T.C

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROLÜNDE DENEY TASARIMLI SÜREÇ OPTİMİZASYONU

Musa CAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Konya, 2007

ÖZET

Bu çalışmada kalite kontrol sürecinde kullanılan kontrol araçları (kontrol grafikleri, serpilme diyagramı, pareto analizi, balık kılçığı gibi) ve deney tasarımı uygulamaları (tek yönlü varyans analizi, rasgele blok düzeni, 2^k faktöriyel düzen) ele alınmıştır. Eskişehir TÜLOMSAŞ fabrikasından 2006-2007 yılına ait 16 PA4 motoru için kullanılan gövde kontrol föylerinden alınan veriler kullanılarak istatistiksel süreç kontrolü ve deney tasarımlı süreç optimizasyonuna uygun bir uygulama çalışması yapılmıştır. Çalışma sonunda parçalar arsında üretim kalitesi bakımından farlılık tespit edilmiş fakat yıl ve parça etkileşiminin etkisinin olmadığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler :*Kalite, Kalite Kontrol Süreci, Kontrol Araçları, Deney Tasarımı*

ABSTRACT

In this study control tools which are used in quality control process (control graphs, scatter diagrams, pareto analysis, cause and effect diagram) and aplications of experimental desing (one-way analysis of variance, randomized blok desing, 2^k factorial desing) are investigated. By using the data for 16 PA4 engine body control cards taken from Eskişehir TÜLOMSAŞ factory between 2006 to 2007, an application appropriate for statistical process optimization with experimental design is done. As a result of this study, a significant difference between items from the point of view of production quality is determined on the other hand it is also seen that there is no effect of year by item interaction.

Key Words : *Qualite, Qualite Control process, Control Tools, Experiment Design*

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans öğrenimim süresince değerli görüş ve öneriler ile bana yardımcı olan İstatistiği yaşamımın en önemli kilometre taşlarından biri haline getiren sevgili hocam Doç.Dr.Aşır GENÇ'e teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca maddi ve manevi desteklerini hiç esirgemeyen aileme ve arkadaşlarıma teşekkür ederim. Çalışmanın uygulama aşamasında yardımlarını esirgemeyen bölümümüz Araştırma Görevlilerinden Murat ERİŞOĞLU'na teşekkür ederim. Çalışmamda kullanılan veri setini temin etmemi sağlayan TÜLOMSAŞ Kalite Müdürü Şöhret YÖRÜK'e teşekkür ederim.21. 05. 2007

Musa CAN
KONYA

İÇİNDEKİLER

ÖZET i
ABSTRACT ii
TEŞEKKÜR iii
İÇİNDEKİLER iv
ŞEKİLLER DİZİNİ vi
TABLOLAR DİZİNİ vii

GİRİŞ 1

1. KALİTE, KALİTE KONTROLÜ VE GELİŞİMİ 4
1.1 Kalite ve Kalite Kavramı 4
1.2 Kalite Kontrolü 6
1.3 İstatistiksel Kalite Kontrolü (İKK) 7
1.5 Kalite Kontrolünde İstatistiğin Önemi 9

2. GELENEKSEL KALİTE KONTROL TEKNİKLERİ 11
"TEMEL SORUN BULMA-ÇÖZME TEKNİKLERİ" 11
2.1 Giriş 11
2.2 Pareto Analizi 11
2.3 Neden-Sonuç Analizi 13
2.4 Tabakalama (Gruplandırma) 16
2.5 Serpilme Diyağramı 16

3. DENEY TASARIMI 20
3.1 Deney Stratejileri 20
3.2 Deneysel Tasarımlarının Tipik Uygulamaları 27
3.3 Temel Prensipler 28
3.4 Deney Tasarım Aşamaları 30
3.5 Deney Tasarımının Tarihçesi 33

4. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ 34
4.1 Genel Kareler Toplamının Parçalanması 38
4.2 Tek Yönlü Varyans Analizi Tablosunun Oluşturulması 40
4.3 Hesaplama Formülleri 44
4.4 Varyansların Eşitliği İçin İstatistiksel Testler 46
4.4.1 Bartlett testi: 46
4.4.2 Hartley testi: 47
4.4.3 Cochran testi: 48

5. RASGELE BLOK DÜZENİ 49
5.1 Rasgele Blok Düzeni 49
5.2. Rastgele Blok Düzeni İçin Kareler Toplamları 52

6. FAKTÖRİYEL DÜZENLER 55
6.1 İki Faktörlü Düzen 55
6.2 Üç Faktörlü Düzen 62

7. 2^k FAKTÖRİYEL DÜZENLER 64
7.1 2^2 Faktöriyel Düzen 64
7.2 2^3 Faktöriyel Düzen 71
7.3 Genel 2^k Tasarımı 75

8. UYGULAMA 78
8.1. Veriler 78
8.2 Kalite Kontrol Grafikleri 80
8.3. Kalite Kontrol Sürecinde Deney Tasarımı Uygulaması 89

9. SONUÇ 97

KAYNAKLAR 98

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. 1 Tasarım ve imalat kalitesi arasındaki ilişki 7

Şekil 2. 1 Hatanın dağılımını gösteren bir Pareto grafiği 12
Şekil 2. 2 Balık kılçığı 13
Şekil 2. 3 Balık kılçığı oluşumu-1 14
Şekil 2. 4 Balık kılçığı oluşumu -2 14
Şekil 2. 5 Balık kılçığı oluşumu -3 14
Şekil 2. 6 Balık kılçığı oluşumu -4 15
Şekil 2. 7 Pozitif ilişkili serpilme diyağramı 17
Şekil 2. 8 Negatif ilişkili serpilme diyağramı 17
Şekil 2. 9 Zayıf ilişkili serpilme diyağramı 18
Şekil 2. 10 Tam (veya kuvvetli) ilişkili serpilme diyağramı 18

Şekil 3. 1 Bir proses veya sistemin genel modeli 21
Şekil 3. 2 Golf örneği için bir kerede bir faktör stratejisinin sonuçları 23
Şekil 3. 3 Golf deneyi için sopa tipi ile İçki tipi arasındaki etkileşim 24
Şekil 3. 4 Sopa tipi ile top tipini içeren iki-faktörlü faktöryel deney 25
Şekil 3. 5 Sopa tipi, top tipi ve içki tipini içeren üç-faktörlü faktöryel deney 25
Şekil 3. 6 Sopa tipi, top tipi, içki tipi ve taşıma şeklini içeren dört faktörlü faktöryel deney 26
Şekil 3. 7 Sopa tipi, top tipi, İçki tipi ve taşıma şeklini İçeren dört-faktörlü kesirli deney 27

Şekil 6. 1 2×2 faktöriyel düzende A ve B faktörleri arasında etkileşimin olmaması durumu 55
Şekil 6. 2 2×2 faktöriyel düzende A ve B faktörleri arasında etkileşimin olduğu durum 56
Şekil 6. 3 2×2 faktöriyel düzende A ve B faktörleri arasında etkileşimin olduğu durum 56

Şekil 7. 1 2^2 faktöriyel düzendeki deneme kombinasyonları 66
Şekil 7. 2 2^2 tasarımında deneme kombinasyonları 68
Şekil 7. 3 2^3 faktöriyel düzende deneme kombinasyonlarının geometrik gösterimi .. 71
Şekil 8. 1 16 PA4 Motorunun Gövde Kontrol Föyü 78
Şekil 8. 2 16 PA4 Motorunun Her Parçası İçin $\bar{x}$ - Kontrol Grafikleri 82
Şekil 8. 3 Parça 1 İçin $\bar{x}$ - Kontrol Grafiği 83
Şekil 8. 4 Parça 1 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri 85
Şekil 8. 5 Parça 2 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri 85
Şekil 8. 6 Parça 3 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri 86
Şekil 8. 7 Parça 4 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri 87
Şekil 8. 8 Parça 5 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri 87
Şekil 8. 9 Gövde İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri 88
Şekil 8. 10 16 PA4 Motorunun Parçaları İçin Profil Grafiği 92
Şekil 8. 11 İki Faktörlü Deney Tasarımı İçin Profil Grafiği 93

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 3. 1 Deney tasarım aşamaları 30

Tablo 4. 1 Tek yönlü varyans analizi için yığın düzeni 34
Tablo 4. 2 Tek yönlü varyans analizi için örnek düzeni 35
Tablo 4. 3 Varyans analizi sonuç tablosu 43

Tablo 5. 1 Rasgele bloklar için bir örnek düzen 49
Tablo 5. 2 $\mu, \beta_i, \alpha_{.j}$ ve ε_{ij} parametrelerinin edilmiş tahminleri 52
Tablo 5. 3 Rasgele blok düzeni için varyans analizi sonuç tablosu 54

Tablo 6. 1 İki faktörlü sabit etkili bir düzen için varyans analizi sonuç tablosu..... 61
Tablo 6. 2 Üç faktörlü sabit etkili bir düzen için varyans analizi sonuç tablosu 63

Tablo 7. 1 2^2 faktöriyel düzendeki deneme kombinasyonları..... 64
Tablo 7. 2 Bir 2^2 faktöriyel düzende etkilerin katsayıları 66
Tablo 7. 3 Örnek deney verileri 67
Tablo 7. 4 Şekil 7.2'deki deney için varyans analizi 70
Tablo 7. 5 2^3 faktöriyel tasarım için kullanılan gösterimler..... 72
Tablo 7. 6 2^3 faktöriyel düzende etkilerin katsayıları 74
Tablo 7. 7 2^k tasarımı için analiz prosedürü..... 75
Tablo 7. 8 *n* tekrarlı olan bir 2^k faktöriyel tasarımlar için varyans analizi sonuç tablosu 77

Tablo 8. 1 Parçalara Ait Ölçüm Değerleri 80
Tablo 8. 2 16 PA4 Motorunun Parçaları İçin Belirlenen Standartlar..... 80
Tablo 8. 3 Kontrol Grafikleri İçin Veri Seti ve Tanımlayıcı İstatistikler..... 84
Tablo 8. 4 Deney Tasarımı Uygulamalarında Kullanılacak Veri Seti (Gerçekleşen Mutlak Sapma Miktarı / Belirlenen Standart Sapma Miktarı)..... 89
Tablo 8. 5 Parçalara İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler..... 90
Tablo 8. 6 Varyans Analizi Tablosu 90
Tablo 8. 7 Çoklu Karşılaştırma Sonuçları (Tukey HSD)..... 91
Tablo 8. 8 Tukey En Güvenilir Anlamlı Fark Testi Sonuçlarının Özeti..... 91
Tablo 8. 9 İki Fakörlü Deney Tasarımı İçin Tanımlayıcı İstatistikler 93
Tablo 8. 10 İki Faktörlü Deney Tasarımı İçin Varyans Analizi Tablosu..... 94
Tablo 8. 11 Tukey En Güvenilir Anlamlı Fark Testi Sonuçlarının Özeti..... 95

GİRİŞ

Serbest piyasa ekonomisinin getirdiği zorlu rekabet şartları altında günümüz ticari işletmeleri; yalnız yurt içindeki firmalarla değil, aynı zamanda yurt dışındaki firmalarla da en yakındaki bir pazarda bile pay kapma yarışı içindedirler. Bu yarıştan daha ucuz maliyetle daha **kaliteli** mal üreten firmalar kazançlı çıkmaktadır.

Kaliteli mal, belirli özellikler ve standartlara uygun mal anlamına gelmektedir. Bir ürünün veya hizmetin kalitesi tüketici gereksinmelerini mümkün olan en ekonomik düzeyde karşılamayı amaçlayan pazarlama, mühendislik, imalat ve kalitenin devamı özelliklerinin bileşkesidir. Bir ülkenin ekonomik yapısını oluşturan faktörlerden en önemlisi üretimdir. Üretimde verimlilik ve kalitenin ekonomik yapısının oluşmasında çok önemli bir konumu vardır.

Çeşitli şekillerde elde edilen verilerin istatistiksel olarak yorumunun yapılması ve süreçin gidişatının kontrolünde kullanılması ve süreçte ortaya çıkacak sıkıntılı durumlarda alınacak düzeltici ve önleyici faaliyetlerin belirlenmesi gerekmektedir. Toplam kalite, bir organizasyondaki değişik grupların kalite geliştirme, kaliteyi koruma ve kalite iyileştirme çabalarını müşteri tatminini de göz önünde tutarak üretim ve hizmeti en ekonomik düzeyde gerçekleştirebilmek için birleştiren etkili bir sistemdir. Bir ürünün kalitesi tasarım ve uygunluk kalitesi olarak başlıca iki kavram tarafından ifade edilmektedir. Bir ürün belirli kalite özelliklerine göre önce tasarlanmakta ve sonra da üretilmektedir. Kontrol grafiğinin önemi sürecin performansının kabul edilebilir bir kalite seviyesinde olup olmadığını belirlemektir. Süreçte meydana gelebilecek bir aksaklıktan kaynaklanan değişmeyi mümkün olduğu kadar çabuk bir sürede tespit edip düzeltme faaliyetine başlamak büyük önem arz eder.

Bu nedenle bu çalışmada kalite kontrolün ne denli önemli olduğu; kontrol grafiklerinin sağladığı kolaylıklar gerçek veriler kullanılıp uygulanarak açıkça görülecektir.

Şirketler ürün ve süreçlerinin kalitesini iyileştirerek ve maliyetleri azaltarak müşterilerinin mevcut ve gelecekteki ihtiyaçlarını karşılamayı amaçlayarak piyasadan en önemli payı almaya çalışırlar. Bu iyileştirmeler sırasında süreçlerin etkinliğini ve verimliliğini farklı koşullarda tasarlanmış deneylerde test ederler.

Yapılan deneyler sonucunda elde edilen bulgularla süreci optimize edebilmek için hangi faktörleri nasıl değiştireceklerini öğrenirler.

Deney tasarımı kalite kontrol sürecinin temel araçlarından biridir. Deney tasarımı, yetmiş yılı aşkın zamandır istatistikçiler tarafından geliştirilen, sınırlı sayıda deneyden mümkün olduğunca çok yararlı bilgi elde etmeyi hedefleyen bir bilgi toplamıdır.

Deney tasarımının sanayide giderek daha fazla kullanılmaya başladığı yıllar, özellikle Amerikan firmalarının, Japon firmaları ile karşılaştırma yapıp, onlarla rekabet edebilmek için en önemli yolun kalitede iyileştirme sağlamak olduğunu anladıkları yıllardır.

Giderek kalite kontrol sürecinde önemi artan deney tasarımı uygulamalarının kullanımının firmalara sağlayabileceği katkıların gösterilmesini amaçlayan bu çalışmanın uygulamasında, Eskişehir TÜLOMSAŞ fabrikasından 16 PA4 motoru için kullanılan gövde kontrol föylerinden alınan veriler kullanılmıştır. Parçalar arasında üretim kaliteleri arasında farklılık olup olmadığı tek faktörlü deney tasarım modeliyle ortaya konacaktır. Sürecin zamandan etkilenip etkilenmediğini ortaya koyabilmek için yıl ikinci faktör olarak ele alınacak ve etkileşimli iki faktörlü deney tasarımı modeli analiz edilecektir.

Literatür incelendiğinde kalite kontrol süreci ile ilgili yayınlanmış sayısız makale ve kitabın olduğu görülmektedir. Bu çalışmada Montgomery D.C.'nin 1997 yılında yayınladığı "Introduction to Statistical Quality Control", Hicks, C.R.'nin 1994 yılında Türkçeye çevrilmiş "Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler", Semra O. Erbaş ve Hülya Olmuş tarafından 2006 yılında basılan "Deney Düzenleri ve İstatistik Analizler" kitapları ile Türkiye'de çeşitli yıllarda yayınlanan yüksek lisans tezlerinden yararlanılmıştır. Bu tezler içerisinden Özlem Özkurt tarafından 1999 yılında bitirilen "Deney Tasarımları ve İstatistiksel Veri Analizi" yüksek lisans tezi ile Hüma Kocaman tarafından 2000 yılında bitirilen "İleri Kalite Yöntemi Tekniklerinden Deney Tasarımı ve Kocaeli Sanayisinde Bilinme ve Kullanılma Düzeni Üzerine Bir Araştırma" yüksek lisans tezi kullanılmıştır.

Bu çalışmada, 1. bölümde kalite, kalite kontrolü ve gelişimi ana başlığı altında, kalite ve kalite kavramı, kalite kontrolü, istatistiksel kalite kontrolü (İKK), kalite kontrolünde istatistiğin önemi anlatılacaktır.

2.bölümde geleneksel kalite kontrol tekniklerinden pareto analizi, neden sonuç analizi ve serpilme diyagramları anlatılacaktır.

3., 4., 5.,6. ve 7. bölümlerde ise sırasıyla deney tasarımı, tek yönlü varyans analizi, rasgele blok düzeni, faktöriyel düzenler ve 2^k faktöriyel düzenler anlatılacaktır.

Çalışmanın uygulama aşamasında ise, Türkiye Lokomotif ve Motor Sanayi Anonim Şirketinin (TÜLOMSAŞ) Eskişehir'de bulunan fabrikasında üretilen 16 PA4 motorunun gövde kontrol föyünden elde edilen veriler düzenlenerek kalite kontrol grafikleri ve deney tasarımı uygulamalarına yer verilecektir.

1. KALİTE, KALİTE KONTROLÜ VE GELİŞİMİ

1.1 Kalite ve Kalite Kavramı

Bir çok kişiye göre kalite, pahalı, lüks, az bulunur, üstün nitelikte ... gibi benzeri anlamlardadır. Bazılarına göre kalite, ihtiyaca yeterli biçimde cevap verendir. Örneğin, çok pahalı olmayan bir fiyata alınan bir ayakkabı bile kullanan kişiye ihtiyacına yeterince cevap vermişse kalitelidir.

Kalite;

- önlemdir,
- müşterinin tatminidir,
- verimliliktir,
- esnekliktir,
- etkili olmaktır,
- bir programa uymaktır,
- bir süreçtir,
- bir yatırımdır,
- kusursuzluk arayışına sistemli bir yaklaşımdır,
- Kullanıma uygunluktur, (Dr.J.M.JURAN)
- Şartlara uygunluktur. (P.B.CROSBY)
- Bir ürün ya da hizmetin belirlenen veya olabilecek ihtiyaçları karşılama kabiliyetine dayanan özelliklerin toplamıdır. (TS-ISO 9005)
- Ürün ya da hizmeti ekonomik bir yoldan üreten ve tüketici isteklerine cevap veren bir üretim sistemidir. (Japon Sanayi Standartları Komitesi (JIS))
- Bir ürün ya da hizmetin belirlenen gereksinimleri karşılayabilmesini sağlayan nitelik ve özelliklerin tümüdür. (Amerikan Kalite Denetim Derneği ASQC)

Teknik anlamda kalite, "İstenilen özelliklere uygunluktur". Bu ifade aşağıdaki iki ögeden oluşmaktadır, (Özdemir, 2000).

1. İstenen özellikler
2. Bu özelliklere uygunluk.

Bir ürün ya da hizmetin istenen özelliklere sahip olması “Tasarım kalitesi” ile ilgilidir. Örneğin bir ayakkabının kösele tabanlı ya da kauçuk tabanlı olması bir TASARIM meselesidir.

Uygunluk kalitesi ise, müşteriye sunulan ürünün belirlenmiş tasarıma "ne kadar uyduğu ile" ilgilidir. Örneğin yukarıda sözü edilen kauçuk tabanlı ayakkabı karlı zeminler üzerinde kullanıldığında ayağa su geçirmiyorsa ve üretilen tüm ayakkabılar gerçekten karlı ortamlarda su geçirmiyorsa uygunluk kalitesi "mükemmel" dir. Değilse uygunluk kalitesi "düşük" demektir.(Özdemir, 2000)
Kısaca özetlemek gerekirse kalite aşağıdaki iki bileşenden oluşur.

1. Tasarım Kalitesi
2. Uygunluk Kalitesi

UYGUNLUK KALİTESİ (ölçülebilir bir karekteristiktir). Uygunluk kalitesini değerlendirmede de iki gösterge söz konusudur. Bunlar;

a. Nominal(hedef) değer,
b. Tolerans'dır.

Kalite kavramının çok değişik tanımları yapılmaktadır. Türk Standartları Enstitüsünün hazırladığı sözlükte kalite,

"Bir ürünün veya hizmetin ihtiyaçları karşılama yeteneğine dayanan tüm özelliklerdir." şeklinde tanımlanmıştır. Dolayısıyla kaliteli ürün; fonksiyonel özellikleri en dar değişim sınırları içinde istenilen değerde olan standart bir üretim madddesidir.

“Kalite, ürünün veya hizmetin tüketiciyi tatmin etmek için sahip olduğu özeliklerdir” (İshikawa, 1995), şeklinde tanım yapmaktadır.

Kalite kavramının yapılan bazı tanımlarında ise kavramın ekonomik yönünden de bahsedilmektedir. "Tüketicilerin talebine göre ayarlanmış ve bu ürün için ödenen ile kullanım süresi arasındaki oran, bu ürünün kalitesini verir, (Özdemir, 2000).”

Kalitenin yapılan tanımları incelendiğinde hepsinde müşterek olan; ürünün “tüketici ihtiyaçlarını karşılaması ve ürünün ekonomik düzeyde olması beklentisidir.”

1.2 Kalite Kontrolü

Japon kalite kontrolü, yönetimde bir düşünce devrimidir. Kalite kontrolü yapmak; en ekonomik, en kullanışlı ve tüketiciyi her zaman memnun eden kaliteli bir ürünü geliştirmek, tasarlamak, üretmek ve bakımını yapmak demektir, (İshikawa,1995). Bu amaca ulaşmak için şirketteki üst yöneticiler, şirket içindeki bütün bölümler ve tüm çalışanlar dahil olmak üzere herkes kalite kontrole katılmalı ve gelişmesine yardım etmelidir.

Kalite kontrolde ilk adım tüketicilerin isteklerini bilmektir. Kalite kontrolde diğer bir adım tüketicilerin ne satın alacaklarını bilmektir. Maliyet bilinmeden kalite tanımlanamaz. Önlemle paralel gidemeyen kalite kontrol sadece meraktır. Kalite kontrolün ideal hali denetim (muayene) gerektirmeyen kontroldür.

Üretim işlemini istenilen ortalama kalite ve kalite tekdüzeliği altında yürütmek, en ekonomik ve en güvenilir bir biçimde ancak İstatistiksel Kalite Kontrol metodlarını uygulamakla mümkündür. Kalite kontrolü ile üretim işlemi sonunda elde edilen ürünlerin istenilen standartlara uyup uymadığı tespit edilir ve standartlara uymayan ürünler bazı işlemler ile düzeltilir, düşük fiyatla satılır veya imha edilir, (Özdemir, 2000).

Buna göre, kalite kontrolünün amacı; standart dışı üretimi önlemek veya önemsiz bir seviyeye düşürmektir.

İstatistiksel kalite kontrolu ise; üretim işleminin normal koşullar altında kurulmasını ve yürütülmesini sağlamada çok önemli rol oynayan, bir aksaklık veya özel bir nedenle üretimin kontrol dışına çıkması halinde bu durumu hemen ortaya çıkartarak gerekli tedbirlerin zamanında alınmasını sağlayan metodların uygulanmasıdır.

Özetle, bu metodlar üretim işlemlerine istenilen yönü vermek için imalatçının baş yardımcısıdır.

"Tüketici isteklerini en ekonomik düzeyde karşılamak ve doyum sağlamak amacıyla işletme içindeki çeşitli bölümlerin kalitenin yaratılmasına, korunmasına ve geliştirilmesine yönelik çabaların bütünleştirilmesini sağlayan etkili bir sistemdir.

Bir ürün kalitesi genel olarak; tüketici isteklerini yansıtma derecesi, tasarım kalitesi, tasarıma uygun imalatın gerçekleştirilme derecesi ve imalat veya uygunluk kalitesidir.

(Tasarım Kalitesi)...

(İmalat sırasında kalite kaybı)...

(Kullamm dolayısıyla kalite kaybı)…

TASARIM **İMALAT** **KULLANIM**

Şekil 1. 1 Tasarım ve imalat kalitesi arasındaki ilişki

1.3 İstatistiksel Kalite Kontrolü (İKK)

Gittikçe artan tüketici ihtiyaçları ve buna paralel olarak genişleyen üretim hacmi, muayeneye dayalı bir denetim sisteminin uygulanmasını kimi zaman olanaksız, kimi zaman da yüksek maliyetli kılmaya başlayınca istatistik temelli yeni arayış ve çözümler gündeme geldi. İlk gelişme W.A. Shewhart'ın uyguladığı "Kontrol Şemaları" ile Dodge ve Romig'in geliştirdiği " Örnekleme Muayene" sistemleri ile oldu. Bu basit oysa son derece etkili araç ve sistemler istatistiksel örnekleme temeline dayanıyordu. Bu araçların yaygın olarak kullanılmaya başlaması ile "İstatistiksel Süreç Denetimikontrolü - SPC" adı altında hatalı üretimi en aza indirgemeyi hedefleyen yöntemler ile örnekleme muayene sistemleri günümüze kadar başarıyla uygulanagelmiştir.

Genel anlamda İstatistiksel Kalite Kontrolü (İKK);"Yararlı bir pazara sahip bir ürünün ekonomik olarak gerçekleştirilmesine yönelik olarak tüm safhalarında istatistik prensiplerin ve tekniklerin uygulamasıdır, (TSE, 1984)" şeklinde tanımlanabilir.

İKK'de kontrol altındaki kalite özelliğinin (yani değişkenin) veya hatanın (kusurun) boyutu ve ifade ediliş şekli uygulanacak yöntem açısından önemlidir. Eğer birden fazla kalite özelliğinin aynı anda kontrol altında olması isteniyorsa, kontrol edilecek değişken veya hata (kusur) çok boyutlu bir yapıya sahip olacaktır. Kalitenin bir kalite özelliği tarafından belirlenmesi durumunda değişken veya hata bir (tek)

boyutlu olacaktır. Örneğin, Kalite kontrolünde yaygın bir kullanım alanına sahip olan "Kontrol grafikleri-şemaları" 'da kullanılan ve kalite özelliğini gösteren istatistikler genellikle tek boyutludur. Ürün kalitesi birden fazla kalite özelliği ile belirlendiğinde kalite kontrolü; ya Pareto analizi ile bunlardan en önemli görünenlere göre yapılır, ya da çok değişkeni dikkate alan bir kontrol grafiği ile yapılır.

İstatistik tekniklerin yoğun olarak kullanıldığı başlıca 3 alandan söz edilebilir. Bunlar,

1. Dışarıdan satın alınan ham ya da yarı mamül maddenin kontrolü (GİRİŞ KONTROLÜ)
2. Dış kuruluşlara ya da aynı kuruluşun diğer kısımlarına gönderilen malzeme veya ürünün kontrolü (ÇIKIŞ KONTROLÜ)
3. Üretim sırasındaki kontrol (SÜREÇ-Süreç KONTROLÜ)

Bunlardan ilk ikisinde KABUL ÖRNEKLEMESİ diye adlandırılan teknikler, sonuncusunda ise KONTROL GRAFİKLERİ kullanılırlar.

Bir çok durumda Kabul örneklemesi yöntemi ile kabul edilen malın kalitesi %100 muayene sonucunda kabul edilenden daha iyi olmaktadır. Çünkü , %100 muayenenin bıktırıcı ve yoğunluk yaratan etkileri kalitenin düşmesine sebep olmaktadır. Ancak, örneklemeye uygun olmayan bazı kritik parçaların %100 muayene ile kontrolü kaçınılmaz olmakta bu durumda muayene maliyeti önem kazanmaktadır. Kaliteye ilişkin maliyetler her üretici kuruluş için mutlaka büyük önem taşımaktadır. "KALİTE ÇOK YÖNLÜ BİR FONKSİYONA SAHİPTİR."

Gelişen tüketici hareketleri ile birlikte teknolojik ilerleme ve savaş sonrasının ekonomik çöküntüsü II.Dünya savaşı ertesinde yeni Kalite Kontrol Tekniklerinin kullanımının gündeme getirmiştir. İSTATİSTİK Biliminin uygulamalı hale gelmesi ile Endüstri mühendisliği ve Yönetim tekniklerinin gelişmesi İstatistiğin KALİTE KONTROL' de uygulanmasını arttırmıştır. Bu yöntem İKK olarak adlandırılıp İstatistik sayesinde; üretim sırasında ortaya çıkabilecek bozukluklar önceden tahmin edilmeye ve düzeltici önlemler alınmaya başlanmıştır, (Özdemir, 2000).

1.4 Kalite Kontrolünde Kullanılan İstatistiksel Yöntemler

Bazı üretim alanlarında üretilen tüm ürünlerin kalite kontroluna tabi tutulması gerekmektedir. Ancak bu zaman alıcı ve yüksek maliyet gerektiren ve akılcı olmayan bir yoldur. Ayrıca, bazı kontrol yöntemleri, ürünün tahrip olmasına veya değerinin büyük ölçüde yitilmesine neden olmaktadır. Tüm bunların ötesinde günümüzde üretim kapasitelerinin büyümesi, hızlı ve yoğun üretim sistemlerinin gelişmesi "yüzde yüz kontrol" yerine ana kitle içinden rasgele ve bilimsel usullerle belirlenerek seçilen "örnek grup" alınması, bu örnek grubun kalite kontroluna tabi tutulması ve sonuçta bulunan değerin gerekli hesaplamalar yapılarak kitle için ifade edilmesi olarak tanımlanan "İstatistiksel Kalite Kontrolü" nun uygulamasını yaygınlaştırmıştır.

1.5 Kalite Kontrolünde İstatistiğin Önemi

İstatistik; "Tesadüfü etkenlerin etkisi altında bulunan olayların gözlenmesi ve belirli kuram, araç, yöntem ve tekniklerin yardımıyla bu olaylar hakkında sistematik biçimde bilgilerin toplanması ve incelenmesi sonunda belirli duyarlıkta tahmin ve yorumlar yapılmasını sağlayan bilim dalıdır" biçiminde bir tanımla ifade edilebilir, (Özdemir, 2000).

İstatistik ile ilgili uygulamalar önceleri astronomi, fizik, biyoloji ve sosyal bilimler alanlarında gerçekleştirilmiştir. İstatistik kuramı kalite kontrolunda ilk olarak başlarda belirtildiği üzere 1920 yıllarında etkili biçimde uygulanmaya başlanmıştır. Yeni istatistiksel yöntemler kalite kontrol problemlerine ilk defa 1924 yılında W.A.Shewhart tarafından uygulanmaya başlanmıştır. Sanayide yaygınlaşması da II.Dünya savaşları sonrasında artmıştır.

İstatistiksel Kalite Kontrol tekniklerinin başlıca yararlarını aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür :

1. Yüksek düzeyde daha düzgün kalite,
2. Tamir ve ıskartalardaki azalmalar nedeniyle kayıpların da azalması,
3. Daha iyi planlama ve denetim nedeniyle daha etkili muayene,

4. İşçi ve makine-saat başına artan üretim hızı,
5. Tasarım toleranslarında iyileşme,
6. Faaliyetler arasında eşgüdüm sağlanması nedeniyle daha ahenkli insan ilişkileri.

2. GELENEKSEL KALİTE KONTROL TEKNİKLERİ "TEMEL SORUN BULMA-ÇÖZME TEKNİKLERİ"

2.1 Giriş

Üretimde kalite kontrolüne "Süreç kontrolü" adı verilir. Üretimin her safhasının kontrol altında tutulması için çeşitli kalite kontrol teknikleri geliştirilmiştir. Bunlar yedi method olarak bilinir.

1. Çetele diyağramı (frekans dağılımı)
2. Histoğram (Sütun grafiği)
3. Pareto Analizi
4. Sebep-sonuç Analizi (Kılçık diyağramı)
5. Tabakalama
6. Serpilme diyağramı
7. Kontrol Grafikleri

Bu metotların tek tek kullanımı mümkün olabileceği gibi kalite problemlerini çözmek ve hataların nedenlerini ve nerelerden kaynaklandığını ortaya çıkarabilmek için bir arada da kullanılabilirler.

Bu bölümde 3, 4, 5 ve 6 'ya yer verilecektir. Bu bölümde yer verilecek olan metodlar çok fazlaca istatistiki anlam taşımazlar. Ancak sorun belirleme ve gidermede etkili yöntemlerdirler.

2.2 Pareto Analizi

"Pareto analizi" Dr. Vilfredo Pareto tarafından geliştirilmiş olup, kısaca; bir sonuç elde edilmesinde çeşitli faktörler tarafından oynanan rollerin tespit edilmesi için bir araç olarak kullanılmaktadır.

Bununla birlikte "Pareto dağılımı" da olasılık dağılımları içinde yer almaktadır. Yine bu dağılım ve analizi "Maliyet ve hata analizi yapmak" için de

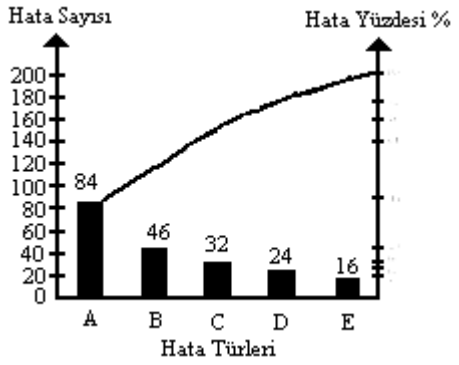
kullanılır. Bu analizle değişik parçalar için üretim hatalarının direkt işçilik giderlerinin veya maliyetin yüzde ne kadarını oluşturduğu gösterilebilmektedir.

Böylece kalite kontrol elemanları emeklerini daha verimli bir şekilde kullanmaya yönelirler. Bu dağılımdan ve analizinden yararlanarak hangi parçaların maliyet bakımından önemli olduğu tespit edilir. Dolayısıyla, kontrol çalışmaları daha çok bu parçalar üzerinde yoğunlaştırılır. Diğer parçalar için kritik parça olmadığı sürece gevşek kontrollerle yetinilebilir.

Pareto analizine başka bir yönden bakıldığında; örneğin, tüm gider kalemleri kurum için aynı önem taşımaz. Genellikle giderlerin çoğunu 2-3 kalem oluşturur. Pareto dağılımı ile bunlardan en ağırlıklı olanları sıralanabilir ve kalite geliştirme çalışmaları bu bir kaç kaleme yöneltilebilir. Hata oranlarına göre yapılan bir pareto analizinde önemli olarak ayrılan birkaç çeşit hatanın toplam ıskartanın büyük miktarını meydana getirdiği görülür.

Pareto analizleri, çeşitli olaylara ilişkin sonuçların %80 'inin %20 'lik sebeplerden kaynaklandığı varsayımına dayanır ve kaliteyi etkilediği düşünülen tüm unsurların değerlendirilmesi için yapılır. Analizlerde kullanılan grafik-diyağram temel sorunu oluşturan alt problemler ya da sebeplerin yüzde etkilerini soldan sağa azalan bir düzende grafiksel gösterimini sağlar.

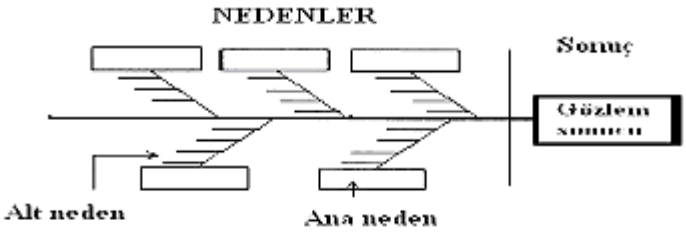
Pareto grafiği, problemin tanımlanması ve yapılan iyileştirmenin seviyesinin ölçülmesi amacıyla kullanılabilecek önemli bir araçtır. Aşağıdaki Şekil 2.l "'Hatanın dağılımını gösteren" bir Pareto grafiğidir.



Şekil 2. 1 Hatanın dağılımını gösteren bir Pareto grafiği

2.3 Neden-Sonuç Analizi

Ünlü japon kalite kontrol uzmanı ve kalite devriminin mimarlarından Prof. K. İshikawa, işletmelerde kalite sorunlarının nedenlerini belirlemek için bir metod geliştirdi. Bir hayli başarılı olan ve kendi adıyla da anılan bu yönteme "Balık kılçığı diyağramı" da denilmektedir. Bu diyağram, hammadde aşamasından çeşitli işlemlerle ulaşılan son ürün aşamasına kadar bir işlem sürecinin sunulduğu yararlı bir diyağramdır. Uygulaması oldukça basit olan bu yöntem, sorunun nedenlerini sistemli bir biçimde araştırmaya yöneliktir. Şekil 2.2 "yapısalolarak balık kılçığını" gösterir.



Şekil 2. 2 Balık kılçığı

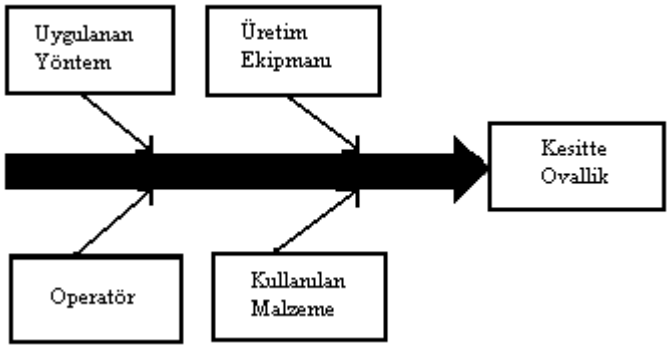
Diyağramın sol tarafında "Nedenler" , sağ tarafında da "Sonuç" yer alır. Tek bir sonuç genellikle bir sorun-inceleme konusudur. Nedenler ise ana gruplar halinde ele alınır, her ana nedenin alt nedenleri vardır. Tipik olarak sorun bir kalite özelliğidir. Örneğin; boyut, sertlik, dayanıklılık,... vb. özellikler veya fire oranı, hatalı ürün oranı gibi sorunlardır. Nedenler ise kimyasal yapı, imalat yöntemi, kullanılan ölçüm cihazı veya elemanın iş bilgisi v.b gibidir.
Bir balık kılçığı diyağramı aşağıdaki sıra içinde geliştirilir;

1. Araştırılacak sorun bir kutu içine alınır ve kalın bir okla gösterilir.



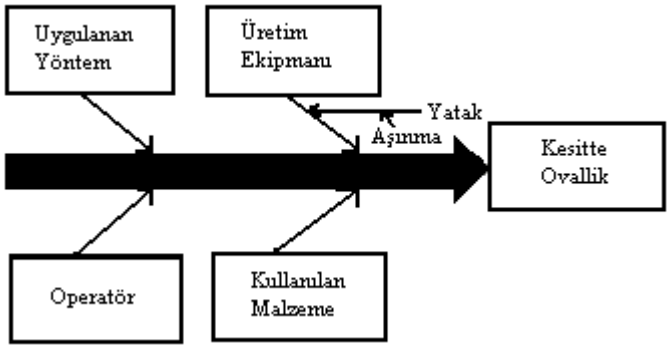
Şekil 2. 3 Balık kılçığı oluşumu-1

2. Bu soruna sebep olabilecek ana nedenler birer kutu içine alınarak bu ok' a bağlanır.



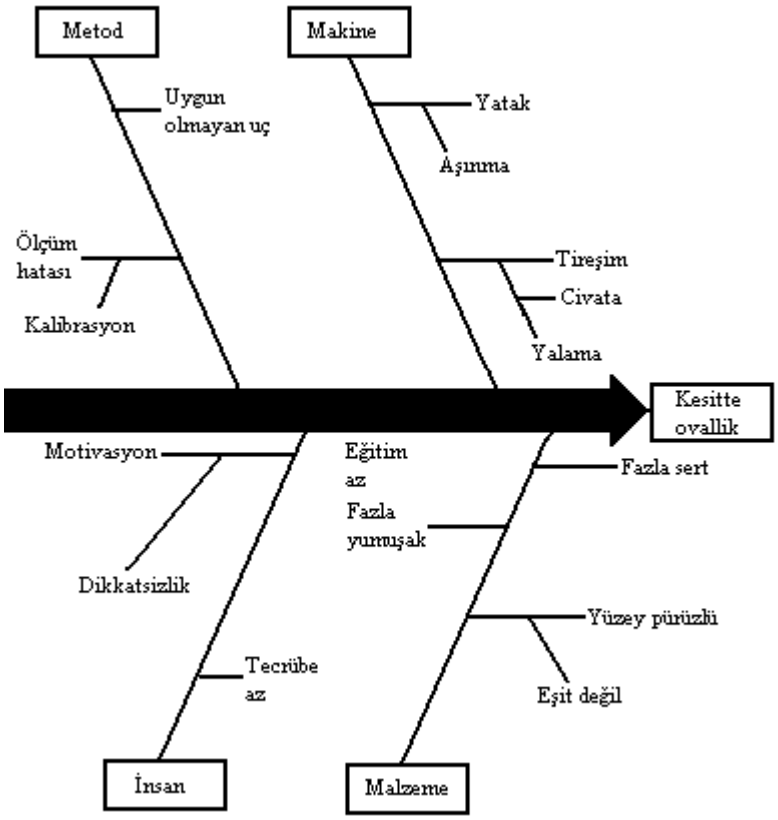
Şekil 2. 4 Balık kılçığı oluşumu -2

3. Her ana nedenin hataya sebep olabilecek alt nedenleri işaretlenir.



Şekil 2. 5 Balık kılçığı oluşumu -3

4. Tüm alt nedenler (temel nedenler) tanımlanıncaya kadar diyağram dallandırılır.



Şekil 2. 6 Balık kılçığı oluşumu -4

5. Çalışmayı yapan grup üyeleri (Beyin fırtınası kuralları uygulayarak) en önemli nedenleri belirler.

Neden-Sonuç analizinin yararları:

- Yöntem, sorunların üzerine giden aktif bir yönetimi geliştirir.
- Diyağramın hazırlanması iletişimi güçlendirir. Herkezin dikkatini bir noktaya toplamasını sağlar.
- Başlı başına eğitici bir çalışmadır, herkesin bilgisini geliştirir.
- Verilerin toplanmasını ve konuya bilimsel biçimde yaklaşmayı sağlar.

- Konuya hakimiyeti sınamak için eşşiz bir tekniktir.
- Tüm sorunlara uygulanabilir.

Bütün bu sayılan nedenlerden ötürü, yöneticiler her sorunla ilgili olarak balık kılçığı diyağramının uygulanmasını istemelidirler.

2.4 Tabakalama (Gruplandırma)

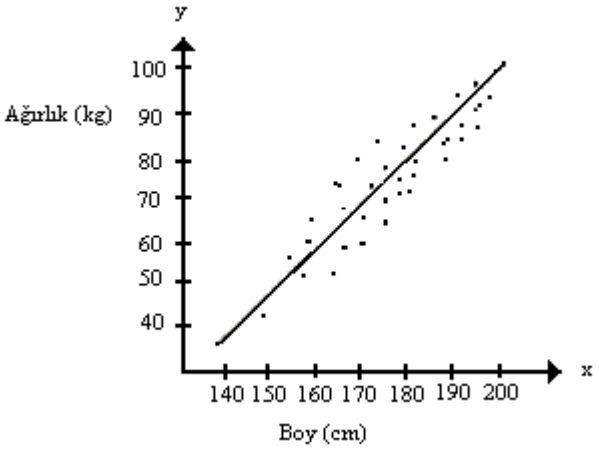
Hata sebeplerinin araştırılmasında kullanılan basit bir araçtır. Üretimde farklı makinalardan veya tezgahlardan elde edilen ürünler genellikle ayrı yerlerde biriktirilmekte ve kontrolleri daha sonra yapılmaktadır. Burada kontroller sonucu elde edilen hatalı ve hatasız ürünlerin hangi makinalardan kaynaklandığını bulmak oldukça zordur. Bu nedenle farklı makinalardan elde edilen ürünleri farklı yerlerde biriktirmek ve aynı kontrole tabi tutmak makinaya veya tezgaha ait bir olumsuzluğun hemen tespit edilmesini ve hatanın kaynağının bulunmasını sağlar.

2.5 Serpilme Diyağramı

Kalite sorun1arının çözümünde çoğu kez hatalara neden olan faktörler araştırılır. Tipik olarak bir değişkenin başka bir değişkenle ilişkisi (alakası) incelenir. Örneğin, makina titreşiminin yüzey dalgalanmalarına etkisi veya basınç düşmesinin parçaların dayanıklılık performansına etkisi gibi.

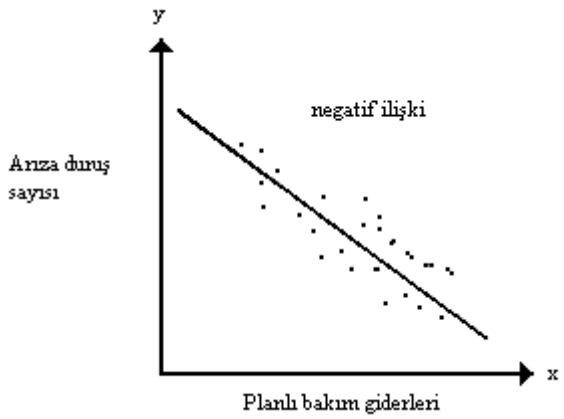
Neden-sonuç analizlerinde ve değişkenler arasındaki araştırmalarında dağılım(serpilme) diyağramlarından ve korelasyon analizlerinden yararlanılır.

Dağılma diyağramı, bir değişkenin ilişki aranan diğer değişkenlere göre gösterimidir. Aşağıdaki şekil 2.7'de bir işletmedeki A ürünü elemanlarının boyları(X) ile ağırlıklanın(Y) serpilmesini göstermektedir. Burada her nokta bir elemanın (X,Y) değerini temsil etmektedir.



Şekil 2. 7 Pozitif ilişkili serpilme diyağramı

Şekil 2.7'den görüleceği gibi, boy ile ağırlık arasında yakın bir ilişki gözlenmektedir. Burada boy ile ağırlık arasında pozitif ilişki vardır. Yani; Boy artarken ağırlıkta artmaktadır. Eğer negatif ilişki olsaydı, boy artarken ağırlık azalırdı. Bu durumu Şekil 2.8 ile görebiliriz.



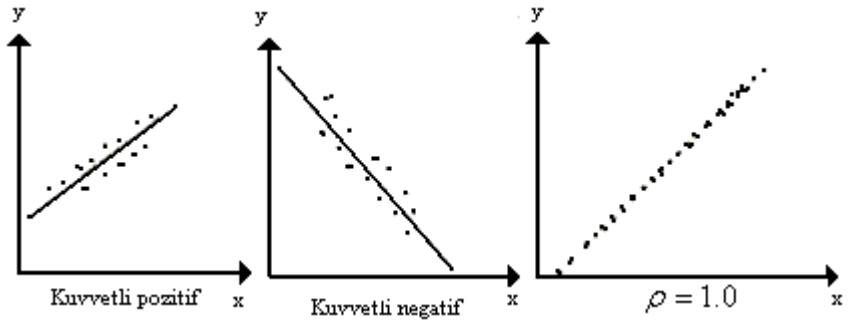
Şekil 2. 8 Negatif ilişkili serpilme diyağramı

Eğer değişkenler (X, Y) arasında bir ilişki yok (çok zayıf) ise serpilme diyagramında noktalar yumak görünümünde olacaktır.



Şekil 2. 9 Zayıf ilişkili serpilme diyağramı

Eğer değişkenler arasında tam (veya kuvvetli) ilişki varsa serpilme diyağramı şekil 2.10 ile görülebilir.



Şekil 2. 10 Tam (veya kuvvetli) ilişkili serpilme diyağramı

Korelasyon Katsayısı

X ile Y, ortalamaları μ_X ile μ_γ varyansları σ_x^2 *ile* σ_Y^2 olan bir çift rassal değişken olsun. Bunların arasındaki doğrusal ilişkinin gücünü gösteren bir ölçüyü, aşağıdaki gibi tanımlanan korelasyon katsayısı ρ verir.

$$\rho = Kor(X,Y) = \frac{Orv(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E\left[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\right]}{\sqrt{E\left[(X-\mu_X)^2\right]E\left[(Y-\mu_Y)^2\right]}} \quad -1 \le \rho \le 1$$

Akla şu soru gelecektir; “Bu ilişkinin, derecesini ve de yönünü daha objektif biçimde nasıl buluruz ?”

Bu sorunun cevabı için “Pearson'un Örneklem Korelasyon Katsayısı” formülü uygulanır. “*r*” ile ifade edilen eşitlik yardımı ile sonuca varılır. Formül şöyledir;

$$r = \frac{\sum XY - \frac{\sum X . \sum Y}{n}}{\sqrt{\left(\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}\right) . \left(\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}\right)}} = \frac{\sum_1^n x_i y_i - n\overline{xy}}{\sqrt{\left(\sum_1^n x_i^2 - n\overline{x}^2\right)\left(\sum_1^n y_i^2 - n\overline{y}^2\right)}}$$

Bu formül ile bulunan sonuçlar -1 ile +1 arasındadır. Yorumlar aşağıdaki gibi yapılır;

(i) -1 'lik bir korelasyon, ters yönlü tam doğrusal bir ilişki anlamına gelir.
(ii) 1'lik bir korelasyon, aynı yönlü tam doğrusal bir ilişki anlamına gelir.
(iii) 0'lık bir korelasyon doğrusal bir ilişki olmadığı anlamına gelir.
(iv) Korelasyonun mutlak değeri ne kadar büyükse, rassal değişkenler arasındaki ilişki de o kadar güçlüdür.

3. DENEY TASARIMI

3.1 Deney Stratejileri

Deneyler, herhangi bir süreç veya sistem ile ilgili yeni bulgular keşfetmek amacıyla, pek çok alanda yapılmaktadır. Her bir deney, İstatistik literatüründe, aslında bir sınamadır. Başka bir deyişle deney, bir süreç veya sistemin girdi değişkenlerinde yapılan anlamlı değişikliklerin, çıktı üzerinde oluşturduğu değişim şeklini ve nedenini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen sınama veya sınama gruplarıdır, (Özkurt, 1999).

Deney tasarım ve analizleri, özellikle yeni ürün tasarımı, üretim süreçleri geliştirilmesi ve iyileştirilmesi gibi mühendislik alanlarında önemli rol oynamaktadır. Bu çalışmalarda amaç, dayanıklı tasarım elde etmektir. Burada dayanıklı, kontrol edilemeyen faktörlere, Örneğin nem, toz, ısı gibi çevre koşullarına, müşteri kullanımında farklı uygulamalara ve malzemelerdeki farklılıklara karşı duyarsız, yani onlardan etkilenmeyen, ürün ve süreç anlamında kullanılmaktadır.

Bir deneye örnek olarak, bir metalürji mühendisinin bir alüminyum alaşımının iki farklı sertleştirilmesi süreçinin (yağ ile soğutma ve su ile soğutma), etkilerini incelemesini ele alalım, (Montgomery, 1996). Burada deneyin amacı, hangi soğutma süreçinin alaşım üzerinde maksimum sertleştirme sağladığının belirlenmesidir. Mühendis, her bir soğutma İşlemi için belli sayıda alaşım örneğini işleme tabi tutmaya ve sonra sertlik ortalamasını ölçmeye karar verir. Her bir soğutma süreçi için kullanılan örneklerin ortalama sertlikleri, hangi süreçin daha iyi olduğunu karar vermede kullanılır.

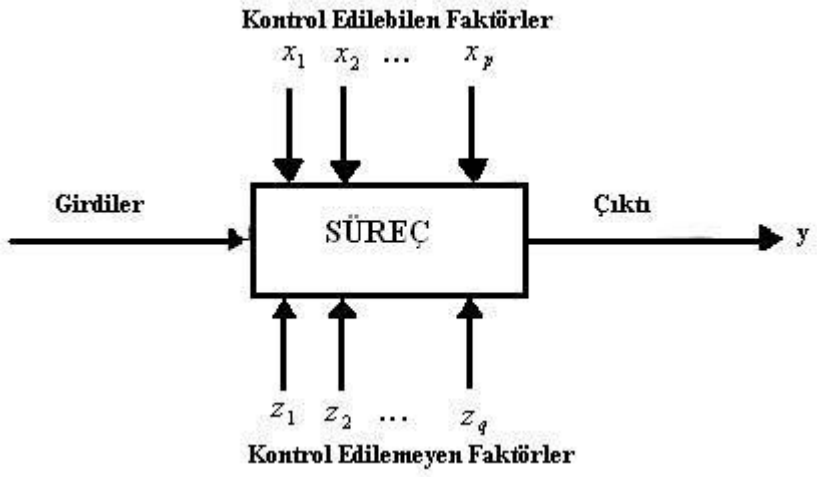
Bu basit deneyi göz önüne alarak, şu önemli sorular göz önünde bulundurulmalıdır:

1. Bu iki çözelti, ilgi alanına giren tek soğutma yöntemleri mi?
2. Bu deneyde sertliği etkileyen, incelenmesi veya kontrol edilmesi gerekli başka faktör(ler) var mı?
3. Her bir soğutma çözelti için kaç adet alaşım örnek kullanılmalı?
4. Soğutma çözünümlerine örnekler ne şekilde dağıtılmalı, ve veriler hangi sıra ile toplanılmalı?

5. Hangi veri analiz metodu kullanılmalı?
6. İki soğutma yöntemi için gözlemlenen ortalama sertlik arasında çıkan hangi fark önemli sayılacak?

Bütün deneylerde, sonuçlar ve çıkarımlar, verilerin nasıl toplandığı ile çok yakından ilgilidir. Bu noktayı açıklamak için, yukarıda bahsedilen örnekteki metalürji mühendisinin yağ ile soğutmadaki örnekleri bir ısıdan, su ile soğutma örneklerini diğer bir ısıdan aldığını farz edelim. Ortalama sertlikler karşılaştırıldığında**,** mühendisin, gözlenen farkın ne kadarının soğutma yöntem farklılığından, ne kadarının da ısılar arasındaki farktan sonuçlandığını söylemesi güçtür. Bu nedenle, veri toplama metodu, analizi olumsuz yönde etkilemiştir, (Özkurt, 1999).

Genel olarak, deneyler süreçlerin ve sistemlerin performanslarını anlamada kullanılır. Bu süreç veya sistem, Şekil 1.1'deki modelle temsil edilebilir, (Montgomery, 1996). Süreçi makine, insan, metot kombinasyonları, veya girdileri gözlemlenebilir çıktıya dönüştüren kaynaklar olarak görebiliriz. Süreç değişkenleri $x_1, x_2, \ldots, x_p$ gibi kontrol edilebilir ve $z_1, z_2, \ldots, z_q$ gibi kontrol edilemeyen değişkenler olmak üzere iki bölüme ayrılır.



Şekil 3. 1 Bir süreç veya sistemin genel modeli

Deney amaçları şöyle sıralanabilir:

1. y çıktısında en fazla hangi değişkenlerin etkili olduğunu belirleme
2. y çıktısını istenilen optimum seviyede tutmak amacıyla etkili x değişkenlerini hangi seviyelerde tutmak gerektiğini belirleme
3. y çıktısının değişirliğini minimumda tutmak amacıyla etkili x değişkenlerini hangi seviyelerde tutmak gerektiğini belirleme
4. $z_1, z_2, \ldots, z_q$ gibi kontrol edilemeyen değişkenlerin tesirlerini minimumda tutmak amacıyla, etkili x değişkenlerini hangi seviyelerde tutmak gerektiğini belirleme

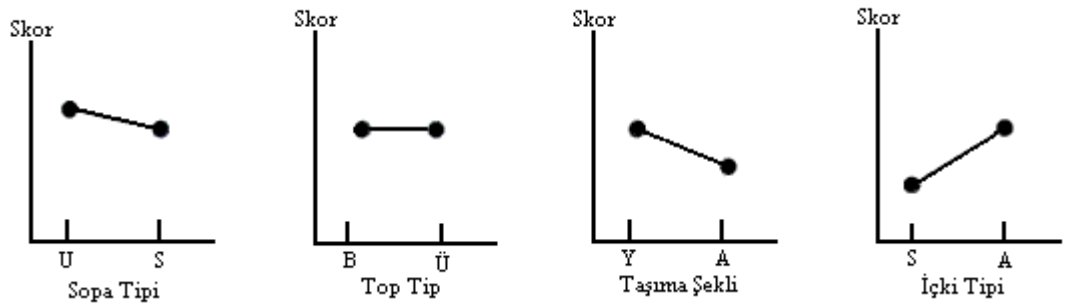
Başta bahsedildiği üzere, deneyler genelde pek çok faktörü içermektedir. Çoğunlukla deney amacı, bu faktörlerin çıktı üzerindeki etkilerini belirlemektir. Bir deneyi planlama ve yürütme yöntemine "deney stratejisi" adı verilir. Bir örnekle değişik deney stratejilerine kısaca göz atalım:
Golf oynamaktan hoşlanan ama alıştırma yapmaktan hoşlanmayıp iyi skorlar almak isteyen birini göz önüne alalım, (Montgomery, 1996). Golf oyununda amaç, skoru minimuma getirmektir. Golf skoru üzerinde önemli olduğunu düşündüğü faktörler aşağıda sıralanmıştır:

1. Kullanılan sopa tipi (uzun veya standart ölçülü)
2. Kullanılan top tipi (balata veya üç parça)
3. Golf gereçlerini yürüyerek taşımak veya golf arabası ile taşımak
4. Oyun esnasında su içmek veya alkollü içki içmek
5. Sabah oynamak veya öğleden sonra oynamak

Bu listeye daha pek çok faktör eklenebilir, ancak bunları en önemliler olarak kabul edelim. Ayrıca, oyuncu, geçmiş yoğun deneyimlerine dayanarak 5. faktörün önemsiz olduğuna karar veriyor. Gerçek deneylerde de, bu tür kararlar verilerek bazı faktörler göz ardı edilmelidir. Şimdi, 1' den 4' e kadar olan faktörlerin, oyuncunun skoru üzerinde etkilerini göz önüne alalım. Tüm deney süresince maksimum 8 oyunun oynanabileceğini varsayalım. Bir yöntem, bu faktörlerin rastgele kombinasyonlarını

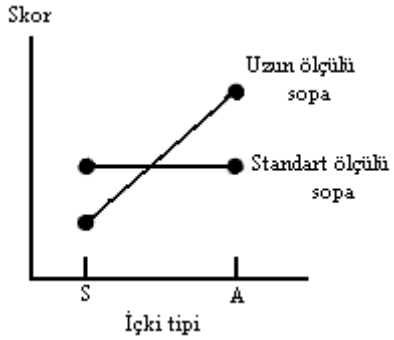
seçmek, sınamak ve gözlemlemek olabilir. Örneğin uzun golf sopası, balata topu, golf arabası ve su kombinasyonu seçilsin, ve skor 87 olsun. Oyun esnasında, oyuncu uzun sopa ile atışlar kaçırdığını fark eder ve diğer tüm faktörleri değiştirmeden sabit tutarak, standart sopa ile diğer oyunu oynamaya karar verir. Bu yöntem, o andaki oyunun sonucuna bakarak bir veya daha çok faktörü değiştirerek belirsiz bir şekilde devam edebilir. Bu yönteme "en iyi tahmin yöntemi" denir. Bu yöntem genelde iyi sonuçlar verir, çünkü deney sahibinin genelde çalıştığı sistem üzerinde derin teknik ve teorik bilgisi ve önemli pratik deneyimleri mevcuttur. Bununla beraber, bu yöntemin iki dezavantajı vardır: İlk "en iyi tahmin" in istenilen sonucu vermediğini varsayalım. Bu durumda deney sahibi, faktör seviyelerinin doğru kombinasyonları üzerine farklı bir tahminde bulunmak zorundadır. Bu durum, başarı garantisi olmadan, uzun bir süre devam edebilir. İkinci olarak, ilk "en iyi tahmin" in kabul edilir bir sonuç verdiğini tahmin edelim. Burada da, en iyi sonucun bulunduğu garantisi var olmadığı halde, deney sahibi denemeyi bırakmaya yönelir.

Uygulamalarda kullanılan bir başka deney stratejisi, "bir kerede bir faktör" yöntemidir. Bu metot, herbir faktör için bir başlangıç noktası veya temel seviye seçmekle başlar, ve kendi dışındaki faktörleri temel seviyelerinde sabit tutarak her bir faktörü kendi aralığı üzerinde değiştirerek devam eder. Şekil 3.2 golf deneyi için uzun sopa, balata top, yürüme ve su içme faktörlerinin temel seviyelerini gösteren bir dizi grafiklerdir. Bu grafiklerin yorumu basittir. Örneğin, taşıma şekli doğrusunun eğimi negatif olduğundan, arabayla taşımanın skoru iyileştirdiği sonucuna varıyoruz. Buradaki bir kerede bir faktör grafiklerini kullanarak, optimal kombinasyonun şu şekilde olacağı sonucunu çıkarırız: standart sopa, araba ile taşıma, su içme. Top tipinin skor üzerinde önemsiz olduğunu görmekteyiz.



Şekil 3. 2 Golf örneği için bir kerede bir faktör stratejisinin sonuçları

Bir kerede bir faktör stratejisinin en önemli dezavantajı, faktörler arasındaki olası herhangi bir etkileşimi tamamen gözardı etmesidir. Etkileşim; bir faktörün, farklı bir faktörün değişik seviyeleri ile birlikle kullanıldığında, çıktı üzerinde aynı etkiyi göstermesinin yok olmasıdır. Şekil 3.3 golf deneyi için, içki faktörünün ve sopa şeklinin etkileşimini göstermektedir. Oyuncu, standart sopa kullandığında, tüketilen içkinin skor üzerinde hiç bir etkisi olmadığı gözlenir. Ancak, uzun sopalar kullandığında, alkollü içki içmektense su içildiğinde daha iyi sonuçlar çıkardığı görülmektedir. Faktörler arasındaki etkileşimler sıklıkla mevcuttur, ancak bir kerede bir faktör stratejisi, bu konuda oldukça zayıf kalmaktadır. Pek çok kişi, bunu fark edememekte ve uygulamalarda bir kerede bir faktör stratejisi oldukça sık kullanılmaktadır. Ancak bu yöntem, tasarımlar için istatistiksel yaklaşım temel alındığında, diğer yöntemlere göre oldukça etkisiz kalmaktadır.

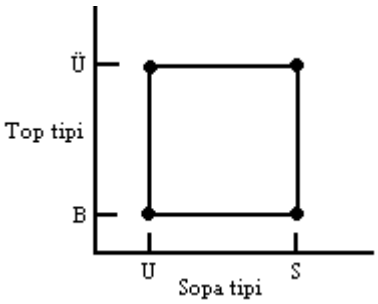


Şekil 3. 3 Golf deneyi için sopa tipi ile İçki tipi arasındaki etkileşim

Çeşitli faktörler söz konusu olduğunda en doğru yaklaşım, faktöryel deneylerdir. Bu stratejide, bir kerede bir faktör İncelemek yerine, faktörler birlikte incelenir. Faktöryel deney tasarımlar oldukça önemli bir yöntemdir ve bu çalışmada üzerlerinde ayrıntılarıyla durulacaktır.

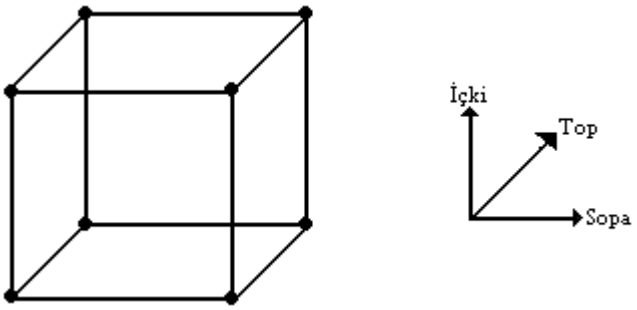
Faktöryel deneyin nasıl yürütüldüğünü anlamak için golf örneğinindeki sadece iki faktörü göz önüne alalım: sopa tipi ve top tipi. Şekil 3.4 bu iki faktörün skor üzerindeki birleşik etkisini belirlemek için oluşturulmuş iki-faktörlü-faktöryel

deneydir. Bu faktöryel deney, her bir faktörün iki seviyesini ve bu iki faktörün seviyeleri göz önünde tutularak olası tüm kombinasyonlarını içermektedir. Geometrik olarak, dört deneme, karenin dört köşesini oluşturmaktadır. Bu tip faktöryel deneylere 2^2 faktöryel tasarım (İki faktör, her biri için ikişer seviye) adı verilir. Oyuncu bu kombinasyonları araştırmak için sekiz adet oyun oynayabileceğine göre, en mantıklı plan her bir kombinasyonu ikişer kere oynaması olacaktır. Buradaki tasarım iki tekrarlıdır. Bu deneysel tasarım, deney sahibine, her bir faktörün bireysel etkisini (esas etki) inceleme ve faktörler arasında etkileşim olup olmadığını belirleme imkanı sağlayacaktır.



Şekil 3. 4 Sopa tipi ile top tipini içeren iki-faktörlü faktöryel deney

Bu deneyi üç faktöre de çıkarabiliriz. Oyuncunun sopa tipi, top tipi ve tüketilen içki tipi faktörlerinin skor üzerindeki etkilerini incelemek istediğini varsayalım. Her bir faktörün iki seviyesi olduğunu varsayarak faktöryel tasarımı Şekil 3.5' teki gibi oluşturabiliriz.

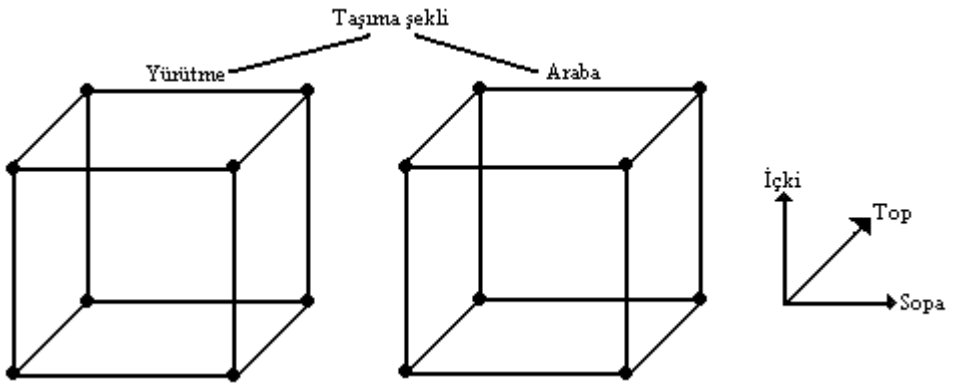


Şekil 3. 5 Sopa tipi, top tipi ve içki tipini içeren üç-faktörlü faktöryel deney

Bu üç faktörün, her birinin ikişer seviyeleri olduğu göz önüne alındığında, sekiz kombinasyonu bulunmakta ve bu sekiz deneme geometrik olarak bir kübün köşeleri olarak ifade edilebilir. Bu deney, 2^3 faktöryel tasarıma örnektir. Oyuncu sadece 8 oyun oynamak istediğinden dolayı, her bir kombinasyon için bir oyun oynanabilecektir. Bu deneyi, Şekil 3.4'teki İki-faktör-faktöryel ile karşılaştırdığımızda, 2^3 faktöryel tasarım faktör etkileri ile ilgili aynı bilgiyi sağlayacaktır. Örneğin, iki-faktör tasarımdaki her bir kombinasyonun iki kere tekrar edildiğini düşünerek, iki tasarımda da, standart sopa ile igili dört sınama ve uzun sopa ile ilgili dört sınama bulunmakta.

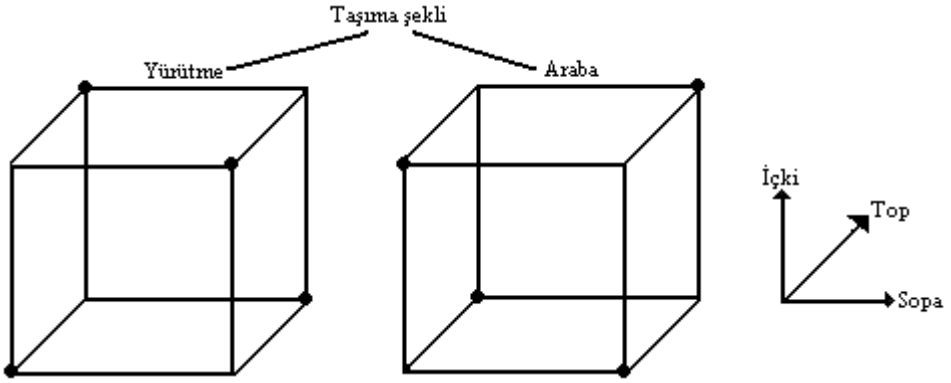
Şekil 3.6 dört faktörün hepsinin; sopa, top, içki ve taşıma; 2^4 faktöryel tasarım ile nasıl ifade edileceğini göstermekte. Tüm faktöryel tasarımlarda olduğu gibi, burada da her bir faktörün seviyelerinin tüm olası kombinasyonları kullanılmıştır. Dört faktörün hepsinin ikişer seviyeleri bulunduğu için, bu deneysel tasarım yine bir küp üzerinde ifade edilebilir (aslında iki küp).

Genel olarak, eğer *k* adet faktör varsa, faktöryel tasarım 2^k adet deneme gerektirir. Örneğin, Şekil 3.6'daki deney 16 adet deneme gerektirir. İlgilenilen faktör sayıları arttıkça, gerekli deneme sayıları da hızla artar. Örneğin on faktörlü bir tasarımın 1024 adet denemeye ihtiyacı vardır. Bu durum zaman ve kaynak açısından pek de uygun düşmeyebilir. Golf deneyinde oyuncu sekiz oyun oynayabilmekte, Şekil 3.6' daki deney bile bu açıdan imkansız bir hal almaktadır.



Şekil 3. 6 Sopa tipi, top tipi, içki tipi ve taşıma şeklini içeren dört faktörlü faktöryel deney

Aslında, eğer dört beş veya daha fazla faktör mevcutsa, faktör seviyelerine ait olası tüm kombinasyonları denemek gereksizdir. Kesirli faktöryel deney, temel faktöryel tasarımların bir varyasyonudur: kombinasyonların sadece bir alt kümesi yapılır. Şekil 3.7 dört faktörlü golf deneyi için kesirli faktöryel tasarımı göstermektedir. Bu deney 16 yerine 8 adet run gerektirmektedir ve bu deneye yarım kesir denir. Eğer golf oyuncusu sadece sekiz adet oyun oynayabiliyorsa, bu tip deney tüm dört faktörü incelemek için mükemmel bir tasarım olacaktır. Böylece hem dört faktörün esas etkileri hakkında bilgi edinecek hem de bu faktörlerin nasıl etkileşim içinde bulunduklarını öğrenecektir.



Şekil 3. 7 Sopa tipi, top tipi, İçki tipi ve taşıma şeklini İçeren dört-faktörlü kesirli deney

3.2 Deneysel Tasarımlarının Tipik Uygulamaları

Deneysel tasarım yöntemleri birçok disiplinde kendine uygulama alanı bulmuştur. Aslında deneyler bilimsel süreçin bir parçası olarak görülebilir. Genelde, tahminler yapılan süreç hakkında yapılan aktiviteler süresince öğrenilir, süreçten veri elde edebilmek için deney yapılır, yeni tahminler oluşturmak için deneyden elde edilen bilgiler kullanılır, tekrar bu tahminleri sınamak için deneyler yapılır ve böylece devam eder, (Özkurt, 1999).

Deney tasarımları mühendislik dünyasında üretim süreçleri performanslarını iyileştirmede önemli bir role sahiptir. Ayrıca, yeni süreçler geliştirilmesinde de yoğun uygulamaları vardır. Süreç geliştirilmesinde, deney tasarım tekniklerinin uygulanması şu sonuçları doğurabilir:

1. İyileştirilmiş süreç çıktısı
2. Azaltılmış değişkenlik ve istenilen özelliklere daha yakın uygunluk
3. Azaltılmış geliştirme zamanı
4. Azaltılmış maliyetler

Deney tasarım yöntemleri, yeni ürünlerin geliştirildiği ve mevcut ürünlerin iyileştirildiği mühendislik tasarım aktivitelerinde de önemli rol oynar. Mühendislik tasarımı alanında deney tasarım uygulamalarına şunları gösterebiliriz:

1. Temel tasarım konfigürasyonlarının karşılaştırılması ve değerlendirilmesi
2. Malzeme alternatiflerinin değerlendirilmesi
3. Ürünün değişik ortam koşullarından etkilenmemesini sağlayacak tasarım parametrelerinin seçilmesi, ki böylece ürünün dayanıklı olmasının sağlanması
4. Ürün performansı üzerinde etkisi olan tasarım parametrelerinin belirlenmesi

Bu alanlarda kullanılan deney tasarımları, daha kolay üretilen ürünler, performansı ve güvenilirliği iyileştirilen ürünler, azaltılan ürün maliyetleri, kısaltılan ürün tasarım ve geliştirme aşamaları süreleri ile sonuçlanabilir.

3.3 Temel Prensipler

Deney tasarımlarının istatistiksel analizi, deney için toplanan verilerin istatistiksel metotlarla analiz edilmesi, amaca uygun geçerli sonuçların çıkarılması demektir, (Özkurt, 1999). Deneysel hatalar sonucu oluşan veriler, ancak istatistiksel yöntemler ile anlamlı bir şekilde analiz edilebilir. Bu nedenle bir deneysel problem ancak iki bölümde incelenir: Deney tasarımı ve istatistiksel veri analizleri. Öngörülen tasarıma

bağlı kalınarak analiz yapıldığından dolayı, bu iki konu birbirleriyle oldukça yakından ilgilidir. Bu çalışmada iki bölüm de gözlemlenebilir.
Bir deneysel tasarımın üç temel prensibi vardır: Tekrarlama, rassallık ve bloklamadır.

- **Tekrarlama:** Tekrarlama, temel deneyin tekrarlanması anlamına gelir. Örneğin, alüminyum alaşımının soğutulması örneğinde, bir örneğin yağ ile soğutulması ve bir örneğin su ile soğutulması ile bir tekrar yapılmış olunur. Böylece, her bir soğutma yöntemi için beşer adet örnek kullanıldığında, beş adet tekrar yapılmış olur. İki önemli özelliği vardır: Birincisi tekrar ile, deney sahibi, deneysel hataları tahmin etme şansını yakalar. Hata tahmini, toplanan veriler arasındaki farklılıkların istatistiksel olarak önemli olup olmadığını belirlemede temel noktadır. İkinci olarak, veriler hakkında daha kesin bilginin elde edilmesini sağlar. Bunun anlamı şudur: n tekrar sayısı arttıkça, örnek ortalamasının varyansı azalır; daha kesin sonuç elde edilir.

- **Rassallık:** Rassalıkla kastedilen, deney bireysel koşullarında hem deneysel materyallerin, hem de sıralamanın rassal olarak dağıtılmasıdır. İstatistiksel metotlar, gözlemlerin ve hataların bağımsız dağılmış rassal değişkenler olmasını gerektirir. Rassallık, çoğunlukla bu varsayımı geçerli kılar. Deneyleri doğru şekilde rassallaştırmak ile, var olabilecek dışsal faktörlerin deney sonuçlarına etkilerini de yok etmiş olur. Örneğin, alüminyum sertleştirilmesi deneyinde, örneklerin farklı kalınlıklarda olduklarını ve soğutma aracı üzerinde kalınlığın etkisi olduğunu varsayalım. Eğer, yağ ile soğutmada kullanılan örneklerin tümü, su ile soğutmada kullanılan örneklerden daha kalınsa, bir soğutma yöntemini diğerine tercih ederken yanılgıya düşmemek olası değildir. Oysa örnekleri soğutma araçlarına rassal dağıtma, bu problemi yok edecektir.

- **Bloklama:** Bloklama, deneyin kesinliğini artırmak amacıyla kullanılan tekniktir. Bir deneyde, deneysel malzeme bütününden farklılık gösteren ancak birbiri içinde homojen dağılmış verilere sahip olan deneysel malzeme parçası, bir blok oluşturur.

Bu üç temel prensibin kullanımı ve özellikleri, bu çalışma boyunca yeri geldikçe vurgulanacaktır.

3.4 Deney Tasarım Aşamaları

Deney tasarım ve analiz aşamalarında istatistik yaklaşımını kullanabilmek için, üzerinde çalışılacak konunun açıkça ifade edilmesi ve anlaşılması, verilerin toplanma şekli ve bu verilerin nasıl analiz edileceğinin belirlenmesi gerekmektedir. Deney tasarım önerileri, Tablo 3.l'de özetlenmiştir. Herbir maddenin temel noktaları aşağıda özetlenmiştir.

Tablo 3. 1 Deney tasarım aşamaları

1. Problem seçme ve tanımlama
2. Faktörleri, seviyelerini ve aralıklarını seçme
3. Çıktı değişkeninin seçilmesi
4. Deney tasarımını seçme
5. Deneyi gerçekleştirme
6. Verilerin istatistik analizlerini yapma
7. Sonuç ve öneriler

1. Problem seçme ve tanımlama: Deney gerektirecek bir problemi fark etmek pratikte çoğunlukla kolay değildir. Bir deney gerçekleşeceği zaman, amaç ile ilgili tüm detaylar göz önünde bulundurulmalıdır. Probleme net bir çözüm getirmek için problemin iyi belirlenmesi ve anlaşılması gerekmektedir, (Özkurt, 1999).

2. Faktörleri, seviyelerini ve aralıklarını seçme: (2. ve 3. adımlar eşzamanlı veya ters sırada yapılabilir.) Deneyde değiştirilecek faktörler seçilmeli, bu faktörlerin değişim aralıkları ve denemelerde hangi seviyelerde tutulacağı belirlenmelidir. Bu faktörlerin istenilen seviyelerde nasıl kontrol altında tutulacağı ve nasıl ölçülmeleri gerektiği de üzerinde düşünülmesi gerekli konulardan biridir. Bunun için de süreç bilgisi gerekli olacaktır. Bu süreç bilgisi, pratik deneyim ve teorik bilgilerin kombinasyonlarından oluşabilir. Deneyin amacı faktör inceleme olduğu zaman, faktör seviyelerini az sayıda tutmakta fayda vardır. Genelde iki seviye seçme, bu tür çalışmalarda iyi sonuçlar vermektedir. Aralık seçme de önemli bir konudur. Faktör incelemede ilgilenilen aralığın geniş seçilmesi yine verimli sonuçlar çıkaracaktır. Daha sonra, hangi değişkenlerin önemli olduğunu ve hangi seviyelerde iyi sonuçlar verdiğini öğrendikçe, ilgilenilen aralık daha çok daraltılabilir, (Özkurt, 1999).

3. Çıktı değişkeninin seçilmesi: Çıktı değişkeninin seçilmesinde dikkat edilecek nokta, üzerinde çalışılan süreç hakkında gerekli bilgiyi sağlamasıdır. Birden fazla çıktı değişkeni seçilmesi de mümkündür, (Özkurt, 1999).

l, 2, ve 3. adımlar deney öncesi planlama adı altında toparlanırlar.

4. Deney tasarımını seçme: Yukarıdaki deney öncesi planlama aktiviteleri doğru bir şekilde yapıldıktan sonra, bu aşama daha kolay hale gelir. Örnek sayısının seçilmesi, her bir deney koşulunun deneme sırasının ve tekrarlanma sayısının belirlenmesi, blok veya daha başka kısıtlayıcı şartların bulunup bulunmadığının saptanması gibi kriterler, deney tasarımını oluşturur, (Özkurt, 1999).

Bu adımı destekleyecek istatistiksel paket programları da mevcuttur. Bu programa; faktör sayıları, seviyeler, aralık (minimum değer-maksimum değer) girilir ve istenilen tasarıma göre analizler yapılır.

Tasarımı seçerken, deney amaçlarını da göz önünde tutmak gereklidir. Hangi faktörlerin çıktıda farklılık oluşturduğu ve ne derecede etkili olduklarını, bu amaç çerçevesinde inceleriz. Bu durumda hangi faktörlerin farkı oluşturduğu ve çıktı üzerinde ne derece etkili olduğunu bulmak isteriz. Bizim için benzerliğin / eşitliğin önemli olduğu durumlar da ortaya çıkabilir. Örneğin, A standart ve B daha maliyetli yöntem olmak üzere, iki farklı üretim yönteminin karşılaştırılması ile ilgilenilebilir. Bu durumda, iki yöntemin çıktı üzerinde fark oluşturmadığını ispatlamaya yönelik bir deney de olabilir.

5. Deneyi gerçekleştirme: Deneyi gerçekleştirirken, her şeyin planlandığı gibi yapıldığından emin olmak için süreçi takip etmek çok önemlidir. Deney prosedüründeki hatalar, deney geçerliliğini yok edecektir, (Özkurt, 1999).

6. Verilerin İstatistiksel analizlerini yapma: Veri analizlerini destekleyecek pek çok yazılım paketleri bulunmaktadır, adım 4'te de deney tasarımı seçiminde bu paketlerden faydalanılmaktadır. Özellikle basit grafiksel metotları, sapma/hata analizleri ve model uygunluk kontrolleri önemli analiz teknikleridir, (Özkurt, 1999). Hata analizleri ve model uygunluk sınamaları da kullanılan önemli analizlerdendir.

Unutulmamalıdır ki istatistiksel yöntem, faktör veya faktörlerin etkilerini kanıtlayamaz. Sadece sonuçların güvenilirliği veya geçerliliği üzerine yol göstericidir. Yerinde kullanımında, istatistiksel yöntem hiçbir şeyi ispatlamaya yönelmez, ancak oluşan farklılıkları ölçmemize ve belirlenen bir güven aralığı atamamıza yarar. İstatistiksel yöntemlerin en önemli avantajı, karar verme sürecine nesnellik katmasıdır.

7. Sonuç ve öneriler: Veri analizlerinden sonra, deney sahibi, sonuçlara göre çıkarımlar yapmalı, nasıl hareket edileceğini belirlemelidir. Bu safhada grafiksel gösterimlerden sıkça faydalanılmaktadır.

Tüm bu süreç boyunca, unutulmamalıdır ki deney öğrenme sürecinin bir parçasıdır: Sistem ile ilgili hipotezler formüle edilir, bu hipotezlerin geçerliliğini araştırmak için deneyler yapılır, çıkan sonuçlara göre yeni hipotezler formüle edilir, ve böylece devam eder. Görülmektedir ki, deney, iteratif bir çalışmadır. Çalışmanın başlangıcında çok büyük, kapsamlı, tek bir deney yapmak hatalı bir davranıştır. Başarılı bir deney için, ilgili önemli faktörleri, bu faktörlerin değişeceği aralığı, doğru seviye sayılarını ve bu değişkenlerin doğru ölçüm ünitelerini bilmek gerekmektedir. Genellikle, bu soruların cevabı tam olarak başlangıçta bilinmez, ancak deney süreçi süresince öğrenilir.Deneyde ilerledikçe, bazı değişkenler ilave edilir, bazıları çıkarılır, bazı faktörler için aralık değiştirilir, veya farklı çıktı değişkeni üzerinde durulmaya başlanılır. Genel bir kural olarak, mevcut kaynakların % 25' inden fazlası ilk deney için kullanılmaz. Böylece deney süresince, diğer aşamalar içinde yeterli kaynak kalınması sağlanmış olunur.

3.5 Deney Tasarımının Tarihçesi

Deney tasarımını, 1920'lerde, istatistik biliminin babası sayılan İngiliz İstatistikçi Sir Ronald Fisher tarafından, tarım alanında araştırmalar yaparken bulunmuş ve geliştirilmiştir. Fisher, ayrıca, deney verilerinin analizi için bugün klasik sayılan "varyans analizi" yöntemini de geliştirmiştir. Yöntem, kısa bir süre içinde, Amerika'da tarım sektöründe üretimin geliştirilmesi için yoğun olarak uygulanmış ve Amerika'nın bu alanda dünya lider konumuna gelmesine büyük katkıda bulunmuştur. Tarım alanında, çeşitli gübre ve dozları ile iklim koşullarının ve sulama seviyelerinin çeşitli ürünlere olan etkilerini belirlemek üzere uygulanmıştır. Deneysel tasarım literatüründe adı önemle vurgulanan diğer bilim adamları arasında F.Yates, R. C. Bose, O. Kempthorne, W. G. Cochran, R. H. Myers, J. S. Hunter, W. G. Hunter ve G. E. P. Box sayılabilir.

Deney tasarımı daha sonra kimya ve ilaç sektörlerinde de uygulanmış olmasına rağmen, imalat sektöründeki uygulamaları, 1970'lere kadar son derece kısıtlı kalmıştır. Amerika'da imalat sektörü, 1980'lerin başında, deney tasarımını Japon kalitesinin nedenlerini araştırırken yeniden keşfetmiştir. Deney tasarımını, o tarihlerde Japonya'da Profesör Geniçi Taguçi'nin önderliğinde yoğun ve etkili olarak uygulanmaktaydı. Taguçi, deney tasarımına kuramsal yenilikler getirmemiştir. Ancak, üretimdeki uygulamalarda yenilikler yapmış ve başarılı uygulamalarla yöntemin imalat sektöründe kabul görmesini sağlamıştır, (Şirvancı, 1997).

4. TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

Araştırmacı birkaç yığın ortalamasının eşitliğinin testi ile ilgilenmek isteyebilir. *Student t* testini kullanarak, ikişer ikişer bu ortalamaların eşitliğinin testi yapılabilir. Fakat, böyle bir çözüm I'nci tip hatanın (α) büyümesine neden olacaktır. Bu durumda, deneme (faktör düzeyleri) sayısı dört iken, $\binom{4}{2} = 6$ tane ikili karşılaştırma yapmak gerekir. Bu ikili karşılaştırmaların her biri için gerçekte doğru olan, H_0 hipotezinin kabul edilme olasılığı $1-\alpha = 0.95$ alınırsa, tüm altı bağımsız tesi için H_0 hipotezlerinin kabul edilme olasılığı $(0.95)^6 \cong 0.74$ olacaktır. Bu durum, I' nci tip hatanın önemli derecede artmasına neden olur. Bu istenmeyen durumun üstesinden gelmek için, uygun yöntem tek yönlü varyana analizidir, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

Yanıt değişkenini etkileyen tek bir faktörün düzeylerinin yani denemelerin ortalamaları arasında önemli bir fark olup olmadığı araştırılmak istensin. Tek faktörlü bir deneyde verilere ilişkin yığın düzeni aşağıdaki tabloda verildiği gibidir. (Tablo 4.1)

Tablo 4. 1 Tek yönlü varyans analizi için yığın düzeni

	Denemeler					
	1	**2**	**…**	***j***	**…**	***k***
	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1j}	…	Y_{1k}
	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2j}	…	Y_{2k}
	Y_{31}	Y_{32}	…	Y_{3j}	…	Y_{3k}
	…	…	…	…	…	…
	Y_{i1}	Y_{i2}	…	Y_{ij}	…	Y_{ik}
Yığın ortalamaları	$\mu_{.1}$	$\mu_{.2}$	…	$\mu_{.j}$	…	$\mu_{.k}$

Tablo 4.l'de, nokta gösterimi yığındaki tüm gözlemler üzerinden toplamı ifade eder. μ, tüm yığınlarda Y_{ij} 'lerin ortaalaması olup, $E(Y_{i1}) = \mu_{.1}, E(Y_{i2}) = \mu_{.2} \ldots$ olmak üzere $E(Y_{ij}) = \mu$.'dür.

Burada, deneme ortalamaları bilinmediğinden, her bir yığından rastgele çekilen örnekler ile deneme ortalamaları ve genel ortalama tahmin edilebilir. Bu örneklere ilişkin düzenlerden biri aşağıdaki tabloda verilmiştir (Tablo 4.2).

Tablo 4. 2 Tek yönlü varyans analizi için örnek düzeni

	Denemeler						
	1	**2**	**…**	**j**	**…**	**k**	
	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1j}	…	Y_{1k}	
	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2j}	…	Y_{2k}	
	Y_{31}	Y_{32}	…	Y_{3j}	…	Y_{3k}	
	.	.	…	.	…	.	
	.	.		.	.	.	
	.	.		.	.	.	
	Y_{i1}	Y_{i2}	…	Y_{ij}	…	Y_{ik}	
	.	.	…	.	…	.	
	.	.	…		…	.	
	.	.	…		…	.	
	$Y_{n_1 1}$	$Y_{n_2 2}$	…	$Y_{n_j j}$	…	$Y_{n_k k}$	
Deneme Toplamları	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	…	$T_{\cdot j}$	…	$T_{\cdot k}$	$T_{\cdot\cdot}$
Birim Sayıları	n_1	n_2	…	n_j	…	n_k	N
Deneme Ortalamaları	$\overline{Y}_{\cdot 1}$	$\overline{Y}_{\cdot 2}$	…	$\overline{Y}_{\cdot j}$	…	$\overline{Y}_{\cdot k}$	$\overline{Y}_{\cdot\cdot}$

Tablo 4.2' de

$T_{\cdot j}$: j nci denemedeki gözlemlerden elde edilen değerlerin toplamı

$$T_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij} \tag{4.1}$$

$\overline{Y}_{\cdot j}$: j nci denemedeki gözlemlerden elde edilen değerlerin toplamı

$$\overline{Y}_{\cdot j} = \frac{T_{\cdot j}}{n_j} \tag{4.2}$$

$T_{..}$: Deneydeki tüm gözlemlerden elde edilen değerler toplamı

$$T_{..} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij} \tag{4.3}$$

$\overline{Y}_{..}$: Tüm gözlemlerden elde edilen değerlerin toplamı

$$\overline{Y}_{..} = \frac{T_{..}}{N} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \frac{Y_{ij}}{kn_j}, \qquad N = \sum_{j=1}^{k} n_j \tag{4.4}$$

Denemelere atanan gözlemlerin sayısının her bir düzeyde eşit alınması $(n_1 = n_2 = \cdots = n_k = n)$ işlemlerin kolayca yapılmasını sağlayacağından, her bir denemede eşit gözlem olduğu varsayılmıştır. Böylece, $N=kn$ gözlemlerin toplam sayısını gösterecektir. (4.1) – (4.4) eşitliklerinde kullanılan nokta, hangi idisi yerine kullanıldıysa, o indis üzerinden toplam yapılacağını belirtir.

Bu düzene ilişkin model aşağıdaki gibidir.

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{matrix} i = 1,2,\ldots,n_j \\ j = 1,2,\ldots,k \end{matrix} \tag{4.5}$$

(4.5) eşitliğindeki terimler aşağıda verildiği gibi açıklanır.

Y_{ij} : j' inci denemede i' inci gözlemin aldığı değer

μ : Bilinmeyen bir sabit olup,genel ortalama

α_j : j' inci deneme etkisi olup, bilinmeyen sabit

ε_{ij} : j' inci denemedeki inci gözlemin yanıt değişkenine ilişkin rasgele hata

(4.5) eşitliğindeki, model varsayımları aşağıdaki gibi sıralanır.

1. $Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$ model, yanıt değişkeninde meydana gelen değişimi etkileyen tüm kaynakları içerir.
2. Deney, tüm denemelerden sadece ilgilenilenleri içerir.
3. ε_{ij} hat terimi, sıfır ortalamalı, σ_ε^2 eşit varyanslı normal dağılıma sahip ve bağımsız (IND) olduğu varsayılır ve ε_{ij}~IND $\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$ şeklinde gösterilir.

j' inci denemede *i* nci gözlem değeri olan Y_{ij} 'nin beklenen değeri,

$E\left(Y_{ij}\right) = \mu + \alpha_j$, j =1,2,…,k ve varyansı σ_ε^2 olan bir normal dağılıma sahiptir.

(4.1) eşitliğinde sadece tek faktörün yanıt değişkeni üzerindeki etkisi araştırıldığı için, böyle düzenlere tek yönlü varyans analizi denir. Böyle bir düzende, $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ homojen deney birimi, k tane denemeye rastgele atanır. Yani n_1 sayıda birim birinci denemeye n_2 sayıda birim ikinci denemeye,…, n_k sayıda birim *k'* ıncı denemeye rastgele dağıtılır. Bu düzene tamamen rastgele düzen adı verilir.

Tamamen rasgele düzeni kullanmanın avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Denemelerin araştırmacı tarfından planlanması oldukça basittir.
- Sonuçların istatistiksel analizleri ve yorumlarını yapmak kolaydır.
- Her bir denemedeki gözlemlerin sayısının eşit olması gerekmez.
- Hata kareler toplamları için serbestlik derecesinin çok büyük çıkması bile analiz yapmayı engellemez.

Tamamen rastgele düzeni kullanmanın dezavantajlarıda aşağıda verilmiştir.

- Gözlemler arasındakki farklılıklar, denemlerin her birine rastgele atanarak kontrol altına alınabilir. Bunu sağlamak için, ya gözlemlerin sayısı büyük tutulmalı veya homojen olmalıdır.
- Deneyde göz önüne alınan denemelerin sayısı fazla olduğunda, gereken gözlem sayısı da çok olmalıdır.

Yığın için denemelerin ortalamalarının eşitliğine ilişkin hipotez testleri aşağıdaki gibidir

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k = \mu_{..}$$

$$H_1 : \text{En az bir ortalama farklıdır.}$$

Bu hipoteze denk olarak,

$$H_0 : \mu_{.j} = \mu_{..} = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,k$$

$$H_0 : \mu_{.j} - \mu_{..} \neq 0 \qquad \text{en az bir } j \text{ için}$$

veya $\mu_{.j} - \mu_{..} = \alpha_j$ (j=1,2,…,k) olmak üzere,

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = 0$$

$$H_1 : \text{En az bir } \alpha_j \text{ sıfır değildir.}$$

olur. Bu hipotezin testi için tek yönlü varyans analizi kullanılabilir. Varyans analizi demek, toplam değişebilirliğin parçalanması demektir.

4.1 Genel Kareler Toplamının Parçalanması

Genel kareler toplamı,

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2$$

dır. KT_{Genel}, verideki tüm değişkenliğin bir ölçüsüdür.

Genel kareler toplamı aşağıdaki şekilde yeniden yazılır.

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left[\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)\right]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left[\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + 2\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2\right]$$

Bu eşitlikte, toplam her terime dağıtıllır ise,

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left[\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)\right] + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2$$

elde edilir. Eşitliğin sağındaki ikinci terim aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left[\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)\right] = 2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)$$

ve

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right) &= \sum_{i=1}^{n} Y_{ij} - n\overline{Y}_{.j} \\ &= T_{.j} - n\frac{T_{.j}}{n} \\ &= 0\end{aligned}$$

dır. Böylece,

$$\begin{aligned}KT_{Genel} &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2\end{aligned}$$

$$KT_{Genel} = n\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2 \tag{4.7}$$

elde edilir. (4.7) eşitliğinde sol tarfı genel kareler toplamı, eşitliğn sağ tarafındaki ilk terim denemeler arası kareler toplamı ve ikinci terim denemeler içi kareler toplamını gösterir. Denemeler içi kare toplamı, hata kareler toplamı olarak ifade edilir.

$$KT_{Genel} = KT_{Deneme} + KT_{Hata} \tag{4.8}$$

dır. Deneyde *N* sayısıda gözlem bulunduğundan, Genel kareler toplamı *N-1* serbestlik derecesine sahiptir. Her bir denemede içerisinde n tane gözlem olduğından,

her bir denme için serbestlik dercesi *n-1* olup, *k* sayıda deneme olduğından, hat için serbestlik derecesi

$k(n-1)=kn-k=N-k$

olacaktır.

4.2 Tek Yönlü Varyans Analizi Tablosunun Oluşturulması

Tek yönlü varyans analizinde, denmeler arası farkın önemli olup olmadığının araştırılması için aşağıda verilen bilgiler gereklidir.
Bunun için, ilk olarak hat kareler toplamı ele alınır.

$$KT_{Hata} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2$$
$$= \sum_{j=1}^{k}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2\right]$$

$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij-}\overline{Y}_{.j}\right)^2$ ifadesi (n-1) ile bölünür ise,j nci denemedeki örnek varyansı elde edilir ve bu ifade,

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2}{n-1}, \quad j = 1,2,\ldots,k$$

veya

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2 = (n-1)S_j^2$$

ile gösterilir.

k tane denemenin her biri için elde edilen örnek varyanslarından yararlanarak, ortak yığın varyansı taahmin edilebilir. Bu tahmin,

$$S^2_{Birleşirlmiş} = \frac{(n-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2 + \cdots + (n-1)S_k^2}{(n-1)+(n-1)+\cdots+(n-1)}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{k}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2\right]}{\sum_{j=1}^{k}(n-1)}$$

$$= \frac{KT_{Hata}}{(N-k)} \tag{4.9}$$

dır. Bu eşitlik, hata kareler ortalaması adını alır ve KO_{Hata} ile gösterilir. Ayrrıca, KO_{Hata} 'nın beklenen değeri alındığında σ_ε^2 'nun yansız bir tahmini olur ve

$$E\left(KO_{Htata}\right) = \sigma_\varepsilon^2$$

yazılır. Deneme ortalamalrı arasında fark olmadığı varsayımı altında, $\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2 \Big/ (k-1)$, σ_ε^2/n 'nin yansız bir tahminidir ve

$$\frac{KT_{Deneme}}{k-1} = \frac{n\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2}{k-1} \tag{4.10}$$

dır. Bu eşitlik, deneme kareler ortalaması adını alır ve KO_{Deneme} ile gösterilir. KO_{Deneme} 'nin beklenen değeri alındığında, σ_ε^2 'nun yansız bir tahmin edicisi olur ve

$$E\left(KT_{Deneme}\right) = \sigma_\varepsilon^2$$

dır. Ayrıca, KO_{Deneme} ve KO_{Hata} istatistiksel olarak bağımsızdır.

Cohran'ın teoremine göre, H_0 hipotezi doğru iken, $KT_{Deneme}/\sigma_\varepsilon^2$ ve $KT_{Hata}/\sigma_\varepsilon^2$ 'nın bağımsız dağılmış, kikare rastgele değişkenleridir. Burdan,

$$\frac{KT_{Deneme}}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \chi_{k-1}^2$$

$$\frac{KT_{Hata}}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \chi_{N-k}^2$$

veya

$$\frac{(k-1)KO_{Deneme}}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \chi_{k-1}^2$$

$$\frac{(N-k)KO_{Hata}}{\sigma_\varepsilon^2} \sim \chi_{N-k}^2$$

yazılabilir. İki kikare dağılımın serbestlik derecelerine oranlanarak birbilerine bölünmesi sonucunda (k-1)ve (N-k)serbestlik dereceli F dağılımı elde edilir.

$$F_{k-1,N-k} = \frac{\chi_{k-1}^2/(k-1)}{\chi_{N-k}^2/(N-k)} = \frac{KO_{Deneme}}{KO_{Hata}} \qquad (4.11)$$

dır. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = 0$ veya $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k = 0$ hipotezi doğru ise, bu oran geçerlidir.

Böylece H_0 hipotezi doğru olduğunda, $F = KO_{Deneme}/KO_{Hata}$ 'nın 1'e yakın olması beklenecektir. H_0 hipotezi yanlış olduğunda, deneme ortalamaları arasında bir farklılık olup, KO_{Hata} 'nın beklenen değeri, yine σ_ε^2 'nun yansız tahminidir. Fakat,

KO_{Deneme}, σ_ε^2'nun yansız tahmini değildir. Denemeler için beklenen kareler ortalaması,

$$E\left(KO_{Deneme}\right)=\sigma_\varepsilon^2+n\theta_D \tag{4.11}$$

dır. Burada,

$$\theta_D=\frac{1}{k-1}\sum_{j=1}^{k}\alpha_j^2 \tag{4.12}$$

dır. H_1 hipotezi doğru iken ,α_j'lerin bazıları sıfırdan farklı olcaktır ve θ_D pozitiftir. Böylece, KO_{Deneme}, σ_ε^2'nu aşan bir tahmin olur. Buradan, H_1 hipotezi altında, $F=KO_{Deneme}/KO_{Hata}$ oranı 1'den büyük olma eğilimi gösterecektir ve H_0 hipotezi F dağılımın sağ tarafında red edilecektir.

Hesaplanmış bir F değeri $\left(F_{Hes.}\right)$ I nci tip hatanın (α) belli olasılık değerleri için verilen $F_{k-1,N-k,\alpha}$ tablo değerinden büyük ise, $H_0:\alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_k=0$ hipotezi red edilir. F dağılımına dayalı hipotez testlerinde aşağıdaki varsayımların doğru olduğu kabul edilir.

1. Gözlemlerin seçildiği yığın dağılımı normaldir.
2. Gözlemler, yığınlardan rastgele olarak saçilir.
3. F oranının pay ve paydası, aynı varyansı σ_ε^2'nun tahminleridir.
4. F oranının pay ve paydası birbirlerinden bağımsızdır.

Bu bilgilerin ışığında, varyans analizi sonuç tablosu aşağıdaki gibi kurulur.(Tablo4.3)

Tablo 4. 3 Varyans analizi sonuç tablosu

Değişim Kaynağı	Sebestlik derecesi (sd)	Kareler toplamı (KT)	Kareler ortalaması (KO)	$F_{Hes.}$
Deneme (Denemeler arası)	k-1	KT_{Deneme}	KO_{Deneme}	KO_{Deneme} / KO_{Hata}
Hata (Denemeler içi)	N-k	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	N-1	KT_{Genel}		

4.3 Hesaplama Formülleri

Bu bölümde, genel, deneme ve hata terimlerine ilişkin kareler toplamları için hesaplama formülleri verilecektir.

$$
\begin{aligned}
KT_{Genel} &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2 \\
&= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij}^2 - 2Y_{ij}\overline{Y}_{..} + \overline{Y}_{..}^2\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}^2 - 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\overline{Y}_{..} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\overline{Y}_{..}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}^2 - 2\overline{Y}_{..}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij} + N\overline{Y}_{..}^2
\end{aligned}
$$

Bu eşitlikte ikinci terim $-2\overline{Y}_{..}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij} = -2N\overline{Y}_{..}^2$ dır. (4.4) eşitliğini kullanarak, son iki terim,

$$-2\bar{Y}_{..}\left(N\bar{Y}_{..}\right)+N\bar{Y}_{..}^{2}=-N\bar{Y}_{..}^{2}$$

$$=-N\left[\frac{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}Y_{ij}}{N}\right]^{2}$$

$$=-N\left(\frac{T_{..}^{2}}{N^{2}}\right)$$

$$=-\frac{T_{..}^{2}}{N}$$

elde edilir. Buradan,

$$KT_{Genel}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}^{2}-\frac{T_{..}^{2}}{N}$$

dır. $\frac{T_{..}^{2}}{N}$, düzeltme terimi olarak adlandırılır.

$$KT_{Deneme}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^{2}$$

$$=\sum_{j=1}^{k}n\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^{2}$$

$$=\sum_{j=1}^{k}n\left(\bar{Y}_{.j}^{2}-2\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}+\bar{Y}_{..}^{2}\right)$$

$$=\sum_{j=1}^{k}n\bar{Y}_{.j}^{2}-\sum_{j=1}^{k}\left(2n\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}\right)+\sum_{j=1}^{k}n\bar{Y}_{..}^{2}$$

(4.1)ve (4.4) eşitliklerini kullanarak, son iki terimtekrar düzenlenirse,

$$-2\bar{Y}_{..}\sum_{j=1}^{k}n\bar{Y}_{.j}+N\bar{Y}_{..}^{2}=-2\frac{T_{..}}{N}\sum_{j=1}^{k}n\frac{T_{.j}}{n}+N\left(\frac{T_{..}}{N}\right)^{2}$$

$$=-2\frac{T_{..}}{N}T_{..}+N\frac{T_{..}^{2}}{N^{2}}$$

$$= -\frac{T_{..}^2}{N}$$

elde edilir. Böylece,

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^{k} \frac{T_{.j}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{N} \tag{4.15}$$

ve

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_{Deneme}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}^2 - \sum_{j=1}^{k} \frac{T_{.j}^2}{n} \tag{4.16}$$

elde edilir.

4.4 Varyansların Eşitliği İçin İstatistiksel Testler

Bir deney düzeninde, deneme ortalamaların eşitliğine ilişkin hipotez testinde, varyansların homojen olduğu varsayılır. Varyansların eşitliğinin testi için hipotezler aşağıdaki gibidir.

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$

H_1 : En az bir σ_j^2 farkıldır. ($\sigma_j^2 \neq \sigma_{j'}^2$ bazı j *ve* j' *için*)

Bu test için birkaç istatistik vardır. Bu istatistiklerin bazıları aşağıdadır.

4.4.1 Bartlett testi:

En çok kullanılan testtir. Bu test sürecinde, rasgele örneklerin, bağımsız normal yığınlardan geldiği varsayılır. Burada kullanılan test istatistiğinin örnekleme dağılımı

(k-1) serbestlik dereceli bir kikare dağılımına sahiptir. Bu testte, denemelerdeki gözlem sayılarının eşit olması gerekmez.

Barlett (1937) test istatistiği,

$$\chi_B^2 = 2.3026\frac{q}{c} \tag{4.16}$$

olup burada

$$q = (N-k)\log_{10} S_P^2 - \sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)\log_{10} S_j^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left[\sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)^{-1} - (N-k)^{-1}\right] \tag{4.17}$$

$$S_P^2 = \sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)S_j^2 \Big/ N - k$$

dır. S_j^2 , j nci denemenin örnek varyansıdır.

S_j^2 örnek varyansları bibirinden önemli derecede farlı ise, q büyüyecektir. Fakat tüm S_j^2 'ler birbirine eşit olursa, q sıfıra eşit olur. Böylece,

$$\chi_B^2 > \chi_{k-1,\alpha}^2 \tag{4.18}$$

olduğunda, H_0 hipotezi red edilir. Normallik varsayımının mutlaka sağlandığı durumda, Bartlett testi güveiir sonuçlar verir. Ancak, normallik varsayımından şüphe duyulduğunda bu test kullanılmamalıdır.

4.4.2 Hartley testi:

S^2_{jenb}, herbir denemeye ait varyansların en büyüğünü; S^2_{jenk} , herbir denemeye ait varyansların en küçüğünü göstermek üzere, Hartley (1940,1945) test istatistiği de,

$$F_{maksimum} = \frac{S^2_{jenb}}{S^2_{jenk}} \tag{4.19}$$

dır.

$$F_{maksimum} > F_{maksimum,\alpha}$$

olduğunda, varyansın homojenliği hipotezi rededilir. k denemelerin sayısı, n herbir denemenin gözlem sayısını göstermek üzere, $F_{maksimum}$ testi için serbestlik dereceleri

$$sd_1 = k \, , sd_2 = n-1$$

dir. Denemelerdeki gözlem sayıları birbirinden çok farklı ise, serbestlik derecesini belirlerken en büyüğü alır.

4.4.3 Cochran testi:

S^2_{jenb}, k deneme varyansının en büyüğünü ve $\sum_{j=1}^{k} S_j^2$ 'ler tüm varyansların toplamını göstermek üzere, Cochran (1941) test istatistiği,

$$C = \frac{S^2_{jenb}}{\sum_{j=1}^{k} S_j^2} \tag{4.20}$$

dır. Bu test istatistiğine ilişkin serbestlik dereceleri, $sd_1 = k \, , sd_2 = n-1$ 'dir.

5. RASGELE BLOK DÜZENİ

Bu tür düzenler, hata varyansını indirgemek amacıyla bloklamanın kullanıldığı düzenlerdir. Gözlemler arasındaki farlılıklar, hata varyansına önemli etkiler yapabilir. Ancak, bu etkiler, çeşitli çevre koşulları (bir günün farklı zamanları, yılın mevsimleri, farklı günler, farklı sınıflar…) nedeniyle görülmeyebilir. Yanıt değişkenindeki değişimin bu tür kaynağına gürültü değişkeni kontrol altında tutabilmenin en basit yolu, gürültü değişkenini sabit tutmaktır.Yani, deney, aynı gün, aynı saat, aynı yaş gurubuna yapılacak şekilde düzenlenmelidir.

Bir diğer yönem ise, gürültü değişkenini faktörlerden biri olarak ele almaktır. Böylece, gürültü değişkeni, bloklama değişkeni olarak düşünülür. Yani *N* gözlem, *n* tane rasgele bloğa bölünür. Deneme düzeylerinin sayısı *k*'dır. Bu bloklama değişkeni kullanılarak, rastgelelik üzerine bir kısıt getirilmiş olur. Bloklar öyle oluşturulmalıdır ki, bir bloktaki gözlemler, farklı bloktaki gözlemlere göre daha homojen olmalıdır, (Erbaş ve Olmuş,2005).

5.1 Rasgele Blok Düzeni

Denemelerin her biri, gözlemlere rasgele ve her bir blok içindekiler bagımsız olacak şekilde atanırlar. Aşağıdaki tablodaki örnek düzen gibidir.

Tablo 5. 1 Rasgele bloklar için bir örnek düzen

	Deneme (A)						
	α_1	α_2	…	α_j	…	α_k	$\overline{Y}_{i.}$
Blok 1	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1j}	…	Y_{1k}	$\overline{Y}_{1.}$
Blok 2	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2j}	…	Y_{2k}	$\overline{Y}_{2.}$
.	.			.		.	.
.	.			.		.	.
.	.			.		.	.
Blok n	Y_{n1}	Y_{n2}	…	Y_{nj}	…	Y_{nk}	$\overline{Y}_{n.}$
$\overline{Y}_{.j}$	$\overline{Y}_{.1}$	$\overline{Y}_{..}$	…	$\overline{Y}_{..}$	…	$\overline{Y}_{..}$	$\overline{Y}_{..}$

Bu tabloda, Y_{ij} , i nci blok (i=1,2,…,n) ve j inci denemeye (j=1,2,…,k) karşı gelen gölem değeridir. karşı gelen gölem değeridir. j inci deneme ortalaması,

$$\overline{Y}_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_{ij}}{n} \tag{5.1}$$

ve i nci blok ortalaması,

$$\overline{Y}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k} \tag{5.2}$$

olup, genel ortalama,

$$\overline{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{nk}, \quad N = nk \tag{5.3}$$

dır.

Bir rastgele blok düzeni, tek yönlü varyans analizinde yer alan varsayımlara ek olarak aşağıdaki varsayımlarıda sağlamalıdır, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

1. Denemlerin sayısı $k \geq 2$ ve gürültü değişkeninin düzey sayısı $n \geq 2$ olmalıdır.
2. Herbir blokta, k tane homojen gözlem yer almalıdır. Yani, her bir blokta, gözlemler arası değişebilirlik, farklı bloktaki gözlemler arası değişebilirlikten daha az olmalıdır.
3. Denemeler her bir blok içinde yer alan gözlem birimlerine rasgele atanmalıdır.

Y_{ij} üzerinde i nci blok denemenin etkisine ek olarak, farklı etkilerin varlığı da bilinir. Bu diğer etkilere, hata etkileri veya deney hatası etkileri adı verilir. Model,

$$
\begin{aligned}
Y_{ij} &= \mu + (\mu_{i.} - \mu) + (\mu_{.j} - \mu) + \varepsilon_{ij} \\
&= \mu + \quad \beta_i \quad + \quad \alpha_j \quad + \varepsilon_{ij}, \qquad i = 1,2,\ldots,n \ , \ j = 1,2,\ldots,k
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

dır. Bu modelde,

Y_{ij} : i nci blok ve j inci denemedeki gözlem birimiiçin değer

μ : Genel ortalama

$\beta_i = \mu_{i.} - \mu$: i nci blok etkisi

$\alpha_j = \mu_{.j} - \mu$: j inci denemenin etkisi

ε_{ij} : Hata terimi

dır. β_i blok etkisi rasgele etkili olduğundan, $\beta_i \sim IND\left(0, \sigma_\beta^2\right)$ ile gösterilir. ε_{ij} hata terimi $\varepsilon_{ij} \sim IND\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$'dır ve ε_{ij}, β_i'den bağımsızdır. Yanıt değişken değeri Y_{ij} normal dağılıma sahip olup, ortalaması,

$$E\left(Y_{ij}\right) = \mu + \beta_i + \alpha_j$$

ve varyansı σ_ε^2'dir.

(5.4) eşitliği, karışık rasgele bir model olarak ele alınmıştır. Çünkü, denemeler sabit, bloklar rastgele etkili seçilmiştir.

(5.4) eşitliğinde, ε_{ij} hata terimi, artık hatası adı altında kullanılır ve

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{ij} &= Y_{ij} - \left[\mu + (\mu_{.j} - \mu) + (\mu_{i.} - \mu)\right] \\
&= Y_{ij} - \mu - \mu_{.j} + \mu - \mu_{i.} + \mu \\
&= Y_{ij} - \mu_{.j} - \mu_{i.} + \mu
\end{aligned}
$$

elde edilir.

$\mu, \beta_i, \alpha_{.j}$ ve ε_{ij} parametrelerinin edilmiş tahminleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 5. 2 $\mu, \beta_i, \alpha_{.j}$ **ve** ε_{ij} **parametrelerinin edilmiş tahminleri**

Paremetre	İstatistik
μ	$\overline{Y}_{..}$
β_i veya $\mu_{i.} - \mu$	$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$
α_j veya $\mu_{.j} - \mu$	$\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$
ε_{ij}	$\overline{Y}_{ij} - \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{i.} + \overline{Y}_{..}$

5.2. Rastgele Blok Düzeni İçin Kareler Toplamları

Bir deneyde yanıt değişkeninin aldığı değerler arası toplam değişebilirlik, genel kareler toplamı (KT_{Genel}) olarak adlandırılır ve deneme kareler toplamı (KT_{Deneme}), bloklara ilişkin kareler toplamı (KT_{Blok}) ve deney hatasına ilişkin kareler toplamı (KT_{Hata}) olmak üzere üç parçaya bölünür, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

(5.4) eşitliğinde , Tablo 5.2 deki tahmin değerleri yerine yazılırsa,

$$Y_{ij} - \mu = \alpha_j + \beta_i + \varepsilon_{ij}$$

$$\underbrace{Y_{ij} - \overline{Y}_{..}}_{Toplam\ Sapma} = \underbrace{\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)}_{Deneme\ Etkisi} + \underbrace{\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)}_{Blok\ Etkisi} + \underbrace{\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)}_{Hata\ Etkisi}$$

dır Her iki tarafın karesi alınırsa,

$$\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2 = \left[\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\right]^2$$

elde edilir.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left[\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\right]^2$$

olup, eşitliğin sol tarafı, genel kareler toplamıdır. Gerekli matematiksel kısaltmalar yapılırsa,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\overline{Y}_{..}\right)^2 = n\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j}-\overline{Y}_{..}\right)^2 + k\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{Y}_{i.}-\overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\overline{Y}_{.j}-\overline{Y}_{i.}-\overline{Y}_{..}\right)^2 \qquad (5.5)$$

$$KT_{Genel} = KT_{Deneme} + KT_{Blok} + KT_{Hata}$$

elde edilir.

(5.5) eşitliğinde verilen kareler toplamları açılıp, yeniden düzenlenirse kullanımı daha kolay olan hesaplama formülleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$KT_{Blok} = \sum_{i=1}^{n}\frac{T_{i.}^2}{k} - \frac{T_{..}^2}{nk} \qquad (5.6)$$

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^{k}\frac{T_{.j}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{nk} \qquad (5.7)$$

$$KT_{Hata} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^{n}\frac{T_{i.}^2}{k} - \sum_{j=1}^{k}\frac{T_{.j}^2}{n} + \frac{T_{..}^2}{nk} \qquad (5.8)$$

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{nk} \qquad (5.9)$$

herbir kareler toplamı kendi serbestlik derecelerine bölünerek,kareler ortalamaları,

$$\begin{aligned} KO_{Genel} &= KT_{Genel}/(nk-1) \\ KO_{Deneme} &= KT_{Deneme}/(k-1) \\ KO_{Hata} &= KT_{Hata}/(n-1) \\ KO_{Blok} &= KT_{Blok}/(n-1)(k-1) \end{aligned} \qquad (5.10)$$

elde edilir. Rasgele blok düzeni için varyans analizi sonuç tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 5. 3 Rasgele blok düzeni için varyans analizi sonuç tablosu

Değişimin kaynağı	sd	KT	KO	F_{HES}
Blok, β_i	n-1	KT_{Blok}	KO_{Blok}	KO_{Blok}/KO_{Hata}
Deneme, α_j	k-1	KT_{Deneme}	KO_{Deneme}	KO_{Deneme}/KO_{Hata}
Hata, ε_{ij}	(n-1)(k-1)	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	nk-1	KT_{Genel}	KO_{Genel}	

Denemenini yanıt değişkeni üzerindeki etkisini araştırmak için hipotezler,

$H_0 : \alpha_j = 0, \forall j \, için$

$H_1 : \alpha_j \neq 0, bazı \, j' ler \, için$

veya

$H_0 : \mu_{.1} = \mu_{.2} = \cdots = \mu_{.k}$

$H_1 : \mu_{.j} = \mu_{.j'}, bazı \, j \, ve \, j' \, için \left(j \neq j'\right)$

ve test istatistiği,

$F_{k-1,(n-1)(k-1),\alpha} = KO_{Deneme}/KO_{Hata}$ şeklinde hesaplanır.

Bloklar rasgele etkili olduğunda hipotez,

$H_0 : \sigma_\beta^2 = 0$

$H_1 : \sigma_\beta^2 > 0$

ve test istatistiği,

$F_{n-1,(n-1)(k-1),\alpha} = KO_{Blok}/KO_{Hata}$

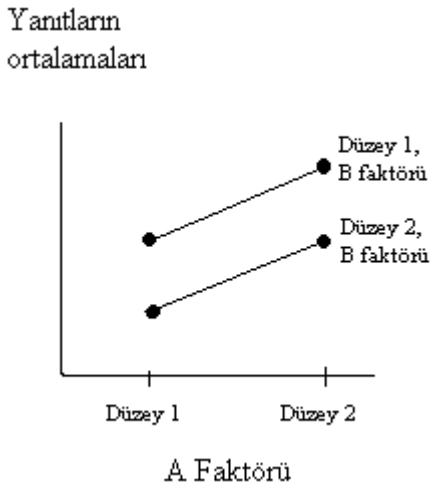
dır. Asıl araştırılmak istenen denemelerin yanıt değişkeni üzerindeki etkisidir. Bloklar için hipotez testi çok anlamlı olmamakla beraber araştırmacının isteğine bağlı olarak yapılır.

6. FAKTÖRİYEL DÜZENLER

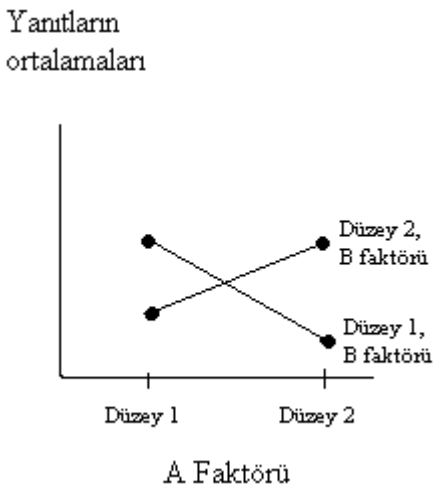
Bir çok deneyde, iki veya daha çok faktörün etkileri üzerine yapılır. Faktöryel tasarımlar da bu tür deneyler içinde en etkili olanlardandır. Faktöryel tasarım ile kastedilmek istenen, deneyin herbir koşulunda veya takrarlamalar ile, ilgilenilen faktörlerin bütün kombinasyanları incelenmektedir. İlk faktörün düzey sayısı a, ikinci faktörün düzey sayısı b, …, k'ıncı faktörün düzey sayısı k olsun. Bu durumda $a \times b \times ... \times k$ faktöriyel düzeninde, $a \times b \times ... \times k$ tane deneme kombinasyonu vardır denilir, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

6.1 İki Faktörlü Düzen

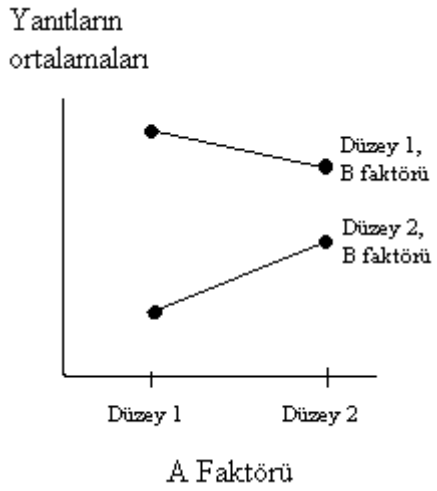
Yanıt değişkeninde meydana gelen değişim üzerinde her bir faktörün ayrı ayrı etkilerine ana etki denir. Yanıt değişkeni üzerinde bir faktörün etkisi, diğer bütün faktörün düzeylerinde aynı değil ise, faktörler arasında etkileşim vardır denir.A ve B gibi ikişer düzeyli iki faktöre ilişkin etkileşim grafikleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 6. 1 2×2 faktöriyel düzende A ve B faktörleri arasında etkileşimin olmaması durumu



Şekil 6. 2 2×2 faktöriyel düzende A ve B faktörleri arasında etkileşimin olduğu durum



Şekil 6. 3 2×2 faktöriyel düzende A ve B faktörleri arasında etkileşimin olduğu durum

n tekrarlı (n>1) ve iki faktörlü tamamen rastgele bir düzende, doğrusal model,

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{k(ij)}, \quad i = 1,2,\ldots,a \;\; , \; j = 1,2,\ldots,b \;\; , \; k = 1,2,\ldots,n \qquad (6.1)$$

dır. Bu modelde,

Y_{ij} : *k'* ıncı tekrarda, *A* faktörünün *i'* inci düzeyinde ve B faktörünün *j'* inci düzeyindeki gözlem değeri

μ : Genel ortalama

α_i : *A* faktörünün *i'* inci düzey etkisi

β_j : *B* faktörünün *j'* inci düzey etkisi

$\alpha\beta_{ij}$: *A* faktörünün *i'* inci düzey etkisi ile B faktörünün *j'* inci düzeyinin etkileşim etkisi

ε_{ij} : Hata terimi

Hata terimi $\varepsilon_{k(ij)}$' nin sıfır ortalama ve σ_ε^2 vayansı ile bağımsız aynı dağılımlı normal dağılıma sahip olduğu varsayılır ve $\varepsilon_{k(ij)} \sim IND(0,\ \sigma_\varepsilon^2)$ ile gösterilir. Ayrıca, A faktörünün *i'* inci düzeyinde ve B faktörünün *j'* inci düzeyindeki *k*' ıncı gözlem değeri olan etkisi Y_{ijk}' nın ortalaması $E(Y_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij}$ ve σ_ε^2 varyansı ile normal dağılıma sahip olduğu varsayımı unutulmamalıdır, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

Her iki faktörün başlangıçta sabit etkili olduğu varsayımı altında, $\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0$ ve $\sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$' dır. Böylece ,etkileşim etkileri de sabit etkili olacaktır ve $\sum_{i=1}^{a} \alpha\beta_{ij} = \sum_{j=1}^{b} \alpha\beta_{ij} = 0$' dır. Deneyde *n* tekrar olduğundan, *N=abn* kadar toplam gözlem sayısı vardır.

İki faktör arasında etkileşim yoksa, doğrusal model aşağıda verildiği gibidir.

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{k(ij)}, \quad i = 1,2,\ldots,a \ , \ j = 1,2,\ldots,b \ , \ k = 1,2,\ldots,n \tag{6.2}$$

Yanıt değişkeninde meydana gelen değişimi etkileyen *A,B* ve *AB* etkileşim etkisine ilişkin hipotezler sırası ile aşağıdaki gibidir.

A faktörü : $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 \ldots = \alpha_a = 0$

H_1 : En az bir α_i sıfırdan farklıdır.

B faktörü : $H_0 : \beta_1 = \beta_2 \ldots = \beta_b = 0$

H_1 : En az bir β_j sıfırdan farklıdır.

AB etkileşimi : $H_0 : (\alpha\beta)_{ij} = 0$, tüm *i* ve *j'* ler için

H_1 : En az bir $(\alpha\beta)_{ij}$ sıfırdan farklıdır.

Bu düzen için varyans analizi tablosu kurulacaktır. Kullanılacak olan kareler toplamları verilmeden önce, bazı notasyonlar tanıtılacaktır.

Y_{ijk} : *A* faktörünün *i*' inci düzeyi ve *B* faktörünün *j*' inci düzeyindeki *k*' ıncı gözlem değeri

$\overline{Y}_{i..}$: *A* faktörünün *i*' inci düzeyindeki gözlemlerin ortalaması

$$\overline{Y}_{i..} = \frac{1}{bn}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk} \tag{6.3}$$

$\overline{Y}_{.j.}$: *B* faktörünün *j*' inci düzeyindeki gözlemlerin ortalaması

$$\overline{Y}_{.j.} = \frac{1}{an}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk} \tag{6.4}$$

$\overline{Y}_{ij.}$: *A* faktörünün *i*' inci düzeyi ve *B* faktörünün *j*' inci düzeyindeki gözlemlerin ortalaması

$$\overline{Y}_{ij.} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk} \tag{6.5}$$

$\overline{Y}_{...}$: Genel ortalamalar

$$\overline{Y}_{...} = \frac{1}{abn}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk} \tag{6.6}$$

Genel kareler toplamı, değişkenliğin dört kaynağını gösterecek şekilde parçalanacaktır. Bu kaynaklar, *A* ve *B* faktörlerine ait olan ana etkiler, *A* ve *B* faktörleri arasındaki etkileşim etkisi ve hata terimine ilişkindir.

$$\begin{aligned} KT_{Genel} &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(Y_{ijk} - Y_{...}\right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left[\left(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...}\right) + \left(\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...}\right) + \left(\overline{Y}_{ij..} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{...}\right) + \left(\overline{Y}_{ijk} - \overline{Y}_{ij.}\right)\right]^2 \\ &= bn\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...}\right)^2 + an\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...}\right)^2 + n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{ij..} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{...}\right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(Y_{ijk} - Y_{ij.}\right)^2 \end{aligned} \tag{6.7}$$

(6.7) eşitliğinde,

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(Y_{ijk} - Y_{...}\right)^2$$

$$KT_{A} = bn\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...}\right)^2$$

$$KT_{B} = an\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...}\right)^2 \tag{6.8}$$

$$KT_{AB} = n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{ij..} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{...}\right)^2$$

$$KT_{Hata} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(Y_{ijk} - Y_{ij.}\right)^2$$

ve hesaplama formülleri

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{abn} \tag{6.9}$$

$$KT_{A} = \sum_{i=1}^{a}\frac{T_{i..}^2}{bn} - \frac{T_{...}^2}{abn} \tag{6.10}$$

$$KT_{B} = \sum_{j=1}^{b}\frac{T_{.j.}^2}{an} - \frac{T_{...}^2}{abn} \tag{6.11}$$

$$KT_{AB} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{T_{ij.}^2}{n} - \sum_{i=1}^{a}\frac{T_{i..}^2}{bn} - \sum_{j=1}^{b}\frac{T_{.j.}^2}{an} + \frac{T_{...}^2}{abn} \tag{6.12}$$

$$KT_{Hata} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{T_{ij.}^2}{n} \tag{6.13}$$

elde edilir. (6.10)-(6.13) eşitliklerinde yer alan,

$$T_{...} = \frac{1}{abn}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}$$

$$T_{i..} = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} Y_{ijk}$$

$$T_{.j.} = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} Y_{ijk} \tag{6.14}$$

$$T_{..k} = \frac{1}{ab}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}$$

$$T_{ij.} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ijk}$$

dır. Ayarıca, kareler ortalamaları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} KO_A &= KT_A/(a-1) \\ KO_B &= KT_B/(b-1) \\ KO_{AB} &= KT_{AB}/(a-1)(b-1) \\ KO_{Hata} &= KT_{Hata}/ab(n-1) \end{aligned} \qquad (6.15)$$

İki faktörlü sabit etkili bir düzen için varyans analizi saonuç tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 6. 1 İki faktörlü sabit etkili bir düzen için varyans analizi sonuç tablosu

Değişimin kaynağı	***sd***	***KT***	***KO***	F_{Hes}
A	a-1	KT_A	KO_A	KO_A/KO_{Hata}
B	b-1	KT_B	KO_B	KO_B/KO_{Hata}
AB	(a-1)(b-1)	KT_{AB}	KO_{AB}	KO_{AB}/KO_{Hata}
Hata	ab(n-1)	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	abn-1	KT_{Genel}		

Herbir deneme kombinasyonunda gözlem sayısı bir tane ise (n=1), hata terimine sıfır serbestlik derecesi kalacaktır. Böylece, en yüksek etkileşim (Tablo 7.1 için *AB*'dir) hata terimi olarak kullanılır. Ancak, bu durumda temel etkileri test etmek mümkün olurken, etkileşim etkisini test etmek mümkün olmayacaktır. Bu nedenle n>1 alınır.

6.2 Üç Faktörlü Düzen

A,B ve C gibi üç faktör ele alınsın. *A* faktörünün düzeylerinin sayısı *a*, *B* faktörünün düzeylerinin sayısı b, *C* faktörünün düzeylerinin sayısı *c* kadar olsun. Bütün mümkün etkileşimleri test etmek ve hata kareler toplamını belirlemek için en az iki tekrar yapılmalıdır ($n \geq 2$). Deneydeki bu üç faktörü de sabit etkili seçesersek, ana etkiler ve etkileşim etkilerine ilişkin hipotezler kolayca test edilebilir, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

Model,

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \gamma_k + \alpha\gamma_{ik} + \alpha\beta\gamma_{ijk} + \varepsilon_{l(ijk)}, \qquad \begin{matrix} i=1,2,\ldots,a \\ j=1,2,\ldots,b \\ k=1,2,\ldots,c \\ l=1,2,\ldots,n \end{matrix} \tag{6.16}$$

Üç faktörlü düzende, tüm kareler toplamları,

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{n} Y_{ijkl}^2 - \frac{T_{....}^2}{abcn} \tag{6.17}$$

$$KT_A = \sum_{i=1}^{a} \frac{T_{i...}^2}{bcn} - \frac{T_{....}^2}{abcn} \tag{6.18}$$

$$KT_B = \sum_{j=1}^{b} \frac{T_{.j..}^2}{acn} - \frac{T_{....}^2}{abcn} \tag{6.19}$$

$$KT_C = \sum_{k=1}^{c} \frac{T_{..k.}^2}{abn} - \frac{T_{....}^2}{abcn} \tag{6.20}$$

$$KT_{AB} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{T_{ij..}^2}{cn} - \frac{T_{....}^2}{abcn} - KT_A - KT_B \tag{6.21}$$

$$KT_{AC} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c} \frac{T_{i.k.}^2}{bn} - \frac{T_{....}^2}{abcn} - KT_A - KT_C \tag{6.22}$$

$$KT_{BC} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} \frac{T_{.jk.}^2}{an} - \frac{T_{....}^2}{abcn} - KT_C - KT_B \tag{6.23}$$

$$KT_{ABC} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\frac{T_{ijk.}^2}{n} - \frac{T_{....}^2}{abcn} - KT_A - KT_B - KT_C - KT_{AB} - KT_{AC} - KT_{BC} \qquad (6.24)$$

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_{abc} \qquad (6.25)$$

ve kareler ortalamaları,

$$\begin{aligned} KO_A &= KT_A/(a-1) \\ KO_B &= KT_B/(b-1) \\ KO_{AB} &= KT_{AB}/(a-1)(b-1) \\ KO_C &= KT_C/(c-1) \\ KO_{AC} &= KT_{AC}/(a-1)(c-1) \\ KO_{BC} &= KT_{BC}/(b-1)(c-1) \\ KO_{ABC} &= KT_{ABC}/(a-1)(b-1)(c-1) \end{aligned} \qquad (6.26)$$

Tablo 6. 2 Üç faktörlü sabit etkili bir düzen için varyans analizi sonuç tablosu

Değişimin kaynağı	***sd***	***KT***	***KO***	F_{Hes}
A	a-1	KT_A	KO_A	KO_A/KO_{Hata}
B	b-1	KT_B	KO_B	KO_B/KO_{Hata}
AB	(a-1)(b-1)	KT_{AB}	KO_{AB}	KO_{AB}/KO_{Hata}
C	(c-1)	KT_C	KO_C	KO_C/KO_{Hata}
AC	(a-1)(c-1)	KT_{AC}	KO_{AC}	KO_{AC}/KO_{Hata}
BC	(b-1) (c-1)	KT_{BC}	KO_{BC}	KO_{BC}/KO_{Hata}
ABC	(a-1)(b-1)(c-1)	KT_{ABC}	KO_{ABC}	KO_{ABC}/KO_{Hata}
Hata	ab(n-1)	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	abn-1	KT_{Genel}		

7. 2^k FAKTÖRİYEL DÜZENLER

Bir faktöriyel düzende yanıt değişkenini aynı anda etkileyen birden fazla faktör olabilir**.** Bu faktörlerin düzeyleri icel veya nitel olabilir. Örneğin, yaş, ısı, basınç, …nicel; makine türü, kurs türü, …niteldir. Faktörlerin düzeylerinin sayısı iki, üç, … olabilir. En basit faktöriyel düzen bir 2^2 düzenidir. Burada, iki faktör ve her bir faktörün iki düzeyi vardır. Yani, $2\times2=2^2=4$ deneme kombinasyonu söz konusudur. 2^3 faktöriyel düzeninde ise üç faktör vardır ve bu faktörlerin her birisi ikişer düzenli olup, $2\times2\times2=2^3=8$ deneme kombinasyonu söz konusudur. Ancak, bir $2\times3\times5$ faktöriyel düzende yine üç faktör vardır. Fakat, ilk faktörün iki, ikinci faktörün üç ve üçüncü faktörün beş düzeyi olup $2\times3\times5=30$ deneme kombinasyonu araştırılmalıdır, (Erbaş ve Olmuş, 2005).

7.1 2^2 Faktöriyel Düzen

Bir 2^2 faktöriyel düzende herbiri ikişer düzeyli *A* ve *B* gibi iki faktör vardır. Bu düzen için model,

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{k(ij)}, \quad i = 1,2\ ,\ \ j = 1,2\ ,\ \ k = 1,2,\ldots,n \tag{7.1}$$

dır. $2^2=4$ deneme kombinasyonu söz konusudur. Bu düzendeki deneme kombinasyonları, Şekil 7.1 deki gibidir.

Tablo 7. 1 2^2 faktöriyel düzendeki deneme kombinasyonları

Deneme Kombinasyonları		
A düşük B düşük	00	(1)
A yüksek B düşük	10	*a*
A düşük B yüksek	01	*b*
A yüksek B yüksek	11	*ab*

A ve *B* faktörlerinin düşük ve yüksek düzeylerini de koordinat eksenleri üzerinde sırası ile 0 ve1 olarak gösterilirse, 0'lar faktörlerin düşük, 1'ler de faktörlerin yüksek

düzeylerine karşılık gelecektir. Böylece deneme kombinasyonları ve onlara karşı gelen yeni notasyonlar Şekil 7.1 deki gibi düzenlenir.

n tekrar olduğunda, *A*'nın ortalama etkisi *B*'nin düşük ve yüksek düzeylerindeki $[a-(1)]/n$ ve $[ab-b]/n$ 'nin toplamıdır.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2n}\{[ab-b]+[a-(1)]\} \\ &= \frac{1}{2n}[-(1)+a-b+ab] \end{aligned} \tag{7.2}$$

Bu eşitlikte, *n*=1 olduğunda, eşitliğin sol tarafı 2*A*; *n*=2 olduğunda eşitliğin sol tarafı 4*A*; …olacaktır. Her durumda eşitliğin sağ tarafı *A*'nın toplam etkisi diye adlandırılır. Diğer etkiler *B*, *AB* içinde aynı durum söz konusudur. Aynı şekilde *n* tekrar olduğunda, *B*'nin ortalama etkisi *A*'nın düşük ve yüksek düzeylerindeki $[b-(1)]/n$ ve $[ab-a]/n$ 'nin etkileri toplamıdır.

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2n}\{[ab-a]+[b-(1)]\} \\ &= \frac{1}{2n}[-(1)-a+b+ab] \end{aligned} \tag{7.3}$$

AB etkileşim etkisi ise, *B*'nin yüksek ve düşük düzeyinde *A*'nın etkileri arasındaki ortalama farktır.

$$\begin{aligned} AB &= \frac{1}{2n}\{[ab-b]-[a-(1)]\} \\ &= \frac{1}{2n}[(1)-a-b+ab] \end{aligned} \tag{7.4}$$

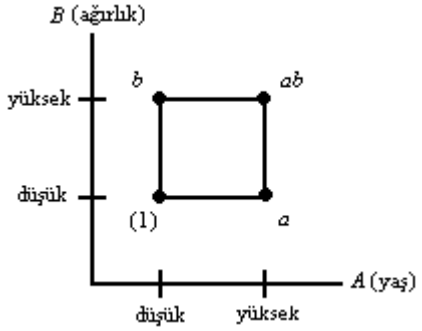
Eşitlik (7.2), (7.3) ve (7.4)'de *n*=2 alındığında toplam etkiler,

$$\begin{aligned} 4A &= [-(1)+a-b+ab] \\ 4B &= [-(1)-a+b+ab] \\ 4AB &= [(1)-a-b+ab] \end{aligned} \tag{7.5}$$

dır.Toplam etkilerdeki 4 katsayısı, n tekrar ve k faktör sayısı olmak üzere $n.2^{k-1}$ ile elde edilebilir. Bu eşitliklerin birer doğrusal bağıntı olduğu görülmektedir. Çünkü, her bir bağıntının katsayılar toplamı sıfırdır. Örneğin,

$$4AB = [(1) - a - b + ab]$$

toplam etkisinde, katsayılar toplamı 1-1-1+1=0 dır.



Şekil 7. 1 2^2 faktöriyel düzendeki deneme kombinasyonları

Bir faktöriyel düzende etkilerin katsayıları Tablo 7.2 verilir.

Tablo 7. 2 Bir 2^2 faktöriyel düzende etkilerin katsayıları

	Etkiler		
Deneme kombinasyonları	***A***	***B***	***AB***
(1)	-	-	+
a	+	-	-
b	-	+	-
ab	+	+	+

Burada etkilerin dik olduğu görülüyor.

(7.1), (7.2) ve (7.3)'de verilen doğrusal bağıntıların herbiri için kareler toplamları,

$$KT_A = \frac{[-(1) + a - b + ab]^2}{n.2^2} \tag{7.6}$$

$$KT_B = \frac{[-(1)-a+b+ab]^2}{n.2^2} \tag{7.7}$$

$$KT_{AB} = \frac{[(1)-a-b+ab]^2}{n.2^2} \tag{7.8}$$

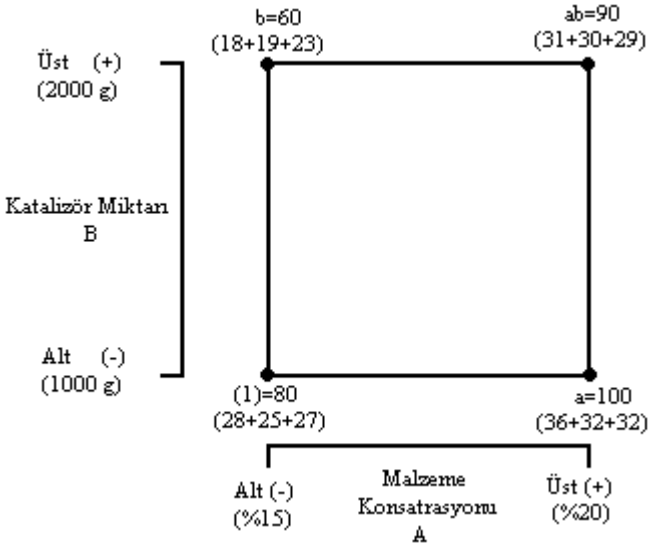
dır. Örnek olarak, kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonu ve katalizör miktarının etkilerini araştırmak için bir deney tasarlayalım, (Montgomery, 1996). Reaksiyona giren malzeme konsatrasyonu, A faktörü olsun, ve ilgilenilen iki seviyesi %15 ve %20 olsun. Katalizör faktörü de B olsun ve üst seviye katalizörün 1000 gram kullanımını, alt seviyede 2000 gram kullanımını ifade etsin. Deney üç kere tekrar edilsin, ve veriler aşağıda Tablo 7.3 gibi olsun,

Tablo 7. 3 Örnek deney verileri

Faktör		**Deneme**	**Tekrar**			**Toplam**
A	***B***	**kombinasyonları**	**I**	**II**	**III**	
-	-	*A* alt, *B* alt	28	25	27	80
+	-	*A* üst, *B* alt	36	32	32	10
-	+	*A* alt, *B* üst	18	19	23	60
+	+	*A* üst, *B* üst	31	30	29	90

Bu tasarımın deneme kombinasyonları, Şekil 7.2'deki gibidir. Bir faktörün etkisi, büyük harfle ifade edilmiştir. "*A*", *A* faktörünün etkisine; "*B*", *B* faktörünün etkisine; "*AB*", *AB* etkileşimine denk gelir 2^2 tasarımda *A* ve *B*' nin alt ve üst seviyeleri, *A* ve *B* ekseni üzerinde, sırasıyla "-" ve "+" ile gösterilmiştir. *A* ekseni üzerindeki - konsantrasyonun alt seviyesini (%15); + ise üst seviyesini (%25) gösterir. *B* ekseni üzerindeki - katalizörün alt seviyesini; + ise üst seviyesini gösterir. Tasarımdaki dört deneme kombinasyonu, Şekil 7.1'de küçük harflerle ifade edilmiştir. Deneme kombinasyonunda üst seviyesi ile bulunan faktör, ilgili küçük harfle; alt seviyesi ile bulunan faktör ise ilgili harfin bulunmaması ile ifade edilir. Böylece *a*, *A* faktörünün üst seviyede olduğunu ve *B* faktörünün alt seviyede olduğunu ifade eder. Benzer şekilde *b*, *B* faktörünün üst seviyede olduğunu ve *A* faktörünün alt seviyede olduğunu ifade eder. *ab'*de her iki faktörün de üst seviyede olduğunu ifade eder. (1) ise her iki

faktörün de alt seviyede olduğunu gösterir. Bu notasyonlar, 2^k tasarımlarında hep kullanılır.



Şekil 7. 2 2^2 tasarımında deneme kombinasyonları

Şekil 7.2' deki örnek göz önüne alındığında, ortalama etkilerin tahminleri aşağıdaki gibidir.

$$A = \frac{1}{2n}\left[-(1) + a - b + ab\right] = \left(-80 + 100 - 60 + 90\right) = 8.33$$

$$B = \frac{1}{2n}\left[-(1) - a + b + ab\right] = \frac{1}{2(3)}\left(-80 - 100 + 60 + 90\right) = -5$$

$$AB = \frac{1}{2n}\left[(1) - a - b + ab\right] = \frac{1}{2(3)}\left(80 - 100 - 60 + 90\right) = 1.67$$

A'nın etkisi pozitif,; bu demek oluyor ki *A*'yı alt seviyeden (%15) üst seviyeye (%25) çıkarmak, çıktı değerini artıracktır. *B*'nin etkisi ise negatif; süreçe eklenen katalizör miktarını artırmak, çıktı değerini azaltacaktır. Etkileşimin etkisi, diğer iki esas etkiye göre önemsiz kalmaktadıtr.

2^k tasarım içeren pek çok deneyde, hangi değişkenlerin ne derecede önemli olduğunu belilemek amacıyla faktörlerin etkilerinin şiddetlerini ve yönlerini incelemek durumundayız. Bu amaçla, varyans analizi kullanılır. 2^k tasarımlarını kurma ve analiz

etmede değişik istatistik yazılım paketleri mevcut durumda. El ile hesaplamalar için de zaman kazandırıcı metotlar bulunmakta.

A, *B*, *AB* için kareler toplamlarını ele alalım. (7.2)' de *A*' yı tahmin etmek için kontrast kullanılmıştır:

$$\text{Kontrast}_A = -(1) + a - b + ab \tag{7.9}$$

Bu kontrasta *A*'nın toplam etkisi denir.(7.3)ve (7.4)'de de *B* ve *AB* tahminleri için de kontrastların kullanıldığı görülür. Kareler toplamlarını kontrastlar yardımıyla yukarda hesaplamıştık.

$$KT_A = \frac{[-(1) + a - b + ab]^2}{n.2^2} = \frac{[-80 + 100 - 60 + 90]^2}{3 \cdot 4} = \frac{(50)^2}{12} = 208.33$$

$$KT_B = \frac{[-(1) - a + b + ab]^2}{n.2^2} = \frac{[-80 - 100 + 60 + 90]^2}{3 \cdot 4} = \frac{(-30)^2}{12}$$

$$KT_{AB} = \frac{[(1) - a - b + ab]^2}{n.2^2} = \frac{[80 - 100 - 60 + 90]}{3 \cdot 4} = \frac{(10)^2}{12} = 8.33$$

Genel kareler toplamı ,

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{3} Y_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{3 \cdot 4} = 9398 - 9075 = 323$$

hata kareler toplamı,

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_A - KT_B - KT_{AB} = 323 - 208.33 - 75 - 8.33 = 31.34$$

Bu örnek için varyans analizi tablosu Tablo 7.4'de gösterilmiştir.

Tablo 7. 4 Şekil 7.2'deki deney için varyans analizi

Değişimin kaynağı	*sd*	*KT*	*KO*	F_{Hes}
A	1	208.33	208.33	53.15
B	1	75	75	19.13
AB	1	8.33	8.33	2.13
Hata	$2^k(n\text{-}1)=8$	31.34	3.92	
Genel	$n.2^k\text{-}1=11$	323		

***AB* etkileşim etkisi için hipotez:**

H_0 : Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunun ve katalizör miktarının etkileşiminin etkisi önemsizdir.

H_1 : Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunun ve katalizör miktarının etkileşiminin etkisi önemlidir.

$F_{(1,8,0.05)} = 5.32 > F_{Hes} = 2.13$ olduğundan H_0 red edilemez. Yani Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunun ve katalizör miktarının etkileşiminin etkisi önemsizdir.

***A* faktörü için hipotez:**

H_0 : Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunun etkisi önemsizdir.

H_1 : Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunun etkisi önemlidir.

$F_{(1,8,0.05)} = 5.32 < F_{Hes} = 53.15$ olduğundan H_0 red edilir. Yani kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde reaksiyona giren malzeme konsantrasyonunun etkisi önemlidir

***B* faktörü için hipotez:**

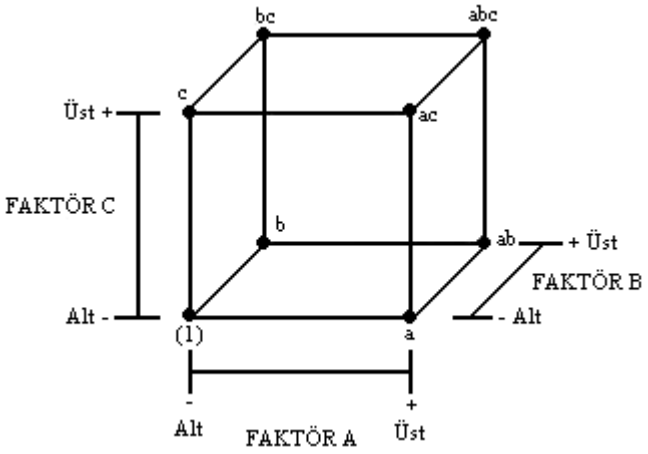
H_0 : Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde katalizör miktarının etkisi önemsizdir.

H_1 : Kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde katalizör miktarının etkisi önemlidir.

$F_{(1,8,0.05)} = 5.32 < F_{Hes} = 19.13$ olduğundan H_0 red edilir. Yani kimyasal bir dönüşüm sonucu oluşan çıktı üzerinde katalizör miktarının etkisi önemlidir.

7.2 2^3 Faktöriyel Düzen

Her biri ikişer seviyeye sahip *A*, *B*, *C* gibi ilgilenilen üç faktör olduğu varsayılsın. Bu tasarıma 2^3 faktöryel tasarım denir ve sekiz deneme kombinasyonu geometrik olarak aşağıdaki Şekil 7.3' de görüldüğü gibi bir kübün köşeleri olarak ifade edilebilir. "+ ve –" işaretleri, faktörlerin üst ve alt seviyelerini göstermektedir. Deneme kombinasyonları standart sıralarıyla (1), *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc* olarak belirtilir. Bu semboller tasarımda kullanılan tüm gözlemleri ifade etmektedir, (Özkurt, 1999).



Şekil 7. 3 2^3 faktöriyel düzende deneme kombinasyonlarının geometrik gösterimi

2^k tasarımda kullanılan üç değişik notasyon türü vardır. Bunlarda birincisi, + ve – notasyonudur buna geometrik notasyon denir. İkincisi, deneme kombinasyonlarını belirtmek amacıyla küçük harflerle yazılan gösterimdir. Sonuncusu ise üst alt seviyeyi göstermekiçin kullanılan 1 ve 0 gösterimidir. Bu üç faklı gösterim aşağıdaki Tablo 7.5'de görülmektedir.

Tablo 7. 5 2^3 faktöriyel tasarım için kullanılan gösterimler

Deneme kombinasyonları	*A*	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
(1)	-	-	-	0	0	0
a	+	-	-	1	0	0
b	-	+	-	0	1	0
ab	+	+	-	1	1	0
c	-	-	+	0	0	1
ac	+	-	+	1	0	1
bc	-	+	+	0	1	1
abc	+	+	+	1	1	1

2^3 tasarımda sekiz deneme kombinasyonu arasında serbestlik derecesi yedidir. Üç serbestlik derecesini, ana etkileri *A*, *B* ve *C* paylaşmışlardır. Dört serbestlik derecesinden her biri de *AB*, *AC*, *BC*, *ABC* etkileşimlerine dağılmışlardır. Ana etkileri tahmin edelim. Önce *A*'nın ana etkisini tahmin edelim. *B* ve *C* alt seviyedeyken *A*'nın ana etkisi [*a*-(1)]/*n* olur. Benzer şekilde *B* üst, *C* alt seviyedeyken *A*'nın ana etkisi [*ab*-*b*]/*n* olur. *B* alt seviyede ,*C* üst seviyedeyken *A*'nın ana etkisi [*ac*-*c*]/*n* olur. Son olarak *B* ve *C* üst seviyedeyken *A*'nın ana etkisi [*abc*-*bc*]/*n* olur. Burdan *A*'nın ortalama etkisi, dördünün ortalamasıdır:

$$A = \frac{1}{4n}\left[a - (1) + ab - b + ac - c + abc - bc\right] \tag{7.10}$$

Bu denklem *A*'nın üst seviyede olduğu kübün sağ yüzeyindeki dört deneme kombinasyonu ile *A*'nın alt seviyede olduğu sol yüzeydeki dört deneme kombinasyonun için kontrasr oluşturularakta hesaplanabilir. Bu *A*'nın üst seviyede olduğu dört deneme kombinasyonunun ortalaması ile *A*'nın alt seviyede olduğu dört deneme kombinasyonunun ortalaması arasındaki farktır, (Özkurt, 1999).

$$\begin{aligned} A &= \overline{Y}_{A^+} - \overline{Y}_{A^-} \\ &= \frac{a + ab + ac + abc}{4n} - \frac{(1) + b + c + bc}{4n} \\ &= \frac{1}{4n}\left[a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc\right] \end{aligned}$$

Benzer şekilde *B*'nin ana etkisi; *B*'nin üst seviyede olduğu kübün arka yüzündeki dört deneme kombinasyonun ortalaması ile *B*'nin alt seviyede olduğu kübün ön yüzündeki dört deneme kombinasyonun ortalaması arasındaki farktır.

$$\begin{aligned} B &= \overline{Y}_{B^+} - \overline{Y}_{B^-} \\ &= \frac{1}{4n}\left[b + ab + bc + abc - (1) - a - c - ac\right] \end{aligned} \tag{7.11}$$

C'nin ana etkisi; *C*'nin üst seviyede olduğu kübün üst yüzündeki dört deneme kombinasyonun ortalaması ile *C*'nin alt seviyede olduğu kübün alt yüzündeki dört deneme kombinasyonun ortalaması arasındaki farkır.

$$\begin{aligned} C &= \overline{Y}_{C^+} - \overline{Y}_{C^-} \\ &= \frac{1}{4n}\left[c + ac + bc + abc - (1) - a - b - ab\right] \end{aligned} \tag{7.12}$$

İkifaktör etkileşim etkileri de şöyle hesaplanır. *AB* etkileşiminin değeri, *B*'nin iki seviyesi için *A* 'nın ortalama etkileri arasındaki etkileri arasındaki farkın yarısıdır.

B	**Ortalama *A* etkisi**
Üst (+)	[(*abc*-*bc*)+(*ab*-*b*)]/2*n*
Alt (-)	[(*ac*-*c*)+(*a*-(1))]/2*n*
Fark	[*abc*-*bc*+*ab*-*b*-*ac*+*c*-*a*+(1)]/2*n*

AB etkileşimi, bu farkın yarısıdır.

$$AB = \frac{\left[abc - bc + ab - b - ac + c - a + (1)\right]}{4n} \tag{7.13}$$

(7.13) şu şekilde yazılabilir.

$$AB = \frac{\left[abc + ab + c + (1)\right]}{4n} - \frac{\left[bc + b + ac + a\right]}{4n}$$

Benzer şekilde, *AC* ve *BC* etkileşimleri şöyle bulunur.

$$AC = \frac{1}{4n}\left[(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc\right] \tag{7.14}$$

$$BC = \frac{1}{4n}\left[(1) + a - b - ab - c - ac + bc + abc\right] \tag{7.15}$$

ABC etkileşimi, *C*'nin iki farklı seviyesi için *AB* etkileşimi arasındaki farkın ortalamasıdır.

$$\begin{aligned} ABC &= \frac{1}{4n}\left[(abc - bc) - (ac - c) - (ab - b) + (a - (1))\right] \\ &= \frac{1}{4n}\left[abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)\right] \end{aligned} \tag{7.16}$$

(7.10)'dan (7.16)'ya kadar olan parentez içinde görülen değerler kontrastlardır. Kontrastlar için aşağıdaki Tablo 7.6' daki gibi eksi ve artı işaretler oluşturulabilir. Ana etkiler için işaret oluşturken üst seviye için artı, alt seviyeler için de eksi işareti verilir. Ana etkiler için işaretler belirlendikten sonra, arta kalan sütunlar için işaretler ilgili diğer sutunların işaretlerinin satır satır çarpılması ile oluşan işaretlerdir.

Tablo 7. 6 2^3 faktöriyel düzende etkilerin katsayıları

Deneme kombinasyonları	**Faktöryel Etkileri**						
	A	***B***	***AB***	***C***	***AC***	***BC***	***ABC***
(1)	-	-	+	-	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	-	-	-	-
c	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	-	-	+	+	-	-
bc	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

Tablo 7.6, aşağıdaki özelliklere sahiptir.

1. Her sütun eşit sayıda, artı ve eksi işaretlere sahiptir.
2. Her sütundaki katsayıların toplamı sıfırdır.
3. Herhangi iki sütundaki işaretlerin çarpımlar toplamı sıfırdır. Bu da etkilerin dik olduğunu gösterir.

Etkiler için karler toplamı hesabı, herbir etkinin serbestlik derecesi bir olduğundan dolayı, oldukça kolaydır. *n* tekrarlı 2^3 tasarı için herhangi bir etki için kareler toplamı aşağıdaki gibidir.

$$KT = \frac{(Kontrast)^2}{n.2^3} \tag{7.17}$$

7.3 Genel 2^k Tasarımı

Bu ana kadar verilen analiz metotları, 2^k faktöriyel tasarım için genelleştirilebilir. 2^k tasarım için istatistiksel model *k* ana etki, $\binom{k}{2}$ iki faktör etkileşimi, $\binom{k}{3}$ üç faktör etkileşimi,…, ve bir k faktör etkileşimi içerecektir. Böylece 2^k tasarımın tamodeli, 2^k-1 etki içerecektir. Önceden belirtilen deneme kombinasyonları notasyonları burada da kullanılacaktır. 2^k tasarımının istatistiksel analizi için genel yaklaşım Tablo 7.7'de verilmiştir, (Hinkelman ve Kempthorne, 1997).

Tablo 7. 7 2^k tasarımı için analiz prosedürü

1.	Faktör etkilerini tahmin et.
2.	Başlangıç olarak ilk modeli oluştur.
3.	İstatistiksel sınamaları uygula
4.	Modeli arındır.
5.	Kalıntıları analiz et.
6.	Sonuçları yorumla.

Bir etkiyi tahmin etmek veya o etkiye ait kareler toplamının hesaplamak için, öncelikle o etkiye ait kontrastın belirlenmesi gerekmektedir. Bunun belirlenmesi ise Tablo 7.2 ve 7.5 ve 7.6'daki gibi artı eksi işaretleri kullanılarak yapılabilir. Ancak

k'nın büyük değerleri için böyle bir tablo oluşturmak oldukça zor ve zaman alıcı olacaktır. Genel olarak, *AB…K* etkisi için kontrast belirlemeyi aşağıdaki gibi yaparız.

$$\text{Kontrast}_{AB\ldots K} = (a \pm 1)(b \pm 1)\ldots (k \pm 1) \tag{7.18}$$

(7.18) açılırsa, çarpım sonucu çıkan "1", (I) ile değiştirilir. Her bir parentez içindeki işaret, eğer o faktör dahil edilmişse artı olur.
2^3 tasarımı için *AB*'ye ait konrast şöyledir.

$$\text{Kontrast}_{AB} = (a-1)(b-1)(c+1) = abc + ab + c + (I) - ac - bc - a - b$$

2^5 tasarım için *ABCD*'ye ait kontrası belirleyelim.

$$\begin{aligned}\text{Kontrast}_{ABCD} &= (a-1)(b-1)(c-1)(d-1)(e+1)\\ &= abcde+cde+bde+ade+bce+ace+abe+e+abcd+cd+bd+ad+bc+ac+\\ &\quad ab+(I)-a-b-c-abc-d-abd-acd-bcd-ae-be-ce-abce-de-abde-acde-bcde\end{aligned}$$

Etkilerin kontrastları hesaplandıktan sonra, etkilerin tahminini ve kareler toplamını, aşağıdaki formüllere göre hesaplarız.

$$AB\ldots K = \frac{2}{n2^k}\left(Kontrast_{AB\ldots K}\right) \tag{7.19}$$

$$KT_{AB..K} = \frac{1}{n2^k}\left(Kontrast_{AB\ldots K}\right)^2 \tag{7.20}$$

Burada n tekrar sayısını ifade eder. Genel 2^k tasarımlar için varyans analizi tablosu aşağıdaki Tablo 7.8'de verilmiştir.

Tablo 7. 8 *n* tekrarlı olan bir 2^k faktöriyel tasarımlar için varyans analizi sonuç tablosu

Değişimin aynağı		sd	KT
Ana etkiler	A	1	KT_A
	B	1	KT_B
	C	1	KT_C
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
İki faktörlü etkileşimler	AB	1	KT_{AB}
	AC	1	KT_{AC}
	BC	1	KT_{BC}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Üç faktörlü etkileşimler	ABC	1	KT_{ABC}
	ABD	1	KT_{ABD}
	BCD	1	KT_{BCD}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Dört faktörlü etkileşimler	$ABCD$	1	KT_{ABCD}
	$ABCE$	1	KT_{ABCE}
$\vdots$	$BCDE$	1	KT_{BCDE}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Tüm deneme kombinasyonları toplamı		2^k-1	
Hata		$2^k(n$-1)	KT_{Hata}
Genel		$n.2^k$-1	KT_{Genel}

k

$C(k,2) = \frac{k(k-1)}{2}$

$C(k,3) = \frac{k(k-1)(k-2)}{6}$

$C(k,4) = \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{24}$

8. UYGULAMA

8.1. Veriler

“ İstatistiksel Süreç Kontrolünde Deney Tasarımlı Süreç Optimisazyonu” isimli bu çalışmanın uygulamasında kullanılacak veriler, Türkiye Lokomotif ve Motor Sanayi Anonim Şirketinin (TÜLOMSAŞ) Eskişehirde bulunanan fabrikasında üretilen 16 PA4 motorunun gövde kontrol föyünden elde edilmiştir. 16 PA4 motorunun gövdesi 6 ayrı parçadan oluşmaktadır. Her bir parça farklı birimlerde üretilip monte edilerek oluşturulan motorun kalite kontrolü yapılırken belirlenen standartlardan her bir parçanın ne kadar saptığı tespit edilmekte ve gövde kontrol föyüne işlenmektedir. Fabrikada kullanılan 16 PA4 motorunun gövde kontrol föyü aşağıda verilmiştir.

TÜLOMSAŞ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KALİTE KONTROL DAİRESİ BAŞKANLIĞI
16 PA4 MOTOR
GÖVDE KONTROL FÖYÜ (YENİ İMALAT)

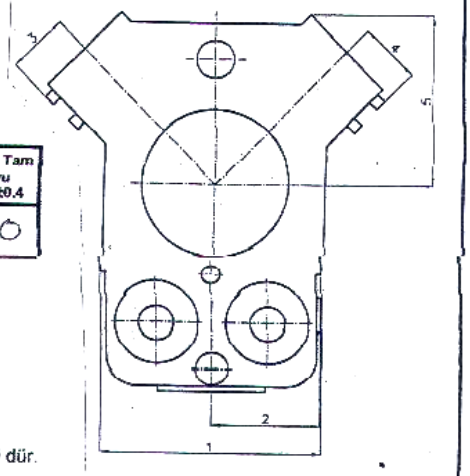
YÜR.TARİHİ: 20.06.2006

Çevre Kontrolu :

Nominal Ölçüler	1 620 ±0.1	2 305 ± 0.2	3 146 ± 0.2	4 146 ± 0.2	5 470 ± 0.2	Gövde Tam Boyu 2805 ±0.4
Bulunan Değerler	5	3	10	-5	6	-20

Eksen Kontrolu:
Dikey : 3
Yatay: 4

Açıklama :
*** Föylerin tüm sayfalarında, yazılan ölçüm sonuçları mm / 100 dür.



GÖVDE NO : 16770	Kontrol Tarihi	Kontrol Eden	Onay
	21 / 10 / 2005	KALİTE 74 KONTROL KALİTE 19 KONTROL	

KKD.F.169 Sayfa 1 / 5 Rev : 00

Şekil 8. 1 16 PA4 Motorunun Gövde Kontrol Föyü

2006 ve 2007 yılı için elde edilen sekizer gözlem kullanılarak önce kalite kontrol grafikleri ve ardından deney tasarımı uygulamaları yapılacaktır. Kalite kontrol grafikleri için belirlenen standart ortalamalardan meydana gelen sapmalar

çıkartılarak elde edilen ölçüm değerleri kullanılmıştır. Kalite kontrol grafikleri oluşturulurken öncelikle elde edilen ölçümlerin belirlenen standartlara göre $\bar{x}$ - kontrol grafikleri oluşturularak hatalı üretim olup olmadığına karar verilecektir. Bir sonraki aşamada ise ikişer birimlik gözlemler halinde sekiz örneklem oluşturularak $\bar{x}$ - kontrol grafikleri, R-kontrol grafikleri elde edilecek ve sürecin kontrol altında olup olmadığına bakılacaktır. Kalite kontrol grafikleri için Minitab14 ve SPSS 13 istatistiksel paket programları kullanılacaktır. Deney tasarımı uygulamalarında kullanılacak veri ise meydana gelen sapma miktarlarının belirlenen standart sapmalara bölünerek elde edilmiştir. Deney tasarımında öncelikle tek yönlü varyans analizi kullanılacaktır. Motorun oluşumunda yer alan 6 parça arasında gerçekleşen hataların belirlenen standart sapmaya oranları bakımından bir farklılık olup olmadığı ortaya konmaya çalışılacaktır. Bir farklılık olması durumunda çoklu karşılaştırma testlerinden Tukey'in En Güvenilir Anlamlı Fark Testi kullanılarak süreçte en güvenilir parçalar ile süreç dışına çıkması en muhtemel parçalar belirlenecektir. Deney tasarımını uygulamasının en sonunda modele yıl faktörüde eklenerek yıla göre süreçde bir farklılık olup olmadığı sınanacaktır. Uygulamanın bu kısmında SPSS 13 istatistiksel paket programından faydalanılacaktır.

8.2 Kalite Kontrol Grafikleri

Kalite kontrol grafiklerinin elde edilmesinde kullanılacak veriler düzelenerek aşağıda verilmiştir.

Tablo 8. 1 Parçalara Ait Ölçüm Değerleri

Parça 1	Parça 2	Parça 3	Parça 4	Parça 5	Gövde
620.05	304.95	145.90	146.00	470.05	2605.45
620.04	305.02	145.95	146.05	470.00	2605.23
620.05	304.95	146.10	146.15	470.03	2605.25
620.05	304.95	146.10	145.90	470.00	2604.65
620.05	304.95	145.80	145.90	470.05	2605.15
619.95	304.90	146.10	146.05	470.00	2604.90
620.05	304.95	145.90	145.85	470.00	2605.25
620.05	304.95	145.90	146.00	470.03	2605.44
620.05	304.95	146.10	146.15	469.96	2604.87
620.10	304.95	146.10	145.90	469.97	2605.00
620.05	305.05	146.10	146.05	470.00	2604.88
620.05	304.95	146.00	145.90	470.00	2604.87
620.05	304.95	145.90	146.00	470.05	2605.245
620.05	305.00	146.10	145.95	470.05	2604.825
620.05	304.95	145.90	145.85	469.95	2604.10
620.05	305.00	145.95	146.05	470.00	2605.035

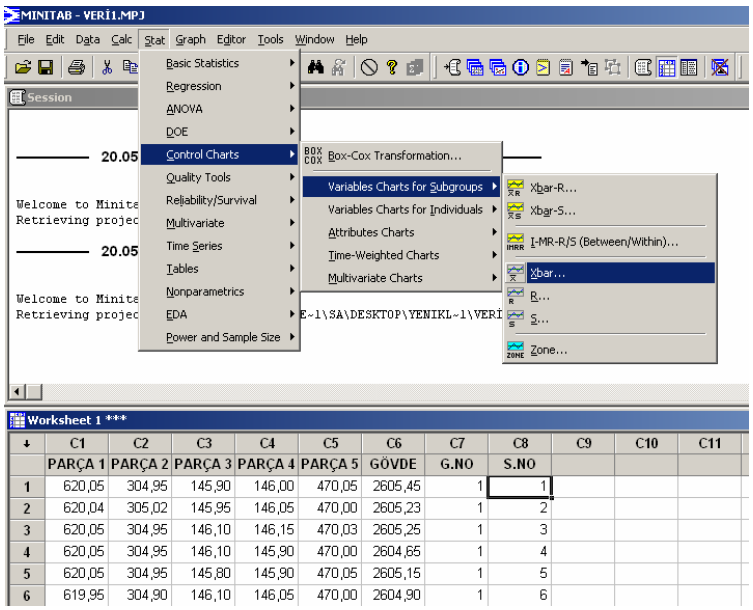
16 PA4 motorunu oluşturan parçalar için belirlenen standartlar Tablo 8.2'de verilmiştir.

Tablo 8. 2 16 PA4 Motorunun Parçaları İçin Belirlenen Standartlar

Parça Adı	Parça 1	Parça 2	Parça 3	Parça 4	Parça 5	Gövde
Alt Sınır	619.90	304.80	145.80	145.80	469.80	2604.60
Hedef	620.00	305.00	146.00	146.00	470.00	2605.00
Üst Sınır	620.10	305.20	146.20	146.20	470.20	2605.40

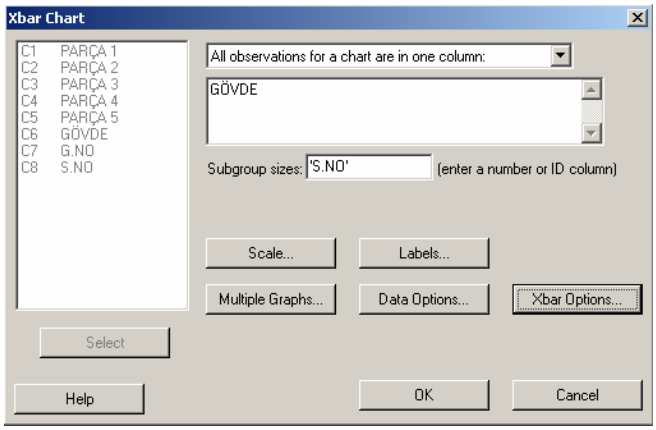
Belirlenen standarlara göre $\bar{x}$- kontrol grafikleri her parça için Minitab 14 istatistiksel paket programınından **Stat** > **Control Charts** > **Variables Charts for Subgroups** > **Xbar** seçenekleri kullanılarak ekrana gelen menüde gerekli işlemler yapıldıktan sonra elde edilmiştir. Analiz için gerekli adımlar şekiller aracılığıyla izleyen bölümde gösterilmiştir.

Adım 1: Minitab'da Kontrol Grafiklerinden Xbar İçin Seçimler



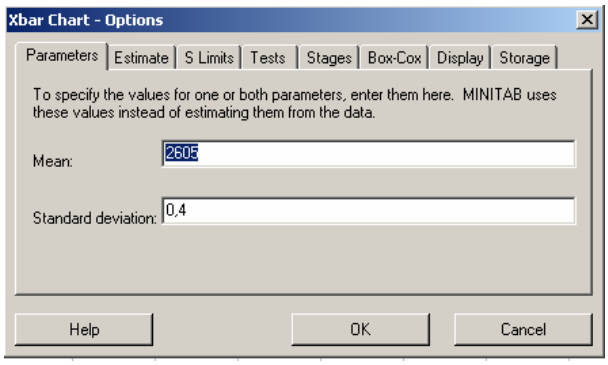
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11
	PARÇA 1	PARÇA 2	PARÇA 3	PARÇA 4	PARÇA 5	GÖVDE	G.NO	S.NO			
1	620,05	304,95	145,90	146,00	470,05	2605,45	1	1			
2	620,04	305,02	145,95	146,05	470,00	2605,23	1	2			
3	620,05	304,95	146,10	146,15	470,03	2605,25	1	3			
4	620,05	304,95	146,10	145,90	470,00	2604,65	1	4			
5	620,05	304,95	145,80	145,90	470,05	2605,15	1	5			
6	619,95	304,90	146,10	146,05	470,00	2604,90	1	6			

Adım 2: Karşımıza çıkan ekranda, gerekli atamalar aşağıdaki gibi gerçekleştirilir.

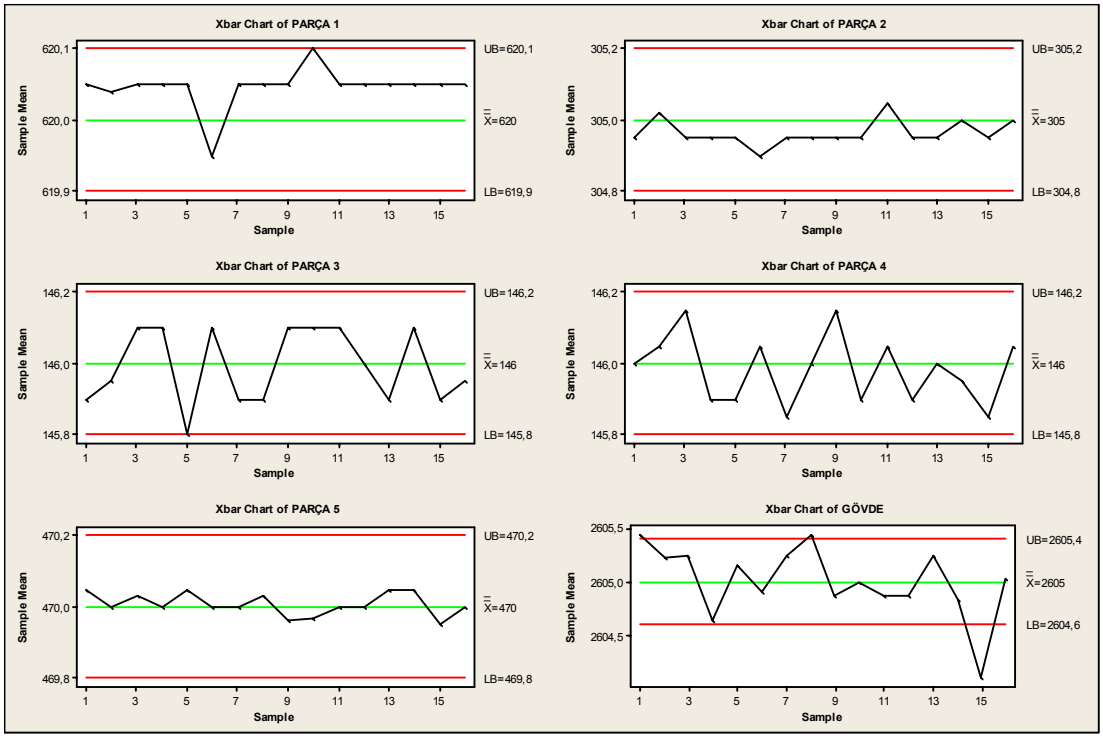


Burada 16 PA4 motorunun Gövde parçası için $\bar{x}$ - kontrol grafiği çizimi yapılacaktır. **Subgroup sizes** kutucuğuna girilen **S.NO** sütunu her biri bir gözlemden oluşan 16 örneklem için sıralamadan oluşmaktadır.

Adım 3: Son olarak **Xbar Options** sekmesi tıklanarak belirlenen standartlar girilir.



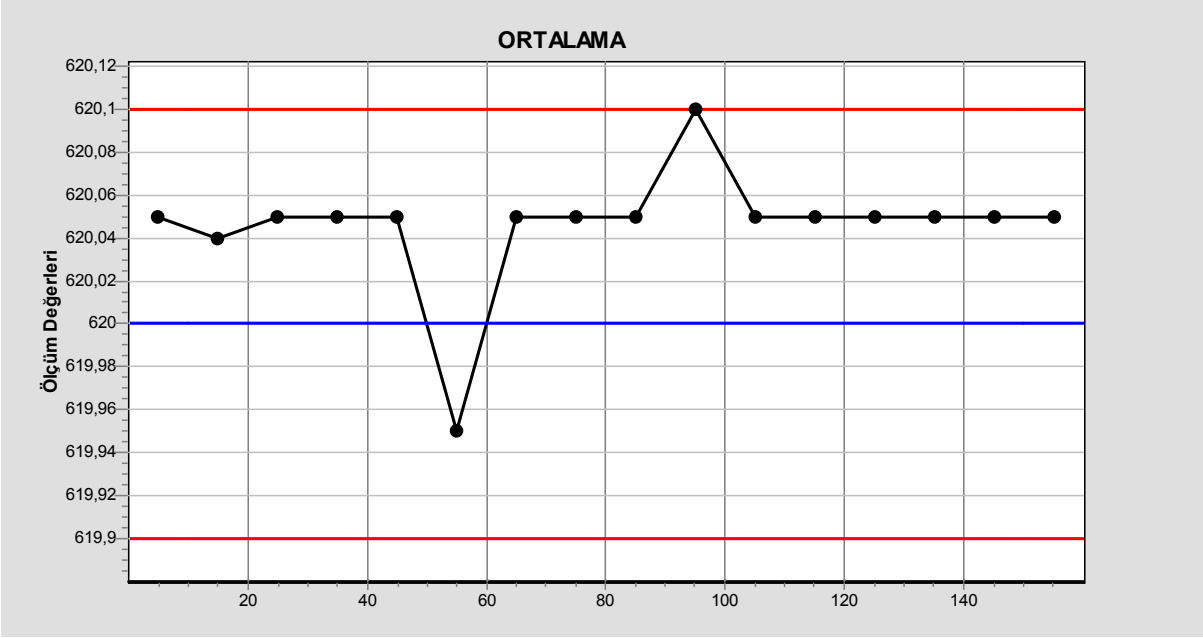
Elde edilen kontrol grafikleri Şekil 8.2'de verilmiştir.



Şekil 8. 2 16 PA4 Motorunun Her Parçası İçin $\bar{x}$ - Kontrol Grafikleri

Şekil 8.2'de verilen $\bar{x}$-kontrol grafikleri incelendiğinde Parça 1'de 10. ürün tam olarak üst kontrol sınırında, Parça 3'de 5. ürün tam olarak alt kontrol sınırındadır. Gövde parçasında ise 1., 8. ve 15. ürünler kontrol sınırlarının dışındadır. Buna göre 16 PA4 motoru için üretilen parçalardan gövde parçasında üretilen 16 üründen üçü belirlenen standartlar dışındadır. Görsel olarak incelendiğinde istenilen standartlarda üretimin gerçekleştirildiği parçalar içerisinde en iyi süreç 5. parçadadır.

16 PA4 motoru için $\bar{x}$ -kontrol grafikleri Selçuk Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik bölümü tarafından geliştirilen Selçuk STAT istatistik paket programı aracılığıylada elde edilebilmektedir. Selçuk STAT' da ilgili grafikler **Grafik > Kontrol Grafikleri** seçeneklerinden oluşturulur. Parça 1 için elde edilen grafik aşağıdadır.



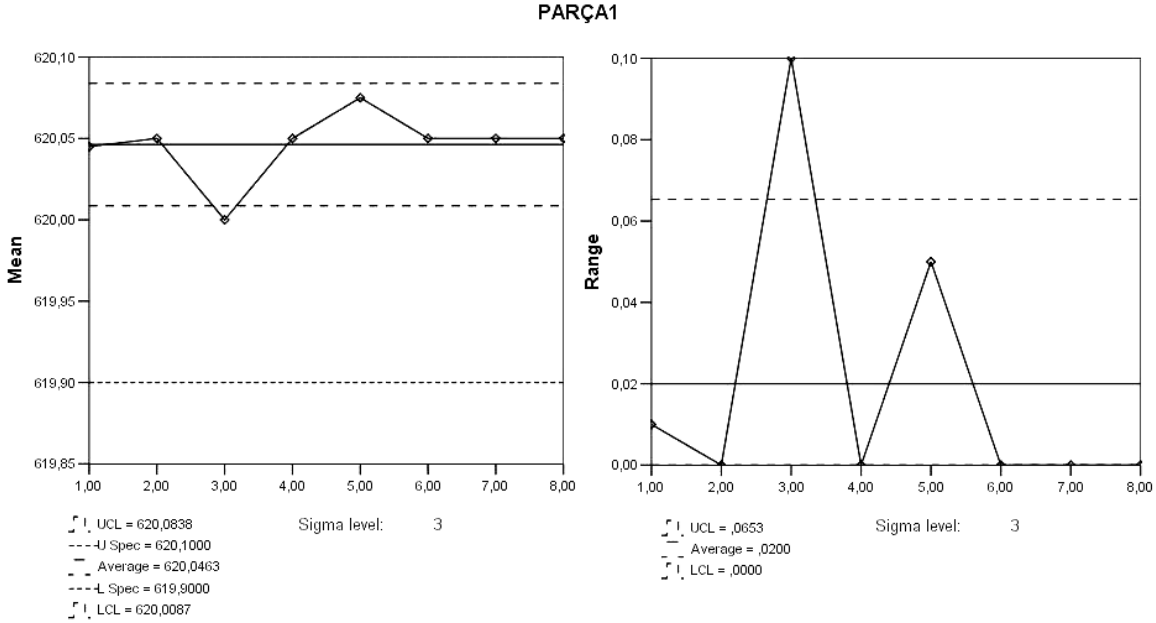
Şekil 8. 3 Parça 1 İçin $\bar{x}$ - Kontrol Grafiği

Her biri ikişer gözleme sahip 8 örneklem oluşturularak çizilecek $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri için veri seti aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 8. 3 Kontrol Grafikleri İçin Veri Seti ve Tanımlayıcı İstatistikler

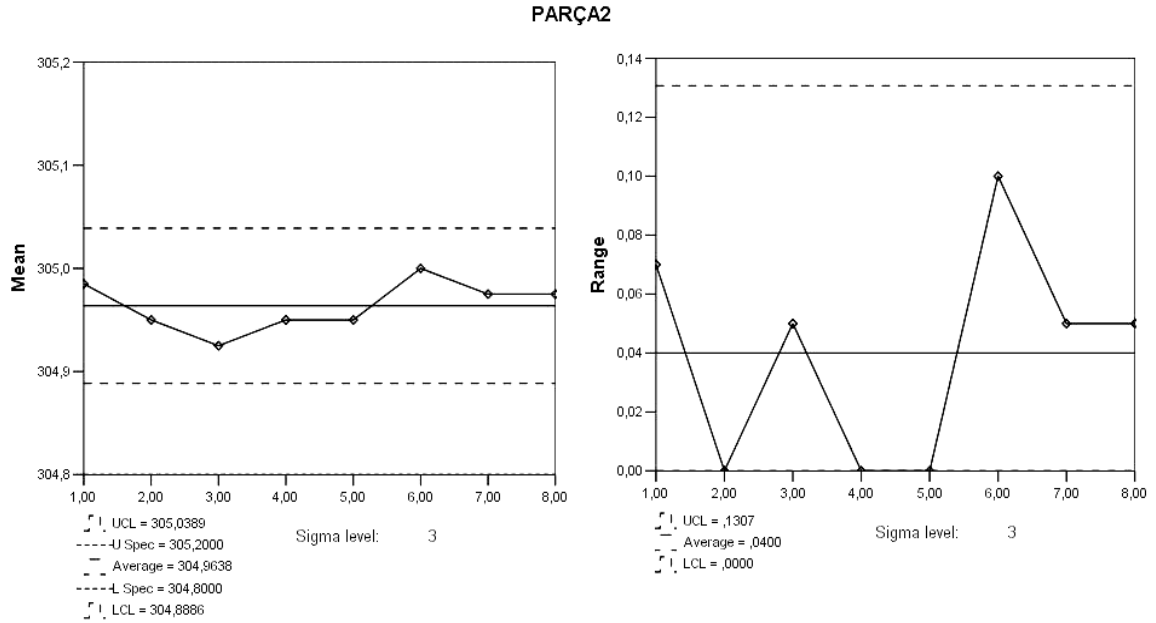
Ürün	Örneklem No	Gözlem 1	Gözlem 2	Ortalama	R	S.Sapma
Parça 1	1	620.05	620.04	620.0450	0.0100	0.0071
	2	620.05	620.05	620.0500	0.0000	0.0000
	3	620.05	619.95	620.0000	0.1000	0.0707
	4	620.05	620.05	620.0500	0.0000	0.0000
	5	620.05	620.10	620.0750	0.0500	0.0354
	6	620.05	620.05	620.0500	0.0000	0.0000
	7	620.05	620.05	620.0500	0.0000	0.0000
	8	620.05	620.05	620.0500	0.0000	0.0000
Parça 2	1	304.95	305.02	304.9850	0.0700	0.0495
	2	304.95	304.95	304.9500	0.0000	0.0000
	3	304.95	304.90	304.9250	0.0500	0.0354
	4	304.95	304.95	304.9500	0.0000	0.0000
	5	304.95	304.95	304.9500	0.0000	0.0000
	6	305.05	304.95	305.0000	0.1000	0.0707
	7	304.95	305.00	304.9750	0.0500	0.0354
	8	304.95	305.00	304.9750	0.0500	0.0354
Parça 3	1	145.90	145.95	145.9250	0.0500	0.0354
	2	146.10	146.10	146.1000	0.0000	0.0000
	3	145.80	146.10	145.9500	0.3000	0.2121
	4	145.90	145.90	145.9000	0.0000	0.0000
	5	146.10	146.10	146.1000	0.0000	0.0000
	6	146.10	146.00	146.0500	0.1000	0.0707
	7	145.90	146.10	146.0000	0.2000	0.1414
	8	145.90	145.95	145.9250	0.0500	0.0354
Parça 4	1	146.00	146.05	146.0250	0.0500	0.0354
	2	146.15	145.90	146.0250	0.2500	0.1768
	3	145.90	146.05	145.9750	0.1500	0.1061
	4	145.85	146.00	145.9250	0.1500	0.1061
	5	146.15	145.90	146.0250	0.2500	0.1768
	6	146.05	145.90	145.9750	0.1500	0.1061
	7	146.00	145.95	145.9750	0.0500	0.0354
	8	145.85	146.05	145.9500	0.2000	0.1414
Parça 5	1	470.05	470.00	470.0250	0.0500	0.0354
	2	470.03	470.00	470.0150	0.0300	0.0212
	3	470.05	470.00	470.0250	0.0500	0.0354
	4	470.00	470.03	470.0150	0.0300	0.0212
	5	469.96	469.97	469.9650	0.0100	0.0071
	6	470.00	470.00	470.0000	0.0000	0.0000
	7	470.05	470.05	470.0500	0.0000	0.0000
	8	469.95	470.00	469.9750	0.0500	0.0354
Gövde	1	2605.45	2605.23	2605.3400	0.2200	0.1556
	2	2605.25	2604.65	2604.9500	0.6000	0.4243
	3	2605.15	2604.90	2605.0250	0.2500	0.1768
	4	2605.25	2605.44	2605.3450	0.1900	0.1344
	5	2604.87	2605.00	2604.9350	0.1300	0.0919
	6	2604.88	2604.87	2604.8750	0.0100	0.0071
	7	2605.25	2604.83	2605.0350	0.4200	0.2970
	8	2604.10	2605.04	2604.5675	0.9350	0.6611

SPSS 14 istatistik paket programından **Graphs** > **Control** > **X Bar, R, s** ara yüzeyi kullanılarak elde edilen $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri aşağıda verilmiştir.



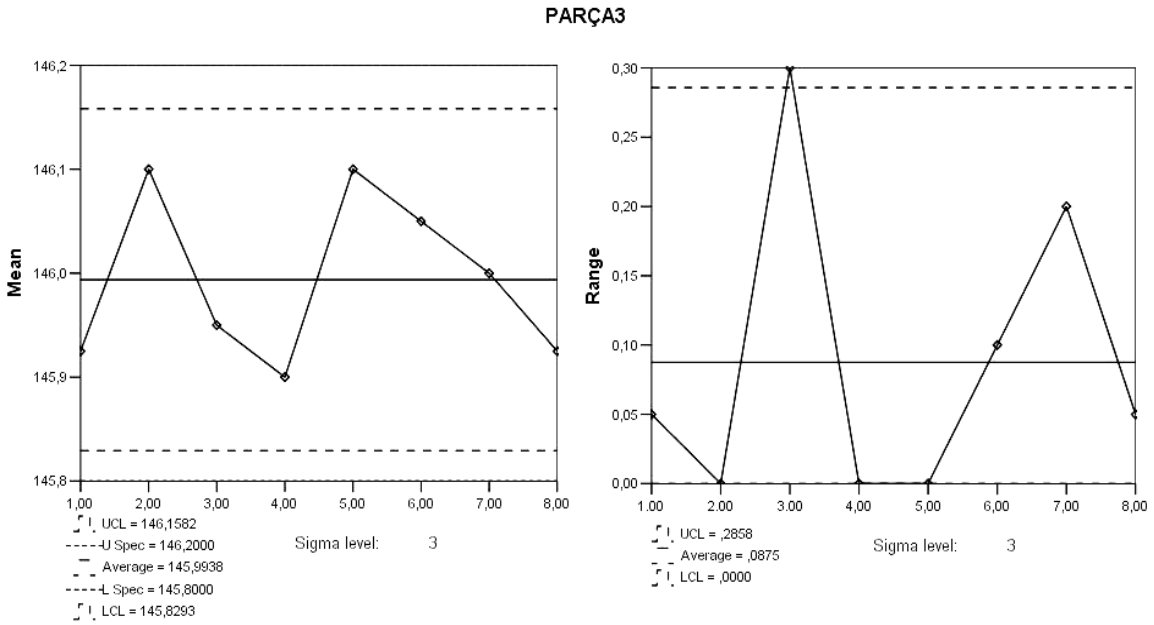
Şekil 8. 4 Parça 1 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 8.3'de Parça 1 için $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri verilmiş olup $\bar{x}$ kontrol grafiğine göre gözlemler verilen aralıktadır. R kontrol grafiğine göre ise 3. örnekleme ait değer üst kontrol sınırının üstündedir. Her iki grafik birlikte ele alındığında süreçin şu an için kontrol altında olduğu fakat üretim sürecini etkileyen olumsuz faktör veya faktörler nedeniyle ilerde süreçin kontrol dışına çıkacağı söylenir.



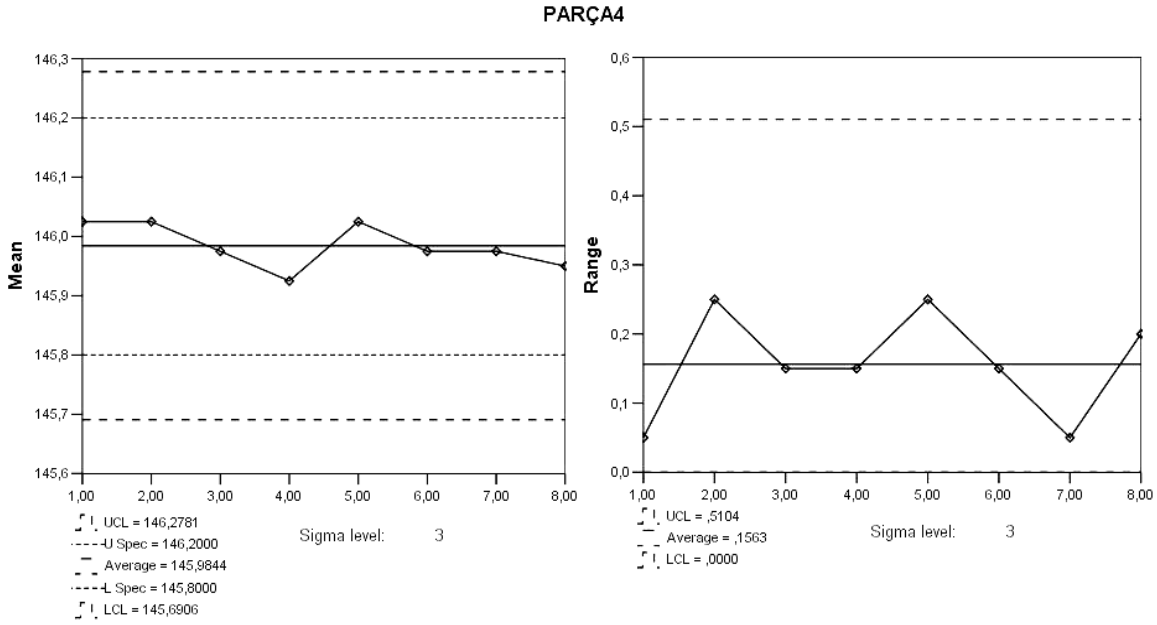
Şekil 8. 5 Parça 2 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 8.4' de Parça 2 için $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri verilmiş olup $\bar{x}$ kontrol grafiğine göre gözlemler belilenen aralıktadır. R kontrol grafiğine göre de veriler belirlenen kontrol sınırları içindedir. İki grafik birlikte değerlendirildiğinde üretim süreci kontrol alındadır.



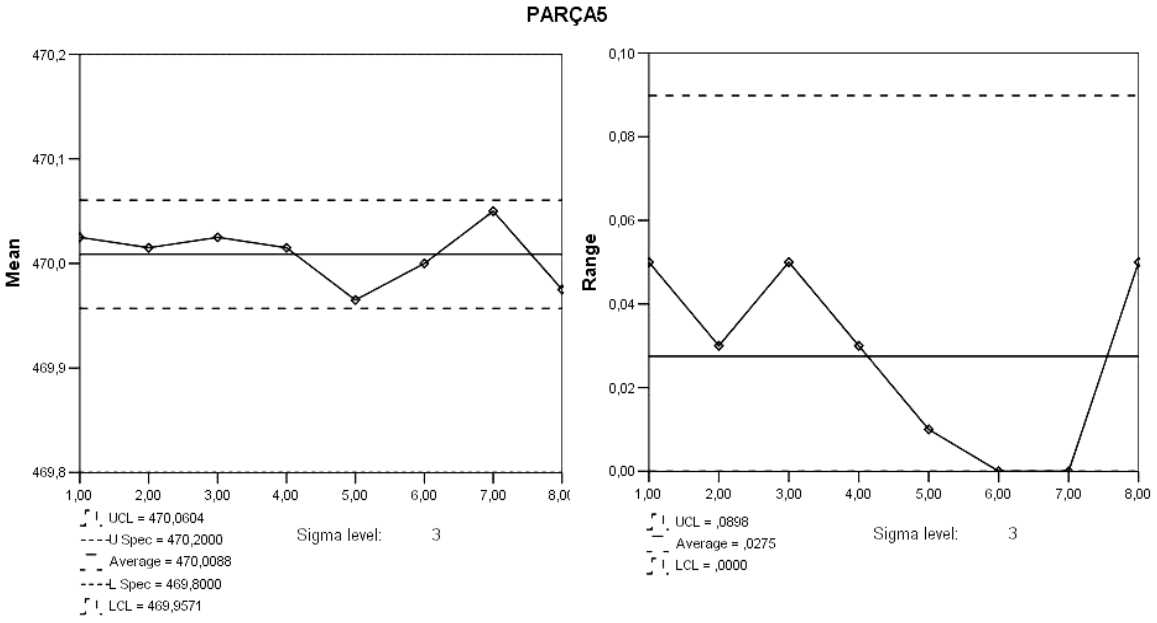
Şekil 8. 6 Parça 3 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 8.5'de Parça 3 için $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri verilmiş olup $\bar{x}$ kontrol grafiğine göre gözlemler belirlenen aralıktadır. R kontrol grafiğine göre 3. örnekleme ait değer üst sınır aralığının üstündedir. Buna göre her iki grafik incelendiğinde üretim süreçinin olumsuz bir etki altında olduğu ve üretimin ileride kontrol sınırları dışına çıkabileceği söylenir.



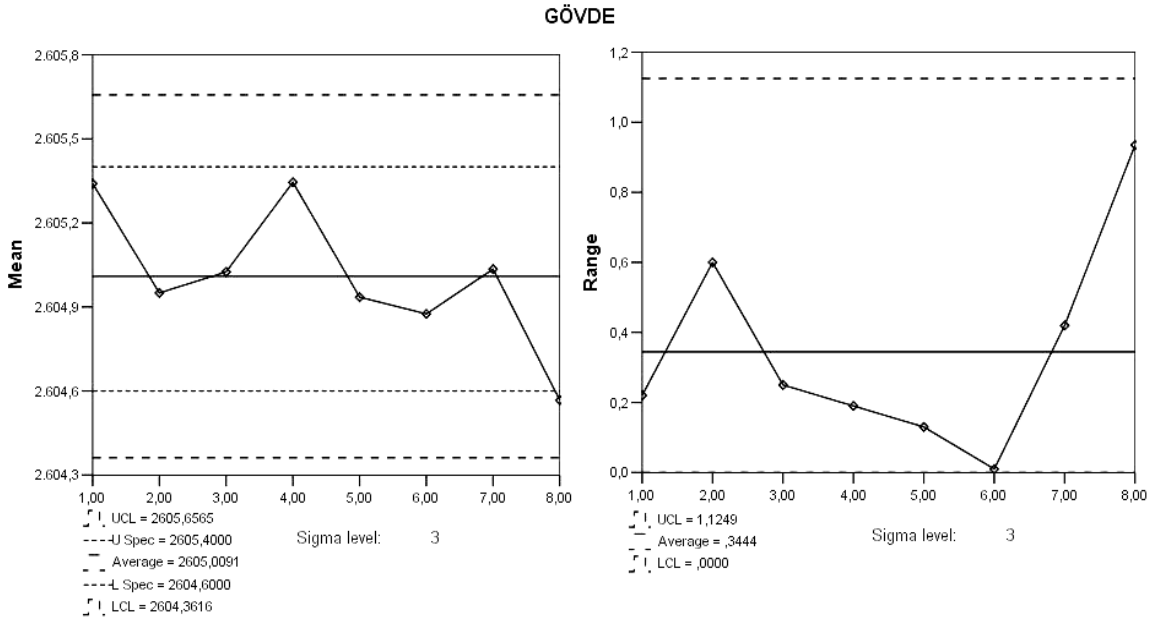
Şekil 8. 7 Parça 4 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 8.6'da Parça 4 için $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri verilmiş olup $\bar{x}$ kontrol grafiğine göre süreç kontrol altındadır. R kontrol grafiğine göre gözlemler alt ve üst sınır aralığı içindedir. Her iki grafiğe görede veriler sınırlar arasında olduğundan üretim süreçinin kontrol altında olduğu söylenir.



Şekil 8. 8 Parça 5 İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 8.7'de Parça 5 için $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri verilmiş olup $\bar{x}$ kontrol grafiğine göre süreç kontrol altındadır. R kontrol grafiğine göre gözlemler alt ve üst sınır aralığı içindedir. Her iki grafiğe görede veriler sınırlar arasında olduğundan üretim süreçinin kontrol altında olduğu söylenir.



Şekil 8. 9 Gövde İçin $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Şekil 8.8' de gövde için $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri verilmiş olup $\bar{x}$ ve R kontrol grafiğine göre 8. örneklem gözlemlerden belirlenen ortalama ve R kullanılarak elde dilen sınırlara göre süreç kontrol altındadır. Ancak belirlenen alt ve üst sınır değerleri gözönüne alındığında $\bar{x}$ kontrol grafiğine göre süreç kontrol altında değildir ve üretim süreci bir etmenin etkisi altındadır.

Genel olarak incelendiğinde kalite kontrol süreci açısından, 16 PA4 motorunun parçalarından 4. ve 5. parçaların üretim kalitesinin diğer parçalara göre daha iyi olduğu görülmektedir.

8.3. Kalite Kontrol Sürecinde Deney Tasarımı Uygulaması

Üretim parçaları arasında görsel olarak belirlenen bu farkların istatistiksel açıdan önemli olup olmadığını test etmek için 16 PA4 motorunun parçaları bir faktör olarak ele alınarak tek yönlü varyans analizi uygulaması yapılacaktır. Motorun oluşumunda yer alan 6 parça arasında gerçekleşen hataların belirlenen standart sapmaya oranlarının kullanılacağı analiz SPSS 13 istatistiksel paket programında **Analyze** > **General Lineer Model** > **Univariate** ara yüzeyi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Deney tasarımı uygulamalarında kullanılacak veriler Tablo 8.4'de verilmiştir.

Tablo 8. 4 Deney Tasarımı Uygulamalarında Kullanılacak Veri Seti (Gerçekleşen Mutlak Sapma Miktarı / Belirlenen Standart Sapma Miktarı)

YIL	PARÇALAR					
	Parça 1	Parça 2	Parça 3	Parça 4	Parça 5	Gövde
2006 Yılı	0.500	0.250	0.500	0.000	0.250	1.125
	0.400	0.100	0.250	0.250	0.000	0.575
	0.500	0.250	0.500	0.750	0.150	0.625
	0.500	0.250	0.500	0.500	0.000	0.875
	0.500	0.250	1.000	0.500	0.250	0.375
	0.500	0.500	0.500	0.250	0.000	0.250
	0.500	0.250	0.500	0.750	0.000	0.625
	0.500	0.250	0.500	0.000	0.150	1.100
2007 Yılı	0.500	0.250	0.500	0.750	0.200	0.325
	1.000	0.250	0.500	0.500	0.150	0.000
	0.500	0.250	0.500	0.250	0.000	0.300
	0.500	0.250	0.000	0.500	0.000	0.325
	0.500	0.250	0.500	0.000	0.250	0.613
	0.500	0.000	0.500	0.250	0.250	0.438
	0.500	0.250	0.500	0.750	0.250	2.250
	0.500	0.000	0.250	0.250	0.000	0.088

16 PA4 motorunun parçaları arasında gerçekleşen hata miktarının belirlenen standart sapma miktarına oranlanması ile elde edilen değerler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı sınacaktır. Analizde kullanılan model;

$$y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1,2,...,16 \text{ ve } j = 1,2,...,6 \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0,\sigma^2)$$

şeklindedir. Model üzerindeki varsayımların sağlandığı varsayımı altında,

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_6$

$H_1 :$ en az bir $\mu_j \neq \mu_{j'}$ $\quad j \neq j'$ ve $j, j' = 1,2,\ldots,6$

veya $\mu_{.j} - \mu_{..} = \alpha_j$ (j=1,2,…,6) olmak üzere,

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_6 = 0$

$H_1 :$ En az bir $\alpha_j \neq 0$ $\quad j = 1,2,\ldots,6$

hipotezi test edilecektir. Hipotezin testine geçmeden önce parçalara ilişkin elde edilen tanımlayıcı istatistikleri Tablo 8.5'de verelim.

Tablo 8. 5 Parçalara İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler

PARÇA	ORTALAMA	STD. SAPMA	N
1. Parça	0.5250	0.12910	16
2. Parça	0.2250	0.11547	16
3. Parça	0.4688	0.20156	16
4. Parça	0.3906	0.27339	16
5. Parça	0.1188	0.11383	16
Gövde	0.6180	0.54062	16
Genel	0.3910	0.31779	96

Hipotezin test edilmesinde kullanılacak olan varyans analizi tablosu (ANOVA) aşağıda verilmiştir.

Tablo 8. 6 Varyans Analizi Tablosu

Değişim Kaynağı	KT	sd	KO	F_{Hes}	F_{Tablo}	p
PARÇA	2.835	5	0.567	7.550	2.316	< 0.05
HATA	6.759	90	0.075			
GENEL	9.594	95				

$p < \alpha = 0.05$ (veya $F_{Hes} = 7.550 > F_{5;90;0.05} = 2.316$) olduğu için H_0 kabul edilemez ve parçalar arasında hesaplanan değerler bakımından %95 güvenirlilikle istatistiksel

olarak anlamlı bir fark vardır. Farkın hangi parçalar arasında olduğunu tespit etmek için çoklu karşılaştırma testlerinden Tukey'in En Güvenilir Anlamlı Fark Testi (Tukey HSD) uygulanmıştır. Karşılaştırma sonuçları Tablo 8.7'de verilmiştir.

Tablo 8. 7 Çoklu Karşılaştırma Sonuçları (Tukey HSD)

(I) PARÇA	(J) PARÇA	ORTALAMALAR A. FARK (I-J)	STANDART HATA	*p*	95% Güven Aralığı	
					Alt	Üst
1. PARÇA	2. PARÇA	0.3000(*)	0.09689	0.030	0.0179	0.5821
1. PARÇA	3. PARÇA	0.0563	0.09689	0.992	-0.2259	0.3384
1. PARÇA	4. PARÇA	0.1344	0.09689	0.735	-0.1478	0.4165
1. PARÇA	5. PARÇA	0.4063(*)	0.09689	0.001	0.1241	0.6884
1. PARÇA	GÖVDE	-0.0930	0.09689	0.929	-0.3751	0.1892
2. PARÇA	3. PARÇA	-0.2438	0.09689	0.130	-0.5259	0.0384
2. PARÇA	4. PARÇA	-0.1656	0.09689	0.529	-0.4478	0.1165
2. PARÇA	5. PARÇA	0.1063	0.09689	0.882	-0.1759	0.3884
2. PARÇA	GÖVDE	-0.3930(*)	0.09689	0.001	-0.6751	-0.1108
3. PARÇA	4. PARÇA	0.0781	0.09689	0.966	-0.2040	0.3603
3. PARÇA	5. PARÇA	0.3500(*)	0.09689	0.006	0.0679	0.6321
3. PARÇA	GÖVDE	-0.1492	0.09689	0.640	-0.4314	0.1329
4. PARÇA	5. PARÇA	0.2719	0.09689	0.066	-0.0103	0.5540
4. PARÇA	GÖVDE	-0.2273	0.09689	0.187	-0.5095	0.0548
5. PARÇA	GÖVDE	-0.4992(*)	0.09689	<0.05	-0.7814	-0.2171

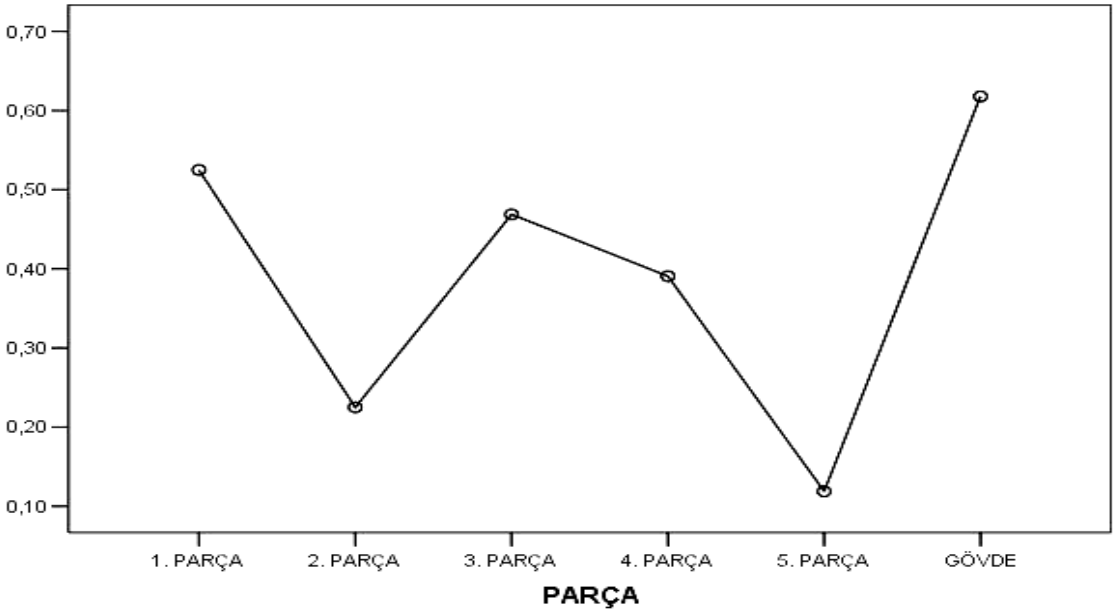
(*) Fark İstatistiksel Olarak Anlamlı

$p < 0.05$ ise veya güven aralığı sıfırı içermiyorsa iki parça arasındaki fark %95 güvenirlilikle istatistiksel olarak anlamlıdır. Karşılaştırma sonuçlarının özeti aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 8. 8 Tukey En Güvenilir Anlamlı Fark Testi Sonuçlarının Özeti

PARÇA	N	Alt Grup		
		1	2	3
5. PARÇA	16	0.1188		
2. PARÇA	16	0.2250	0.2250	
4. PARÇA	16	0.3906	0.3906	0.3906
3. PARÇA	16		0.4688	0.4688
1. PARÇA	16			0.5250
GÖVDE	16			0.6180
p		0.066	0.130	0.187

Tablo incelendiğinde üç alt grubun oluştuğu görülmektedir. En iyi üretim süreçine 5. parça sahip iken en kötü üretim süreci gövdedir. Elde edilen ortalmalara göre çizilenprofil grafiği Şekil 8.9'da verilmiştir.



Şekil 8. 10 16 PA4 Motorunun Parçaları İçin Profil Grafiği

Şekil 8.9 incelendiğinde en iyi üretim sürecinin 5. parçada en kötü üretim süreçininde gövde olduğu görülmektedir.

Motorun oluşumunda yer alan 6 parça ve yıl faktörü ele alınarak gerçekleştirilecek faktöriyel deney tasarımı modeli;

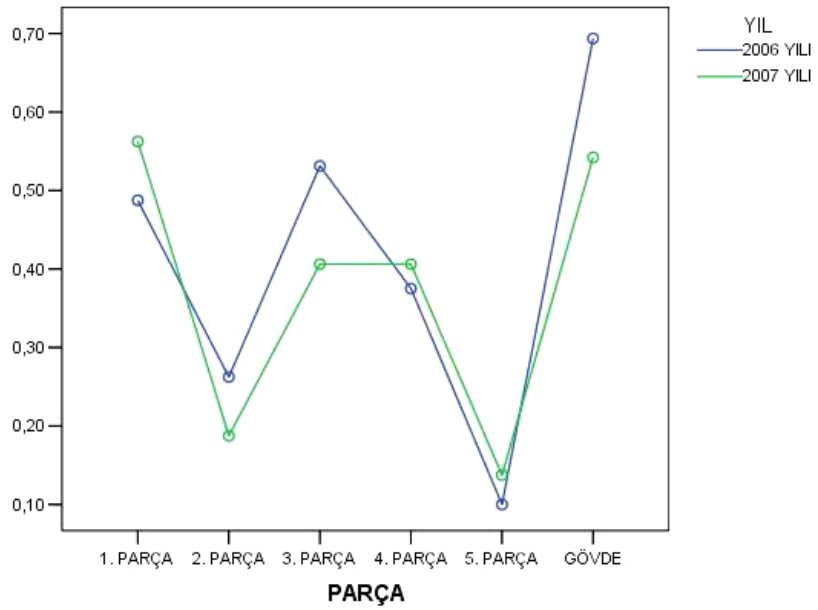
$$Y_{ij\,k} = \mu + \underbrace{\beta_i}_{YIL} + \underbrace{\alpha_j}_{PARÇA} + \underbrace{(\alpha\beta)_{ij}}_{ETKILESIM} + \varepsilon_{ijk}, \quad i = 1,2 \quad j = 1,2,\ldots,6 \text{ ve } k = 1,2,...8$$

şeklindedir. Model varsayımlarının sağlandığı varsaymı altında analiz sonucu elde edilen tanımlayıcı istatistikler Tablo 8.9'da verilmiştir.

Tablo 8. 9 İki Fakörlü Deney Tasarımı İçin Tanımlayıcı İstatistikler

PARÇA	YIL	Ortalama	Std. Sapma	N
1. PARÇA	2006 YILI	0.4875	0.03536	8
	2007 YILI	0.5625	0.17678	8
	Toplam	0.5250	0.12910	16
2. PARÇA	2006 YILI	0.2625	0.10938	8
	2007 YILI	0.1875	0.11573	8
	Toplam	0.2250	0.11547	16
3. PARÇA	2006 YILI	0.5313	0.20863	8
	2007 YILI	0.4063	0.18601	8
	Toplam	0.4688	0.20156	16
4. PARÇA	2006 YILI	0.3750	0.29881	8
	2007 YILI	0.4063	0.26517	8
	Toplam	0.3906	0.27339	16
5. PARÇA	2006 YILI	0.1000	0.11339	8
	2007 YILI	0.1375	0.11877	8
	Toplam	0.1188	0.11383	16
GÖVDE	2006 YILI	0.6938	0.31757	8
	2007 YILI	0.5422	0.71576	8
	Toplam	0.6180	0.54062	16
GENEL	2006 YILI	0.4083	0.27601	48
	2007 YILI	0.3737	0.35684	48
	Toplam	0.3910	0.31779	96

İki faktörlü deney tasarımında öncelikle etkileşimin anlamlılığı sınanır. Eğer etkileşim anlamlı değilse ana etkilerinin sınanmasına geçilir. Fakat etkileşim anlamlı ise, ana etkilerin anlamlılığını test etmek için her ana etki için tek yönlü varyans analizi uygulaması gerçekleştirilir. Etkileşimin anlamlılığını sınamadan önce profil grafiğini Şekil 8.10'da verelim.



Şekil 8. 11 İki Faktörlü Deney Tasarımı İçin Profil Grafiği

Şekil incelendiğinde bir etkileşimin olduğu görülmektedir. Fakat bu etkileşimin anlamlı olup olmadığını test etmek için;

$H_0 : (\alpha\beta)_{ij} = 0$

$H_1 : en\ az\ biri\ (\alpha\beta)_{ij} \neq 0 \quad i = 1,2$ ve $j = 1,2,...,6$

hipotezi test edilir. Test sonucunun yer aldığı varyans analizi tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 8. 10 İki Faktörlü Deney Tasarımı İçin Varyans Analizi Tablosu

Değişim Kaynağı	KT	sd	KO	F_{Hes}	F_{Tablo}	p
PARÇA	2.835	5	0.567	7.272	2.323	< 0.05
YIL	0.029	1	0.029	0.369	3.955	0.545
ETKİLEŞİM	0.180	5	0.036	0.462	2.323	0.803
HATA	6.550	84	0.078			
GENEL	9.594	95				

Tablo 8.10 incelendiğinde $p = 0.803 > \alpha = 0.05$ olduğundan H_0 red edilemez ve %95 güvenirlilikle etkileşimin istatistiksel olarak anlamsız olduğu sonucuna varılır. Parça ve yıl arasındaki etkileşim anlamsız olduğundan (etki karışımı olmadığından) ana etkilerin anlamlılığını test etmekte herhangi bir sakınca yoktur. Parçaların ana etkisini sınamak için aşağıda verilen hipotez formüle edilir.

$H_0 : \alpha_j = 0$

$H_1 : en\ az\ bir\ \alpha_j \neq 0 \quad j = 1,2,...,6$

Tablo 8.10 incelendiğinde $p < \alpha = 0.05$ olduğundan H_0 kabul edilemez ve parçaların ana etkisinin anlamlı olduğuna karar verilir. Buna göre parçalar arasında en az ikisi hesaplanan değerler bakımından birbirinden farklıdır. Farklı parçaları belirlemek için çoklu karşılaştırma testlerinden Tukey HSD uygulanmış ve sonuçlar özetlenerek aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 8. 11 Tukey En Güvenilir Anlamlı Fark Testi Sonuçlarının Özeti

PARÇA	N	Alt Grup		
		1	2	3
5. PARÇA	16	0.1188		
2. PARÇA	16	0.2250	0.2250	
4. PARÇA	16	0.3906	0.3906	0.3906
3. PARÇA	16		0.4688	0.4688
1. PARÇA	16			0.5250
GÖVDE	16			0.6180
p		0.066	0.130	0.187

Tablo incelendiğinde üç alt grubun oluştuğu görülmektedir. En iyi üretim süreçine 5. parça sahip iken en kötü üretim süreci gövdedir.

Yıla göre oranlar arasında bir farklılık olup olmadığını test etmek için;

$H_0 : \beta_i = 0$

$H_1 : en\ az\, bir\ \ \beta_i \neq 0 \quad i = 1,2$

hipotezleri formüle edilir. Tablo 8.10 incelendiğinde $p = 0.545 > \alpha = 0.05$ olduğundan H_0 red edilemez ve %95 güvenirlilikle yıla göre oran değerlerinde anlamlı bir değişim olmadığına istatistiksel olarak karar verilir.

9. SONUÇ

Son yıllarda dünya pazarının gerek hacminde gerekse değişme hızında ve gerekse kalitesinde daha önce görülmemiş büyümeler görülmektedir. Bu pazar yükselen yaşam standartları ile müşteri beklentilerinin giderek arttığı bir pazar haline gelmiştir.

Küreselleşmenin etkisiyle gittikçe büyüyen bu pazarda işletmelerin potansiyel rakipleri artmış rekabet koşulları daha da güçleşmiştir. İşletmeler bu koşullarda mücadele edebilmek için müşteri beklentilerini maksimum düzeyde karşılamak zorundadır. Müşteriye sunulan ürün yada hizmet onların bekledikleri kalite standartlarında ve alım güçlerine uyun olmalıdır. Bunun sağlanabilmesi için işletmelerin verimliliğini arttırması gerekmektedir. İşletmeler ürettikleri ürünlerin hangi faktörlerin altında ne gibi tepkiler verdiğini ölçebilmeli istenilen kalitede üretim yapabilmelidir. İşletmeler bunları gerçekleştirirken bilimsel yöntemlerden maksimum düzeyde faydalanmalıdır.

Bu tez çalışmasında işletmelerin bu hedefleri gerçekleştirebilmesi için kullanabilecekleri kalite kontrol araçları ve deney tasarımı ele alınmıştır. 1. bölümde kalite ve kalite kontrolünün önemi vurgulanmış, 2. bölümde ise işletmelerin kullandıkları geleneksel kalite kontrol araçları anlatılmıştır. 3. bölümde deney stratejileri, deney tasarım aşamaları ve işletmelerde uygulanan tipik deney tasarımları anlatılmıştır. Diğer bölümlerde işletmelerin rahatlıkla kullanabileceği basitlikte tek yönlü varyans analizi, rasgele blok düzeni, faktöriyel düzenler, 2^k faktöriyel düzenler anltılmıştır.

Çalışmanın uygulama kısmında TÜLOMSAŞ'tan alınan veriler kullanılmış ve bu verilerle $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri çizilmiş, tek faktörlü ve iki faktörlü deney tasarımı uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonrası elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

- Belirlenen standartlara göre çizilen $\bar{x}$ - kontrol grafiklerinden sonra, 16 PA4 motoru için üretilen gövde parçalarından 3'ü sınırlar dışında görülmüş ve bu üç ürün hatalı üretim olarak tespit edilmiştir.

- Gözlemlere dayanarak oluşturulan sınırlara göre çizilen $\bar{x}$ ve R kontrol grafiklerine göre ise, 16 PA4 motoru için üretilen 1. parça ve 3. parçanın şu anda kontrol altında omasına karşın ilerde süreçin kontrol dışına çıkabileceği görülmüştür. Gövde parçası belirlenen standartlara göre kontrol dışı görünerken gözlemlere dayanan sınırlar için kontrol altında olmuştur.
- Mevcut 6 parça arasında üretim kalitesi bakımından farklılık olup olmadığı tek yönlü varyans analizi yapılarak ortaya konmuştur. Parçalar arasındaki üretim kalitesi bakımından anlamlı bir fark tespit edilmiştir. Farkların hangi parçalar arasında olduğunu belirlemek amaçı ile Tukey'in En Güvenilir Anlamlı Fark Testi uygulanmış ve farklı parçalar tespit edilmiştir. En iyi üretim sürecine 5. parça sahipken, en kötü üretim süreci gövde olarak tespit edilmiştir.
- Kalite kontrol sürecine zamanın etkisini incelemek için yıl faktörü ve parça faktörü iki faktr olarak alınarak gerçekleştirilen iki faktörlü etkileşimli deney tasarımı sonrası, etkileşim ve yıl faktörünün anlamlı bir etkiye sahip olmadığı, kontrol sürecinin parça türünden etkilendiği ortaya konmuştur.

Elde edilen sonuçlarla firma uygulmaları karşılaştırıldığında benzer bulgular elde edildiği görülmüştür. TÜLOMSAŞ yöneticileride üretilen gövde parçalarında hatalı olanları tespit etmiş ve ürünü atölyeye geri göndermişlerdir. Elde edilen sonuçlar ışığında firma yöneticilerine 16 PA4 motoru parçalarından gövdenin hatalı bir üretim sürecine sahip olduğu, 1. ve 3. parçalarında ilerde süreç dışına çıkabileceği vurgulandıktan sonra parçalar arasında ortaya çıkan üretim kalite farklılığının hangi faktörlerin etkisinde olduğunun mevcut istatistiksel tekniklerle tespit edilip bir an önce ortadan kaldırılması gerektiği belirtilmelidir. Elde edilen mevcut veri ile bu farklılığın tespit edilememesi bu tezin bir eksiği olarak kabul edilmelidir.

Üretim sürecinde kalitenin istatistiksel tekniklerle kontrol edilmesi işletmenin verimliliğini artırıcı en önemli etkenlerden biri olduğu unutulmamalı ve bu süreç için harcanan emek ve jatlanılam maliyetin işletmeleri daha büyük zararlardan koruyabileceği, işletmenin karlılığını ve devamlılığını sağlayacağının bilincinde olunmalıdır.

KAYNAKLAR

Akın, B., (1996), İşletmelerde İstatistik Süreç Kontrol -İPK- Teknikleri, Bilim Teknik Yayınevi, İstanbul.

Akkurt, M., (2002), Kalite Kontrol, Birsen Yayınevi, İstanbul.

Akün, F., (1967), İstatistik ve Kalite Kontrolü, İskender Matbaası,İstanbul.

Aslan, D.,(2003), Kalite Kontrol, Mühendislik Fakültesi Basım Ünitesi,İzmir.

Baş, T., (2003), Anket, Seçkin Yayıncılık San. Ve Tic. A.Ş., Ankara.

Bruning, J.L., Kintz, B.L., (1993) İstatistik, Gündoğan Yayınları, Ankara.

Çıngı, H., (1994), Örnekleme Kuramı, H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi, Ankara.

Çömlekçi, N., (2003), Deney Tasarımı İlke ve Teknikleri, Alfa BasımYayın Dağıtım Ltd. Şti., İstanbul.

Draper,N.R., Smith, H., (1966), Applied Regression Analysis, John Wiley & Sons, Inc., U.S.A.

Erbaş, O.S., Olmuş, H., (2006), Deney Düzenleri ve İstatistik Analizler, Gazi Kitabevi Tic. Ltd. Şti., Ankara.

Gürsakal,N., (2002), Bilgisayar Uygulamalı İstatistik II, Alfa BasımYayın Dağıtım Ltd. Şti., İstanbul.

Hicks, C.R., (1994) Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler, Ege Üniversitesi Basımevi, İzmir.

İshikawa, K., (1995), Toplam Kalite Kontrol, Kalder Yayınları No:7.

Kocaman H., (2000), İleri Kalite Yöntemi Tekniklerinden Deney Tasarımı ve Kocaeli Sanayisinde Bilinme ve Kullanılma Düzeni Üzerine Bir Araştırma, İşletme Anabilimdalı Yüksek Lisans Tezi, Gebze.

Montgomery D.C.,(1997), Introduction to Statistical Quality Control, John Wiley & Sons, Inc., Newyork.

Oktay, E., (1998), Kalite Kontrol Grafikleri, Şafak Yayınevi, Erzurum.

Özdamar, K., (1999), Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi-2, Kaan Kitabevi, Eskişehir.

Özdemir, T., (2000), İstatistiksel Kalite Kontrol, A.Ü.F.F. Döner Sermaye İşletmesi Yayınları No:62, Ankara.

Özkurt, Ö., (1999), Deney Tasarımları ve İstatistiksel Veri Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Pross, W.H., Flannery,B.P., S.A., Tevkolsky,W.T. Vetterling, (1996) Numerical Recipes, Cambridge University Press, Cambridge.

Roussas, G.G.,(1973), A First Course in Mathematical Statistics, Addison-Wesley Publishing Company, Sydney.

Schaefer, R.L., Anderson, R.B., (1989), Minitab Users Manual, Addison-Wesley Publishing Company, U.S.A.

Vuran, A., (1981), İstatistik III, met/er matbaası, İstanbul.