T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ KABUL ÖRNEKLEMESİ

Ahmet ÖZTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

KONYA, 2007

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ KABUL ÖRNEKLEMESİ

Ahmet ÖZTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Bu tez 27/03/2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile kabul edilmiştir.

Doç. Dr Aşır GENÇ	Yrd.DoçDr. M.Fedai KAYA	Yrd.Doç.Dr.İsmail KINACI
(Danışman)	(Üye)	(Üye)

ÖZET

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ KABUL ÖRNEKLEMESİ

Ahmet ÖZTÜRK
Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Aşır GENÇ
2007
108 sayfa

Çağımızda ülkeler arasındaki rekabet savaşının arkasında kalite yönetimi ve kalite güvencesi yatmakta, bunu en iyi başarabilen ülke ekonomik açıdan lider koltuğuna oturmaktadır. Japonya işletmelerinde uyguladığı Toplam Kalite Yönetimi anlayışıyla bugün lider ülke konumuna gelmiştir. Milletlerin daha iyi yaşayabilme ihtiyacını karşılamaları , yaşam koşullarını koydukları kurallarla sürekli geliştirme çabaları gibi kalite kavramını bilen bir toplum oluşturmalarıyla gerçekleşmiştir. Yaşadığımız bu dönemde kalite kelimesini her yerde duymaktayız. Bu nedenle kalite bilincinin her sektör tarafından anlaşılır olması ve uygulamasının kesinlikle yapılıyor olması gereklidir. Bu sayede dünya firmalarıyla yarışıyor hale geleceklerdir.

Çalışmanın 1. bölümünde , kalite ile ilgili bilgiler ve kavramlar, kalite kontrolün tarihi gelişimi, kaliteyi oluşturan temel unsurlar, kalite kontrolün amaçları, kalite kontrol faaliyetleri konuları işlenmiştir. 2.bölümde toplam kalite kontrol, toplam kalite kontrolün aşamaları, toplam kalite kontrolün kapsamı, toplam kalite kontrolün amaçları konuları ele alınmıştır. 3.bölümde İstatistiksel kalite kontrol, 4.bölümde örnekleme dağılımları ve tahmin etme, 5.bölümde kabul örneklemesi, 6. bölüm de ise kontrol grafikleri anlatılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kalite, kalite kontrol, kabul örneklemesi.

ABSTRACT

STATISTICAL QUALITY CONTROL CHARTS ACCEPTANCE SAMPLING

Ahmet ÖZTÜRK

Selcuk University Institute of the Natural and Applied Sciences Statistics Department

Supervisor : Assoc. Prof.Dr. Aşır GENÇ

2007

108 pages

By the time quality control and quality guarantee lie down behind the competition war between countries and the best succeed country comes a leader in the aspect of economy. Today Japon has become a leader country as a result of comprehension of total quality management applied in its enterprises. To meet the country's better living needs, countries conscious of quality concept like a continuous improvement efforts put on living conditions rules. In this period we hear the word "quality" all around. Because of this reason it is necessary to be understandable of quality conscious by all sectors and its applications must be done. So a noe with world firms is inescapable.

In the first section of this thesis study some basral knowledge and concept related to quality, historical development of quality control, basic components constituting quality, aims of quality control and qualit control activity topics are investigated. In the second section total quality control, steps of total quality control are handed. In the third section statistical quality control, In the fourth section sampling distribitions, In the fifth section acceptance sampling and sixth section control charts are concerned.

Key wods: Quality, quality control,quality control charts acceptance sampling.

İÇİNDEKİLER

1.KALİTE KONTROLÜNE GİRİŞ 1

1.1. Kalite İle İlgili Bilgiler 1
1.2. Kalite Kontrolünün Tarihi Gelişimi 4
1.3. Kaliteyi Oluşturan Temel Unsurlar 7
1.4. Kalite Kontrolün Amaçları 9
1.5. Kalite Kontrol Faaliyetleri 11

2.TOPLAM KALİTE KONTROL 12

2.1. Toplam Kalite Kontrolün Tanımı 12
2.2. Toplam Kalite Kontrolün Aşamaları 16
2.3. Toplam Kalite Kontrolün Kapsamı 17
2.4. Toplam Kalite Kontrolün Amaçları 20
2.5. Kalite Kontrol Mühendisliği Teknolojisi 22
2.6. Kalite Güvenliği Sisteminin Tanıtılması 24
2.7. Toplam Kalite Yönetiminin Tanıtılması 27

3.İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL VE KABUL ÖRNEKLEMESİ 29

3.2. İstatistiğin Kalite Kontrol İle İlgisi 29
3.3. İstatistiksel Hata Sıfırlama Yöntemleri 30
3.4. Veri Toplama 31
3.5. İstatistiğin Temel Kavramları 31
3.6. Kalite Kontrolde Kullanılan İstatistiksel Teknikler 34

4. ÖRNEKLEME DAĞILIMLARI VE TAHMİN ETME 36
4.1.Giriş 36
4.2. Örneklem Ortalaması ve Varyansın Bazı Özellikleri 36

4.3. Nokta Tahmini.....42

4.4. Nokta ve Aralık Tahminleri.....43

4.5. Tahminlerin Özellikleri.....44

5. KABUL ÖRNEKLEMESİ.....50

5.1. Örneklem Büyüklüğü Ne Kadar Olmalıdır?.....50

5.2. Varyans Bilinmediğinde Kitle Ortalamasının Aralık Tahmini.....52

5.3. Kitle Standart Sapması ve Varyansı İçin Aralık Tahmini.....57

5.4. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Ortalamaları Farkı İçin Aralık Tahmini.....60

5.5. Kabul Örneklemesi.....74

5.6. Özellik Verilerin Numune Kabul Kontrolü.....76

5.7. Parti Büyüklüğünün Tayin Edilmesi Ve Partinin Rasyonel Olması...77

5.8. Numune Seçimi ve Büyüklülüğü.....77

5.9. Kabul Kalite Seviyesinin Tayini.....79

5.10. Numune Planının Seçilmesi.....80

5.11. Numune Kabul Planlarının Örneklerle Açıklanması.....83

6.KONTROL GRAFİKLERİ (ŞEMALARI).....93

6.1.Giriş.....93

6.2.Shewhart Kontrol Grafikleri.....95

6.3. $\overline{X}$ ve R Kontrol Grafiği.....95

6.4. $\overline{X}$ ve S Kontrol Grafikleri.....100

6.5. S^2 Kontrol Grafiği.....103

6.6. Cusum (The Cumulative-Sum) Kontrol Grafikleri.....103

6.7. Ewma Kontrol Grafiği.....107

KAYNAKLAR.....108

1. KALİTE KONTROLUNA GİRİŞ

1.1. Kalite İle İlgili Bilgiler

Günümüzdeki teknik ve ekonomik gelişmelerin üretimden tüketime kadar her aşamada meydana getirdiği değişimler, ürün kalitesinin önemini arttırarak çok sayıda kalite sorununu da beraberinde getirmiş ve kalite kavramı bir çok ürün tasarımcısını, mühendisi, girişimciyi, yöneticiyi, üreticiyi ve tüketiciyi ilgilendiren başlıca konu haline gelmiştir. Denetim, değişik organizasyonel seviyelerdeki çalışanların kaliteyi farklı tanımladıklarını gösterir.

Kalite çeşitli şekillerde tanımlanmaktadır:

Kalite:"Bir ürünün veya hizmetin kalitesi tüketici gereksinmelerini mümkün olan en ekonomik düzeyde karşılamayı amaçlayan pazarlama, mühendislik, imalat ve kalitenin devamı özelliklerinin bileşkesidir".

"Bir ürün veya hizmetin, belirlenen veya olabilecek ihtiyaçları karşılama kabiliyetine dayanan özelliklerin toplamıdır".

"Kalite; müşteri ihtiyaçlarının tatmini, operasyon performansının iyileştirilmesi ve maliyetlerin düşürülmesi amacıyla kullanılan stratejik bir araçtır".

Bir ülkenin ekonomik yapısını oluşturan çeşitli faktörlerden en önemlisi üretimdir. Üretimde verimlilik ve kalitenin ekonomik yapının oluşmasında çok önemli bir konumu vardır.

Kobu'ya göre bir ülkede kalite kontrolunun yaygın ve etkin biçimde uygulanabilmesi için öncelikle şu 3 koşulun gerçekleşmesi gerekmektedir (Kobu, Bülent, Endüstriye Kalite Kontrol, İstanbul Üniversitesi Yayınları. No:3425, İstanbul:1987. s.31):

⇒ Ekonomik ve teknolojik etkenlerin zorlanması,

⇒ Tanıtma, benimsetme ve eğitimde çaba harcanması,

⇒ Devletin yasal önlemler alması ve titizlikle uygulanması.

Bunların birincisiyle ilgili olarak ülkemizde özel sektörün gayretiyle önemli gelişmeler elde edildiği gözlenmektedir. Diğer koşullarla ilgili yapılanlar ise henüz oldukça yetersizdir.

Kalite güvencesi (Quality Assurance) ise şöyle tanımlanabilir: Ürün veya hizmetin kalite için belirlenen istekleri karşılamak amacıyla, yeterli güveni sağlaması için gereken planlı ve sistematik faaliyetlerin bütünüdür. Kalite güvencesi özet olarak, iyi yönetimdir, planlamadır ve herkesin işidir.

Bir hizmetin veya ürünün kalitesi, onun tüketicilerin ihtiyaçlarını karşılayabilme derecesidir.Kalite kavramının tanımlanmasında önemli olan kullanıma uygunluktur.Yönetim düşüncesine kalite anlayışının gelişimi açısından bakıldığında kullanıma uygunluk kriteri, kalitenin iki düzeyde tanımlanmasına yardımcı olabilir. Kalite denildiğinde akla ilk gelen, bir ürün veya hizmetin optimal tekno-ekonomik koşullar çerçevesinde tüketicilerin ihtiyaçlarını tatmin edebilme kapasitesidir. Ancak gelişen kalite anlayışı, beraberinde en az bunun kadar önemli olan işletme kalitesi kavramını da getirmiştir. O halde bir işletmenin tüketicilerine sunduğu ürün ve hizmetlerin kalitesini garanti edebilme kapasitesi de, kalite kavramının tanımlanmasına eklenmesi gereken bir unsurdur. Geniş anlamıyla değerlendirildiğinde, kalite kavramının bazı boyutları içerdiği görülmektedir.

1984'de David Garvin kalitenin 8 boyutunu kodlayabilmiş ve bunları bir makalesinde yayımlamıştır. Garvin'e göre kalitenin boyutları şunlardır:

- Performans : Ürün ya da hizmette bulunan birincil karakteristik.
- Diğer Unsurlar : Ürün ya da hizmette çekiciliği sağlayan ikincil karakteristikler.
- Uygunluk: Spesifikasyonlara, belgelere standartlara uygunluk.
- Güvenilirlik : Kullanım ömrü içindeki performans sürekliliği.
- Dayanıklılık : Kullanılabilir ömrün uzunluğu.

- Hizmet Görürlük : Sorun ve şikayetlerin kolay çözümlenebilirliği.
- Estetik : Albenisi ve duyulara seslenebilme yeteneği
- İtibar : Ürünün ya da diğer üretim kalemlerinin geçmiş performansı.

Bir alıcı bir ürünü satın almak istediğinde, değerini ölçmekte ve kararını vermeden önce belirlenen fiyatı değerlendirmektedir. Bunun için kesin bir metod veya formül yoktur. Çünkü olay genellikle her alıcı için bireysel ihtiyaçlara göre farklılık göstermektedir. Bununla birlikte, ürünün değerini belirleyen faktörlerin genel sınıflandırması aşağıdaki gibi yapılabilir:

- Ürünün fiyatı
- Ürünün fonksiyonel yeterliliği
- Tasarım
- Verilen bütün servisler
- Ürünün veya servisin genel kalitesi

Ürünün fiyatı, değer düzeyini belirleyen ikinci ve beşinci faktörlerin toplamı olarak değerlendirilir. İkinci ve üçüncü faktörler ürünün dizaynına bağlıdır. Dördüncü faktör verilebilecek bütün servisleri kapsamaktadır. Beşinci faktör olan genel kalite, sadece üretim kalitesini değil, ikinci ve dördüncü faktörlerin kalitesini de içermektedir.Projelendirme kalitesi ve hizmet kalitesi tüketici tarafından belirlenir ve kalite de değer gibi objektif olarak tespit edilemediği için tüketici standartlarına göre ölçülür.

Kalite kontrolü tabirinde kalite kelimesi en iyi anlamına gelmez. Mamul ister gerçek bir mamul olsun, (otomobil, buzdolabı vs.) ister bir hizmet olsun, kalite bazı müşteri şartlarını yerine getiren anlamını taşır. Bahis konusu müşteri şartları arasında gerçek son kullanım, mamul veya hizmetin satış fiyatı sayılabilir.

Kaliteye mamul veya hizmetten elde edilmesi mümkün en yüksek seviye diye bakmak, kalitenin negatif maliyet elemanı olması sonucunu doğurur.

Kalite kontrolü, kalitenin kontrol altında tutulmasıdır. Böylece her şey olup bitmeden gerektiği anda müdahale edip kusurlu üretime mani olunabilmektedir. Kusurlu üretim yerine hiç üretmemenin daha ekonomik olduğu açıktır.Çünkü enerji,işçilik,hammadde v.s. kayıpları yanında tazminat, firmanın kötü şöhrete sahip olması da düşünülebilir.Ancak asıl gaye kusurlu üretimin sebebini bulup, elemine etmek ve üretime devam etmektir.Ancak kalite kontrolü bu durumuna hemen gelmemiştir. Bu durum sadece kalite kontrolüne has bir durum değildir.

1.2. Kalite Kontrolünün Tarihi Gelişimi

Kolay aldatılamayan alıcılar daima satın aldıkları herhangi bir ürünün değerini talep etmişlerdir. Minimum kalite standardını belirlemede her çağ ölçüm metotlarında ve kullanılan standartlarda bir değişme gerekmiştir.

Ölçüm çağından önce tüm kalite tayinleri genel bir doğallıktaydı ve hepsi bir iş ilişkisinde pazarlık noktasıydı.Boyut,görünüş veya ürünün başka bir karakteristiği ürünü oluşturan üretici tarafından belirlenmekteydi.Bunlar genellikle bazı fiziksel değerlere dayanmaktaydı.Örneğin,bir terzi müşteriyi model olarak kullanarak elbiseyi üretmekteydi.Standardize ölçümlerin ilki yaklaşık 5000 yıl önce Mısırlılar tarafından yapılmıştır, ki bu piramitlerin diklikleri ilk doğrusal standart boyut olarak kabul edilmiştir.Aynı çağda Mısırlılar kareler için yatay düzeyler ve dikey kısımlar için standart araştırmalar geliştirmişlerdir.2000 yıl daha sonra Mısırlılar, Yunanlılar ve Romalılar ticaretlerinde kullandıkları emel ölçümleri standart olarak geliştirmişlerdir.Böylece söylenebilir ki kalite kontrolünde ilk girişim bu çağda ortaya çıkmıştır.Bir çok karakteristik kantitatif ölçümlere konu olmuştur. Üretim metodu, bireysel hünerlerin kullanımı ve temel aletlerin kullanımı ile 1600'lerin başına kadar sürmüştür. Bu tarihten sonra insan becerisini geride bırakan makinaların kullanımı başlamıştır. 1800'lere kadar ürünün kalitesi üreticinin hünerine dayanmıştır. Birçok ölçüm şekli tek parçalar için devam etmiştir. Bu çağ tüm üretime birden fazla kişinin katıldığı ve işlemin şefinin veya sahibinin kaliteyi değerlendirdiği bir dönemdir. Değişebilen parçalara ilk ihtiyaç Amerikan iç Savaşı sırasında birçok askeri bölümün kitle üretimini gerektirdiğinde ortaya çıkmıştır.

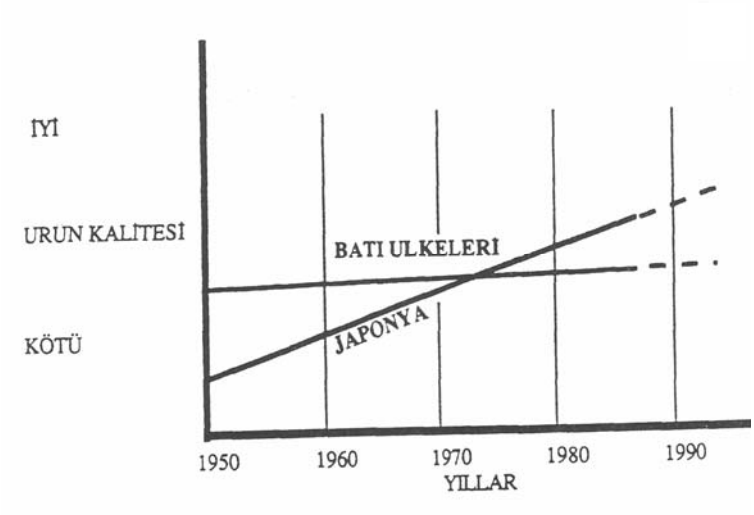
Demirbaş eşyaların ve araçların kullanımı bugünkü kitle üretim tekniğinin ilk adımıydı. Fakat bu devirde yine üretici veya satıcı kitleden sorumluydu. 1800'lerin sonuna doğru büyük şirketler ve işletmeler şekillenmeye başladığında araştırmacıların kullanımı söz konusu hale gelmiştir. Bu kalite standardını belirli bir alanda tutmuştur.Bu dönemde incelemeciler daha çok endüstriyel işletmelerde hükümet tarafından kullanılmıştır.

İncelemecilerin görevlerinin sorumluluğu I. Dünya Savaşı sonunda büyümüştür ve hükümet araştırmacıları artmıştır. Özellikle savaş döneminde bozuk ürün yaşamsal bir önem taşımaktaydı. Patlamayan el bombası, dayanıksız zırh, sıkça bozulan araçlar, personel kaybı, giderek de savaşın kaybı demekti. Böylece nezaretçinin kalite sorumluluğu devam etmekle birlikte bir nihai ya da son kontrol uygulaması getirildi. Bu uygulamada ürünler üretildikten sonra işletmeden çıkmadan önce son bir kontrolden geçirilmekte, hatalı bulunanların şevki kesinlikle durdurulmaktadır.

Hemen tahmin edildiği gibi bu uygulama olağanüstü pahalı bir uygulama idi. %40'lara, %60'lara ulaşan red oranları ürün maliyetini 2-3 kat arttırmaktaydı. Pazarlamacılar da bir yandan "ucuz ürün alacak kadar zengin değilim" sloganı ile bozuk ürün maliyetlerini tüketiciye yüklüyorlardı.

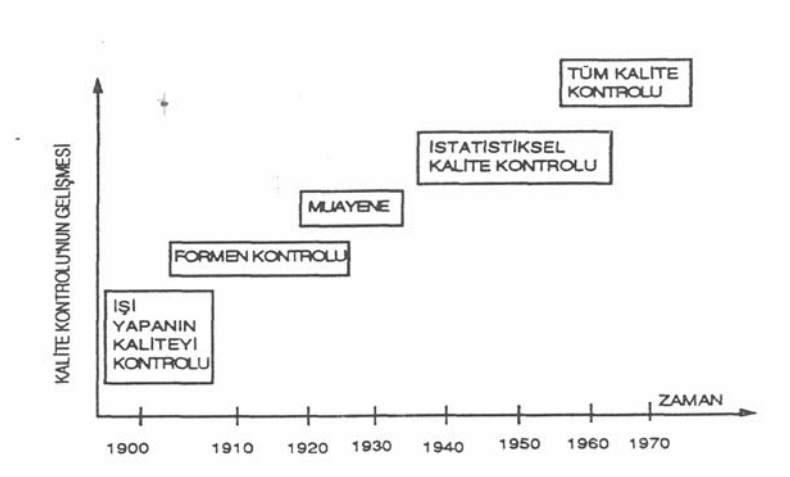
Savaş yıllarında istatistiksel metotlarla çalışan, kalite kontrolü kullanan işyerlerinde hurda ve tekrar işlemenin azalması, kalitenin iyileştirilmesi dolayısı ile para bakımından çok büyük tasarruflara yol açması bu metodları kullanmayan işletmeler için de göz önüne alınması gereken önemli bir konu oldu. Ve savaş sonrasında hemen hemen bütün işyerleri bunun tatbikatını araştırmaya koyuldular.

Özellikle II. Dünya Savaşı sırasında hayati önemi fark edilen kaliteli üretim ve hizmet anlayışının, bunu öncelikle benimseyen, Japon toplumuna ve ekonomisine sağladığı mucizevi katkılar, aşağıdaki grafik incelendiğinde daha da belirgin şekilde ortaya çıkmaktadır.



Şekil 1.1. - Kalitenin Gelişimi Kaynak: Z.Düren, İşletmelerde Kalite Çemberleri, s. 12

1960'lı yıllardan başlayarak da tüm kalite kontrolü yaklaşımının gelişmeye başladığını görmekteyiz. Bu olayları bir zaman eksenine taşırsak daha net görebiliriz.



Şekil 1.2. - Kalite Kontrolünün Gelişimi
Kaynak: Coşkun Külür, Kalite Kontrolünün Tarihsel Gelişimi,Kalite Kontrolunda Modern Yaklaşımlar Semineri

Bu gelişmelerin, organizasyonel mevkiler açısından açıklanmasını aşağıdaki gibi yapabiliriz. Kalitenin işi yapan tarafından kontrolü. Bu usul 19. yüzyılın sonuna kadar devam etmiş olan kalite kontrolü şeklidir. Bu devirde bir mamulün imalinden bir veya en fazla birkaç işçi sorumlu idi. Bu durumda her işçinin kendi yaptığı işin

kaliteli olması için gayret etmesi ile bütün işin kalitesi kontrol altına alınmış oluyordu.

1900'lerin ilk yıllarında formenler kalite kontrolü ile meşgul olmaya başlamışlardır. Formenler aynı işi yapan çeşitli işçilere nezaret etmektedir.Kaliteden de formen mesuldür.

I.Dünya Savaşı imalat sistemlerinde değişiklik yapmıştır. Kompleks sistemler işçi sayısını arttırınca formenlerden ayrı olarak muayeneciler ortaya çıkmıştır.

II.Dünya Savaşı kütle imalatını doğurunca %100 muayene metodları artık büyük mahsurlar ortaya çıkarmaya başlamıştır.Bu devirde istatistik metodlar kalite kontrolünde büyük değişmeler yapmıştır. Ancak kalite kontrolü tam bir yönetim tekniği olmamıştır.

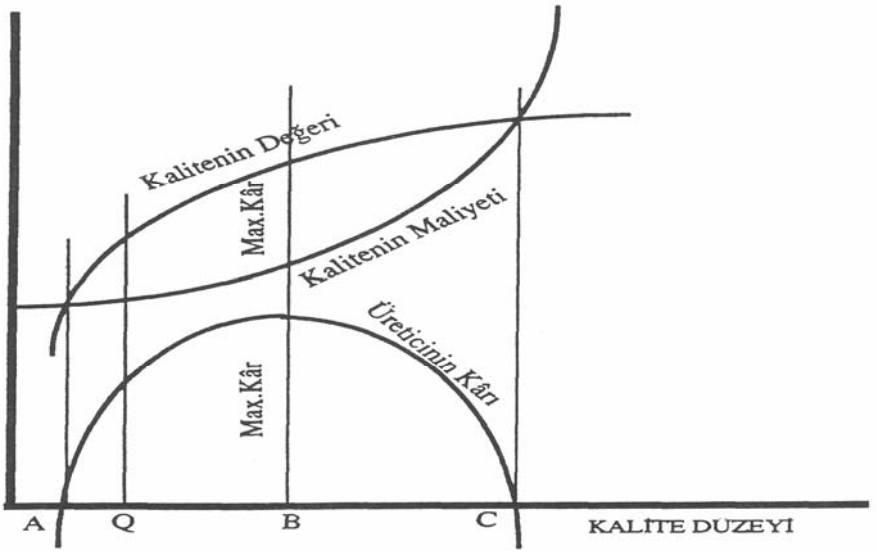
Bundan sonra tüm kalite kontrolü ortaya çıkmıştır. Kalite kontrolü bir teşkilat tarafından yapılan imalat ve hizmetlerin, müşteriyi tamamen tatmin etmek şartı ile, en ekonomik seviyede olması için teşkilatın muhtelif grupları tarafından gösterilen gayretleri belirli bir kaliteye ulaşmak, bunu muhafaza etmek ve geliştirmek üzere bir bütün halinde birleştiren etkili bir sistemdir.

1.3. Kaliteyi Oluşturan Temel Unsurlar

Bir mamulün herhangi bir kalite karakteristiğinin gerçekleşmesinde pek çok faktörün göz önüne alınması gerekir. Bu nedenle kalite ile ilgili düşünce çoğunlukla anlaşılamaz. Çünkü kalitenin iki farklı yanı ya bilinmemektedir ya da anlaşılamamaktadır. Bu yanlar dizayn kalitesi ve uygunluk kalitesidir.

Çoğunlukla imalatçılardan "kalite maliyeti çok fazla" diye duyarız. Bu ifade hemen daima yanlış anlaşılan bir kalite ve kalite kontrole dayandırılmıştır. Aslında bu ifadeyi "yüksek kaliteli bir malın dizaynı çok pahalıya mal olabilir" şeklinde anlamamız gerekir. Yani "kalitenin yüksek maliyeti" söz konusu olduğunda, referans daima "dizayn kalitesi" ile ilişkilidir. Şüphesiz bu gerçek bir maliyettir. Bir mamul için en uygun dizayn kalitesinin saptanması, kalitenin tüketici açısından değeri ile

üreticiye olan maliyeti arasında optimum noktaların bulunması prosesidir. Yeni bir malın üreticisi hangi dizayn (malzeme, şekil, görünüş, fonksiyon vs.) potansiyel müşterilerine nasıl götüreceğini, kendisine kaça mal olacağını ve müfterilerin mal için ne kadar ödemeyi kabul edeceklerine karar vermek zorundadır. Bu nedenle dizayn kalitesi kalitenin önemli bir yanıdır ve malın dizaynının planlanmasında, imalatında ve pazarlanmasında dikkatlice düşünülmelidir.



Şekil 1.3. En Uygun Dizayn Düzeyinin Saptanması
Kaynak: B.Kobu, Endüstriyel Kalite Kontrolü, s.22

Ancak dizayn kalitesi, kalitenin tek unsuru değildir. Ürünün dizaynı yapıldıktan ve imalata geçildikten sonra, imalat prosesinin bu dizayn spesifikasyonlarına uygunluğu gerçekleştirmede yetersiz kaldığı da görülebilir. Malzeme, parçalar, alt montaj ve nihai üründe kusurlar ortaya çıkabilir. Bu kusurlar dizaynla ilgili olabilir ve düzeltilmesi de dizaynın yeniden gözden geçirilmesini gerektirebilir. Fakat, imalat proseslerinde dizayn ile uyumdaki başarısızlıklar genellikle imalat proseslerinin iyi planlanıp kontrol edilmeyişinden kaynaklanmaktadır. Dizayn özelliklerine uymayan ürünün neden olduğu müşteri tatminsizliği, imalat prosesi sırasında red edilerek ayıklanan kusurlu malzeme, parça, alt montaj ve nihai ürünler; bu kusurun parça ve ürünlerin imali için harcanan zaman ve işgücü, teslimatta gecikmelerden ötürü uğranılan bir çok zarar "imalat kalitesi" yani dizayna uygunluk kalitesinin yetersizliğinden kaynaklanmaktadır.

Yüksek dizayn kalitesi, yüksek maliyet, imalat kalitesi veya imalat süresinde dizayn spesifikasyonlarına uygunluğun gerçekleşmesi ise düşük maliyet demektir.Dizayn ve uygunluk kalitesinin saptanmasında iki notadan harekete geçilmelidir.

- Tüketicinin İstekleri
- Teknolojik olanaklar

Tüketicinin mamulden nasıl bir kalite beklediği ve bunun için ne kadar para ödeyebileceği ayrıntılı tüketici araştırmaları ile ortaya çıkarılabilir. Teknolojik olanaklar ise, eldeki malzeme, makina, işgücü ve teknik bilgi potansiyelinin gerçekçi bir değerlemesi sonunda belirlenir.

1.4. Kalite Kontrolün Amaçları

Bir kalite kontrol sisteminin temel amacı, üretimde kalitesizliği önlemektir. Çünkü endüstri, geri alamayacağı bir gidere yol açması nedeniyle, kalitesiz ürünler elde etmek amacı için kurulmamıştır. Endüstri bu konuda hiçbir önlem almaz ve bozuk ürünleri piyasaya sürerse, prestij kaybı ve satışlarının azalmasından dolayı büyük bir kayıpla karşılaşabilir. koordinasyonu ve etkinliğinin arttırılması sorumluluğu kalite kontrol departmanına ait olmalıdır.

Kalite kontrolün temel amacına bağlı bazı alt başlıklardan söz, edilebilir. İş bölümünde görev ve sorumluluk dağıtımını belirgin hale getirmek ve böylece temel amacın gerçekleşmesini kolaylaştırmak için ayrı ayrı hedef olarak seçilebilen alt amaçlar şöyle sıralanabilir:

- Mamul dizaynının geliştirilmesi,
- Mamul kalite düzeyinin yükseltilmesi,
- Daha ucuz ve kolay işlenebilir malzeme araştırılması,
- İşletme maliyetlerinin azaltılması,
- Iskarta, işçilik ve malzeme kayıplarının azaltılması,

- Üretim hattındaki darboğazların giderilmesi,
- Personel moralinin yükseltilmesi,
- Müşteri şikayetlerinin azaltılması,
- Rakiplere karşı firma prestijinin arttırılması,
- İşçi-işveren ilişkilerinde olumlu gelişme sağlanması.

Bu alt amaçlardan bazılarının üretim, satış, personel gibi diğer departmanlardan biri için temel amaç olabileceği açıkça görülmektedir. Fakat işletme organizasyonunda departmanların amaçları arasında olumlu yönde girişimler veya çelişkiler bulunması bir ölçüye kadar doğaldır.

Günümüzdeki anlayışa uygun bir kalite kontrolü sisteminin ilk kez oluşturulmaya başlandığı bir işletmede yukarıdaki amaçlardan bazılarına öncelik verilmesi zorunludur. Kuruluş ve adapte olma güçlükleri göz önüne alınarak başlangıçta sadece birkaç amacın gerçekleşmesine ağırlık vermek yerinde bir politika olur. İlk yıllarda olumlu gelişmeler kaydedildiği takdirde amaçların kapsamı kolaylıkla genişletilebilir. Aslında amaçlar arasında bağımlılık vardır.Dolayısı ile birisinde sağlanacak başarının diğerlerini de olumlu yönde etkilemesi doğal sayılmalıdır.

1.5. Kalite Kontrol Faaliyetleri

Kalite kontrol faaliyetleri mamulün cinsine, üretim yöntemine veya miktarına göre değişiklikler gösterebilir. Bununla beraber bir genelleme yaparak kalite kontrol faaliyetlerini şöyle sıralamak mümkündür :

- Kalite standartlarının belirlenmesi,
- İstenilen kaliteyi gerçekleştirme amacına yönelik planların yapılması,
- Yöntemlerin planlanması,
- Araç gereç gereksinmelerinin karşılanması,
- İstenilen niteliklerde malzeme tedariki,
- İnsan gücü seçimi ve eğitimi,
- Muayene ve raporlama işlemlerinin planlanması,
- İmalat işlemlerinin kalite standartlarına uygunluğunun kontrolü,
- Kalite standartlarından sapmaların tespiti değerleme ve raporlama,
- Uzun vadeli geliştirme planlaması.

2. TOPLAM KALİTE KONTROL

2.1. Toplam Kalite Kontrolün Tanımı

Bir organizasyondaki değişik grupların kalite geliştirme, kaliteyi koruma ve kalite iyileştirme çabalarını müşteri tatminini de göz önünde tutarak üretim ve hizmeti en ekonomik düzeyde gerçekleştirebilmek için birleştirilen etkili bir sistemdir.(a.g.e. ,s.15-16)

Bir ürünün kalitesi tasarım ve uygunluk kalitesi olarak başlıca iki kavram tarafından ifade edilmektedir. Bir ürün belirli kalite özelliklerine göre önce tasarlanmakta ve sonra da üretilmektedir.

Bugün uygulanmak istenen kalite kontrol anlayışında temel düşünce tarzı sıfır hataya yöneltmektir. Üretim projesinde kusurlu ve kalitesiz parçalar geçmez yerine, başlangıçta kusursuz ve kaliteli mal üretimine yönelmektir.

İyi bir kalite herkesin sorumluluğudur.Kötü kalite ise herkesin hatasıdır.Sistemin toplam kalite yönetimine yaklaşımı organizasyon içinde kalitenin öneminin toplu olarak kavranmasına olanak sağlar. Bir sistem birbiri ile çalışan, karşılıklı ilişkileri olan ve ortak bir amaç için çalışan elemanlar bütünüdür. Sistemin toplam kalite yönetimine yaklaşımı insan ve makinaları da kapsamı içine alan organizasyondaki çeşitli elemanlar arasındaki gerekli karşılıklı ilişkileri de içine alır. Bir üretim veya servis sisteminin alt sistemlerinin destekleyici ortak çalışmaları sistemin çeşitli noktalarındaki zayıflıklarını dengelemek amacındadır. Alt sistemlerin bireysel olanakları birbirini tamamlar. Bu yüzden sistemin toplam etkinliği, alt sistemlerin bireysel çıktılarının toplamından daha fazladır.

Böylece oluşturulan toplam kalite yönetimi sistem modeli kalite bileşenlerine bağlı olarak bir organizasyondaki çeşitli alt sistemlerin toplamını gösterir. Tipik bir üretimde veya servis organizasyonunda değişik sistemler ve alt sistemler dışarıdan hiçbir etki görmeden meydana gelir. Kendi kendini yöneten alt sistemlerin sunulduğu bir liste şunları içerir :

⇒ Yönetim sistemi

⇒ İmalat sistemi

⇒ Dizayn ve mühendislik sistemi

⇒ Yönetim bilgi sistemi

⇒ Finansman bilgi sistemi

⇒ Pazarlama bilgi sistemi

⇒ Envanter bilgi sistemi

⇒ Personel bilgi sistemi

⇒ Üretim bilgi sistemi

Bu alt sistemlerin bazılarını değişik ve karmaşık sıralamalarıyla aynı organizasyon içinde bulmak mümkündür. Klasik anlamda kalite kontrol işlevi, üretim sonrası denetim faaliyetlerine dayanır ve daha çok, alınan sonuçlar üzerinde değerlendirme yapar. Klasik kalite kontrolünün tek ilgi alanı üründür. Buna göre, müşteri bu ürünü alanla sınırlıdır. Statik bir özellik gösteren klasik kalite kontrolü kalitenin maliyetini düşürme yolları üzerinde çalışmalar yapılmasını öngörmez; çünkü, bu anlayışta üretimde hata yapılması normal karşılanır. Kontrol işlevi, özel olarak görevlendirilen bir veya birkaç kişiye verilmiştir. Kalitesizlik nedeniyle artan maliyet, müşteriye ödetilir.

Geçmişte uzman bir servisin sorumluluğunda olan kaliteyi sağlama işlevi bugün işletmenin her düzeyine yaygınlaştırılmıştır. Artık amaç, ürettikten sonra kontrol ederek kaliteyi korumaktan çıkmış, daha tasarım ve planlama aşamalarında kalite yaratmaya başlama ve bunu geliştirerek sürdürme işi haline gelmiştir.

Günümüzde toplam kalite kontrol dalgası, pek çok ülkede faaliyet gösteren kamusal ve özel kurum ve kuruluşların kapısını zorlamaya başlamış, eğitimden ulaştırmaya, imalattan sağlığa, pazarlamacılıktan bankacılığa, madencilikten turizme kadar tüm çalışma alanlarının ilgi odağı haline gelmiştir.

Uygulama; denetim, imalat, dizayn, pazarlama, sevkiyat vb. bölümlerinin tümünün katılımını gerektirir görünmekle birlikte, batıda, kalite kontrol uzmanlık alanının sorumluluğunu ön plana çıkarmıştır. Bu ise bazı işletmelerde başarıyı bir ölçüde getirmiş, ancak örgütlerin tüm çalışanlarının, mevcut ve gelecekteki sorunların giderilmesi konusundaki sınırsız potansiyellerinin kullanımını gerçekleştirememiştir.

Ürün kalitesinden bahsedildiğinde sürekli rekabet halinde bulunan endüstrinin amacı kalitenin en ekonomik fiyatta dizayn edildiği, inşa edildiği, pazarlandığı, muhafaza edildiği ve tüm tüketicileri tatmin eden bir ürün ya da servis sağlamak olarak açıklanabilir.

Toplam kalite kontrol adı altında incelenen konu, detaylı amaca ulaşmak için tüm şirket genelinde kullanılan bir sistem olarak açıklanacağı gibi şu tanımla da açıklanabilir.

Tüketici isteklerini en ekonomik düzeyde karşılamak amacı ile, işletme organizasyonu içindeki çeşitli ünitelerin kalitenin yaratılması, yaşatılması ve geliştirilmesi yolundaki çabalarını birleştirip koordine eden etkili sisteme **"Toplam Kalite Kontrolü"** denir.

Toplam kalite kontrolünün mesleki sonuçlarda amaca ulaşmak konusundaki genişliği ve gerekliliği, onu yönetim alanında yeni ve önemli bir hale getirmiştir. Yönetim ve teknik liderliğin görüşüne göre toplam kalite kontrolü, dünya çapındaki birçok organizasyonlar için güvenilirlik ve ürün kalitesi konusunda önemli gelişmeler meydana getirmiştir. Bundan da önemlisi toplam kalite kontrolü kalite fiyatlarında gelişen ve sağlam indirimlerde bulunmuştur. Toplam kalite kontrolü yolu ile şirket yönetimleri, servis ve ürünlerinin kalitesi konusunda güç ve güvenden bahsedebilir hale gelmişler, bu da onların pazarlama hacminde daha ileriye, ürün çeşitliliğinde de daha üst düzeye ulaşmalarına, sabit ve gelişen bir kâra sahip olmalarına imkan sağlamıştır.Toplam kalite kontrolünün bazı önemli noktaları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

— Kalite teknik bir fonksiyon, bölüm ya da bilinçlenme programı değildir. Kalite toplam ve eksiksiz olarak firma çapında ve tedarikçilerle bağlantılı şekilde uygulanacak, hareket noktası müşteri olan sistematik bir süreçtir.

— Kalite, bir mühendis, pazarlamacı ya da satıcının değil müşterinin söylediği şeydir ve sürekli yükselen bir talebi simgeler. Bu anlayış uzun vadede pazarın liderliğini yapmanın uluslararası bazda kalite liderliğinden geçtiğini de vurgular.

— Kalite ve maliyet birbirini tamamlar, ters yönde çalışmaz; ortaktır, karşıt değildir. Ürün ya da hizmet üretmenin en hızlı, ucuz ve karlı yolu bunu daha iyi yapmaktır.

— Kalite aslında işletmedeki herkesin işidir, ancak kimsenin işi haline gelmeyecek şekilde doğru olarak yapılanmalı, bireylerin ürettikleri kaliteli işler ve bölümlerin kalite için yapacakları grup çalışmasıyla desteklenecek şekilde organize edilmelidir.

— İyi yönetim herkesin bilgi ,beceri ve olumlu tavrını harekete geçirmek anlamını taşır. Yöneticiler işlerin müşteri odaklı yapılmasını sağlamak için kalite üzerinde sürekli ve tavizsiz şekilde durarak liderlik yapmalıdır.

— Kalitenin artırılması önemli ürünler için olduğu kadar hizmetler için de geçerlidir ve bu önem, pazarlama ve satış, sipariş kabulü, ürün ve hizmet geliştirme, mühendislik, satın alma, üretim, finansman, muhasebe, sevkiyat ve dağıtımda ayrı ayrı vurgulanmalıdır.

— Kalite bir ahlak sistemidir. Geniş çaplı kalite geliştirme sadece birkaç uzman ile değil, işletmede çalışan herkesin yardımı, katılımı, gayreti ve tedarikçilerin işbirliği sayesinde sağlanabilir.

— Kalitenin sürekli geliştirilmesi, eski ve yeni pek çok kalite tekniğinin şirket kalite programı içindeki bilinçli kullanımını gerektirir.

Bütün bu sonuçlar şirketin açık, müşteri odaklı bir toplam kalite yönetimini işletme çapında uygulamaya koyması durumunda ve insanların anladıkları, inandıkları ve bir parçası oldukları etkin şekilde kurulmuş kalite sistemleri ile sağlanabilir.(Serdar Özer, "Toplam Kalite Kontrol'un Püf Noktaları", Kalite, No.12 , Eylül 1991,s.8)

2.2. Toplam Kalite Kontrolün Aşamaları

Dizayn ve imalat işleminde minumum maliyette yüksek seviyede kalite sağlama ve koruma amacını gerçekleştiren prosedür aşağıdaki şekilde sınıflandırılır:

— Yeni Dizayn Kontrolü

Ürünün maliyet, performans ve güvenirliği ile ilgili kalite standartlarının üretime başlamadan önce tasarlanıp, belirlenmesi ve üretimde ortaya çıkabilecek kalite kontrol sorunlarını ortadan kaldıracak veya azaltacak önlemlerin alınmasıdır.

— Giren Malzeme Kontrolü

Satıcılardan alınan bölümler ve materyallerin ışığı altında yeni dizayn kontrol prosedürlerinden elde edilen bilgiler bu bölümlerin ve boyutların kritik olduğunu gösterir.

Bu bölümlerin yeterli olmadığı yerde, acilen satıcı ile temasa geçilmelidir. Bu temas taraflar tatmin oluncaya ya da sorun konusu olan satıcı değişinceye kadar birbirini takip eder.

Bu örnekleme kontrolleri satıcı değerlemesinin temelini oluşturur ve üretim başladıktan sonra spesifikasyonların nerede ve nasıl kontrol edilebildiğinin sürekli tekrarı, satıcı üzerinde kalite teminatı konusunda belli bir seviyede sorumluluk verilmesini olası hale getirir.

— Ürün Kontrolü

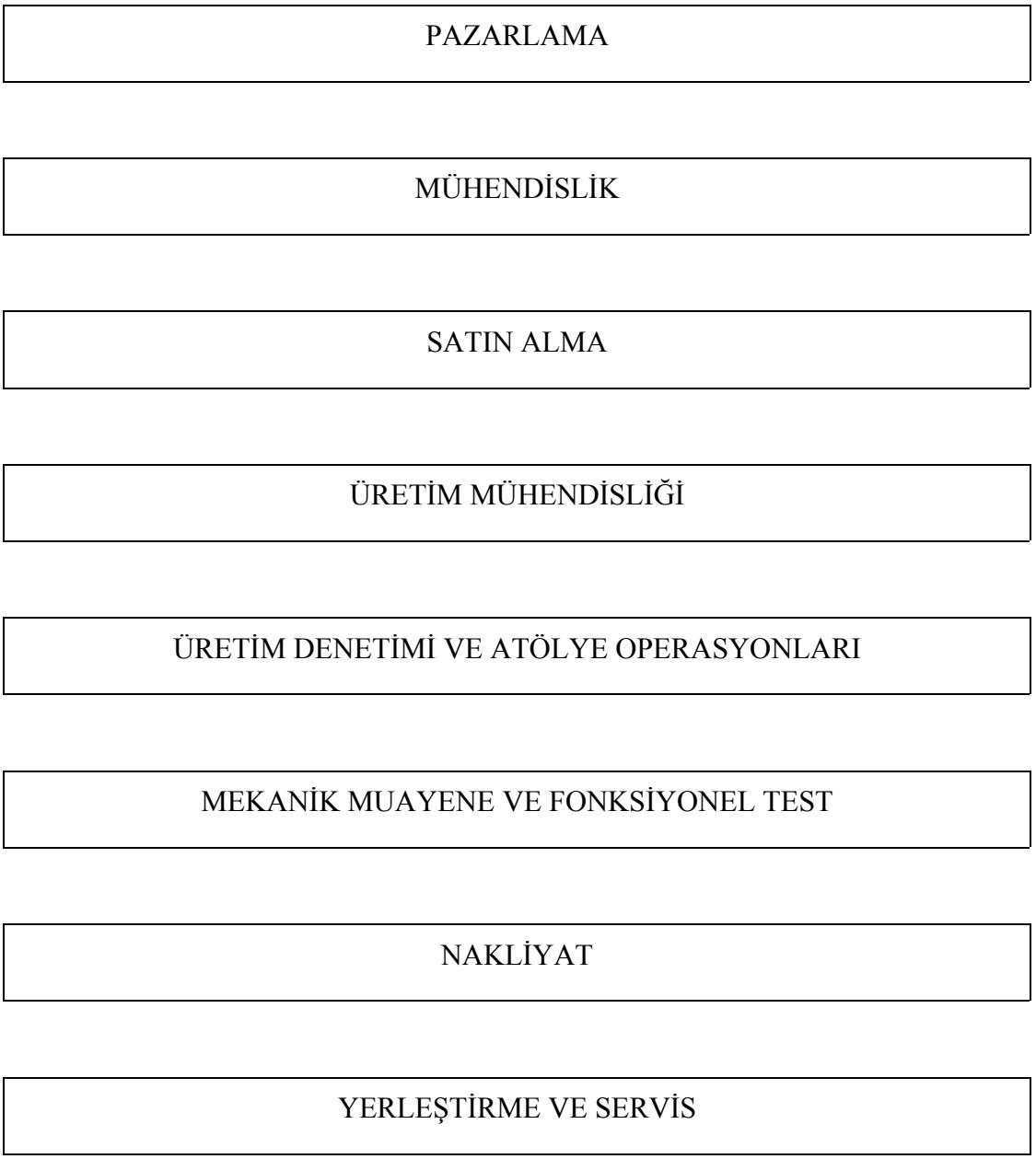
Kontrolü yapan eleman aktif üretime başladığında, her operatör işin kendi bölümü ile ilgili olarak dikkatlice bilgilendirilir. Benzer bilgiler yeni ve değişen operatörlere de verilir. Makin a donanımı tamamlanmış ve çalışır hale gelmiş alt montaj ve bölümlerdeki her operatöre gerekli araç ve gereçler kullanılabilir hale getirilmiştir. Belirli bir zaman tablosuna bağlı olarak yapılan denetimler de bütün işlerin kendi kaynaklarında olduğu konusunda ek bir garanti verir. Araç için önemli olan montaj çemberi içindeki noktalarda kontrol ve düzensiz arızalar tabloları denetimcilere kalite sorunlarının yeri ve büyüklüğü hakkında bir mesaj verir.

— Özel İşlem Çalışmaları

Geçmiş dizayn ile karşılaştırıldığında, kalitedeki önemli gelişim ve ziyan ve fiyatlardaki düşüş bu kontrollerle görülebilir. Denetimlerin ve test harcamalarının %40 civarında azaltılması sonucu bu gelişmelerin meydana gelmesi ilginç bir noktadır. (Feigenbaum, op.cit, s.69-70)

2.3. Toplam Kalite Kontrolün Kapsamı

Toplam kalite kontrolünün en önemli ana prensibi ve diğer kabullerden temel farkı şöyledir; gerçek etkinliği belirlemede kontrol, ürünün tasarımı ile başlamalı ve müşteriye teslim edildiğinde son bulmalıdır. Bunun geniş bir faaliyet alanı bulmasının nedeni, herhangi bir ürünün kalitesinin endüstriyel çevrimin her bölümünden etkilenmesidir(Şekil 2.1.)



Şekil 2.1. Endüstriyel Çevrimin Sekiz Aşaması
Kaynak: A.V. Feigenbaum, Total Quality Control, s.11

— **Pazarlama,** müşterinin ödediği ve istediği kalite seviyesini değerlendirmektedir.

— **Mühendislik,** pazarlama değerlendirmesini tam özel şartlara indirgemektedir.

— **Satın alma,** üretim için gerekli malzemelerin ve parçaların temini ile ilgilenmektedir.

— **Üretim mühendisliği,** üretim için gerekli işlemleri, takımları, aletleri ve makinaları belirlemektedir.

— **Üretim denetimi ve atölye operasyonları**, imalat esnasında yarı montajı ve son montajı kontrol etmektedir.

— **Mekanik muayene ve fonksiyonel test**, spesifikasyonlara uygunluğu kontrol etmektedir.

— **Nakliyat**, ambalajlama ve iletimin etkisindedir.

— **Yerleştirme ve servis**, belirli talimatlara göre ürünün yerleştirilmesiyle, uygun işlemin sağlanmasına yardım etmektedir.

Hem kalite, hem de kalite fiyatının tespiti endüstriyel çevrim boyunca yer almaktadır. Bundan dolayıdır ki, kalite kontrolü, sadece muayeneyi, tasarımı, reddetme sorununu, operatör eğitimini, istatistiksel analizi veya yeterlilik çalışmalarını ele alması ile başarılı olamamaktadır. Toplam kalite kontrolündeki, kalite kontrol fonksiyonu, gönderilen ürünlerin kalitesinden de sorumludur.

İşin genişliği, kalite kontrolünü yeni ve önemli bir endüstriyel işletme fonksiyonu yapmaktadır. Klasik örnekleme teorisinde kusurlular için "geçmeyecek" denirken bugün "bunları ilk önce kusursuz yap" teorisi mevcuttur.

Toplam kalite kontrolü, kalite kontrol uzmanını bir muayeneci olarak görmemekte, uygun üretim teknolojisi ve istatistiksel metodların kullanımı, örnekleme teknikleri ve yeterlilik çalışmaları ile bir kalite kontrol mühendisi olarak görmektedir.(Ibid., s.11-12)

Toplam kalitenin asıl yararı yöneticilerin kendi kontrolları altındaki mevcut sistemin aksaklıklarından kaynaklanan, bölümler arası ya da bölümler üstü olarak tanımlanabilecek sorunlara ortak çareler bulmaları sayesinde elde edilmiştir. Bu nokta toplam kalitenin en can alıcı unsurlarından biridir.

Tam bu süreç içinde çalışanlar, sorun teşhis etme, çözüm geliştirme ve sınama, çözümleri standardize etme gibi konularda eğitilmiş, organize edilmiş,

yönlendirilmiş ve denetlenmiş, sonuçta ise ödüllendirilmiş ve onurlandırılmıştır. Üst yönetimin asıl ağırlığı bu noktada görülmektedir.

Öncelikli konulardan biri de kalitenin herkesin görevi olduğu yapılan işlerin ne kadar başarılı olursa olsun daha iyisinin mümkün olduğu fikirlerini benimsetebilmekdir. Tecrübe ve sağduyunun önemli olduğu ancak bilimsel yaklaşımın ve analitik düşüncenin yerini alamayacağı konusu özellikle ilk kademe çalışanlarına özümsetilmelidir.Çalışanlar misyonlarını,kendilerinden ne istendiğini ve bundan ne elde edeceklerini açık ve net olarak bilmelidirler. Diğer önemli konular arasında personelin kendilerinden beklenen işi başarabilecek şekilde, pratiğe dönük olarak eğitilmesi ve görev ve sorumluluklarının tanımlanması gelmektedir. Çözüm aşamasında ve çözümlerin uygulanmasında çabaların yönetim tarafından desteklenmesi, yeterli sürenin tanınması ve ilk aşamada hataların yapılabileceğinin de kabul edilmesi şarttır. Son olarak yönetimin çalışmaları izlediği ve önem verdiğini gösterecek şekilde denetimler yapması, ancak bu denetimlerde sonuca dönük beklentiler yerine süreçteki performansı değerlendirmesinin önemi vurgulanabilir. Ayrıca tüm çalışanlar ve yöneticilerin başarı ya da başarısızlığın eşit ölçüde paylaşılacağı imajının sürekli vurgulanması ve uygulanması da önemlidir.(Serdar Özer, "Toplam Kalite Kontrolu Neden, Nasıl?", Kalite , Sayı 9, (Temmuz, Ağustos, Eylül 1990) , s.10)

2.4. Toplam Kalite Kontrolün Amaçları

Toplam kalite kontrolü, tüm şirket çalışanları ve temsilcilikleri için, en üst yönetimden en alt montaj işçisine kadar, ofis personeli, tüccarlar ve servis elemanları dahil, pozitif kalite motivasyonunu belli başlı prensip olarak sağlar ve güçlü toplam kalite kontrolü yapabilirliği, toplam prodüktiviteyi geniş bir biçimde iyileştirmeyi başarmak için işletme kuvveti prensiplerinden biridir.

Etkin insan ilişkileri kalite kontrolü için bir esastır. Bu çalışmanın en büyük özelliği, ürün kalitesinin sağlanmasında operatörün gösterdiği ilgiye ve yüklendiği sorumluluğa karşı olumlu etki yapmasıdır. Son analizler göstermiştir ki, kalite kontrolünü etkileyen işlemlerde, insan emeğinin önemi büyüktür. Başarılı bir kalite

kontrolü çalışmasında en büyük önemi maharetle, dikkat vererek ve kaliteyi önemli bulma düşüncesine sahip davranışla yönlendirilmiş insan gücü arz etmektedir.

Bilinen teknolojik metodlar da ayrıca bir esastır. Bu metodların büyük bir çoğunluğu halen kullanılmaktadır. Bunlara ilaveten mevcut sistemler şöyle sıralanmaktadır : Mühendislik toleranslarını belirleyen sistemler, sistem güvenilirliği ve parça denetimi için hızlandırılmış test metodları, kalite karakteristiklerinin sınıflandırılması, satıcı değerleme metodları, parça gözlem teknikleri, proses kontrol teknikleri, kalite kontrol ölçme cihazlarının tasarımı, kalitede bilgisayar destekli bilgi işlem, teminat sistemleri, standartların kurulması, ürün kalite değerlendirmesi ve oranlama planları, tasarımı yapılmış deneylere $\overline{X}$ ve R tablolarından istatistiksel tekniklerin uygulanması ve diğer birçokları.

Yukarıda yazılanlar, bireysel metodlar olarak, yıllardır kalite kontrol tanımlamaları için kullanılmışlardır. Yazılı ve sözlü anlatımda kalite kontrol, parça gözlemin bazı şekilleri, endüstriyel istatistiğin bir kısmı, güvenilirlik çalışmaları veya tek başına gözlem ve test olarak tanımlanır. Bu tür tanımlamalar bir bütün kalite kontrol programının sadece bireysel kısım veya metodlarını tarifler.Müşteri gereksinmelerinin doğru olarak tespitinden, hatasız ve eksiksiz ürün tasarımından, girdi satın alınan tedarikçilerden, firma dahilindeki tüm faaliyetlere, buradan da dağıtım kanallarına kadar uzanan prosesler dizisi toplam kalitenin ilgi alanı içindedir. Bütün bu proses içinde derhal kullanılması gerekmeyen malların stoğu, hatalı ürünler makinaların boş kalması ya da ayarlarının uzun sürmesi, gereğinden pahalı teçhizat yatırımları, kadro fazlalıkları, gereğinden daha nitelikli ve pahalı personel tahsisi, sevkiyatlardaki gecikme ve hatalar gibi pek çok gereksiz ve masraflı durum toplam kalite sisteminin geliştirme hedefleri arasındadır.

Toplam kalite kontrol, normal imalat gideri olarak sayılan fire ve hurdaları ortadan kaldırmak, kalitedeki iniş ve çıkışları azaltmak ve tüketiciyi mevcut olanaklarla en doğal hakkı olan kalite beklentisinde memnun etmektir.

Toplam kalite anlayışı, üç kesime tatmin getirmeyi amaçlamaktadır :

— Müşterileri tatmin etmek,

— İşletmenin iş görenlerinin, ortaklarının ve tedarikçilerinin beklentilerini karşılayarak, dolayısı ile işletmeyi tatmin etmek,

— Toplumun ve çevrenin tatmin edilmesine katkıda bulunmak.

İşletmelerde toplam kalite anlayışının yerleşebilmesi, bütün çalışanların ortak bir projenin gerçekleştirilmesi yolunda gönüllü işbirliğini gerektirmektedir. Bu ise, öncelikle işletme içi ilişkilerin geliştirilmesi ve alışkanlıkların değiştirilmesi demektir. İşletmede çalışan herkes, kendini bir tür girişimci olarak görmeli, konumuna göre çevresindekilerle sürekli iyi ilişkide olmaya özen göstermelidir. Bu çerçevede her iş gören, faaliyette bulunduğu ortamda kendisinden önce gelenin müşterisi ve kendisinden sonra gelenin de tedarikçisi olarak değerlendirilmektedir. Böylece müşteri ilişkilerine benzer şekilde kalite arayışı da, her aşamada en önemli kriter olarak yerleşmektedir. Bu durum, işletmedeki her kademe ve her faaliyet için geçerlidir.

Toplam kalite anlayışı ve yönetimi çerçevesinde, bir tür zincirleme kalite yaratma ve geliştirme ilişkileri sistemi haline gelen işletmeler, aynı anlayışı çevreleri ile de sağlama yoluna giderler. Böylece ürünün kalitesi, sistemin bütününü oluşturan parçaların ürettikleri kalitenin bir sonucu olarak değerlendirilir : Tasarımda kalite, gerçekleştirmede kalite, kullanılan teknolojide kalite, örgütsel yapıda kalite, ilişkilerde kalite, çalışma yaşamında kalite, iş gücünde kalite gibi.(Düren, op.cit, s.19-20)

2.5. Kalite Kontrol Mühendisliği Teknolojisi

Kalite kontrol mühendisliği teknolojisi aşağıdaki gibi tanımlanabilmektedir.Yeterli sayıda müşteri sağlayacak kalite sistemini oluşturan tutum ve politikaların belirlenip formüle edilip, ürün kalitesinin analiz edilmesine ve planlamaya yönelik teknolojik bilginin gövdesini oluşturmaktadır.

Bu teknolojiyi uygulayan birçok teknik mevcuttur. Buna bir örnek olarak, yeni dizayn analizi ve ürün fonksiyonunu meydana getiren kalite karakteristiklerinin tanıtılması verilmektedir.Bu tekniğin kullanımı, üretim

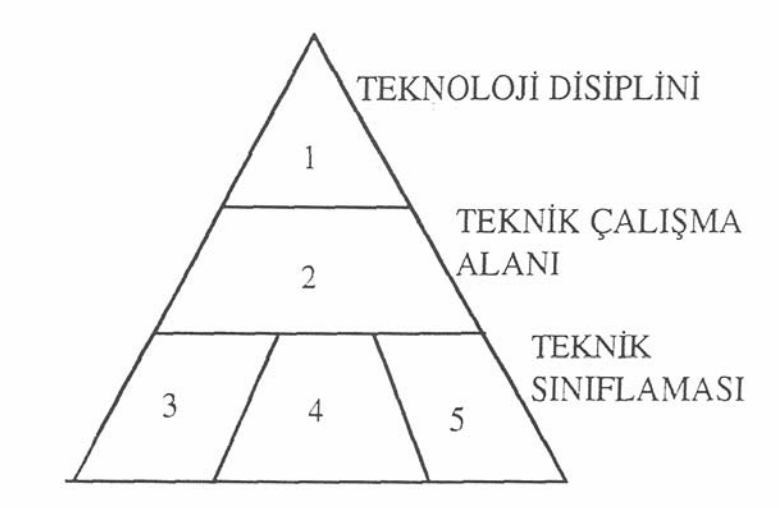
esnasında değişik noktalardaki kalite seviyeleri ile önemli kalite karakteristiklerinin kontrollerini mümkün kılmaktadır. Kalite kontrol mühendisliği teknolojisinde kullanılan teknikler üç ana başlık altında gruplanabilir:

-Politika formülasyonu: Burada, bir şirketin kalite amaçlarının tanıtılmasında kullanılan tekniklerle birlikte bu amaçların gerçekleşmesini belirleyen, kalite analizinde ve planlamada bir temel oluşturan standart prensiplerin gelişimindeki teknikler de içerilmektedir.

-Ürün kalite analizi: Analizde kullanılan teknikler, belirlenmiş pazarda ürünün kalitesinin anlatımı için tüm faktörlerin tanıtılmasını içermektedir. Daha sonra bu teknikler, istenen kalitenin üretimindeki etkileri açısından incelenmektedir.

-Kalite operasyonlarının planlanması: İşlemin ilerlemesinde ve istenen kalitenin elde edilmesindeki gelişme, planlama tekniğini vurgulamaktadır. Kalite sisteminin belgesel öğelerini ihtiva eden prosedürlerin planlamasında bu teknikler kullanılmaktadır.

Kalite kontrol mühendisliğinin üç ana sınıflandırması Şekil 2.2.-'de gösterilmektedir.



Şekil 2.2. Kalite Kontrol Mühendisliği Tekniklerinin Üç Ana sınıflandırması
Kaynak: A.V. Feigenbaum, Total Quality Control, s.236

1-Kalite Mühendisliği

2-Kalite Sistemlerinin Gerçekleştirilmesi

3-Politika Formülasyonu

4-Ürün Kalite Analizi

5-Kalite Operasyonlarının Planlanması

Kalite mühendisliği; firma için, kalite sistemleri bazında olan ve hem hardware teçhizatları hem de planlama ve kontrol faaliyetleri dahil açık işleyen ayrıntıların birçoğunu uygulamaya koymada mevcut kalite teknolojisine yönelik şirket ve benzeri kurumların özel gereksinmelerini ele alan sahadır. Böylelikle, kalite kontrol mühendisliği teknolojisi aşağıdaki gibi bazı soruları ele alan ve bu soruları cevaplandırmak için uğraşan teknik sahaları gündeme getirmektedir.Gelişme, üretim ve servis çevriminde yer alması gereken kontrol uygulamalarının özel ayrıntıları nelerdir? Bu kalite uygulamaları, en iyi şekilde kalite bilgi edinme cihazlarının kullanımı ile mi yoksa işlemler konusunda yönlendirilmiş kişilerin kullanılması vasıtasıyla mı daha işler hale getirilip geliştirilebilir? Ne tür bilgi ve malzeme verileri gereklidir? Bilgisayar girdileri ve veriler nasıl analiz edilir? Karşılaşılan ürün kalitesindeki düzeyler arasındaki farklara bağlı olarak, düzeltme ve yenileme faaliyetlerine özgün çözüm şekilleri açısından ne tür kriterler mevcuttur?

2.6. Kalite Güvenliği Sisteminin Tanıtılması

Bir kalite kontrol sisteminden beklenen; örneğin kontrol sistemlerinin oluşturulması, ham materyal ve ara ürün testi, operatörler tarafından bazı testlerin yapılması ve süreç bilgisinin ilgili insanlara geri bildirimi (feed back) olabilir. Spesifikasyon dışı ürünlerin müşterilere ulaşmasını önlemenin ana mekanizmasının eleme işlemi olmasına karşın, kalite kontrol önlemleri daha büyük bir proses kontrolü elde edilmesini ve uyumsuzlukların daha az meydana gelmesini sağlar.

Kalite güvencesi, bir ürün ya da hizmetin kalite gereklerini karşılayacak bütün planlı ve sistematik eylemleri içerir. Kalite kontrol aşamasından kalite güvencesine geçebilmek için şu ek çalışmaların yapılması zorunludur; daha içerikli

bir kalite el kitabı, kalite maliyetlerinin kullanılması, istatistiksel proses kontrolü kullanımı ve kalite sistemlerinin denetimidir. Bütün bu yukarıdakileri yaparak, sadece arayıp bulma değil, uyumsuzlukların önlenmesine doğru bir kayma beklenmelidir.

Toplam kalite kavramının giderek daha fazla kabul görmesi ve çok sayıda firmanın kalite güvenliği programlarını başlatması ya da bunun için çalışması kalite sağlama teknolojisi ve kalite mühendisliği çalışmalarının çok boyutlu doğasını daha da genişletmiştir.Bu alandaki en dikkat çekici geliştirme,istatistiğinin kalite güvenliği programlarındaki öneminin giderek artması şeklinde olmuştur.

İstatistik teknikleri, istatistiksel proses kontrolünden sonra ürün ve süreç tasarımı aşamalarında da kullanılmaya başlanmıştır. Bu uygulama kalite güvenliğinin bir ön şartı olarak gelmiştir.Çünkü bir ürüne "kullanıma uygun" niteliği kazandırmak için bu işe tasarım aşamasından başlamak gerekmektedir.

Kalite güvenliği sistemi sayesinde,

- Mamulün, tasarımından kullanıcıya ulaşana kadar geçtiği ve ham malzemeden, işlenmiş bir bütün haline kadar geçirdiği tüm aşamalar önceden tarif edilmiş olduğundan ve yapılan her işlem belgelendirildiğinden,
- İşçi; eğitim, geliştirme teklifi, kalite çemberleri gibi teknikler ve mamul konusunda bilinçlendirildiğinden, mamulün maliyeti artmadan hedeflenen kalite seviyesine ulaşılmış olacaktır. Yapılmış hataları aramak yerine, bunların nedenleri üzerine gidilerek hata kaynakları ortadan kaldırılırsa,
- Kalitede süreklilik,
- Daha iyi rekabet olanağı (fiyat, kalite, termin),
- Müşterinin güven duygusu,

— Mamül üretim aşamalarının gittikçe hatadan arındırılarak zaman içerisinde kalite muayene olayının küçülmesi,

— Hata, tamir, servis ve kalite maliyetlerinde dolayısıyla genel maliyette düşüş,

— Yüksek verim,

— Çalışanlarda yüksek motivasyon

gibi avantajlar sağlanmaktadır. Ayrıca yükselen kaliteye paralel olarak ulusal ve uluslar arası pazarlarda kazanılacak yeni müşteriler ise çoğu zaman gözardı edilmektedir.

Ülkemizde kalite güvenliği standartı olarak Türk Standartları Enstitüsü'nce yayınlanan ISO 9000 serisi standartlar aşağıdaki bölümlerden oluşmaktadır.

- ISO 9001- Kalite Sistemleri- Tasarım/Geliştirme, Üretim, Tesis ve Hizmette Kalite Güvencesi Modeli.
- ISO 9002- Kalite Sistemleri- Üretim ve Tesiste Kalite Güvencesi Modeli.
- ISO 9003- Kalite Sistemleri- Son Muayene ve Deneyler İçin Kalite Güvencesi.
- ISO 9004-Kalite Yönetimi ve Kalite Sistemi Elemanları Kılavuzu.
- ISO 9005- Kalite Sözlüğü.

Kalite güvenliği standartları, belli mamuller için gerekli şartların verildiği mamul kalite standartları ile karıştırılmamalıdır. Kalite güvenliği standartları mamulden veya uygulama alanından bağımsızdır ve bir kalite sisteminin seçilen seviyedeki minimum gereklerini tariflemekte, fakat bunların uygulanma yöntemini uygulayıcıya bırakmaktadırlar; yani söz konusu standartlar neyin uygulanması gerektiğini belirlemekte nasıl uygulanması gerektiğini ise esaslar çerçevesinde serbest bırakmaktadırlar.(Selim Güven, "Kalite Güvenliği Sistemlerinin Belgelendirilmesi" , Kalite, Sayı 8, (Nisan, Mayıs, Haziran 1990), s.13-14)

2.7. Toplam Kalite Yönetiminin Tanıtılması

Toplam kalite yönetimi, kalitenin yükseltilmesi, masrafların azaltılması, üretkenliğin arttırılması ve toplam müşteri tatmininin yükseltilmesi için, ürünlerin, metodların ve hizmetlerin devamlı gelişimini içeren rekabetçi bir strateji olarak geliştirilmiştir. Toplam kalite yönetimi, müşteri ihtiyaç ve isteklerini tatmin etmek için, üretim ve hizmet metodlarını kontrol edecek; kantitatif metodların, yönetim tekniklerinin, istatistiklerin, sistem mühendisliği metodlarının kullanımını içerir. Bu, artan üretkenlik, düşük masraflar,daha güçlü rekabet konumu, artan pazar payı ve kârlılıkla sonuçlanan, sürekli kalite gelişimine dayanmaktadır.

Teknoloji ve kalite yönetimi, imalat çabalarının başarısı ve başarısızlığında önemli bir rol oynayacaktır. Her bir imalat operasyonunu başarılı bir şekilde yönetmek için,yöneticiler toplam kalite yönetimine sistematik bir şekilde yaklaşmalıdır.

İmalat çevresi bünyesindeki özel operasyonlar, organizasyonun tüm kalite hedeflerine varmak için entegre edilmek zorunda olan geniş bir sistemin unsurları olarak görülmelidir. Toplam kalite yönetimi, aşağıda sıralananların gerekli olduğunu ortaya koymalıdır.

- Entegrasyon
- ileri teknoloji
- şirket kültürünün yenilenmesi
- üretim alt yapısının modernizasyonu
- insan becerilerinin kullanımı

sistem yaklaşımını önemli kılan, yönetim kalitesinin insan unsurudur.Endüstriyel kalite kontrolü, hammadde ve mamule kabul edilebilir bir kalite seviyesinde sahip olmak ve kaliteyi korumakla ilgilidir. Toplam kalite yönetimi aşağıda sıralanan maddelerin entegrasyonunu içerir :

- ürün kalitesi
- operatörün verimliliği
- tesis bakımı
- müşteri tatmini
- malzeme kullanımı
- hammaddelerin kalitesi
- müşteriye verilen hizmetin kalitesi

Zamanla oluşan şartlar dahilinde, sürekli olarak yüksek kalitede mal ve hizmet sunan organizasyonlar, kalite yönetimi ile ilgili gösterdikleri çabalardan ötürü başarıya ulaşırlar. Kalite sadece kaliteli hammaddeye sahip olmak anlamına gelmez. Aynı zamanda hammaddeyi kullanan kişi ve makinanın kalitesi de aynı derecede önemlidir.

Toplam kalite yönetimi, tasarım, planlama, üretim, dağıtım hizmetlerini kapsamına alan ürün çevrimi içerisindeki tüm fonksiyonların sistem entegrasyonunu bünyesinde toplamalıdır. Bu fonksiyonların her biri kalite hedefleri ile entegre edilmiştir. Sadece bu yüzdendir ki, organizasyon çalışmalarının her bir evresindeki ürün kalitesi bir sonraki evrelerde de korunacaktır. Tasarım evresinde, özellikle çevre çalışma şartları ve mevcut imalat prosesinin olanakları göz önünde tutulmalıdır. Organizasyonun imalat kısımları ile tasarım bölümü arasındaki iletişim eksikliği pek çok kalite probleminin temelini oluşturmaktadır.

Sistem yaklaşımı ile oluşturulan global bir görüş, ürün kalitesini etkileyen tüm faktörlerin düşünülmesi gerektiği şeklindedir. Bu faktörler; satın alma, bütçeleme ve müşteri hizmetleri gibi iş faaliyetlerini de kapsamına alabilir. İmalatla ilgisi olmayan bu fonksiyonlar, çoğu zaman geleneksel kalite kontrol çalışmaları içinde pek dikkate alınmaz fakat bunlar diğer fonksiyonlar kadar ürün kalitesini etkileyebilir.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL

3.1.İstatistik İle İlgili Bilgiler

İstatistik, rasgele olaylar ve süreçler hakkında modeller kurmada, bu modellerin geçerliliğini sınamada ve bu modellerden sonuç çıkarımında; herhangi bir konu hakkında verilerin toplanması, elde edilen verilerin değerlendirilmesi ve değerlendirme sonucunda karara bağlanması işlemlerinin tümünde kullanılan matematiksel işlevlerin tümüne denir. Geleceğe yön vermede kullanılan bir veri bilimidir. İstatistiksel verilerin büyük kısmı normal dağılım özellikleri göstermek üzere genel olarak bir dağılımları vardır. Çeşitli şekillerde elde edilen verilerin istatistiksel olarak yorumunun yapılması ve prosesin gidişatının kontrolünde kullanılması ve yetersiz proses durumlarında alınacak düzeltici ve önleyici faaliyetlerin belirlenmesi gerekmektedir.

3.2. İstatistiğin Kalite Kontrolü İle İlgisi

İstatistiğin kalite kontrolünde geniş uygulama olanakları bulması, minimum malzeme ve işçilikle en yüksek kalite düzeyinde ve büyük miktarlarda üretimi zorunlu kılan II. Dünya Savaşı'nda gerçekleşmiştir. Savaşın ortaya çıkardığı çeşitli ihtiyaçlar kalite kontrolünde kontrol diyagramlarının ve örnekleme ile yapılan kabul testlerinin geniş çapta kullanılmasını gerektirmiştir. Savaştan sonra gelişen endüstri aynı trendin günümüze kadar sürmesini sağlamıştır.

İstatistiğin daha ayrıntılı bir tanımı şöyle yapılabilir: İstatistik, kesinlikle belirlenemeyen çeşitli faktörlerden etkilenen olaylardaki tesadüfi değişmeleri incelemek amacı ile bilgi toplayan ve bunları analiz ederek yorumlayan bir bilim dalıdır.

Bu tanımda yer alan bilgi toplama, analiz ve yorumlama istatistiğin temel faaliyetlerini oluşturur.

Sayısal bilgilerin toplanış biçimi ve yöntemi çok önemlidir. Zira daha sonraki aşamaların verimliliği, duyarlığı ve güvenilirliği elde edilen bilgilerin kontrollü ve gerçeklere uyacak şekilde toplanmasına bağlıdır. Kirli, bozuk veya duyarlığı azalmış

bir göstergeden okunan yanlış değerler sadece yapılan çalışmanın faydasını sıfıra indirmekle kalmaz, hatalı sonuçlara göre yürütülecek diğer faaliyetleri de aksatarak zarara neden olurlar.W.A. Shewhart'ın "Economic Control of Quality of Manufactured Product" adlı klasik kitabında da belirttiği gibi, kararlı şans etkileri doğada vardır. Değişkenlik yaratan özel (belirlenebilir) nedenler ise saptanabilir ve giderilebilir.Üretim sonrası elde edilen ürünün kalitesi de söz konusu kararlı şans etkileri nedeniyle belirli bir miktarda değişimin etkisi altındadır. Üretimin gerçekleştirildiği proses, sadece şans etkileri nedeniyle değişkenlik gösterdiğinde "istatistiksel kontrol altında" olarak tanımlanır. Özel nedenlerin varlığı altında çalışan bir proses ise "kontrol dışı" dır.

İstatistiksel proses kontrolünün amaçları bu çerçevede aşağıdaki gibi özetlenebilir :

- Prosesin olağan biçimde devam edip etmediğinin istatistiksel yöntemlerle kontrolü, olağandışı bir durum varsa bunun saptanması ve nedenlerinin belirlenerek ortadan kaldırılması; böylece verimliliğin arttırılması,
- Proses karakteristiklerindeki değişkenliğin sistematik olarak azaltılması ve sonuçta proses performansının geliştirilmesi.

Sözü edilen amaçlara göre, ürünlerin spesifikasyon sınırları içerisinde olmasının yeğlenmesi yeterli değildir. Önemli olan prosesin çıktılarının zaman içinde daha az değişkenlik gösterecek şekilde geliştirilmesidir.

3.3.İstatistiksel Hata Sıfırlama Yöntemleri

İstatistiksel hata sıfırlama yöntemlerini özet olarak sırasıyla incelersek:

- Problemin gözlenmesi
- Tanımlama amacıyla veri toplama, örnekleme, istatistik, ölçüm ve gereksiz tekrar gözlem
- Nedenlerin tahmini amacıyla hipotezlerin kurulması
- Alternatif çözümler üretmek amacıyla beyin fırtınası çalışmalarını yapılması

- Çözümlerin sağlanması amacıyla yeni deneyler ve gerekirse yeni çözümler üretilmesi

3.4.Veri Toplama

Kalite sorunu ile ilgili olarak istatistik teknikleri kullanmadan önce verilerin doğru olarak toplanması gerekmektedir. Gerçek verilere dayanmayan fikirler ve kişisel görüşler kalitenin geliştirilmesinde bir başlangıç noktası olarak kullanılamazlar.

Başlıca veri çeşitleri şunlardır:

a) Ölçerek: Uzunluk, sıcaklık ve ışık verimi gibi
b) Sayarak: Üretilen ampül adedi, bozuk olarak reddedilen parti adedi
c) Sıralayarak: Flenc makinesi birinci, ikinci v.s. pozisyonları
d) Okuyarak: Skor, notlar ve raporlar v.s.

Verileri toplarken aşağıdaki özellikler dikkate alınmalıdır.

- Veriler incelenen durumu gerçekçi bir tarzda yansıtmalı, veriler tarafsız olmalı ve yorum katılmamalıdır.
- Verilerin yeterli olup olmadığı incelenmelidir.
- Veriler gerçekleri açığa çıkaracak şekilde toplanmalı ve özetlenmelidir.

İstatistik yöntemlerin uygulanabilmesi için sayısal verilere ihtiyaç vardır.

3.5.İstatistiğin Temel Kavramları

İstatistik Proses Kontrolde kullanılan kavramlar ve istatistik hesaplamalar basite indirgenmiş olarak aşağıda verilmiştir.

Kitle: Ölçülmüş veya ölçülebilen elemanlardan meydana gelen ve sonlu sayıda eleman barındıran bir cümledir.

Örneklem: Belli ve sınırlı sayıda elemanlardan meydana gelen kitlenin karakteri hakkında bilgi sağlamak amacıyla kitleden çekilen alt cümleye denir.

Prosesdeki değişkenliği açıkça görebilmek ve prosesin geçerliliği konusunda bir yargıya varabilmek için kitleden çekilen örneklerden elde edilen verilerin büyüklüklerine göre sınıflanması gerekmektedir. Sınıfları oluştururken önemli nokta,

sınıf aralığının ne olacağı veya sınıf sayısı kaç tane olursa en uygun düzenlemenin yapılmış olacağının belirlenmesidir. Pratik olarak sınıf sayısı şöyle bulunabilir:

$$\text{Sınıf sayısı} = \sqrt{\text{Örnek hacmi}(n)}$$

Ayrıca sınıf sayısının belirlenmesinde aşağıdaki formül kullanılabilir.

$$S = 1 + 3.3\log(n)$$

Sınıflı seri oluşturulurken yapılması gereken işlemler şunlardır:

Adım 1: İstatistik veriler içerisindeki en büyük ve en küçük değerler bulunur ve farkı alınır. Buna değişim arlığı veya Range denir ve R harfi ile gösterilir.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

Adım 2: Sınıf aralığını bulmak için range, sınıf sayısına bölünür.

Bu amaçla kullanılan formül şudur:

$$\text{Sınıf aralığı (c)} = \frac{\text{Range}(R)}{\text{Sınıf sayısı}(S)}$$

Adım 3: Sınıf sayısını bulmak için range, sınıf aralığına bölünür.

$$\text{Sınıf sayısı (S)} = \frac{\text{Range}(R)}{\text{Sınıf aralığı}(C)}$$

Adım 4: Verilerin en küçüğü birinci sınıfın alt sınırı olarak seçilir.

Adım 5: Sınıf aralığı buna eklenerek, ikinci sınıfın alt sınırı ve aynı işlem tekrarlanarak , diğer sınıfların alt sınırları elde edilir.

Adım 6: Birinci sınıfın üst sınırı, ikinci sınıfın alt sınırından bir ölçü ünitesi eksik tayin edilir. Sınıf aralığı buna eklenerek ikinci sınıfın üst sınırı bulunur. Böylece hiçbir istatistik veri dışarıda kalmamış olur ve aynı zamanda herhangi bir değerin hangi sınıfa gireceği konusundaki belirsizlik giderilmiş olur.

Adım 7: Sınıflar oluşturularak, her sınıfa düşen frekans sayısı bulunur ve frekans dağılım tablosu düzenlenmiş olur.

Ortalama: Burada en çok kullanılan aritmetik ortalamadır. Bir istatistik serisinin aritmetik ortalaması, seride yer alan her elemanın hesaba katılmasıyla elde edilmektedir. Burada aritmetik ortalama hesaplama yöntemi olarak tanım formülü kullanılacaktır. Basit seride aritmetik ortalama:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + ... + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Frekanslı ve sınıflı serilerde aritmetik ortalama:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i}$$

MOD (Tepe değer): Bir istatistik serisinin en büyük frekansına sahip olan değeri olarak tanımlanır. En fazla tekrarlanan değerdir. Sınıflı serilerde mod değeri aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır.

$$MOD = L_1 + c\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

Burada;

L_1 : Mod sınıfı alt sınır

c: Sınıf aralığı

Δ_1 : Mod sınıfı frekansıyla bir önceki frekans arasındaki fark

Δ_2 : Mod sınıfı frekansıyla bir sonraki frekans arasındaki fark

MEDYAN (Ortanca): Seriyi iki eşit kısma bölen değere medyan denir. Bir serideki bütün değerleri küçükten büyüğe doğru sıralayarak bir dizi oluşturursak, tam ortada yer alan ve seriyi iki eşit parçaya ayıran değer medyan olarak tanımlanmaktadır. Özellikle çok büyük veya çok küçük değerlerinde bulunduğu serilerde ortalamadan daha iyi seriyi temsil edebilmektedir.

Sınıflı serilerde medyan formülü:

$$Medyan = L_1 + c\frac{\sum f_i / 2 - bf_{-1}}{f_m}$$

Burada;

L_1 : Medyan sınıfı alt sınırı

c: Sınıf aralığı

bf_{-1} : Bir önceki birikimli frekans

f_m : Medyan sınıfı frekansı

Medyan sınıfı; $\sum f_i / 2$ değerini içinde barındıran en küçük birikimli frekans bulunarak belirlenir.

Varyans: İstatistik serisinde, serideki her bir terimin, serinin aritmetik ortalamasından olan farklarının karelerinin toplamının, terim sayısına bölünmesiyle elde edilen değerdir. Böylece ortalamadan her iki tarafa sapan değerlere aynı önem verilmiş olur.

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n}$$

Standart Sapma: Varyansın karekökü olarak adlandırılır ve bulunur.

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n}}$$

3.6.Kalite Kontrolde Kullanılan İstatistiksel Teknikler

3.6.1 Temel İstatistik Teknikler

Bunlar kalite problemlerinin çözümünde yaygın kullanım alanına sahip olan ve özellikle proses kontrolü amacıyla kullanılan yedi yöntemdir.

1. Çetele tablosu
2. Histogram
3. Pareto analizi
4. Sebep-etki diyagramı
5. Gruplandırma
6. Dağılma diyagramı
7. Kontrol grafikleri

3.6.2. Orta Derecede İstatistik Yöntemler

1.Örnekleme araştırmaları teorisi

2. İstatistiksel örnekleme muayenesi

3.İstatistiksel tahmin ve testler

4.Duyarlılık testi kullanım yöntemleri

5.Tasarlanmış deney yöntemleri

Bu yöntemler genel olarak mühendisler ve kalite kontrol geliştirme bölümü görevlilerince uygulanmaktadır. Bunların içinde en çok kullanılan örnekleme ile ilgili istatistik yöntemlerdir.

3.6.3. İleri Derecede İstatistik Yöntemler

1.Tasarlanmış deneyin gelişmiş yöntemleri

2.Çok değişkenli analiz teknikleri

3.Çeşitli yöneylem araştırması yöntemleri

İleri derecede istatistiksel yöntemlerin kullanımı için hazırlanmış bilgisayar paket programları vardır. Ancak bilgisayar yardımıyla işletmenin kalite sorunlarına ileri düzeyde çözümler üretilebilmektedir. Mühendis ve teknisyenler tarafından karmaşık proses ve kalite analizlerinde kullanılır.

4. ÖRNEKLEME DAĞILIMLARI VE TAHMİN ETME

4.1. Giriş

Örneklem seçiminde de belirtildiği gibi istatistiğin en önemli gelişmelerinden biri örneklemden bulunan sonuçları kitleye genelleştirmektir. Bu bölümde bu genelleştirmenin nasıl yapıldığını göreceğiz.

Örneklem istatistiği kullanarak bilinmeyen kitle parametrelerinin nasıl tahmin edileceği incelenecektir.

Örneklem ortalaması, medyan, değişim genişliği, standart sapma birer istatistiktir.

Tanım 1: Bir istatistiğin olasılık dağılımına **örneklem dağılımı** denir.

4.2. Örneklem Ortalaması ve Varyansın Bazı Özellikleri

Aritmetik ortalamaya örneklem ortalaması denir. N gözlemden oluşan bir örneklemin ortalaması $\bar{x}$ olmak üzere s^2 ile gösterilen örneklem varyansı bilinmektedir. Bu iki istatistik, matematiksel özelliklerinden dolayı başka çalışmalar için özellikle önem taşırlar. $X_1, X_2,... X_N$ rasgele değişkenler ise, örneklem ortalaması ve varyansı da rasgele değişkendir.

Teorem 1 : $X_1, X_2,... X_N$ lerin her birinin beklenen değeri μ ise $E(\overline{X}) = \mu$ dür.

İspat : a ve b sabitler ve X rasgele değişken ise, E(ax + b) = a.E(ax+b) olur.

$E(\overline{X}) = \frac{1}{N}\{X_1 + X_2,.....,X_N\}$ yazarız. $a = \frac{1}{N}$, b = 0 iken kullanırsak

$E(\overline{X}) = \frac{1}{N}\{X_1 + X_2,.....,X_N\}$ yazarız.

$E(\overline{X}) = \frac{1}{N}\{(X_1) + E(X_2) + ... + E(X_N)\}$ yazılır.

Fakat, i=1,2,3,....,N için $E(X_i)=\mu$ olduğundan

$E(\overline{X}) = \frac{1}{N}\{\mu + \mu + \mu + ... + \mu\} = \frac{1}{N}.(N.\mu) = \mu$ bulunur.

Örnek 1: Kitle 2,4,6,8 olarak verilsin. Yerine koymaksızın bu kitleden 2 birimlik örneklem seçelim. Örneklem ortalamasının beklenen değerini bulunuz.

Çözüm :

Örneklem	**Örneklem Ortalaması**
2,4	3
2,6	4
2,8	5
2,10	65
4,6	5
4,8	6
4,10	7
6,8	7
6,10	8
8,10	9

$\binom{5}{2} = 10$ farklı örneklem vardır. Bu örneklemleri tablo olarak yandaki gibi yazabiliriz. Her bir sonuç $\frac{1}{10}$ olasılığı ile elde edebileceğimizden rasgele örneklem seçmiş oluyoruz. Örneğin $\overline{X}$ = 5 olabilmesi için örneklem (2,8) yada (4,6) olmalıdır. Bu nedenle $P(X = 5) = \frac{2}{10}$ dur. $\overline{X}$ nin örnekleme dağılımı :

X	3	4	5	6	7	8	9
$P(\overline{X} = x)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

Olarak yazılır. Böylece, beklenen değerin tanımı kullanılırsa,

$E(\overline{X}) = 3.(0,1)+4.(0,1)+5.(0,2)\ +6.(0,2)\ +\ 7.(0,2)\ +\ 8.(0,1)\ +\ 9.(0,1)\ =\ 6$

bulunur.

$\mu = \frac{1}{5}.(2+4+6+8+10) = 6$ olduğundan $E(\overline{X})$ çakışmaktadır.

Teorem 2 : $X_1, X_2,... X_N$ bağımsız rasgele değişkenleri için $E(X_i) = \mu$ $Var(X_i) = \sigma^2{}_x$ (i = 1,2,.....,N) ise,

$Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2{}_x}{N}$ dir.

İspat : $Var(\overline{X}) = E(\overline{X} - \mu)^2$ dir. O halde

$$\mathrm{Var}(\overline{X}) = \mathrm{E}\left(\frac{X_1 + X_2 + ... + X_N}{N} - \mu\right)^2 = \frac{1}{N^2}\mathrm{E}\left[(X_1 - \mu) + (X_2 - \mu) + ... + (X_N - \mu)\right]^2,$$

$$= \frac{1}{N^2}\mathrm{E}\left[(X_1 - \mu)^2 + (X_2 - \mu)^2 - ..... + (X_N - \mu)^2 + \text{ikili karsilikli carpimlar}\right], \text{ yazılır.}$$

Burada her $(X_i - \mu).(X_j - \mu)$ ikili çarpımının beklenen değeri $(i \neq j)$ için, X_i ve X_j ler bağımsız olduğundan sıfır olacaktır.

Yani $E[(X_i-\mu).(X_j-\mu)] = E((X_i-\mu).(X_j-\mu))=(\mu-\mu).(\mu-\mu)=0$

bulunur.Böylece,

$$Var(\overline{X}) = \frac{1}{N^2}\left(\sigma^2{}_x + \sigma^2{}_x + \sigma^2{}_x + ... + \sigma^2{}_x\right) = \frac{\sigma^2{}_x}{N} = \sigma^2{}_x$$

elde edilir.

Örnek 2 : Sonuçların X_1 ve X_2 olduğu iki zarın atılması deneyi için $\mathrm{Var}(X) = \frac{35}{24}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm : $\sigma^2{}_{x_1} = \sigma^2{}_{x_2} = \sigma^2{}_x = \frac{35}{12}$ dir. O halde Teorem 2'den;

$\mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2{}_x}{N} = \frac{35/12}{2} = \frac{35}{24}$ bulunur.

Örnek 3: İki simetrik para üç kez atılıyor. Turaların ortalaması $\overline{X}$ ise

$E(\overline{X}) = \frac{3}{2}$ ve $Var(\overline{X}) = \frac{3}{8}$ dir.

Çözüm : Paraların her birinin ayrı ayrı üç kez atılmasındaki turaların sayısı sırasıyla X_1, X_2 olsun. O halde; $E(X_1) = E(X_2) = \mu = 3/2$ ve, $\mathrm{Var}(X_1) = \mathrm{Var}(X_2) = ¾$ olur.

Böylece Teorem 1 ve Teorem 2'yi kullanarak; $E(\overline{X}) = \frac{3}{2}$ ve $Var(\overline{X}) = \frac{3}{8}$ bulunur.

Not : Kitle sonsuz öğeli olduğundan bu kitleden seçilen rasgele örneklemdeki $X_1, X_2, ..., X_N$ ler bağımsız iseler örneklem ortalamasının varyansı

$\mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{N}$ formülü verilmiştir. Kitle sonlu ise N_P kitle büyüklüğü olmak üzere

$\mu = E(\overline{X})$ ve $\mathrm{Var}(\overline{X})$ ile ilgili aşağıdaki teoremi vereceğiz.

Teorem 3 : N_p herhangi sonlu sayıda öğeden oluşan bir kitlenin büyüklüğünü, N bu kitleden yerine koymaksızın seçilen bir örneklemin büyüklüğünü gösterirse, N birimlik tüm olanaklı örneklemler için ortalamalarının ortalaması $\mu_{\bar{x}}$

Ortalamaların varyansı $\sigma^2_{\bar{x}}$, sonlu sayıda öğeden oluşan bir kitlenin büyüklüğünü ve N bu kitleden tekrar yerine koyma yolu ile seçilen bir örneklemin büyüklüğünü gösterirse, N büyüklüğünde tüm olanaklı örneklemler için ortalamaların ortalaması $\mu_{\bar{x}}$, kitle ortalaması μ ye eşittir.

Ortalamaların varyansı $\sigma^2_{\bar{x}}$, kitle varyansı σ^2 nin $\frac{1}{N}$ çarpımına eşittir. Yani; $\mu_{\bar{x}} = \mu$ ve $\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{1}{N}.\sigma^2$ dir.

Örnek 4 : $N_p = 7$ olan 7, 10, 9, 11, 13, 12, 15 kitlesinden N = 2 olan rasgele örneklemleri yerine koymaksızın seçtiğimizde $E(\overline{X}) = \mu$ ve $\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{N}.\frac{N_p - N}{N_p - 1}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm : Örneklemler ve karşılık gelen örneklem ortalamalarını aşağıdaki tabloda verebiliriz.

Örneklem sayısı $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2!.5!} = 21$ olacaktır.

Kitle : 7, 10, 9, 11, 13, 12, 15 sayılarından oluşmaktadır.

$\overline{X}$ için örnekleme dağılımı :

$\overline{X} = x$	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14
$P(\overline{X} = x)$	1/21	1/21	1/21	2/21	2/21	2/21	3/21	2/21	2/21	2/21	1/21	1/21	1/21

Dir. $\overline{X}$ nin beklenen değeri : $E(\overline{X})=8.\frac{1}{21}+(8,5).\frac{1}{21}+....+14.\frac{1}{21}=\frac{231}{21}=11$

Bulunur. Kitleden $\mu = 77/7 = 11$ ve $\sigma^2 = 42/7 = 6$ elde ediliğr. Tablodan .

$\sigma^2{}_x=\frac{52,50}{21}=\frac{1}{21}\sum_{i=1}^{21}\left(\overline{X}_i-E(\overline{X})^2\right)$ bulunur. Böylece

$\sigma^2{}_x=2.50=\frac{\sigma^2}{N}.\frac{N_p-N}{N_p-1}=\frac{6.(7-2)}{(7-1).2}=\frac{6}{2}.\frac{5}{6}=2,5$ ve $E(\overline{X})=\mu=11$

elde edilir.

Tanım 2 : Örneklem ortalamalarının standart sapması $\sigma_{\bar{x}}$ ye ortalamanın standart hatası denir.

Teorem 5:

X_1, X_2,..... X_N'ler bilinmeyen μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılıma sahipse, $\overline{X}$ de μ ortalamalı ve $\frac{\sigma^2}{N}$ varyanslı, normal dağılıma sahiptir.

Ayrıca, $X\sim N(\mu, \sigma^2)$ normal dağılıma sahipse ; $Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$ değişkeni bir standart normal dağılıma sahiptir. Örneklem varyansını incelemeye geçmeden önce ispat etmeksizin son derece önemli bir teoremi vereceğiz.

Teorem 6 : (Merkezi Limit Teoremi) X_1, X_2,.....X_N ler μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı aynı olasılık dağılımına sahip bağımsız rasgele değişkenler olsun. $\overline{X}$ rasgele değişkeni X_1, X_2,.....X_N lerin aritmetik ortalaması olmak üzere

$Z=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}}$ ile tanımlanan Z rasgele değişkeni N nin büyük değerleri için

(N > 30) yaklaşık olarak standart normal dağılıma sahiptir.

Teorem 7 : μ_1 ve μ_2 ortalamalı, $\sigma^2{}_1$ ve $\sigma^2{}_2$ varyanslı iki ayrı dağılımdan sırasıyla X_1 ve X_2 ortalamalı N ve M birimlik iki örneklem seçilirse

a) $E(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) = \mu_1 - \mu_2$

b) $Var(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) = \frac{\sigma^2_1}{N} + \frac{\sigma^2_2}{M}$ dir.

İspat : Sonuç (a) yı derhal yazabiliriz. Böylece

$E(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) = E(\overline{X}_1) - E(\overline{X}_2) = \mu_1 - \mu_2$ dir. (b) yi ispat etmek için

Var (x+y) = Var(x) + Var(y) kullanarak $Var(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) = Var(\overline{X}_1) + Var(\overline{X}_2)$ yazarız. O halde Teorem 2'nin kullanılmasıyla

$Var(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) = \frac{\sigma^2_1}{N} + \frac{\sigma^2_2}{M}$ elde edilir.

Teorem 7'nin genişletilmesi olarak, $\overline{X}_1$ ve $\overline{X}_2$ normal dağılıma sahipseler, $X_1 - \overline{X}_2$ nin de normal dağılıma sahip olduğu gösterilebilir. Şimdi aşağıdaki gibi tanımlanan örneklem varyansı ile ilgili teorem vereceğiz.

$$S^2_x = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2$$

Teorem 8 : $X_1, X_2, ..., X_N$ ler i = 1,2,....,N için $E(X_i) = \mu$ $Var(X_i) = \sigma^2$ olan bağımsız rasgele değişkenlerse $E(S^2_x) = \sigma^2$ dir.

İspat : $E(S^2_x) = E\left(\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2\right) = \frac{1}{N-1}E\left(\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2\right)$ yazılır.

$X_i - \overline{X}$ yi $((X_i - \mu) + (\mu - \overline{X}))$ şekline yazar ve son eşitlikte yerine koyarsak,

$$E(S^2_x) = \frac{1}{N-1}E\left(\sum_{i=1}^{N}[(X_i - \mu) + (\mu - \overline{X})]^2\right)$$
$$= \frac{1}{N-1}E\left(\sum_{i=1}^{N}\left[(X_i - \mu)^2 + 2.(X_i - \mu)(\mu - \overline{X}) + (\mu - \overline{X})^2\right]\right)$$
$$= \frac{1}{N-1}E\left(\sum_{i=1}^{N}\left[(X_i - \mu)^2 + N(\overline{X} - \mu)^2 + 2N.(\mu - \overline{X})^2\right]\right)$$
$$= \frac{1}{N-1}E\left(\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2 + N.E(\overline{X} - \mu)^2\right)$$

bulunur. O halde $E(X_i - \mu)^2 = \sigma^2$ ve Teorem 2 den $E(\overline{X} - \mu)^2 = \frac{\sigma^2}{N}$ eşitliklerinin kullanılmasıyla,

$$E(S^2{}_x) = \frac{1}{N-1}.\left(N.\sigma^2 - N.\frac{\sigma^2}{N} \right) = \sigma^2 \text{ bulunur.}$$

Örnekleme ve tahminleme, birbirinin ayrılmaz bir parçasıdır. Mesela; örneklemlerden elde edilen verilere dayanarak, ana kütleye ilişkin özellikleri kıyaslama yoluyla bulma, bir örnekleme problemi olduğu kadar bir tahminleme işlemidir.

Tahmin : Akla, sezgiye veya bazı verilere dayanarak gelecek bir şeyi, olayı kestirmedir.

Tahminleme : Belli bir ana kitleden alınan örneklem yardımıyla bu ana kitlenin uyduğu bölünme şeklinin bir veya birkaç parametresinin değeri araştırmaktadır. Burada kullanılan parametre bir ana kitlenin benzer yapıdaki diğer kitlelerden ayırdedilebilmesini sağlayan "aritmetik ortalama", "varyans", "oran" vb... bir ölçünün genel ifadesidir.

Tahmin yoluna, özellikle ana kitlenin çok büyük olduğu ve parametrelerin doğrudan hesaplanmasının mümkün olmadığı hallerde başvurulmaktadır.

4.3. Nokta Tahmini

Bilinmeyen bir kitle parametresini tahmin etmek için kullanılan örneklem istatistiğine **tahmin edici** denir. Bir tahmin edicinin bir tek değerine ise **nokta tahmin** denir.

Örneklem ortalaması, kitle ortalaması için tek tahmin edici değildir. Örneğin, orta değeri bu amaçla kullanılırız. Tahmin edicilerin istenilebilirliği ile ilgili olarak onlar arasında seçim yapmakta bize yardımcı olacak bazı ölçütlere gereksinme vardır. İlk olarak bizim tahmin edicimizin parametreye yakın olmasını istiyoruz. Tahmin edicinin değeri örneklemden örnekleme değiştiğinden her zaman bunu tahmin etmek güç olacaktır.

Tanım : E(T) = θ ise T istatistiğine bir θ parametresinin yansız tahmin edicisi denir.

Örnek : $\overline{X}$ istatistiği, yani örneklem ortalaması, kitle ortalaması μ için bir yansız tahmin edicidir.

4.4. Nokta ve Aralık Tahminleri

Örneklemden yararlanarak elde edilmiş olan "örneklem ortalaması" örneklem oranı vb. istatistiklerin "ana kitle ortalaması","ana kitle oranı" vb. parametrelerin tahmini olarak kullanılmasıdır. Bu tahminler kuşkusuz "yaklaşık" tahminlerdir. Örneğin x/n veya p olarak belirtebileceğimiz bir örnekteki belirli bir partiyi destekleyen seçmen sayısının örnek mevcuduna oranı, ana kitle oranının (II) bir tahmini olarak kullanılıyorsa, tek değer tahmini söz konusudur. Benzer şekilde, örnek aritmetik ortalaması $\bar{x}$, ana kitle ortalaması olan μ'nün tek değer tahminidir.

Aralık tahminlemesi : Bilinmeyen ana kitle parametresi önceden belirlenen bir olasılık düzeyine ve örneklem sonuçlarına göre hesaplanacak bir aralıkta bulunması olabilir. Bir parametrenin değerinin bu şekilde tahmin edilmesine "aralık tahminlemesi" denir.

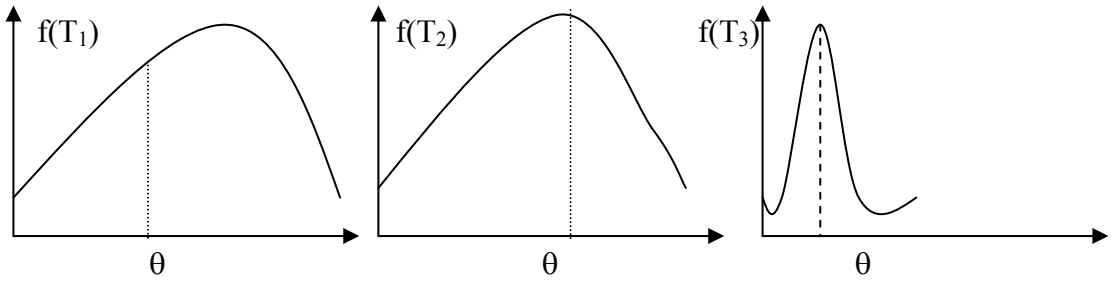
Aralık tahminlemesi tahminin isabet derecesini göstermesi bakımından, nokta tahminlemesine göre daha fazla tercih edilir.

Tahminleme sonuçları tekrar tekrar gözden geçirilmeli ve tahminlern ana kitle parametresi etrafında nasıl dağıldıkları incelenmelidir.

Aralık tahminlemesi söz konusu ise, ana kitlede tekrar tekrar örneklemler elde edilerek her defasında aralık tahmini yapılır ve böylece çok sayıda aralık hesaplanmış olur. İyi bir aralık tahmini ana kitle parametresini en çok kapsayan aralık tahminidir. Aralıklar ise isabet derecesi yüksek olmaktadır. Bu şekilde olan aralık tahminleri güven aralığı olarak da kullanılmaktadır.

Şekil 4.4.1 de T_1, T_2, T_3 gibi üç tahmin edicinin dağılımının grafiği görülmektedir. Dikey eksen üzerinde tahmin edicinin olasılık yoğunluğu işaretlenir.

Yatay eksen üzerinde T_1, T_2, ve T_3 değerleri yer alır. θ tahmin edilecek olan parametredir. T_1 yanlı olduğundan T_1'e göre T_2 tercih edilir. T_3 ise T_2'den daha küçük varyansa sahip olduğundan T_2'ye göre T_3 tercih edilir.



Şekil 4.4.1

4.5. Tahminlerin Özellikleri

Tahminlerin iyi birer tahmin olabilmeleri için bazı özelliklere sahip olmaları gerekmektedir. Sırasıyla incelenecek olan kriterler şunlardır :

4.5.1. Sapmazlık

Eğer bir istatistiğin beklenen değeri tahmin edilmek istenen ana kitle parametresine eşit yani E(t) = θ ise, söz konusu istatistik ana kitle parametresinin "sapmasız" (sistematik hata içermeyen) bir tahminidir. Bu tarafsızlık olarak da bilinir.

$E(T) \neq \theta \Rightarrow$ örnekleme ana kitle parametresi için sistematik hata içeren bir tahmin olur ve E(T) - θ farkına sapma denir.

Seçim "iadeli"de "iadesiz" de olsa $E(\bar{x}) = \mu$ dur. Yani örneklem ortalaması ana kitle ortalamasının sapmasız bir tahminidir. İadeli seçim halinde örneklem varyansı, ana kitle varyansının sapmasız bir tahminidir. Yani; $E(s^2) = \sigma^2$ dir.

Aynı s^2 iadesiz seçimde ise, σ^2 için sapmalı bir tahmin olmaktadır. Bu durumda sapmasız bir tahmin, $E\left(\frac{n}{n-1}s^2\right) = \sigma^2$ dir.

4.5.2. Tutarlılık

Biraz önce, n büyük olduğu takdirde standart hatanın küçük olacağı, diğer bir deyimle söz konusu ana kitle parametresi ile örnek istatistiği arasındaki farkın az olacağını belirtmiştik. Dolayısıyla n, N'ye yaklaştıkça $n \rightarrow N$ örnekleme istatistiği de ana kitle parametresine yaklaşacaktır. Söz konusu örneklem ortalaması $\bar{x}$, n büyüdükçe μ'ye yaklaşacaktır. $\bar{x} \rightarrow \mu$ ($n \rightarrow N$ durumunda) çünkü, n = N durumunda $\bar{x} = \mu$ olacaktır. Yani, tahmin hatası sıfıra eşit olur. Aşağıdaki gibi tanımlanan; $\lim_{n \rightarrow N} P(T - \theta < \varepsilon) = 1$ (ε çok küçük pozitif bir sayı olmak üzere) şeklindeki özellik tutarlılık özelliğidir.

4.5..3. Etkinlik

Bir ölçüt tahminlerinin örnekleme bölünmesinin varyansı ilgilidir. Nitekim hangi örneklem istatistiğinin bölünmesi daha küçük varyansa sahipse, tahmin olarak o istatistik tercih edilir. Genelleme yaptığımızda, etkin oranını şu şekilde formülüze edebiliriz:

$E = \frac{Var(T_1)}{Var(T_2)}$ (T_1 ve T_2 ana kitle parametresinin sapmasız ve tutarlı iki tahminidir.) **Sonuç olarak;** en küçük varyansa sahip tahmin en etkin tahmindir. O halde, herhangi bir tahminle ilgili varyansın min. olup olmadığını bilmek gerekir. Nitekim böyle bir min. varyansın bulunduğu ve bir tahminin varyansının σ^2/n yani

min. olduğundan ana kitle ortalamasının (μ) tahmininde $\bar{x}$ en etkin tahmin olmaktadır.

4.5.4. Yeterlilik

Bir tahminin iyi bir tahmin olarak nitelendirilmesi için gerekli bir diğer özellik tahmin değerinin hesaplanmasında örneklemdeki bilgilerin tamamından yararlanıp yararlanılmadığına ilişkindir. Bu özelliğe yeterlilik denilmektedir ve buna göre, örneklem ortalamasının ($\bar{x}$)veya örnek oranı (p), μ ve Π parametrelerinin yeterli birer tahminidirler; fakat mod ve medyan (bölünme asimetrik ise) örneklemdeki bütün değerler dikkate alınarak hesaplanmadığından ana kitle ortalamasının tahmini olarak yeterli değildir. Bir ana kitleden çekilmiş olan örnekleme dayanılarak yapılan nokta tahmini "sapmazlık", "tutarlılık", "etkin" ve "yeterli" olsa bile içerdiği tahmin hatası payının belirlenmesi mümkün değildir. Böylece bir sakınca taşıyan nokta tahmini yerine, tahminin isabet derecesinin hesaplanmasına imkan saplayan aralık tahmini tercih edilir. Bu nedenle, nokta tahminlemesi konusuna burada son verip aralık tahminlemesi konusuna geçeceğiz.

Örnek : $X_1,X_2,.....,X_N$ örnekleminde $E(X_1) = \mu. E(\overline{X}) = \mu$ olduğundan X_1 ve $\overline{X}$'nin her ikisi de μ'nün yansız tahmin edicisidir. Bununla beraber; $Var(X_1) = \sigma^2 . Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{N}$ dir. $\overline{X}$ daha küçük varyansa sahip olduğundan X_1'e göre tercih edilir. Daha küçük varyansa sahip olma ve yansız olma ölçütlerinin birleştirilmesi bizi aşağıdaki tanıma götürür.

4.5.5. Minumum Varyanslı

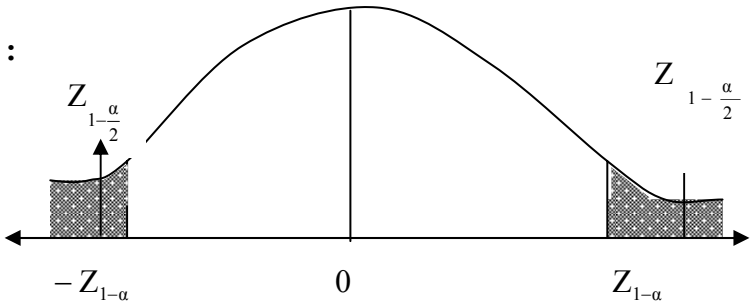
Bir T istatistiği θ nın bir yansız tahmin edicisi ve diğer herhangi bir yansız tahmin ediciden daha küçük varyansa sahipse bu istatistiğe θ'nın **minimum varyans tahmin edicisi** denir. $X_1,X_2,.....,X_N$ bilinmeyen μ ortalamalı ve bilinmeyen σ^2 varyanslı normal bir dağılıma sahipse, $\overline{X}$ ve S^2_x nin sırasıyla μ ve σ^2 nin minimum varyans yansız tahmin edicileri olduğu gösterilebilir.

4.5.6. Bilinen Varyansla Kitle Ortalamasının Aralık Tahmini

Tahminlenmek istenen parametreyi en çok içine alan aralık iyi bir aralık tahminidir. Tahminleyicinin tahminlenmek istenen parametreyi içine alma oranına σ tahminleyicinin güven katsayısı, tahminleyicinin kendisine de güven aralığı denir. Tahminin daha faydalı bir yöntemi yüksek olasılıkla μ'yü kapsayan bir aralık hesaplamaktadır. Bir yığın başlıca örnekten hareketle nasıl tahmin edileceğini gördük. Şimdi de bu tahminlerin güvenirliğini belirtelim.

Bir kitlenin μ ortalamasını tahmin etmek istediğimizi varsayalım. $\overline{X}$ arzu edilen özelliklere sahip olduğundan, onun üzerinde aralığı daha iyi kurabiliriz. $\overline{X}$ bilinen σ^2 varyanslı bir normal yoğunluktan alınan N rasgele değişkenden bulunmuş ise Teoremden biliyoruz ki $\overline{X}$ normal dağılıma ve $Z = \sqrt{N}.\frac{(\overline{X} - \mu)}{\sigma}$ normal dağılıma sahiptir.

Tanım :



Z_α birim normal eğri üzerinde öyle nir noktadır ki Şekilde gösterildiği gibi onun solunda eğri altında kalan α $Z_{1-\alpha}$ nın solundaki alan 1-α dır. $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ve $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ arasında kalan alan 1-α dır.

Tanım : $\left(\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{N}} < \mu < \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$ aralığına **güven aralığı** denir.

1 – α'ya **güven düzeyi** yada **güven katsayısı** denir.

Örnek :

a. $Z_{0,05}$ in solunda birim normal eğrinin alanının %5'i vardır.

b. $Z_{0,95}$ in solunda alanın %95'i vardır ve bu nedenle alanın %5'i sağdadır.

Normal dağılım eğrisinin simetrik oluşundan $Z_\alpha = Z_{1-\alpha}$ dır. Tanım gereğince;

$$P\left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \le Z \le Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] = 1-\alpha$$

yazılır. $\alpha = 0,05$ ise

$$P[-1,96 < Z < 1,96] = 0,95$$

yada

$$P\left[-1,96 < \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} < 1,96\right] = 0,95$$

dır.Bu eşitsizlikleri düzenlersek

$$P\left[\overline{X} - (1,96).\frac{\sigma}{\sqrt{N}} < \mu < \overline{X} + (1,96)\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right] = 0,95$$

yazarız. Tanımdan; $\overline{X} - (1,96).\frac{\sigma}{\sqrt{N}} < \mu < \overline{X} + (1,96)\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ arasındaki fark μ'yü 0,95 olasılıkla kapsar. Burada μ bir sabittir ve μ'nün aralıkta olması olasılığından bahsedemeyiz. Her yeni örneklem $\overline{X}$ için yeni bir değer vereceğinden aralıkta değişecektir. Bir örneklem alındığında $\overline{X}$'nin değeri $\bar{x}$ hesaplandığında aralık tam olarak saptanmış olur ve μ'yü kapsar yada kapsamaz. $\overline{X}$ diğer pek çok değere sahip olacağından her bulunan değere bir aralık karşılık gelir ve bu aralıkların %95'i bilinmeyen μ'yü kapsayacaktır. %95 güvenlikle diyebiliriz ki hesaplanan özel bir aralık μ'yü kapsar.

Örnek : Bir tarım bölgesinde incelenen 35 parselde ortalama verimi dekar başına 250 kg olarak saptanmıştır. Standart sapma 100 kg. olarak bilindiğine göre %5'lik hata ile bölgenin ortalama verimini tahminleyiniz.

Çözüm : N = 35 N = 35 > 30 olduğundan Z istatistiği uygulanır.

$$\left(\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) \Rightarrow \left(250 - Z_{0.975} \cdot \frac{100}{\sqrt{35}} .250 + Z_{0.975} \frac{100}{\sqrt{35}}\right)$$

$$\Rightarrow (216{,}83 < \mu < 283{,}16) \qquad \overline{X} = 250$$

$\sigma = 100$

$\alpha = 0{,}05 \qquad 1 - \alpha = 0{,}95$

1-α güven katsayılı güven aralığı bir nokta tahmininin doğruluğunun bir tahminini verir. μ aralığın gerçekten merkezi değeri ise $\overline{X}$, μ'yü hatasız tahmin eder. Çoğu kez $\overline{x}$, μ'ye tam olarak eşit olmaz ve nokta tahmininde hata vardır. Bu hatanın büyüklüğü $\overline{x}$ ve μ arasındaki fark olacaktır.

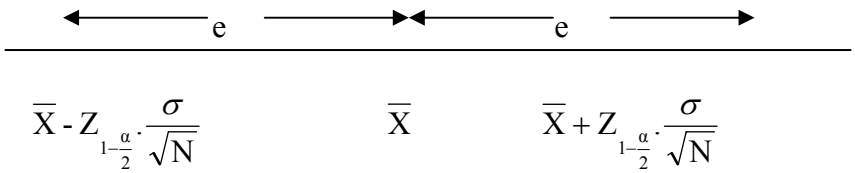
μ güven aralığının herhangi bir uç değerine yakınsa bu hata maksimum olur. Bu nedenle $\overline{x}$ ve μ arasındaki fark mutlak değerce $e = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{N}}$ den küçük kalır.

5. KABUL ÖRNEKLEMESİ

5.1. Örneklem Büyüklüğü Ne Kadar Olmalıdır?

Tüm kitleyle ilgili veri toplamak oldukça pahalı olacağından kitleden örneklem seçeceğimizi biliyoruz. Büyük örneklem seçmekte pahalıdır. Fiyatı aşağı çekmek için küçük örneklem seçmek isteriz. Öte yandan kitle parametrelerinin "iyi" tahminlerini elde etmek için yeterli büyüklükte örneklem seçilmelidir. Örneklem büyüklüğü ne olmalıdır sorusunun yanıtı üç faktöre bağlıdır:

1. Güven aralığı ne kadar darlıkta olmalıdır?
2. Güven aralığı ne kadar güvenle kitle parametresini içine almalıdır.
3. Örneklem seçileceği kitledeki değişkenlerin sayısı ne büyüklüktedir?



Örnek : Türkiye'de her bir şahsın yiyecek için yaptığı aylık ortalama harcamayı tahmin etmek amacı ile N = 49 kişinin rasgele seçildiğini kabul edelim. Örneklem ortalaması $\overline{x}$ = 500 birim lira olsun. Geçmiş tecrübeler gösterir ki kitle standart sapması, σ = 90 birim liradır. Her bir şahsın yiyecek için yaptığı aylık ortalama harcama için %95'lik güven aralığını bulunuz. Güven aralığının genişliğinin 20 birim lira olabilmesi için örneklem büyüklüğü ne olmalıdır?

Çözüm :

i. $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,975} = 1,96$

ii. $\overline{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 500 - 1,96 . \frac{90}{7} = 474,80$

$$\bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} . \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 500 + 1,96 . \frac{90}{7} = 525,20$$

O halde %95'lik güven aralığı 474,80 < μ < 525,20 dir. güven sınırları arasındaki fark 20 olduğundan;

$L = 2.Z_{1-\frac{\alpha}{2}} . \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 20$ yazılırsa

$N = \frac{4.\sigma^2}{20^2} . Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{4.90^2.(1,96)^2}{20^2} \approx 30$ elde edilir. Yukarıdaki problemde büyük kitle yerine $N_p = 1200$ olan küçük bir kasabada N = 49 olan bir örneklem seçildiğinde μ için %95'lik güven aralığı

$$\bar{x} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} . \sqrt{\frac{\sigma^2}{N} . \frac{N_p - N}{N_p - 1}} = 500 \pm 1,96 . \sqrt{\frac{90^2}{49} . \frac{1200 - 49}{1200 - 1}} = 500 \pm 24,69$$ olarak

bulunur.

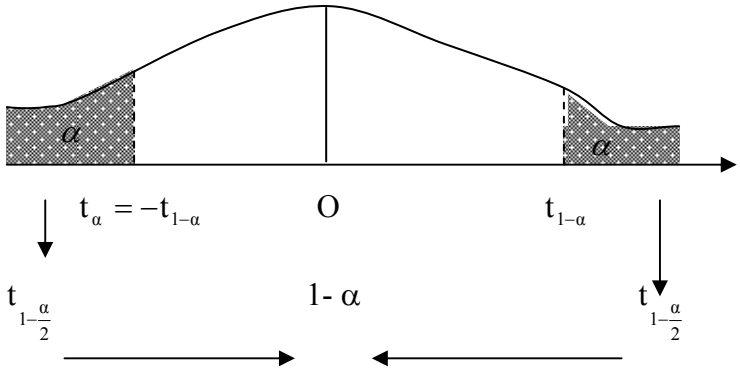
Bir güven aralığının temel fikrinden memnun kalmak için olasılığı birelatif frekans olarak düşünmek daha iyidir. N hacmindeki 100 örneklem alırsak 1 - α güven katsayılı 100 farklı güven aralığına sahip olacağız. Bu 100 aralığına α = 0,05 içi 95 inin μ yü kapsadığını ve bunların 5 inin μ yü kapsamadığını umut edecektir. Şüphesiz uygulamada yalnız bir aralığa sahibiz ki onun için μ yü 0,95 olasılıkla kapsıyor diyoruz.

5.2. Varyans Bilinmediğinde Kitle Ortalamasının Aralık Tahmini

Kitle varyansı σ^2 'nin bilindiğini kabul ettik ve bu bize $(\overline{X}-\mu)\frac{\sqrt{N}}{\sigma}$ 'nin bir standart normal yoğunluğa sahip olduğunu söylememize izin verdi. Çoğu kez gerçek problemlerde σ^2 bilinmemektedir ve S_x^2 ile tahmin edilmiş olacaktır. O halde $(\overline{X}-\mu)\frac{\sqrt{N}}{\sigma}$ istatistiği yerine t_{N-1} adı verilen $\frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{N}}{S_x}$ istatistiği alınır. Yani; $t_{N-1}=\frac{(\overline{X}-\mu)}{\frac{S_x}{\sqrt{N}}}$ dir. $S_x=\frac{S_x}{\sqrt{N}}$ gösterimine ortalamanın örneklem standart hatası denir.

Teorem : X_1, X_2,..... X_N'ler bilinmeyen μ ortalamalı normal dağılıma sahip rasgele değişkenler ise $t_{N-1}=\frac{(\overline{X}-\mu)}{\frac{S_x}{\sqrt{N}}}$ rasgele değişkeni $\nu = N-1$ serbestlik dereceli T dağılımına sahiptir.

Tanım : t_α T eğrisi üzerinde öyle bir noktadır ki aşağıda gösterildiği gibi t_α 'in soluna düşen alan α ve $t_{1-\alpha}$'nın soluna düşen alan 1-α'dır. $t_{\frac{\alpha}{2}}$ ve $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ değerleri arasında kalan alan 1- α'dır. $(t_\alpha=-t_{1-\alpha})$



Normal eğrideki gibi, Student -t- eğrisinin de simetrik oluşu $t_\alpha = -t_{1-\alpha}$ olmasını gerektirir. σ^2 bilinmediğinde, μ için bir güven aralığının oluşumu Z

tablolarının yerine t-tablolarının kullanılması ile σ^2'nin bilinmesi halindekine benzer. Örneğin, N = 10, N – 1=9, α = 0,05 ise ve 0,95'lik bir güven aralığı istiyorsak, bu halde;

$$P\left(-t_{-\frac{\alpha}{2}} < t < t_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \quad \text{burada} \quad t = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{N}}} \text{ yazarsak P(–)}$$

$$P\left(-t_{-\frac{\alpha}{2}} < \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S_x}{\sqrt{N}}} < -t_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \Rightarrow P\left(-t_{-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}} < \overline{X}-\mu < -t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\overline{X}+\left(t_{-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right) < -\mu < -\overline{X}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\overline{X}-t_{-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}} < \mu < \overline{X}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right) = 1-\alpha$$

ifadeye dayanarak μ için güven aralığını 1 - α düzeyinde

$\left(\overline{X}-t_{-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}}, \overline{X}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right)$ olarak tanımlarız. %α kadar hata olduğunda % 1-α lık güven aralığı bulunur.

Örnek : N = 10, N – 1 = 9, α = 0,05 ise ve 0,95 lik bir güven aralığı istiyorsak,bu halde $P[t_{0,025} < t < t_{0,975}] = 0,95$

yada $P\left[-2,26 < \frac{\left(\overline{X}-\mu\right)}{\frac{S_x}{\sqrt{N}}} < 2,26\right] = 0,95$ tir.

Eşitsizlik yeniden düzenlenirse;

$P\left[\overline{X}-(2{,}26).\frac{S_x}{\sqrt{N}}<\mu<\overline{X}+(2{,}26).\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right]$ yazılır. $\overline{X}$ ve S_x hesaplanır, olasılıktan bahsetmenin anlamı yoktur. Bunun yerine, bir kimse 0,95 güvenle

$$\left[\overline{x}-(2{,}26).\frac{S_x}{\sqrt{N}}<\mu<\overline{x}+(2{,}26).\frac{S_x}{\sqrt{N}}\right]$$

Örnek : 10. Hastaya A ve B olarak nitelendirilen iki çeşit uyuşturucu ilaç verilmiştir. Her bir hasta için B ilacının etkisinin A ilacından çok olduğu saptanmıştır. Fazla uyku saatlerinin μ ortalaması için %95'lik güven aralığını bulunuz.

Hasta	**B ilacı ile kazanılan fazla uyku saatleri (x)**
1	1,2
2	2,4
3	1,3
4	1,3
5	0,0
6	1,0
7	1,8
8	0,8
9	4,6
10	1,4

Çözüm :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_{10}}{10} = \frac{1,2 + 2,4 + ... + 1,4}{10} = 1,58 \text{ dir.}$$

$$s_x^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{10}\left(x_1 - \overline{X}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{10}\left(x_1 - 1,58\right)^2 = \frac{1}{9}\left((1,2 - 1,58)^2 + (1,4 - 1,58)^2\right)$$

$$s_x^2 = 1,513$$

$$s_x^2 = \sqrt{1,513} = 1,23$$

N = 10, N – 1 =9 = Serbestlik derecesidir.

$1 - \alpha = \%95 = 0,95 \quad -\alpha = 0,05$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{0,05}{2}} = t_{0,975} = 22622$$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}} = (2,26).\frac{1,23}{10} = (2,26)(0,389)$$

$$\text{Alt Limit} = \bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}} = 1,58 - (2,26).(0,389) = 0,70$$

$$\text{Üst Limit} = \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}} = 1,58 + (2,26).(0,389) = 2,46$$

$$\%95 \text{ güvenle } \left(\overline{X} - t_{-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}}, \overline{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}}\right) = [0,70:2,46]\text{'nın}$$

μ'yü kapsadığını söyleyebiliriz.

Güven aralığının uzunluğu iki uç noktasının farkıdır.

$$L = 2.\left(t_{1-\frac{\alpha}{2}}\right).\frac{S_x}{\sqrt{N}}$$

Örnek : Bir çevre koruma müdürlüğü büyük bir sanayi kuruluşunun çıkardığı günlük sülfüroksit miktarının ortalamasını belirlemek için araştırma yapılmıştır. Ölçüm fiyatları çok yüksek olduğundan sadece 10 günlük ölçümlerin rasgele örneklemi alınmıştır. Günlük miktar tam olarak 5,7,68,9,11,10,9,8,7 dir. günlük yayolan gazların normal dağılım gösterdiğini kabul edelim. Her gün çıkarılan sülfüroksit miktarının ortalaması için % 99 luk güven aralığı bulunuz.

Çözüm : 10 günlük ortalama $\bar{x} = 8$ örneklem standart sapması,

$$s_x = \frac{\sum (x_i - 8)^2}{10-1} = \sqrt{\frac{30}{9}} = 1{,}83$$

N = 10, v = N – 1 =9 ve $t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{0,995} = 3{,}2498$ olduğundan μ için güven sınırları :

$$\bar{x} + t_{1\frac{\mu}{2}} . \frac{s_x}{\sqrt{N}} = 8 + 3{,}2498 . \frac{1{,}83}{\sqrt{10}} = 8 + 1{,}88 \text{ yada } [6{,}12;9{,}8] \text{ olacaktır.}$$

Yukarıdaki örnekte σ biliniyor ve 1,83 olsaydı α = 0,01 verildiğinden normal dağılım tablosundan $Z_{0,995}$ = 2,575 bulunurdu. O halde t = 3,2498 yerine z = 2,575 kullanılırsa $8 + 2{,}575 \frac{1{,}83}{\sqrt{10}} = 8{,}149$ yada [6,51;9,49] biçiminde daha bir güeven aralığı elde edilir. Genel olarak σ biliniyorken μ için elde edilen güven aralığı σ bilinmezken μ için bulunan güven aralıklarından daha dar olacaktır.

Örnek : Bir hastanede belli bir hastalıktan şikayetçi olarak hastaneye kabul edilen hastalıkların ortalama olarak kaç gün kaldıkları tahmin edilmek istenmektedir. Rastgele seçilen 400 hastanın hastanede ortalama kalış süresi 6v standart sapma 2,2 gündür. Söz konusu hastalıktan hastanede ortalama kalış süresini güven sınırlarını %95 olasılıkla belirleyelim.

Çözüm : N = 400 N – 1 = 399 $S_x = 2{,}2$ $1 - \alpha = 0{,}95$ **α = 0,05**
$X = 6$

Alt Limit:

$$\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}} = 6 - t_{1-\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{2,2}{\sqrt{400}} = 6 - t_{0,975} = 6 - 2,0448.0,11 = 5,78$$

Üst Limit:

$$\bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}} = 6 + t_{1-\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{2,2}{\sqrt{400}} = 6 + t_{0,975} = 6 + 2,0448.0,11 = 6,22$$

Güven aralığı : (5.78,6.22)

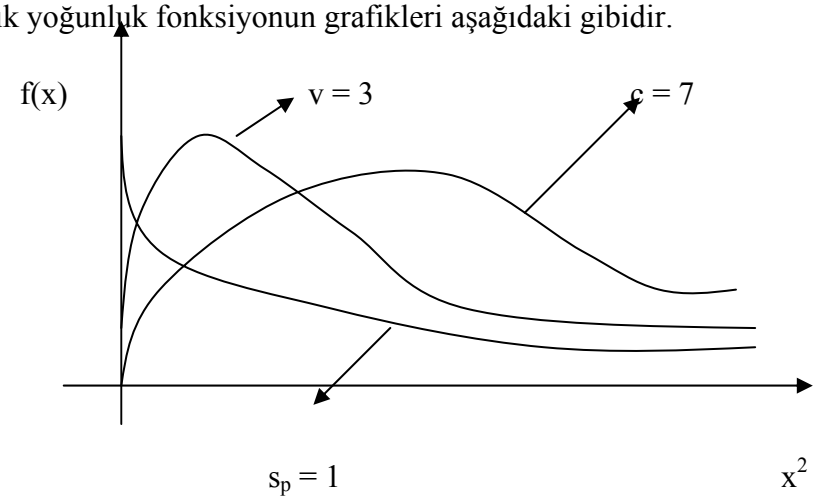
P(5,78 < μ < 6,22) = 0,95 O halde ana kitlenin söz konusu hastalıktan hastanede ortalama kalış süresi %95 olasılıkla 5,78 – 6,22 gün arasındadır.

5.3. Kitle Standart Sapması ve Varyansı İçin Aralık Tahmini

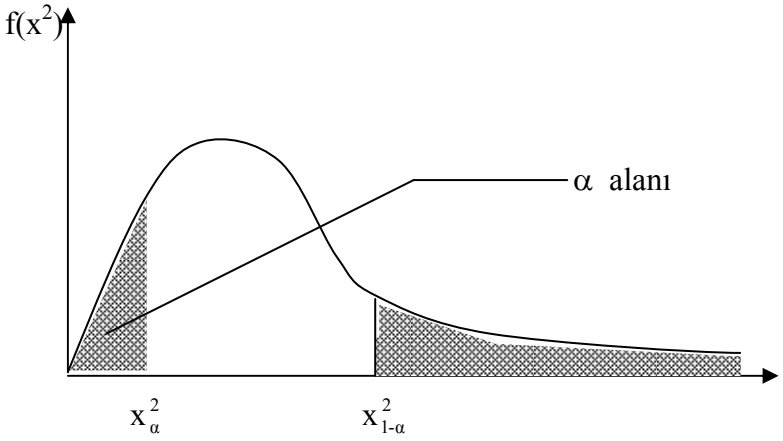
Varyans (σ^2) ve standart sapma (σ) tahmin etmek istiyorsak çalışmamıza σ^2 (varyans) nin minimum varyans yansız nokta tahmin edicisinin düşünülmesiyle bir aralık oluşturarak başlayabiliriz.

Tanım: $X_1.X_2,.....X_n$ σ^2 varyanslı normal dağılımlı bağımsız rasgele değişkenler ve $S_{x^2} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_1 - \bar{X})^2$ ise $X^2_{N-1} = \frac{(N-1)S_x^2}{\sigma^2}x$ istatistiğine

v = N–1 serbestlik dereceli ki-kare istatistiği denir. V nin çeşitli değerleri için olasılık yoğunluk fonksiyonun grafikleri aşağıdaki gibidir.



X^2 olasılık yoğunluk fonksiyonun eğrisi altındaki alanlar sayısal olarak hesaplanmıştır. Bunu bize verilen tablo (1'den görebiliriz)



X_a^2 noktası X^2 yoğunluğu üzerinde öyle bir noktadır ki şekilde gösterildiği gibi onun soluna alanın α oranı düşer. $X^2 1-\alpha$ nın soluna düşen alan $1-\alpha$ dır. X_a^2 ve $X^2_{1-\frac{\sigma}{2}}$ değeri arasında ki alan $1-\alpha$ dır.

Örnek: N-1 =10 serbestlik derecesi için $X^2_{0,05} = 3,94$ ve $X^2_{0,95} = 18,31$ bulunur.

Açıkça görüldüğü gibi X^2 eğrisi simetrik değildir ve $X^2_a \neq X^2_{1-\alpha}$ dır.

$P[X^2_{0,025} < X^2_{N-1} < X^2_{0,975}] = 0,95$ şeklinde yazarız. Şekilde örneğin $N = 10.N - 1 = 9$ *ise*

$P[2,70 < X^2_{N-1} < 19,02] = 0,95$ dir. Bu eşitsizliği biraz daha düzenlersek

$P[2,70 < \frac{(N-1).S_x^2}{\sigma^2} < 19,02] = 0,95$ şeklinde olur. Örneklem alınıp ve S_x^2 hesaplandıktan sonra σ^2 için %95 lik güven aralığından bahsedebiliriz. Genel olarak $1-\sigma$ güven düzeyi için aşağıdaki tanıtımı verebiliriz.

Tanım : Bilinmeyen μ ortalamalı ve bilinmeyen σ^2 varyanslı bir normal kitleden alınan N rasgele değişkenin bir grubu $X_1, X_2 .....X_N$ *ise*

$p[\frac{(N-1)...S_x^{\,2}}{X^{\sigma}{}_{1-\frac{\sigma}{2}}} < \sigma^2 < \frac{(N-1)...S_x^{\,2}}{X^{\,2}{}_{a/2}}] = 1-\sigma$ ifadesine dayanarak aşağıdaki gibi σ^2 için 1-σ düzeyli bir güvenlik aralığı tanımlarız.

$\frac{(N-1)S_x^{\,2}}{X^{\,2}{}_{1-\frac{\sigma}{2}}}, \frac{(N-1)S_x^{\,2}}{X^{\,2}\sigma/2}$ dir.

Örnek : Aşağıdaki değerler bir firma tarafından piyasaya sürülen küçük reçel kutularının gram olarak ağırlıklarıdır:

161,164,158,170,161,159,158,169,152,160

Firma tarafından dağıtılan bir tipteki kutuların varyansları için %95 lik güven aralığı bulunuz.

Çözüm:Örnek varyansı

i) $S_x^{\,2} = 28{,}6$ olarak bulunur

ii) Serbestlik derecesi =N-1=9 dur.

iii) $X^{\,2}0{,}05 = 2{,}70 \; ve \; X^{\,2}{}_{0{,}095} = 19{,}02$

iv) $\frac{(N-1).s_x^{\,2}}{X^{\,2}{}_{0{,}975}} = \frac{9.(28.6)}{19.02} . \frac{(N-1).s_x^{\,2}}{X^{\,2}{}_{0{,}025}} = \frac{9,(28.6)}{2{,}70}$

v) σ^2 için %95 lik güven aralığı $13{,}5 < \sigma^2 < 95.3$ dir.

$X^2{}_{N-1} = \frac{(N-1)S^2}{\sigma^2}$ denklemine dayanarak bulunan güven aralığını oldukça keyfi bir şekilde kurduğumuz kolaylıkla görülebilir, öyle ki X^2 yoğunluğunun sol ve sağ yoğunluğunun sol ve sağ uzantılarında ki alanlar eşittir. Varyans için bulunan güven aralıkları orijinal yoğunluğun normallikten ayrılışına göre oldukça duyarlıdır. Deney yapan kimse kitlenin normal dağılıma sahip olmadığına inanırsa σ^2 için $X^2{}_{N-1} = \frac{(N-1)S^2}{\sigma^2}$ denklemine dayanarak güven aralığı hesaplamakta tedbirli olacaktır. Sonuç olarak yukarıdaki denklemde her bir terimin kare kökünü alırsak

σ için :

$\left[\sqrt{\frac{(N=1)S_x^{\,2}}{X^2{}_{1-\frac{\sigma}{2}}}}, \sqrt{\frac{(N-1).S_x^{\,2}}{X^2{}_{\frac{\sigma}{2}}}}\right]$ güven aralığı buluruz.

5.4. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Ortalamaları Farkı İçin Aralık Tahmini

İki kitlenin ortalaması arasında karşılaştırma pratikte pek çok halde bir araştırma problemi olarak karşımıza çıkar. Mesela eşit ısı, ışık, nem şartları altında iki tohum cinsinin verim farkı ile ilgili olarak iki bağımsız örnekten bulunan sonuçlardan kütle ortalamaları arasındaki farkın büyüklüğü hakkında nasıl bilgi edinilebileceği gibi.

Burada önce normal dağılımdan yararlanacağımız varyansların bilinmesi halini daha sonra da t kitle dağılımının kullanacağımız kütle varyanslarının bilinmemesi hallerini ayrı ayrı inceleyelim.

5.4.1. Kitle Varyansların $\sigma^2{}_1, \sigma_2^2$ Biliniyor

Pek çok deneysel hallerde araştırmacı iki normal kitlenin ortalamasını karşılaştırmayı arzular. Örneğin bir mühendis iki farklı makineyi, bir ziraatçı iki farklı yem kullanarak civcivlerin gelişme oranlarını karşılaştırmak isteyebilir.

Sırayla bilinmeyen μ_1 ve μ_2 ortalamalı 2 normal kitleden N ve M birimlik iki örneklem çektiğimizi var sayalım. $\bar{X}_1$ *ve* $\bar{X}$ onların örneklem ortalaması ise $\mu_1 - \mu_2$ nin nokta tahmin edicisini bulmak için önce σ_1^2 *ve* σ_2^2 kitle varyanslarının bilindiği hali düşüneceğiz. Yukarıdaki teoremden X_1 ve $\bar{X}$ normal dağılıma sahiptir ve ortalaması μ_1 *ve* μ_2 varyansı $\frac{\sigma_1^{\,2}}{N} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{M}$ dir. N ve M örnek mevcutları, σ_1^2 *ve* σ_2^2, ana kitle varyansları μ_1 *ve* μ_2 kitle aritmetik ortalaması, z güven düzeyi ise;

$Z = \dfrac{(X_1 - X_2)(\bar{\mu}_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{N} + \dfrac{\sigma_2^2}{M}}}$ birim normal yoğunluğa sahiptir. Bu nedenle

$$P[-Z_{1\frac{\sigma}{2}} < \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{N} - \dfrac{\sigma_2^2}{M}}} < Z_{1-\frac{\sigma}{2}}] = 1 - \sigma \text{ yada}$$

$$P\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{1-\frac{\sigma}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N} + \frac{\sigma_2^2}{M}} < (\mu_1 - \mu_2)(\bar{X}_1 - X_2) + Z_{1-\frac{\sigma}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N} + \frac{\sigma_2^2}{M}}\right] = 1 - \sigma$$

$\mu_1 \text{ ve } \mu_2$ için $1 - \sigma$ düzeyli bir güven aralığı tanımlanır.

5.4.2. Kitle Varyansları $\sigma_1^2 \text{ ve } \sigma_2^2$ Bilinmiyor. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

Araştırma stratejimiz iki bağımsız örneğin verilerini kullanarak ortak varyansın bir tahminini elde etmek ve t dağılımına uygulamaktır. σ^2 nin her iki örnekten elde edilecek 'bir araya getirilmiş tahminine' s_p^2 diyelim. $\sigma_1^2 \text{ ve } \sigma_2^2$ sırası ile $S_1^2 \text{ ve } S_2^2$ tahmin edicilerine sahipseler S_p^2 tahmin edicisi

$$S_p^2 = \frac{(N-1).s_1^2 + (M-1).s_2^2}{N + M - 2} \text{ dir.} \left(Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S\sqrt{\dfrac{1}{N} + \dfrac{1}{M}}} \right)$$

Şimdi z'de σ^2 yerine s_p^2 koyarsak.

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{N} + \dfrac{1}{M}}} \quad \text{ve} \quad P\left[-t_{1-\frac{\sigma}{2}} < \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{N} + \dfrac{1}{M}}} < t_{1-\frac{\sigma}{2}}\right] = 1 - \sigma$$

ya da

$$P[(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-t_{1-\frac{\sigma}{2}}.S_p\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}}<(\mu_1-\mu_2)<(\bar{X}_1-\bar{X}_2)+t_{1-\frac{\sigma}{2}}.S_p\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}}\}=1-\sigma$$

bulunur. Bu $\mu_1-\mu_2$ için $1-\sigma$ düzeyli bir güven aralığı tanımlar.

5.4.3. Kitle Varyansları σ_1^2 ve σ_2^2 Bilinmiyor $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Bilinmeyen varyansların eşitliği olmadığı bu durum için kesin değil ancak yaklaşık nitelikte aralık şeklinde tahminler ve sonraki bölümde görülecek hipotez testleri yapılabilir. Eğer 2 kütleden alınan örneklerin her ikisi de büyük örnek niteliğinde ise ve örnekler birbirinden bağımsız alınmışsa

$$t=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_p\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}}}$$ bulunur.

Burada en yakın en küçük tam sayı eşit alınan

$$v-\frac{\left[\frac{s_1^2}{N}+\frac{s_2^2}{M}\right]^2}{\frac{\left(\frac{1}{N}\right)^2.(s_1^2)^2}{N+1}+\frac{\left(\frac{1}{M}\right)^2.(s_2^2)^2}{M-1}}$$ serbestlik derecesi ile olarak student-t yoğunluğuna sahiptir. V nin bu tahmini Smith- satterthwaite yöntemi ile bulunmuştur. $1-\sigma$ düzeyli güven aralığı ise

$$P[(\bar{X}_1-\bar{X}_2)=t_{1-\frac{\sigma}{2}}.S_p\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}}<(\mu_1-\mu_2)<(\bar{X}_1-\bar{X}_2)t_{1-\frac{\sigma}{2}}.S_p\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}}=1-\sigma$$

olur.

ÖRNEKLER

1. Erkek ve kız öğrencilerin ortalama aritmetik başarısı hakkında bir tahminde bulunmak amacı ile birbirinden bağımsız olarak seçilmiş 49 kız ve 64 erkek öğrenci üzerinde aynı test uygulanmış ve kız öğrenciler (x) de ortalama başarısı (58) puan erkek öğrencilerde (61) puan bulunmuştur. Örnek varyansları 144 ve 196 olarak elde edilmiştir. Kız ve erkek öğrencilerin ortalama başarısı arasındaki fark için %90 güven katsayılı iki taraflı aralığın bu örnekten elde edilen alt ve üst sınır değerlerini bulunuz.

Cevap :

$$\text{Alt sınır : } (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s^2{}_1}{N} + \frac{s^2{}_2}{M}} = (-3) - 1{,}65\sqrt{\frac{144}{49} + \frac{196}{64}} = -7{,}04$$

$$\text{Üst sınır : } (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{s^2{}_1}{N} + \frac{s^2{}_2}{M}} = (-3) - 1{,}65\sqrt{\frac{144}{49} + \frac{196}{64}} = 1{,}04$$

Bu durumda tabi %90 güvenle kesin bir sonuca ulaşamıyoruz. Eğer her iki sınavda negatif olsaydı %90 güvenle erkeklerin her iki sınavda pozitif olsaydı %90 güvenle kızların matematiğe daha kabiliyetli olduğunu söyleyebilirdik.

2. Bir şirket tarafından kullanılan demir A ve B ile nitelendirilen iki bölgeden çıkarılmaktadır. Demirin erime noktası öğrenmek amacıyla bu bölgelerden alınan örneklerin erime noktaları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

A bölgesi	1493	1519	1518	1512	1512	1514	1489	1508	1508	1494
B bölgesi	1500	1494	1512	1483	1507	1491	-	-	-	-

A ve B bölgelerinde erime noktaları farkı için her iki halde S^2 varyansının

$(\sigma = \nu)$ olarak verilsin μ = %95 için %99'luk güven aralığını bulunuz.

$\bar{X}_A = 1506{,}7 \quad \bar{X}_B = 1499{,}3$ ve $\bar{X}_A - \bar{X}_R = 7{,}4$

$\sigma^2{}_A = \sigma_B^2 = 100$ $\sqrt{\frac{\sigma^2{}_A}{10} + \frac{\sigma^2{}_B}{6}} = \sqrt{26,67 = 5,16}$ % 95lik güven aralıkları için :

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,975}$ ve $Z_{1-\frac{\sigma}{2}}\sqrt{\frac{\sigma^1{}_A}{10} + \frac{\sigma^2{}_B}{6}} = (1,96).(5,16) = 10,11$

$\text{Alt sınır} = (\bar{X}_A - \bar{X}_B) - Z_{1-\frac{\sigma}{2}}\sqrt{\frac{\sigma^2{}_A}{10} + \frac{\sigma^2{}_B}{6}} = -2,71$

$\text{Üst sınır} = (\bar{X}_A - \bar{X}_B) + Z_{1-\frac{\sigma}{2}}\sqrt{\frac{\sigma^2{}_A}{10} + \frac{\sigma^2{}_B}{6}} = 17,51$ elde edilir.

3. Bir sınav döneminde istatistik dersinin sınavına giren öğrencilerin 12 si kız 10 u erkek öğrencidir. Kız öğrencilerin not ortalaması 85, standart sapması 4, erkek öğrencilerin not ortalaması 81, standart sapması 5 tir. $\mu_1 - \mu_2$ sırası ile bu sınava girmesi gereken tüm kız ve erkek öğrencilerin not ortalaması ise $\mu_1 - \mu_2$ farkı için %90 lık güven aralığı bulunuz.(σ_1 *ve* σ_2) kabul ediliyor.

Cevap : $\bar{x}_1 = 85,\ \bar{x}_2 = 81,\ \ N = 12$ ve $M = 10$

$\mu_1 - \mu_2$ nin nokta tahmini $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 85\text{-}81 = 4$

σ_1 varyansının birleşik tahmini

$$S_p{}^2 = \frac{(N-1)S_n{}^2 + (M-1).s_2{}^2}{N+M-1}$$

$$= \frac{11,16 + 9,25}{12 + 10,2} = 20,25$$

$S_p{}^2 = 4,478$ $S_p = 4,478$ bulunur.

$\alpha = 0,10$ u kullanarak ek tablodan v = N+M-2=20 serbestlik derecesinde $t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{0,95} = 1,7247$ bulunur. O halde ,

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{1-\frac{\sigma}{2}}.S_p.\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{1-\frac{\sigma}{2}}S_p.\sqrt{\frac{1}{N}+\frac{1}{M}}$$

formülünde yerine koyulmasıyla $\mu_1 - \mu_2$ farkı için [0,69:7,31] güven aralığı kabul edilir.

5.4.4. Ölçüm Çiftlerinin Aralık Tahmini

(Aynı Obje Üzerinde İki Farklı Ölçüm)

Bazı durumlarda ilişkiler halinde elde edilen gözlemlere dayanarak iki kitle ortalamasını karşılaştırma isteyebiliriz. Aynı hastalar için "önce" ve "sonra"ki ölçümler yada öğrenci üzerinde 1. Test ve 2. Test için yapılan ölçümler, bu duruma örnek olarak verilebilir. Bu durumda ölçümlerin her iki çifti ile ilgilendiğimizden daha önceki yöntemler uygulanamaz. Bu durum için yeni bir istatistik uygulamadır.

$(X_{1i} - X_{2i})\ (i = 1,2,3,.....NN)$ gözlem çiftlerinde ilk gözlem μ_1 ortalamalı normal yoğunluktan ikinci gözlem μ_2 ortalamalı σ^2_D varyanslı normal dağılıma sahiptir.

$\overline{D} = \dfrac{\sum D_i}{N}$ olduğunu biliyoruz. O halde $\overline{D}$, $\mu_D = \mu - \mu_2$ ortalamalı, $\dfrac{\sigma^2_D}{N}$ varyanslı normal dağılıma sahiptir. Biliyoruz ki varyans bilindiğinde z istatistiği bilinmediğinde t istatistiği kullanılır.

σ_1^2, σ_2^2 bilinmiyorsa

$$S_D^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(D_i - \overline{D})^2 \text{ ve } t_D = \frac{\overline{D} - \mu}{\frac{S_D}{\sqrt{N}}}$$

$$P\left(\overline{D} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{N}} < \mu_1 - \mu_2 < \overline{D} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{N}}\right) = 1-\alpha \text{ alınır.}$$

$$P\left(\overline{D} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{N}}, \overline{D} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{N}}\right) = 1-\alpha \text{ güven aralığı kullanılır.}$$

σ_1^2, σ_2^2 biliniyorsa,

$$Z_D = \frac{\overline{D} - \mu}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{N}}} \quad P\left(\overline{D} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_D}{\sqrt{N}} < \mu_1 - \mu_2 < \overline{D} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_D}{\sqrt{N}} \right) = 1 - \alpha \quad \text{alınır.}$$

$$P\left(\overline{D} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_D}{\sqrt{N}} < \mu_1 - \mu_2 < \overline{D} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_D}{\sqrt{N}} \right) = 1 - \alpha \quad \text{güven aralığı kullanılır.}$$

Örnek : Belli bir ilacın kan basıncı üzerindeki etkisini inceleyeceğiz. 12 kişinin ilaçtan önce ve sonra kan basınçları ölçülüyor. Sonuçlar aşağıda verilmiştir. Kitlenin ilaçtan önce ve sonraki kan basınçları ortalaması farkı μ_s - $\mu_ö$ için %95'lik güven aralığını bulunuz.

Çözüm :

X (ÖNCE)	**Y (SONRA)**	**D = Y – X**	**D^2**
120	128	8	64
124	131	7	49
130	131	1	1
118	127	9	81
140	132	-8	64
128	125	-3	9
140	141	1	1
135	137	2	4
126	118	-8	64
130	132	2	4
126	129	3	9
127	135	8	64
		TOPLAM	**414**

Kitle varyans bilinmediği için t dağılımını kullanmamız gerekiyor.

$\left(\overline{D} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_D}{\sqrt{N}}, \overline{D} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_D}{\sqrt{N}}\right)$ aralığını bulmalıyız.

1. ADIM : $\overline{D} = \overline{Y} - \overline{X} = \frac{1566}{12} - \frac{1544}{12} = \frac{22}{12}$ yada

$\overline{D} = \frac{\sum D_i}{N} = \frac{8+7+1+....+8}{12} = 22$ şeklinde bulunur.

2. ADIM : $S_D^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(D_i - \overline{D}\right) = \frac{N\sum D_i^2 - \left(\sum D_i\right)^2}{N(N-1)}$

$$= \frac{1}{N-1}\left[\sum_{i=1}^{N} D_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} D_i^2\right)^2}{N}\right]$$

$$= \frac{414 - \left(\frac{22}{12}\right)^2}{11} = 33{,}97 \Rightarrow S_D = 5{,}83$$

3. ADIM : $1 - \alpha = 0{,}95 \quad 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \quad \alpha = 0{,}05 \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{0{,}975} = 2{,}2010$

(N – 1 = 11 serbestlik dereceli)

Alt sınır : $\left(\overline{D} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_D}{N}\right) = \frac{22}{12} - 2{,}2010\frac{5{,}83}{\sqrt{12}} = 1{,}8 - 3{,}9 = -2{,}1$

Üst sınır : $\left(\overline{D} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_D}{N}\right) = \frac{22}{12} + 2{,}2010\frac{5{,}83}{\sqrt{12}} = 1{,}8 + 3{,}9 = 5{,}7$

4. ADIM : $\mu_s - \mu_ö$ farkı için %95'lik güven aralığı –2,1 ve 5,7 arasındadır.

5.4.5. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Varyanslarının Oranı İçin Aralık Tahmini

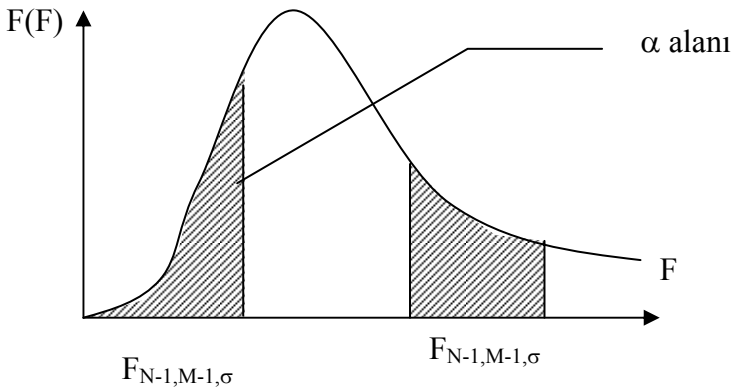
σ_1^2 ve σ_2^2 iki kitlenin bilinmeyen varyansları iseler $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ oranın nokta tahmini $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ dir.

Tanım : $X_{11}, X_{12}, \ldots\ldots X_{1N}$ ve $X_{21}, X_{22}, \ldots\ldots X_{2M}$ μ_1 ve μ_2 ortalamalı σ_1^2 ve σ_2^2 varyanslı iki kitleden alınan N ve M birimlik rasgele örneklemler ise,

$$F_{N-1.M-1} = \frac{\frac{S_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{S_2^2}{\sigma_2^2}}$$ değerine;

payı $V_1 = N - 1$, paydası $V_2 = M - 1$ serbestlik derecesi F İSTATİSTİĞİ denir. F yoğunluğunun grafiği N – 1 ve M – 1'in farklı değerleri için değişir, ama şekil X^2 eğrisindekine benzer. Student-t ve X^2 yoğunluğundaki gibi F yoğunluğu altındaki alanda sayısal olarak hesaplanmıştır.

Tanım :



Bu dağılış simetrik olmayan bir dağılıştır. F yoğunluğu üzerinde $F_{N-1,M-1,\sigma}$ noktasının solunda $1 - \sigma$ oranı bulunmaktadır. $F_{V_1.V_2.\frac{\sigma}{2}}$ ve $F_{V_1.V_2.1-\frac{\sigma}{2}}$ arasındaki alan

$1 - \sigma$ dır. N ve M nin her ikisinde değiştiğinden tablo son derece geniş olacaktır. Bu nedenle F yoğunluğunun sağa doğru uzantısındaki $F_{N-1,M-11.1-\sigma}$ nın solundaki alanlar tabloda verilecektir. $F_{N-1,M-1.1-\sigma}$

$$F_{N-1,M-1,\sigma} = \frac{1}{F_{N-1,M-1.1\sigma}}$$

Örnek : N = 10, N – 1 = 9, M = 16, M – 1 = 15 için; güven düzeyi

$1 - \sigma = 0{,}90$, $V_1 = 9$, $V_2 = 15{,}1 - \frac{\sigma}{2} = 0{,}95$ bulunur.

$$F_{9,15;0,05} = \frac{1}{F_{10:9:0,95}} = \frac{1}{3{,}01} = 0{,}33 \text{ bulunur.}$$

Gösterim şekli anlaşıldıktan sonra $F_{N-1,M-1,\sigma}$ yerine F_σ kullanılacaktır.

$F_{9,15;0,05} = 2{,}59$ olduğuna göre $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ için %90'lık güven aralığı hesaplanırken

$P\left[F_{0,05} < F < F_{0,95}\right] = 0{,}90$ yazarız. Örneğin, N = 10 ve M = 16 ise

$$P\left[0{,}33 < \frac{\frac{S_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{S_2^2}{\sigma_2^2}} < 2{,}95\right] = 0{,}90$$ bu eşitsizlikleri şu formda yazabiliriz.

$$P\left[\frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{F_{1-\frac{\sigma}{2}}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{0{,}33}\right] = 0{,}90 \; P\left[\frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{2{,}95} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{0{,}33}\right]$$

$1 = \sigma$ güven düzeyi için aşağıdaki tanımı verebiliriz.

Tanım : $X_{11}, X_{12}, \ldots\ldots\ldots X_{1N}$ ve $X_{21}, X_{22}, \ldots\ldots\ldots X_{2M}$ normal kitlelerden alınmış N ve M hacimlik rasgele örneklemler ise,

$$P\left[\frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{F_{1-\frac{\sigma}{2}}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{F_{\frac{\sigma}{2}}}\right] = 1 - \sigma$$

denklemi $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ için 1 – σ düzeyli güven aralığı tanımlar.

Örnek : Lise öğrenimini bitirmiş 13 erkek ve 16 kız öğrenciye genel yetenek testi uygulanmış ve aşağıdaki sonuçlar bulunmuştur. Erkek öğrencilerin not ortalaması 82, standart sapma 8; kız öğrencilerin not ortalaması 78, standart sapma 7 dir. σ_1^2 ve σ_2^2 sırası ile lise öğrenimi görmüş test uygulanmış erkek ve kız öğrencilerin kitlelerinin varyansı ise $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ için %90'lık güven aralığını bulunuz.

Çözüm :

i. N = 13, s_1^2= 64 M = 16, $s_2^2 = 49$ dur.

ii. $\frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{64}{49} = 1{,}3$

iii. σ = 0,10 olduğundan $F_{1-\frac{\sigma}{2}} = F_{0,95} = 2{,}48$ (12 ve 15 serbestlik derecesi)

$$F_{\frac{\sigma}{2}} = F_{0,05} = \frac{1}{F_{15:12:0,95}} = \frac{1}{2{,}68}$$

iv. Alt sınır : $\frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{F_{\frac{\sigma}{2}}} = \frac{1{,}3}{0{,}38} = 3{,}42$ olarak bulunur.

Üst sınır : $\frac{\frac{S_1^2}{S_2^2}}{S_2^{\sigma}} = \frac{1{,}3}{0{,}38} = 3{,}42$ olarak bulunur.

$V = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ için %90 lık güven aralığı [0,52;3,42] dir.

5.4.6. Binom Parametresi İçin Aralık Tahmini

n bağımsız deneme için sadece iki tür sonuç varsa bu dağılım Binom Dağılıma sahiptir demiştik.

$E(X) = \mu = n.p \quad Var(X) = \sqrt{n.p.q}$ idi.

Örnekleme durumların çoğunda X rasgele değişkeni binom olasılık fonksiyonuna sahiptir. Bu dağılışta 'p' parametreyi belirtir. n bilinir ve p yi tahmin etmek isteyebiliriz. $\hat{p} = \frac{x}{n}$ $\hat{p}$ 'nin yansız tahmin edicisi olduğu gösterilebilir. $\hat{p}$ .p nin minimum varyans yansız tahmin edicisidir. X rasgele değişken olduğundan $\hat{p}$ de rasgele değişkendir. n değiştikçe $\hat{p}$ de değişecektir. X in olanaklı degerleri x = 0,1,2,3,.....n ve böylece $\hat{p}$ nin olanaklı degerleri $\frac{x}{n} = \frac{0.1}{n}.\frac{2}{n}.....\frac{(n-1)}{n},1$ olur.

$\hat{p}$ **nin ortalaması :** P nin ortalamasını elde etmek için örneklem oranı

$\hat{p} = \frac{X}{n}$ nin beklenen değeri alınırsa $E(i) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}np = p$ elde edilir. $\frac{X}{n}$ n deneme başarıların sayısının ortalaması olduğundan $\frac{X}{n}$ yaklaşık olarak normal dağılıma sahip olacaktır.

$Var\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n^2}.Var(X) = \frac{npq}{n^2} - \frac{pq}{n}$ dir. Böylece

$Z = \frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$ standart normal dağılıma sahiptir.

$$P\left(-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \; P\left(\frac{X}{n} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} < P < \frac{X}{n} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right) = 1-\alpha$$

olasılığı p için 1-α düzeyli güven aralığı tanımlar. Fakat bir güven aralığının sınırları istatistiksel olmalıdır, bilinmeyen parametre içermemelidir. Bu sorunu p ile onun yansız tahmin edicisi $\hat{p} - \frac{X}{n}$ nin yer değiştirilmesiyle çözebiliriz. O halde p için güven aralığı $\hat{p} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}$ 'dir.

Örnek : 100 kişiye sigara içip içmedikleri sorulduğunda 32 'evet' yanıtı alınıyor. Normal yaklaşımı kullanarak p için (kitlede sigara içenlerin gerçek oranı) % 95'lik güven aralığını bulunuz.

Çözüm : p bilinmediğinden ve p nin nokta tahmini $\hat{p} = \frac{x}{n} = 32$ yi kullanarak

$\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = \sqrt{\frac{0,32.0,68}{100}} = 0,0466 \quad Z_{1-\frac{\sigma}{2}} = Z_{0,975} = 1,96$ olduğundan

$Z_{1-\frac{\sigma}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1,96.0,0466 = 0,0913$ bulunur. Güven aralığı [0,228;0,441] dir.

Örneklem Büyüklüğü Ne Kadar Olmalıdır?

p, $1-\alpha$ güven katsayılı güven aralığının merkezi değeri ise $\hat{p}$.p yi hatasız olarak tahmin eder. Çoğunlukla $\hat{p}$,p ye eşit olmaz ve nokta tahmini hatalıdır. Bu hatanın büyüklüğü p ve $\hat{p}$ arasındaki farktır. p güven aralığının uçlarından birine yakın ise hata maksimum olur. Bu nedenle p ve $\hat{p}$ arasındaki fark $e = \hat{p} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$ değerinden küçük olacaktır.

Sonuçlar :

1. $\hat{p}$.p nin tahmini olarak kullanılırsa hatanın $e = \hat{p} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$ değerinden küçük olacağını 1-σ güvenle söyleye biliriz.

2. $\hat{p}$ .p nin bir tahmini olarak kullanılırsa örneklem büyüklüğü

$n = \frac{Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}.\hat{p}\hat{q}}{e^2}$ olduğundan hatanın e den küçük kalacağını $1-\alpha$ güvenle söyleyebiliriz.

5.4.6.1 İki Binom Parametresinin Farkının Aralık Tahmini

p_1 ve p_2 binom parametreleri sırası ile $\frac{X_1}{n} ve \frac{X_2}{m}$ ile tahmin edilebilirse normal yaklaşım kullanılarak yeter derecede büyük n ve m için $1-\alpha$ düzeyli güven aralıları kurabiliriz.

$$E\left(\frac{X_1}{n}-\frac{X_2}{m}\right)=p_1-p_2 \text{ ve } Var\left(\frac{X_1}{n}-\frac{X_2}{m}\right)=\frac{p_1-p_2}{n}-\frac{p_2-p_2}{m}.q_l=1-p,\ i=1,2$$

$Z=\frac{\left(\frac{x_1}{n}-\frac{x_2}{m}\right)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{p_1-q_1}{n}+\frac{p_2q_2}{m}}}$ birim yoğunluğuna sahiptir. Bu denklemi kullanarak

$P\left[Z=\frac{\left(\frac{x_1}{n}-\frac{x_2}{m}\right)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{p_1-q_1}{n}+\frac{p_2q_2}{m}}}<Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]=1-\alpha$ yazılabilir. Önerilen sınırlar istatistik olmadığından $p_1 \text{ ve } p_2$ yi $\hat{p}_1=\frac{X_1}{n}$ ve $\hat{p}_2=\frac{X_2}{m}$ ile yer değiştirelim. Böylece $p_1 - p_2$ farkı için

$\hat{p}_1-\hat{p}_2 \pm Z_{1-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{p_1.q_1}{n}}.\sqrt{\frac{p_1.q_2}{m}}$ güven aralığı elde edilir.

Örnek : Bir A okulunda 250 kişilik rasgele seçilmiş bir gruptaki 150 kişi tiyatroyu sinemaya tercih ediyor. Bir B okulunda seçilmiş 250 kişiden 190 kişi sinemayı tiyatroya tercih ediyor. A ve B okullarında tiyatroyu tercih etme oranları arasındaki fark için %99'luk güven aralığını bulunuz.

Çözüm : n = 250, m = 250

$$\hat{p} = \frac{x_1}{n} = \frac{150}{250} = 0{,}6$$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{m} = \frac{190}{250 = 0{,}76}$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0{,}6 - 0{,}76 = -0{,}16$$

$$\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n} + \frac{p_2 q_2}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}6.0{,}4}{250} + \frac{0{,}76.0{,}24}{250}} = 0{,}0411 \quad Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ yi bulalım.}$$

$\alpha = 0{,}01$ den

$Z_{0{,}995} = 2{,}58$ olur. $p_1 - p_2$ (0,053;0,226) güven aralığı içinde bulunur.

5.5. Kabul Örneklemesi

Kalite kontrol alanında uygulanan kontrol yöntemleri iki gruba ayrılabilir;

- Kabul veya ret kontrolü.
- Proses kontrolü.

Kabul veya ret kontrolün amacı, ürünlerin tolerans veya spesifikasyonlara uyup uymadığını kontrol etmektir. Uyanlar kabul edilir ve kullanılmaya verilir; uymayanlar ret edilir. Genelde ıskarta adını taşıyan ret edilen ürünler, daha önce belirtildiği gibi tekrar işlenerek veya tamir edilerek kullanılmaya verilebilir veya tamamen kayıp ürün (ıskarta) sayılırlar.Kabul veya ret kontrolleri %100 veya

numuneye dayanarak yapılabilir. %100 kontrolde üretilen tüm ürünler kontrole tabi tutulur. En güvenilir yöntemi olan %100 kontrolün iki önemli sakıncası vardır. Birincisi bazı durumlarda örneğin ürünü işe yaramaz durumuna getiren kırılma, aşınma gibi kontrollerde tüm parçalara uygulanamamasıdır. İkincisi ise çok pahalı olmasıdır. Bu nedenle bir çok durumlarda numuneye dayanan kabul kontrolü veya kısaca numune kontrolü yöntemleri kullanılır.

Numuneye dayanan kabul kontrolünün esası şu şeklide açıklanabilir.

- Belirli bir partiden, belirli sayıda bireylerden oluşan bir numune alınır ve bunun tüm bireyleri kontrol edilir.
- Eğer numunedeki kusurlu birey sayısı, kabul sayısı denilen bir sayı ile eşit veya ondan daha az ise, parti kabul edilir; ret sayısı denilen bir sayı ile eşit veya ondan daha fazla ise ret edilir.

Burada parti, aynı koşullar, altında üretilen birey topluluğudur. Bu toplulukta değişiklik (bireyler arasında farklılık), yalnızca rasgele faktörlere bağlı olması gerekir. Birey ise bir parça, malzeme, yarı mamul, birkaç parçanın birleştirilmesi ile meydana gelen bir ünite, komple ürün (motor, otomobil, buzdolabı), bir şişe ilaç, bir kalıp peynir vb. olabilir.

Numune kontrolü, numune planlaması adını taşıyan belirli bir planlama sistemine göre yapılır. Açıklaması daha sonra yapılacak olan bu planlama sistemi: tek, çift, çok ve ardı ardına olabilir. Yukarıda açıklanan kabul esası tek planlama sistemine aittir. Bu sistem:

- Parti büyüklüğü N;
- Numune büyüklüğü n;
- Kabul sayısı A;
- Ret sayısı R;

Meydana gelir. Tek numune planlaması $R = A + 1$ dir.

Örneğin N=8500 , n=400 , A=2 ve R=3'den oluşan bir planlama; 8500 bireyden oluşan bir partinin 400'ü kontrol edilir ve 2 veya daha az kusurlu birey bulunursa parti kabul edilir; 3 veya daha fazla kusurlu birey bulunura parti ret edilir anlamına gelir.

- Birincisi parti büyük sayıda kusurlu parça içermesine karşın, alınan numunede öngörülen sayıdan (A sayısı) daha az kusurlu parça bulunur ve

kötü bir parti kabul edilir. Buna İstatistikte I. tip hata veya müşterinin aleyhine olduğundan tüketici riski denir.

- İkinci parti çok az kusurlu parça içerir. Ancak alınan numunede öngörülen sayıdan (A sayısı) daha çok kusurlu parça bulunur ve iyi bir parti red edilir. Buna İstatistikte II. tip hata veya üretici aleyhine olduğundan üretici riski denilir. Bu hususlar numune kabul kontrol sisteminin sakıncaları sayılır.

Numuneye dayanan kabul kontrolü genelde, parti sistemine göre üretilen ürünlerin özellik verilerine uygulanır. Bununla beraber sürekli üretim yöntemine (kumaş, kağıt, çimento, petrol ürünleri vb. üretimi) ve parti yöntemine göre üretilen ürünlerin değişken (sayı) verilerine de uygulanabilir. Değişken verilerle ilgili şu hususu açıklamada fayda vardır. Değişken verileri kolayca özellik verilerine dönüştürülebilir ve bunlar gibi işlem görebilir. Örneğin boyutu ve toleransları 60 ± 0.040 olan bir parça, ölçme sonucu boyutu tolerans limitleri arasında bulunursa kusursuz (uygun), tolerans limitleri dışında olursa kusurlu (uygun değil) olarak nitelendirilebilir ve özellik verisi gibi işlem görür. Bununla beraber numune kabul kontrolü değişken niteliğini koruyan verilere de uygulanır.

Numune kabul kontrolünün uygulama ve İstatistik esasları yönleri vardır. Burada ilkin uygulama ve sonra İstatistik esaslar yönleri incelenecektir.

5.6. Özellik Verilerin Numune Kabul Kontrolü

Numune kabul kontrolü aşağıda açıklanan kademelerden .oluşur:

- Parti büyüklüğünün tayin edilmesi ve partinin rasyonel olması.
- Numune büyüklüğünün tayin edilmesi.
- Kabul edilen bir kontrol seviyenin seçilmesi.
- Numune planlamanın seçilmesi ve buna göre parti hakkında kabul veya ret kararın verilmesi.

Aşağıda bu kademeler örneklerle incelenecektir.

5.7. Parti Büyüklüğünün Tayin Edilmesi Ve Partinin Rasyonel Olması

Burada şu hususlar dikkate alınması gerekir.

a. Partinin homojen yani onu oluşturan bireylerin aynı kaynaktan; başka bir deyimle aynı makine, aynı operatör, aynı malzeme, aynı kalıp, aynı vardiya vb. gibi faktörlere bağlı olarak meydana gelmesi gerekir. Bu partiye rasyonel parti denilir. Bu husus yerine getirilmediği durumda, numune planlaması tam olarak çalışmaz ve ayrıca kusurlu bireylerin nedenlerini tayin etmek zorlaşır.

b. Parti mümkün olduğu kadar büyük olması gerekir. Bu hususta ilke olarak minimum parti büyüklüğü 300 bireyden meydana gelenidir. Yine bir kural olarak atölyedeki imalat partileri 300 bireyden daha büyük olduğu durumda, numune kabul kontrolünde parti olarak alınabilir. Örneğini galvaniz işlemine tabi tutulan ve 500 somundan oluşan bir parti, kontrol için kabul edilebilir. 300 bireyden daha küçük olduğu durumda , 300 sayısı doluncaya kadar iki veya üç parti beklenebilir. Parti büyüklüğünü etkileyen bir başka husus, üretim .yerinin (tezgah, makine, tesisat) kontrol zamanıdır. Bir saate 800 parça üreten bir pres , yarım saatte kontrol edilirse, bu zaman içersinde işlenen 400 parça kontrol partisi olarak alınabilir.

5.8. Numune Seçimi ve Büyüklülüğü

Kontrol için seçilen numune tüm partiyi temsil etmesi gerekir. Bu koşul numunenin tamamen rasgele olarak seçilmesi ile yerine getirilir. Buna rasgele numune alma veya rasgele numune denilir. Rasgele numune, kümenin her bireyinin, numuneye girme şansının eşit olması anlamına gelir. İstatistik kitaplarda rasgele numune oluşturmak için rasgele sayı tabloları vardır. Bu tablolar hem sınırlı, hem de bunlarla çalışma oldukça zordur.

Excel'de rasgele sayı ve. rasgele numune oluşturulması için bir çok fonksiyon vardır. Bunlar; f_x fonksiyon sihirbazına bağlı olarak: S_SAYI_ÜRET (RAND) ve RASGELEARADA (RANDBETWEEN) fonksiyonları ve Araçlar (Tools) menüsünün Veri Çözümleme (Tools-Data Analysis) komutuna bağlı olarak: Rasgele

Sayı Üretme (Random Number Generation) ve Örnekleme (Sampling) araçlarıdır. Partiden rasgele numune almak için en uygun RASGELEARADA ve Örnekleme fonksiyonlarıdır Bir partiden rasgele numune almak için, partinin tüm bireylerine birer numara verilir. Örneğin 300 bireyden oluşan bir partinin bireylerine 1'den 300 kadar numara verilir.

a. RASGELEARADA fonksiyonunun yapısı RASGELEARADA (alt, üst) dır; burada alt rasgele sayıların en küçük ; üst en büyük sayıdır. Buna göre = RASGELEARADA (1, 30} girilirse ve hücre ilkin sağa ve sonra aşağı 30 hücreye kopyalanırsa Tablo 3.5-1'de Rasg. sırasında gösterildiği gibi numuneyi oluşturan bireylerin numaraları bulunur. Dolayısıyla 1 ila 300 ile numaralandırılmış olan partiden, numune olarak tabloda numaraları verilen bireyler alınır.

Rasg.	281	230	18	85	124	218	157	225	194	110	291	86	245	40	158
	284	264	3	213	20	26	95	159	202	31	103	236	298	16	140
Örnek.	199	247	185	32	53	248	76	256	45	102	128	231	111	82	253
	18	191	103	154	288	91	15	226	254	150	124	253	257	223	148

Tablo 5.8-1Rasgelearada ve Örnekleme ile oluşturulan rasgele numune

a) Örnekleme fonksiyonu Veri Çözümleme komutu ile diyalog kutusundan seçildikten sonra bu adını taşıyan diyalog kutusu gelir ve bunun metin kutularına şu girişler yapılır. Giriş aralığı: parti numaralarını gösteren tablo örneğin $B$2:$K$31; Etiketler (Label): boş bırakılır. Örnekleme yöntemi Rasgele seçilir; Örnek sayısı kutusuna 30 girilir ve Çıkış aralığına $O$4:$AC$5 yani sonuçların görünmesi istenilen hücre aralığı girilir. Bu yöntemle numuneyi oluşturan bireylerin numaralan Tablo 5.8-1 Örnek. Sırasında verilmiştir. Burada da 1 ila 300 ile numaralandırılmış olan partiden, numune olarak tabloda numaraları verilen bireyler alınır.

Numune büyüklüğü daha sonra açıklanacak numune planlaması yönteminden seçilir.

5.9. Kabul Kalite Seviyesinin Tayini

Kabul kalite seviyesi (AGL-Acceptance Ouality Level) kavramı, şu düşüncelere dayanmaktadır. Bir üretim ünitesi bir ürünü %100 kusursuz olarak, ancak %100 bir kontrol işleminden sonra teslim edebilir. Bununla beraber %100 kontrolün her zaman mümkün ve ayrıca ekonomik olmadığını ve onun yerine numune kabul kontrolünün kullanıldığı daha önce belirtilmiştir. Buna bağlı olarak %100 kusursuz ürün yerine bir partide, belirli bir oranda kusurlu parça bulunduğu durumda dahi, bu durum %100 kontrolden daha ekonomik olacağı düşüncesine varılmıştır. Genelde üretici-tüketici (müşteri) anlaşması ile tayin edilen bu kusurlu oranına kabul kusurlu seviyesi denilir. Buna göre kabul edilen partilerde, kabul kusurlu seviyesine eşit veya daha küçük sayıda kusurlu parça bulunabilir. Bu açıklamalara göre AQL numune kabulü için yeterli sayılan maksimum kusurlu oranı veya yüzdesidir.

Genelde kabul kusurlu seviyesinin tayin edilmesinde çok dikkatli davranılması gerekir. Kabul kusurlu seviyesi yalnızca ürünün bitmiş haline değil, işlemler arası da geçerlidir. Bu durumda daha sonraki işlemlerde kusurlu parçaların işleme maliyeti de dikkate alınmalıdır. Örneğin parlatma ve altınla kaplama işlemlerine tabi tutulan bir parça için parlatma işleminde AQL=%1 olduğu varsayılsın. Bu demektir ki 500 bireyden oluşan bir partide 5 kusurlu parça bulunacak ve bu parçalar kaplamaya tabi tutulacaktır. Ancak bitmiş parçalara uygulanan %100 kontrolde bu parçalar bulunacak ve ıskarta olacaktır. Bu hususta yapılan maliyet hesaplarına dayanarak, kusurlu parçaların kaplama maliyeti, parlatmada %100 kontrol maliyetinden daha düşük çıkmış ve AQL=%1 ile işleme devam edilmiştir.

Bir başka örnek dökme yolu ile imal- edilen bir sonsuz vida kutusu ile ilgilidir. Burada dökümden sonra AQL=%2 olarak kabul edilmiştir; bu değer 500 parçada 16 kusurlu kutu demektir. Bu kutuların dökümden sonra işleme maliyeti, %100 kontrol maliyetinde daha pahalı çıkmış ve %100 kontrole geçilmesine karar verilmiştir.

Kabul kalite seviyesinin tayin edilmesi, üretimin bir süre gözlem altında tutulması ve geçmişteki kaydedilen verileri de dikkate alınması gerekir.

Örneğin örnek olarak verilen sonsuz vida kutusu ele alınırsa ve bunların üç işleme merkezinde işlendiği düşünülürse, iki ay boyunca işlenen sekiz partide kusurlu yüzdeleri Tablo 3.11-1'de gösterildiği gibi olmuştur. Görüldüğü gibi %6.5 ve

%3.4 hariç diğer değerler %1 ila %2 arasındadır. %6.5 ve %3.4 kusurlu yüzdesi ya operatörün bir hatası, ya da tezgahta bir ayarın bozulmasından ileri gelebilir Tüm verilerin ortalaması %1.7 ve %6.5 ve %3.4 değerleri çıkarılırsa verilerin ortalaması %1.4 dür. Buna göre bu üç işleme merkezlerinde işlenen partilerin kabul kontrol seviyesi belirli bir süre için AQL=%1.5 olarak tayin edilebilir.

	İş.Mer.1	**İş.Mer.2**	**İş.Mer.3**
1.Parti	%1,9	%0,8	%2,0
2.Parti	%2,2	%1,2	%1,8
3.Parti	%2,4	%6,5	%1,2
4.Parti	%1,3	%0,6	%0,7
5.Parti	%1,4	%1,3	%1,3
6.Parti	%1,6	%1,2	%1,1
7.Parti	%0,8	%0,9	%2,1
8.Parti	%3,4	%1,4	%0,5
Or. TÜm	**%1,7**	**Or. Eksik**	**%1,40**

Tablo 5.9-1 Kabul Kontrol seviyesi

Esasen Kabul Kontrol Seviyesi (AOL) üretici riskini temsil etmektedir. Genelde α ile simgelenen üretici riski, kabul edilecek bir partinin, numune kontrolünden sonra ret etme probabilitesini ifade etmektir. Buna göre örneğin $AQL = \%1{,}5$, kabul edilebilecek bir partinin ret etme probabilitesi 0.015 veya %1.5 olduğu anlamına gelir.

5.10. Numune Planının Seçilmesi

1. Numune planlama çeşitleri. Numune planlaması tek, çift ve çok olabilir. Çift ve birçok planlama çeşitlerine ardarda planlama da denilir.

a. Tek numune planlamasında daha önce açıklandığı gibi; partiden bir numune alınır, tüm bireyleri kontrol edilir ve kusurlu sayısı, kabul sayısı denilen bir sayı ile eşit veya daha az ise, parti kabul edilir; ret sayısı denilen bir sayı ile eşit veya daha fazla ise ret edilir. Buna göre bu planlamanın faktörleri: parti büyüklüğü N, numune büyüklüğü n, kabul sayısı A ve ret sayısı R dir. Bu planlamada $R = A + 1$ dir.

b. Çift numune planlamasında; parti hakkında sonuç a, kabul, b. ret, c. başka bir numune alınması şeklinde olabilir. Bu planlamanın faktörleri:

- Parti büyüklüğü N;

- Birinci numunenin büyüklüğü n_1;
- Birinci numunenin kabul sayısı A_1 (bu değer A veya Ac ile gösterilebilir);
- Birinci numunenin ret sayısı R_1 (bu değer R veya Re ile gösterilebilir);
- İkinci numunenin büyüklüğü n_2;
- İkinci numunenin kabul sayısı A_2;
- İkinci numunenin ret sayısı R_2;

R_1 ve R_2 değerleri verilmediği durumda, eşit $A_2 + 1$ alınır. Örneğin çift planlamada: $N = 8000$ $n_1 = 50$, $A_1 = 1$, $R_1 = 5$, $n_2 = 150$, $A_2 = 6$ ve $R_2 = 7$ olduğu durumda:

- $n_1 = 50$ numunede $A_1 = 1$ olduğunda, kusurlu sayısı 1 veya daha az olursa parti kabul edilir.
- $n_1 = 50$ numunede $R_1 = 5$ olduğundan, kusurlu sayısı 5 veya daha büyük olursa parti ret edilir.
- $n_1 = 50$ numunede, kusurlu sayısı 2, 3 veya 4 olursa ikinci bir numune alınır.
- İkinci $n_2 = 150$ numunede $A_2 = 6$ olduğundan, her iki numunede de toplam kusurlu sayısı 6 veya daha az olursa parti kabul edilir. 6 veya daha az kusurlu sayısına, şu şekilde ulaşılır. Birinci numunede kusurlu sayısı 2 olursa, ikincide 4 veya daha az; birinci numunede kusurlu sayısı 3 olursa, ikincide 3 veya daha az; birinci numunede kusurlu sayısı 4 olursa, ikincide 2 veya daha az olmalıdır.
- İkinci $n_2 = 150$ numunede $R_2 = 7$ olduğundan, her iki numunede de toplam kusurlu sayısı 7 veya daha çok olursa parti ret edilir. 7 veya daha çek kusurlu sayısına, şu şekilde ulaşılır. Birinci numunede kusurlu sayısı 2 olursa, ikincide 5 veya daha çok; birinci numunede kusurlu sayısı 3 olursa, ikincide 4 veya daha çok; birinci numunede kusurlu sayısı 4 olursa, ikincide 3 veya daha az olmalıdır.

c. Çok numune planlamasında yöntem çift planlamaya benzer. Burada kusurlu sayısı A ve R arasında bulunursa üçüncü, dördüncü vb. numune alınabilir.

2. Esasen tüm numune planlamaları aynı sonucu vermektedir; yani bir partinin kabul veya ret edilme şansı, tek veya çift veya çok numune planlamasında aynıdır. Sonuç bakımından aynı olmakla beraber, numune planlamaları arsında fark basitlik, ekonomik, kalite hakkında bilgiler ve psikolojik gibi faktörlere dayanır. Numune planlamaların seçimi de bu faktörler dikkate alarak yapılır. Buna göre:

- Basitlik bakımından: tek numune planlaması en iyisi, çok numune planlaması en kötüsüdür.
- Ekonomik bakımında: tek numune planlaması en pahalı, çok numune planlaması en ucuzudur, İlk bakışta bu ifade yanıltıcı gibi görünebilir. Ancak bu husus şu şekilde açıklanabilir. Tek numune planlamasında numune büyüklü oldukça büyüktür, bireylerin kontrolü daha uzun zaman alır ve bu nedenle daha pahalıdır. Çift planlamada alman ilk numune büyüklüğü daha küçüktür ve çok numune kontrolünde daha da küçüktür ve dolayısıyla bireylerin kontrolü daha az zaman alır ve daha ucuzdur. Örneğin tek numune kontrolünde numune büyüklüğü 180 ise, çift kontrolde de bu 120 ve çok kontrolde 50 olabilir. Denilebilir ki çift planlamada ikici, çok planlamada üçüncü vb. numuneler alınır. Ancak genelde partinin kaderini ilk numune tayin eder. Yani parti genelde ilk numuneye göre kabul veya ret edilir; üstelik ilk numune parti kalitesi hakkında da bir fikir verir. Bu iki, yani ilk numune büyüklüğü ve genelde partinin kabul veya ret edilmesi ilk numuneye göre yapılması hususu dikkate alınırsa, en pahalı tek numune planlaması olduğu ortaya çıkar.
- Parti kalitesi hakkında en iyi bilgiyi, numune büyüklüğü büyük olduğu için tek numune planlaması verir.
- Psikolojik etkene gelince en etkili çift planlamadır. Bunun da nedeni partinin ret edilmesi için ikinci bir şans vermektedir. Bu bakımından çok numune planlaması birçok şans verdiği için daha kötü, tek numune planlaması hiçbir şans vermediği için en kötüsüdür.

Özetlenirse:

- Tek numune planlaması en basit, parti kalitesi hakkında en çok bilgi veren ancak en pahalı ve psikolojik bakımından en etkisiz planlamadır.
- Çok numune planlaması en karmaşık, parti kalitesi hakkında en az bilgi veren, ancak psikolojik bakımından etkisi olan ve en ucuz planlamadır.
- Çift numune planlaması tek ile çift numune planlaması arasında bulunur; üstelik en iyi psikolojik etkiye de sahiptir.

3. Numune kabul planlama çeşitleri uzun süren çalışmalar sonucu standart durumuna getirilmiştir. Bu bakımından en çok kullanılan standartlar MİL-STD-105D, buna

göre oluşturulan ANSI/ASQC Z1.4-1981 ve-ISO/DIS-2859 dır. Bu standartlar: numune sayısına ve kabul kalite seviyesine göre kabul (A) ve ret R sayısını veren tablolar şeklinde düzenlenmiştir. Tablolar; tek, çift ve çok numune kabul planlaması için ayrı, ayrı hazırlanmıştır. Her numune kabul planlaması tabloları normal, sıklaştırılmış ve azaltılmış kontrole göre değerler içerir, Sıklaştırılmış kontrolde normal kontrolden daha çok birey kontrol edilir; azaltılmış kontrolde ise daha az birey kontrol edilir. Genelde normal kontrol tabloları kullanılır. Ancak önceki kontrol verileri kaybolduğu durumda sıklaştırılmış, çok iyi kalite elde edildiği durumda azaltılmış kontrol kullanılır. Başka bir deyimle her kontrol normal olarak başlar. Bunun sonuçlarına göre kontrol sıklaştırılmış veya azaltılmış kontrole yönelebilir.

Ret edilen partiler, %100 bir kontrolün sonucu, kusurlu bireyler ayıklandıktan veya tamir edildikten sonra kabul edilebilir.

4. Numune kabul planının kullanma kademeleri. Numune kabul planı seçildikten sonra, planın kullanma kademeleri şu şeklide özetlenebilir.

a. Numune büyüklüğünün tayin edilmesi;

b. Kontrol Kabul seviyesinin (AOL) belirlenmesi;

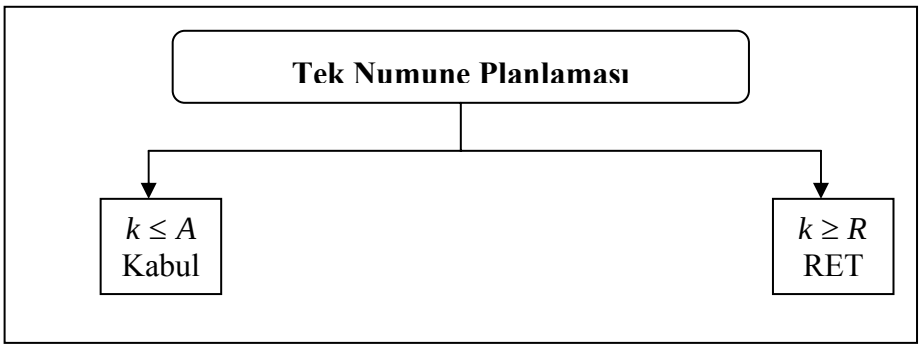
c. Bu iki faktöre bağlı olarak, seçilen numune kabul planının tablosundan kabul A ve ret R sayılarının tayin edilmesi;

d. Numune bireylerin kontrol edilmesi ve bulunan kusurlu sayısının, A veya R sayılan ile karşılaştırarak, parti hakkında karar verilmesi.

5.11. Numune Kabul Planlarının Örneklerle Açıklanması

5.11.1.Tek Numune Kabul Planı

Tek numune kabul planında partiden bir numune alınıp tüm bireyleri kontrol edilir ve kusurlu sayısı, A kabul sayısı ile eşit veya ondan daha az olursa parti kabul edilir; R ret sayısı ile eşit veya ondan daha fazla ise ret edilir. Burada $R = A + 1$ dir. Numunede bulunan kusurlu sayısı k ile ifade edilirse, tek numune planlamanın uygulama şeması Şekil 5.11-1'de gösterildiği gibidir.



Şekil 5.11.1 Tek Numune Planlaması

1. Numune büyüklüğünün tayini. Anılan standartlara göre numune büyüklüğü Tablodan seçilir. Bu tabloda numune büyüklüğü direkt değil de harf şeklinde kodlanmış olarak verilmektedir. Tabloda numune büyüklüğü: l, II ve III olarak gösterilen üç genel kontrol seviyesi ve S-1, S-2,S-3, S-4 şeklinde gösterilen dört özel kontrol seviyesine göre verilmektedir. Genel olarak genel kontrol seviyesi kullanılır. Burada normal kontrol seviyesi II dir. I. kontrol seviyesi bunun yansı kadar, III kontrol seviyesi bunun iki misli kadar kontrol öngörmektedir. Başka bir deyimle normal seviye olan II. kontrol seviyesinin numune büyüklüğüne göre: I. kontrol seviyesinin numune büyülüğü yarısıdır (n/2), III. kontrol seviyesinin numune büyüklüğü iki mislidir (2n). Her üç kontrol seviyesi üretici için yaklaşık aynı koruma; tüketici için ise farklı koruma sağlamaktadır. Kontrol seviyesi ürünün çeşidine göre ve müşteri istekleri doğrultusunda değiştirilebilir. S-1, S-2, S-3, S-4 özel kontrol seviyeleri, numune büyüklüğü çok küçük veya başka özel hallerde kullanılır.

2. Kabul kalite seviyesinin belirlenmesi. Daha öncede belirtildiği gibi kabul kalite seviyesi AQL, numune kabulü için yeterli sayılan maksimum kusurlu oranı veya yüzdesidir. Buna göre kabul kalite seviyesi esasen memnun edici sayılabilen proses ortalamasını göstermektedir. Daha önce bu değerin belirlenmesi ile ilgili açıklamalar yapılmıştır. Burada ilave etmek istediğimiz husus, eğer standart tablolar kullanılacaksa, bu değer tablolarda "belirtilen değerlerle eşit olarak alınması önerilir. Örneğin belirli bir tezgah grubu için $AQL = 1{,}2$ olarak

belirlenmişse, bu değer standart tabloda varolan 1.5 alınmalıdır. Eğer standart tablolar kusurlu yüzdesi planı için kullanılacaksa, AQL %0.010'dan %100 arasında bulunur; bireye ait kusurlar planına uygulanırsa, 100 bireye ait 0.010 kusurdan, 100 bireye ait 1000 kusur arasında değişebilir.

3. Kabul ve ret sayılarının seçimi. Bu değerler standart numune kabul tablolarında verilir. Tablo PL-3.1, Tablo PL-3.2 ve Tablo PL-3.3'te sırasıyla normal,sıklaştırılmış ve azaltılmış tek numune planlaması için planlama tabloları verilmiştir. Bu tabloların kullanılması aşağıdaki örnekle açıklanacaktır.

	Genel Kontrol Seviyeleri			Özel Kontrol Seviyeleri			
Parti Boyutu	I	II	III	S-1	S-2	S-3	S-4
2–8	A	A	B	A	A	A	A
9–15	A	B	C	A	A	A	A
16–25	B	C	D	A	A	B	B
26–50	C	D	E	A	B	B	C
51–90	C	E	F	B	B	C	C
91–150	D	F	G	B	B	C	D
151–280	E	G	H	B	C	D	E
281–500	F	H	J	B	C	D	E
501–1200	G	J	K	C	C	E	F
1201–3200	H	K	L	C	D	E	G
3201–10,000	J	L	M	C	D	F	G
10,001–35,000	K	M	N	C	D	F	H
35,001–150,000	L	N	P	D	E	G	J
150,001–500,000	M	P	Q	D	E	G	J
500,001 ve üstünde	N	Q	R	D	E	H	K

Tablo 5.11-1 Tek numune planlamasında numune boyutunun kod harfleri

4. Örnek. Parti büyüklüğü 1500 ve kabul kontrol seviyesi $AQL = \%1$ için, normal sıklaştırılmış ve azaltılmış tek numune kabul planının tayin edilmesi istenmektedir.

- İlkin II. yani normal kontrol seviyesi seçerek Tablo 5.11-1'den 1500 partinin bulunduğu 1201-3200 için numune kodu K bulunur.
- K ve $AKL = \%1$ değerleri ile Tablo PL-3.8.-1'den normal tek numune planlaması için numune büyüklüğü $n = 125$, $A = 3$ ve $R = 4$ bulunur, Buna göre numune bireyleri kontrol edildikten sonra kusurlu sayısı 3 veya daha az çıkarsa parti kabul; 4 veya daha çok çıkarsa ret edilir. Burada şu hususu da belirtmekte yarar vardır. Numune kontrolü sırasında kusurlu sayısı 4 çıktığı anda kontrol durdurulur ve parti ret edilir; yani numune sonuna kadar kontrol edilmez.
- Aynı yani K ve $AKL = \%1$ değerleri ile Tablo PL-3.8-2'den sıklaştırılmış tek numune planlaması için numune büyüklüğü $n = 125$, $A = 2$ ve $R = 3$ bulunur.

Buna göre numune bireyleri kontrol edildikten sonra kusurlu sayısı 2 veya daha az çıkarsa parti kabul; 3 veya daha çok çıkarsa ret edilir.

- Aynı değerlerle ile Tablo PL-3.8-3'ten azaltılmış tek numune planlaması için numune büyüklüğü $n = 50$, $A = 1$ ve $R = 4$ bulunur. Buna göre numune bireyleri kontrol edildikten sonra kusurlu sayısı 1 veya daha az çıkarsa parti kabul; 4 veya daha çok çıkarsa ret edilir. Kusurlu sayısı 2 veya 3 çıkarsa parti yine kabul edilir, ancak kontrol tipi azaltılmıştan normale dönüştürülür. Aynı dönüşüm parti ret edildiği durumda da yapılır.

5. Numune planlamanın yorumu.

- Tablolardan numune büyüklüğüne göre A ve R değerleri seçilirken dikey okla karşılanırsa, okun üstündeki veya altındaki ilk numune planlaması kullanılır. Bu durumda numune kodu ve bununla beraber numune büyüklüğü de değişir. Örneğin $n = 32$ olan G kodu ve $AQL = \%1$ için normal tek numune planlaması tablosunda aşağa yönelik bir ok isabet eder. Bu durumda kod G'den H'ye değiştirilir (numune büyüklüğü de $n = 32$'den, $n = 50$'ye) ve $A = 1$ ve $R = 2$ bulunur. Eğer ok aşağa doğru ise, bir karar vermek için numune büyüklüğü çok küçük; ok yukarı doğru ise, karar daha küçük bîr numune büyüklüğü ile de karar verilebilir anlamına gelir.
- Görüldüğü gibi sıklaştırılmış numune planlaması çok daha sıkı bir planlama vermektedir. Normal planlamada parti 3 veya daha az kusurlu sayısı ile kabul edilirken, sıkılaştırılmış planlamada bu sayı 2 veya daha azdır. Azaltılmış planlamada aynı numune kodu ve QKL için numune büyüklüğü yaklaşık %40 daha azdır; bu da kontrol maliyetini önemli şeklinde azaltır.
- Genelde numune planlaması normal kontrolle başlar ve aşağıda gösterilen durumlarda değiştirinceye kadar, devam eder.
  - $\Rightarrow$ Normalden sıklaşırsa: 5 ardarda partiden 2 si ret edildiği durumda.
  - $\Rightarrow$ Sıklaştırılmıştan normale: 5 ardarda parti kabul edildiği durumda.
  - $\Rightarrow$ Normalden azaltmışa: Aşağıda gösterilen durumlarda:
    - ❖ Daha önceki 10 partiden hiçbiri ret edilmediği durumda.
    - ❖ Üretim kararlı olduğu yani makinelerde bozulma, malzeme temininde sıkıntı veya işçilik problemleri gibi zorluklar olmadığı durumda.
  - $\Rightarrow$ Azaltılmıştan normale. Aşağıda gösterilen durumlarda:

- ❖ Bir parti ret edildiği durumda.
- ❖ Numune hem kabul, hem de ret kriterini karşılamadığı ancak parti kabul edildiği durumda.
- ❖ Üretim düzensiz ve gecikmeli yapıldığı durumda.
- ❖ Müşteri istediği durumda.

Eğer 10 ardarda partide veya yönetimin kararlaştırdığı bir sayıda, sıklaştırılmış kontrol devam ederse ve normale dönüştürme koşulu meydana gelmemişse, üretim kalitesini iyileştirmek için önlemler alınması gerekir.

5.11.2.Çift Numune Kabul Planı

1. Burada tek numune planlamasında gösterilen benzer tablolar ve yöntem uygulanır. Daha önce belirtildiği gibi çift numune kabul planında iki numune alınabilir. Birinci numunenin büyüklüğü $n_{1\,s}$ kabul sayısı $A_{1\,s}$ ret sayısı R_1; ikinci numunenin büyüklüğü n_2, kabul sayısı A_2, ret sayısı R_2 olursa:

$\Rightarrow$ Birinci numunede kusurlu sayısı A_1 ile eşit veya daha az olduğu durumda parti kabul edilir,

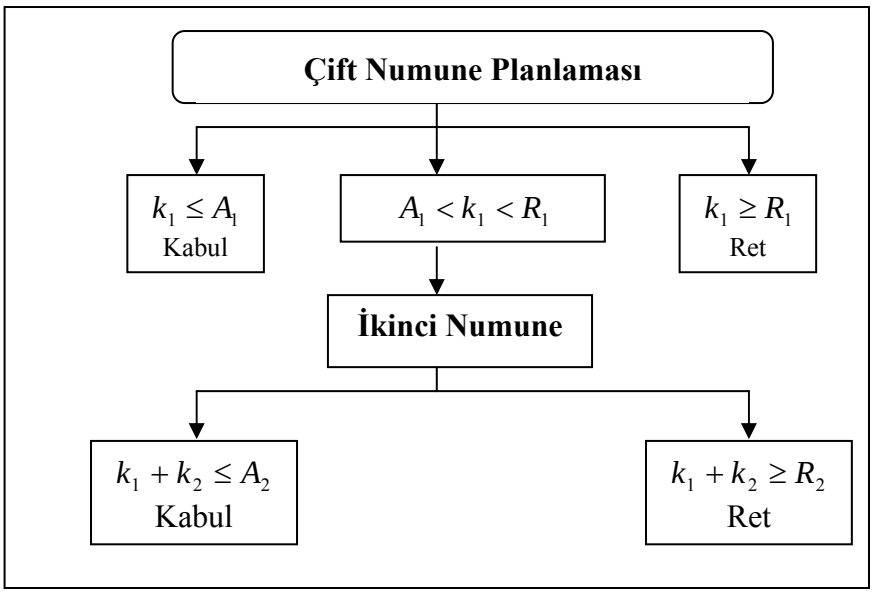
$\Rightarrow$ Birinci numunede kusurlu sayısı R_1 ile eşit veya daha çok olduğu durumda parti ret edilir.

$\Rightarrow$ Birinci numunede kusurlu sayısı A_1 ile R_1 arasında olduğu durumda ikinci bir numune alınır,

$\Rightarrow$ Numunelerin $n_1 + n_2$ toplamında kusurlu sayısı A_2 ile eşit veya daha az olduğunda parti kabul edilir.

$\Rightarrow$ Numunelerin $n_1 + n_2$ toplamında kusurlu sayısı R_2 ile eşit veya daha çok olduğunda parti ret edilir.

Birinci numunede kusurlu birey sayısı k_1 ve ikinci numunede k_2 olarak ifade edilirse çift numune planlamasının şeması Şekil 5.11.2-1'de gösterilmiştir. Bu planlamada, birinci numunede A ile R değerleri arasında bir fark vardır; ikinci numunede bu fark 1, yani $R = A + 1$ olur.



Şekil 5.11.2.1 Çift Numune Planlaması

Tablo PL-3.4'te normal tek numune planlaması ile karşılaştırılmış şeklinde normal (ve sıklaştırılmış bir arada) ve ayrıca azaltılmış çift numune planlaması için numune kodlarına karşılık gelen n_1, n_2 ve $n_1 + n_2$ numune büyüklükleri ve Tablo PL-3.5'de kabul A_1, A_2 ve ret R_1, R_2 sayıları verilmiştir.

2. Örneğin yukarıda verilen 1500 büyüklüğünde partinin II. yani normal kontrol seviyesi için Tablo PL-3.1'den bulunan K numune koduna göre çift kontrol planlaması istensin. Burada Tablo PL-3.5'ten normal kontrol için:

- İlk numune büyüklüğü $n_1 = 80$;
- İkinci numune büyüklüğü $n_2 = 80$ ve toplam numune büyüklüğü $n_1 + n_2 = 160$ seçilir.

Tablo PL-3.6'dan bu parti ve K kodu ve ayrıca AKL=%1 için normal Tek planlamada kabul ve ret sayılan A=3 ve R=4 olduğuna göre:

- Birinci numune için kabul ve ret sayılan $A_1 = 1$ ve $R_1 = 4$;
- İkinci numune için kabul ve ret sayıları $A_2 = 4$ ve $R_2 = 5$ seçilir. Buna göre:
  - $\Rightarrow$ Birinci numune kontrolünde kusurlu sayısı 1 veya 1'den daha az olursa, parti kabul edilir.
  - $\Rightarrow$ Kusurlu sayısı 4 veya 4'den daha çok olursa, parti ret edilir.
  - $\Rightarrow$ Kusurlu sayısı 2, 3 veya 4 olursa ikinci numune alınır.

$\Rightarrow$ Bu defa birinci ve ikinci numunede ($n_1 + n_2 = 160$) toplam kusurlu sayısı 4 veya daha az olursa parti kabul edilir. 5 veya daha çok olursa parti ret edilir.

5.11.3. Çok Ve Ardarda Numune Kabul Planı

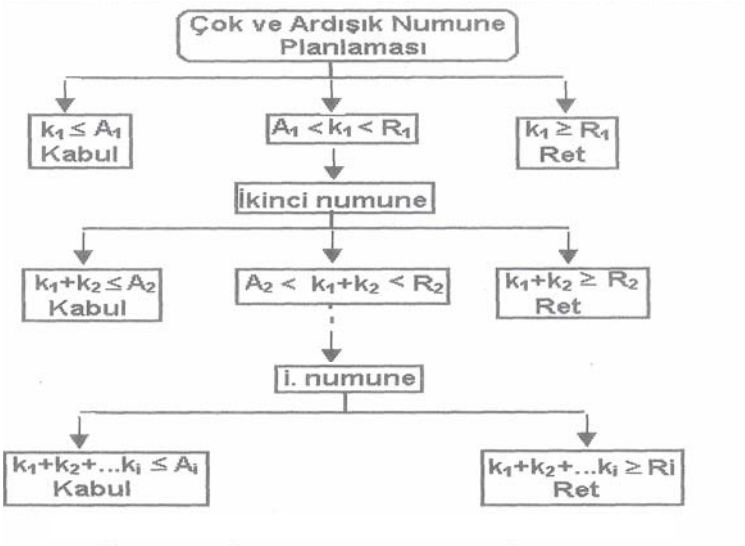
Esasen çok ve ardarda numune planlaması arasında bir fark yoktur. Her ikisinde de alınan numune sayısı çift kontrolden yani 2'den daha büyüktür. Yalnızca tabloların değer bakımından değil, sunma şeklinde bazı farklılıklar vardır. Yöntem olarak çift numune planlamasında açıklanan yöntem uygulanır ancak numune sayısı ikiden dana fazla alınır.

Buna göre:

- Birinci numunenin büyüklüğü n_1, kabul sayısı A_1, ret sayısı R_1 ve kusurlu sayısı k_1;
- İkinci numunenin büyüklüğü n_2, kabul sayısı A_2, ret sayısı R_2 ve kusurlu sayısı k_2;
- i. numunenin, numune büyüklüğü n_i,kabul sayısı A_i, ret sayısı R_i ve kusurlu sayısı k_i olursa;

çok ve ardarda planlamanın uygulaması Şekil 3.8-3'te gösterildiği gibi gerçekleştirilir. Bu planlamada ara numunelerde A ile R değerleri arasında bir fark vardır; son numunede bu fark 1'e indirilir ($R = A + 1$ olur).

Tablo PL-3.7'de normal tek numune planlaması ile karşılaştırılmış şeklinde normal (ve sıklaştırılmış bir arada) ve ayrıca azaltılmış çok numune planlaması için numune kodlarına karşılık gelen $n_1, n_2, ...n_i$ ve $\sum n_i$ numune büyüklükleri ve Tablo PL-3.8'de kabul $A_1, A_2, ..., A_i$ ve ret $R_1, R_2, ..., R_i$ sayıları verilmiştir. Bununla beraber Tablo PL-3.9'da ardarda numune planlaması tablosu verilmiştir. Bu tabloda direkt olarak parti büyüklüğüne bağlı olarak numune büyüklükleri ve yalnızca normal kontrol çeşidi için değerler verilmiştir, Ardarda planlama tablosunda verilen numune büyüklüğü kümülatifdir.



Şekil 5.11.-3 Çok ve ardı ardına numune planlaması

Örnek: Parti büyüklüğü N=750 ve kabul kontrol seviyesi AQL=%1.5 için normal numune planlaması istenmektedir. Çözüm her iki yöntem arasında farkı göstermek için çok ve ardarda numune planlaması tablolara göre verilecektir.

Çok numune planlamasında; N=750 ve normal (II.) kontrol için Tablo PL-3.8-1'den J numune kodu bulunur ve Tablo PL-7.2'den (normal tek numune planlaması tablosu) J kodu için numune büyüklüğü n=80 ve AQL=%1.5 için A=3 ve R=4 bulunur. n=80 ve A-R=3-4 için Tablo PL-7.7 ve Tablo PL-7.8'den: her birin büyüklüğü $n_i = 20$ olan 7 numune; bunların kabul sayıları $A_i = *,0,1,2,3,4,6$ ve ret sayıları $R_i = 3,3,4,5,6,6,7$' dir. Burada *-kabul yok anlamına gelir Bu değerlerle Tablo 5.11-3.1'de gösterilen numune planlaması hazırlanır. Bu planlamada:

- Büyüklüğü $n_1 = 20$ olan 1. numunede kabul yoktur. Yani burada kusur sayısı $R_1 = 3$ ile eşit veya ondan daha fazla çıkarsa parti ret edilir; daha az çıkarsa büyüklüğü $n_2 = 20$ ikinci bir numune alınır.
- Bu defa alınan toplam $n_1 + n_2 = 40$ numunede kusurlu sayısı $A_2 = 0$ olursa parti kabul edilir; $R_2 = 3$ ile eşit veya ondan daha fazla çıkarsa ret; 1 veya 2 olursa üçüncü bir numune alınır ve A ile R arasında ara değerler çıktığı sürece işlem 7. numune kadar gider.

- 7. numunede toplam numune büyüklüğü 140'ta, kusurlu sayısı 6 ile eşit olursa numune kabul, 7 ile eşit veya ondan daha fazla olursa ret edilir.

Tablo 5.11-3.1 Çok Numune Planlaması

Numune No	n_i	$\sum n_i$	A_i	R_i
1.Numune	20	20	*	3
2.Numune	20	40	0	3
3.Numune	20	60	1	4
4.Numune	20	80	2	5
5.Numune	20	100	3	6
6.Numune	20	120	4	6
7.Numune	20	140	6	7

***Birinci numunede kabul yoktur.**

Tablo5.11-3.2 Ardarda numune planlaması

Numune No			
1.Numune	40	0	3
2.Numune	60	0	3
3.Numune	80	1	4
4.Numune	100	2	4
5.Numune	120	3	4

Ardarda numune planlamasında; N=750 ve AQL=%1,5 için Tablo PL-7,9'dan $\sum n_i = 40,60,80,100,120$ olan 5 numune; bunların kabul sayıları $A_i = 0,0,1,2,3$ ve ret sayılan $R_i = 3,3,4,4,4$ elde edilir. Dikkat edilecek husus burada verilen numune büyüklükleri kümülatif yani toplam numune büyüklüğüdür. Bu değerlerle Tablo 7.3-2'de gösterilen numune planlaması hazırlanır. Bu planlamada:

$\Rightarrow$ İlkin partiden büyüklüğü $n_1 = 40$ olan 1. numune alınır, kontrol edilir ve kusurlu sayısı $A_1 = 0$ olursa parti kabul; $R_1 = 3$ ile eşit veya ondan daha fazla çıkarsa parti ret edilir; 1 veya 2 çıkarsa büyüklüğü $n_2 = 20$ ikinci bir numune alınır şöyle ki toplam numune büyüklüğü $n_1 + n_2 = 40$ olur.

$\Rightarrow$ Bu defa alınan toplam numunede kusurlu sayısı $A_2 = 0$ olursa parti kabul edilir; $R_2 = 3$ ile eşit veya ondan daha fazla çıkarsa ret; i veya 2 olursa $n_3 = 20$ olan üçüncü bir numune alınır, toplam numune büyüklüğü $n_1 + n_2 + n_3 = 60$ olur ve A ile R arasında ara değerler çıktığı sürece işlem 5. numuneye kadar gider.

$\Rightarrow$ 5.numunede $n_5 = 20$ olan beşinci numune alınır, toplam numune büyüklüğü $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 120$ olur ve kusurlu sayısı $A_5 = 3$ ile eşit olursa numune kabul, $R_5 = 4$ ile eşit veya ondan daha fazla olursa ret edilir,

İki planlamanın karşılaştırılması. Tablo 7.3-1 ve Tablo 7.3-2'den görüldüğü gibi numune büyüklüğü bakımından yalnızca 1. numunede fark vardır. Çok planlamada 1. numunenin büyüklüğü 20, ardarda planlamada 40 alınır. Ancak çok planlamada 1. numunenin kabulü yoktur. Yani bu numuneye dayanarak ya parti ret edilir, veya 2, numune alınır. Buna karşın ardarda planlamada 1. numuneye göre parti kabul veya ret edilebilir veya 2, numune alınabilir. Daha sonra her iki yöntemde de 20'şer büyüklükte numuneler alınarak işleme devam edilir. Kanaatimize göre çok planlamada 1. numunede alınan 20 sayısı, büyüklüğü 750 olan bir partiyi ret etmek için çok küçüktür. Bu bakımından 1. numunenin büyüklüğü 40 olan ardarda planlama daha isabetlidir.

Numune kontrolünden kabul kontrol (AQL) seviyesini tayin etmek. Uzun süren numune kabul kontrollerine dayanarak makine, tesisat veya atölyenin daha gerçekçi bir şekilde AOL değeri tayin edilir. Bunun için belirli bîr süre kontrol edilen numunelerde çıkan kusurlu sayıları gözlenir (kaydedilir). Örneğin bir montaj atölyesinde bir ay boyunca, yapılan ardarda numune kontrollerinde, partilerin 40 bireyden oluşan 1. numunelerinde kusurlu sayısı aşağıda gibi çıkmıştır:

Parti No. :	10	11	12	13	14	**Toplam**
Kusurlu sayısı :	0	1	2	0	1	4

Beş partiden 40'ar bireylerin kontrol edilmesi, toplam $5 \times 40 = 200$ bireyin kontrol edilmesi demektir. Bulunan toplam 4 kusurlu birey, aylık proses ortalaması da denilen, ortalama kusurlu oranı 4/200=0.02 veya %2 olarak bulunur. Pek tabi ki ay yerine bir hafta, altı ay veya başka bir birim zamanı kullanılabilir. Bu şekilde elde edilen kusurlu proses ortalamaları, aynı işlemleri yapan çeşitli operatörlerin, makinaların vb. karşılaştırılması için de kullanılır ve yüksek kusurlu ortalamaları çıkan yerlerde, nedenleri araştırılır ve giderilmesi için önlemler alınır.

6.KONTROL GRAFİKLERİ (ŞEMALARI)

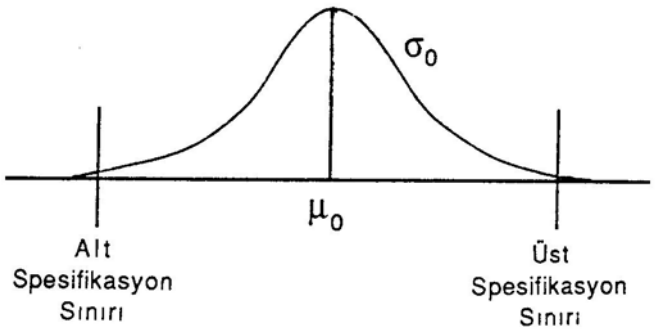
6.1.Giriş

Kontrol grafiğinin maksadı proses performansının kabul edilebilir bir kalite seviyesinde olup olmadığını belirlemektir. En büyüğünden en küçüğüne kadar her çeşit prosesin tabii bir değişkenlikle mal ve hizmet üreteceği aşikardır.Kontrol grafiği; prosesin tesadüfi olmayan veya kontrol dışı olma durumunu tesbit etmeye yarayan bir **istatistiki araç** olarak tarif edilir. Bir kontrol grafiğinde; Orta çizgi, proses kontrol altında iken üzerinde durulan kalite karakteristiğinin o proses için aritmetik ortalamasını ifade eder.Kontrol grafiğindeki alt ve üst kontrol sınırları, prosesin kontrol altında olması durumunda grafikte işaretli bulunan bütün noktaları kaplayabilecek kadar bir uzaklığa yerleştirilmelidirler. Sonuç olarak, işaretlenen noktaların genel durumu prosesin kontrol altında olup olmadığını tayin eder. Değişim nedir? Belli bir prosesde, aynı şartları altında ve benzer spesifikasyonlarla üretilen iki parçanın birbirinin tamamen aynı olmayacağı bir gerçektir. Onlarda çok küçük de olsa bazı farklılıklar görülecektir. Benzer şekilde, bunların müşahede ve ölçümleri de birbirinden farklı olacaktır. Kalite mühendisliğinde bu farklılık ya özel veya tesadüfi sebeplerden kaynaklanan değişken gürültü olarak adlandırılır. Kontrol durumunda kararlı olması halinde bile söz konusu proses tabii veya kalıtsal olarak adlandırılan bir değişkenlikle faaliyetine devam eder.Proses yeterliliğini değişkenlik belirler.

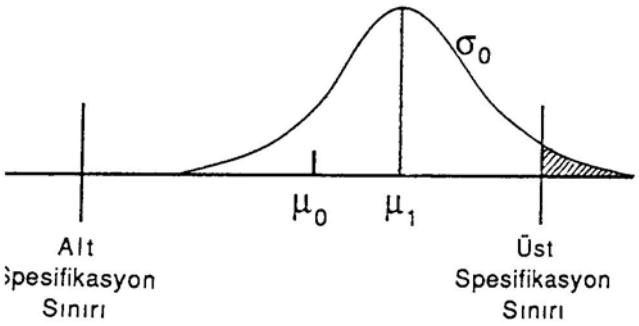
Değişkenlik sebepleri:

- Hammaddedeki değişkenlik
- Ekipmanın duruşunda veya parçalarındaki değişiklik
- Ekipmanın ayarındaki değişiklik
- Ekipmandaki hasar
- Tecrübesiz operatör hataları
- Ekipmanın kurallarına uygun bir şekilde kullanılmaması
- Yenilenmeye veya yeniden yerleştirmeye ihtiyaç duyan ekipman
- Prosesin imal edildiği hammaddenin kalitesi
- Faaliyetin içerisinde icra edildiği elverişli olmayan çevre

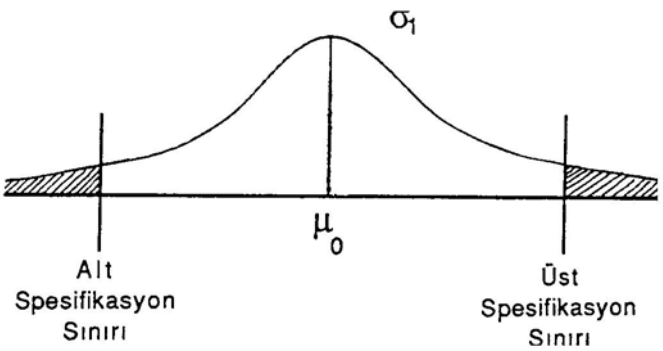
Grafiklerden;



Şekil 6.1.1 Ortalama ve standart sapmanın normal seviyelerinde olması



Şekil 6.1.2 Proses ortalaması μ_1 'in μ_0 'dan yüksek olması



Şekil 6.1.3 Proses standart sapması σ_1 'in σ_0 'dan yüksek olması

Kontrol grafikleri açısından istatistiki proses kontrolün safhaları:

- Kontrolü yapılacak prosesin tesbit edilmesi
- Kontrolü yapılacak prosesden örneklerin alınması ve kaydedilmesi
- Örneklere uygulanacak kontrol grafiğinin belirlenmesi ve uygulanması

- Kontrol grafiğinin yorumlanması ve işletme mühendislerine prosesi düzeltme yolunda gerekli bilgiyi sağlama

6.4. Shewhart Kontrol Grafikleri

Ortalaması μ ve standart sapması σ olan bir kitleden çekilen n birimlik örneklerin ortalamalarının ortalaması $\mu_{\overline{X}} = \mu$ ve standart sapması $\sigma_{\overline{X}} = \sigma / \sqrt{n}$ olan bir normal dağılım gösterdiği bilinmektedir. Eğer μ ve σ biliniyorsa bu kitleden alınacak bir örneğin ortalamasının $1 - \alpha$ güven sınırları:

$$\mu + Z_{\alpha/2}\sigma_{\overline{X}} = \mu + Z_{\alpha/2}\sigma / \sqrt{n} \text{ ve } \mu - Z_{\alpha/2}\sigma / \sqrt{n}$$

şeklinde bulunur. Buradan alt ve üst güven sınırları oluşturulur. Söz konusu kalite karakteristiğinin normal dağılım gösterdiği farzedilmiştir. Normal dağılım olmasa bile merkezi limit teoreminden dolayı normal dağılıma uygunluk sağlanabilir.Yapılacak uygulamalarda μ ve σ değerleri genellikle bilinmez. Bu yüzden prosesin kontrolde olduğu düşünüldüğü bir zaman aralığında alınan örneklerden bu iki değer tahmin edilir. Bu tahmin 20 ila 25 örnek alınarak yapılmalıdır.

$$\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_m$$

Örneklere ait ortalamaları temsil ettiğini farzedersek, genel veya ortalamaların ortalaması olan proses ortalaması:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + ... + \overline{X}_m}{m}$$

eşitliği hesaplanır. Bu yüzden $\overline{\overline{X}}$, $\overline{X}$ grafiğinde orta çizgi olarak kullanılır. Söz konusu kontrol grafiğindeki kontrol sınırlarını tayin etmede standart sapma σ'nın bir tahminine ihtiyaç duyulur. σ'yı tayin etmede, m adet örneğe ait standart sapma ya da ranjdan yararlanılabilir.

6.5. $\overline{X}$ ve R Kontrol Grafiği

Söz konusu grafiklerin kontrol sınırlarının belirlenmesi; eğer n hacimli bir örneğin bileşenlerine $X_1, X_2, ..., X_n$ denilirse en küçük ile en büyük eleman arasındaki farka **örnek ranjı** denir. Yani;

$$R = X_{max} - X_{min}$$

Normal dağılım gösteren bir kitleden alınan bir örneğe ait ranj ile söz konusu dağılımın standart sapması arasında;

$$W = R / \sigma$$

şeklinde bir ilişki vardır. Burada W, nisbi ranj olarak tarif edilen bir tesadüfi değişkendir.W dağılımının parametreleri, örnek hacmi n'in bir fonksiyonudur. W'nin ortalaması d2'dir.

$$R_1, R_2, ..., R_m$$

m adet örneğin ranjları olsun. Ortalama ranj;

$$\overline{R} = \frac{R_1 + R_2 + ... + R_m}{m}$$

olur.Böylece σ'nın bir tahmini;

$$\hat{\sigma} = \overline{R} / d_2$$

formülüyle hesap edilebilir.

Eğer μ'nün tahmini olarak $\overline{\overline{X}}$ ve σ'nın bir tahmini olarak $\overline{R} / d_2$ değeri kullanılırsa, $\overline{X}$ kontrol grafiğinin parametreleri:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Üst Kontrol Limiti} : \text{ÜKL} = \overline{\overline{X}} + \frac{3}{d_2 / \sqrt{n}} \overline{R} \\ &\text{Orta Çizgi} = \overline{\overline{X}} \\ &\text{Alt Kontrol Limiti} : \text{AKL} = \overline{\overline{X}} - \frac{3}{d_2 / \sqrt{n}} \overline{R} \end{aligned}\right\}$$

Bu formülde $\frac{3}{d_2 / \sqrt{n}} = A_2$ söz konusu formüller basite indirgenir ve

$$\left.\begin{aligned} &\text{ÜKS} = \overline{\overline{X}} + A_2 \overline{R} \\ &\text{Orta Çizgi} = \overline{\overline{X}} \\ &\text{AKS} = \overline{\overline{X}} - A_2 \overline{R} \end{aligned}\right\}$$

şeklini alır.Burada A2 örnek hacmine bağlı değişik örnek hacimleri için verilen tablo değeridir.

Örnek ranjının proses standart sapmasıyla ilişkili olduğunu belirtmiştik. Böylece, bir kontrol grafiği üzerinde işaretlenen örnek ranjıyla proses izleme ve

kontrol etmenin mümkün olduğu söylenebilir.Bu tür bir grafik, **R** grafiği olarak adlandırılır. R grafiğinin parametreleri kolayca tesbit edilebilir.

$$\left.\begin{aligned} \text{ÜKS} &= \overline{R} + 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} + 3d_3\frac{\overline{R}}{d_2} \\ \text{Orta Çizgi} &= \overline{R} \\ \text{AKS} &= \overline{R} - 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} - 3d_3\frac{\overline{R}}{d_2} \end{aligned}\right\}$$

Eğer $D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$, $D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$ eşitlikleri ile tarif edilirse

$$\left.\begin{aligned} \text{ÜKS} &= \overline{R}D_4 \\ \text{Orta Çizgi} &= \overline{R} \\ \text{AKS} &= \overline{R}D_3 \end{aligned}\right\}$$

şeklini alır.D3 ve D4 değişik örnek çaplarına ait tablo değerleridir.

$\overline{X}$ ve R grafiklerini düzenlemede alınan ilk örnekler itibariyle deneme kontrol sınırlarını belirlemek bir alışkanlık haline gelmiştir. Bu kontrol sınırları ileriki örnekler itibariyle değişebilir. İlk örnekler itibariyle deneme kontrol sınırları belirlendikten sonra m adet örneğe ait ortalama veya ranjlar tesbit edilerek söz konusu grafik üzerinde yeni deneme kontrol sınırları belirlenmelidir. Eğer bu kontrol sınırlarını aşan veya çok yaklaşan değerler varsa bunlar çıkarılmalı ve yeni deneme kontrol sınırları belirlenmelidir.

Örnek 6.3.1: Bir demir döküm prosesinde araba motorlarında kullanılacak piston bileziklerine ait iç-çap ölçümleri farklı 5 zamanda 25'er örnek alınarak ölçülmüş ve aşağıda tablo halinde verilmiştir. Bu verilere göre kontrol grafiklerini oluşturalım

Örnek Numarası	GÖZLEMLER					$\overline{X}_i$	R_i
1	74,030	74,002	74.019	73,992	74.008	74,010	0,038
2	73,995	73,992	74.001	74,011	74.004	74,001	0,019
3	73,998	74,024	74.021	74,005	74.002	74,008	0,036
4	74,002	73,996	73.993	74,015	74.009	74,003	0,022
5	73,992	74,007	74.015	73,989	74.014	74,003	0,026
6	74,009	73,994	73.997	73,985	73.993	73,996	0,024
7	73,995	74,006	73.994	74,000	74.005	74,000	0,012
8	73,985	74,003	73.993	74,015	73.988	73,997	0,030
9	74,008	73,995	74.009	74,005	74.004	74,004	0,014
10	73,998	74,000	73.990	74,007	73.995	73,998	0,017
11	73,994	74,002	73.994	73,995	73.990	73,994	0,008
12	74,004	73,967	74.007	74,000	73.996	74,001	0,011
13	73,983	74,014	73.998	73,997	74.012	73,998	0,029
14	74,006	73,967	73.994	74,000	73.984	73,990	0,039
15	73,984	74,014	73.998	73,999	74.007	74,006	0,016
16	74,000	73,984	74.005	73,998	73.996	73,997	0,021
17	73,994	74,012	73.986	74,005	74.007	74,001	0,026
18	74,006	74,010	74.018	74,003	74.000	74,007	0,018
19	73,984	74,002	74.003	74,005	73.997	73,998	0,021
20	74,000	73,010	74.013	74,020	74.003	74,009	0,020
21	73,988	73,001	74.009	74,005	73.996	74,000	0,033
22	74,004	73,999	73.990	74,006	74.009	74,002	0,019
23	74,010	73,989	73.990	74,009	74.014	74,002	0,025
24	74,015	74,008	73.993	74,000	74.010	74,005	0,022
25	73,982	73,984	73.995	74,017	74.013	73,998	0,035
					Toplam	**1850,028**	**0,581**
					Ortalama	**74,001**	**0,023**

İlk olarak R grafiğini düzenlemek en iyi yoldur. Proses değişkenliği kontrolde olmadığı sürece proses değişkenliğine fazlaca bağımlı olan x grafiği üzerinde kontrol sınırları çok fazla bir şey ifade etmeyecektir.

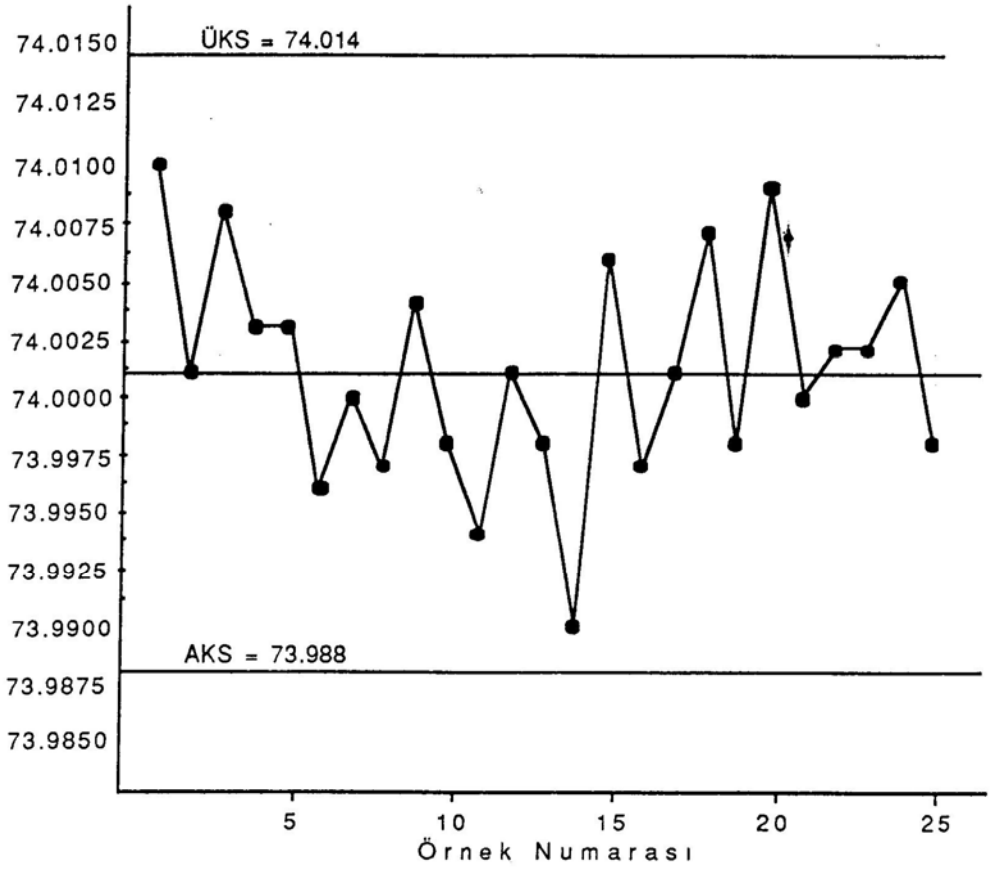
Tablodan n=5'lik örnek için d3=0 ve d4=2,115 faktörleri bulunur.

$$AKS = \overline{R}D_3 = 0{,}023\,(0) = 0$$

$$Orta\ Çizgi = \overline{R} = 0{,}023$$

$$ÜKS = \overline{R}D_4 = 0{,}023\,(2{,}115) = 0{,}049$$

olarak kontrol sınırları belirlenir. Bu sonuçlara göre grafiğimiz:



şeklinde oluşur.

Proses Yeterlilik Oranı (PYO): Proses yeterliliğini ifade etmenin bir yoludur. Alt ve üst spesifikasyon sınırları belli olan bir kalite karakteristiği için proses yeterlilik oranı:

$$\text{PYO} = \frac{\text{ÜSS} - \text{ASS}}{6\sigma}$$

eşitliği ile ifade edilir. Görüldüğü üzere prosesin altı sigmalık yayılışı proses yeterliliğinin temel tarifidir. Sigma değeri genellikle bilinmediğinden bu değerin yerine bir tahmin değeri kullanılmalıdır. Sigmanın tahmini olarak, PYO'nun tahmini olan $\hat{\sigma} = \overline{R} / d_2$ kullanılır. Piston bilezik prosesi için bu değer 0,0099 olduğundan proses yeterlilik oranı:

$$\text{PYO} = \frac{74{,}05 - 73{,}95}{6\,(0{,}0099)} = 1{,}68$$

$$P = \left(\frac{1}{PYO}\right) \times 100 = \left(\frac{1}{1,68}\right) \times 100 = \%59,5$$

Söz konusu proses spesifikasyon bandının %59,5'ini kullanmıştır. Bizim istediğimiz prosesin, spesifikasyon bandının %50'sinden fazlasını kullanmasıdır. %59,5'ini kullandığı için yeterlidir.

6.4. $\overline{X}$ ve S Kontrol Grafikleri

$\overline{X}$ ve R grafikleri yaygın tarzda kullanılmaktadır. Bununla birlikte, proses standart sapmasını ranj R'nin kullanımıyla endirekt olarak bulmak yerine direkt olarak tesbit etmeyi arzu ederiz. Bu arzu bizi, S'nin örnek standart sapmasını ifade ettiği $\overline{X}$ ve S kontrol grafiklerine götürür. Genel olarak aşağıdaki durumlarda $\overline{X}$ ve S kontrol grafikleri alternatifi olan $\overline{X}$ ve R kontrol grafiklerine tercih edilir.

- Örnek hacmi n'in n>10 veya n>12 gibi orta büyüklükte olması durumunda.
- Örnek hacminin örnekten örneğe değişkenlik arzettiği durumlarda.

Örnek 6.3.1'deki verileri kullanarak bu grafiği oluşturmaya çalışalım.

$$\text{Örnek varyansı: } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

Bununla birlikte örnek standart sapması S, her zaman için kitle standart sapması s'nin yeterli bir tahmincisi değildir. Üzerinde durulan dağılım normal bir dağılımsa, S değeri, c4s değerini tam olarak tahmin eder. Buradaki c4 değeri örnek hacmi n'e bağlı bir sabittir ve;

$$c_4 = \left(\frac{2}{n-1}\right)^{1/2} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]}$$

Formülüyle elde edilir. Ayrıca S'nin standart sapması da;

$$\sigma\sqrt{1-c_4^2}$$

dir. Bu bilgiler $\overline{X}$ ve S'ye bağlı kontrol grafikleri düzenlemede kullanılır.s için bir standart değerin verildiği durumu düşünelim. E(S)=c4s olmasından dolayı söz konusu grafik üzerindeki orta çizgi de c4s değerine eşit olacaktır. Böylece S grafiğindeki 3-sigma kontrol sınırları:

$$ÜKS = c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2}$$

$$AKS = c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2}$$

şeklindedir. Bu formüldeki iki sabiti hesaplamaları kolaylaştırma açısından

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$$
$$B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$$

sabitleriyle ifade etmek mümkündür. Böylece S grafiğinin parametrelerini, verilen bir sigma değeri için bulunan standart değerle;

$$\left.\begin{aligned} &\text{ÜKS} = B_6\sigma \\ &\text{Orta Çizgi} = c_4\sigma \\ &\text{AKS} = B_5\sigma \end{aligned}\right\}$$

Sigma için herhangi bir standartın mevcut olmaması halinde geçmiş verilerin analiz edilmesi suretiyle standart tahmin yapılmalıdır. Farzedelim ki, bu tahmin işinde kullanmak üzere her biri n adet örnekten oluşan m adet örneğe sahibiz. Eğer i. Örneğin standart sapmasını Si ile gösterirsek m adet standart sapmanın ortalaması:

$$\overline{S} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} S_i$$

olur. S/c4 istatistiği sigmanın güvenilir bir tahmincisidir. Böylece S grafiğinin parametrelerini:

$$\left.\begin{aligned} &\text{ÜKS} = \overline{S} + 3\frac{S}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \\ &\text{Orta Çizgi} = \overline{S} \\ &\text{AKS} = \overline{S} - 3\frac{S}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \end{aligned}\right\}$$

olarak belirleriz.

Örnek 6.3.1'deki verileri kullanarak;

$$\overline{\overline{X}} = \frac{1}{25}\sum_{i01}^{25} X_i = \frac{1}{25}(1850{,}028) = 74{,}001$$

$$\overline{S} = \frac{1}{25}(0{,}2238) = 0{,}0090$$

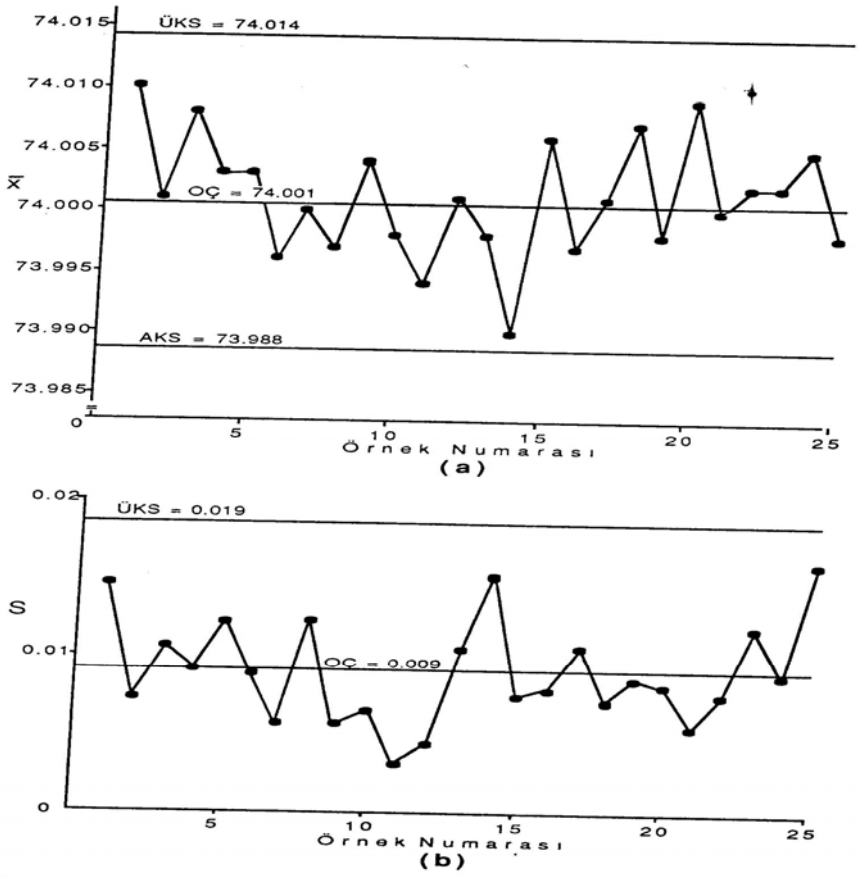
$\overline{X}$ grafiği parametreleri;

$$\text{ÜKS} = 74{,}014$$
$$\text{Orta Çizgi} = 74{,}001$$
$$\text{AKS} = 73{,}988$$

S grafiği parametreleri;

$$\text{ÜKS} = B_4\overline{S} = (2{,}089)(0{,}0090) = 0{,}019$$
$$\text{Orta Çizgi} = \overline{S} = 0{,}0090$$
$$\text{AKS} = B_3\overline{S} = (0)(0{,}0090) = 0$$

Olarak hesaplanır.Bu sonuçlara göre $\overline{X}$ ve S grafikleri aşağıdaki gibi oluşur.



6.5. S^2 Kontrol Grafiği

Bazı uygulamacılar proses değişkenliğini kontrolde direkt olarak S^2 değerlerine bağlı kontrol grafiklerini de kullanırlar.Bu kontrol grafiğinin parametreleri:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Üst Kontrol Sınırı} : \text{ÜKS} = \frac{\overline{S}^2}{n-1}\chi^2_{(n-1;\alpha/2)} \\ &\text{Orta Çizgi} = S^2 \\ &\text{Alt Kontrol Sınırı} : \text{AKS} = \frac{\overline{S}^2}{n-1}\chi^2_{(n-1;1-\alpha/2)} \end{aligned}\right\}$$

formülüyle hesaplanır.Eğer σ^2 değeri elimizde mevcutsa S^2 değerinin yerine kullanılabilir.

6.6. Cusum (The Cumulative-Sum) Kontrol Grafikleri

CUSUM veya Türkçe ifadeyle kümülatif toplam tekniklerinin gelişmesi daha çok endüstrinin ihtiyaçlarından kaynaklanmıştır. İstatistiki proses kontrol aracı olarak CUSUM tekniği ilk kez 1954 yılında Page tarafından yayınlanan bir makalede ortaya konulmuştur. CUSUM kontrol grafikleri şu maksatlarla kullanılmaktadır:

1. Proses ortalamasında vuku bulan küçük kaymaların tespitiyle söz konusu prosesi düzeltme yolunda acil bilgi sağlar.
2. Proses ortalamasındaki kaymaların özellikle hangi örneğin alınması zamanından itibaren başladığını tespitte kolaylık sağlar.
3. Cari proses ortalamasının güvenilir tahmini bulmada kolaylık sağlar.
4. Gelecekteki proses ortalaması hakkında kısa dönem tahminleri yapmaya imkan sağlar.

CUSUM grafiği hedef değerden örnek değerlerinin sapmalarının kümülatif toplamlarını belirlemesinden dolayı örnekleme serisindeki bütün bilgiyle direkt olarak ilgilidir.

Misal olarak $n \geq 1$ hacminde örneklerin toplandığını ve $\overline{x}_j$'nin de j. Örneğin aritmetik ortalamasını ifade ettiğini farzedelim. Bu suretle μ_0 hedef değer olarak kabul edilirse, kümülatif toplam kontrol grafiği, örnek numarası i'ye karşılık gelen

$$S_i = \sum_{j=1}^{i} \left(\overline{x}_j - \mu_0\right)$$

değeri işaretlenerek meydana gelir. S_i, i. değere kadar ve bu değeri içine alan kümülatif toplam olarak adlandırılır. Birkaç örnekten elde edilen bilgiyi kombine etmesinden dolayı CUSUM grafikleri küçük proses kaymalarını tesbit etmede Shewhart kontrol grafiklerinden daha etkilidir. Bu grafikler n=1'lik örneklerin kullanılması halinde özellikle daha etkilidir.

Örnek 6.6.1

	(a)	**(b)**	**(c)**
ÖRNEK	$\overline{x}_i$	$\overline{x}_i - 10$	$S_i = (\overline{x}_i - 10) + S_{i-1}$
1	9,45	-0,55	-0,55
2	7,99	-2,01	-2,56
3	9,29	-0,71	-3,27
4	11,66	1,66	-1,61
5	12,16	2,16	0,55
6	10,18	0,18	0,73
7	8,04	-1,96	-1,23
8	11,46	1,46	0,23
9	9,20	-0,80	-0,57
10	10,34	0,34	-0,23
11	9,03	-0,97	-1,20
12	11,47	1,47	0,27
13	10,51	0,51	0,78
14	9,40	-0,60	0,18
15	10,08	0,08	0,26
16	9,37	-0,63	-0,37
17	10,62	0,62	0,25
18	10,31	0,31	0,56
19	8,52	-0,48	-0,92
20	10,84	0,84	-0,08
21	10,40	0,40	0,32
22	8,83	-1,17	-0,85
23	11,79	1,79	0,94
24	11,00	1,00	1,94
25	10,10	0,10	2,04
26	10,58	0,58	2,62
27	9,88	-0,12	2,50
28	11,12	1,12	3,62
29	10,81	0,81	4,43
30	10,02	0,02	4,45

Tablodaki (a) kolonundaki verileri düşünelim. İlk 20 müşahade ortalaması $\mu = 10$ ve standart sapması $\sigma = 1$ olan normal dağılımdan rasgele çekilmiştir. Bu veriler Shewhart kontrol grafiği üzerinde işaretlenmiştir. Bu grafik üzerindeki orta çizgi ve 3-sigma sınırları;

ÜKS=13

OÇ=10

AKS=7

dir.Bu 20 gözlemin tümü kontrol sınırları içindedir.(a) kolonundaki son 10 gözlemde ortalaması $\mu = 10{,}5$ ve standart sapması $\sigma = 1$ olan normal dağılımdan çekilmiştir. Bu yüzden bu son 10 gözlem prosesin kontrol dışı olma durumunda; yani, proses ortalaması μ'de 0,5'lik bir kaymanın vuku bulmasından sonra çekilmiş olabileceği düşünülür. Bu son 10 müşahade yine Shewhart grafiği üzerinde işaretlenmiştir. Görüldüğü üzere bu müşahadelerden hiçbirisi kontrol sınırlarının ötesine düşmemiştir. Bu yüzden söz konusu prosesin kontrol dışı olduğu yönünde hiçbir ipucu yoktur. Burada proses seviyesinde, son 10 gözlem itibariyle iki nokta hariç, diğer bütün noktalar orta çizginin üst kısmında yer almasından dolayı çok hafif bir kayma belirtisi olduğundan şüphelenilebilir.

Tablodaki (a) kolonundaki bilgiler kullanılarak CUSUM'ı bu gözlemlere uygulamak için örnek hacminin n=1 olması yüzünden $X_i = \overline{X}$ ve hedef değer $\mu_0 = 10$ şeklinde alınmalıdır. Böylece söz konusu CUSUM formülü:

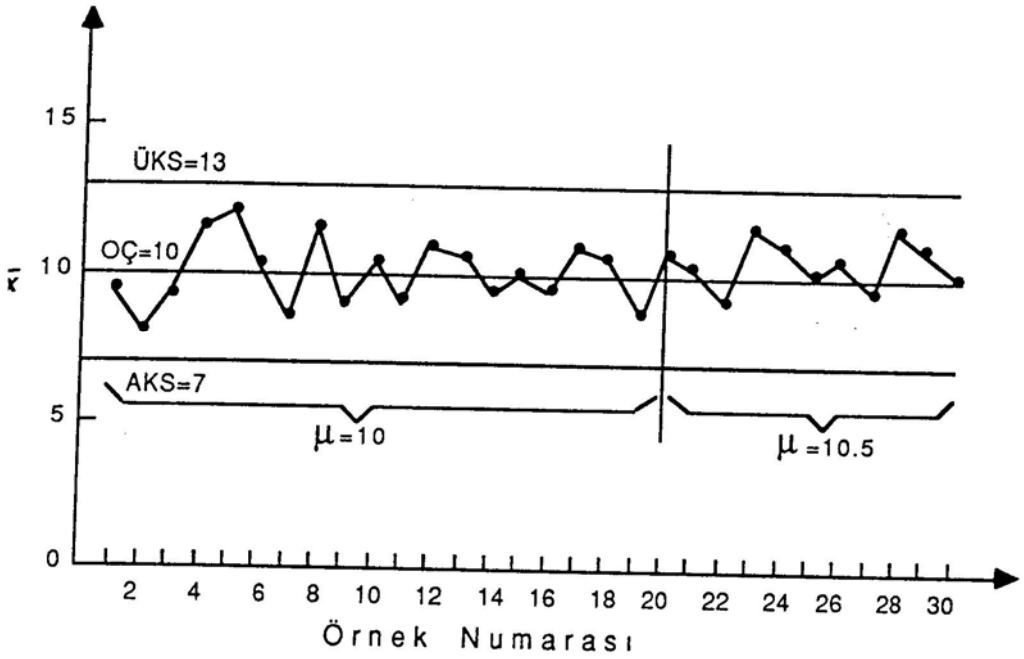
$$S_i = \sum_{j=1}^{i} \left(X_j - 10\right)$$

$$= \left(X_j - 10\right) + \sum_{j=1}^{i-1} \left(X_j - 10\right)$$

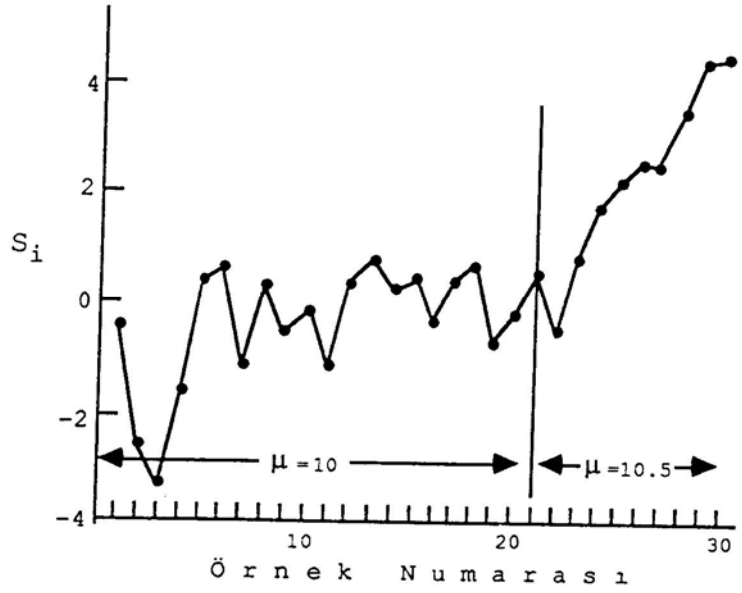
$$= \left(X_j - 10\right) + S_{i-1}$$

şekline dönüşür. Tabloda (b) kolonunda farklar verilmiş ve kümülatif toplamlar (c) kolonunda hesaplanmıştır. Söz konusu CUSUM için başlangıç değeri So, sıfır olarak alınmıştır. Grafik üzerinde gösterilmiştir.Bu grafikte ortalamanın 10 olduğu ilk 20 müşahadenin sıfır etrafında rasgele olarak iniş çıkışlar gösterdiği ilk bakışta dikkati

çekmektedir. Bununla birlikte son 10 müşahade itibariyle ortalamanın 10,5'e doğru kayma göstermesi yüzünden pozitif veya yukarıya doğru bir trendin meydana geldiği görülür.



Tablodaki verilere ait Shewhart grafiği



Tablodaki (c) kolonuna ait kümülatif toplamların (CUSUM) grafiği

6.7.Ewma Kontrol Grafiği

EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) kontrol grafiği, proses seviyesinde meydana gelebilecek küçük kaymaların üzerinde durulması halinde, Shewhart kontrol grafiklerinin iyi bir alternatifidir. EWMA kontrol grafiğinin performansı hemen hemen CUSUM kontrol grafiğinin performansına denktir. Ayrıca, bazı hallerde EWMA kontrol grafiğinin düzenlenmesi ve uygulanması çok daha kolaydır. Hunter EWMA tahmin değerini aşağıdaki formülle hesaplar:

$$\begin{aligned} \text{EWMA} = z_{t+1} &= z_t + \lambda e_t \\ &= z_t + \lambda\left(\overline{X}_t - z_t\right) \end{aligned}$$

Formüldeki z_{t+1} değeri t+1 zamanındaki tahmin değerini; $\overline{x}_t$, t zamanındaki müşahade edilen değeri; z_t, t zamanındaki (eski EWMA) tahmin değerini ve $e_t = \overline{x}_t - z_t$ değeri de, t zamanında müşahade edilen hatayı temsil eder. Ayrıca λ sabiti en son müşadeye verilecek ağırlığı belirtir ve EWMA istatistiğinin ne denli güçlü bir hafızaya sahip olduğunu gösterir. EWMA zaman serisi modellerinde ve tahmin yapmada da yaygın bir tarzda kullanılır.

KAYNAKLAR

Akın, Besim, 1996. ISO 9000 uygulamasında İşletmelerde İstatistik Proses Kontrol Bilim Teknik Yayınevi İstanbul.

Akkurt, Mustafa, 2002. Kalite Kontrol Excel Destekli Birsen yayınevi Gayrettepe, Kod no:Y.0029 ISBN:975-511-321-5.

Armutlu,İ.Hakkı, 1999. İşletme İstatistiğine Giriş, 1.Baskı, Alfa yayınları, Ekim.

Çetin, Canan, 2001. Toplam Kalite Yönetimi ve ISO 9000 Kalite Güvence Sistemi, 2.Baskı, Beta yayınları,İstanbul.

Gürsakal, Nemci, 1998. Bilgisayar Uygulamalı İstatistik II, Marmara Kitabevi Yayınları, Bursa.

Simmons, David A., 1970. Practical Quality Control, New York, Mc. Graw Hill Com.

Tate, Robert G., 1989. Proses yeterlilik Analizi Eğitim El kitabı.

Demir, Aslan, 1974. İstatistiksel Kalite kontrol,Atatürk Üniversitesi, Yayın No:388, Ankara.

Berenson Mark L.- Levine David M., 1992. Basic Business Statistics: Concepts and Applications, 5.Baskı,Prentice Hall Inc.

Beyer William H., 1991. CRC Standart Probability and Statistics Tables and Formulae,CRC Pres Inc.

Bowker Albert H. – IEBERMAN Gerald J., 1972. Engeneering Statistics, İkinci Baskı, Prentice-Hall Inc.

COWDEN D.J. ,1957. Statistical Methods in Quality Control,Printice-Hall Inc.

DUNCAN Acheson J., 1986. Quality Control and Industrial Statsitics, 5. Baskı, Richard D.Irwin Inc.,Homewood, ILLinois.

GRANT E. L. – LEA VENWORTH R. S. ,1980. Statistical Quality Control, 5. Baskı, McGraw- Hill Book Company.

Roussas, G.G.,(1973). A First Course in Mathematical Statistics, Addison-Wesley Publishing Company, Sydney

Çıngı, H., (1994). Örnekleme Kuramı, H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi, Ankara.