T.C

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GRAVİTE ÖLÇÜLERİNİN İNDİRGENMESİ VE GRAVİMETRİK JEOİDİN BELİRLENMESİ

FATMA NUR YALDIZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

KONYA, 2006

T.C

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GRAVİTE ÖLÇÜLERİNİN İNDİRGENMESİ VE GRAVİMETRİK JEOİDİN BELİRLENMESİ

FATMA NUR YALDIZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

Bu tez 26/12/2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Cevat İNAL

(Üye)

Yrd.Doç.Dr.Bayram TURGUT

(Danışman)

Yrd.Doç.Dr.Aydın Üstün

(Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GRAVİTE ÖLÇÜLERİNİN İNDİRGENMESİ VE GRAVİMETRİK JEOİDİN BELİRLENMESİ

Fatma Nur YALDIZ

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği

Anabilim Dalı

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Bayram TURGUT

2006, 101 Sayfa

Jüri: Prof. Dr. Cevat İNAL

Yrd.Doç.Dr. Bayram TURGUT

Yrd.Doç.Dr.Aydın ÜSTÜN

Fiziksel jeodezinin asıl amacı, yeryuvarının gravite alanının belirlenmesidir. Bruns; fiziksel jeodeziyi "en geniş anlamda yükselti yüzeylerini belirlemek" olarak tanımlamıştır. Yeryüzü "jeoit" adı verilen bir eşpotansiyel yüzey olarak tanımlanabilir.

Bu çalışmada ilk olarak fiziksel yeryüzünde yapılan gravite ölçülerinin jeoide indirgenmesi için kullanılan yöntemler sınıflandırılarak değerlendirilmiş, daha sonrasında indirgenmiş değerlerin jeoit belirleme uygulamalarında kullanılması açıklanmaya çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: gravite, artık arazi modeli, izostasi, jeoit, En küçük karelerle kolokasyon, Hızlı Fourier Dönüşümü

ABSTRACT

MS Thesis

REDUCTION OF GRAVITY MEASUREMENTS

AND

GRAVIMETRIC GEOID DETERMINATION

Fatma Nur YALDIZ

Graduate School of Natural And Applied Sciences

Department of Geodesy and Photogrammetry

Supervisor: Assoc.Prof.Dr.Bayram TURGUT

2006, 101 Page

Jury : Prof. Cevat İNAL

Assoc.Prof.Dr.Bayram TURGUT

Assoc.Prof.Dr.Aydın ÜSTÜN

The main aim of physical geodesy is the determination of the Eart's gravity field. Bruns defined physical geodesy as "specifying height levels in the widest sense". The mathematical figure of the Earth level surface which is called geoid.

In this study, at first the methods which are used for reduction of gravity measurements on the physical surface to the geoid are evaluated by classifying them, and the the use of the reduced values in geoid determination applications is tried to be explained.

Key words: gravity, residual terrestial model, isostasy, geoid, least squares collocation(LSC), Fast Fouier Transform(FFT)

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada, tez danışmanlığımı üstlenen ve yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Yrd.Doç.Dr.Bayram Turgut'a teşekkür ederim. Ayrıca bu yüksek lisans tez çalışması boyunca ilgi ve desteklerini hep hissettiğim, vazgeçmelerime izin vermeyen saygıdeğer hocam Prof.Dr.Cevat İNAL'a, arkadaşlarım Sibel ÇAKIR ve H.Zahit SELVİ'ye, devlet memuru iken okumanın zorluklarını bana yaşatmadıkları için amirlerim ve mesai arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Sevgili ailem, siz bana inanmaktan vazgeçmediğiniz için ben kendime inandım. Benim ailem olmanızı çok seviyorum, teşekkür ederim.

Ve bugün teşekkür edebildiğim insanları tanıma fırsatını bana verdiğin için en büyüğünü hak ediyorsun galiba;

"Hayat, sana teşekkür ederim"

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **i**

ABSTRACT ..... **ii**

TEŞEKKÜR ..... **iii**

ŞEKİL LİSTESİ ..... **vi**

ÇİZELGE LİSTESİ ..... **vii**

1. GİRİŞ **1**

2. TANIMLAR **4**

2.1 Fiziksel Yeryüzü, Jeoit, Elipsoit 4
2.2 Nivo Yüzeyleri ve Çekül Eğrileri 5
2.2.1 Nivo elipsoidinin gravite alanı 9

3. GRAVİTE İNDİRGEMESİ **12**

3.1 Yardımcı Formüller 12
3.1.1 *P* noktası silindirin dışında 12
3.1.2 *P* noktası silindirin yüzeyinde 14
3.1.3 *P* noktası silindirin içinde ise 14
3.1.4 Dairesel disk dilimleri için 16
3.1.5 Dairesel disk bölümlemesi için 16
3.2 Boşlukta Gravite İndirgemesi 17
3.3 Bouguer İndirgemesi 21
3.4 Topografya Etkisi – Arazi Düzeltmesi 23
3.5 Poincare ve Prey Gravite İndirgemesi 27
3.6 Helmert Yoğunlaştırma Tekniği 28
3.7 Ters Çevirme Metodu 29
3.7.1 Rudzki ters indirgemesi 34

4. İZOSTASİ **37**

4.1 İzostasi Kuramları 37
4.1.1 Airy- Heiskanen izostasi modeli 37
4.1.2 Pratt- Hayford izostasi modeli 40
4.1.3 Vening Meinesz bölgesel sistemi 42
4.2 İzostatik Gravite İndirgemesi 42
4.3 Airy – Heiskanen Sistemi 43
4.4 Pratt – Hayford Sistemi 44
4.5 Toplam İndirgeme 45

5. GRAVİTE SPEKTURUMU VE FARKLI DALGA BOYLARINDAKİ ETKİLER 46

5.1 Yer Potansiyel Modeli ve Uzun Dalga Boylu Etkiler 48
5.2 Artık Yerey Modeli ve Kısa Dalga Boylu Etkiler 48
5.2.1 Artık arazi modeli (Residual Terrestial Model-RTM) 48
5.2.2 Silindirik bölme yöntemi 51
5.2.3 Konik kabuk yöntemi 55
5.2.4 Dikdörtgen bölme yöntemi 58
5.2.4.1 Üst yüzeyi düz dikdörtgen bölme 58
5.2.4.2 Üst yüzeyi eğimli dikdörtgen prizmalar 60
5.2.5 Üçgen bölme yöntemi 61
5.3 Artık anomali ve orta dalga boylu etkiler 62
5.3.1 FFT (Hızlı Fourier Dönüşümü) yöntemi 62
5.3.1.1 Bir Boyutlu fourier transformu 64
5.3.1.2 İki Boyutlu Fourier Transformu ve uygulaması 66
5.3.2 E.K.K.K (En küçük karelerle kollokasyon) yöntemi 74
5.3.3 Model yerel kovaryans fonksiyonu 76
5.3.4 En küçük karelerle prediksiyon 80

6. JEOİDİN BELİRLENMESİ 83

6.1 Jeoit Belirlemede Stokes Yaklaşımı 83
6.2 Jeoit - Kuasijeoit arasındaki fark 86
6.3 Jeoit Belirlemede Molodensky Yaklaşımı 89
6.4 Bölgesel Jeoit Belirleme Uygulaması: Türkiye Mutlak Jeoidi TG99 91

7. DOLAYLI ETKİ 93

8. SONUÇ 96

KAYNAKLAR 100

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 Nivo yüzeyleri ve çekül eğrileri 8
Şekil 3.1 Silindirin dışında (eksen üzerinde) *P* noktası..... 12
Şekil 3.2 Silindir içinde bir noktada potansiyel 14
Şekil 3.3 Silindir kalınlığının 0 alınmasıyla oluşan dairesel disk 15
Şekil 3.4 $r=r_1$ ve $r=r_2$ yarıçaplarıyla sınırlandırılmış bölme 16
Şekil 3.5 Ağırlık ivmesinin boşlukta indirgenmesi 17
Şekil 3.6 Bouguer plakası..... 21
Şekil 3.7 Arazi düzeltmesi..... 25
Şekil 3.8 Arazi kalıpları..... 26
Şekil 3.9 Ters çevirme..... 30
Şekil 3.10 Ters çevirme metodunda topoğrafya..... 31
Şekil 3.11 Ters çevirme-2 33
Şekil 3.12 Bir küre içine ters çevirme olarak Rudzki indirgemesi..... 34
Şekil 3.13 Rudzki indirgemesinde düzlem yaklaşım 36
Şekil 4.1 Airy – Heiskanen izostasi modeli 38
Şekil 4.2 Pratt- Hayford modeli 41
Şekil 4.3 Airy – Heiskanen modelinde topoğrafya ve denge 44
Şekil 5.1 RTM le dolaylı etki hesabında referans yüzeyi ve fiziksel yeryüzü..... 49
Şekil 5.2 Silindirik bölme..... 52
Şekil 5.3 Kuşak ve bölmeler..... 54
Şekil 5.4 Konik kabuk 56
Şekil 5.5 Düşey kolonlar 57
Şekil 5.6 Dikdörtgen bölme..... 58
Şekil 5.7 Üçgen bölme 62
Şekil 5.8: Spektral zayıflık..... 70
Şekil 6.1 Gravite indirgemesinde yükseklik farkı etkisi 85
Şekil 6.2 Yeryüzü- jeoit arası mesafe..... 86
Şekil 6.3 Jeoit-kuasijeoit arası mesafe 88
Şekil 6.4 Jeoi t- telluroit 90
Şekil 7-1: Jeoit- kojeoit 93

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 Referans elipsoitleri ve parametreleri 19
Çizelge 5.1 N ve Δg'nin gravite spektrumuna karşı duyarlılıkları 46
Çizelge 5.2 Ölçülerin gravite spektrumunda duyarlı oldukları bölgeler 47
Çizelge 5.3 Parametrelerin Karşılıklı İlişkileri 79

1. GİRİŞ

Jeodezi yeryuvarının tümünün veya büyük kısımlarının ölçülmesi ve bu ölçülerin matematiksel ve fiziksel esaslara göre değerlendirilmesiyle yeryüzünün boyutları, dış çekim alanı ve yüzey noktalarının belirlenmesi ile uğraşan bir bilim dalıdır. 1880 yılında F.R.Helmert tarafından "yeryüzünün ölçülmesi ve haritaya izdüşürülmesi" bilimi olarak tanımlanmış ve bu tanımlama 1970 li yıllara kadar kullanılmış olmakla birlikte daha sonraları tanıma "dış çekim alanını belirlemek" ifadesi de eklenmiştir.

Torge (1989) *"Jeodezinin problemi, zamanın bir fonksiyonu olarak yeryuvarının ve diğer gezegenlerin şeklini ve dış çekim alanlarını saptamak, yer yüzeyinden ve dışından gözlenen parametrelerden ortalama yer elipsoidini belirlemektir"* diyerek jeodezinin amacını özetlemiştir.

Bu tanımlamalardan sonra jeodezi "üç boyutlu ve zaman değişkenli uzayda çekim alanı da dikkate alınarak yeryuvarı diğer gök cisimlerinin şeklinin belirlenmesi" olarak tanımlanabilir.

Jeodezi, yapılan çalışmalara göre global jeodezi, ülke ölçmeleri ve düzlem ölçmeleri olarak sınıflandırılabilir. Sistematik bir sınıflandırmaya göre önce yeryuvarı ölçüsünün tanımlanması daha sonra buna dayalı olarak ülke ölçmesinin yapılması gerekmekteyken uygulamada durum bunun tersine olup ülke ölçmesinden yeryuvarı ölçmesine geçilmektedir. Jeodezik amaçlar için yapılan gözlemler yeryüzünde veya dışında yapılmaktadır. Yapılan gözlem çeşidi ve değerlendirmesine göre iki ana yöntem tanımlanmaktadır. Bunlar

1- Geometrik yöntem
2- Fiziksel (dinamik) yöntem

dir. Bunlara paralel olarak ta jeodezi, "Matematiksel Jeodezi" ve "Fiziksel Jeodezi" olarak iki bölüme ayrılabilir (Yerci 1999).

Problemin geometrik yönü, yeryuvarının şekli yani fiziksel yeryüzü iken fiziksel yönü ise çekim alanıdır. Geometrik yöntemde ana ölçü uzunluk ve açı iken, fiziksel yönteminin temelini ise ağırlık kuvveti yani gravite oluşturmaktadır.

Fiziksel yeryüzünün modellenmesi jeodezinin temel problemini oluşturur. Günümüzde gelişen teknoloji ve olanaklar bu problemin çözümü için farklı seçenekler ortaya koymaktadır. Hem jeodezik hem de jeofizik uygulamalarda anahtar nokta çoğu zaman gravite değerleridir. Gravite değerleri için yapılmış olan ölçümler fiziksel yeryüzü üzerindedir ve fiziksel yeryüzünün, bize gravite ölçümlerinde kolaylık gösteren bir yapısı yoktur. Gravite ölçümlerinin kolaylıkla yapılabildiği bölgeler ise oldukça sınırlıdır.

İşte yeryuvarını belirleme ve jeofizik çalışmalarda bu sınırlı ölçülerin kullanılabilmesi için ölçülen gravite değerlerinin yeryüzü üzerinden jeoide indirgenmesi gerekmektedir. Burada karşımıza "gravite indirgemesi" kavramı çıkar. Farklı amaçlar için, indirgeme kuramları geliştirilmiştir.

Muhakkak ki hiçbir indirgeme gerçek sonuca varmaz ancak doğru sonuçla gerçek sonuç arasındaki farkın en az olduğu yöntem hedef kabul edilerek indirgeme yönteminin seçimi yapılır.

Amaca uygun olarak seçilen yöntem sonucunda indirgenen gravite ile jeoit belirleme uygulamalarına geçilebilir. Tıpkı gravite indirgemelerinde olduğu gibi, jeoit belirlemede de farklı yöntemler geliştirilmiştir. İstenen duyarlılık ve mevcut veriye uygun bir yöntemin seçilmesi gerekmektedir.

Teze altyapı oluşturacak genel tanımlara tezin giriş bölümünden hemen sonra ikinci bölümde yer verilmiştir. Üçüncü bölümde gravite indirgemesine neden ihtiyaç duyulduğu açıklanmış, indirgemenin temel mantığını açıklamak için yardımcı formüller verilerek, gravite ölçülerindeki indirgeme yöntemleri sıralanıp açıklanmıştır.

Dördüncü bölümde gravite indirgemesinde izostasi kuramının kullanılması ve izostatik gravite indirgemeleri anlatılmıştır.

Beşinci bölümde gravite spekturumu ve farklı dalga boylu etkilerden bahsedilerek indirgenmiş verilerden jeoit belirlemede iki ana yöntem olan Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fouier Transform-FFT) ve En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK) yöntemleri açıklanmıştır.

Altıncı bölümde "Jeoidin Belirlenmesi" başlığı altında Stokes formülü, Molodensky Kuramı ve Jeoit-Kojeoit arasındaki farklar anlatılmıştır.

Yedinci bölümde gravite indirgemelerinde "dolaylı etki" kavramı anlatılmış ve değişik gravite indirgemesine bağlı olarak jeoidin belirlenmesindeki farklılıklar sonuç bölümünde tartışılmaktadır.

2. TANIMLAR

2.1 Fiziksel Yeryüzü, Jeoit, Elipsoit

Jeodezinin önemli problemlerini çözebilmek için, yeryüzünün şeklinin bilinmesine ihtiyaç vardır. Yerin fiziksel yüzü katı veya sıvı kütle ile atmosfer arasındaki sınırdır. Son zamanlarda jeodezik problemin formülasyonunda kullanılan okyanus tabanı, katı yer kütlesi ile okyanusun su kütlesi arasındaki yüzey olmaktadır. Katı kısım girinti veya çıkıntılardan dolayı düzgün bir yüzey değildir. Bu nedenle bu yüzeyin, basit bir matematik formülle açıklanması da olanaksızdır. Dolayısıyla ancak üzerinde alınacak tek tek noktaların koordinatları bulunabilir. Bu nedenle yüzey kontrol noktalarının koordinatları kullanılarak tasvir edilmektedir (Yerci 1999).

Genel olarak, yüzeyleri ve onların matematiksel özelliklerini, diferansiyel özellikleri yardımıyla inceleyebiliriz. Yüzey normallerinin birbirine paralel doğrular olması yüzeyin düzlem olduğunu gösterirken, normallerin bir noktada kesişen doğrular şeklinde olması, yüzeyin küre olduğunu göstermektedir. Yeryüzünün normalleri ise, ağırlık kuvvetinin doğrultusunu gösterirler. Ağırlık kuvveti; çekim ve merkezkaç kuvvetlerinin bileşkesi şeklinde tanımlanır. Ağırlık kuvvetinin doğrultusunu pratikte çekül doğrultusu ile gösterebiliriz. Ağırlık kuvveti, durgun sıvı yüzeylerinin normalini belirler. Dünya sıvı bir kitle olsaydı her noktasında ağırlık kuvvetine dik ve düzgün bir şekil meydana gelirdi. O halde akıntıların, gel git olaylarının, rüzgarın etkisinden arınmış durgun deniz yüzeylerinin karaların altından da devam ettirilmesiyle bulunacak yüzey dünyanın matematiksel şekli olarak alınabilir. Bu yüzeye J.B. Listing (1873) "jeoit" adını vermiştir.

C.F Gauss bu yüzeyi şöyle tanımlamıştı;

"geometrik anlamda yeryüzü dediğimiz yüzey her noktasında ağırlık kuvvetini dik olarak kesen ve kısmen durgun okyanus yüzeyi ile çakışan bir yüzeydir."

Çekül doğrultusunun yani ağırlık kuvvetinin yönü ölçülerde büyük önem taşımaktadır. Fiziksel yeryüzünde yapılan ölçülerde kullanılan aletlerin asal eksenleri çekül doğrultusundadır. Çekül doğrultusuna çizilecek her dik yüzey, yatay ya da başka bir deyişle nivo yüzeyi olarak adlandırılır. Nivo yüzeylerinden her biri birer eşpotansiyelli yüzeydir ve "Deniz seviyesinde nivo yüzeyi" tanımlaması jeoite karşılık gelecektir. Jeodezik ölçülerde esas olan yatay düzlemdir. Jeodezik çalışmanın yapıldığı bölgenin küçük olduğu durumlarda yatay yüzey düzlem olarak alınabilir (Güngör 1998).

Jeodezide kullanılan gözlenmiş parametrelerin büyük çoğunluğu bir çalışma alanı haline gelen yerin dış çekim alanına dayanır. Dış çekim alanı yer yüzeyi dışına kısmen veya tamamen taşan sayısız nivo yüzeyleri vasıtasıyla tanımlanabilir. Jeoidin denklemi, ağırlık kuvveti ve onun potansiyeli ile açıklanabilir. Kitle yoğunluğu sürekli olduğu sürece, jeoidin eğriliği de süreklidir. Yoğunluğun ani değişikliğe uğradığı yerlerde, jeoitin eğriliği de birden değişir. Bu nedenle jeoit üzerinde büyük bölgelerde analitik hesaplar yapmak imkânsızlaşır. Dolayısıyla jeoit yüzeyi hesap yüzeyi olarak kullanılmaya elverişli değildir (Yerci 1999).

2.2 Nivo Yüzeyleri ve Çekül Eğrileri

Yeryüzünde duran bir cisme etki eden kuvvet, kitlesel çekim kuvveti ve yeryuvarının kendi ekseni etrafında dönmesi sonucu oluşan merkezkaç kuvvetinin bileşkesidir. Hacim elemanı dv, kitle elemanı dm olmak üzere yoğunluğun

$$\rho = \frac{dm}{dv} \tag{2.1}$$

şeklinde tanımlandığı bir v hacmi içinde nokta kitlelerin kesiksiz bir dağılımı olduğu düşünülürse dolu bir cismin potansiyeli;

$$V = k\iiint_V \frac{dm}{l} = k\iiint_V \frac{\rho}{l} dv \tag{2.2}$$

haline gelir. Buradaki l, kitle elemanı ile çekilen nokta P arasındaki uzaklıktır.

Çekilen noktanın koordinatları *(x,y,z)* ve kitle elemanının koordinatları (ξ,η,ζ) ile gösterilirse $dv = d\xi d\eta d\zeta$ olarak yazılabilir.

Bir birim kitle üzerindeki merkezkaç kuvvet $\vec{f}$, yeryuvarının kendi ekseni etrafında dönüşünün açısal hızı ω ve kitlenin dönme ekseninden uzaklığı

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{2.3}$$

olmak üzere

$$\vec{f} = \omega^2 p \tag{2.4}$$

ile belirlidir. Merkezkaç kuvvet aynı zamanda

$$\Phi = \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{2.5}$$

şeklinde bir potansiyelden de türetilebilir.

Gravite potansiyeli, V çekim ve Φ merkezkaç kuvveti potansiyelinin toplamına eşittir:

$$W = W(x,y,z) = V + \Phi = k\iiint_{v}\frac{\rho}{l}\mathrm{dv} + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{2.6}$$

(2.6) da integral tüm yeryuvarını kapsamaktadır.

Çekim potansiyelinin Laplasiyeni

$$\Delta \mathrm{V} = -4\pi k\rho \tag{2.7}$$

Poisson denklemi olarak bilinir. (2.7) ve merkezkaç potansiyelinin Laplasiyeni

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 2\omega^2 \tag{2.8}$$

birlikte ele alındığında;

$$\Delta W = -4\pi k\rho + 2\omega^2 \tag{2.9}$$

genelleştirilmiş Poisson denklemine ulaşılır.

W potansiyelinin $W(x,y,z) = W$ = sabit olduğu yüzeylere eşpotansiyel yüzeyler ya da nivo yüzeyleri denir.

$W = W(x,y,z)$ gravite potansiyelinin diferansiyelinin alınmasıyla:

$$dW = (\frac{\partial W}{\partial x}dx + \frac{\partial W}{\partial y}dy + \frac{\partial W}{\partial z}dz) \tag{2.10}$$

bulunur.

$\vec{g} = \text{grad}W = \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}\right)$ ve $d\vec{x} = (dx, dy, dz)$ olarak gösterilirse, skaler çarpım kullanılarak,

$$dW = \text{grad}W d\vec{x} = \vec{g}d\vec{x} \tag{2.11}$$

şeklinde kullanılır. $d\vec{x}$ yer değiştirme vektörü eşpotansiyel yüzey boyunca alınırsa dW= 0 olur:

$$dW = \vec{g}d\vec{x} = 0 \tag{2.12}$$

(2.12) gravite vektörü $\vec{g}$'nin (çekül doğrultularının) aynı noktadan geçen eşpotansiyel yüzeye dik olduğunu ortaya koyar.

W'nin gradiyen vektörü

$$\vec{g} = gradW = (\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}) \tag{2.13}$$

olup bileşenleri

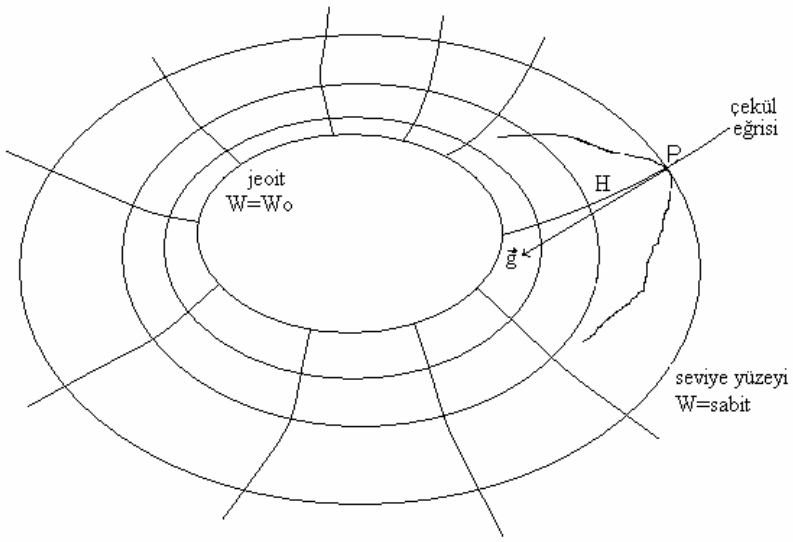
$$\begin{aligned} g_x &= \frac{\partial W}{\partial x} = -k\iiint_V \frac{x-\xi}{l^3}\rho dv + \varpi^2 x, \\ g_y &= \frac{\partial W}{\partial y} = -k\iiint_V \frac{y-\eta}{l^3}\rho dv + \varpi^2 y, \\ g_z &= \frac{\partial W}{\partial z} = -k\iiint_V \frac{z-\zeta}{l^3}\rho dv + \varpi^2 z \end{aligned} \tag{2.14}$$

ile belirlidir.

$\vec{g}$ büyüklüğüne dar anlamda gravite denir. Boyutu bir ivmenin fiziksel boyutu olup gal ile ölçülür (gal = cm/s^2)

Tüm eşpotansiyel yüzeylere dik olan doğrultular tam doğru olmayıp hafifçe eğridirler (Şekil 2.1). Bunlara kuvvet çizgileri ya da çekül eğrileri denir. Herhangi bir noktadaki gravite vektörü bu noktada çekül eğrisine teğettir. Buradan, "gravite vektörünün doğrultusu" , "düşey" ve "çekül eğrisinin doğrultusu" terimlerinin aynı kavramı karşıladığı çıkarılır. Okyanus yüzeyi bazı idealleştirmeler dışında belirli bir seviye yüzeyinin parçasıdır. Bu özel eşpotansiyel yüzeye "jeoit" adı verilir (Vanicek vd. 2001).

Gravite potansiyeli *W*'ye ait (2.6) eşitliği hatırlandığında eşpotansiyelli yüzeylerin matematik açıdan oldukça karmaşık oldukları görülebilir. *W*'nin yeryuvarının dış tarafında analitik olması dolayısıyla buradaki nivo yüzeyleri basit olmamakla birlikte gene de analitik anlamlar taşırlar. Ancak bu durum yeryuvarı için böyle değildir. Jeoit gibi bazen yeryuvarı içinde bazen dışında olan yüzeyler sürekli ve yumuşak görünümlüdür. ancak analitik olmalarından söz edilemez. Yüzeylerin eğrilikleri yoğunluğa bağlı olarak değişim gösterir.



Şekil 2.1 Nivo yüzeyleri ve çekül eğrileri

2.2.1 Nivo elipsoidinin gravite alanı

İlk yaklaşım olarak yeryuvarı bir küredir; ikinci bir yaklaşım olarak da dönel bir elipsoit olarak düşünülebilir. Yeryuvarı gerçek bir elipsoit olmamakla birlikte gerçek gravite alanının, elipsoit "normal" alanından sapmaları doğrusal kabul edilebilecek kadar küçük olduğundan ve ayrıca matematik olarak ele alınması kolay olduğundan elipsoit pratik bir öneme sahiptir. Yeryuvarının gravite alanını böyle bir "normal" ve geriye kalan küçük bir bozucu alana ayırmak, gravite alanını belirleme sorununu büyük anlamda kolaylaştırır.

Yeryuvarının çekim potansiyeli küresel fonksiyonlara göre açılır, bir yerde kesilir ve buna merkezkaç kuvvetinin potansiyeli de eklenirse yaklaşık ağırlık potansiyeli elde edilir. Böylece bulunan sabit potansiyel değerli yüzeylere küremsi(sferoid)potansiyel yüzeyler denir. Yüzeyi kendi potansiyel alanındaki sabit potansiyel değerli bir nivo yüzeyi ile aynı değere sahip dönel elipsoide nivo elipsoidi ve potansiyelini de "normal potansiyel" adı verilir.

Bu yüzden yeryuvarının normal şekli olarak, normal gravite alanının bir eşpotansiyelli yüzeyi olan bir dönel elipsoit düşünülür. Normal gravite alanının potansiyeli $U=U(x,y,z)$ ile ifade edilebilir.

Buradaki temel düşünce verilen elipsoidin normal gravite alanının bir eşpotansiyelli yüzeyi olması, gerçek gravite potansiyeli W ve toplam kitle M'nin bilinmesiyle U'nun tek anlamlı olarak bilinmesidir. Bu belirleme Stokes fonksiyonunun kullanımıyla yapılır ki Stokes formülü daha ileride içinde açıklanacaktır.

Genel potansiyel formülü uygulamasında, açısal hız ω verilirse

$$U = V + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{2.15}$$

yazılabilir.

Buradan normal potansiyel fonksiyonu *U(x, y,z)*

- dönel elipsoidin şekli, yani yarıçap uzunlukları
- toplam kitle *M*
- açısal hız ω

ile tam olarak belirlidir.

$$U(x, y, z)= Uo \tag{2.16}$$

olan bir eşpotansiyel yüzey elipsoit yüzeyini tanımlarken, normal potansiyelin gradiyenti;

$$\vec{\gamma} = \text{grad}\, U \tag{2.17}$$

ise normal gravite vektörünü tanımlar.

ϕ elipsoit üzerinde elipsoidin normali ile ekvator düzlemi arasındaki açı olan coğrafik enlem, a elipsoidin büyük yarı ekseni ve b elipsoidin küçük yarı ekseni olmak üzere referans elipsoidi için yüzeydeki gravite Somigliana (1929) tarafından ortaya konulan formül;

$$\gamma = \frac{a\gamma_a \cos^2\phi + b\sin^2\phi}{\sqrt{a^2\cos^2\phi + b^2\sin^2\phi}} \tag{2.18}$$

ile hesaplanabilir. $m = \dfrac{\omega^2 a^2 b}{kM}$ olmak üzere formülde geçen γ_a ekvatorda, γ_b kutuplarda normal graviteyi göstermektedir.

Elipsoidden bir küçük *h* yüksekliği için, γ_h normal gravitenin elipsoit normali boyunca seriye açınımı yapılabilir;

$$\gamma_h = \gamma + \frac{\partial\gamma}{\partial h}h + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\gamma}{\hat{c}h^2}h^2 + ... \tag{2.19}$$

Buradaki γ elipsoit yüzeyinde (h=0) normal gravitedir.

Birinci türev $\frac{\partial\gamma}{\partial h}$ Bruns tarafından verilmiştir:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} = -\gamma\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{N}\right) - 2\omega^2 \tag{2.20}$$

Buradaki M ve N, elipsoidin meridyen ve çapraz eğrilik yarıçaplarıdır. $\frac{1}{M}+\frac{1}{N}$ toplamı için ara işlemler yapıldığında, $f = (a-b)/a$ elipsoidin basıklığı olmak üzere;

$$\frac{1}{M}+\frac{1}{N} = \frac{2\mathrm{b}}{\mathrm{a}^2}(1+2\mathrm{f}\cos^2\phi) \tag{2.21}$$

bulunur.

(2.21) eşitliği (2.20)' de yerine konulduğunda;

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} = -\frac{2\gamma}{\mathrm{a}}(1+f+m-2f\sin^2\varphi) \tag{2.22}$$

bulunur. İkinci türev $\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2}$ dış merkezlik ve basıklığın ihmal edilmesiyle, $\gamma = \frac{kM}{a^2}$ den;

$$\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2} = \frac{6\gamma}{a^2} \tag{2.23}$$

bulunur. Bu durumda elipsoitten h yüksekliğindeki normal gravite için;

$$\gamma_h = \gamma\left[1-\frac{2}{a}(1+f+m-2f\sin^2\varphi)h+\frac{3}{a^2}h^2\right] \tag{2.24}$$

bulunur.

3. GRAVİTE İNDİRGEMESİ

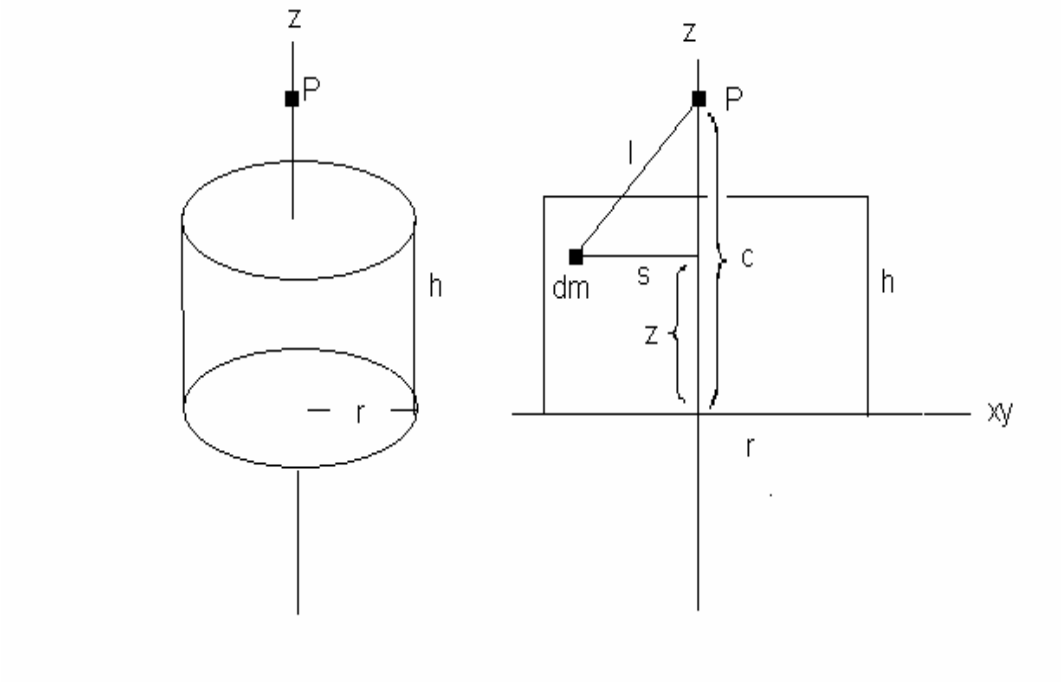
Gerçek gravite $\vec{g}$ jeoit üstünde ölçülür veya yeryüzünde ölçülerek jeoide indirgenir. Normal gravite $\vec{\gamma}$ ise elipsoit için hesaplanır. Yeryüzünde ölçülen gerçek gravite $\vec{g}$ ile elipsoit yüzeyine ait normal gravite hemen karşılaştırılamaz. Böyle bir karşılaştırma yapabilmek için gerçek gravitenin deniz yüzeyine indirgenmesi gerekir.

3.1 Yardımcı Formüller

Yarıçapı *r*, yüksekliği *h* olan bir homojen bir dairesel silindirin kendi ekseninde tabanından *c* kadar uzaktaki bir *P* noktasına uygulayacağı düşey çekim ve bunun potansiyeli hesaplanmaya çalışıldığında

3.1.1 *P* noktası silindirin dışında

Bu durumda $c>h$ demektir. (Şekil 3.1)



Şekil 3.1 Silindirin dışında (eksen üzerinde) *P* noktası

Potansiyel genel formülü

$$U = k\iiint \frac{\rho}{l} dv \tag{3.1}$$

dir.

xy düzleminde kutupsal koordinatlar *s* ve α ile gösterilirse

$$\begin{aligned} x &= s\cos\alpha \\ y &= s\sin\alpha \\ l &= \sqrt{s^2 + (c-z)^2} \\ dv &= dxdydz = sdsd\alpha dz \end{aligned} \tag{3.2}$$

yazılabilir.

Böylece ρ=sabit yoğunluğu ile

$$\begin{aligned} U &= k\rho \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{s=0}^{r} \int_{z=0}^{h} \frac{s.ds.dz.d\alpha}{\sqrt{s^2 + (c-z)^2}} \\ U &= 2\pi k\rho \int_{s=0}^{r} \int_{z=0}^{h} \frac{sdsdz}{\sqrt{s^2 + (c-z)^2}} \end{aligned} \tag{3.3}$$

bulunur.

s' ye göre integral,

$$\int_{o}^{r} \frac{s.ds}{\sqrt{s^2 + (c-z)^2}} = \sqrt{s^2 + (c-z)^2}\Big|_{0}^{r} = \sqrt{r^2 + (c-z)^2} - c + z \tag{3.4}$$

sonucunu verir. Sonuç olarak

$$U_d = \pi k\rho \begin{bmatrix} (c-h)^2 - c^2 - (c-h)\sqrt{r^2 + (c-h)^2} + c\sqrt{r^2 + c^2} \\ - r^2 \ln(c - h + \sqrt{r^2 + (c-h)^2}) + r^2 \ln(c + \sqrt{r^2 + c^2}) \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

bulunur. U_d potansiyelin silindirin dışında olduğunu belirtmektedir.

Düşey çekim *A*, *U*'nun yükseklik *c* ye göre türevinin eksi işaretlisidir.

$$A = -\frac{\partial U}{\partial c} \tag{3.6}$$

U_d potansiyelinin *c*'ye göre türevinin alınmasıyla

$$A_d = 2\pi k\rho\left[h + \sqrt{r^2 + (c-h)^2} - \sqrt{r^2 + c^2}\right] \tag{3.7}$$

bulunur.

3.1.2 *P* noktası silindirin yüzeyinde

Bu durumda *c*=*h* olacağından denklemler düzenlendiğinde

$$U_0 = \pi k\rho(-h^2 + h\sqrt{r^2 + h^2} + r^2 \ln\frac{h + \sqrt{r^2 + h^2}}{r}) \tag{3.8}$$

$$A_0 = 2\pi k\rho\left[h + r - \sqrt{r^2 + h^2}\right] \tag{3.9}$$

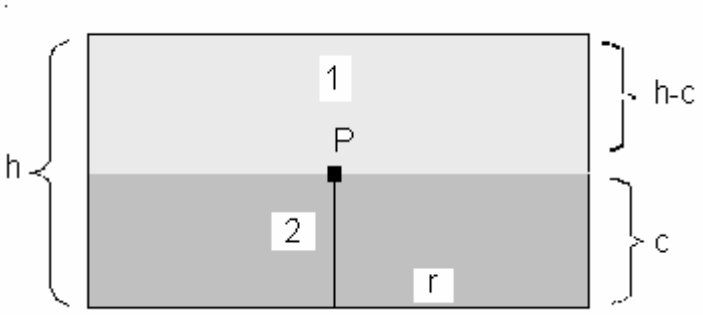
şeklini alır. Burada 0 indisi *P* noktasının silindir yüzeyinde olduğu belirtmek amacıyla kullanılmıştır.

3.1.3 *P* noktası silindirin içinde ise

P noktası silindirin içinde ise *c*<*h* olur (Şekil 3.2). Bu durumda silindir *P* noktasından geçen yatay düzlemle ikiye ayrılır ve *U* potansiyeli bu iki parçanın toplam potansiyeli şeklinde

$$U_i = U_1 + U_2 \tag{3.10}$$

şeklinde hesaplanır.



Şekil 3.2 Silindir içinde bir noktada potansiyel

Silindir şekildeki gibi iki parçaya ayrıldığı zaman yine *r* yarıçaplı fakat biri *c* diğeri *h-c* olmak üzere farklı iki yükseklikte iki silindir meydana gelir. Problem bir önceki bölümde anlatılan silindir üzerinde potansiyel hesabı şeklinde yeniden düzenlenmiş olur.

$$U_i = \pi k\rho \begin{bmatrix} -c^2 + c\sqrt{r^2+c^2} + (h-c)^2 + (h-c)\sqrt{r^2+(h-c)^2} \\ + r^2 \ln \dfrac{c+\sqrt{r^2+c^2}}{r} + r^2 \ln \dfrac{h-c+\sqrt{r^2+(h-c)^2}}{r} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

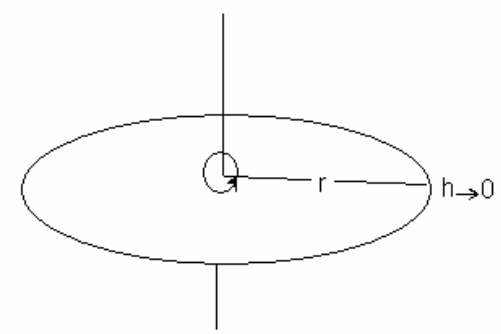
Çekimin $A_i = A_1 + A_2$ olması mantığıyla da

$$A_i = 2\pi k\rho \left[2c - h - \sqrt{r^2+c^2} + \sqrt{r^2+(h-c)^2} \right] \tag{3.12}$$

yazılabilir. Aynı çekim U_i toplam potansiyelinin türevinin alınmasıyla da bulunabilir.

<u>*Bu formüllerin uygulandığı silindir için*</u>,

$\kappa = h * \rho$ çarpımı sonlu kalmak şartıyla silindir kalınlığı *h* sıfıra giderse κ miktarı *r* yarıçaplı bir daire üzerinde yüzey yoğunluğu olarak düşünülür (Şekil 3.3).



Şekil 3.3 Silindir kalınlığının 0 alınmasıyla oluşan dairesel disk

$\rho = \frac{\kappa}{h}$ konulup $h \to 0$ limit şartıyla

$$U_d^0 = 2\pi k\kappa(\sqrt{r^2 + c^2} - c)$$
$$A_d^0 = 2\pi k\kappa(1 - \frac{c}{\sqrt{r^2 + c^2}}) \qquad (3.13)$$

bulunur.

3.1.4 Dairesel disk dilimleri için

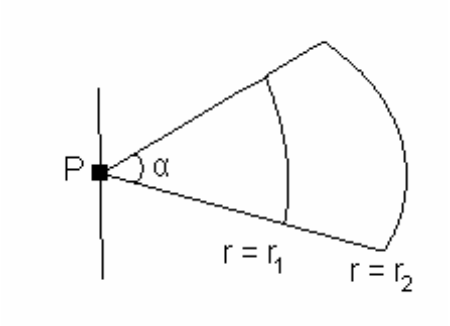
Bu durumda $h \to 0$ kalınlıklı disk için $0 \to 2\pi$ ye giden açı için $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ kabulüyle dairesel diskin bir dilimine ulaşılır. Böyle bir bölme için dairesel disk formülleri *1/n* ile çarpılmalıdır.

3.1.5 Dairesel disk bölümlemesi için

Aynı α açısıyla kesilmiş $r=r_1$ ve $r = r_2$ yarıçaplarıyla sınırlandırılmış bir bölme için

$$\Delta U = \frac{1}{n}\left[U(r_2) - U(r_1)\right]$$
$$\Delta A = \frac{1}{n}\left[A(r_2) - A(r_1)\right] \qquad (3.14)$$

yazılır (Şekil 3.4).



Şekil 3.4 $r=r_1$ ve $r=r_2$ yarıçaplarıyla sınırlandırılmış bölme

A_d ve A_i yalnızca bir sabit kadar fark ettiğinden ΔA bağıntısında bu sabit yok olup;

$$\Delta A_d = \Delta A_i = \frac{2\pi}{n} k\rho \begin{bmatrix} \sqrt{r_2^2 + (c-h)^2} - \sqrt{r_1^2 + (c-h)^2} \\ -\sqrt{r_2^2 + c^2} + \sqrt{r_1^2 + c^2} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

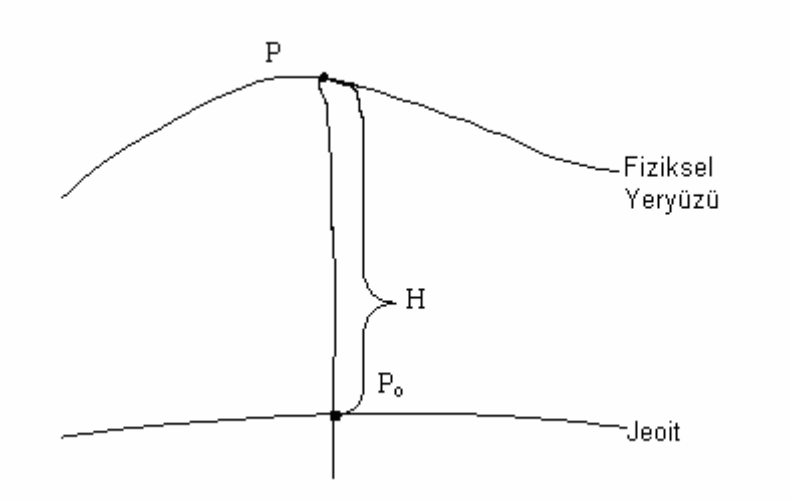
bulunur.

Ancak $U_d \neq U_i$ dır.

Bu yardımcı formüllerden bahsettikten sonra gravite indirgeme yöntemlerine geçebiliriz (Heiskanen ve Moritz 1967).

3.2 Boşlukta Gravite İndirgemesi

Bilindiği gibi çekim etkisi uzaklığın karesi ile ters orantılıdır. Buna göre, deniz seviyesinden yükseldikçe $\vec{g}$ değeri azalacaktır. Ölçü noktası ile jeoit arasında kütlelerin bulunmadığı varsayılırsa yapılacak indirgeme "Boşlukta Gravite İndirgemesi" adını alır. Jeoit yüzeyi ile yeryüzü arasındaki kütle dağılımının çekim etkisi gerçekte ölçülen gravitenin içinde olduğundan, boşlukta gravite indirgemesi bu kütleyi jeoit yüzeyi üzerine konsantre etme etkisini gösterir.



Şekil 3.5 Ağırlık ivmesinin boşlukta indirgenmesi

Yeryüzünün bir *P* noktasında ölçülen $\vec{g}$ değeri boşluk gradiyenti $\frac{\partial g}{\partial H}$ ve noktanın jeoitten olan yüksekliği *H* ile jeoit üzerindeki karşılığı P_0 noktasına indirgenirse boşlukta indirgenmiş ağırlık g_b elde edilir (Şekil 3.5).

Normal gravite gradiyeni

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} h \approx -3086h(\text{mgal}) \tag{3.16}$$

kabulü pek çok amaç için yeterli olur. Bu ölçü değerine eklenir. Böylece gravite değeri belli bir seviyeye (ki bizim için deniz seviyesi) indirgenmiş olur.

Herhangi bir *h* yüksekliğinde (2.19) denklemi ile verilen normal graviteyi Taylor serisine açarsak

$$\gamma_h = \gamma_0 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h}\right)_0 h + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2}\right)_0 h^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{\partial^3 \gamma}{\partial h^3}\right)_0 h^3 + \ldots \tag{3.17}$$

Bu seri şu şekilde de yazılabilir.

$$\gamma_h = \gamma_0 + Ah + Bh^2 + Ch^3 + Dh^4 + \ldots \tag{3.18}$$

Burada *A,B, C, D*, vs. Taylor açılımının katsayılarını gösterir.

Hirvonen, $U=U_0-U_h$ potansiyel farkını, normal boyunca Taylor açılımı ile göstermiş ve

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial h} &= \gamma \\ \frac{\partial^2 U}{\partial h^2} &= \frac{\partial \gamma}{\partial h} \end{aligned} \tag{3.19}$$

olduğundan , Hirvonen'in neticeleri burada tatbik edilebilir.

Böylece

$$A = \frac{km}{a^2 b}\left[2 + e^2 - m - \frac{27}{14}me^2 + e^4 - \sin^2\Phi_0\left(3e^2 - 5m - \frac{23}{7}me^2 + 2e^4\right)\right] \tag{3.20}$$

ve

$$B = \frac{km}{a^2 b^2}\left[3 - 5m + 2e^2 - \sin^2\Phi_0\left(9e^2 - 15m\right)\right] \tag{3.21}$$

olur. Burada $m = \frac{\omega^2 a^2 b}{kM}$ dir.

Çizelge 3.1 Referans elipsoitleri ve parametreleri

Elipsoit	**Büyük yarı eksen(m)**	**Basıklık**
Clarke 1866	6 378 206.4	294.9786982
Enternasyonal	6 378 388.0	297.0
GRS80	6 378 137.0	289.257222101
WGS84	6 378 137.0	298.257223563

Çizelge 3.1'de farklı elipsoitler için kullanılan parametre değerleri verilmiştir. Enternasyonel elipsoidin parametrelerini kullandığımız takdirde

a = 6 378 388 m.

e^2 = 0.00672267022

m = 0.00344986385

$$\frac{kM}{a^2 b} = 1{,}541363543x10^{-6}\,\mathrm{s}^{-2} \tag{3.22}$$

$$A = -\left(0.308777237 - 0{,}000452063\sin^2\Phi_0\right)$$
$$B = 0{,}07264891075x10^{-6} - 0.00021230891.10^{-6}\sin^2\Phi_0 \tag{3.23}$$

elde edilir. Birkaç yüz metreden daha büyük yükseklikler için serinin daha yüksek dereceli terimlerini de dikkate almak gerekmektedir.

Dünyayı, kütlesi M ve yarıçapı R olan bir küre olarak düşünerek, sadece Newton çekiminden kaynaklanan graviteyi dikkate alırsak bu,

$\gamma = \frac{kM}{R^2}$ dır.

γ nın R' ye göre değişme hızı

$$\frac{\partial\gamma}{\partial R} = -2\frac{kM}{R^3} \tag{3.24}$$

olup, bu ise A'nın esas terimine tekabül eder.

Devam ettiğimiz zaman ise;

$$\frac{d^2\gamma}{dR^2} = 6\frac{kM}{R^4} \tag{3.25}$$

elde edilir ki, bu da *B*'nin esas terimine karşılık gelmektedir. Aynı şekilde devam ettiğimizde;

$$\frac{d^3\gamma}{dR^3} = -24\frac{kM}{R^5} \tag{3.26}$$

elde edilir.

Dünya üzerindeki herhangi bir P_0 noktasında

$$\gamma_0 = \frac{kM}{R_0^2} \tag{3.27}$$

dir. Böylece

$$\left(\frac{d^3\gamma}{dR^3}\right)_0 = -24\frac{\gamma_0}{R_0^3} \tag{3.28}$$

elde edilir.

γ_0=980 gal ve R_0=6371.2 km. alınırsa

$$\left(\frac{d^3\gamma}{dR^3}\right)_0 = -9.094392\,\mathrm{x}\,10^{-8} \tag{3.29}$$

olur.

Taylor serisinin üçüncü derece katsayısı

$$C = -\frac{9.094392}{6}\,\mathrm{x}10^{-8} = -1.515737\,\mathrm{x}\,10^{-8}\,\mathrm{gal/km^3} \tag{3.30}$$

olur.

Aynı kabullemelerle

$$\left(\frac{d^4\gamma}{dR^4}\right)_0 = 120\frac{\gamma_0}{R_0^4} = 0{,}71371096x10^{-10} \tag{3.31}$$

ve serinin dördüncü derece kat sayısı

$$D = 0.029737957\,\mathrm{x}10^{-10}\ \mathrm{gal/km^4} \tag{3.32}$$

elde edilir.

Hesap edilen bu terimleri toplayarak,

$$\begin{aligned}\gamma_h &= \gamma_0 - (0.308777237 - 0.000452063\sin^2\Phi_0)h \\ &+ (0.07264891075\,\mathrm{x}\,10^{-6} - 0.0021230891\,\mathrm{x}\,10^{-6}\sin^2\Phi_0)h^2 \\ &- 1.515732\,\mathrm{x}\,10^{-8}h^3 \\ &+ 0.29737957\,\mathrm{x}10^{-10}h^4 + ...\end{aligned} \tag{3.33}$$

elde ederiz.

$$\sin^2\Phi = \frac{1}{2}(1 - 2\cos 2\Phi) \tag{3.34}$$

değişimini yaparak

$$\begin{aligned}\gamma_h &= \gamma_0 - (0{,}308551206 - 0{,}000226031\cos^2\Phi)h \\ &+ (0{,}0725427563x10^{-6} - 0{,}00010615446x10^{-6}\cos 2\Phi)h^2 \\ &- 1{,}515732x10^{-8}h^3 \\ &+ 0{,}299737957x10^{-10}h^4 + ...\end{aligned} \tag{3.35}$$

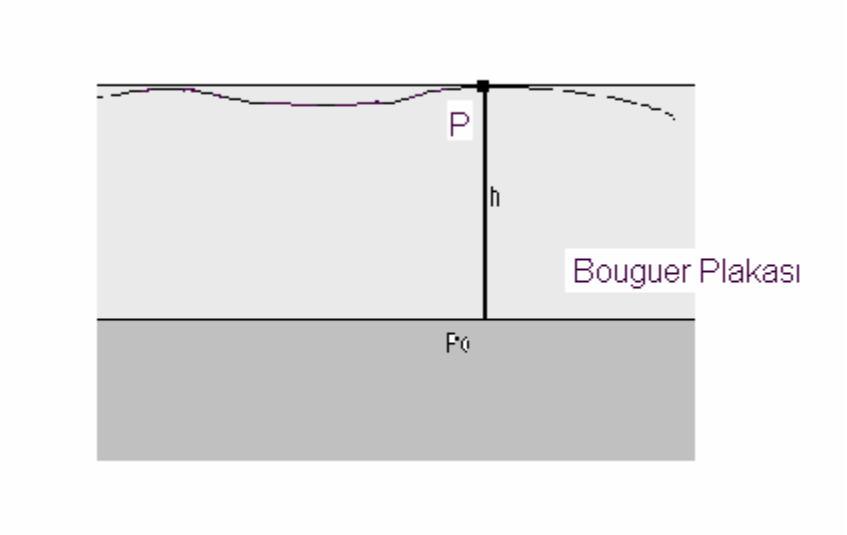
elde ederiz.

Böylece boşlukta gravite indirgemesi için eşitlik (3.35) den

$$\Delta g_H = 0.3086h + 0.00023h\cos 2\Phi - 0.07254\,\mathrm{x}\,10^{-6}h^2 \tag{3.36}$$

elde edilir ki burada yükseklik *(h)* metre cinsindendir.

3.3 Bouguer İndirgemesi



Şekil 3.6 Bouguer plakası

Bouguer indirgemesinde amaç jeoidin dışında kalan topografik kitlelerin ortadan kaldırılmasıdır. Bu düzeltme ismini, Ecuador, Quito platosunda ölçülen gravite değerleriyle civar sahillerdeki gravite değerlerini mukayese için, sonsuz bir düzlem parçasının etkisini veren formülü kullanan Bouguer' ye atfen alır. Deniz seviyesine indirgemede genel bir metot olarak ilk defa kullanılması Thomas Young'ın "her ne kadar şimdiye kadar, boşlukta gravite indirgeme yöntemi kullanılıyorsa da istasyon ve deniz seviyesi arasındaki maddeler de düşünülmelidir" tavsiyesini belirten ifadesinden sonra olmuştur. Poisson da aynı metotu tavsiye etmiştir. Metod, bazen Young ve Poisson metodu olarak anılırsa da daha ziyade Bouguer metotu olarak isimlendirilir.

Bouguer plakası: üst yüzeyi P gravite istasyonundan geçen sabit ρ yoğunluklu h kalınlığında bir plaka olarak düşünülsün (Şekil 3.6). Bu durumda silindir yüzeyindeki çekim ve potansiyel bağıntılarında $r \to \infty$ kabulü yapılarak P noktasının çekimi A_0 bağıntısıyla hesaplanabilir.

P noktasındaki etki

$$F = -2\pi k\rho \lim_{R \to \infty} \frac{(R + h - \sqrt{R^2 + h^2})(R + h + \sqrt{R^2 + h^2})}{(R + h + \sqrt{R^2 + h^2})} \tag{3.37}$$

$$F = -2\pi G\rho \lim_{R \to \infty} \frac{2Rh}{(R + h + \sqrt{R^2 + h^2})} = -2\pi k\rho h$$

Böylece sonsuz yarıçaplı Bouguer plakasının çekimi için:

$$\Delta g_B = 2\pi k\rho h = 0.04191\rho h(\text{mgal}) \tag{3.38}$$

yazılabilir.

Hesaplamalarda $\rho \approx 2.67 \text{g/cm}^3$ standart yoğunluk kabulü ile bu değer

$$\Delta g_B = 0.1119h(\text{mgal}) \tag{3.39}$$

olur.

Bunun anlamı indirgeme düzleminden itibaren 1 m yukarıya çıkıldıkça gravite değerinde 0.1119 mgal lik değişim olduğudur. Şu durumda plakanın kaldırılmasıyla yapılan düzeltme henüz yarımdır ve buna "Tamamlanmamış Bouguer İndirgemesi" denir (Kurt 1998).

Yeryüzü ile jeoit arasında kitlelerin kaldırılmasıyla gravite ölçüleri bir bakıma havada asılı kalmış durumdadırlar. İndirgemenin tamamlanabilmesi için *P* gravite istasyonunun jeoide yani P_0 noktasına indirgenmesi gerekir. Bu indirgeme için kullanılan yöntem Bölüm 3.2 de anlatılmış olan "Boşlukta Gravite İndirgemesi" dir.

Topografik kitlelerin kaldırılması ve boşlukta hava indirgemesiyle Bouguer indirgemesi tamamlanmış olur ve bu işlem artık "Tamamlanmış Bouguer İndirgemesi" olarak adlandırılır. Tamamlanmış Bouguer indirgemesiyle gravite değeri artık jeoittedir.

$$g_j = g_P - \Delta g_B + \Delta g_H \tag{3.40}$$

P de ölçülen gravite değeri	g_P
Bouguer plakası indirgemesi	$\Delta g_B = -0.1119\, h$
+ Boşlukta gravite indirgemesi	$\Delta g_H = +0{,}3086\, h$
Po noktasındaki gravite değeri	$g_J = g_P + 0.1967\, h$

Şu durumda $\vec{g}$ jeoidin üzerinde olduğu için elipsoit yüzeyinde hesaplanmış olan normal gravite $\vec{\gamma}$ ile karşılaştırılması mümkündür. Böylece gravite anomali değerleri;

$$\Delta g = g - \gamma \tag{3.41}$$

bağıntısıyla hesaplanır.

3.4 Topografya Etkisi – Arazi Düzeltmesi

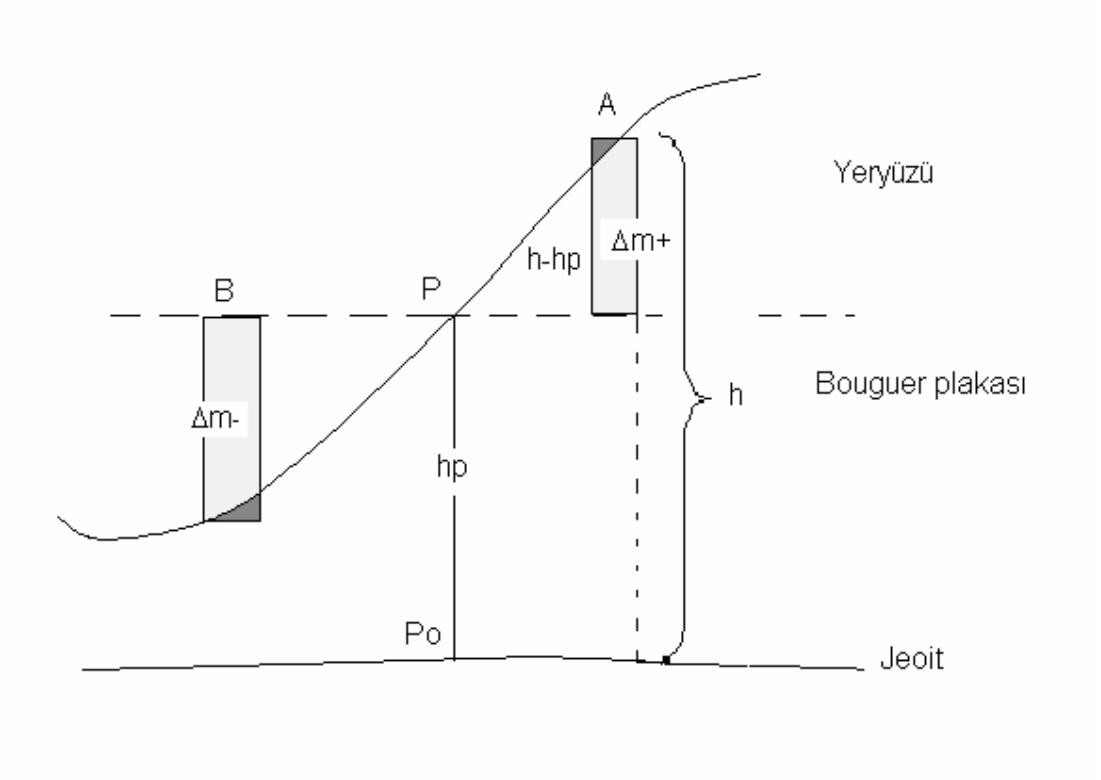
Bouguer indirgemesi hesaplanırken, deniz seviyesi ile *h* yüksekliğindeki *P* noktası arasındaki sonsuz yarıçaplı *h* yüksekliğinde bir silindir tanımı yapılmıştır. Ancak fiziksel yeryüzü bu şekilde basit olmayıp, değişiklik gösterir. Bu değişikliklerin etkisi "topografya etkisi" olarak isimlendirilir. Bu etkinin ölçülen değerlere etkisi dikkate alınmalıdır.

Bozucu potansiyel T ve parametrelerini belirlemek amacıyla geliştirilen Stokes ve Molodensky kuramlarında gravimetrik yerey düzeltmesinin (Terrain Correction) önemli bir kullanımı bulunmaktadır. Stokes kuramında jeoit dışında kitle bulunmaması ve ölçülerin jeoit yüzeyine indirgenmesi gerekmektedir. Fiziksel yeryüzünün Bouguer plakasından farklılığını oluşturan artık ve noksan kitlelerin gravite üzerinde toplam çekim etkisi olan gravimetrik yerey düzeltmesi (*tc*) ve Bouguer plakası çekim etkisi göz önünde bulundurularak jeoit dışındaki topoğrafik kitlelerin toplam etkisi belirlenebilmektedir.

Böylece jeoit dışında herhangi bir kitlenin bulunmadığı varsayımıyla jeoit üzerine indirgenen gravite ölçüleri Stokes ve Vening-Meinesz eşitliklerinde kullanılarak bozucu potansiyel ve parametreleri bulunur (Heiskanen ve Moritz 1967).

Molodensky kuramında bozucu potansiyel ve parametreleri belirlenirken, gravite ile yükseklik arasında doğrusal korelasyon bulunduğu varsayılarak fiziksel yeryüzündeki gravite ölçülerine getirilecek birinci dereceden düzeltme $\Delta\vec{g}_1$ yerine gravimetrik yerey düzeltmesi *tc* kullanılabilmektedir (Moritz 1980).

Jeodezik ve jeofizik amaçlarla farklı doğrulukta gravimetrik yerey düzeltmesi kullanılmaktadır. Jeofizik amaçla hesap noktasından belirli uzaklıkta topoğrafya yeterli olmasına karşılık jeodezik amaçlarla daha geniş bölgedeki topoğrafyanın dikkate alınması gerekir. Değişik doğrulukta ve değişik uzaklıktaki topoğrafik kitlelerden yararla gravimetrik yerey düzeltmesi belirleyen çok sayıda yöntem geliştirilmiştir.



Şekil 3.7 Arazi düzeltmesi

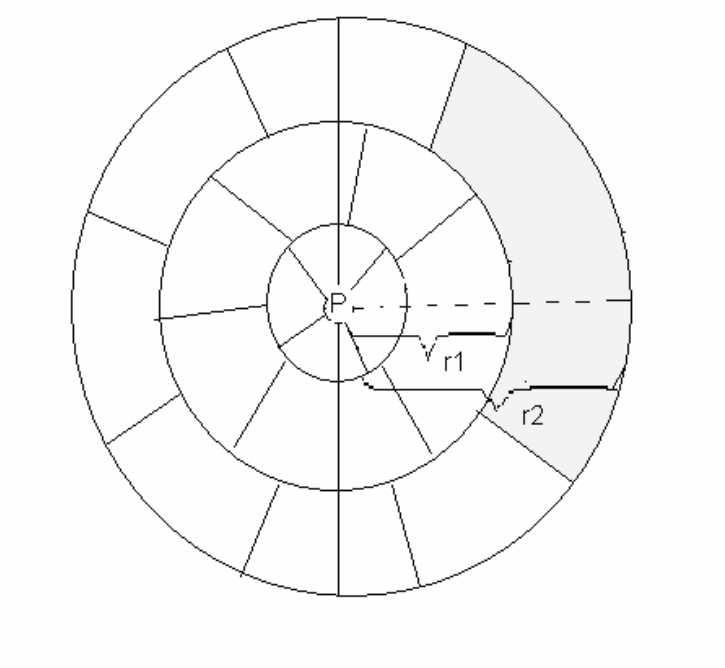
Eğer ölçü noktası civarındaki saha yeteri kadar düz ve engebesiz ise topoğrafik düzeltmeye gerek kalmayabilir. Ancak aksi durumda topoğrafik düzeltmeyle indirgeme olgunlaştırılır.

Şekil 3.7 kullanıldığında; *A*'da yukarıya doğru çeken *Δm+* fazlalık kitle kaldırılır, dolayısıyla *P*'deki $\vec{g}$ artar. *B*'deki eksik kitle *Δm-* oraya konur ve gravite değeri gene artar. Böylece arazi düzeltmesinin işareti daima artıdır (Kurt 1998).

$g_J = g_P - \Delta g_B + \Delta g_H$ tamamlanmış Bouguer indirgemesine arazi düzeltmesi g_A nın da eklenmesiyle

$$g_J = g_P - g_B + g_H + g_A \tag{3.42}$$

şeklini alan indirgeme "Olgunlaştırılmış Bouguer İndirgemesi" ismini alır.



Şekil 3.8 Arazi kalıpları

Topoğrafik kitlelerin toplam etkisinde ise; kalınlığı sonlu ve yarıçapları r_1 ve r_2 ile sınırlandırılmış olan bir daire bölmesi düşünülür (Şekil 3.8). Bir dilimin yüksekliği ile P noktasının yüksekliği arasındaki fark ne olursa olsun, topoğrafya düzeltmesinin işareti daima pozitiftir.

Topoğrafya düzeltmesinin

$$\Delta g_T = g_B - g_A \tag{3.43}$$

formülüyle tek adımda hesaplanması mümkündür.

Böylece olgunlaştırılmış formülde $g_A - g_B$ terimleri yerine $-g_T$ kullanılarak

$$g_J = g_P - \Delta g_T + \Delta g_H \tag{3.44}$$

sonucuna ulaşılır.

3.5 Poincare ve Prey Gravite İndirgemesi

Bir diğer gravite indirgeme yöntemi olan Poincare ve Prey yönteminde amaç nivelman sonuçlarının ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesidir. Bu dönüştürme işlemi için yer içindeki jeoit ve topoğrafya arasındaki g' gravite değerlerini gerektirir. g' nin hesaplanacağı nokta Q ile tanımlanıp $g_Q = g'$ şeklindedir. Q ile aynı çekül eğrisi üzerinde ve gravite ölçümünün yapıldığı yeryüzü noktası P noktası olmak üzere g_Q nun dolaysız yoldan hesabı için yerin içindeki gravite değişiminin bilinmesi şartı vardır. Bu şartlar altında g_Q için

$$g_Q = g_P - \int_q^P \frac{\partial g}{\partial h} dH \tag{3.45}$$

eşitliği yazılabilir. Bu formülün kullanılabilmesi için eşpotansiyelli yüzeylerin J ortalama eğrilikleri ve P ile Q noktası arasındaki ρ yoğunluklarının bilinmesi gereklidir.

Sayısal olarak, enlemin $\frac{\partial g}{\partial h}$ değişimine etkisi ihmal edilip yoğunluk için ρ=2.67gr/cm^3 ve k=66.7x10^{-9} alınmasıyla

$$g_Q = g_P + 0{,}0848(H_P - H_Q) \tag{3.46}$$

olur. Formül çok hassas olmamakla birlikte pratikte çok fazla kullanılır.

Kısaca Prey indirgemesi olarak adlandırılan bu indirgemede amaç; diğer gravite indirgemelerinde olduğu gibi yeryüzünde ölçülen gravite ölçülerinin jeoide indirgenmesi değil, aslında yer içindeki doğrudan ölçülemeyen gravite değerlerinin türetilmesidir. Bu sebeple bu indirgeme yöntemi bahsedilen diğer yöntemlerden amaç açısından tamamen farklıdır.

3.6 Helmert Yoğunlaştırma Tekniği

Jeoit dışındaki kütleleri, jeoidin içindeki kütlelerle yer değiştirmenin gerektiği durumlarda bu değişiklikler jeoit deformasyonuna ve gravite değerlerin de değişikliklere sebep olduğundan, bu değişikliklerin mümkün olduğu kadar küçük tutulmasına çalışılır.

Helmert'in ikinci yoğunluk metodu jeoit dışındaki bütün kitleleri, kojeoide yoğunlaştırmaktan ibarettir. Burada toplam kitle değiştirilmeksizin, topoğrafya jeoit üzerinde

$$\kappa = \rho h \tag{3.47}$$

koşulunu sağlamak kaydıyla yoğunlaştırılır.

Pratt- Hayford sisteminde H_0 denge yüksekliğinin $H_0 \rightarrow 0$ mantığıyla düşünülmesiyle Helmert yoğunlaştırma yöntemine ulaşılabilir. Ve genel formül

$$g_H = g_P - \Delta g_T + A_C + \Delta g_H \tag{3.48}$$

olur

A_c' nin hesabında c= Hp ve $\kappa = \rho h$ ile dairesel disk için potansiyel ve çekim hesabı yapılır. H_P gravite istasyon noktasının yüksekliğini, h ise ilgili bölmenin yüksekliğini temsil etmektedir.

Kütleleri bir yüzey tabakasına yoğunlaştırma, gravite değerlerini değiştirir. Gravite, deniz seviyesi üstünde bir P noktasında ölçülmüştür. P'nin normalinde, jeoit üzerindeki bir Q noktasında gravite değeri istenmektedir. Graviteye QP yüksekliğinin sebep olacağı değişiklik bir yana, yoğunlaştırılan topoğrafyanın Q üzerindeki çekimi ile yoğunlaştırılan topoğrafyanın P üzerindeki çekim farkı kadar bir düzeltme getirilmelidir. Eğer topoğrafya sonsuz bir düzlem parçası şeklinde madde ile temsil edilmiş olsaydı yoğunlaştırmadan kaynaklanan düzeltme sıfır olacaktı. Bu durumda, düzeltme gerçek topoğrafyanın sıfır şartından olan farkından kaynaklanmaktadır.

Helmert'in yoğunluk metodunda kullanılan arazi düzeltmesi yani dolaylı etki

$$\delta W = U_T - U_C$$

olur.

Silindir üzerinde kitle elemanının uzaklığı *c* için, burada P_0 noktasının jeoit üzerinde olmasından hareketle *c=0* yazılır. Bu durumda $h \rightarrow 0$ iken *c=0* için çekim ve potansiyel hesaplanabilir. Uygulamalarda δN ortalama 3 km yüksekliklerde 1 m dolaylarındadır ve ihmal edilebilir. Böylece yoğunlaştırma indirgemesiyle hesaplanan kojeoit ile gerçek jeoit çakışır. Helmert tabakasında çekim, topoğrafyanın çekimini yaklaşık olarak dengelediğinden $A_C - A_T$ "dolaysız etki" bile çoğunlukla göz ardı edilebilir.

Bu durumda ölçülen gravite değerine Boşlukta gravite indirgemesi düzeltmesigetirilmesi Stokes fonksiyonunun kullanımı için yeterli olabilir. Ve aynı yeterlilikle kojeoitle jeoit çakışır. Burada

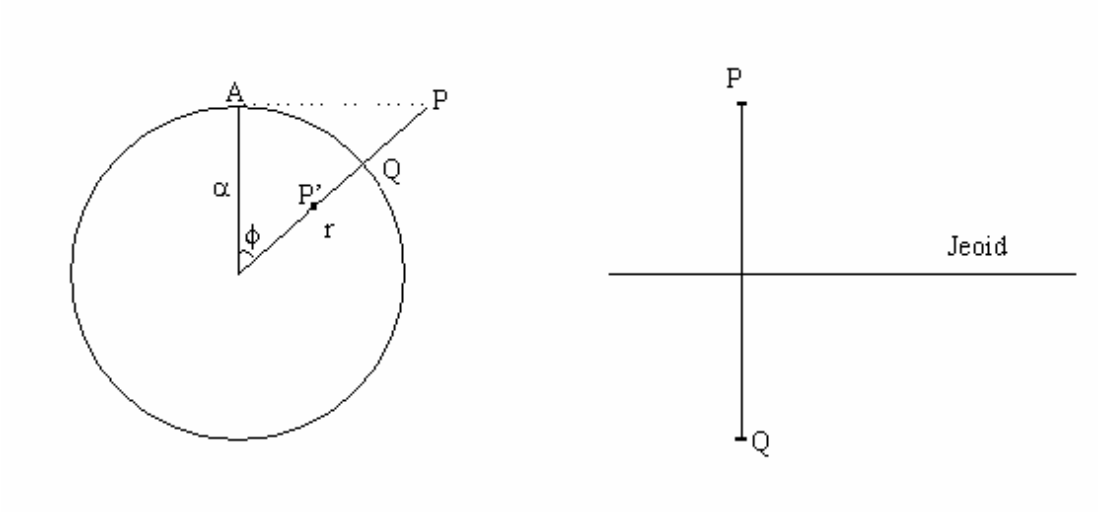
$$\Delta g_H = g + \Delta g_H - \gamma$$

boşlukta gravite indirgemeleri anomalileri, yaklaşık yoğunlaştırma anomalileri olarak düşünülebilir.

3.7 Ters Çevirme Metodu

İlk bakışta, Helmert'in yoğunluk metotu ile yapılan madde transferlerinin jeoitte minimum deformasyonlara sebep olduğu zannedilir. Bu transferlerle dış madde kolonlarının ağırlık merkezleri, kolon yüksekliğinin yarısı kadar bir mesafe yer değiştirmiştir. Bu sebeple kütlenin minimum yer değiştirmesinin jeoidin minimum bir deformasyonuna sebep olduğu düşünülebilir. Ancak dış kütleler için iç kütlelerin yer değiştirmesinin jeoitte değişime neden olmayacağı başka bir yerine koyma yöntemi vardır. Bunun tam ve teferruatlı bir hesabı jeoit şekli hakkında bazı kabullenmeler gerektirir. Pratikte, jeoit şekli için küre kabulü tercih edilir. Aslında eğrilik genellikle ihmal edilerek jeoit yüzeyi bir düzlem kabul edilir.

a yarıçaplı *O* merkezli ve merkezden *r* mesafede *(r>a)* bir *P* noktası verildiğini kabul edelim(Şekil 3.9).



Şekil 3.9 Ters çevirme

Jeoit dışında P noktasındaki dm kütle elementi, jeoit içinde PO hattındaki P' noktasındaki dm' kütle elementi ile yer değiştirmiş olsun, dm kütlesinin jeoit üzerindeki A noktasındaki V potansiyeli

$$V = \frac{kdm}{\sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\cos\Phi}} \tag{3.49}$$

ile yer değiştirmiş dm' kütlesinin A noktasındaki V' potansiyeli

$$V' = \frac{kdm'}{\sqrt{a^2 + r'^2 - 2ar'\cos\Phi}} \tag{3.50}$$

ile verilmiştir.

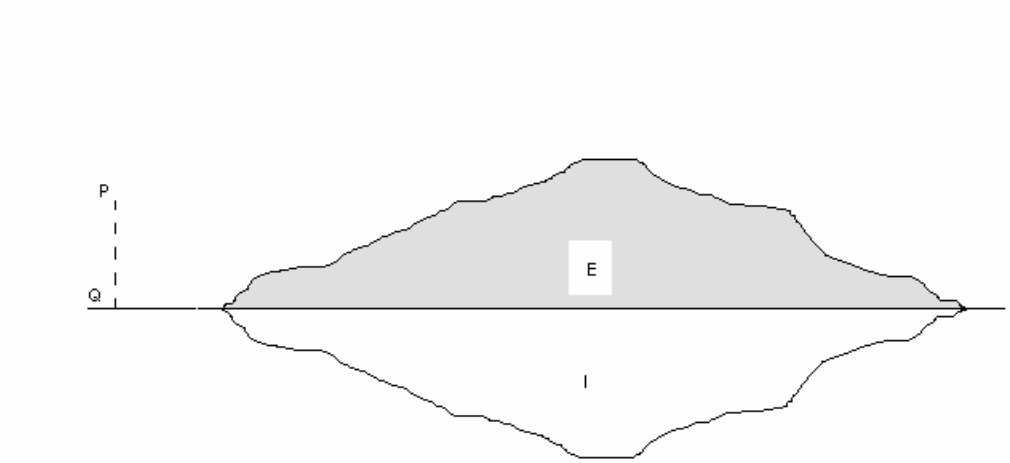
Potansiyelin değişmemesi istendiğinden $V = V'$ olmalıdır.

$$\frac{dm}{r}\frac{1}{\sqrt{1 - 2\frac{a}{r}\cos\Phi + \frac{a^2}{r^2}}} = \frac{dm'}{a}\frac{1}{\sqrt{1 - 2\frac{r'}{a}\cos\Phi + \frac{r'^2}{a^2}}} \tag{3.51}$$

bu eşitlik eğer $dm' = \frac{a}{r}dm$ ve $r' = \frac{a^2}{r}$ olursa gerçekleşebilir.

Eğer P kürenin yüzeyine yakınsa yani $a \cong r$ ise, m' kütlesi hemen hemen m e eşit olacaktır. Aynı şekilde m'nin yüzeye olan mesafesi PQ ile yüzey altındaki m' nün yüzeye olan mesafesi QP' de hemen hemen birbirine eşit olacaktır. Limit durumunda mesafeler yarıçapa nazaran çok küçükse, yüzeye bir düzlem olacak ve $m' = m$ ve $QP = QP'$ veya P', P nin düzlemdeki imajı olarak alınabilir. Bu şekilde sadece noktalar değil tüm topoğrafik yüksekliklerin imajı alınır. Herhangi bir jeoidin şekli, çekül doğrultularıyla tayin edilmiş olarak kabul edilebilir ve düzlem boyunca m ve m', nün meydana getirdikleri doğrultular birbirlerine eşittir. Aynı şey topoğrafik yükseklikler ve onların imajları içinde doğrudur. Potansiyeller aynı olduğundan, bir kütlenin yerine bir başka kütleyi almak küre ile temsil edilen eşpotansiyel yüzeylerde bir deformasyona sebep olmaz.

Her ne kadar ters çevirme jeoidin şekline etki etmese de gravite değerlerine etki eder. Değişiklik silindirik bölmelerin etkilerini hesaplama kullanılan tablolar vasıtasıyla hesaplanabilir.



Şekil 3.10 Ters çevirme metodunda topoğrafya

Bununla beraber bu tabloların ters çevirme metodunda kullanılabilmesi için daha büyük kolon yükseklileri için hesap edilmeleri gerekmektedir. Ters çevirme metodu için iki yöntemden bahsedilir.

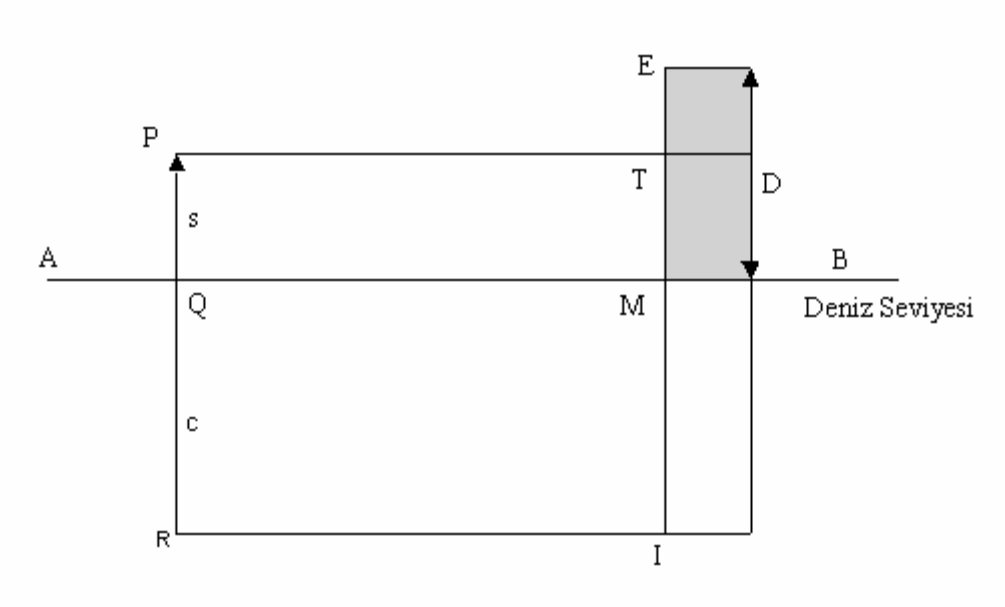
a) Rudzki'nin orijinal metodu
b) Helmert'in teklif ettiği değişiklik

Rudzki'nin metoduna göre, dış topoğrafik yüksekliğin, E, *P* noktasındaki graviteye tesiri, *P* de ölçülen graviteden çıkartılır ve ters çevrilmiş yüksekliğin, I, *P* deki graviteye etkisi ölçü değerine eklenir (Şekil 3.10). Bundan sonra, *P* deki gravite değeri, deniz seviyesindeki *Q* noktasına, yükseklikle olan normal değişme miktarı uygulanarak indirgenir. Helmert şunu teklif etmiştir: Madem ki jeoit üzerindeki *Q* noktasında gravite istenmektedir, o halde topoğrafik yüksekliğin *P* deki graviteye etkisini ölçülen graviteden çıkarmalı, sonra bunu yükseklikle olan normal değişme miktarı kadar *P*'nin seviyesinden *Q*'nun seviyesine indirmeli, ve yukarıdaki metodun aksine, ters çevrilmiş yüksekliğin *P* deki etsini değil, *Q* daki etkisini buna eklemek gerekmektedir.

Buradaki işlem sırası, *P*'den *Q*'ya geçmek için takip edilen düşünce yolunun, ve harici kütleleri dahili kütlelerle yer değiştirme sırasıyla aynı olması bakımından, böyle seçilmiştir. Pratikte, kütle yer değiştirmeleri için yapılan hesaplar beraber ve birleştirilmiş olarak yapılır. Ters çevirme metodunda her iki şekli de, gravitenin yükseklikle olan normal değişme miktarını kullandığından dolayı tereddütlere sebep olmaktadır. Düz bir saha için her iki yöntemde düzeltme sıfırdır.

Çevreyi daha iyi temsil eden, dağlık bir arazide ortalama seviyenin üstünde olan noktalar için de metotlar, küçük bir negatif düzeltme vermeye meyillidir.

Orijinal olarak kendisi tarafından teklif edilen veya Helmert'in tadilatlı şekli ile olsun Rudzki'nin ters çevirme metodunda düzeltmelerin hesaplanabilemsi için jeoit yüzeyini bir düzlem olarak kabul ederiz. Fakat burada dahili kütlelerin harici kütlelere nazaran, az da olsa, daha küçük olması gerçeğini ihmal ederiz.



Şekil 3.11 Ters çevirme-2

Şekil 3.11'de, *AB*, deniz seviyesini; *P*, istasyonunun yerini; *QP=s*, istsyonunun kotunu; ve *D*, *ME* kolonunun yüksekliğini göstermek üzere; *ME* nin *AB* ye göre imajı olan dahili *MI* kolonu, *ME* kolonunun yerini almıştır.

R, *Q* altında, *c* mesafede bir nokta olsun. *PR=IT=s+c* olacak şekilde istasyon seviyesinde kolonu teşkil etsin. Bu durumda *ME* nin düşey çekim etkisi

$$f(s)-f(s-c) \tag{3.52}$$

olacaktır. (3.52) ün neticesi, ölçülen graviteden çıkartılmalıdır. Bu durumda harici kütleler atılmış ve dahili kütleler onların yerini almış olmaktadır. Ölçülen graviteye ilave edilecek olan *MI* dahili kütlenin *P* deki etkisi

$$f(s+c)-f(s) \tag{3.53}$$

dir.

3.7.1 Rudzki ters indirgemesi

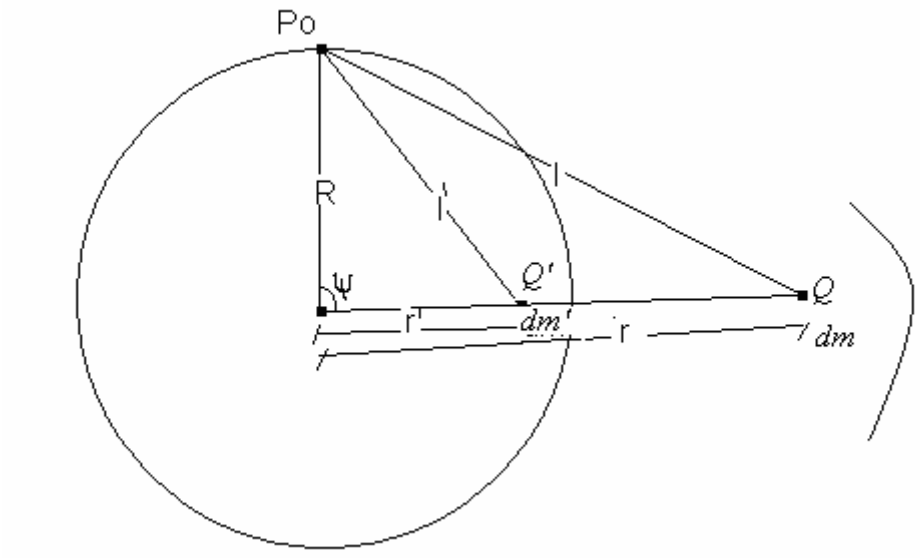
Dolaylı etkinin sıfır olduğu bir gravite indirgemesi olarak düşünülen Rudzki ters indirgemesi (Şekil 3.12) kullanılarak açıklanmaya çalışılacaktır. Dolaylı etkinin sıfır olması

$$U_T = U_C$$

şeklinde ifade edilirse eşitliğin sağlanması için topoğrafik kitleler jeoidin iç tarafına kaydırılır. Böylece $U_T - U_C$ farkı için

$$\delta W = U_T - U_C = 0$$

sağlanarak bir bakıma dolaylı etkiden kurtulunmuş olunur. Burada R yarıçaplı kürede aynı yarıçap vektörü üzerinde Q ve Q' noktalarında dm ve dm' kitle elemanları kabulü yapılır.



Şekil 3.12 Bir küre içine ters çevirme olarak Rudzki indirgemesi

Bu kitle elemanlarının jeoitteki P_0 noktasında potansiyelleri için;

$$dU_T = k\frac{dm}{l} = \frac{kdm}{\sqrt{r^2 + R^2 - 2Rr\cos\psi}} \tag{3.54}$$

$$dU_C = k\frac{dm'}{l'} = \frac{kdm'}{\sqrt{r'^2 + R^2 - 2Rr'\cos\psi}} \tag{3.55}$$

yazılır. Eğer

$$dm' = \frac{R}{r}dm$$

ve

$$r' = \frac{R^2}{r}$$

ise potansiyel için yazılan eşitliklerde yerine koymayla

$$dU_C = du_T$$

sağlanmış olur. $r' = \frac{R^2}{r}$ koşulu Q' ve Q nun küre içerisinde ters çevirerek ilişkilendirir. Bu yüzden, bu indirgeme yöntemi "ters indirgeme" ya da "Rudzki Ters İndirgemesi" şeklinde adlandırılır.

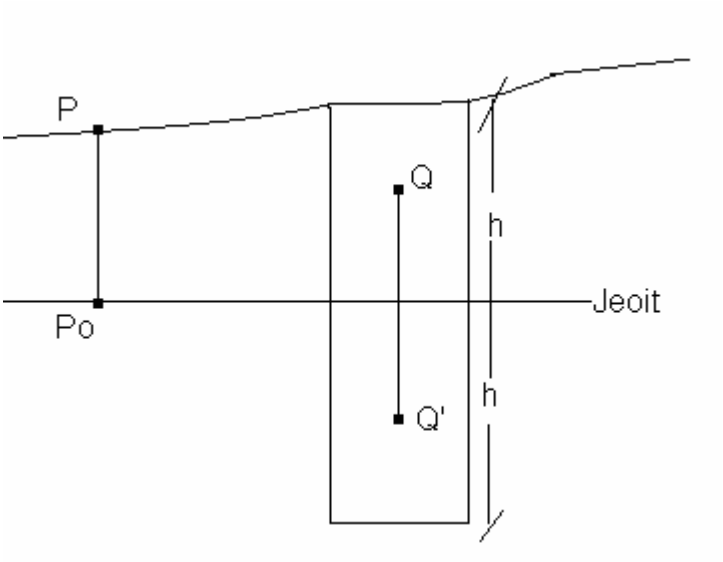
$dm' = \frac{R}{r}dm$ eşitliğine bakıldığında ise kitle elmaları dm ve dm' nün teorik anlamda birbirlerine eşit olmadıkları görülür. Ancak aralarındaki fark 10^{-8} dolaylarında olduğu için ihmal edilerek $dm' = dm$ yazılabilir. Çoğu zaman küre yerine düzlem kabulü yapılabilir. Bu durumda Q' ve Q birbirlerinin ayna görüntüsü şeklinde olur (Şekil 3.13).

İzostatik indirgemelerden sonra toplam indirgeme için yazılan $g_I = g_P - \Delta g_T + A_C + \Delta g_H$ bağıntısından hareketle Rudzki indirgemesi uygulanmış Rudzki gravitesi için

$$g_R = g_P - \Delta g_T + A_C + \Delta g_H \tag{3.56}$$

yazılabilir.

Rudzki indirgemesine dolaylı etkinin sıfır olması koşulu ile başlandığı için kojeoitden bahsetmek artık anlamsızdır. Bir bakıma kojeoitle jeoit çakışır. Ancak jeoit dışında gravite alanı değişir. Ayrıca Rudzki indirgemesi jeofizik açıdan da anlamlı bir model oluşturmaz.



Şekil 3.13 Rudzki indirgemesinde düzlem yaklaşım

4. İZOSTASİ

4.1 İzostasi Kuramları

İzostasi modelinde mantık dağların altında bir cins kitle noksanlığının bulunmasıdır. Topoğrafik kitleler türdeş bir kabuğun dışta kalan parçaları olmuş olsaydı Bouguer indirgemesinin gravite alanının ana düzensizlikleri ortadan kaldırması gerekirdi ki bu da Bouguer anamolilerinin hem çok küçük olmasını hem de sıfır civarında artı eksi işaretlerle rasgele dağılmasını gerektirir.

Oysa durum bunun tersine olup Bouguer anomali değerleri yükseklikle birlikte artıp sistematik bir şekilde eksi işaretlidir. Bu sebeple mantık "dağların altında kitle noksanlığı vardır" a gelmiştir. Yani topoğrafik kitleler bir yolla dengelenmiş olur.

Böyle bir denge için iki ana kuram geliştirilmiştir.

Bunlardan birincisi J. H. Pratt tarafından belirtilmiştir. Pratt'a göre dağlar yer altından mayalı hamur gibi yükselmişlerdir bunun anlamı hacmi büyüyüp yükselen dağların aslında kütlesinde bir değişimin olmadığıdır.

İkinci kuram G. B. Airy'e aittir. Airy ise dağların kendilerinden daha yoğun bir sıvı içerisinde yüzdüğünü ileri sürer. Böylece dağ ne kadar yüksekse o oranda sıvıya batmaktadır (Bajracharya vd. 2001).

4.1.1 Airy- Heiskanen izostasi modeli

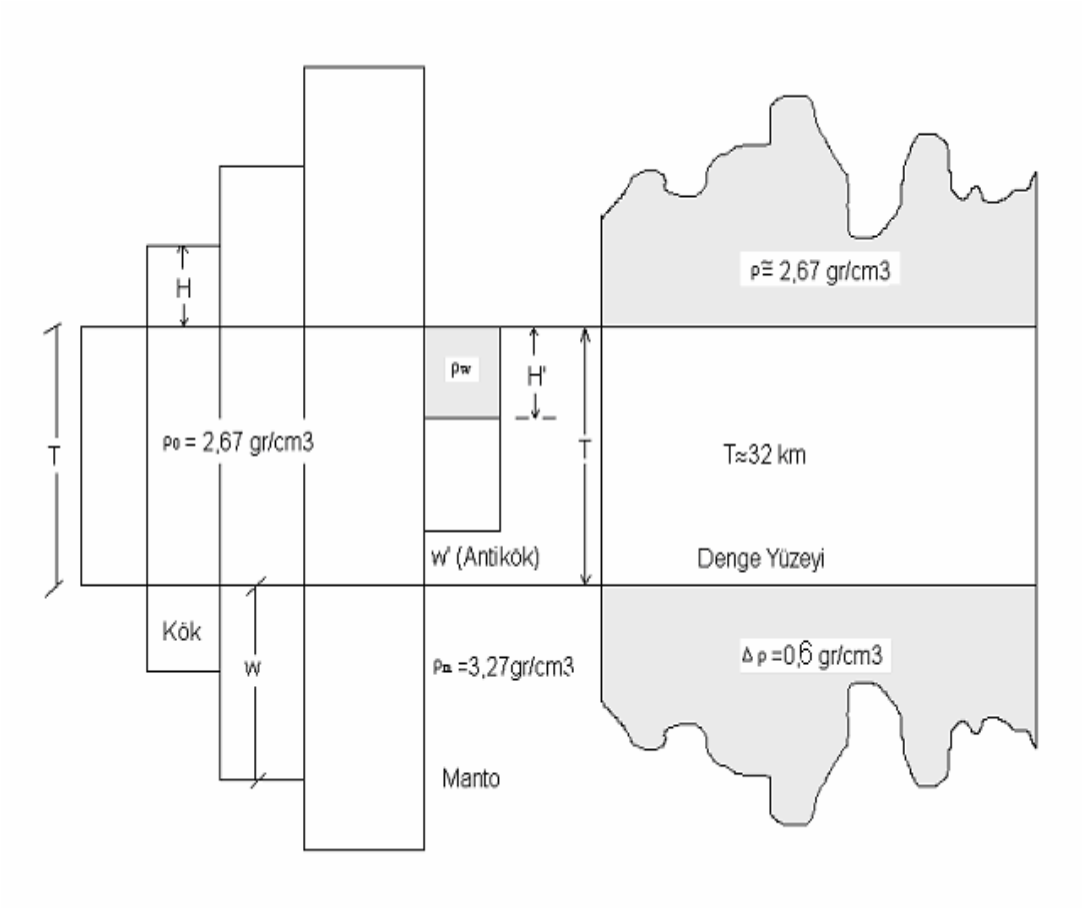
Bu modeli Airy önermiş Heiskanen ise jeodezik amaçlar için formülleştirip yaygın olarak kullanmıştır.

Airy hipotezinde sabit ρ_o =2.67 gr/cm^3 yoğunluklu yerkabuğunun, sıvı benzeri ρ_m=3.27 gr/cm^3 bir manto tabakası üzerinde yüzdüğü kabul edilir (Şekil 4.1). Topoğrafyanın yüksekliği, okyanuslarda yüzen bir buzdağında olduğu gibi derinliğin bir fonksiyonu olarak değişir.

Yine buzdağında olduğu gibi dağların kök formasyonları kendilerinden daha büyük olup, denge doğrudan izostatik denge yüzeyine kadar olan düşey kolon içerisindeki kitle fazlalık veya eksiklikleri altında oluşur.

Dağlardaki kitle fazlalıkları ve okyanus tabanındaki kitle eksiklikleri, sırasıyla düşük yoğunluklu kökler veya yüksek yoğunluklu antikökler ile dengelenmiştir. Benimsenmiş olan sayısal değerlerle $\rho_m - \rho_0$ yoğunluk farkı $\Delta\rho = 0{,}6$ gr/cm3 olarak alınır.

Yüksekliği *H=0* olan bir kolonun kalınlığı *T'*dir. *H>0* olan karasal kolonlar, kalınlığı *w* olan kökleri, okyanusun altındaki H_t derinliğindeki kolonlar ise w_t olan antikökleri oluşturur. Başka bir deyişle kabuk, kabuğun altındaki kitlelerin içine değişken derinliklerde gömülür. Yüzey dengesini oluşturmak için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.



Şekil 4.1 Airy – Heiskanen izostasi modeli

Eğer arazi yüksekliği H ve buna karşılık olan kök derinliği w ise, yüzmenin denge koşulu

$$H\Delta\rho = H\rho_0 \tag{4.1}$$

olur. Okyanuslar için bu koşul

$$H'\Delta\rho = H'(\rho_0 - \rho_w) \tag{4.2}$$

şeklindedir.

Kökler ve antiköklerin kalınlıkları için;

$$w = -\frac{\rho_0}{\rho_m - \rho_0} H \qquad \text{(Kök)}$$

$$w' = -\frac{\rho_0 - \rho_w}{\rho_m - \rho_0} H' \qquad \text{(Antikök)} \tag{4.3}$$

eşitlikleri geçerlidir. w düşey olarak yukarıya doğru ölçülür. Yerkabuğu, manto ve deniz suyunun yoğunlukları sırasıyla;

$\rho_0 = 2.67 kg/m3$
$\rho_m = 3.27 kg/m3$
$\rho_w = 1.027 kg/m3$

standart değerleri alınarak;

w =+4,45 H

w' =2,73 H'

çıkar. Daha yüksek bir doğruluk için bu formüllere küresel düzeltmelerin uygulanması gerekir. Ayrıca eşit kitle ya da eşit basınç biçimlerindeki formülleştirilmeler farklı sonuçlara götürür. Yerkabuğunun normal kalınlığı T ile gösterilmişti. T değerinin T=30 km civarında olduğu kabul edilir. Dağların altında kabuk kalınlığı

$$T+H+w \tag{4.4}$$

ve okyanusların altında kabuk kalınlığı

$$T\text{-}H'\text{-}w' \tag{4.5}$$

dir.

4.1.2 Pratt- Hayford izostasi modeli

Bu model Pratt tarafından önerilmiş olup Hayford tarafından matematikleştirilip jeodeziye uyumu sağlanmıştır. Pratt'in modeli için kitlelerin mayalanmış hamur gibi büyüdüğü varsayımından önceki kısımda söz edilmişti. Şekil 4.2 ye bakıldığında düzgün bir denge yüzeyi üzerinde yoğunlukları farklı kolonlar mevcuttur. Bu kolonların özelliği farklı hacim yoğunluklardaki kolonların kitlelerinin eşit olmasıdır. Deniz yüzeyine göre denge yüzeyinin derinliği H_0 ve H_0 yükseklikteki kolonun yoğunluğu ρ_0 olarak alınsın. H_0+H yükseklikteki kolonun yoğunlu ρ , denk kitle koşulunu sağlar.

Bunun anlamı;

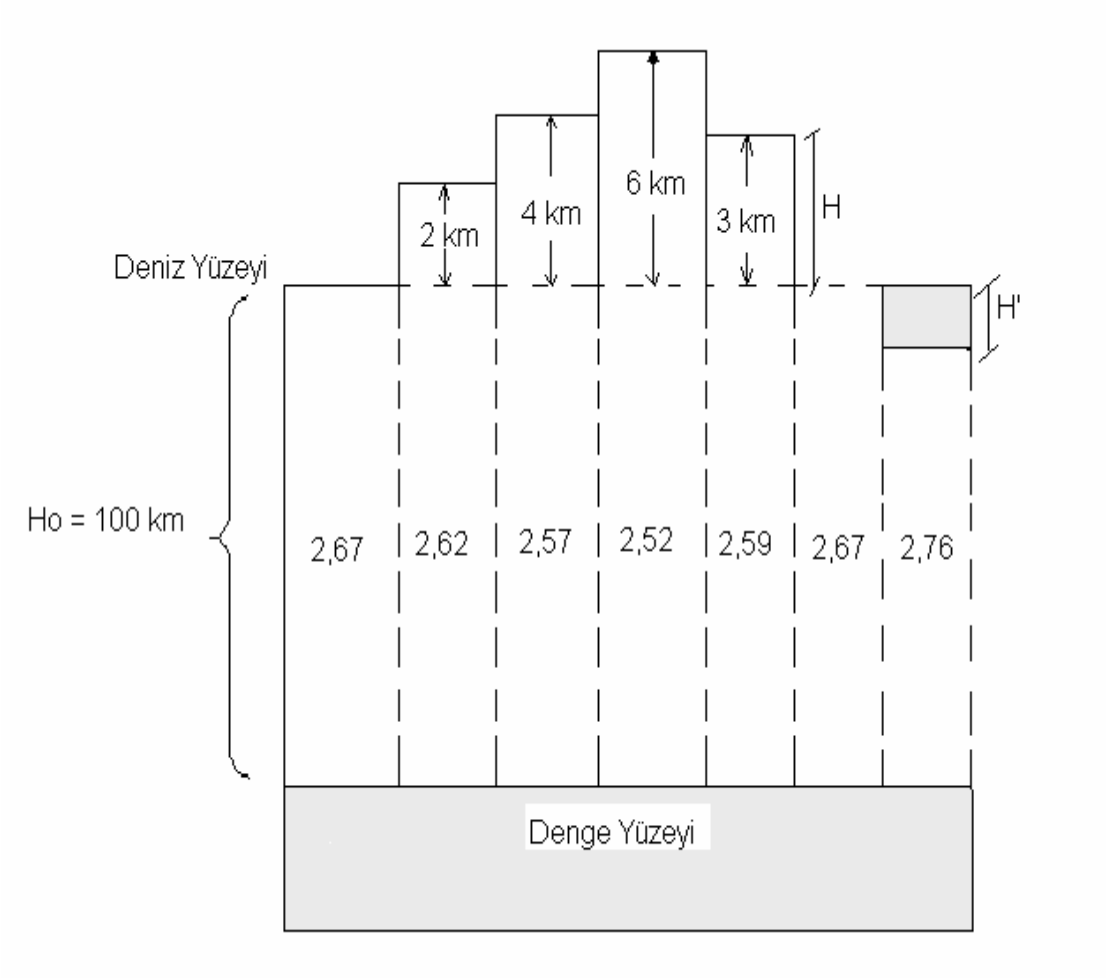
$$(H_0 + H)\rho = H_0\rho_0 \tag{4.6}$$

dır. burada ρ_0 genel kabulle 2,67 gr/ cm3 olarak alınabilir.

Sonuç olarak

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{H}{H_0 + H}\rho_0 0 \tag{4.7}$$

kitle noksanlığı söz konusudur.



Şekil 4.2 Pratt- Hayford modeli

Denk kitle koşulu okyanuslar için yazılmak istenirse;

$$(H_0 - H')\rho + H'\rho_w = H_0\rho_0 \tag{4.8}$$

yazılır. Burada $\rho_w = 1.027 g/cm3$ kabulle suyun yoğunluğudur. Buradan okyanus altındaki bir kolonda kitle fazlalığı

$$\rho - \rho_0 = \frac{H'}{H_0 - H'}(\rho_0 - \rho_w) \tag{4.9}$$

ile bulunur.

Küremsi bir yeryuvarında kolonlar merkeze doğru hafifçe birbirlerine yaklaşırlar. Bu da başka arıtmaları düşündürebilir. Bu amaçla kitle eşitliği ya da basınç eşitliği düşünülebilir. Her varsayım farklı küresel arındırmalara götürür. Örneğin Hayford H_0 derinliğini deniz yüzeyi yerine yeryüzünden almıştır.

4.1.3 Vening Meinesz bölgesel sistemi

Airy-Heiskanen ve Pratt- Hayford sistemleri oldukça idealleştirilmiş sistemlerdir ve kitlelerin yalnızca düşey bir kolonda varlıklarını kabul ederler. Denge kesinlikle yerel olarak sağlanmıştır.

Bu nedenle Vening Meinesz, yerel denge yerine bölgesel denge tanımıyla Airy'nin yüzme kuramını geliştirmiştir. Vening Meinesz kuramında topoğrafya kesiksiz fakat yumuşak, esnek bir kabuk üstündeki bir yük olarak kabul edilir.

Jeodezi ve jeofiziğin ortaya koyduğu gerçekler yeryuvarının %90 izostatik bir dengede olduğunu göstermektedir. Ancak hangi modelin bu dengeyi en iyi tanımladığına yalnızca gravimetrik sonuçlar yardımıyla karar vermek oldukça güçtür. Sismik sonuçlar Airy tipi bir dengeyi göstermekle birlikte, bazı yerlerde Pratt-Hayford modeline uyduğu da söylenir. Ancak bununla beraber yeryuvarı bu modellerin hiçbirine hiçbir zaman tam olarak uymaz. Bu yüzden iyi tanımlama ve tutarlı matematik formüllerle bu sistemler jeodezik amaçlara hizmet eder.

4.2 İzostatik Gravite İndirgemesi

İzostatik gravite indirgemesinin hedefi sabit ρ_o yoğunluklu ve sabit kalınlıklı homojen bir yerkabuğu elde etmektir. Bu işlem yerkabuğunun bir izostasi modeline göre düzenlenmesi ile elde edilir. Bouguer indirgemesinde, topografik kitleler tümüyle ortadan kaldırılırken izostatik indirgemede kıtaların altındaki kitle eksikliklerini ortadan kaldırmak üzere topoğrafik kitleler jeoidin içerisine kaydırılır.

Pratt – Hayford'un izostatik modelinde, kabuk yoğunluğu ρ'nun değişken değerinden sabit bir ρ_o yoğunluk değerine getirilmesi için topoğrafik kitleler denge yüzeyi ile deniz yüzeyi arasına sıkıştırılır.

Airy – Heiskanen modelinde ise yoğunluğu ρ_o = 2.67 gr/cm^3 ten ρ_m= 3.27 gr/cm^3 e getirecek şekilde topoğrafik kitleler kıtaların köklerine doldurulur. Yani topografya kendi dengesiyle beraber kaldırılır ve sabit yoğunluk ve sabit kalınlıklı ideal türdeş bir kabuk ortaya konur.

İzostatik indirgeme aşağıdaki adımlarla özetlenebilir.

- ✓ P noktasındaki gravitenin gözlenmesi
- ✓ Topoğrafyanın kaldırılması
- ✓ Topoğrafyanın jeoidin içine kaydırılması
- ✓ P noktasının jeoide indirgenmesi (boşlukta hava indirgemesi)

Burada bizim için yeni olan adım 3. adımdır. 2. ve 4. adımlar Bouguer indirgemesi adımlarının tekrarıdır. Topoğrafyanın kaydırılması yani dengenin kaldırılması 2 ana sistem içinde düşünülür.

4.3 Airy – Heiskanen Sistemi

Bu sistemde yöntem, Bouguer indirgemesinde arazi düzeltmesinin uygulanması ile aynıdır. Şekil 4.3 kullanıldığında;

$$A_C = \sum \Delta A \tag{4.10}$$

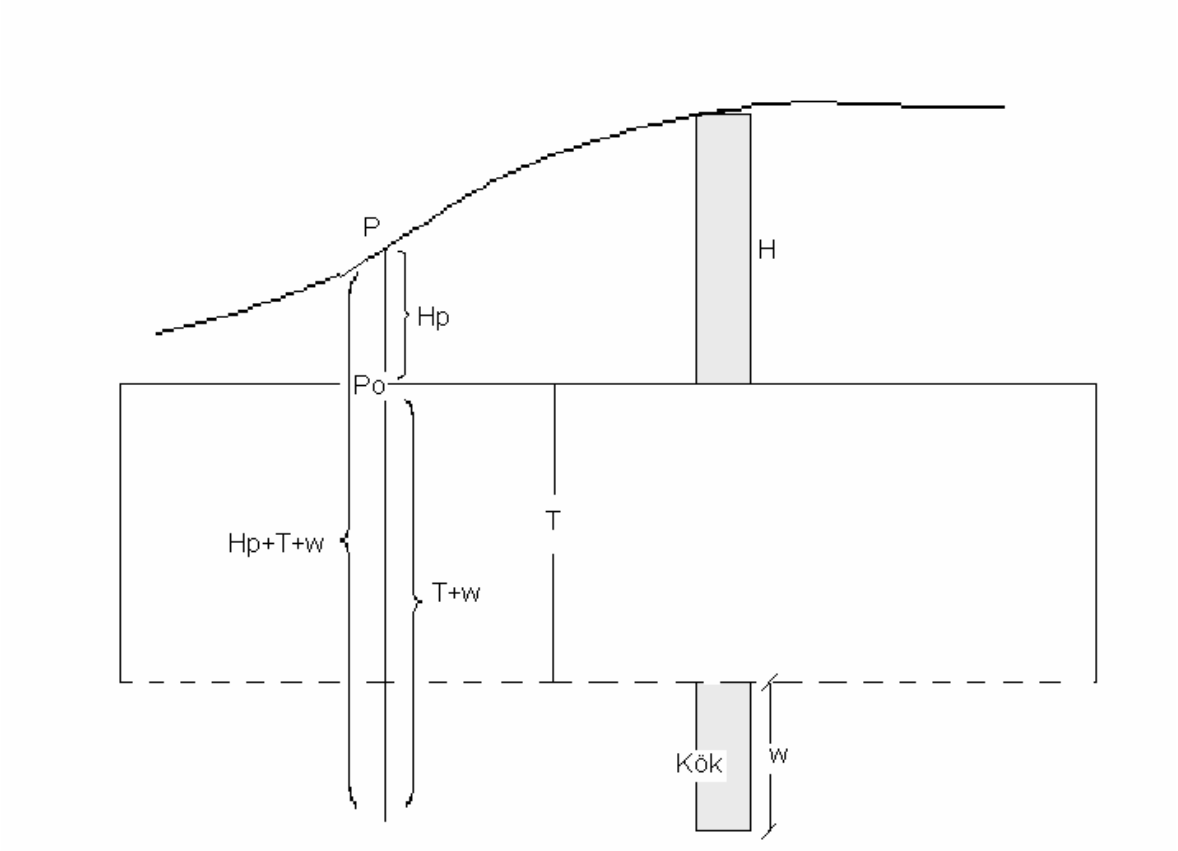
yazılabilir. Burada kolon kalınlığı h, nokta uzaklığı c ve yoğunluk ρ için sırasıyla ;

$h=w$

$c= w+T+H$

$\Delta\rho = \rho_m - \rho_0 = 0{,}6 gr/cm3$

kullanılır.



Şekil 4.3 Airy – Heiskanen modelinde topoğrafya ve denge

4.4 Pratt – Hayford Sistemi

Bu sistemde de denge çekimi için $A_C = \sum \Delta A$ esası vardır. Düşey kolonu tanımlayan h ve nokta uzaklığı c için sırasıyla

$H=H_0$, $c= H_0+H$ kabulleri vardır.

Yoğunluk değeri ise Bouguer indirgemesinde kullanılan değerle bağlantılı olarak değişir. Eğer Bouguer indirgemesi kolon için belirli bir yoğunluk değeri kullanılarak yapıldıysa $\Delta\rho$ da

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{H}{H_0 + H}\rho_0$$

eşitliği ile belirlidir.

Genellikle Bouguer indirgemesi ρ_0 sabit yoğunluğu ile yapılır. Bu durumda yoğunluk farkı

$$(\rho_0 - \Delta\rho)H_0 + \rho_0 H = \rho_0 H_0 \tag{4.11}$$

eşitliğine göre

$$\Delta\rho = \frac{H}{H_0}\rho_0 \tag{4.12}$$

ile bilinir.

4.5 Toplam İndirgeme

Bütün işlem adımları uygulandığı zaman ulaşılacak jeoit üzerindeki izostatik olarak indirgenmiş gravite değeri;

$$g_I = g_P - \Delta g_T + A_C + \Delta g_H \tag{4.13}$$

ile bulunur. Δg_T topografik düzeltme olup arazi düzeltmesi getirilmiş Bouguer plakası etkisidir Δg_H ise boşlukta gravite indirgemesi olup önceki kısımlarda anlatıldığı gibi yapılmaktadır. Ac ise gerçekte de eksi işaretli olan denge çekimidir. Bunun kaldırılması $+Ac$ terimi ile eşdeğerlidir.

5. GRAVİTE SPEKTURUMU VE FARKLI DALGA BOYLARINDAKİ ETKİLER

W yer potansiyel fonksiyonu ile ona bağlı tanımlı fonksiyoneller küresel harmonik serilere açıldığında, gravite spektrumunu dört gruba ayırmak mümkündür. Küresel harmonik serilerin derecesi cinsinden söz konusu gruplar;

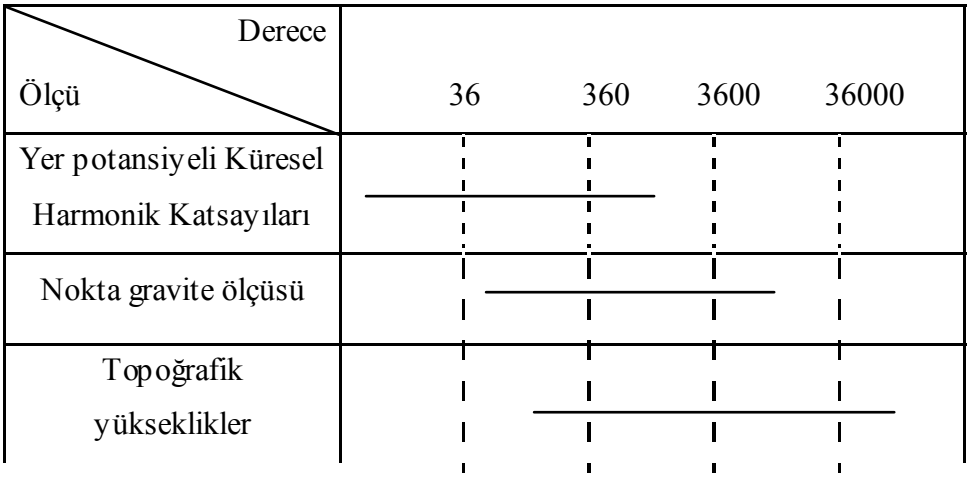
f_l	$2 \le l \le 36$	düşük
f_m	$37 \le m \le 360$	orta
f_h	$361 \le h \le 3600$	yüksek
f_v	$3601 \le v \le 36000$	çok yüksek

olarak yazılır. W gerçek potansiyel ile U normal potansiyel arasındaki fark olan T bozucu potansiyel ve bozucu potansiyelin fonksiyonelleri; gravite spekturumu gruplarına karşı farklı duyarlık gösterirler. N jeoit yüksekliği ile Δg gravite anomalilerinin, gravite spektrumu gruplarına karşı duyarlıkları Çizelge 5.1 de özetlenmiştir (Rapp,1998).

Çizelge 5.1 N ve Δg'nin gravite spektrumuna karşı duyarlılıkları

	f_l	f_m	f_h	f_v
N	%99.2	%0.8	-	-
Δg	%22.5	%41.9	%32.7	%2.8

Çizelge 5.2 Ölçülerin gravite spektrumunda duyarlı oldukları bölgeler



Frekans gruplarına benzer olarak jeoit yüksekliği ve gravite anomalileri de dört parçadan oluşturulabilir;

$$N = N_l + N_m + N_h + N_v$$

$$\Delta g = \Delta g_l + \Delta g_m + \Delta g_h + \Delta g_v$$

Değişik ölçüler spektrumun farklı grupları hakkında bilgi taşırlar. Çizelge 5.1 de görülebileceği gibi jeoit yüksekliği; spektrumun düşük ve orta frekans gruplarına karşı duyarlı olduğundan, düşük ve orta frekans grubu hakkında bilgi taşıyan ölçülerin jeoit belirlemek amacıyla kullanılması uygundur. Hesaplamada kullanılması uygun ölçüler

- Yer potansiyeli küresel harmonik katsayıları
- Nokta gravite ölçüleri
- Topoğrafik yükseklikler

olup bu ölçülerin gravite spekturumunda duyarlı olduğu bölgeler aşağıda Çizelge 5.2'de gösterilmektedir. Çizelge 5.2'den anlaşıldığı üzere söz konusu ölçü gruplarının topluca değerlendirilmesi ile gravite spekturumunun tamamı hakkında bilgi üretilebilir.

5.1 Yer Potansiyel Modeli ve Uzun Dalga Boylu Etkiler

Jeoit yükseklikleri ile gravite anomalilerinin uzun dalga boylu parçaları küresel harmonik katsayılardan yararlanarak,

$$N_l = \frac{GM}{r\gamma}\sum_{l=2}^{l_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^l \sum_{m=0}^{l}\left(\overline{\Delta C}_{lm}\cos m\lambda + \overline{\Delta S}_{lm}\sin m\lambda\right)\overline{P}_{lm}(\cos\theta) \qquad (5.1)$$

$$\Delta g_l = \frac{GM}{r^2}\sum_{l=2}^{l_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^l (l-1)\sum_{m=0}^{l}\left(\overline{\Delta C}_{lm}\cos m\lambda + \overline{\Delta S}_{lm}\sin m\lambda\right)\overline{P}_{lm}(\cos\theta) \qquad (5.2)$$

ile hesaplanabilir.

Burada,

GM : Newton sabiti ile yerin kitlesi çarpımı

$\overline{\Delta C}_{lm}, \overline{\Delta S}_{lm}$: Küresel harmonik katsayılar (Tam normalleştirilmiş)

l, m : Derece, sıra

$l_{\max}$: Maksimum derece

a : Elipsodin büyük yarı ekseni

r : Konum vektörünün büyüklüğü

θ : Jeosentrik enlem

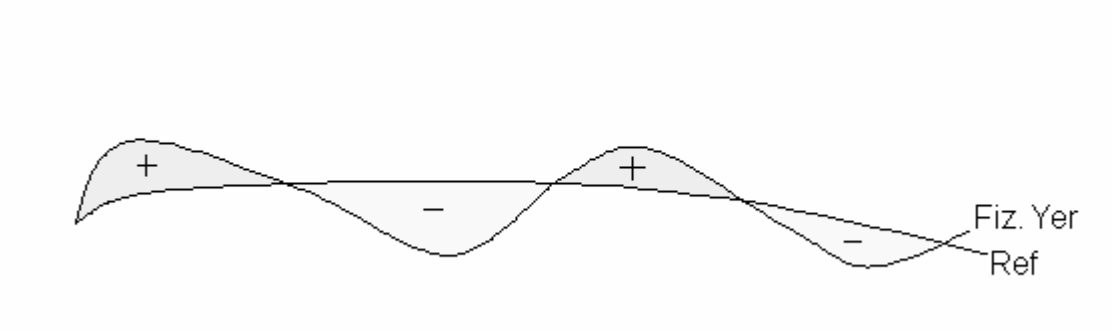
Λ : Jeosentrik boylam

$\overline{P}_{lm}$: Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu

5.2 Artık Yerey Modeli ve Kısa Dalga Boylu Etkiler

5.2.1 Artık arazi modeli (Residual Terrestial Model-RTM)

İzostatik indirgemenin global olması ve geniş bir alana giren yüksekliklerle uygulanmasının gerekmesi nedeniyle, küçük bir bölgeye giren yüksekliklerle hesaplanabilen ve izostatik indirgeme ile aynı sonuçları veren yaklaşık bir topografik indirgeme yöntemi olan "Artık Arazi Modeli" günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadır.



Şekil 5.1 RTM le dolaylı etki hesabında referans yüzeyi ve fiziksel yeryüzü

Türkiye koşullarında dolaylı etki hesabında, topoğrafik izostatik indirgemeye bir alternatif olarak topoğrafyanın yalnızca kısa peryotlu değişimlerini göz önüne alan RTM modeli kullanılmaktadır. RTM yönteminde topografik /izostatik indirgemenin aksine sabit uzaklıklı yerel bir alanda ortalama bir referans yüzeyinden olan sapmalar dikkate alınmaktadır (Şekil 5 .1).

Ortalama referans yüzeyi arazinin ortalama yükseklik karakterini yansıtan herhangi düzgün yüzey olabilir.

Bu yöntemde kısaca izostatik dengenin bölgesel olarak oluştuğu varsayılarak seçilmiş örneğin (15′x15′ vb.) bloklardaki ortalama yükseklikler ile oluşturulan referans yüzeyinin fiziksel yeryüzünden olan farkı, "Artık Arazi Modeli" olarak adlandırılmakta ve aradaki artık veya noksan kitlelerin çekim etkilerine dayanmaktadır.

Topoğrafik kitlelerin fazlalık veya eksiklikleri bu referans yüzeyi esas alınarak sırasıyla kaldırılır veya doldurulur. Gerçekte RTM indirgemesi, arazi düzeltmesi ile benzerdir. Ana farklılık, referans yüzeyi olarak bouguer plakası yerine, yavaş değişen ortalama yükseklikli bir yüzeyin kullanılıyor olmasıdır.

RTM' nin gravite üzerindeki etkisi;

$$\delta g_{RTM} = -\frac{\partial V_{RTM}}{\partial z} = -G\rho \iint_{E} \int_{z=Href}^{H} \frac{z - H_P}{l^3} dz dE \qquad (5.3)$$

dir.

Gravite üzerindeki RTM etkisi, görünen topoğrafyanın kaldırılması ve yumuşatılmış topoğrafyanın geri konulmasında olduğu gibi iki Bouguer indirgemesi arasındaki fark olarak da görülebilir. Bouguer indirgemesi, izostatik indirgemede Bouguer plakası ve arazi düzeltmesi olmak üzere iki kısma ayrılabilir.

Yumuşatılmış topoğrafyaya bağlı arazi düzeltmelerinin ihmal edilebilir ölçüde küçük oldukları dikkate alındığında gravite üzerindeki RTM etkisi

$2\pi G\rho H - C$ (Görünen Topoğrafyanın Kaldırılması)

$-(2\pi G\rho H_{ref} - C_{ref})$ (Yumuşatılmış Topoğrafyanın Geri Eklenmesi)

$$\delta g_{RTM} = 2\pi G\rho\left(H - H_{ref}\right) - C$$

eşitliği ile hesaplanır.

RTM indirgemesinde, Yumuşatılmış Topoğrafyanın izostatik olarak tamamıyla dengelendiği ve gözlenen gravite üzerinde hiçbir etkisinin olmadığı kabul edilir.

RTM yöntemi ile işlem adımları, başlıklar halinde ifade edilebilir:

- Gerçek topoğrafya yüzeyi ile ortalama referans yüzeyi arasında kalan kitleler düzenlenir. Bu işlemin *P* ölçü noktasındaki gravite değeri üzerindeki etkisi bulunur.
- Topoğrafik kitlelerin düzenlenmesi sonucu *P* ölçü noktasındaki referans yüzeyi altında ise harmonik düzeltme getirilerek referans yüzeyine çıkarılır.

RTM yönteminin diğer indirgemelere göre bazı üstünlükleri vardır. Öncelikle, hesaplamalarda izostatik dengeye gereksinim yoktur. Ayrıca hesaplamalarda kullanılan ortalama referans yüzeyinin üzerindeki kitleler kaldırılıp, yüzeyin altında kalan vadilere doldurulmakta böylece referans yüzeyin altında kalan kitlelerin çekim etkileri yaklaşık eşit sayıda negatif ve pozitif değerler aldığından, hesap noktasından belli bir uzaklıktan sonra birbirlerini yok etmekte ve bunun sonucunda da sabit yoğunluklu düzgünleştirilmiş bir topoğrafik yüzey elde edilmektedir.

Önceleri insan gücüne dayalı yöntemler geliştirilip kullanılmış olmakla birlikte daha sonraları bilgisayar destekli hesaplamalara geçilmiştir.

Hesap noktası çevresindeki topoğrafyanın temsil edilme biçimine ve hesaplama hızına bağlı olarak oluşturulan yerey düzeltme yöntemleri şu şekilde sıralanabilir.

1. Silindirik bölme yöntemi
2. Konik kabuk yöntemi
3. Dikdörtgen bölme yöntemi
    a) Üst yüzeyi düz dikdörtgen bölme yöntemi
        - Nokta kitle yöntemi
        - Çizgi kitle yöntemi
    b) Üst yüzeyi eğimli dikdörtgen prizmalar
4. Üçgen bölme yöntemi
5. FFT(Fast Fourier Transform) yöntemi

5.2.2 Silindirik bölme yöntemi

Bu yöntemde yerey düzeltmesi, düşey silindir çekim etkisinden yararla elde edilen formüle göre hesaplanmaktadır. Şekil 5.2 de gösterilen (r,θ,h) silindirik koordinat sisteminde "r_1" iç ve "r_2" dış yarıçaplı, $\Delta\theta$ radyal açılı ve h yükseklikli i nci silindirik bölmenin, silindirik ekseni üzerindeki P noktasında t_{ci} çekim etkisi

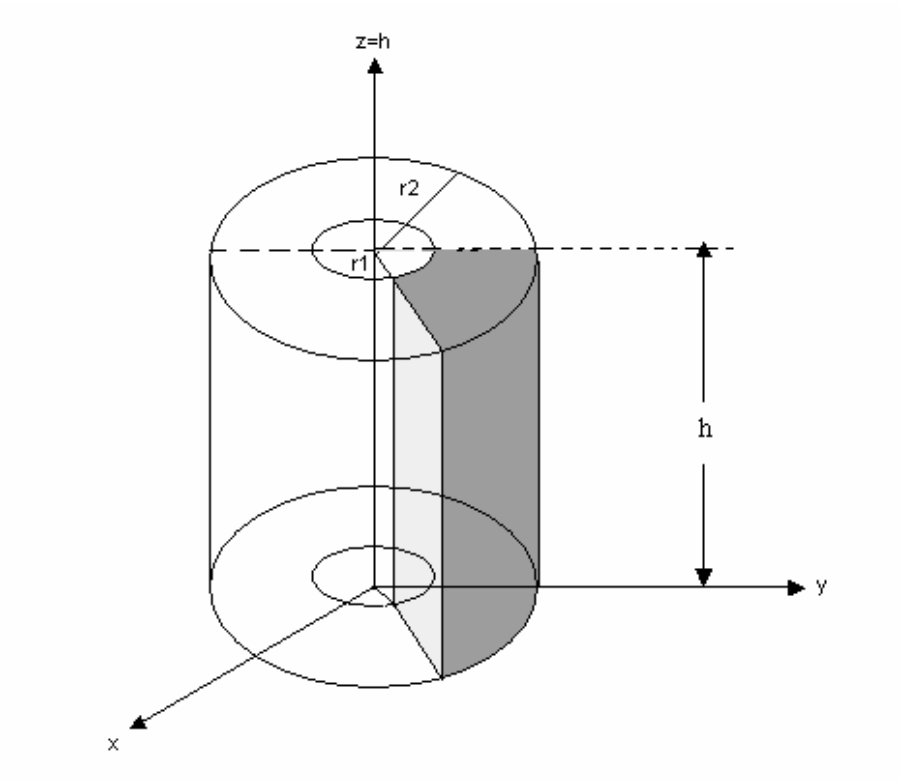
$$tc = G\rho \int_0^{\Delta\theta} \int_0^{h} \int_{r_1}^{r_2} \frac{zrdrdzd\theta}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{5.4}$$

ve integralin açılımı yapıldığında;

$$tc = G\rho\Delta\theta[(r_1^2 + h^2)^{1/2} - (r_2^2 + h^2)^{1/2} + (r_2 - r_1)] \tag{5.5}$$

ile elde edilir (Heiskanen ve Moritz 1967).

Burada; G Newton çekim sabiti ve ρ bölme ortalama yoğunluğudur.



Şekil 5.2 Silindirik bölme

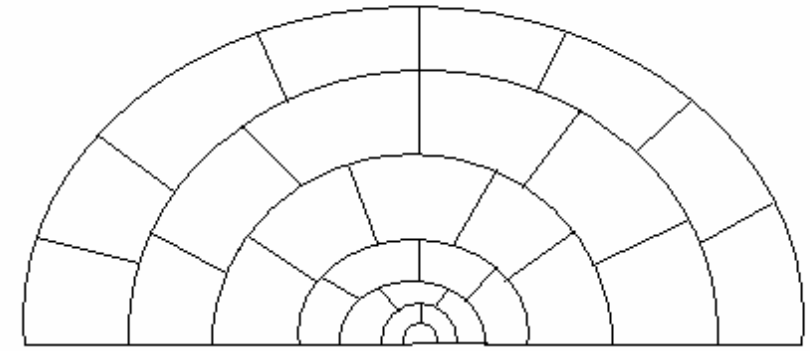
Hesaplamalarda zaman kazanmak adına (5.5) eşitliğine göre belirli yarıçap ve bölme ortalama yüksekliğine bağlı olarak yerey düzeltme değerleri Hammer(1939;1982)'de tablolar halinde verilmektedir. Hammer (1939)'da verilen tablolar dağlık bölgelerde hesaplamaya uygun olacak biçimde daha sonra Douglas ve Prahl (1972)'de genişletilmiştir. Bu tablolar veya (5.5) eşitliği kullanılarak bir noktada yerey düzeltme bulmak için öncelikle yerey düzeltmesi hesaplanacak noktayı çevreleyen topoğrafya, ortak merkezli iç içe dairelerle sınırlandırılan kuşaklara ve her kuşakta merkezden çizilen radyal çizgilerle bölmelere ayrılır.

Kuşakların yarıçapları ve bölme sayıları;

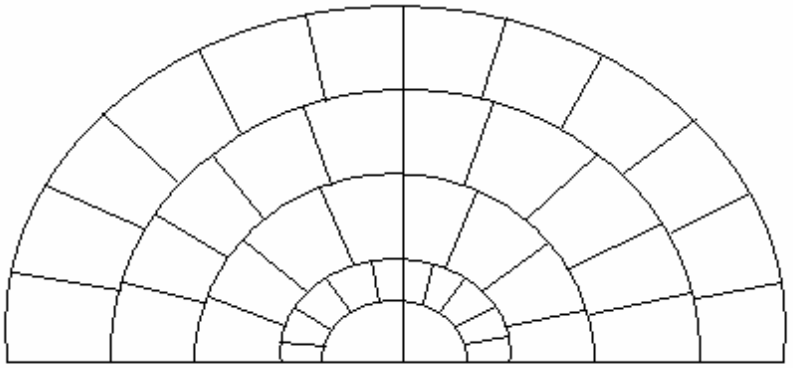
- Hesaplama için gerekli zamana
- Bölmenin ortalama yüksekliğinin duyarlılığına
- Varsayımların uygunluğuna

göre bulunur. Söz konusu kuşak ve bölmeler harita ölçeğine uygun olarak geçirgen altlık üzerine çizilir (Şekil 5.3). Nokta hazırlanan bu altlığın merkezine referans çizgisi de meridyenle çakıştırılarak topoğrafik harita üzerine yerleştirilir ve her bölmede ortalama yüksekliği h okunur. Daha sonra noktanın yüksekliğinden yararla bölmeler için hesaplanan Δh yükseklik farklarına karşılık gelen t_{ci} yerey düzeltme değerleri düzenlenmiş tablolardan veya (5.4) eşitliği ile bulunur. Bölmelerin t_{ci} etkileri toplanarak noktadaki yerey düzeltme t_c bulunur.

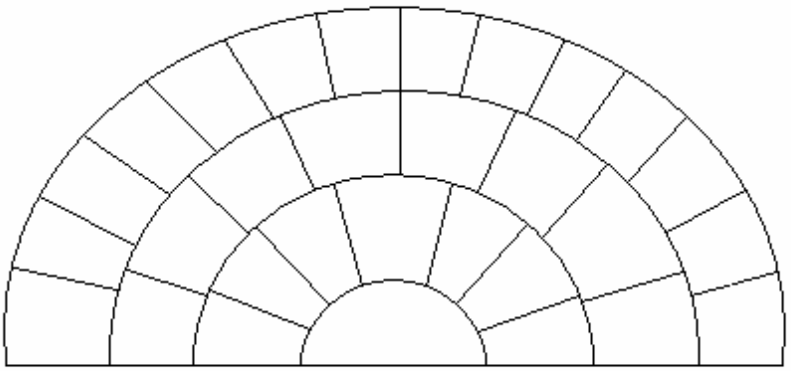
Hammer (1939)'da verilen tablo; *B*'den *M*'ye kadar harflerle isimlendirilen kuşaklarda yer alan 150 bölmeden oluşmaktadır. Bu tablolar hazırlanırken yer küreselliği dikkate alınmamış olup bir noktada *tc* değeri 0,5-1 saatlik sürede 0,1 mgal doğrulukla belirlenebilir. Daha duyarlı çalışmalarda kullanılmak amacıyla Hammer(1939)'da verilen *B*,*C* ve *D* kuşakları alt kuşaklara ayrılmıştır.



Küçültülmüş Ölçek : 1/ 25 000



Küçültülmüş Ölçek : 1 / 200 000



Küçültülmüş Ölçek : 1 / 800 000

Şekil 5.3 Kuşak ve bölmeler

Hayford ve Bowie (1912)'de verilen tablolar hazırlanırken ise tüm yeryüzü 317 bölmeye ayrılmıştır. *A*'dan *O*'ya kadar harflendirilen 15 kuşakta 199 bölme, 18'den 1'e kadar numaralandırılmış 18 kuşakta ise 118 bölme bulunmaktadır. Yerey düzeltmesi hesaplanırken *A*'dan *O*'ya kadar harflendirilen kuşaklar kullanılmakta olup yer küreselliği yalnızca *M,N* ve *O* kuşakları için dikkate alınmaktadır. Hayford ve Bowie (1912)'de verilen tablolarda yoğunluk 2,67 gr/cm^3 alınmıştır.

Bu hesaplamaların tümünde silindirik bölme çekim etkileri hesaplanırken silindirin üst yüzeyinin yatay düzlem olduğu varsayımı ile yola çıkılmıştır. Topoğrafik yapının eğimli olması nedeniyle daha iyi sonuçların elde edilebilmesi için silindirik bölme üst yüzeylerinin eğimli düzlem sayılması ile ya da topoğrafyanın konik prizmalarla temsil edilmesi gerekmektedir.

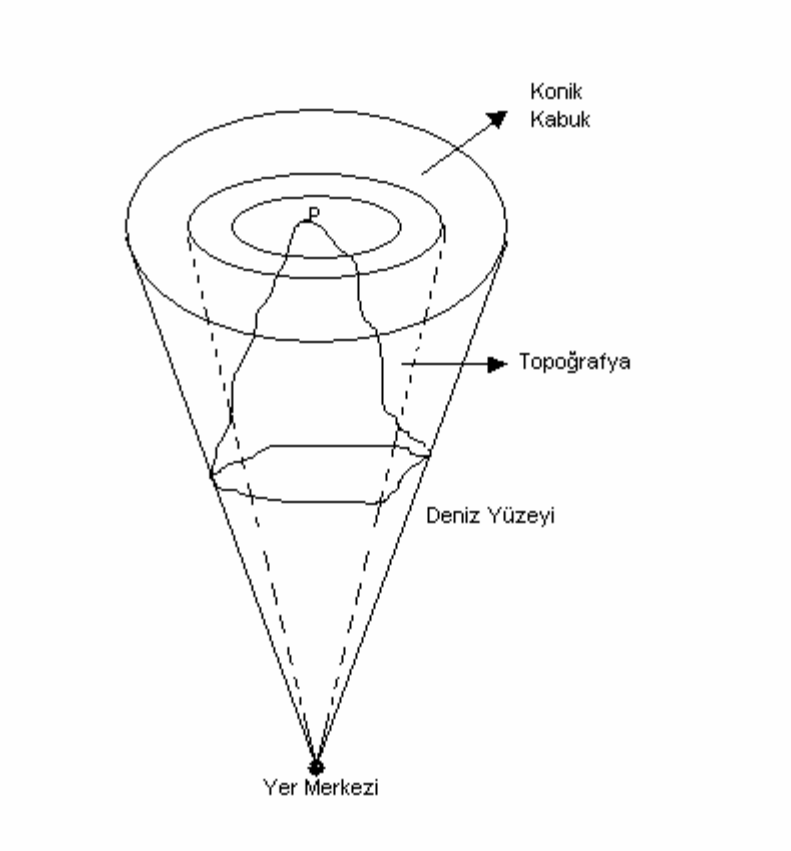
Grafik yöntemin kullanılmasındaki en yorucu aşama bölme ortalama yüksekliklerinin belirlenmesidir. Ortalama yükseklikler

- Topoğrafik harita üzerinden
- Enterpolasyonla
- Doğrudan ölçü

yöntemleriyle bulunur. Bu seçeneklerden en uygunu grid köşelerinde sayısallaştırılmış topoğrafik yüksekliklerden yararla silindirik bölme ortalama yüksekliklerinin enterpolasyonla bulunmasıdır (Dalbeler 1991).

5.2.3 Konik kabuk yöntemi

Gravite istasyonunu çevreleyen ortak eksenli konik kabuklar istasyon noktasında çekim etkisi yaratır (Şekil 5.4).

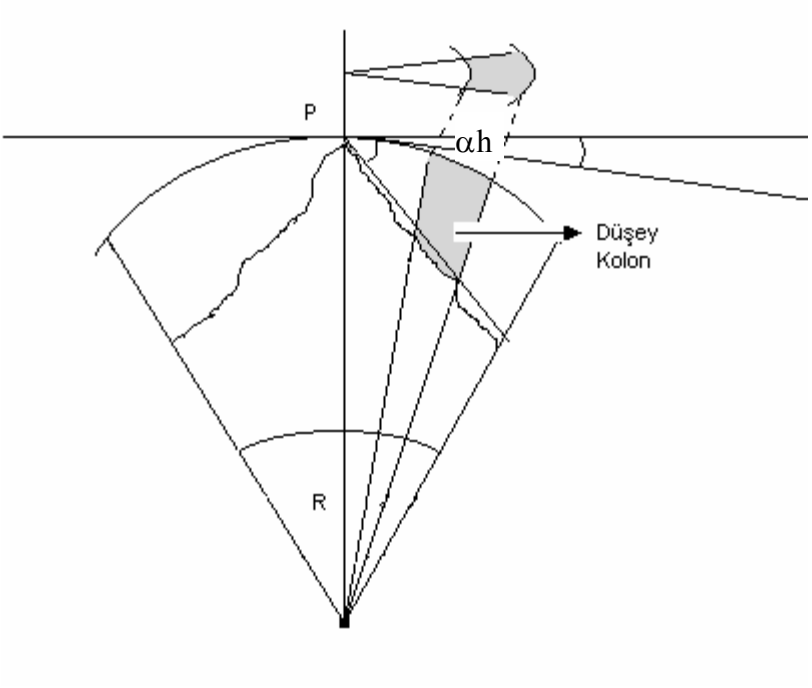


Şekil 5.4 Konik kabuk

Yerey düzeltme hesabı için *P* noktasından geçen düzlem ile topoğrafya arasında kalan hacim; *P* noktasındaki düşey eksen simetri ekseni ve yerin merkezi tepe noktası olan iç içe koniler ile konik kabuklar biçiminde *ds* genişlikli kuşaklar ve *P* noktasından yatay doğrultudaki $d\Phi$ aralıklı radyal doğrultularla bölmelere ayrılır. Böylece topoğrafya $ds \mathrm{x} d\Phi$ boyutlu yerin merkezine yönelik düşey kolonlar ile temsil edilmektedir. Bir düşey kolonun *P* noktasında yarattığı yerey düzeltme etkisi *tci*;

$$tc_i = G\rho(\cos\alpha_h - \cos\alpha)d\Phi ds \qquad (5.6)$$

ile belirlenir (Şekil 5.5).



Şekil 5.5 Düşey kolonlar

Burada $\cos\alpha_h = S/2R$ ve $\cos\alpha$ istasyon noktası ile topoğrafik yüzey arasındaki eğimi belirtmektedir. (5.6) eşitliğinden yararla *P* noktasındaki toplam yerey düzeltme *tc*;

$$tc = \int_0^S ds \int_0^{2\pi} G\rho(\cos\frac{S}{2R} - \cos\alpha)d\Phi \tag{5.7}$$

İle elde edilir. burada

$$\bar{y} = 2\pi G\rho(\cos\frac{S}{2R} - \cos\alpha) \tag{5.8}$$

olmak üzere (5.7) eşitliği,

$$tc = \int_0^S \bar{y}dS \tag{5.9}$$

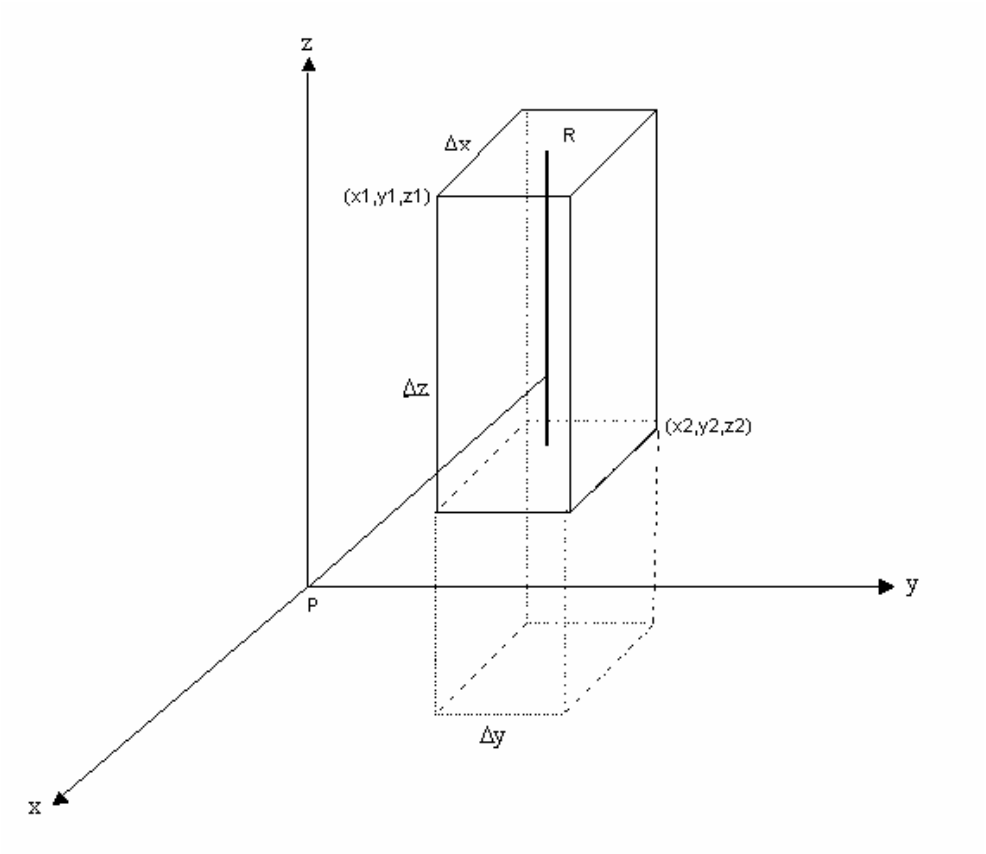
olarak yazılabilir. (5.9) eşitliğindeki $\bar{y}$ değeri istasyon noktasından eşit uzaklıktaki topoğrafyayı kapsayan bir konik kabuğun (5.8) eşitliği ile hesaplanan toplam çekim etkisini göstermekte olup uzaklığın bir fonksiyonudur. Sapmalarda kolaylık sağlamak amacıyla, istasyon noktası çevresi belirli yarıçap kuşaklara ayrılır.

Her kuşağa ait ortalama çekim etkisi $\bar{y}$ bulunurken bunlara uyan fonksiyon tanımlanır. $\bar{y}$ değerleri bulunduktan sonra (5.9) eşitliğindeki integral, sayısal veya analitik yöntemlerle çözülür ve tc düzeltmesi bulunur.

5.2.4 Dikdörtgen bölme yöntemi

5.2.4.1 Üst yüzeyi düz dikdörtgen bölme

Bu yöntemde, topoğrafya, kenarları koordinat eksenlerine paralel dörtgen bölmelerden oluşan bir model ile temsil edilmektedir (Şekil 5.6).



Şekil 5.6 Dikdörtgen bölme

(x,y,z) dik koordinat sisteminin merkezinde bulunan *P* istasyon noktasında bir dikdörtgen bölmenin çekim etkisi;

$$tc_i = G\rho \int_{z_1}^{z_2}\int_{y_1}^{y_2}\int_{x_1}^{x_2} \frac{z\,dx\,dy\,dz}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \tag{5.10}$$

ile yazılır. (5.10) eşitliğindeki integral çözüldüğünde,

$l^2 = x^2 + y^2 + z^2$ olmak üzere;

$$tc_i = G\rho \left\| x\ln(y+l) + y\ln(x+l) - z\arcsin\frac{z^2+y^2+zl}{(y+l)\sqrt{y+z}} \right\|_{z_1}^{z_2}\Big|_{y_1}^{y_2}\Big|_{x_1}^{x_2} \tag{5.11}$$

bulunur.

Topoğrafyayı oluşturan dikdörtgen bölmelerin *P* noktasındaki çekim etkileri ayrı ayrı hesaplanıp toplanır ve toplam yerey düzeltmesi *tc* bulunur. Bu değerin doğruluğu topoğrafyanın dikdörtgen bölmeler ile uygun temsil edilmesine bağlıdır. Bu amaçla istasyon noktasından uzaklaştıkça bölmelerin boyutu büyümek üzere uygun bölme boyutlarının belirlenmesi önem kazanmaktadır.

Hesap noktasından uzaktaki kitlelerin çekim etkileri küçük olduğundan, topoğrafik yapının uzak bölge için detaylı biçimde belirlenmesine gerek yoktur. Uzak bölgede yeralan bölmeler için (5.11)' de verilen tam formüllerin kullanılmaması hesaplama zamanı açısından uygun olmadığından daha basit ve yaklaşık formüllerin kullanılması gerekmektedir. Bu amaçla dikdörtgen prizmanın çekim etkisini hesaplamak için (5.10) ve (5.11) eşitlikleri ile bulunan tam çözüme ek olarak nokta kitle ve çizgi kitle yaklaşık yöntemler kullanılmaktadır.

Nokta kitle yönteminin kullanılmasında; (*x,y,z*) dik koordinat sisteminde oluşturulan dikdörtgen bölme toplam kitlesinin (*x,y,z*) koordinatlı *Q* bölme ağırlık merkezinde yoğunlaştırıldığı düşünülürse (5.10) eşitliği

$$tc_i = \frac{G\rho(\Delta x\Delta y\Delta z)\bar{z}}{\left(\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2 + \bar{z}_i^2\right)} \tag{5.12}$$

biçimine dönüşür. Burada $\Delta x,\Delta y,\Delta z$ dikdörtgen bölmenin boyutlarını göstermektedir. Dikdörtgen bölmenin çekim etkisini veren bir diğer yaklaşık eşitlik, bölme çekim potansiyeli V küresel harmonik serilere açılıp

$$V = G\rho\Delta x\Delta y\Delta z\left\{\begin{array}{l}\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{24l^5}\left[\begin{array}{l}\left(2\Delta x^2-\Delta y^2-\Delta z^2\right)\bar{x}^2\\+\left(-\Delta x^2-2\Delta y^2-\Delta z^2\right)\bar{y}^2\\+\left(-\Delta x^2-\Delta y^2+2\Delta z^2\right)\bar{z}^2\end{array}\right]\\+\dfrac{1}{288l^g}[\ldots+\ldots+\ldots+]+\ldots.\end{array}\right\} \tag{5.13}$$

$$tc_i = \frac{\partial V_i}{\partial_z} \tag{5.13.a}$$

ile bulunabilir. (5.13) eşitliğindeki ilk terim nokta kitle çekim potansiyeli olup bölme boyutlarının birbirinden farklı olmasının etkisi diğer toplam terimler de göz önünde bulundurulmaktadır.

Çizgi kitle yönteminde, dikdörtgen bölme kitlelerinin, bölme ortasından geçen R, S noktaları arasındaki düşey çizgi boyunca yoğunlaştırıldığı düşünülür ve (5.10) eşitliğindeki integral yalnızca z için çözülür. Buna göre; $\Delta x,\Delta y,\Delta z=\Delta h$ boyutlu dikdörtgen bölmenin çizgi kitle yöntemiyle çekim etkisi için

$$tc_i = G\rho\Delta x\Delta y\int_{z}^{z_2=\Delta h_i}\frac{zdz}{l^3} \tag{5.14}$$

ile verilir.

5.2.4.2 Üst yüzeyi eğimli dikdörtgen prizmalar

Üst yüzeyi eğimli düzlem kabul edilen dikdörtgen bölme gerçek yapıya daha uygundur ve x,y,z dik koordinat sisteminin başlangıç noktasında yer alan P hesap noktasında yarattığı çekim kuvvetinin düşey bileşeni tci,

$$tc_i = G\int_{x_1}^{x_2}\int_{y_1}^{y_2}\int_{z_1}^{z_2+\alpha x+\beta y}\frac{zdxdydz}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \tag{5.15}$$

ile belirlenir. Burada $z_2+\alpha x+\beta y$ bölmenin eğik üst yüzeyini temsil etmekte olup α ve β katsayıları bölme köşe yüksekliklerinden yararla bulunmaktadır.

5.2.5 Üçgen bölme yöntemi

Adından da anlaşıldığı üzere bu yöntemde topoğrafya üçgen bölmelerle temsil edilmektedir. Şekil 5.7 de üst ve alt yüzeyi eğimli üçgen bölme gösterilmekte olup bu hacim beş düzlem ya da altı nokta temsil edilebilir. Üst yüzeyin köşe noktaları (x_i,y_i,z_i üst) ve alt yüzeyin köşe noktaları (x_j, y_j, z_j alt) ile gösterilirse;

Eğimli üst ve alt yüzeyler sırasıyla

$$z = a_1 x + a_2 y + a_3 \tag{5.16}$$

$$Z = A_1 X + A_2 Y + A_3 \tag{5.17}$$

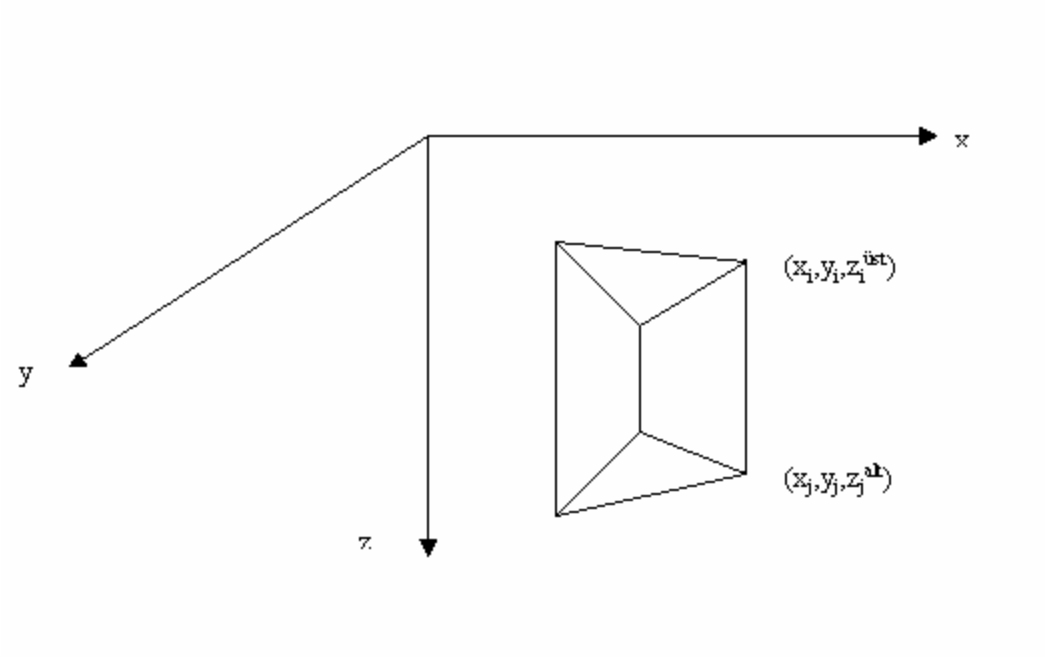
ile belirlenir. Bölmenin düşey yanal yüzeyleri için de,

$$y = m_i x + n_i \tag{5.18}$$

yazılabilir. (5.16), (5.17) ve (5.18)'den yararla Şekil 5.7'de tanımlı (x,y,z) koordinat sisteminin P başlangıç noktasında üçgen bölme çekim etkisi tc_i;

$$tc_i = G\rho \sum_{k=1}^{3} \int_{x_k}^{x_{k+1}} \int_{y_k}^{m_k x + n_k} \int_{A_1 X + A_2 Y + A_3}^{a_1 x + a_2 y + a_3} \frac{z\,dx\,dy\,dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \tag{5.19}$$

integrali ile belirlenebilir (Ayhan ve Kahveci 1991).



Şekil 5.7 Üçgen bölme

5.3 Artık anomali ve orta dalga boylu etkiler

Gravite anomalilerinin uzun ve kısa dalga boylu etkilerden arındırılması yer potansiyel modeli ve artık yerey model kullanılmasıyla sağlandıktan sonra anomalilerin orta dalga boylu etkilerden arındırılmalıdır. Orta dalga boylu etkilerin arındırılmasında E.K.K.K (En Küçük Karelerle Kollokasyon) ya da FFT (Fast Fourier Transformasyonu) yöntemleri kullanılır.

5.3.1 FFT (Hızlı Fourier Dönüşümü) yöntemi

FFT tekniği gravite alanı konvolüsyon integrallerinin değerlendirilmesinde çok önemli bir araçtır. Konvolüsyon; "giriş verisinin ters çevrilerek süzgeç katsayıları ile çarpımı sonucunda süzgeçlenmiş verinin elde edilmesidir" şeklinde açıklanabilir. Fourier dönüşümü yoluyla, frekans yanıtı saptanacak her türlü süzgeçler, analitik uzanımlar ve türevler için süzgeç katsayıları hesaplanabilir. Tüm işlemlerde önemli olan kullanılacak süzgeç frekans veya dalga sayısı ortamında frekans yanıtının saptanmasıdır.

Potansiyel alanlarda çevrede bulunan tüm kaynakların etkilerinin toplamı ölçülen değerin içerisindedir. Gridlenmiş veri sağlandığı takdirde, zaman alan yaklaşımlara bir alternatif olarak heterojen ve gürültülü verilerde, çok iyi sonuçlar elde edilebilir.

Fiziksel jeodezi yerin gravite alanının tek ve tutarlı temsilini tanımlamak için, bozucu gravite potansiyeli T'nin ölçülmüş bileşenlerini kullanan, bir bilim dalı olarak karşımıza çıkar. Bozucu potansiyel T; dünya ile aynı ağırlık, basıklık ve açısal dönme hızına sahip elipsoidin referans potansiyeli ile dünyanın gerçek gravite potansiyeli arasındaki farktır.

Jeodezik ölçülerin modellendirilmesi, uydu yörüngelerindeki bozulmaların tahmin edilmesi, global jeofizik çalışmaları, petrol ve maden araştırmaları gibi pek çok alanda çalışırken bozucu potansiyel T'ye gereksinim vardır ve zamanla bu problemin çözümüne yönelik veri miktarı da hem tip hemde sayı olarak artış göstermiştir. Bu da veri işleme yöntemleri gibi yeni problemin ortaya çıkmasına neden olmaktadır.

Verilerin çoğu gridlenmiş forma uygun olduğu için, hızlı spektral tekniklerin kullanılışı uygundur. Son yıllarda, bu metotların jeodeziye uygulanışı artış göstermiştir.

Problemlerin çözümleri için yöntemler gelişirken bir yandan da verilerin heterojenliği, veri yüzeylerinin karmaşık yapıda olması, uniform olmayan veri dağılımı ve düzensiz uzaysal dağılış gibi yeni problemler ortaya çıkmaya başlamıştır. Bu problemler de dikkate alınarak FFT tekniğine geçilmiştir.

5.3.1.1 Bir Boyutlu fourier transformu

Bir Boyutlu Direk Fourier Transformu

f, her L tamsayısı için [-L, L] aralığında sürekli bir fonksiyon ve $\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|dt$ yakınsak olsun. f , fonksiyonunun Fourier Transformu;

$$F\{f(t)\}(w)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{iwt}dt \tag{5.20}$$

dir. Yani f fonksiyonunun Fourier Transformu w değişkenli yeni $F\{f(t)\}(w)$ fonksiyonudur. f fonksiyonunun Fourier Transformu F(w) ve g fonksiyonunun Fourier Transformu ise G(w) ile gösterilirse;

$$F(W)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-iwt}dt \text{ ve } G(W)=\int_{-\infty}^{\infty}g(t)e^{-iwt}dt \tag{5.21}$$

olur. F{f(t)}(w) gösterimi yerine F{f(t)} de kullanılabilir.

Bir Boyutlu İnvers Fourier Transformu

Invers Fourier Transform, t'nin bir fonksiyonudur ve $F^{-1}\{F(w)\}$ ile gösterilir.

$$F^{-1}\{F(w)\}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(w)e^{iwt}dw \tag{5.22}$$

Her t için bu integral yakınsaktır.

İki transform;

Fourier Transform

$$F\{f(t)\}=F(w)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-iwt}dt \tag{5.23}$$

İnverse Furier Transform

$$F^{-1}\{F(w)\} = f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(w)e^{iwt}dw \tag{5.24}$$

şeklinde bir transform ve bunun inversi transform çifti olarak adlandırılır.

f ve g nin, her ikisininde, Fourier transformları varsa; f ve g nin konvolüsyonu (f*g)

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-\tau)d\tau \tag{5.25}$$

eşitliği ile tanımlanır. konvolüsyon değişme özelliğine sahiptir. Yani f*g=g*f tir.

f ve g [-L,L] aralığında sürekli, $\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|dt$ ve $\int_{-\infty}^{\infty}|g(t)|dt$ her ikiside yakınsak,

$F\{f(t)\} = F(w)$ ve $F\{g(t)\} = G(w)$ olmak üzere;

Zaman Konvolüsyonu

$$F\{[f * g](t)\} = F(w)G(w) \tag{5.26}$$

Frekans Konvolüsyonu

$$F\{f(t)g(t)\} = \frac{1}{2\pi}[F * G](w) \tag{5.27}$$

İnvers Zaman Konvolüsyonu

$$F^{-1}\{F(w)G(w)\} = [f * g](t) \tag{5.28}$$

İnvers Frekans Konvolüsyonu

$$F^{-1}\{[F * G]f(t)g(t)\} = \frac{1}{2\pi}[F * G](w) \tag{5.29}$$

5.3.1.2 İki Boyutlu Fourier Transformu ve uygulaması

İki Boyutlu Direk ve İnvers Sürekli Fourier Transformu

Bir fonksiyonun (h(x,y)) iki boyutlu Fourier Transformu;

$$H(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(x,y)e^{-i(kxX+kyY)}dxdy = F[h(x,y)] \tag{5.30}$$

integralidir.

Eşitlikte ;

F: 2 boyutlu Fourier Operatörü

H: h(x,y) fonksiyonunun spekturumu

k_x,k_y: x, y uzaysal koordinatlarına karşılık gelen dalga numaraları

i: imajiner birim ($i = \sqrt{-1}$)

İki boyutlu Fourier Transformu yardımıyla uzayda bir h(x,y) fonksiyonu H(kx,ky) spekturumunda elde edilebilir.

$$h(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} H(k_x, k_y)e^{i(k_x x k_y y)}dk_x dk_y = F^{-1}[H(k_x, k_y)] \tag{5.31}$$

F^{-1}: 2 boyutlu İnvers Fourier Transform

h(x,y), H(k_x,k_y): Fourier Transform Çifti

Burada ; h(x,y)↔H(k_x,k_y) veya h(x,y)↔H(u,v)

u, v : x ve y yönündeki uzaysal frekanslar (k_x ve k_y'ye bağlı)

$k_x=2\pi u$ $k_y=2\pi v$

Bu değerler yukardaki eşitliklerde yerine konulduğu takdirde;

$$H(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(x,y)e^{-i(ux+uy)}dxdy = F[h(x,y)] \tag{5.32}$$

$$h(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} H(u,v)e^{2\pi i(ux+uy)}dudv = F^{-1}[H(u,v)] \tag{5.33}$$

eşitliklerine ulaşılır.

İki Boyutlu Fourier Transformasyonun Özellikleri

Doğrusallık

$$ah(x,y)+bg(x,y)\leftrightarrow aH(u,v)+bG(u,v) \tag{5.34}$$

Ölçeklendirme

$$h(ax,by)\leftrightarrow\frac{1}{|ab|}H\left(\frac{u}{a},\frac{v}{b}\right) \tag{5.35}$$

Değiştirme

$$h(x-a,y-b)\leftrightarrow e^{-2\pi i(au+bv)}H(u,v) \tag{5.36}$$

Türevler

$$\begin{aligned}\frac{d^n h(x,y)}{dx^n}&\leftrightarrow(2\pi iu)^n H(u,v)\\ \frac{d^n h(x,y)}{dy^n}&\leftrightarrow(2\pi iv)^n H(u,v)\end{aligned} \tag{5.37}$$

Konvolüsyon

$$h(x,y)*g(x,y)\leftrightarrow H(u,v)G(u,v) \tag{5.38}$$

Denklemde * işaretiyle gösterilen konvolüsyon şu şekilde tanımlanabilir;

$$h(x,y)*g(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}h(x_0,y_0)g(x_0-x,y_0-y)dx_0dy_0=g(x,y)*h(x,y) \tag{5.39}$$

Frekans Alanı Konvolüsyonu

$$h(x,y)g(x,y) \leftrightarrow H(u,v) * G(u,v) \tag{5.40}$$

Fourier Transform Çiftleri

$$(x^2+y^2)^{-1/2} \leftrightarrow (u^2+v^2)^{-1/2}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}(x^2+y^2)^{-3/2} \leftrightarrow -2\pi i \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}(u^2+v^2)^{-1/2} \tag{5.41}$$

$$(x^2+y^2+a^2)^{-3/2} \leftrightarrow \frac{2\pi}{a} e^{-2\pi a(u^2+v^2)^{-1/2}}$$

$a\delta(x,y) \leftrightarrow a$

$\delta(x,y)$: Dirac delta fonksiyonu

$$(ee)\,\Pi\left(\frac{x}{a}\right)\Pi\left(\frac{y}{b}\right) \leftrightarrow ab\frac{\sin(\pi au)}{\pi au}\frac{\sin(\pi bv)}{\pi bv} = a.b.\sin c(au)\sin c(bu) \tag{5.42}$$

burada ;

$$\Pi\left(\frac{x}{a}\right)\Pi\left(\frac{y}{b}\right) = \begin{cases} 1, & |x| < a/2 \quad |y| < b/2 \\ 0, & |x| \geq a/2 \quad |y| \geq b/2 \end{cases} \tag{5.43}$$

İki Boyutlu Diskrit Fourier Transformasyonu (DFT)

Pratikte rasgele veriler sadece sınırlı alanlar için mümkündür. Yani (5.30) ve (5.31) tanımları kullanılamaz. Bunun yerine sınırlı bir integral çözülerek bir spekturum tahmini yapılır. Örneğin;

$$H_F(u,v) = \int_{-x/2}^{x/2}\int_{-y/2}^{y/2} h_F(x,y)e^{-2\pi i(ux+uy)}dxdy \tag{5.44}$$

Ayrıca; verilerin ΔX, ΔY örnekleme aralıklı düzenli gridin diskrit noktalarında bilindiği kabul edilir. yani;

X=M.ΔX, Y=N.ΔY yazılabilir.Burada; M ve N; x ve y doğrultularındaki nokta sayılarını göstermektedir.

Bu diskrit veriyle son integral toplam biçiminde yazılır ve:

$$H_D(u_m, v_n) = \sum_{k=0}^{M-1}\sum_{l=0}^{N-1} h(x_k, y_l) e^{-2\pi i (u_m x_k + u_n y_l)} \Delta x \Delta y, m = 0,1,2,...M-1, n = 0,1,2,...N-1 \quad (5.45)$$

Bu yaklaşım sürekli ve diskrit Fourier transform arasındaki ilişkinin temellerini kurar. Verinin bir düzlem boyunca periyodik olarak uzandığı kabulüyle spekturum frekans aralıkları kullanılarak diskrit hale getirilir.

$$\Delta u = \frac{1}{X} = \frac{1}{M\Delta x}$$
$$\Delta v = \frac{1}{Y} = \frac{1}{N\Delta y} \quad (5.46)$$

Her iki alanda da verinin diskrit olmasına rağmen yukarıdaki toplam (5.45) eşitliğin tahmini aşağıda belirtilen frekanslara kadar geçerlidir.

$$U_n = \pm\frac{M}{2}\Delta u = \pm\frac{1}{2\Delta x}$$
$$U_n = \pm\frac{N}{2}\Delta v = \pm\frac{1}{2\Delta y} \quad (5.47)$$

Eşitliklerde geçen Un ve Vn frekanslarına Nyguist frekansları denir ve verilen veriden elde edilebilecek en yüksek frekanslardır. Diskrit Fouier Transform çiftleri cinsinden spektral dönüşüm şu şekilde yazılabilir.

$$H(m\Delta u, n\Delta v) = \Delta x \Delta y \sum_{k=0}^{M-1}\sum_{l=0}^{N-1} h(k\Delta x, l\Delta y_l) \exp\left(-2\pi i\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{n}\right)\right), m = 0,1,2,....M-1$$
$$n = 0,1,2,...N-1 \quad (5.48)$$

$$h(k\Delta x, l\Delta y) = \Delta u \Delta v \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} h(m\Delta u, n\Delta v) \exp\left(-2\pi i\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{n}\right)\right), k = 0,1,2,....M-1$$
$$l = 0,1,2,...N-1 \quad (5.49)$$

Son yazılan iki denklemden üsttekinde spekturum, sıfırdan $\pm u_n$ ve $\pm v_n$ frekanslarına kadar elde edilir. Temel spektral periyotlar $2u_n$ ve $2v_n$ dir. Genellikle (5.48),(5.49) DFT çiftleri sadece tam sayı dalga numaraları k,l ve m,n ile temsil edilir.

Burada;

H(k,l)↔H(m,n) yazılabilir.

$\Delta x=\Delta y=1$ ve $\Delta n = \frac{1}{M}$ $\Delta v = \frac{1}{N}$

Bu; DFT'nin değerlendirilmesi için kullanılan FFT algoritmasının temel şeklidir. FFT metodu oldukça hızlıdır ve diğer metotlara tercih edilmesinin esas nedeni budur. Temel olarak FFT'nin hızı M ve N'ye bağlıdır ve M ve N, 2'nin katları olduğunda daha da hızlı hale gelir.

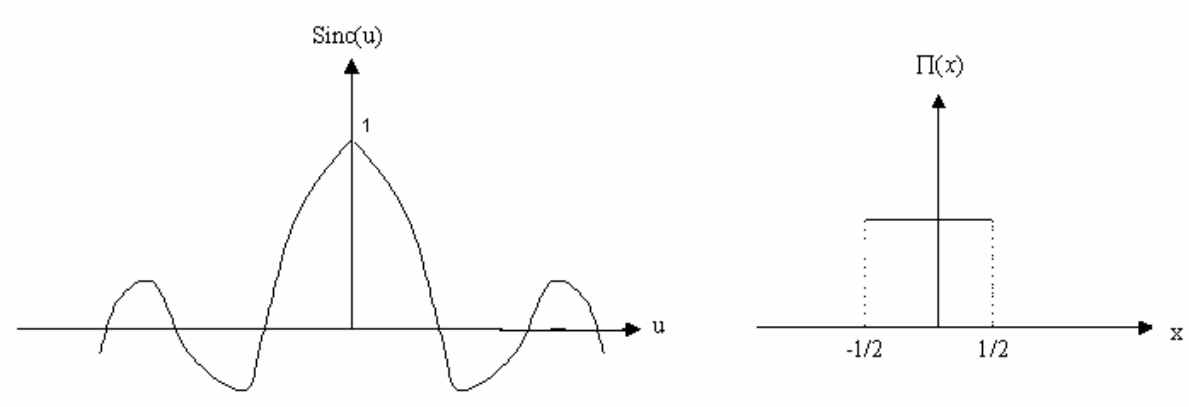
Pencereleme (Windowing) İhtiyacı ve DFT'nin Değerlendirilmesi

w(x,y) bir fonksiyon ve

$$w(x.y) = \begin{cases} 0, & |x| > x/2 \quad |y| > y/2 \\ 1, & \end{cases}$$ olsun.

Bu fonksiyonun sürekli Fourier transformu: hF(x,y)=h(x,y)w(x,y) olur. Frekans alanı konvolüsyonu özelliğine göre sonlu spekturum HF(u,v)=H(u,v)*W(u,v) yazılabilir.

Burada W(u,v)=F[W(x,y)] Fourier transform çifti eşitliklerinden, (v) eşitliğinde; a=X ve b=Y alınarak elde edilmiştir. Şekil 5.8 te görüldüğü gibi h(x,y) fonksiyonunun gerçek spekturumu karıştırılır. "spektral zayıflık" adı verilen bu etki kayıtların sonlu uzunluğu ile meydana gelir. Bir başka deyişle, uzun dalga boyları (2X ve 2Y'de uzun) sonlu uzunluklu veri seti ile çözülemez.



Şekil 5.8: Spektral zayıflık

DFT'nin periyodik olması sebebiyle, dikdörtgen biçimindeki pencere w(x,y)'nin kullanımında, zayıflık yüzünden kenarlarda süreksizlikler meydana gelir. Bu süreksizlikleri ortadan kaldırmak için, kenarlarda sıfıra düşerek "spektral zayıflık" ı minimize eden başka pencereleme fonksiyonları kullanılır. Spektral zayıflık sadece DFT de mevcuttur. Bu nedenle iyi pencere fonksiyonunun seçilmesi çok önemlidir. Gravite alanı uygulamalarında, spektral eğri çok yumuşak bir bozulma gösterir. Zayıflık nedeniyle oluşan bozulma diğer alanlardaki bozulmalara kıyasla daha az önemsenir.

Pencereleme ve DFT periyodik hataları; konvolüsyonların değerlendirilmesinde açıkça görülür. FFT metodu kullanılarak konvolüsyonlar, dairesel konvolüsyon haline gelir. Burada DFT yaklaşımı da, tam dalga sayıları notasyonuyla,

$$f(k,l) = \sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1} g(k-i,l-j)h(i,j) \qquad (5.50)$$

şeklini alır.

Böylece bir alanın kenarına yakın noktalardaki etki büyük olacaktır. h verisini bir pencere fonksiyonu w ile çarpmak suretiyle bu etki azaltılır.

Örnekleme oranı, spekturumda başka hatalara da yol açar. Eğer örnekleme oranı çok düşükse, yüksek frekanslı bileşenler alçak frekanslı hale gelebilirler. Bu etkiye "aliasing" denir ve verilerdeki en yüksek frekansın en az iki katı oranında bir örnekleme ile ortadan kaldırılabilir. Bunun sebebi; bir fonksiyon, sadece en yüksek frekanslı bileşeni Nyquist frekanstan küçük olduğunda, diskrit değerlerle gösterilebilir.

Bu durumda frekans çözünürlüğünü artırarak zayıflığı azaltmak için;

- Yüksek örnekleme oranı
- Geniş kayıt uzunluğu
- Uygun perece fonksiyonu

gereklidir.

Pratikte bu gereklilikler tam anlamıyla yerine getirilemez. Bu sebeple gereklilikler ile uygulanabilirlikler arasında en uygun çözümün sağlanmasına gayret edilir (Güngör 1998).

Spektral Alanda Stokes ve Vening Meinesz İntegrali

Küre yüzeyinin bir P noktasındaki T bozucu potansiyeli, boşlukta indirgenmiş gravite anomalileri kullanılarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$T(P) = \frac{R}{4\pi} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\pi} \Delta g(\psi,\alpha) S(\psi) \sin\psi d\psi d\alpha \tag{5.51}$$

burada;

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6\sin\frac{\psi}{2} + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \ln\left[\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right] \tag{5.52}$$

Bruns teoremine göre jeoit ondülasyonu N;

$$N(P) = \frac{T(P)}{\gamma}$$

formulü ile hesaplanabilir. Veri sınırlı bir E alanında verildiğinde küresel yüzey, P noktasındaki teğet düzlem ile bulunabilir. Bu durumda ψ küçüktür ve Stokes fonksiyonu

$$S(\psi) \approx \frac{1}{\sin(\psi/2)} \approx \frac{1}{\psi/2} = \frac{2}{\psi} \tag{5.53}$$

olur. düzlemsel mesafe s ve azimut α; ψ=S/R kullanılarak

$$S(s) = \frac{2R}{s}$$

$$d\sigma = \sin\psi d\psi d\alpha \Rightarrow d\sigma = \frac{1}{R^2} s ds d\alpha \tag{5.53.a}$$

halini alır. Düzlemsel yaklaşımda Stokes formülü;

$$N(P) = \frac{T(P)}{\gamma} = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{s=0}^{S_{\max}} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \frac{\Delta g(s,\alpha)}{s} s ds d\alpha \tag{5.53.b}$$

olup, E alanını tanımlamak için dik koordinatlar kullanıldığında;

$$N(x_p, y_p) = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \Delta g(x,y) \frac{1}{\left[(x_P - x)^2 + (y_p - y)^2\right]^{1/2}} dxdy \qquad (5.53.c)$$

Vening-Meinesz integralleri,

$$\xi(P) = -\frac{\partial N(P)}{\partial y} \qquad (5.54)$$

$$\eta(P) = -\frac{\partial N(P)}{\partial x} \qquad (5.54.a)$$

Konvolüsyon formunda;

$$N(x,y) = \frac{1}{2\pi\gamma} \Delta g(x,y) * l_N(x,y) \qquad (5.54.b)$$

$$\begin{Bmatrix} \zeta(x,y) \\ \eta(x,y) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi\gamma} \Delta g(x,y) * \begin{Bmatrix} I_\zeta(x,y) \\ I_\eta(x,y) \end{Bmatrix} \qquad (5.54.c)$$

burada;

$$I_N(x,y) = (x^2 + y^2)^{-1/2}$$

$$\begin{Bmatrix} \zeta(x,y) \\ \eta(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial lN(x,y)/\partial y \\ \partial lN(x,y)/ax \end{Bmatrix} = (x^2 + y^2)^{-3/2} \begin{Bmatrix} y \\ x \end{Bmatrix}$$

Jeoit ondülasyonu ve çekül sapmaları;

$$N(x,y) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1}\left[\Delta G(u,v) L_N(u,v)\right] \qquad (5.55)$$

$$\begin{Bmatrix} \zeta(x,y) \\ \eta(x,y) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta G(u,v) L_\zeta(u,v)) \\ \Delta g(u,v) L_\eta(u,v) \end{Bmatrix} \qquad (5.55.a)$$

Esas fonksiyon kullanılarak;

$$N(x,y) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1}\left[\Delta G(u,v) \frac{1}{(u^2 - v^2)^{1/2}}\right] = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1}\left[\Delta G(u,v) \frac{1}{q}\right] \qquad (5.55.b)$$

$$\begin{Bmatrix} \zeta(x,y) \\ \eta(x,y) \end{Bmatrix} = \frac{1}{\gamma} F^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta G(u,v) iv/(u^2 + v^2)^{1/2} \\ \Delta g(u,v) iv/(u^2 + v^2)^{1/2} \end{Bmatrix} = -\frac{1}{\gamma} F^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta G(u,v) iv/q \\ \Delta G(u,v) iu/q \end{Bmatrix}$$

Yukarıdaki formül nokta veya ortalama grildenmiş anomalilerle kullanılabilir.

Stokes ve Vening Meinesz formülleri x=y=0'da sonsuz küçüktür. FFT'nin uygulamasında bu tekillik sadece jeoitondülasyonlarını etkiler. Sadece stokes spekturumu u=v=0' da sonsuz küçüktür. Tekilliği engellemek için, hesaplama noktası P'nin So yarıçaplı alanında N üzerindeki etki özel olarak hesaplanır.

Yaklaşık formül;

$$\delta_N(P) \approx \frac{So}{\gamma}\Delta g(P) \tag{5.56}$$

FFT için; grid elemanları alanı $\Delta x\Delta y$, So yarıçaplı dairenin alanına eşit olduğu kabul edilirse formül;

$$\zeta N(x_p, y_p) = \frac{(\Delta x\Delta y)^{1/2}}{\gamma\sqrt{\pi}}\Delta g(x_p, y_p) \tag{5.57}$$

şeklini alır. bu düzeltmenin (5.55.a) nın sonuçlarına ve FFT prosedürüne eklenmesi gerekmektedir.

5.3.2 E.K.K.K (En küçük karelerle kollokasyon) yöntemi

Bozucu potansiyelin ölçülebilen doğrusal fonksiyonelleri bilindiğinde bozucu potansiyel T'nin hesaplanması için tam kollokasyon ismiyle Krarup tarafından verilen yöntem aslında en küçük karelerle prediksiyonun özel bir uygulamasıdır (Moritz 1980).

Nm'nin ΔgR artık anomalilerden hesaplanabilmesi için "En Küçük Karelerle Kollokasyon" (bundan sonraki kısımlarda kolaylık olması açısında EKKK olarak kullanılacaktır.) yönteminin kullanılmasında Nm değeri için;

$$N_m = C_P\overline{C}^{-1}\Delta g_m \tag{5.58}$$

ve Nm'in duyarlılığı için

$$\sigma^2_{N_m} = C_{N_mN_m} - C_P\overline{C}^{-1}C_P^T \tag{5.59}$$

yazılır.

Burada $\overline{C} = C_{\Delta g_m\Delta g_m} + C_{nn}$ tanımlaması yapılır.

C_{nn}. : Artık anomali hata kovaryans matrisidir ve $C_{nn} = \sigma^2 I$ olarak alınır.

(σ^2: Gravite ölçü hata varyansı; I: Birim matris)

$C_{\Delta gm \Delta gm}$:Artık anomali kovaryans matrisi

C_p :Artık anomali ile Nm çapraz kovaryans matrisi

Δ_{gm} :Artık anomali vektörü

C_{NmNm} :Orta dalga boylu etkinin kovaryans matrisi

(5.58) eşitliği ile Nm'nin hesaplanabilmesi için $\overline{C}$ ve Cp matrislerinin, diğer bir deyişle Nm ve Δgm değerleri arasındaki öz ve çarpraz kovaryans fonksiyonlarının bilinmesi gerekir. T bozucu potansiyeli ile fonksiyonelleri arasında fonksiyonel ilişkiler olduğundan K(P,Q) bozucu potansiyel; kovaryans seçilip N_m ve Δ_{gm} öz ve çarpraz kovaryans fonksiyonlarının, kovaryans yayılma yasası ile belirlenmesi uygun olacaktır.

Bozucu potansiyel ve Δg'nin düşük ve orta frekans grubunda kalan parçaları l_{max}'ıncı dereceye kadar küresel harmonik katsayılar ile belirlendiğinden, bu katsayıların hatalarıda göz önünde tutularak K(P,Q) model yerel kovaryans fonksiyonu;

$$K(P,Q) = \sum_{m=2}^{l_{\max}} \sigma_m^e \left(\frac{R_B}{rr'} \right)^{m+1} P_m(\cos\psi) + \sum_{m=l_{\max+1}}^{\infty} \sigma_m \left(\frac{R_B^2}{rr'} \right)^{m+1} P_m(\cos\psi) \qquad (5.60)$$

ile seçilmektedir. Burada ;

R_B : : Spektral Zayıflık jerhammer yarıçapı

r, r[1] : Konum vektörlerinin büyüklüğü

σ_m^e : hata derece varyansını göstermektedir. Hata varyansları ile küresel harmonik katsayılar arasındaki ilişki için;

$$\sigma_m^e = \left(\frac{GM}{R} \right)^2 \sum_{m=2}^{l} \left(\sigma^2 \left(\overline{C}_{lm} \right) + \sigma^2 \left(\overline{S}_{lm} \right) \right) \qquad (5.61)$$

eşitliği yazılır. Bu durumda σ_m derece varyansı;

$$\sigma_m = \frac{A}{(m-2)(m-1)(m+B)}, m > 2 \qquad (5.62)$$

ile tanımlanır.

(5.62) eşitliğindeki A katsayısı deneysel belirlenen ölçek faktörü olup B katsayısı 24 olarak alınmaktadır. Ölçü sayısının fazla olduğu durumlarda,tüm ölçülerin kullanılarak hesaplamanın yapılması teorik olarak mümkün olmakla birlikte $\overline{C}$ matrisinin ölçü sayısı boyutunda olduğu dikkate alındığında inversinin alınmasının oldukça zahmetli olduğu görülebilir. Bu nedenle hesaplamalar $1^o x1^o$ veya $2^o x2^o$ boyutlu bölgelerde yapılarak belirlenen jeoitler birleştirilir.

5.3.3 Model yerel kovaryans fonksiyonu

Ölçülebilir bozucu potansiyel fonksiyonellerinden gravite anomalileri, genellikle çok sayıda ve düzenli dağılmış noktalarda belli olduğundan, yerel kovaryans fonksiyonu belirleme çalışmaları; gravite anomalisi, yerel kovaryans fonksiyonunu belirlemeye indirgenerek yürütülür.

Daha sonrasında istenilen fonksiyonellerin otokovaryans veya çarpraz kovaryans fonksiyonların üretilmesinde "Kovaryans Yayılma Yasası" uygulanır.

Yerel kovaryans belirleme çalışmalarında öncelikle modelin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için; global kovaryans fonksiyonun, küresel harmonik serilere açılımında düşük dereceli terimlerin ihmal edilmesiyle oluşan fonksiyon seçilebilir. Gravite anomalileri için yerel kovaryans fonksiyonu olarak;

$$C(P,Q) = A\sum_{n=N}^{\infty} c_n \left(\frac{R_B^2}{r_p r}\right)^{n+2} P_n(\cos\psi) \qquad (5.63)$$

dönel simetrik harmonik kovaryans fonksiyonu kullanılabilir. Fonksiyon; P ve Q uzay noktaları arasındaki uzaklığa bağlıdır.

A,B : Katsayılar

r_P, r_Q : P ve Q noktalarına ait konum vektörlerinin büyüklüğü

R_B : Bjerhammer yarıçapı

Ψ : r_P ve r_Q konum vektörleri arasındaki açı

Pn : n inci dereceden Legendre Polinomu

N : ihmal edilen düşük dereceli küresel harmonik üst sınırı ve $c_n = \dfrac{n-1}{(n-2)(n+B)}$

dir. Sınırlı bölgesel alanlarda $r_P = r_Q = R$ ve $s = \left(\dfrac{R_B}{R}\right)^2$ kabullemeleri yapılarak kovaryans fonksiyonu yerine;

$$C(\psi) = A\sum_{n=N}^{\infty} c_N s^{n+2} P_n(\cos\psi) \qquad (5.64)$$

fonksiyonu kullanılabilir. Kullanılan R, yeryuvarının ortalama yarıçapı olup 6371km. olarak alınmaktadır.

Bu şekilde genel eşitlikle belirlenen yerel kovaryans fonksiyonu, yerel alandaki deneysel kovaryans fonksiyonuna uygun parametreler iki aşamada belirlenebilir.

- Kovaryans fonksiyonunun, deneysel hesaplanabilen yerel karakteristik parametrelerinin belirlenmesi,
- Yerel karakteristik parametreler ile model yerel kovaryans fonksiyonunun parametreleri arasındaki bağıntı gösterilerek, model fonksiyon parametrelerinin belirlenmesi.

Bu aşamalardan ilkinde, sözü edilen kovaryans fonksiyonunun yerel karakteristik parametreleri Moritz (1976)'da ayrıntılı incelenmekte ve üç belirleyici parametre kullanılmaktadır. Bu belirleyici üç vazgeçilmez parametre:

C_o : Varyans

ζ : Korelasyon uzunluğu

χ :eğrilik parametresi

olmak üzere vazgeçilmez parametrelerden Co; kovaryans fonksiyonunun $\psi=0^o$ için aldığı değerdir.

$C_0 = C(0)$ ile belirli olup korelasyon uzunluğu ζ ise $C(\psi) = \dfrac{C_0}{2}$ eşitliğini sağlayan ψ değerine eşittir. ($\psi=\zeta$)

Eğrilik parametresi χ' nın ise bir birimi olmayıp $\psi=0^o$ noktasında kovaryans fonksiyonunun eğriliği κ ile ilgili olup

$$\chi = \frac{\kappa\zeta^2}{C_0} \tag{5.65}$$

eşitliği ile tanımlanır. Eğrilik parametresi için bir başka tanımda

$$\chi = \frac{G_0\zeta^2}{C_0} \tag{5.65.a}$$

şeklindedir. Bu tanımlamadaki gravite anomalisi yatay gradyenti varyans Go, anomali ölçülerinden yararla dolaylı veya gradiometreler ile dolaysız olarak ölçülerek belirlenebilmektedir. Böylelikle yukarıda bahsedilen vazgeçilmez üç parametre Co, ζ, χ veya Co, χ, Go olarak alınabilir.

Bu parametrelerin ölçüler yardımıyla deneysel olarak belirlenmesi uygulanabilirlik açısından oldukça önemlidir ve bu özellikleri uygulamadaki önemlerini daha da artırmaktadır.

Genel eşitliği (5.63) ile verilen yerel kovaryans fonksiyonunun dört temel parametresi vardır. Bu temel parametreler: A,B,R_B ve N dir. Ancak B parametresinin değeri çok küçük olduğu için uygulamada bu değer sabit tutularak fonksiyon üç parametreli olarak ele alınır.

B sayısının sabit tutulmasında, B=24 kullanılır. R_B ve N parametrelerindeki değişimlere karşılık A ve kovaryans fonksiyonundan hesaplanan Co, ζ ve ψo parametrelerindeki değişimler incelenir.
Parametrelerin karşılıklı ilişkileri çizelge 5.3 ile özetlenebilir.

Çizelge 5.3 Parametrelerin Karşılıklı İlişkileri

R_B	N	Co	A	ζ	ψ
↑	Sbt.	↑	↓	↓	RB den bağımsız
Sbt.	↑	↓	↑	↓	↑
Sbt.	Sbt.	↓↑	Değişim ihmal edilebilir.		

Çizelge 5.3 yorumlandığında;

- Varyans C_o; N sabit tutulduğunda, R_B ile doğru orantılı olarak artmakta ve R_B'nin sabit değerleri için N ile ters orantılı değişim göstermektedir.
- Ölçek faktörü niteliğindeki A katsayısı, N sabit tutulup R_B artırıldığında azalmakta ve R_B sabit tutulup N artırıldığında artmaktadır.
- Korelasyon uzunluğu ζ; N sabit tutulması halinde R_B ile ters orantılı değişim göstermekte ve R_B sabit tutulursa N ile ters orantılı değişim göstermektedir.
- ψ_o ilk sıfır noktası ise, yalnızca N'ye bağlı olup N arttıkça azalmaktadır.
- N ve R_B sabit tutulduğunda; $A(C_o)$'ın farklı değerlerine karşılık, ψo ve ζ değerlerindeki değişim ihmal edilebilir değerlerde kalmaktadır.
- N için yaklaşık bir değer olarak $N \geq \frac{90^0}{\psi_0}$ alınabilir.

5.3.4 En küçük karelerle prediksiyon

Raslantısal değişken özelliklerine sahip ya da herhangi bir yüzey değerini ifade eden x_i ;

$$x_i = D_i + s_i + n_i \tag{5.64}$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu eşitliğin EKKK yönteminden olan farkı ise; eşitliğin sağ tarafına eklenmiş olan s_i terimidir. Eşitlikteki D_i deterministik kısımları tanımlarken bu kısmın belirlenebilmesi için (yüzey geçirme) bilinen bir fonksiyondan yararlanılır. Eşitlikte deterministik kısmın dışında kalan kısım ise denklemin stokastik bölümünü oluşturur. s_i: sinyal, n_i ise ölçü hatasıdır. Deterministik kısmın ayrılmasından sonra kalan kesim;

$E\{x_i - D_i\} = 0$
$E\{s\} = 0$
$E\{n\} = 0$

koşullarını sağlamalıdır. Stokastik modelin incelenmesinde ölçülerin hatalı ya da hatasız olması şeklinde iki farklı metot geliştirilmiştir. Ölçüler hatalı ise stokastik model n(noise) ve s sinyalini içerir. Ölçülerin hatasız olması durumunda ise n=0 olur ve deterministik kısım için

$$h_i = x_i - D_i = s_i \tag{5.65}$$

yazılabilir.

Ölçü hatalarının varyanslarının çok küçük olduğu dikkate alınırsa ölçüleri de hatasız kabul etmek kestirim sonuçlarını etkilemeyecektir.Kestirimde ana problem : raslantısal değişken nitelikli ve n sayıdaki dayanak noktasında bilinen ölçü vektöründen, yine raslantısal değişken nitelikli ve p noktasındaki bilinmeyen s sinyalinin kestirimi olarak tarif edilir.

Ölçü vektörü içinse;

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & .... & h_n \end{bmatrix}^T \tag{5.66}$$

yazılabilir. Problem, bilinenler cinsinden bilinmeyenleri bulmaktır. Beklenen değerleri sıfır olan ölçüler "merkezlenmiş ölçü" olarak anılır (Alp 1987).

Kestirimde kullanılacak fonksiyonun seçiminde dikkat edilmesi gereken bazı özellikler vardır.

- Kestirim ile bulunacak sinyal değerleriyle (s), bunların kesin değerleri arsındaki ($\hat{s}$) arasındaki farkların kareleri toplamı minimum olmalıdır. Bu koşul jeodezide dengelemenin temel prensiplerinden EKK yönteminin temel ilkesidir.
- Stokastik büyüklükler arasındaki dönüşümün hesaplamalarda kolaylık sağlaması gerekmektedir.

Stokastik büyüklükler olan ölçü ve sinyal arasında;

$$s = a_1\Delta h_1 + a_2\Delta h_2 + ... + a_n\Delta h_n \tag{5.67}$$

şeklindeki doğrusal ilişki $\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & .. & a_n \end{bmatrix}^T$ olmak üzere matris gösterimi ile;

$$s = \underline{a}^T \underline{h} \tag{5.67.a}$$

şeklinde ifade edilir. S sinyalinin gerçek değeri $\hat{s}$ den olan sapması;

$$d = \hat{s} - s = \hat{s} - \underline{a}^T \underline{h} = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{a}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s} \\ h \end{bmatrix} \tag{5.68}$$

ile bulunur. $\begin{bmatrix} \hat{s} & \underline{h}^T \end{bmatrix}^T$ vektörünün kovaryans matrisi;

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_{\hat{s}}^2 & c_{\hat{s}\underline{h}^T} \\ c_{\underline{h}\hat{s}} & C_{\underline{h}\underline{h}^T} \end{bmatrix} \tag{5.69}$$

ile ifade edilir.

Burada c ve C kovaryans matrislerinin bilindiği varsayılmaktadır. Varyansı minimum yapan a_i katsayılarının bulunması için (5.68) eşitliğine kovaryans yayılma yasası uygulanarak;

$$\sigma_d^2 = \begin{bmatrix} 1 & -\underline{a}^T \end{bmatrix} \sum \begin{bmatrix} 1 \\ -a \end{bmatrix} \tag{5.70}$$

elde edilir.

Varyansı minimum yapan a katsayılarını bulmak için (5.70) eşitliğinin a'ya göre türevi alınır ve sonuçta;

$$\underline{\underline{C}}\underline{a} - \underline{c} = 0 \tag{5.71}$$

ya da

$$\underline{a} = \underline{\underline{C}}^{-1}\underline{c} \tag{5.71.a}$$

bulunur.

(5.71.a) eşitliğinin (5.67.a) da yerine konmasıyla;

$$s = \underline{c}^{T}\underline{\underline{C}}^{-1}\underline{h} \tag{5.72}$$

sonuç eşitliği bulunur. Bu eşitlik " En Küçük Karelerle Prediksiyon Formülü" olarak anılır ve s sinyallerinin h ölçüleri cinsinden en iyi doğrusal kestirimini verir.

6. JEOİDİN BELİRLENMESİ

6.1 Jeoit Belirlemede Stokes Yaklaşımı

Stokes'un sınır değer problemi jeoidin gravimetrik olarak hesaplanmasıdır. Stokes problemi jeoit yüzeyi üzerindeki her nokta için verilen gravite anomalilerinden (kütlenin dışında harmonik olan) bir potansiyelin hesaplanmasıyla ilgilidir. Sonuç olarak jeoidin dışındaki hiçbir kütleye izin verilmediğinden, yeryuvarının topoğrafyası matematiksel olarak ortadan kaldırılmalı veya jeoidin altına ötelenmelidir (Sideris 1994).

Laplace denklemini sağlayan bozucu potansiyeli (T) hesaplamak için kullanılacak olan ve jeoidin dışında alan tanımlayan diferansiyel denklem aşağıda ifade edilmiştir.

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \tag{6.1}$$

Burada, ∇^2 Laplace operatörüdür. Küresel yaklaşımda, örneğin referans elipsoidinin basıklığının rölatif hatası ihmal edildiğinde, jeoit üzerindeki sınır koşulu;

$$\Delta g = -\frac{\hat{c} T}{\partial R} - \frac{2}{R} T \tag{6.2}$$

olur.

Eşitlikte, Δg gravite anomalilerini, R ise dünyanın yarıçapını ve $\frac{\hat{c}}{\partial R}$ yarıçap boyunca türevi göstermektedir. İlk eşitliğin, ikinci eşitliği koşul olarak kabul etmesiyle yapılan çözümü jeoit üzerindeki gravite anomalilerinin (Δg) bir fonksiyonu olarak bozucu potansiyel T'yi verir ve Stokes integrali ile aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \tag{6.3}$$

Burada,

R :yeryuvarının ortalama yarıçapı

σ :yeryuvarının yüzeyini

S(Ψ) :Stokes fonksiyonunu gösterir ve aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6\sin\frac{\psi}{2} + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi\ln(\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\frac{\psi}{2})$$
$$\sin^2\frac{\psi}{2} = \sin^2\frac{\varphi_P - \varphi}{2} + \sin^2\frac{\lambda_P - \lambda}{2}\cos\varphi_P\cos\varphi \qquad (6.4)$$

Ψ veri noktası (φ,λ) ve hesap noktası (φ_P,λ_P) arasındaki küresel uzaklıktır. Referans elipsoidini jeoit üzerindeki gravite potansiyeliyle aynı normal potansiyele sahip seçerek, bozucu potansiyel T referans elipsoidi üzerindeki normal potansiyel γ ile jeoit yüksekliği N aşağıdaki gibi ilişkilendirilebilir.

$$T = \gamma * N \qquad (6.5)$$

Burada jeoit yükseklikleri N, Bruns formülü ile jeoit üzerindeki her nokta için bozucu potansiyelden aşağıdaki gibi elde edilebilirler (Acar ve Turgut 2005).

$$N = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma}\Delta g S(\psi)d\sigma \qquad (6.6)$$

bu denklemlerde

- elipsoitteki referans potansiyeli, jeoitdeki gravite potansiyeline eşit
- referans elipsoidinin kütlesi, dünyanın gerçek kütlesine eşit,
- elipsoidin koordinat başlangıcı dünyanın kütle merkezinde olduğuna ilişkiler kabullemeler yapılır.

Daha geniş anlamda T ve N'nin bağıntıları için;

$$N = N_0 + \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma}\Delta g S(\Psi)d\sigma \qquad (6.7)$$

yazılabilir.

Eğer gravite anomalileri için aşağıdaki şartlar sağlanabilirse N değerlendirilebilir. Δg için;

- jeoit yüzeyi referans alınır ve jeoidin dışında hiçbir kütle yoktur,
- Δg alanı bir devamlılığı temsil eder.
- Δg tüm dünya yüzeyini kapsar.

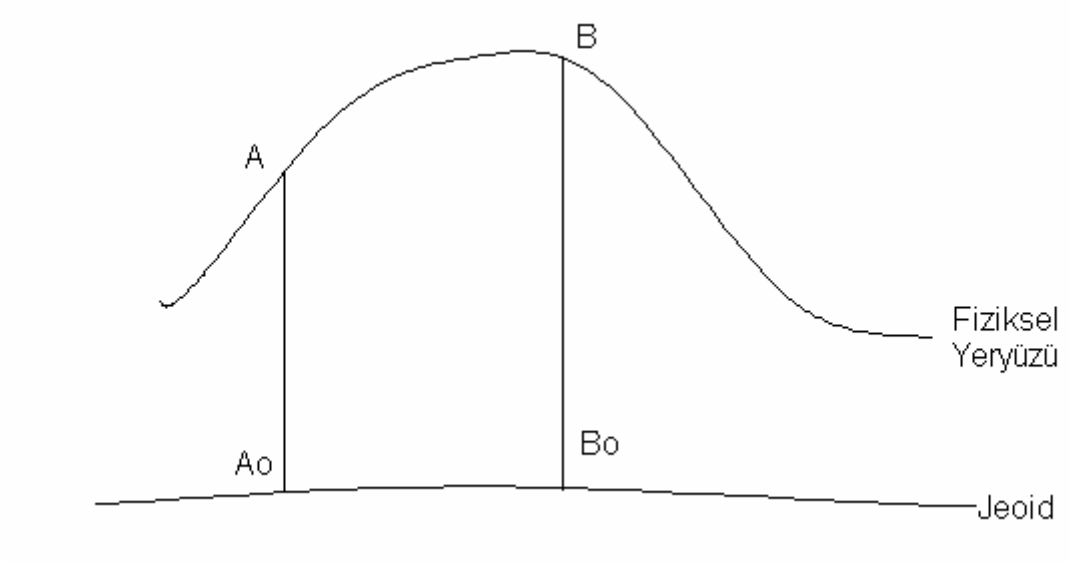
Fakat pratikte farklı durumlar söz konusudur. Bunlar

- Gravite anomali değerleri farklı şekillerde ölçülmüştür.,
- Gravite değerleri gerçek dünya yüzeyi üzerinde yapılmıştır.
- Pratikte anomali değerleri sınırlı mümkün alanlar için yapılır.

şeklinde özetlenebilir.

Stokes formülü jeodezinin en önemli formüllerindendir. Çünkü bu gravite bilgilerinden jeoidin belirlenmesini mümkün kılar. Jeoit belirlenmesi, gravite ölçülerinin enterpolasyon ve extrapolasyonu aşamalarında gravite indirgeme çalışmaları bu amaç doğrultusunda oldukça önem kazanır. Jeoidin belirlenmesinde Stokes fonksiyonunun kullanılması Δg gravite anomali değerlerini gerektirir.

Gravite indirgemesinde yeryüzü ve jeoit arasındaki kitlelerin önemi büyüktür. İndirgeme işleminde jeoit dışındaki topografik kitleler tümüyle kaldırılır ya da deniz yüzeyinin altına kaydırılır, sonrada gravite istasyonu yeryüzündeki B noktasından jeoit yüzeyindeki Bo noktasına indirilir.Bu durumda topografik kitlelerin yoğunluklarının bilinmemesi ve sabit olmamaları sorun olarak karşımıza çıkacaktır. Böylece yeryüzündeki gravite istasyonları (A ve B noktaları) arasındaki yükseklik farkından kaynaklanan düzensizliklerden kurtulunmuş olacağından gravite enterpolasyon ve extrapolasyonu kolaylaşacaktır(Şekil 6.1).



Şekil 6.1 Gravite indirgemesinde yükseklik farkı etkisi

Stokes formülündeki Δg , $\Delta g = g_P - \gamma'_P$ ve γ_P ise,

$$\gamma = \gamma_0 \left[1 - 2\left(1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2 B\right)\frac{H_n}{a} + 3\left(\frac{H_n}{a}\right)^2 \right] \tag{6.8}$$

formülüyle tanımlanır.

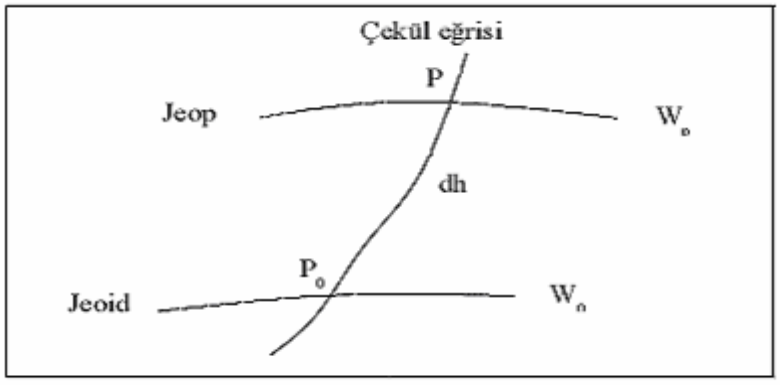
Bu yoldan elde edilen N jeoit yükseklikleri, ortometrik yüksekliklerin inceliğindedir. Çünkü yoğunluğun etkisi ancak, H ortometrik yüksekliklerin $\bar{g} = \frac{1}{2}(g + g_n)$ ortalama ivme değeriyle hesaplanmasında, dolaylı olarak kendini gösterir (Erbudak ve Tuğluoğlu 1976).

6.2 Jeoit - Kuasijeoit arasındaki fark

Jeoit üzerindeki bir P_o noktasının potansiyeli (W_o) ile P yeryüzü noktasının potansiyeli (W_p) arasındaki fark, P noktasının jeopotansiyel sayısı (C_p) olarak tanımlanır.

$$C_P = W_0 - W_P = \int_{P_0}^{P} g.dh \tag{6.9}$$

eşitliği ile ifade edilir (Şekil 6.2).



Şekil 6.2 Yeryüzü- jeoit arası mesafe

(6.9) eşitliği ile Şekil 6.2'deki dh diferansiyel yükseklik farkı, g gerçek gravitedir.

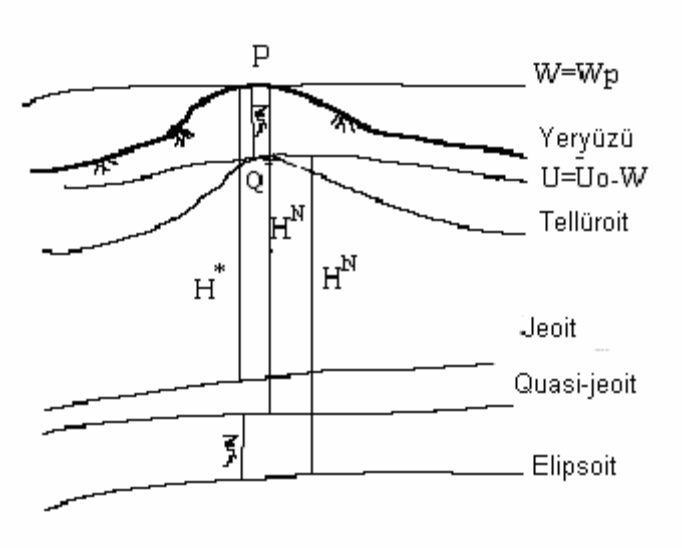
Jeopotansiyel sayı tam diferansiyel ve tek anlamlı bir büyüklük olup, P_0 ve P noktaları arasında izlenen yoldan bağımsızdır. Jeopotansiyel sayının birimi kilogalmetre olup aynı zamanda jeopotansiyel birim (g.p.u.) olarak da kullanılmaktadır. C jeopotansiyel sayı ve G ortalama gravite yardımıyla yükseklik sistemleri,

$$Yükseklik = \frac{C}{G} \tag{6.10}$$

genel eşitliği ile belirlenmekte ve G'nin seçimine bağlı olarak farklı yükseklik sistemleri tanımlanmaktadır.

Fiziksel boyutu olan jeopotansiyel sayı, sabit bir sayı (γ_{45}) ile bölünerek metrik boyutu olan dinamik yüksekliklere dönüştürülür. Aynı eş potansiyelli yüzey üzerindeki noktaların dinamik yükseklikleri aynıdır. Geometrik nivelman ölçüsüne dinamik düzeltme getirilerek dinamik yükseklik farkları elde edilebilir. Dinamik düzeltme, özellikle dağlık bölgelerde büyük değerlere ulaştığından bu yükseklik sistemi uygulama açısından uygun değildir.

Ortometrik yüksekliklerin başlangıç yüzeyi jeoiddir. Normal yüksekliklerin başlangıç yüzeyi ise okyanuslarda jeoit ile çakışan, ancak karalarda farklılık gösteren Quasi-Jeoit olup bu yükseklikler ve aralarındaki ilişkiler Şekil 6.3'de gösterilmektedir.



Şekil 6.3 Jeoit-kuasijeoit arası mesafe

Şekil 6.3'den görüldüğü gibi P noktasının gerçek çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığı ortometrik yükseklik, normal çekül eğrisi boyunca quasi-jeoide olan uzaklığı ise normal yüksekliktir. Ortometrik yükseklikler yer yoğunluğu ile ilgili bazı varsayımlara dayanmakta, normal yükseklikler için herhangi bir varsayım söz konusu değildir. Ayrıca her iki yükseklik sistemi tam diferansiyel ve tek anlamlıdır. Uygulamada, jeopotansiyel sayı hesabı için (6.13) integrali, toplam şekline dönüştürülür. P noktasının "jeopotansiyel sayısı"; P_0'dan P' ye olan geçki üzerinde belirli aralıklı noktalar arasındaki "Jeopotansiyel Sayı" farkları (ΔC_k)'nın toplamıyla elde edilir.

$$C_P = \sum_{k=1}^{K} \Delta C_k$$
$$\Delta C_k = \overline{g}_k \delta_{nk} \qquad (6.11)$$

Bu eşitlikte; δn_k iki nokta arasındaki geometrik nivelman ile bulunan yükseklik farkı, $\overline{g}_k$ söz konusu iki yeryüzü noktası arasındaki ortalama gerçek gravitedir. Noktaların jeopotansiyel sayıları belirlendikten sonra istenilen yükseklik sistemindeki yükseklikleri belirlenebilir. Ayrıca geometrik nivelman ölçülerine uygun düzeltmeler getirilerek (ortometrik düzeltme, normal düzeltme, dinamik düzeltme) düzeltmeye karşılık gelen yükseklik sisteminde noktalar arasındaki yükseklik farkları doğrudan elde edilebilmektedir.

Gerçek gravite değerinin bilinmediği durumlarda, (6.11) eşitliğinde $\bar{g}_k$ yerine ortalama normal gravite $\bar{\gamma}_k$ alınarak ΔC_k ' normal jeopotansiyel sayı farkı elde edilmekte ve

$$C'_P = \sum_{k=1}^{K} \Delta C'_k$$
$$\Delta C'_k = \bar{\gamma}_k \delta_{nk} \qquad (6.12)$$

eşitliği ile normal jeopotansiyel sayı elde edilmektedir.

6.3 Jeoit Belirlemede Molodensky Yaklaşımı

Jeoit belirlemede Molodensky kuramının geometrik ilkeleri Şekil 6.4'de görülmektedir. P yeryüzü ortometrik yükseklik H yerine normal yükseklik H* ve jeoit ondülsayonu N yerine yükseklik anomalisi ζ getirilerek;

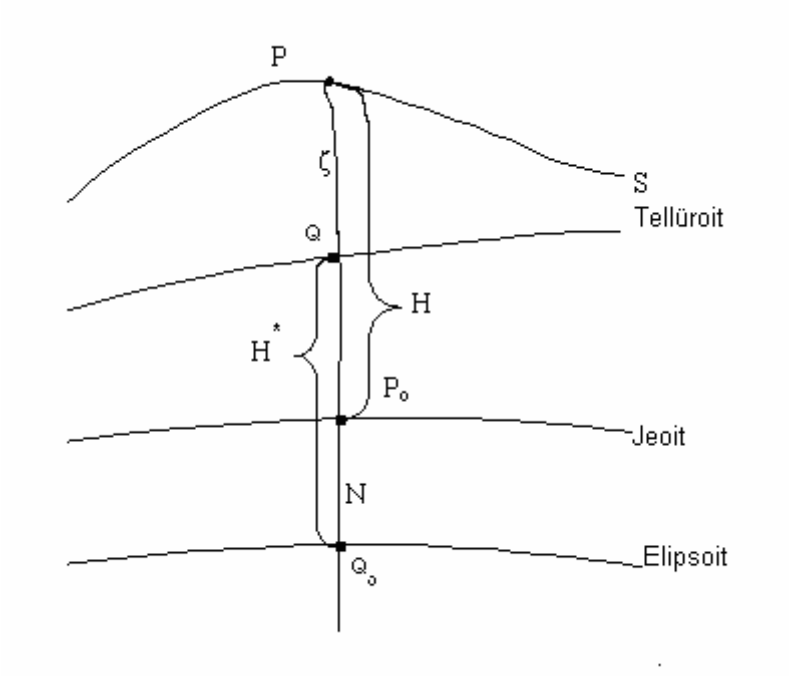
$$h = H^* + \zeta \qquad (6.13)$$

yazılır. Eğer karşılıklı P ve Q noktaları aynı elipsoit normali üzerinde olmak üzere, kendisine ait her bir Q noktasındaki U normal potansiyeli, yeryüzünde Q'nun karşılığı olan P noktasındaki W gerçek potansiyele eşit $U_Q=W_P$ şeklinde düzenlenen yüzeye "tellüroit" denir.

Elipsoidden tellüroide kadar olan mesafe H* normal yüksekliktir. Elipsoit ile yeryüzü arasındaki mesafe h ise geometrik yükseklik kavramını açıklamaktadır. Bu iki yükseklik arasındaki fark jeoit ondülasyonuna karşılık gelen

$$\zeta = h - H^*$$

yükseklik anomalisidir.



Şekil 6.4 Jeoi t- telluroit

(6.9) eşitliği ile verilen jeopotansiyel sayının kullanılmasıyla

$$H^* = \frac{C}{\gamma_0}\left[1 + (1 + f + m - 2f\sin^2\phi)\frac{C}{a\gamma_0} + (\frac{C}{a\gamma_0})^2\right] \tag{6.14}$$

biçiminde analitik ifadeyle bağlantı kurulur. Buradaki γ_0 Q_0 noktasındaki normal gravitedir. H*'nun yoğunluktan bağımsız olduğu bu eşitlikle görülmektedir.

P noktasının normal yüksekliği H*, Q telluroid noktasının elipsoit yüksekliği h ile özdeştir. Eğer W jeopotansiyel fonksiyonu her noktada U normal potansiyel fonksiyonuna eşit olsa idi, P ile Q noktaları ve telluroid ile fiziksel yaryüzü çakışacak ve her noktanın normal yüksekliği geometrik yüksekliğe eşit olacaktı.

$$\zeta_P = h_P - H_P^* = h_P - h_Q \tag{6.15}$$

farkı sıfır değildir. Bu, ζ için kullanılan "yükseklik anomalisi" deyimini açıklamaktadır. Şu durumda gravite anomalisi;

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \tag{6.16}$$

olarak tanımlanır.

Bu, yeryüzündeki ölçülen gravite ile telluroit üzerindeki normal gravite arasındaki farktır. Kısaca γ ile gösterilecek olan tellüroiddeki normal gravite, elipsoiddeki normal gravite γ dan normal boşlukta hava indirgemesiyle hesaplanır (Gürdal ve Ceylan 2005)

6.4 Bölgesel Jeoit Belirleme Uygulaması: Türkiye Mutlak Jeoidi TG99

Türkiye'de jeoit belirleme çalışmalarının geçmişi oldukça kısadır. Astro-Jeodezik Jeoidi çekül sapmalarından hesaplamak amacıyla iki çalışma yapılmıştır. Ancak bu çalışmalarda kullanılan çekül sapmaları heterojen olup, yeterli sayı sıklıkta olmadığından belirlenen jeoitler güncel ihtiyaçları karşılamaktan uzaktır. Doppler çalışmaları ile birlikte nivelman noktalarında yapılan doppler ölçülerinden yararlanarak doppler jeoidini belirleme çalışmaları yapılmıştır (Ayhan 1987).

Ancak doğruluğun yeterli olmaması nedeniyle doppler jeoidi belirleme çalışmalarına ara verilmiştir. 80 li yılların sonuna doğru duyarlı jeoit belirlemek için veri toplama ve düzenleme çalışmalarına başlanıp hız verilmiş ve Türkiye Jeoidi 1991(TG91) belirlenmiştir.

Türkiye Jeoidi 1991 (TG-91) adı ile bilinen gravimetrik jeoit,

- GPM2-T1 yer potansiyel katsayıları,
- topoğrafik yükseklikler,
- gravite ölçüleri değerlendirilerek hesaplanmıştır. (Ayhan 1992)

Mevcut yer potansiyel modellerinin oluşturulmasında Türkiye'deki gravite ölçüleri kullanılmadığından, GPM2 yer potansiyel modeli Türkiye'deki gravite ölçüleri ile geliştirilip GPM2-T1 modeli oluşturulmuştur. Harita Genel Komutanlığı tarafından hazırlanmış olan Ulusal Gravite Kütüğü (UGK) düzenlenmiş Postdam gravite datumunda, 34,5-42,5 enlem ve 25,5-45,0 boylamları arasında kalan bölgede 3-5 km. sıklıkla 62250 nokta gravite ölçüsünü kapsamaktadır. Komşu ülkeler ile deniz gravite ölçüleri UGK'da yoktur (Kılıçoğlu 2002).

Topoğrafik yükseklik olarak Türkiye ve yakın çevresindeki kara alanlarını kapsayan bölgede 15''x20'' (450x450m) grid köşelerinde yükseklikler 1/25000 ölçekli haritalar üzerinden sayısallaştırılmış ayrıca topoğrafik indirgemelerde kullanılmak amacıyla 5'x5', 15'x15' ve 30'x30' lık ortalama yükseklikler hesaplanmıştır.

Türkiye Jeoidi 1991 (TG-91); yukarıda sıralanmış olan üç veri grubunun En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK) yöntemiyle değerlendirilmesi ile GRS-80 elipsodine göre belirlenmiştir (Gürdal ve Ceylan, 2005).

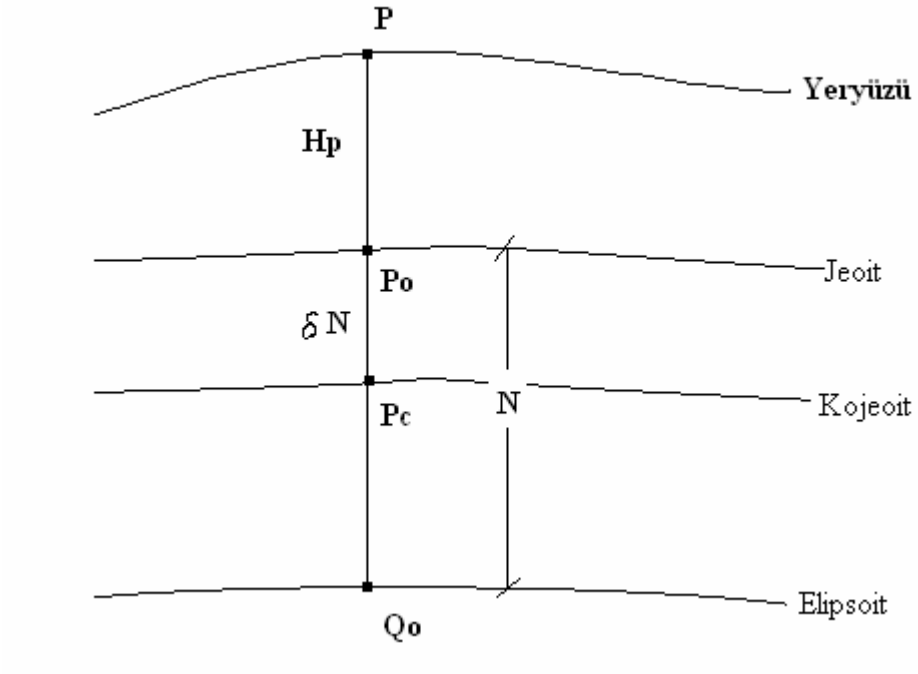
EKKK yönteminin tercih edilmesinin en önemli nedeni; elde mevcut olan yerpotansiyeli küresel harmonik katsayıları, gravite ve yükseklik değerlerini topluca değerlendirmeye uygun olmasıdır (Moritz 1980).

$1^{o}x1^{o}$ boyutlu alt bölgelerde jeoit çözümleri GEOCOL yazılımı [Tscherning, 1984] ile yapılmış ve bu çözümler birleştirilerek 3'x3' grid köşelerinde TG-91 değeri bilinen bir grid veri oluşturmuştur. Enlemi ve boylamı bilinen herhangi bir noktada TG91 Jeoit Yüksekliği 3'x3' grid veriden yararlanarak enterpolasyonla belirlenebilir.

1991 yılında Jeodezi Dairesi Başkanlığınca 3'x3' grid aralığında hesaplanan Türkiye'nin gravimetrik Jeoidi TG-91 de mevcut olan uzun dalga boylu etkilerin GPS/Nivelman noktalarındaki farkları modellenmesi suretiyle Türkiye Mutlak Jeoidi TG99 3'x3' grid sıklığında hesaplanmıştır (Yıldırım 2000).

7. DOLAYLI ETKİ

Yeryuvarının gravite potansiyeli W, jeoidin dışında bulunan kitlelerin gravite indirgemeleri sırasında kaldırılmaları veya kaydırılmaları sonucu değişir. Jeoidin, Wo potansiyeli ile tanımlanmış bir eşpotansiyel yüzeyi olduğunu ve indirgeme işlemlerinin, jeoit üzerinde bulunan bir noktanın potansiyelinde δW kadar bir değişikliğe neden olduğu kabul edilsin. Bunun anlamı, başlangıçta jeoit üzerinde bulunan noktanın potansiyeli, indirgeme sonunda, Wo-δW (eksi işareti gelenekseldir) olup tanıma göre bu nokta artık jeoit üzerinde değildir. Bu jeoit değişmesi gravite indirgemelerinin dolaylı etkisidir. Dolaylı etki öz olarak topoğrafik-izostatik çekül sapmaları adıyla bilinen kavramla özdeştir.



Şekil 7-1: Jeoit- kojeoit

Dolayısıyla, Stokes fonksiyonu ile hesaplanan yüzey, jeoidin kendisi olmayıp "kojeoit" adı verilen jeoitden küçük farkları olan bir yüzeydir (Şekil 7.1). Ko eki compansated ya da computed (Graff de Hunter) sözcüğünden alınmıştır. Gerçek jeoit ve kojeoit gravite indirgemelerinin dolaylı etkisi olarak adlandırılan ve δN ile gösterilen düşey bir mesafe kadar birbirinden farklıdır (Erbudak ve Tuğluoğlu, 1976).

$$N = N^C + \delta N \tag{7.1}$$

δW, jeoit üzerindeki gravite potansiyeli değişimi olmak üzere, δN Bruns eşitliği ile kolayca hesaplanabilir.

$$\delta N = \frac{\delta W}{\gamma}$$

δN 'nin pozitif olması, jeoidin kojeoit üzerinde olması demektir. Diğer taraftan δW; çekim potansiyelindeki değişim ile aynıdır.

$$\delta W_B = U_T$$

$$\delta W_I = U_T - U_C$$

olur. Uc ve U_T nin belirlenmesi için arazi düzeltmesinde olduğu gibi kalıp yöntemi kullanılabilir.

Silindirde uygulanan yardımcı formüller hatırlandığında U_T hesaplamalarında silindir yüksekliği h için h=H ve yoğunluk için ρ_0 ile silindir üzerindeki noktanın çekim potansiyeli hesabı uygulanır.

Karasal durumdaki Uc için

Pratt-Hayford da

h=c=Ho, ve yoğunluk $\frac{H}{H_0}\rho_0$

Airy-Heiskanen de

h=w c=w+T ve yoğunluk ($\rho_1 - \rho_0$) kabulleriyle noktanın silindir dışında olması durumunda kullanılan potansiyel formülü U_d kullanılır.

Bouguer anomalilerinden kaynaklanan dolaylı etki çok büyük olup jeoit ondülasyonlarının 10 katı dolaylarındadır. Bunun nedeni olarak yeryüzünün genel anlamda izostatik dengede oluşu gösterilebilir. Bu yüzden Bouguer anomalileri jeoit belirleme uygulamalarında tercih edilmezler. (Heiskanen ve Moritz 1967).

İzostatik anomalilerden kaynaklanan dolaylı etki, anomali değerinden küçüktür. Bununla beraber dolaylı etkinin izostatik modelle uyumlu olup çok dikkatli hesaplanması gerekmektedir.

Stokes formülleri uygulanmadan önce hesaplanmış olan gravite anomali değerleri kojeoide indirgenmiş olmalıdır. Bu, basit bir boşlukta gravite indirgemesiyle sağlanabilir. Daha önceden kabul edilmiş değerlerle bu indirgeme;

$$\delta = +0{,}3086.\delta N.mgal \qquad (7.2)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada δN metre biriminde olup, δ düzeltmesi dolaylı etki olup 3 mgal civarındadır.

Dolaylı etkininde eklenmesi sonucu artık izostatik gravite anomali değerleri kojeoit de olup Stokes formülü uygulamasına geçilebilir. Stokes formülü uygulaması ile bulunan Nc değerleri bulunur ve

$$N = N^C + \delta N$$

de yerine konularak N değerine ulaşılır.

8. SONUÇ

Bu çalışmada, gravite indirgeme yöntemleri ve gravimetrik jeoit belirleme yöntemleri kuramsal olarak verilmiştir. Yeterli sağlıklı verinin sağlanamaması nedeniyle sayısal uygulamaya geçilmemiş olup, çalışma teoriyle sınırlandırılmıştır.

Kural olarak tüm indirgeme yöntemlerinde indirgeme değerleri eşdeğerlidir. Ve indirgeme sonucunda ulaşılan farklı kojeoitler, dolaylı etkininde hesaba alınmasıyla tek bir jeoitte çakışır. Ancak kullanılacak yöntemin bazı ihtiyaçlara cevap vermesi gerekmektedir. Bunları özetlemek istersek;

- İndirgeme sonucu ulaşılan anomali değeri, çevresini mümkün olduğu kadar geniş bir anlamda temsil etmelidir. Bunun anlamı indirgemenin, gerekli yerlerde enterpolasyon ve extrapolasyona imkan veren küçük değişimli gravite anomalilerine ulaşmış olmasıdır.
- İndirgeme jeofiziksel anlamdan da bir modelle bütünleşebilmelidir. Böylece ortaya çıkan anomaliler aynı zamanda jeolojik ve jeofizik yorumlara da imkan sağlarlar.
- İndirgemeler de dolaylı etki değerinin çok büyük olmaması gerekir.

Jeoit belirleme kullanılan gravite indirgeme yöntemininin, farklı sebeplerle farklı özellikleri vardır. Yöntemlerin küçük bir karşılaştırmasını yaparsak;

Bouguer anomalileri iyi yorum özelliklerine sahiptirler. Bunlar smooth değişimli anomalilerdir ve aynı zamanda jeofiziksel anlamları da vardır. Bu açıdan bakıldığında ihtiyaçlarımızın ilk ikisine gayet rahat cevap verirler ancak bu anomali değerlerinin dolaylı etkileri çok fazladır. Bouguer anomalilerinin dolaylı etkileri kendilerinin 10 katı dolaylarındadır. Ve bu sebeple jeoit belirleme uygulamalarında çok fazla tercih edilen bir yöntem değildir.

Rudzki indirgemesi temel olarak dolaylı etkinin sıfır olduğu bir yöntemdir. Ancak Rudzki indirgemesinin hem jeofizik bir anlamı yoktur hem de yeryuvarının dış tarafında potansiyeli değiştirir.

Helmert' in yoğunlaştırma indirgemesinde dolaylı etki dikkate alınmayacak kadar küçüktür ve hesaplamalar hayli kolaydır. Bir açıdan izostatik denge durumuna karşılık geldiğinden jeofiziksel anlamları da vardır. Yaklaşık boşlukta indirgenmiş gravite anomalilerini verir ve bu anomali değerleri küçüktür. Ancak anomaliler tümüyle topoğrafya ya bağlıdır ki buda gravite değerleri için enterpolasyon ve extrapolasyonu zor kılar. Gravite değerlerinin her noktada ölçülmesi imkansız olduğu için bu bizim için oldukça önemli bir durumdur.

İzostatik anomaliler her üç gereksinimi de sağlarlar. Temeli oluşturan denge modelleri jeolojik gerçeklerle büyük bir uyum gösterir. İzostatik indirgemelerde anomali değerleri küçüktür ve keskin değişimler göstermezler.

Smooth değişimler ise enterpolasyonu daha güvenilir hale getirir. Anomali değerleri topografyadan bağımsızdırlar ve dolaylı etki değeri çok küçüktür. Bu kriterler göz önüne alındığında jeoit belirleme uygulamalarında izostatik anomaliler ve boşlukta indirgenmiş gravite anomalileri en uygun yöntemler olarak düşünülebilir. Bu iki yöntemin birbirlerine üstünlükleri hesap ve enterpolasyondadır.

Boşlukta indirgenmiş gravite anomalilerinin hesaplanması çok kolaydır ancak enterpolasyonları güçtür. İzostatik indirgemelerde ise durum tam tersidir. Günümüzde ise bilgisayar destekli yapılan ve gelişmiş programların kullanılmasına imkan veren şartlar sayesinde hesap zorlukları büyük bir engel teşkil etmemektedir.

Gravite indirgeme işlemleri sonrasında indirgenmiş gravite değerleri kullanılarak jeoit belirleme uygulamalarına geçilir, gravite anomalilerinin uzun ve kısa dalga boylu etkilerden arındırılmasından sonra orta dalga bolu etkilerin arındırılmasına geçilirve iki yöntem karşımıza çıkar

- EKKK
- FFT

FFT tekniği ya da EKKK seçiminde en önemli etkenler eldeki verinin kalitesi, dağılım yoğunluğu, olarak görülebilir.

1998 yılında Hrt. Tğm. Birol GÜNGÖR "FFT Yöntemiyle Bölgesel Gravimetrik Jeoidin Belirlenmesi" konulu çalışmasında $1^o x 1^o$ test bölgesi kullanmış ve bölgede veri sayısı hayli fazla olmasına rağmen işlem süresinin azaldığını belirtmiştir.

Ayrıca FFT yöntemiyle çalışılması durumunda bulunan jeoitlerin iç doğrulukları yanı sıra, dış doğruluklarının da tespiti gerekmiş, bunun için de GPS jeoidinin de belirlenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Sonuç olarak ise FFT yöntemi kullanılırken, uygun gridleme yapılması ve uygun pencere fonksiyonunun belirlenmesi önem taşımaktadır.

Hrt. Tğm.Ali İhsan Kurt'un 1998 yılında yayınladığı "EKKK Yöntemiyle Bölgesel Gravimetrik Jeoidin Belirlemesi" konulu çalışmada ise $1^o x 1^o$ lik bölgeye giren seyrekleştirilmiş 662 kara ve 300 deniz gravite verisi ile çalışılmış, ancak verilerin sayı olarak ve dağılım olarak yetersiz kalması nedeniye standart sapmalar 20 cm. civarında kalmıştır.

Bölüm 5.3'de de bahsedildiği üzere grildenmiş veriler sağlandığı takdirde FFT yöntemi ile çok iyi sonuçlar elde edilir. Uniform olmayan, düzensiz dağılım gösteren ve karmaşuık yapıda olan veri yüzeyleri gibi olumsuz etkilerin bir araya gelmesi durumunda en uygun çözüm şimdilik FFT olarak karşımıza çıkar.

EKKK yöntemine genel olarak bakıldığında ise bu yöntemde bilinmeyenlerin sayısı ölçü sayısından fazladır, hatta bilinmeyenlerin sayısına ilişkin bir sınırlama yoktur. Optimal bir çözüm olarak karşımıza çıkar, varyans minimumdur. Bu yöntem; prediksiyon, filtreleme ve dengelemenin bir sentezidir. EKKK nın avantajları yanında dezavantajları da mevcuttur. Kullanılan ölçü sayısı arttıkça ölçü kovaryans matrisi boyutları büyür ve bu matrisin inversi alınması zorlaşacaktır. Bunu kolaylaştırmak için jeoit belirleme işlemlerinde bölge alt bölgelere ayrılır. Bu durumda jeoit parçalı yaklaşımla belirlenmiş olur.

Bu genel yaklaşımlar dahilinde arazide gerçek yeryüzü üzerinde ölçülmüş olan gravite değerleri, imkan ve ihtiyaçlar doğrultusunda değerlendirilmeli ve indirgeme sonuçlandırılmalıdır. Ve daha sonrasında eldeki imkanlar doğrultusunda jeoit belirleme uygulamalarına geçilmelidir.

KAYNAKLAR

Acar, M., Turgut, B., (2005) Astro- Jeodezik Çekül Sapması : Selçuk Üniversitesi Gps Test Ağı Örneği, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara

Alp, O. (1987) Göreli Gravimetrik Jeoidin Belirlenmesi, Harita Genel Komutanlığı, Ankara

Arslan, E., Yılmaz, M. (2005) Geoit Belirleme Yöntemleri, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara

Ayhan, E., Kahveci, M. (1991) Gravimetrik Yerey Düzeltmesinin Sayısal Arazi Modelinden Yararlanarak Hesabı, Harita Dergisi s.107, HGK, Ankara

Bajracharya, S., Kotsakis, C., Sideris, M.G (2001) Geoid Determination Using Different Gravity Reduction Techniques, IAG 2001 Scientific Assembly, Budapeşte

Dalbeler, Ü. (1991) Gravimetrik Yerey Düzeltmeleri ve Gravite Kestirimindeki Etkileri, Harita Dergisi Makale, Harita Genel Komutanlığı, Ankara

Douglas K.J., Prahl, R.S, (1972) Extended Terrain Correction Tables for Gravity Reductions, Geophysics, Vol 37

Erbudak, M., Tuğluoğlu, A., (1976) Fiziksel Geodezi, İstanbul

Güngör, B. (1998) FFT Yöntemiyle Bölgesel Gravimetrik Jeoidin Belirlenmesi, Harita Genel Komutanlığı, Ankara

Gürdal, M.A, Ceylan, S. (2005) Büyük Ölçekli Çalışmalarda Güncellenmiş Türkiye Jeoidinin (TG-99A) Doğrudan Kullanılabilirliğinin Araştırılması, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara

Hammer, S. (1939) Terrain Corrections for Gravimeter Stations, Geophysics 4

Heiskanen, W. ve Moritz, H. (1967) Fiziksel Jeodezi, (Ç: Onur GÜRKAN), Karadeniz Üniversitesi Basımevi, Trabzon

Heiskanen, W. Meinesz V. (1958) The Earth and Its Gravity Field, McGrav-Hill Book Company, London

Kurt,A.İ. (1998) EKKK Yöntemiyle Bölgesel Gravimetrik Jeoidin Belirlenmesi, Harita Genel Komutanlığı, Ankara

Kılıçoğlu, A. (2002) Güncelleştirilmiş Türkiye Jeoidi, 1999A (TG99A), TUJK 2002 Yılı Bilimsel Toplantısı),İznik

Moritz, H., (1980) Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.

Rapp, R.H., (1997) Global Models for the 1 cm Geoid Present Status and Term Prospects, Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid, Springer, Berlin

Sideris, M.G (1994) Geoid Determination by FFT Techniques, İnternational School fort he Determination and Use of the Geoid, Italy

Torge, W. (1989), Gravimetry, Walterde Gruyter, Berlin

Tscherning, C.C., (1984) Local Approximation of the Gravity Potential by Least Squares Collocation. (In Proc. Of the Int. Summ. Sch. On Local Gravity Field Approximation. Ed: K.P. Schwarz, Beijing,)

Vanicek, P., Novak, P., Martinec, Z. (2001) Geoid, Topography, and the Bouguer Plate or Shell, Journal of Geodesy, Vol 210-215

Yıldırım, A. (2000) Türkiye Mutlak Jeoidini(TG99) belirleme projesi, Harita Genel Komutanlığı, Ankara

Yerci, M. (1999) "Jeodezi-1", S.Ü. Lisans Ders Notları, Konya