sistemine etkiyen düşey yükler aşağıda hesaplanmış ve bu yüklerden yararlanarak çerçeve deprem yükleri bulunmuştur. Deprem yüklerinin hesabını basitleştirmek amacı ile, bu yüklerin çerçevelere yük veren alanlarla orantılı olduğu varsayılmış ve çerçeve rijitliklerindeki farklılıkların yatay yük dağılımına etkisi terk edilmiştir.

1.2.1 Sisteme Etkiyen Düşey Yükler

a) Döşeme yayılı yükleri:

betonarme döşeme, kaplama ve sıva	g	= 5.0 kN/m^2
hareketli yük	q	= 2.0 kN/m^2

b) Kiriş yükleri:

döşemeden	4.0 x 5.0	= 20.0 kN/m
kiriş öz ağırlığı		= 4.0 kN/m
duvar		= 2.0 kN/m
	g	= 26.0 kN/m
hareketli yük	q	= 8.0 kN/m^2

c) Düğüm noktası tekil yükleri : Bu yükler kolon öz ağırlığından ve diğer doğrultudaki kiriş öz ağırlıklarından oluşmaktadır.

(A) ve (C) akslarında	G	= 30.0 kN
(B) aksında	G	= 45.0 kN

d) Çerçeve toplam yükü

$\Sigma G = 26.0 \times 16.0 + 2 \times 30.0 + 45.0$	= 521.0 kN
$\Sigma Q = 8.0 \times 16.0$	= 128.0 kN

5.2.2 Deprem Yüklerinin Hesabı

Yapıya etkiyen deprem yükleri Deprem Yönetmeliğinde (ABYYHY) önerilen *Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi* ile belirlenmiştir,[14]. Hesapta kullanılan, karakteristik büyüklükler aşağıda verilmiştir.

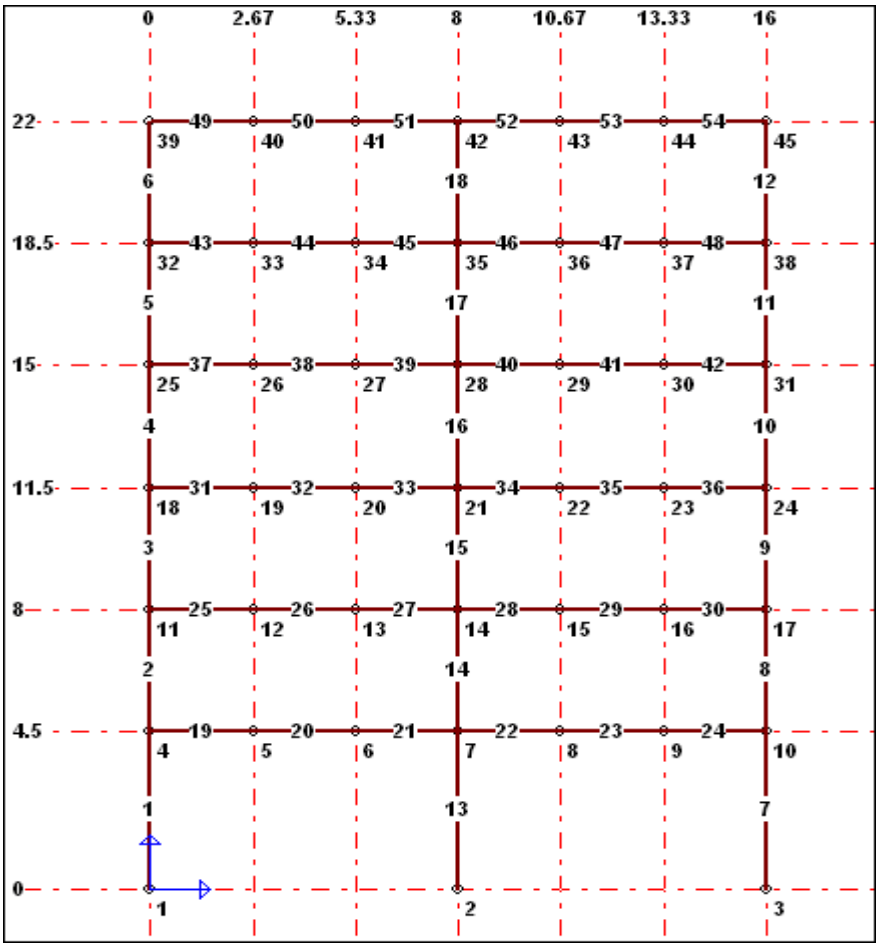
Etkin yer ivmesi katsayısı	:	Ao = 0.40 (Birinci derece deprem bölgesi)
Yapı önem katsayısı:	:	I = 1
Taşıyıcı sistem davranış katsayısı	:	R = 8
Spektrum karakteristik periyotları	:	T_A / T_B = 0.10 / 0.30 sn
Bina doğal titreşim periyodu	:	$T = C_t H^{3/4} = 0.07x22^{3/4} = 0.71$ sn
Spektrum katsayısı	:	$S(T) = 2.5 \times (T_B/T)^{0,8} = 1.25$
Spektral ivme katsayısı	:	$A(T) = A_0 I S(T) / R = 0.062748$

Deprem yüklerinin katlara göre dağılımı Tablo 5.2 de hesaplanmıştır.

Tablo 5.2 - Eşdeğer Deprem Yüklerinin Katlara Dağılımı

KAT	Hi	Wi	Wi*Hi	Wi*Hi/TOP	Fiy
1	4.5	560	2520	0.0566	11.934
2	8	560	4480	0.1006	21.216
3	11.5	560	6440	0.1447	30.498
4	15	560	8400	0.1887	39.780
5	18.5	560	10360	0.2327	49.062
6	22	560	12320	0.2767	58.344
Toplam	Σ=	3360	44520	1	210.834

Geometrisi ile sistem şeması Şekil 5.23 de verilen ve lineer olmayan elastik malzemeden yapılmış dikdörtgen en kesitli çubuklardan oluşan düzlem çerçevenin, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğu varsayımı ile, birinci mertebe teorisine göre hesabı yapılmış ve göçme yükü belirlenmiştir.



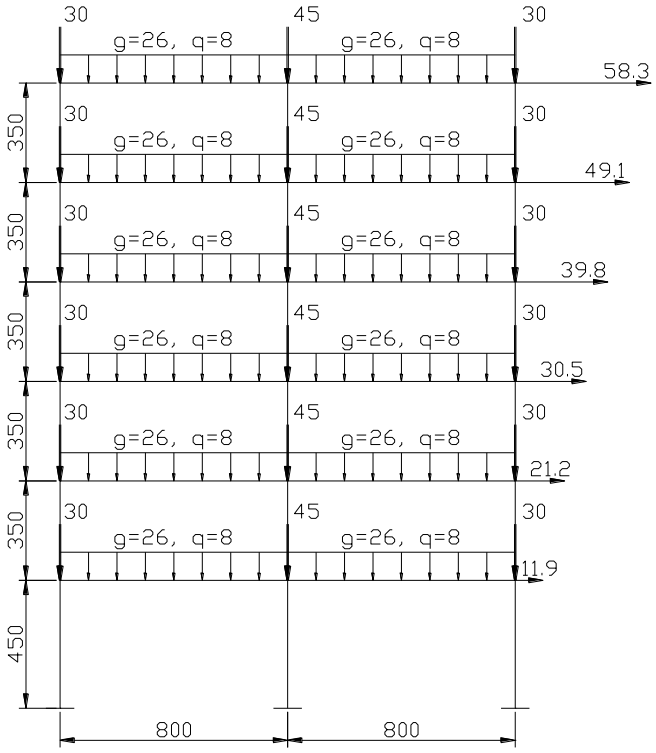
Şekil 5.23 Çerçeve Sistem Planı

Sistemin P– δ bağıntısının belirlenmesinde esas alınan büyüklük, 45 düğüm noktasının δ_{45} yatay yer değiştirmesi olarak seçilmiştir. Çubuklara ait enkesit boyutları, donatı alanları ve diğer karakteristik değerler Tablo 5.3 de görülmektedir.

Tablo 5.3 En Kesit Karakteristik değerleri

No	H (cm)	B (cm)	Io (m^4)	F (m^2)	pp (cm)	Asa (cm^2)	Asu (cm^2)	M_{L1} (kNm)	χ_{L1} (m^{-1})	M_{L2} (kNm)	χ_{L2} (m^{-1})
1	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	178.75	0.0097	192.88	0.1334
2	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	170.06	0.00944	183.53	0.13635
3	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	159.82	0.00914	172.14	0.13217
4	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	147.92	0.00881	158.16	0.13018
5	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	132.82	0.00841	140.77	0.12856
6	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	116.06	0.00798	122.13	0.12684
7	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	225.82	0.01002	249.26	0.0667
8	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	218.78	0.01111	232.66	0.08252
9	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	196.54	0.01027	210.95	0.10672
10	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	171.31	0.00947	184.9	0.13689
11	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	145.22	0.00874	155.01	0.12989
12	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	120	0.00808	126.44	0.12724
13	50	40	4.17E-03	0.2	4	10	10	372.65	0.00674	439.26	0.04169
14	40	40	2.13E-03	0.16	4	8	8	229.68	0.00816	276.73	0.05003
15	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	225.2	0.00964	253.08	0.06302
16	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	222.91	0.0117	231.8	0.08338
17	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	183.61	0.00985	197.95	0.12507
18	40	40	2.13E-03	0.16	4	7	7	143.87	0.0087	153.43	0.12974
19	60	40	7.20E-03	0.24	4	19	9	398.77	0.00534	420.77	0.08031
20	60	40	7.20E-03	0.24	4	9	4	194.11	0.00473	203.28	0.07794
21	60	40	7.20E-03	0.24	4	24	12	499.95	0.00558	529.3	0.08105
22	60	40	7.20E-03	0.24	4	24	12	499.95	0.00558	529.3	0.08105
23	60	40	7.20E-03	0.24	4	9	4	194.11	0.00473	203.28	0.07794
24	60	40	7.20E-03	0.24	4	19	9	398.77	0.00534	420.77	0.08031
25	60	40	7.20E-03	0.24	4	19	9	398.77	0.00534	420.77	0.08031
26	60	40	7.20E-03	0.24	4	9	4	194.11	0.00473	203.28	0.07794
27	60	40	7.20E-03	0.24	4	22	11	459.72	0.00548	486.04	0.08061
28	60	40	7.20E-03	0.24	4	22	11	459.72	0.00548	486.04	0.08061
29	60	40	7.20E-03	0.24	4	9	4	194.11	0.00473	203.28	0.07794
30	60	40	7.20E-03	0.24	4	19	9	398.77	0.00534	420.77	0.08031
31	60	40	7.20E-03	0.24	4	16	8	338.27	0.00516	355.68	0.07968
32	60	40	7.20E-03	0.24	4	9	4	194.11	0.00473	203.28	0.07794
33	60	40	7.20E-03	0.24	4	20	10	419.38	0.00538	442.58	0.08034
34	60	40	7.20E-03	0.24	4	20	10	419.38	0.00538	442.58	0.08034
35	60	40	7.20E-03	0.24	4	9	4	194.11	0.00473	203.28	0.07794
36	60	40	7.20E-03	0.24	4	16	8	338.27	0.00516	355.68	0.07968
37	60	30	5.40E-03	0.18	4	14	7	294.31	0.00531	310.21	0.08014
38	60	30	5.40E-03	0.18	4	8	3	171.28	0.00487	179.71	0.07864
39	60	30	5.40E-03	0.18	4	16	8	334.72	0.00545	353.66	0.08053
40	60	30	5.40E-03	0.18	4	16	8	334.72	0.00545	353.66	0.08053
41	60	30	5.40E-03	0.18	4	8	3	171.28	0.00487	179.71	0.07864
42	60	30	5.40E-03	0.18	4	14	7	294.31	0.00531	310.21	0.08014
43	60	30	5.40E-03	0.18	4	12	6	253.7	0.00516	266.76	0.07968
44	60	30	5.40E-03	0.18	4	8	3	171.28	0.00487	179.71	0.07864
45	60	30	5.40E-03	0.18	4	16	8	334.72	0.00545	353.66	0.08053
46	60	30	5.40E-03	0.18	4	16	8	334.72	0.00545	353.66	0.08053
47	60	30	5.40E-03	0.18	4	8	3	171.28	0.00487	179.71	0.07864
48	60	30	5.40E-03	0.18	4	12	6	253.7	0.00516	266.76	0.07968
49	60	30	5.40E-03	0.18	4	9	6	192.85	0.00489	201.57	0.0785
50	60	30	5.40E-03	0.18	4	9	3	191.63	0.00497	201.42	0.0792
51	60	30	5.40E-03	0.18	4	13	6.5	274.03	0.00524	288.48	0.07992
52	60	30	5.40E-03	0.18	4	13	6.5	274.03	0.00524	288.48	0.07992
53	60	30	5.40E-03	0.18	4	9	3	191.63	0.00497	201.42	0.0792
54	60	30	5.40E-03	0.18	4	9	6	192.85	0.00489	201.57	0.0785

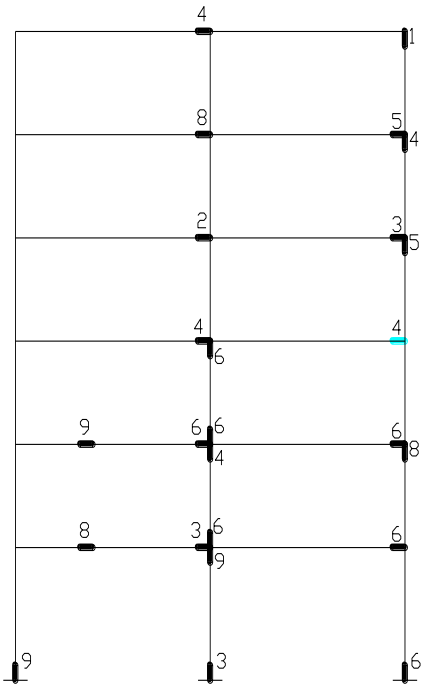
Yukarıda hesaplanmış olan yatay ve düşey işletme yükleri Şekil 5.24 deki sistem şeması üzerinde gösterilmişlerdir.



Şekil 5.24 Çerçeve Yükleri

Özellikleri ve yükleri yukarıda tanımlanan yapı sistemi bu çalışma kapsamında hazırlanan NAPS bilgisayar programı ile hesaplanmış ve hesap adımlarında oluşan plastikleşme bölgeleri ile bunlara karşı gelen YYP değerleri Şekil 5.25 de gösterilmiştir.

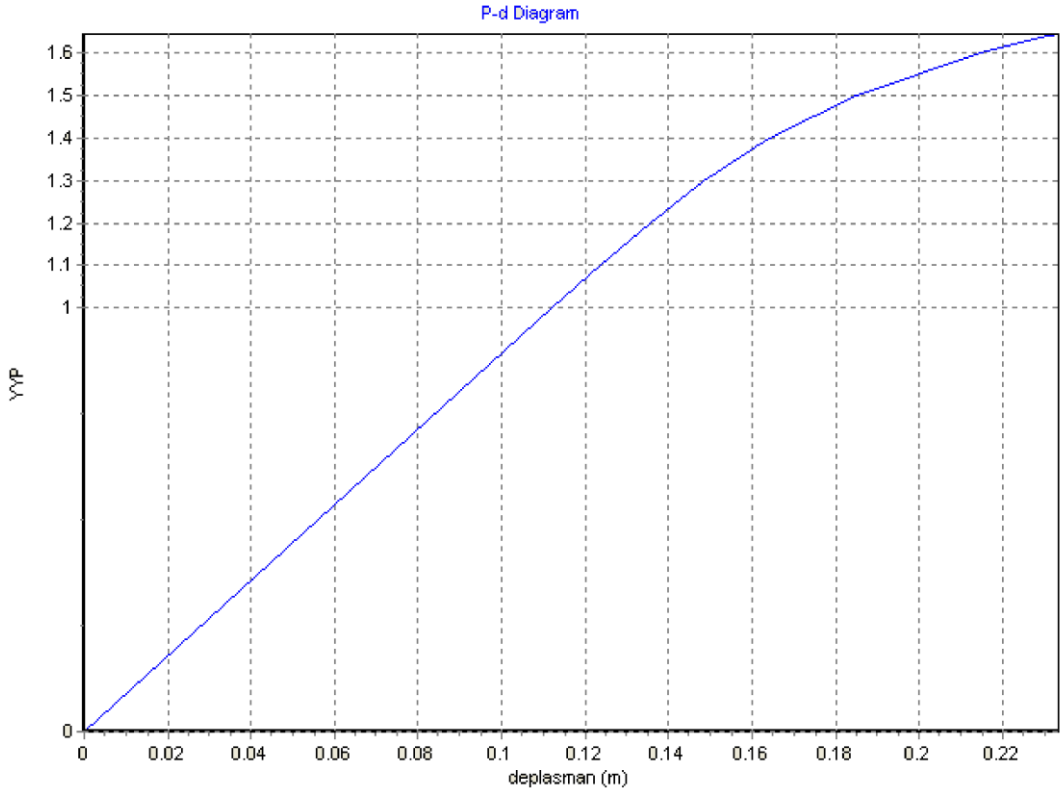
No	YYP
1	1
2	1.2
3	1.3
4	1.4
5	1.45
6	1.5
7	1.55
8	1.6
9	1.6462



Şekil 5.25 Artan YYP ne Bağlı Olarak Plastikleşme Bölgelerinin Oluşumu

5.2.3 Yatay Yük Parametresi - Yatay Yer değiştirme Eğrisi

Yatay yük parametreleri ve bu yüklere karşı gelen yatay yer değiştirme değerleri için çizilen diyagram Şekil 5.26 de görülmektedir.



Şekil 5.26 Yatay Yük Parametresi – Yatay Yer Değiştirme Diyagramı

5.2.4 Elde Edilen Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi

Altı katlı iki açıklıklı düzlem çerçeve sistemin malzeme bakımından lineer olmayan teoriye göre hesabı ile elde edilen sayısal sonuçlar aşağıda değerlendirilmiştir.

Yatay yük parametresinin 1.00 değerinde, ilk plastikleşme altıncı kattaki sağ kolonun üst ucunda (12 numaralı çubukta) oluşmaktadır. Bu sonuç, brüt kesit rijitlikleri esas alınarak boyutlandırılan sistemde, gerçek eğilme rijitlikleri ile yapılan hesap sonucunda iç kuvvet dağılımının değişebileceğini ve bazı kesitlerde lineer – elastik sınırın işletme yükü altında dahi aşılabileceğini göstermektedir.

Yatay yük parametresinin artımı sırasında birçok kesitte plastikleşme meydana gelmekte ve buna bağlı olarak yük parametresi –yer değiştirme eğrisinin eğimi giderek azalmaktadır.

Yatay yük parametresinin YYP = 1.646 değerinde, 36 numaralı çubukta (3. kattaki sağ kirişin sağ ucunda) taşıma kapasitesi aşılarak göçme yüküne ulaşılmıştır.

6 SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda açıklanmıştır.

1- Çalışmada, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğu varsayımı altında, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı ve göçme yüklerinin bulunması amacıyla önerilen bir ardışık yaklaşım yönteminin esasları ve uygulaması açıklanmıştır.

2- Her adımında iç kuvvet - şekil değiştirme bağıntısının lineerleştirilmesi esasına dayanan bu yaklaşımda lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniği uygulanmakta, böylece ardışık yaklaşımın her adımı, atalet momenti değişken çubuklardan oluşan bir yapı sisteminin dış yükler ve eşdeğer farklı sıcaklık değişmesi altında hesabına dönüştürülmektedir. Geliştirilen yöntemin formülasyonu için Matris Deplasman Yönteminden yararlanılmıştır.

3- Çalışmada ayrıca, malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler altında göçme yüklerinin hesabı açıklanmış ve göçme yükünün bulunması için bir yol önerilmiştir.

4- Geliştirilen hesap yönteminin pratik uygulamalarına olanak sağlamak üzere, NAPS (Nonlinear Analysis of Planar Structures) isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Malzeme bakımından lineer olmayan düzlem yapı sistemlerinin önerilen ardışık yaklaşım yöntemi ile hesabı ve göçme yüklerinin bulunması amacıyla geliştirilen program ile göçme yükleri doğrudan doğruya hesaplanmaktadır.

5- Çalışmanın sayısal incelemelerinde iki örnek ele alınmıştır. Birinci örnekte boyut ve donatılası bilinen tek katlı tek açıklıklı bir betonarme çerçeve sistem, hesap yöntemini açıklamak amacıyla, malzeme bakımından lineer olmayan teoriye göre çözülmüştür. Hesabın adımları, ardışık yaklaşımın her adımında yapılan işlemler, plastikleşme bölgesinin belirlenmesi ve göçme yükünün bulunuşu bu örnek

üzerinde açıklanmıştır. İkinci örnekte ise altı katlı bir betonarme yapının bir doğrultudaki deprem güvenliğini belirlemek amacıyla, iki açıklıklı altı katlı bir çerçeve sistem malzeme bakımından lineer olmayan teoriye göre hesaplanmış ve göçme yükü belirlenmiştir

Bu sayısal incelemelerden elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

a. İncelenen yapı sistemlerinin, sabit düşey işletme yükleri altındaki yatay göçme yükü parametreleri.

   $P_{1.örnek} = 1.51 - 1.68$

   değerlerini almaktadır.

b. Her yatay yük parametresi için kesin çözümün elde edilmesi için gereken ardışık yaklaşım sayısı

   $n = 3 \sim 9$

   olarak değişmektedir.

6- Bu çalışmada uygulanan ve lineer olmayan şekil değiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı esasına dayanan kesin hesap yöntemlerinden, plastik mafsal varsayımına dayanan yaklaşık yöntemlerin irdelenmesinde yararlanılabilir.

7- Bu çalışmada geliştirilen hesap yöntemi geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemleri ve bileşik iç kuvvet durumlarını daha geniş anlamda içeren uzay çubuk sistemleri de kapsayacak şekilde geliştirilmeye açıktır.

KAYNAKLAR

[1] **Çakıroğlu, A., Özden, E., Özmen, G.,** 1992. *Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Mak. Programları*, Cilt I, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

[2] **Özer, E., Orakdöğen, E. ,***Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı Üzerine*, İTÜ, İstanbul.

[3] **Çakıroğlu, A.,** 1974. *Hiperstatik Sistemlerin Hesap Metodları,* İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

[4] **Özer, E.,** 1987. Determination of Second-Order Limit Load by a Method of Load İncrements, *Bulletin of the Technical University of İstanbul*, 40, 4, 815 – 836.

[5] **Çakıroğlu, A., Özden, E., Özmen, G.,** 1992. *Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Mak. Programları*, Cilt II, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

[6] **Özer, E.,** 1968. Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı İçin Bir Metot , *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstütüsü, İstanbul.

[7] **Çakıroğlu, A., Özer, E.,** 1980. *Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler*, Cilt I, İTÜ Kütüphanesi, İstanbul.

[8] **Moy, S. J.,** 1981. *Plastic Methods For Steel And Concrete Structures*, Macmillan Pres Ltd.,London

[9] **Neal, B.G.,** 1963. *Plastic Analysis of Structures*, Chapman and Hall, London

[10] **Absi, E. J.,** 1961. *Essai de Resolution des Systems Hyperstatiques Dans le Domain E'lasto – Plastique, Annales de L'instute Technique*, 158,259.

[11] **Çakıroğlu, A. ,** 1998. *İleri Yapı Statiği Notları (yayınlanmamış)*, İstanbul.

[12] **Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E.,** 1961. *Essai de Resolution des Systems Hyperstatiques Dans le Domain E'lasto – Plastique, Annales de L'instute Technique*, 158,259.

[13] **Çavuş, K.,** 2000. Malzeme ve Geometri Değişimleri Bakımından Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabına Yönelik Bir Yaklaşım ve Sayısal Uygulamalar, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstütüsü, İstanbul.

[14] **İmar ve İskan Bakanlığı Deprem Araştırma Enstitüsü Başkanlığı,** 1997. *Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik*, Ankara.

[15] **TS 500 ,** 2000. Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara.

[16] **TS 498 ,** 1987. Yapı Elemanlarının Boyutlandırılmasında Alınacak Yüklerin Hesap Değerleri, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara.

ÖZGEÇMİŞ

Güven ÖZER, 1970 yılında İstanbul'da doğmuştur. İlkokulu Mecidiyeköy İlköğretim Okulunda, ortaokulu Mecidiyeköy ortaokulunda, liseyi Maltepe Askeri Lisesinde tamamlamıştır. 1993 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümüne girmiş ve Şubat 1997 de bitirmiştir. Yapı Statiği branşında 4 yıl çalıştıktan sonra 2000 yılında İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsüne bağlı Yapı Anabilim Dalı, Yapı Analizi ve Boyutlandırma Programına girmeye hak kazanarak yüksek lisans öğrenimine başlamıştır.