İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MIMO KANALLARI İÇİN HUZME ŞEKİLLENDİRME YARDIMLI YENİ SEMBOL ALGILAMA ALGORİTMALARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İlhami GÖZCÜ

Anabilim Dalı : Elektronik Haberleşme Mühendisliği

Programı : Telekomünikasyon Mühendisliği

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MIMO KANALLARI İÇİN HÜZME ŞEKİLLENDİRME YARDIMLI YENİ SEMBOL ALGILAMA ALGORİTMALARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İlhami GÖZCÜ
(504061321)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04 Mayıs 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 04 Haziran 2009

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Mesut KARTAL (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ (İTÜ)
Doç. Dr. Oğuz KUCUR (GYTE)

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması sırasında benden yardımlarını hiç esirgemeyen danışmanım sayın Mesut KARTAL'a, bana hep güvenen ve destek olan aileme ve tüm yüksek lisans öğrenimim boyunca en büyük yardımcım olan Serhat Selçuk BUCAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2009 İlhami GÖZCÜ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **iii**
İÇİNDEKİLER ..... **v**
KISALTMALAR ..... **vii**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **ix**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xi**
ÖZET ..... **xiii**
SUMMARY ..... **xv**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 1
1.2 Literatür Özeti 2
2. GENEL KAVRAMLAR **3**
2.1 Amaç 3
2.2 MIMO Kanal Modeli 3
2.3 MIMO Kanallar için Sembol Algılama Problemi 4
2.4 Capon Huzme Şekillendirme Yöntemi 4
2.5 MIMO Sistemler İçin Lineer Alıcılar 6
2.5.1 ZF Alıcı 6
2.5.2 LLSE Alıcı 8
3. CAPON HUZME ŞEKİLLENDİRİCİ İLE ZF VE LLSE LİNEER ALICILARIN BİRLEŞTİRİLMESİ **13**
3.1 Amaç 13
3.2 Capon Huzme Şekillendirici İle ZF Alıcının Birleştirilmesi 13
3.3 Capon Huzme Şekillendirici İle ZF Alıcının Birleştirilmesi 19
4. CAPON HUZME ŞEKİLLENDİRİCİ İLE ZF VE LLSE ALCILARIN ARDIŞIL GÜRÜLTÜ GİDERİMİ KULLANILARAK BİRLEŞTİRİLMESİ **27**
4.1 Amaç 27
4.2 Capon Huzme Şekillendirici İle ZF Alıcının Ardışıl Gürültü Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi 27
4.3 Capon Huzme Şekillendirici İle LLSE Alıcının Ardışıl Gürültü Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi 33
5. CAPON HUZME ŞEKİLLENDİRİCİ İLE ZF VE LLSE ALCILARIN OPTİMAL SIRALI ARDIŞIL GÜRÜLTÜ GİDERİMİ KULLANILARAK BİRLEŞTİRİLMESİ **39**
5.1 Amaç 39
5.2 Capon Huzme Şekillendirici İle ZF Alıcının Optimal Sıralı Ardışıl Gürültü Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi 39
5.2 Capon Huzme Şekillendirici İle LLSE Alıcının Optimal Sıralı Ardışıl Gürültü Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi 44
6. SONUÇ VE ÖNERİLER **53**
KAYNAKLAR **55**

ÖZGEÇMİŞ.....557

KISALTMALAR

CSI : Channel State Information
LLSE : Linear Least Squares Estimation
MIMO : Multiple Input Multiple Output
MMSE : Minimum Mean Square Error
SER : Sembol Error Rate
SIC : Successive Interference Cancellation
SINR : Signal to Interference plus Noise Ratio
SNR : Signal to Noise Ratio
STBC : Space Time Block Coding
V-BLAST : Vertical-Bell Laboratories -Layered -Space-Time
ZF: Zero Force

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : ZF, LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve LLSE alıcıların SER performansları……..21

Çizelge 5.1 : ZF, LLSE , Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcıların optimal SIC kullanılması durumunda SER performansları …..…… 49

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Mimo Kanal Modeli 3
Şekil 2.2 : ZF alıcı için SER performansı 7

MIMO KANALLARI İÇİN HUZME ŞEKİLLENDİRME YARDIMLI YENİ SEMBOL ALGILAMA ALGORİTMALARI

ÖZET

Son yıllarda kablosuz haberleşme sistemleriyle ilgili yapılan araştırmalar verici ve alıcı olarak çoklu anten sistemlerinin kullanılmasının tekli anten sitemlerine göre çok daha yüksek hızlarda veri iletim olanağı sağladığını, elde edilebilen kuramsal bilgi kapasitesinin de anten dizilerindeki eleman sayısıyla birlikte arttığını göstermiştir. Çok yollu ortamlar için bu faydaları elde edebilmek amacıyla hem alıcı hem de verici kısımlarda çoklu anten dizileri kullanılarak MIMO kanalları oluşturulmuş ve sistem performansı arttırılmak istenmiştir.

Literatürde MIMO kanallarının sağlamış olduğu yüksek spektral verimi ortaya çıkarabilmek amacıyla bir takım MIMO algılama algoritmaları sunulmuştur. Bu algoritmalara ZF (Zero Force), LLSE (Linear Least Squares Estimation), V-Blast/ZF, V-Blast/LLSE örnek gösterilebilirler.

Bu tez çalışmasında, MIMO kanalların sağlamış olduğu yüksek spektral verimi ortaya çıkarabilmek amacıyla ZF ve LLSE alıcılar için Capon huzme şekillendirme yöntemi temelli yeni sembol algılama algoritmaları sunulmakta ve bilinen ZF ve LLSE alıcı algoritmalarıyla karşılaştırılmaktadır. Sunulan algoritmalar karmaşıklık olarak daha yüksekte olmakla beraber, ZF alıcılar için hem SER performansı hem de alıcı çıkışında elde edilen SNR değeri bakımından literatürdeki ZF alıcılardan daha iyi sonuçlar vermektedir. Ancak LLSE alıcılar için Capon huzme şekillendirme yöntemi ZF alcılarda olduğu gibi hem SER performansı hem de alıcı çıkışında elde edilen SNR değeri bakımından ZF alıcılarda olduğu gibi verimli olmamaktadır.

Bu çalışma kapsamında ele alınan MIMO kanalının kolaylık olması açısından düz sönümlemeli olduğu kabul edilmiştir. M verici anten ve N alıcı antenden oluşan MIMO kanalı için matris transfer fonksiyonu H^{NxM}, Gauss dağılımlı sıfır ortalamalı ve birim varyanslı kompleks elemanlardan oluşmaktadır. Sistemdeki toplamsal gürültü bileşeni ise sıfır ortalamalı, N_0 varyanslı bağımsız ve özdeş dağılımlı (IID) elemanlardan oluşmaktadır. Ele alınan sistemde vericinin kanal durum bilgisine (CSI) sahip olmadığı ancak alıcının kanal matris transfer fonksiyonunu kusursuz bir şekilde bildiği kabul edilmiştir.

Önerdiğimiz algoritmaya göre, alıcı her bir ayrı verici anten tarafından iletilen veri için ilk önce Capon huzme şekillendirme algoritması kullanarak bir ağırlık vektörü oluşturur. Daha sonra bu ağırlık vektörünün yardımıyla alıcı tarafından elde edilen işaret ve kanal transfer fonksiyonları yeniden şekillendirilir. Bu noktada yeniden şekillenmiş olan verilere bilinen alıcı algoritmalarından birisi uygulanarak verici anten tarafından iletilen veri elde edilmeye çalışılır. Bu işlem her bir verici antenden iletilen veri için tekrarlanarak anten dizisi tarafından iletilen verinin tamamı elde edilir.

Öne sürülen algoritmalar alıcıların karmaşıklık seviyesini arttırmakla beraber ZF alcılar için olukça verimli olmaktadır ve alıcının hem SER performansını hem de MIMO sistemin kanal kapasitesini arttırmaktadır. Ancak LLSE alıcılarda ZF

alıcılarda olduğu gibi belirgin bir performans farkı yaratamamaktadır. SER performansı olarak az da olsa iyileştirme sağlanmasına rağmen MIMO kanal kapasitesi bakımından daha düşük değerler elde edilmektedir.

BEAMFORMING ASISTED NEW SYMBOL DETECTION ALGORITHMS FOR MIMO CHANNELS

SUMMARY

Recent research on wireless communication systems has shown that using multiple antennas at both transmitter and receiver offers the possibility of wireless communication at higher data rates compared to single antenna systems and achievable information-theoretic channel capacity is increased with the number of array antenna elements. In rich multipath environments, multiple transmit and receive antennas are installed at both transmitters and receivers to construct multiple-input multiple-output (MIMO) channels in order to use these advantages.

Some special detection algorithms have already been proposed in order to exploit the high spectral efficiency offered by MIMO channels. ZF (Zero Force), LLSE (Linear Least Squares Estimation), V-Blast/ZF, V-Blast/LLSE algorithms are some of the general algorithm which have been used for years.

In this thesis, beamforming assisted new symbol detection algorithms are proposed for ZF and LLSE receivers to exploit the the efficiency of the MIMO channels and compared to the above mentioned existing detection algorithms. With the increased complexity, the algorithms those we propose offer better SER (Symbol Error Rate) performance and better output SNR (Signal to Noise Ratio) values for ZF receiver when it is compared to pure ZF detection algorithm. However, for LLSE receiver, the proposed algorithms does not offer a significant efficiency neither for SER performance nor for the output SNR of the receiver.

During this study, for the simplicity flat fading is assumed for the MIMO channel. The matrix channel transfer function H^{NxM} of the MIMO channel with M transmit and N receive antennas has complex Gaussian elements with zero mean and unit variance. The additive noise is a Gaussian vector which has IID (independent and identically distrubuted) elements with zero mean and N_0 variance. It is also asumed that the transmitter does not have any CSI (channel state information) while the receiver has perfect knowledge of the channel matrix transfer function.

As per the proposed algorithms, the receiver firstly creates a weight vector by using Capon beamforming algorithm for the data transmitted from each single transmitt antenna. Then the received signal at the recevier and the channel transfer function are re-formed by using the weight vector which is calculated in the first step. At this point, one of the receiver algorithms (ZF, LLSE, etc.) is applied to the new re-formed data and the original transmitted data is estimated. This is a recursive process and is applied for each data stream transmitted by each single transmit antenna.

Although the proposed algorithms in this thesis increase the complexity of the receivers, they offer beter SER performance for the receiver and increased MIMO channel capacity for the system when it is combined with ZF receiver. However, they does not offer a significant improvement for the LLSE receivers. Even though the

SER performance is increased a little bit by the new algorithms, the achieved MIMO channel capacity of the system is decreased unlike for the ZF receiver.

1. GİRİŞ

Son yıllarda kablosuz haberleşme sistemleriyle ilgili yapılan araştırmalar verici ve alıcı olarak çoklu anten sistemlerinin kullanılmasının tekli anten sitemlerine göre çok daha yüksek hızlarda veri iletim olanağı sağladığını göstermiştir [1]. Bu yüzden çok yollu ortamlar hem alıcı hem de verici kısımlarda çoklu anten dizileri kullanılarak MIMO kanalları oluşturulmuş ve sistem performansı arttırılmak istenmiştir. MIMO kanallar, etkili frekans spektrum kullanımına olanak tanımaktadırlar ve sınırlı bant genişliği içerisinde yüksek kanal kapasitesi sağlamaktadırlar. Sağladığı verimlilik nedeniyle MIMO sistemler yüksek veri hızlı haberleşme sistemleri için artan talebi karşılamada anahtar teknolojilerden biri olarak benimsenmiştir ve son zamanlarda MIMO sistemler hakkında yapılan araştırmalarda oldukça artmıştır. Birçok MIMO tekniğinde verici ve alıcı antenler arasındaki kanal ideal olarak bağımsız ve özdeş dağılımlı (independent and identically distributed, IID) frekansta düz sönümleyen kanal olarak modellenmiştir ve yapılan araştırmalar bir IID MIMO kanalının kapasitesinin antenlerin sayısı ile doğrusal olarak arttığını göstermiştir.

Literatürde MIMO kanallarının sağlamış olduğu yüksek spektral verimi ortaya çıkarabilmek amacıyla bir takım MIMO algılama algoritmaları sunulmuştur. Bu algoritmalara [2], [3] ve [4] de açıklanan ZF (Zero Force), LLSE (Linear Least Squares Estimation), MMSE (Minimum Mean Square Error), V-Blast/ZF, V-Blast/LLSE örnek gösterilebilirler.

1.1 Tezin Amacı

Bu tez çalışmasında Capon huzme şekillendirme yardımlı yeni sembol algılama algoritmaları sunulmuştur. Capon huzme şekillendirme yöntemi kullanılarak alıcının SER performansının ve alıcı çıkışındaki SNR değerinin dolayısıyla da MIMO kanal kapasitesinin arttırılması amaçlanmıştır. Sunulan algoritmalar her bölümde geliştirilmiş ve bu sayede artan karmaşıklıkla beraber artan SER performansı ve MIMO kanal kapasitesi amaçlanmıştır.

1.2 Literatür Özeti

Literatürde MIMO kanalları için sembol algılama algoritmaları sunan birçok çalışma mevcuttur. Bu çalışmaların bazıları MIMO sistemler için daha iyi SER performansları sunarken bazıları da alıcı çıkışında daha yüksek SNR değerleri ve daha yüksek MIMO kanal kapasitesi sunmaktadır.

ZF, LLSE, MMSE gibi alıcı algortimaları, yıllardır bilinen, uygulamalarda sıklıkla kullanılan, karmaşıklıkları düşük ve gerçeklenmeleri kolay algortimalardır. ZF alıcı, LLSE ve MMSE alıcılarla hemen hemen eş SER performansarı sunmasına rağmen, düşük SNR değerlerinde MIMO kanal kapasitesi bakımından içlerindeki en kötü sonucu vermektedir. Bir diğer alıcı algoritması olan V-Blast [2], Bell Laboratuvarları tarafından sunulmuştur ve optimum sıralı girişim giderimi kullanımını önermiştir. Böylelikle V-Blast algoritması SER performası bakımından büyük bir iyileştirme sağlamıştır. Sivash M. Alamouti ise MIMO kanalları için uzay zamanlı blok kodlama (Space Time Block Coding, STBC) yardımıyla SER performansını arttırmıştır [5].

Literatürde ayrıca alıcılar için temel olarak üç farklı adaptif huzme şekillendirme yöntemi bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla maksimum SINR huzme şekillendirme, minimum varyans huzme şekillendirme ve minimum ortalama karesel hata (Minimum Mean Square Error, MMSE) huzme şekillendirme yöntemleridir [6]. Bu tez çalışması kapsamında baz alınan huzme şekillendirme yöntemi olan Capon algoritması da aslında maksimim SINR huzme şekillendirme algoritmasıyla eşdeğerdir.

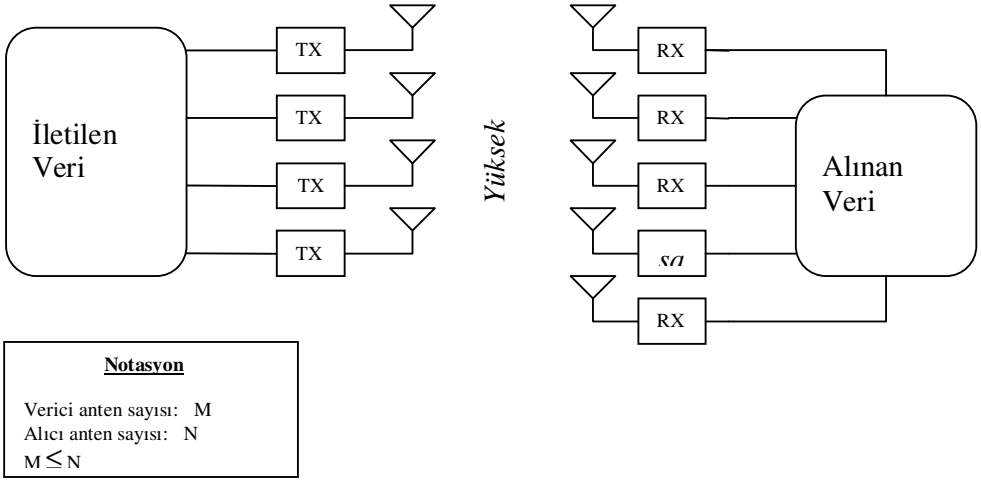
2. GENEL KAVRAMLAR

2.1 Amaç

Tez çalışmasının daha anlaşılır olabilmesi için bu çalışmada kullanılan genel kavramların açıklanması faydalı olacaktır. Bu bölümde, üzerinde çalıştığımız MIMO kanal modeli, MIMO kanallar için sembol algılama problemi, çalışmamız boyunca temel aldığımız Capon huzme şekillendirme yöntemi ve MIMO sistemler için kullanılan ZF ve LLSE sembol algılama algoritmalarına değinilecektir.

2.2 Mimo Kanal Modeli

Tüm tez çalışması boyunca ele alınan M verici anten ve N alıcı antenden oluşan yüksek saçılımlı ortam için MIMO kanal modeli Sekil-2.1 de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 : MIMO Kanal Modeli

Şekil 2.1 de gösterilen MIMO sisteminde, iletilecek veri dizisi her biri ayrı verici antenden iletilmek üzere *M* adet alt diziye ayrılmaktadır. *N* adet alıcı anten, her bir verici anten tarafından iletilen veriyi almaktadır. Bu MIMO siteminde, kolaylık olması açısından MIMO kanalı düz sönümlü olarak kabul edilmiştir. Matris kanal

transfer fonksiyonu $H^{N\times M}$, Gauss dağılımlı sıfır ortalamalı ve birim varyanslı kompleks elemanlardan oluşmaktadır. Sistemdeki toplamsal gürültü bileşeni *n* ise, sıfır ortalamalı N_0 varyanslı bağımsız ve özdeş Gauss dağılımlı (IID) elemanlardan oluşmaktadır. Ayrıca vericinin kanal durum bilgisine (CSI) sahip olmadığı ancak alıcının kanal matris transfer fonksiyonunu kusursuz bir şekilde bildiği kabul edilmiştir.

Bu çalışmanın tamamında kullanılacak olan $(\bullet)^T, (\bullet)^*, (\bullet)^H$ ve $(\bullet)^+$ matematiksel ifadeler sırasıyla evrik (transpoze), kompleks eşlenik, eşlenik evrik ve sözde ters (pseudo-inverse) işlemlerini temsil etmektedir.

MIMO kanalı için birinci verici antene ilişkin transfer fonksiyonu $H^{(1)}$

$$H^{(1)} = \left[H_{11} H_{21} \cdots H_{N1}\right]^T \quad \textbf{(2.1)}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada H_{ij} *j.* verici antenden *i.* alıcı antene kanal transfer fonksiyonunu belirtmektedir. Diğer verici antenler için de transfer fonksiyonları benzer şekilde gösterilebilir ve böylece matris kanal transfer fonksiyonu H^{NxM}

$$H = \left[H^{(1)} H^{(2)} \cdots H^{(M)}\right]^T \quad \textbf{(2.2)}$$

biçiminde elde edilir. $H^{(i)}$, *i*. verici anten için transfer fonksiyonunu belirtmektedir.

Bu durumda alıcı tarafından elde edilen işaret *r* (2.3) deki gibi olacaktır.

$$r = Ha + n \quad \textbf{(2.3)}$$

(2.3) te *a* iletilen veriyi, *n* ise sistemdeki sıfır ortalamalı N_0 varyanslı toplamsal gürültüyü ifade etmektedir. Yukarıda da belirttiğimiz gibi toplamsal gürültü *n* bağımsız ve özdeş Gauss dağılımlı elemanlardan oluşmaktadır. İletilen veri *a* ise

$$a = (a_1 a_2 \cdots a_M)^T \quad \textbf{(2.4)}$$

biçiminde gösterilebilir ve a_i *i.* verici antenden iletilen veriyi temsil etmektedir.Her bir verici antenden iletilen veri dizisinin enerjisi E_s olacak şekilde sabitlenmiştir.

2.3 MIMO Kanallar İçin Sembol Algılama Problemi

Bu tez çalışmasında ele alınan sembol algılama problemi, alıcının matris kanal transfer fonksiyonunu mükemmel bildiği varsayımı altında MIMO kanalın girişindeki işaretin MIMO kanal çıkışında alıcı trafından algılanması olarak

tanımlanmıştır. Çalışmanın amacı ise önerilen algoritmaların SER performanslarının ve sundukları MIMO kanal kapasitelerinin incelenmesidir.

Çalışma sırasınca birtakım varsayımlar yapılmıştır ve bu varsayımlar :

i. MIMO kanal girişindeki her eleman genel bir modülasyon alfabe kümesine aitir.

ii. Modülasyon kümesindeki elemanların her biri eşit olasılıklıdır.

iii. Herbir verici antenden iletilen işaret

$$E[a_i a_i^H]=E_s I_M \qquad \textbf{(2.5)}$$

özelliğine sahiptir ve a_i *i.* antenden iletilen veriyi, E_s her bir antenden iletilen sembol enerjisini, I_M *MxM* boyutlu birim matrisi ve $E[\bullet]$ beklenen değer operatörünü belirtmektedir.

2.4 Capon Huzme Şekillendirme Yöntemi

Tez çalışması boyunca temel alınmış olan Capon huzme şekillendirme yöntemi Maksimum SINR (Signal to Interference plus Noise Ratio) huzme şekillendirme yöntemiyle eş özelliklere sahiptir. Capon huzme şekillendirme yönteminin asıl amacı alıcı çıkışındaki SINR değerinin mümkün olan en yüksek seviyeye çıkarılmasıdır. Huzme şekillendirme kapsamında verici antenler tarafından iletilen veri dizilerinden bir tanesi istenilen işaret olarak kabul edilirken diğer issaretlet ise girişim bileşenini oluşturmaktadır.

Capon Huzme şekillendirme algoritmasına göre Huzme şekillendirici çıkışındaki SINR değeri

$$\gamma = \frac{[w]^H R_s w}{[w]^H (R_n + R_i) w} \qquad \textbf{(2.5)}$$

olarak tanımlanmıştır. Bu eşitlikte R_s , R_n ve R_i sırasıyla istenilen işaret, gürültü ve girişim kovaryans matrislerini belirtmektedir. w ise huzme şekillendiricinin *Nx1* boyutlu ağırlık vektörüdür. Birinci verici anteden iletilen işaretin istenilen işaret olarak kabul edilmesi durumunda, kovaryans matrisleri aşagıda belirtldiği gibi hesaplanabilirler.

$$R_s = E\left[H^{(1)} a_1 \left\{ H^{(1)} a_1 \right\}^H \right] \quad \textbf{(2.6)}$$

$$R_i = E\left[\sum_{m=2}^{M} H^{(m)} a_m \left\{ H^{(m)} a_m \right\}^H \right] \quad \textbf{(2.7)}$$

$$R_n = E\left[nn^H \right] \quad \textbf{(2.8)}$$

Daha önceki matris analiz araştırmaları [6] ve [7] de gösterildiği gibi huzme şekillendirici çıkışındaki SINR değeri γ , $(R_{ni})^{-1} R_s$ ifadesinin minimum ve maksimum özdeğerleri tarafından sınırlandırılmıştır ve ağırlık vektörü *w,* $(R_{ni})^{-1} R_s$ matrisinin en büyük özdeğerine ilişkin öz vektör olarak belirlenir. Bu durumda γ maksimum değerini alır. Burada R_{ni} gürültü ve girişim kovaryans matrislerinin toplamını belirtmektedir.

$$R_{ni} = R_n + R_i \quad \textbf{(2.9)}$$

2.5 MIMO Sistemler İçin Lineer Alıcılar

Bu bölümde tez çalışması sırasında referans alınan ZF ve LLSE alıcılar kısaca açıklanacaklardır.

2.5.1 ZF Alıcı

ZF, çok düşük karmaşıklıklı lineer bir algılama algoritmasıdır. Bu algoritmaya göre, alıcı tarafından alınan işaretin matris kanal tranfer fonksiyonu H'ın sözde tersiyle çarpılması sonucu istenilen işaret elde edilir [2].

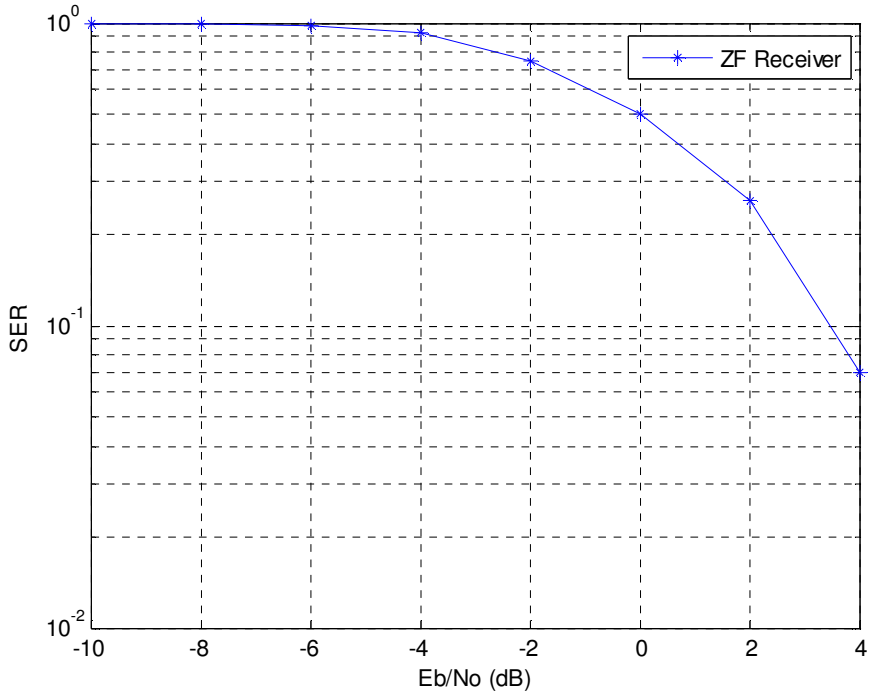
$$\hat{a} = (H)^{+} r \quad \textbf{(2.10)}$$

ZF alıcılar $H^{+}H$ ifadesinin değeri birim matris I ya eşit oldugu sürece kanal karışmasını elimine ederler ve SER performansı bakımından iyi sonuçlar verirler. Ancak ZF alıcıların bilinen en büyük dezavantajı alıcı çıkışındaki düşük işaret gürültü oranı performanslarıdır [8]. Bu da düşük MIMO kanal kapasitesi anlamına gelir. [9] da da gösterildiği gibi MIMO kanal kapasitesi alıcı çıkışındaki SNR değerinin logaritmasıyla doğru orantılır ve

$$C = \log_2 \left[\det\left(I_N + \frac{SNR}{M} HH^H \right) \right] \quad \textbf{(2 .11)}$$

biçiminde ifade edilebilir.

Şekil 2.2 de bir ZF alıcının *M*=8 verici anten ve *N*=12 alıcı anten için SER performans grafiği görülmektedir.



Sekil 2.2 : ZF alıcı için SER performansı

ZF alıcı algoritması örnek 2.1 yardımıyla açıklanmıştır.

Örnek 2.1:

M=3, *N*=4 olan bir MIMO kanalı için 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A = \{\pm i \pm 1, \pm i \pm 3, \pm 3i \pm 1, \pm 3i \pm 3\}$ olarak seçiilmiştir.

İletilen işaret, toplamsal gürültü bileşeni ve matris kanal transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$

$n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Verilen değerlere göre, başlangıçtaki SNR değeri 8.72 olarak hesaplanır.

Alıcıya gelen işaret $r=Ha+n$ olur ve ZF alıcı bu değeri H^+ ile çarparak iletilen işareti kestirmeye çalışır. Bu örnek için H^+ aşağıdaki gibidir.

$$H^+ = \begin{bmatrix} -0.2717+0.7055i & -0.1798+0.0680i & -0.8525+0.4112i & 0.2400-0.2443i \\ 0.4630+0.1853i & 0.0036+0.6841i & 0.5418+0.2993i & 0.1454-0.4753i \\ 0.4144-0.1177i & 0.2854+0.4040i & 0.5328+0.0105i & -0.6619-0.1414i \end{bmatrix}$$

Bu işlemlerden sonra ZF alıcıda

$s = H^+ (Ha+n) = (-0.0070+0.6791i, -0.6639-0.2093i, 1.2612+3.777i)^T$

işareti bulunur ve alıcı tarafından en yakın 16QAM sembolüne çevrilir. Bu durumda algılanan işaret

$$\hat{a} = (-1+i, -1-i, 1+3i)^T$$

olur ki bu işaret iletilen işaretle aynı değildir ve ZF alıcı tarafından hatalı bir algılama yapılmıştır.

Bunun yanında alıcı çıkışındaki SNR değeri SNR_{ZF} = 5.54 olur ki bu değer başlangıçtaki SNR değerinin altındadır.

$$\frac{SNR_{ZF}}{SNR} = \frac{5.54}{8.72} = 0.63 < 1$$

2.5.2 LLSE Alıcı

LLSE alıcı, ZF alıcı gibi düşük karmaşıklı lineer bir alıcıdır. Bu alıcı algoritması algılanan işaretle iletilen işaret arasındaki farkın karesel büyüklüğünün minimum olmasını sağlayacak şekilde çalışır. Bu algoritmaya göre bir W matrisi (2.12) daki gibi hesaplanır [10] ve bu matris alıcı tarafından alınan işaret r ile çarpılır. Bu çarpımın sonucu algılanan işareti verir.

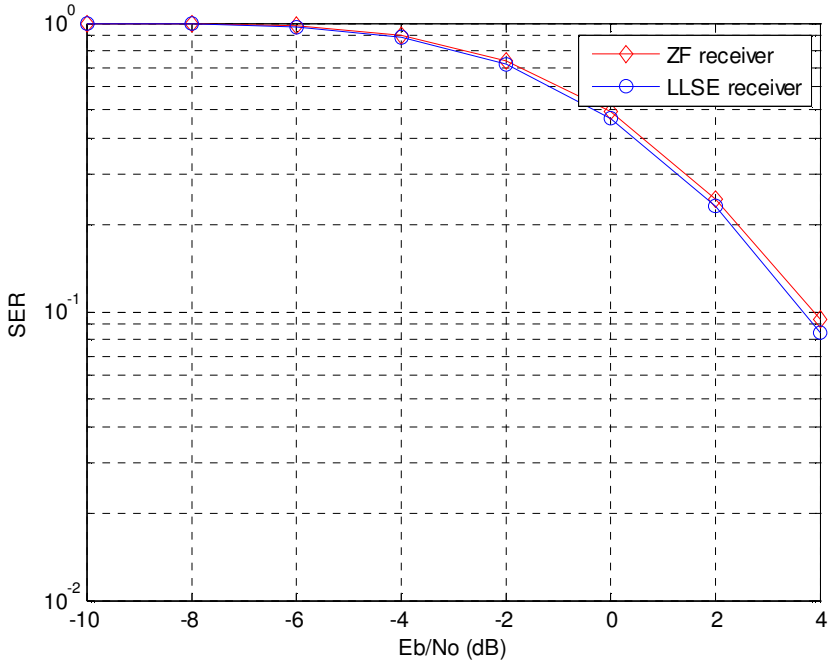
$$W = E_s H^H (EsHH^H + N_0 I_N)^{-1} \quad \textbf{(2.12)}$$

$$\hat{a} = Wr \quad \textbf{(2.13)}$$

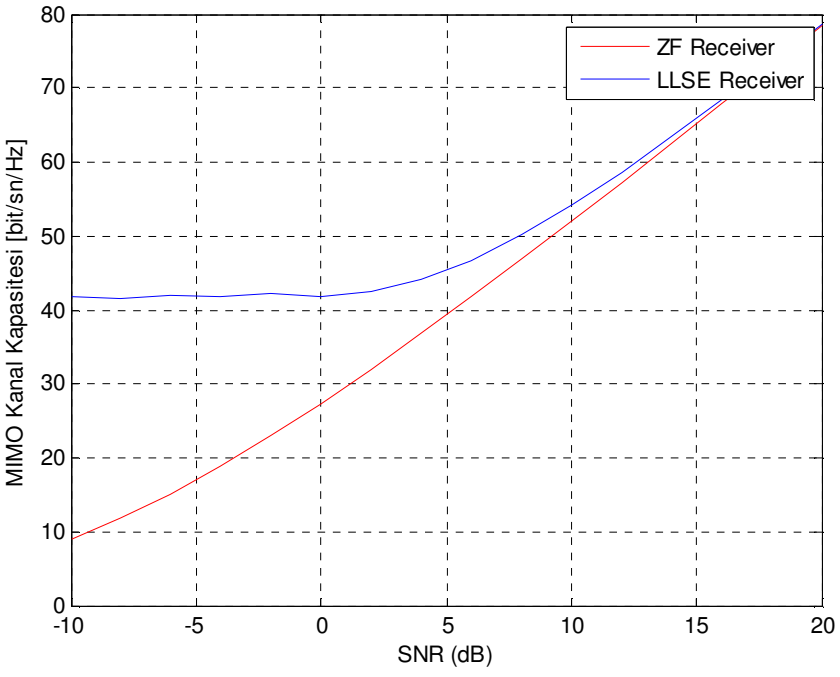
(2.11) de I_N, NxN lik birim matrisi, E_s her bir antenden iletilen sembol enerjisini, N_0 ise gürültü gücünü belirtmektedir.

LLSE alıcı, ZF alıcıya oranla hem daha iyi SER performansı hem de düşük SNR değerlerinde daha yüksek MIMO kanal kapasitesi sunmaktadır. LLSE ve ZF alıcıların SER performasları M=8 verici anten ve N=12 alıcı anten için Şekil 2.3 de

gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi LLSE alıcı ZF alıcıdan az da olsa daha iyi SER performansı sunmaktadır.



Sekil 2.3 : ZF ve LLSE alcılar için SER performansı



Sekil 2.4 : ZF ve LLSE alıcılar için MIMO kanal kapasitesi

Şekil 2.4 ise LLSE ve ZF alıcılar için MIMO kanal kapasitesi eğrilerini göstermektedir. Şekilden de görüldüğü gibi LLSE alıcı ZF alcıya oranla daha yüksek kanal kapasitesi sunmaktadır.

LLSE alıcı algoritması örnek 2.2 yardımıyla aşağıda açıklanmıştır.

Örnek 2.2:

Bu örnekte de ZF alıcı için kullandığımız örneğin aynısını kullanalım.

Buna göre, verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A = \{\pm i \pm 1, \pm i \pm 3, \pm 3i \pm 1, \pm 3i \pm 3\}$ olarak belirlenmiştir. Örnekte kullanılacak a iletilen işaret ,H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Bu veriler kullanılarak, LLSE alıcı algoritmasında kullanılacak olan W matrisi

$$W = \begin{bmatrix} -0.1951+0.5391i & -0.0565+0.0738i & -0.6696+0.2812i & 0.1204 - 0.1952i \\ 0.3178+0.1294i & 0.0066+0.5494i & 0.4060+0.1643i & 0.1790 - 0.3515i \\ 0.2739-0.0590i & 0.1956+0.3188i & 0.3513+0.0009i & -0.5424 - 0.0909i \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanır.

W, r ile çarpıldığında LLSE alıcıda bulunan işaret

$s = (0.2834+0.7891i, -0.4590-0.4740i, 1.1446+3.4112i)^T$

olur ve bu değer alıcı tarafından en yakın 16 QAM sembolüne dönüştürülür. Bu işlemlerden sonra LLSE alıcıda kestirilen işaret

$\hat{a} = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$

olarak bulunur ki bu işaret de ileitlen işaretle aynıdır ve LLSE alıcı tarafından doğru algılanmıştır.

Tüm bu işlemlerden sonra LLSE alıcı çıkışındaki işaret gürültü oranı $SNR_{LLSE} = 9.9766$ olur ve bu değer başlangıçtaki SNR değerinden daha büyüktür.

$$\frac{SNR_{LLSE}}{SNR} = \frac{9.97}{8.72} = 1.14 > 1$$

Aynı şekilde LLSE alıcı çıkışındaki işaret gürültü oranı ZF alıcı çıkışındaki işaret gürültü oranından da oldukça fazladır.

$$\frac{SNR_{LLSE}}{SNR_{ZF}} = \frac{9.97}{5.54} = 1.79 > 1$$

3. CAPON HUZME ŞEKİLLENDİRİCİ İLE ZF VE LLSE LİNEER ALICILARIN BİRLEŞTİRİLMESİ

3.1 Amaç

Bu bölümde tez çalısması kapsamında ele aldığımız Capon huzme şekillendirme algoritmasıyla lineer ZF ve LLSE alıcıları birleştirerek elde edilen yeni alıcı algoritmaları açıklanacaktır. Yeni algortimalar, ZF ve LLSE alıcılarla SER performasları ve elde edilen MIMO kanal kapasitesi bakımından karşılaştırılacak ve algoritmaların verimliliği tartışılacaktır.

3.2 Capon Huzme Şekillendirici ile ZF Alıcının Birleştirilmesi

Daha önceki bölümlerde de açıkladığımız gibi bu tez çalışmasında ele alınan Capon huzme şekillendirme yöntemi maksimum SINR huzme şekillendirme yöntemiyle eş değerdedir ve çalışma prensipleri birebir aynıdır. Asıl amaç huzme şekillendirici çıkışındaki SINR değerinin mümkün olan en yüksek seviyeye çıkarılması ve bu amaç doğrultusunda her bir verici anten tarafından iletilen veri dizisi için bir ağırlık vektörü bulunmasıdır.

Huzme şekillendirme kapasamında, tüm verici antenlerden iletilen veri dizileri ayrı ayrı ele alınır ve ardışık bir süreç halinde tüm veri dizileri için birer ağırlık vektörü bulunur. Bu işlemler yapılırken o anda ilgilenilen veri dizisi istenilen işaret olarak kabul edilirken diğer veri dizileri ise girişim bileşeni kabul edilir.

Sekil 2.1 de tanımlanan MIMO sistemi göz önüne alındığında, ilk önce Capon huzme şekillendiricisi tarafından tüm iletilen veri dizileri ayrı ayrı ele alınır. Bu algoritmada, kolaylık olması açısından ilk verici anten tarafından iletilen verinin o an için istenilen veri olduğunu kabul edilmiştir. Bu durumda, huzme şekillendirici çıkışındaki SINR değeri ilk veri dizisi için

$$\gamma^{(1)} = \frac{\left[w^{(1)}\right]^H R_s w^{(1)}}{\left[w^{(1)}\right]^H (R_n + R_i) w^{(1)}} \qquad \textbf{(3.1)}$$

olarak tanımlanır. Bu denklemde R_s , R_n ve R_i sırasıyla istenilen işaret, gürültü ve girişim kovaryans matrislerini belirtmektedir. İstenilen işaretle kastedilen ilk anten tarafından iletilen işaret ve girişimle kastedilen de ilk anten dışındaki antenler tarafından iletilen işaretler toplamıdır. $w^{(1)}$ ise huzme şekillendiricinin istenilen işaret için hesapladığı *Nx1* boyutlu ağırlık vektörüdür. Kovaryans matrisleri aşagıda belirtldiği gibi hesaplanabilirler.

$$R_s = E\left[H^{(1)} a_1 \left\{ H^{(1)} a_1 \right\}^H \right]$$

(3.2)

$$R_i = E\left[\sum_{m=2}^{M} H^{(m)} a_m \left\{ H^{(m)} a_m \right\}^H \right] \qquad \textbf{(3.3)}$$

$$R_n = E\left[nn^H \right] \qquad \textbf{(3.4)}$$

(3.2), (3.3) ve (3.4) ifadelerindeki $E[\bullet]$ beklenen değer operatörünü, $H^{(i)}$ matris kanal transfer fonksiyonu H ın *i.* sütununu a_i ise *i.* antenden iletilen veriyi temsil etmektedir.

Daha önce de belirttiğimiz gibi herbir antenden iletilen işaret $E[a_i a_i^H]=E_s I_M$ özelliğine sahiptir. Bu durumda (3.2) ve (3.3) eşitlikleri asşağıdaki gibi yeniden şekillendirilebilirler.

$$R_s = E\left[H^{(1)} a_1 \left\{ H^{(1)} a_1 \right\}^H \right] = E_s H^{(1)} \left\{ H^{(1)} \right\}^H \qquad \textbf{(3.5)}$$

$$R_i = E\left[\sum_{m=2}^{M} H^{(m)} a_m \left\{ H^{(m)} a_m \right\}^H \right] = E_s \sum_{m=2}^{M} H^{(m)} \left\{ H^{(m)} \right\}^H \qquad \textbf{(3.6)}$$

Sistemdeki toplamsal gürültünün N_0 varyanslı sıfır ortalamalı bağızsız ve özdeş Gauss dağılımlı elemanlardan oluştuğu varsayımı kullanılarak (3.4) eşitliği (3.7) eşitliğine dönüştürülebilir.

$$R_n = E\left[nn^H \right] = N_0 I_N \qquad \textbf{(3.7)}$$

Daha önceki matris analiz araştırmaları [4] ve [5] te gösterildiği gibi huzme şekillendirici çıkışındaki SINR değeri $\gamma^{(1)}$, $(R_{ni})^{-1} R_s$ ifadesinin minimum ve maksimum özdeğerleri tarafından sınırlandırılmıştır. Bundan dolayı ağırlık vektörü $w^{(1)}$, $(R_{ni})^{-1} R_s$ çarpımının en büyük özdeğerine ilişkin öz vektör seçildiğinde

$\gamma^{(1)}$ maksimum değerini almaktadır ve bu çarpım ifadesinde R_{ni} gürültü ve girişim kovaryans matrislerinin toplamını belirtmektedir.

Yukarıda anlatılan süreç her bir verici antenden iletilen işaret için uygulanarak *NxM* boyutlu W_{Capon} ağırlık matrisi oluşturulur. W_{Capon} ağırlık matrisinin her bir sütunu iletilen veri dizilerinden o an için ilgilenilen veriye ait ağırlık vektörü trafından oluşturulur.

$$W_{Capon}=[\, w^{(1)}, w^{(2)}, \ldots w^{(M)}] \qquad \textbf{(3.8)}$$

$w^{(i)}$, *i.* verici anten trafından iletilen işarete karşı gelen *Nx1* boyutlu ağırlık vektörüdür.

Bir sonraki adımda da alıcı trafından *Mx1* boyutlu huzme şekillendirici kanal vektörü G oluşturulur.

$$G=\begin{bmatrix} g^{(1)} \\ g^{(2)} \\ \vdots \\ g^{(M)} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.9)}$$

G vektörünün her bir elamanı da (3.10) da belirtildiği gibi hesaplanır [11].

$$g^{(i)} = \{w^{(i)}\}^H H^{(i)} \qquad \textbf{(3.10)}$$

Alıcı kanal vektörünü oluşturduktan sonra huzme çıkışındaki *Mx1* boyutlu Y işaret vektörünü oluşturur.

$$Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.11)}$$

Y nin elmanlarını oluşturan y_i ler ise

$$y_i = \{w^{(i)}\}^H r \qquad \textbf{(3.12)}$$

biçiminde hesaplanır [11] .

Bundan sonraki adımlar ZF alıcı algritmasına özdeştir yalnızca ZF alıcı algoritmasında kullanılan H matris kanal transfer fonksiyonu yerine G kanal vektörünün elemanları ve alınan işaret r yerinede huzme şekillendirici çıkışında elde edilen Y işaret vektörünün elemanları kullanılır. İşaretin algılanması de yine ardışık

bir süreç olarak uygulanır ve iletilen işaretler her bir verici anten için ayrı ayrı hesaplanır.

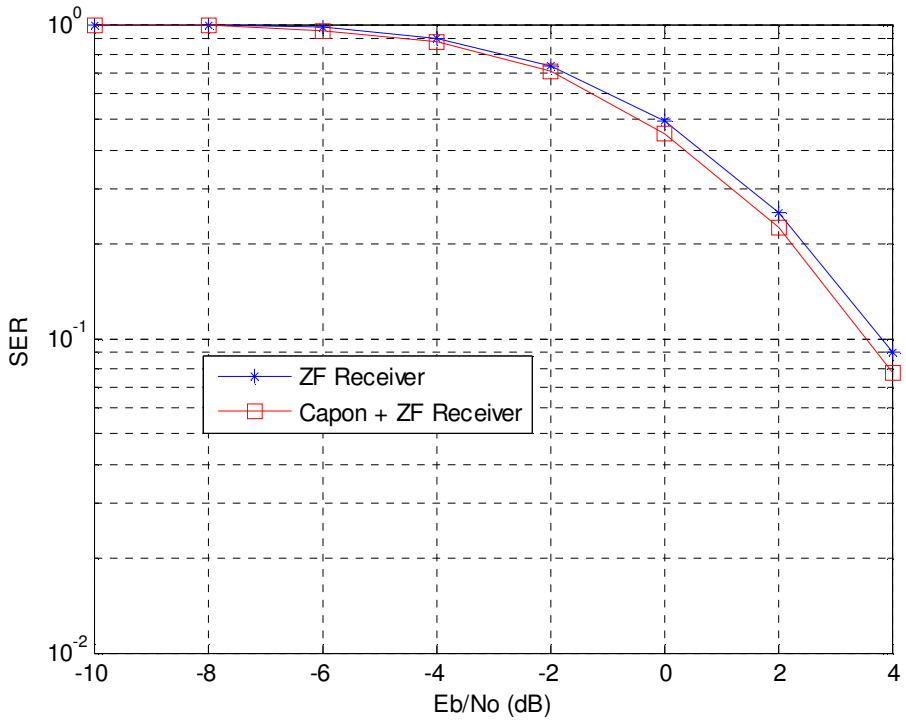
$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_M \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.14)}$$

Algılanan işaret $\hat{a}$ nın her bir elamanı $\hat{a}_i$, *i.* veri dizisi için alıcı tarafından algılanan işareti ifade etmektedir ve

$$\hat{a}_i = \{g^{(i)}\}^{+} y_i \qquad \textbf{(3.15)}$$

eşitliği yardımıyla bulunur.

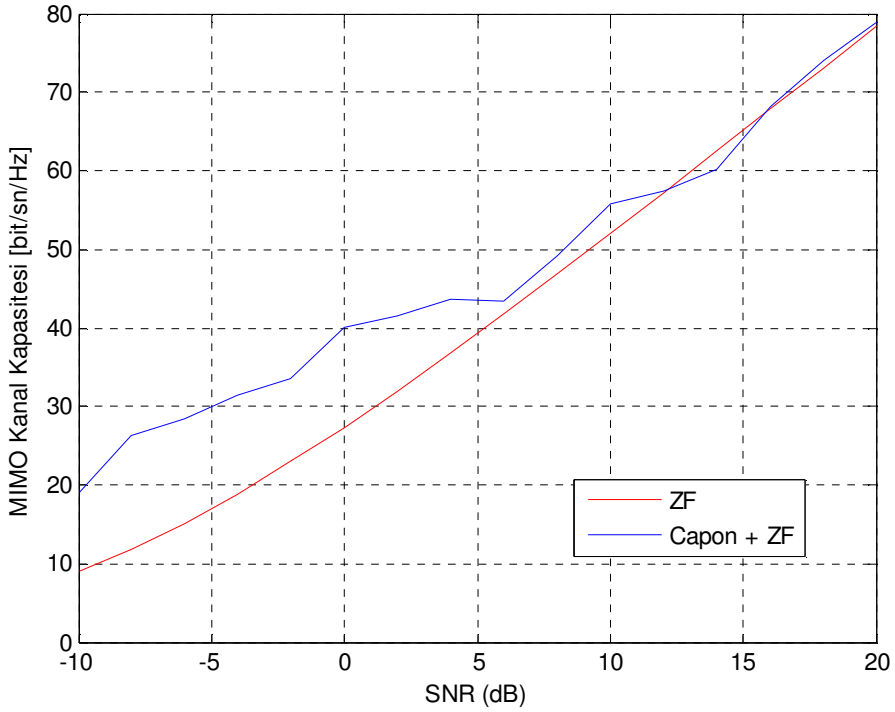
Capon huzme şekillerindiriciyle birleştirilmiş olan ZF alıcı bilinen ZF alıcıya göre daha iyi SER performansı sunmaktadır. Ayrıca, alıcı çıkışındaki SNR değeri bakımından ZF alıcıya oranla iyleştirme yapmaktadır ve böylece sistemin MIMO kanal kapasitesinin arttırılması sağlanmaktadır..



Şekil 3.1 : ZF ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcıların SER performansları

Şekil 3.1 de ZF alıcı ve Capon huzme şekillendiriciyle birleştirilmiş olan ZF alıcının SER performansları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada verici anten sayısı M= 8, alıcı anten sayısı N=12 olarak seçilmiştir ve 16 QAM modülasyon tekniği kullanılmıştır.

Benzer değerler kullanılarak şekil 3.2 de ZF ve Capon huzme şekillendiriciyle birleştirilmiş olan ZF alıcılar için MIMO kanal kapasiteleri gösterilmiştir.



Şekil 3.2 : ZF ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcılar için MIMO kanal kapasitesi

Sunulan algoritmanın nasıl çalıştığı örnek 3.1 yardımıyla açıklanmaya çalışılmıştır.

Örnek 3.1:

Bu örnekte de Örnek 2.1'de kullanılan değerleri kullanalım.

Buna göre, verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A=\{\pm i\pm 1,\pm i\pm 3,\pm 3i\pm 1,\pm 3i\pm 3\}$ olarak belirlenmiştir. Örnekte kullanılacak a iletilen işaret ,H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Bu örnekte de başlangıçtaki SNR değerimiz 8.72 dir.

Capon huzme şekillendirme yöntemine göre ilk önce iletilen işarete karşı gelen bir ağırlık matrisi oluşturulur. Bu örnek için bulunan ağırlık matrisi

$$W_{Capon} = \begin{bmatrix} 0.4955 + 0.0802i & 0.2822 - 0.3108i & 0.0854 - 0.3899i \\ 0.0742 + 0.1563i & 0.1752 - 0.4728i & 0.2285 - 0.1652i \\ 0.8079 & 0.5996 & 0.6681 \\ -0.2355 - 0.0999i & -0.0869 + 0.4500i & 0.5016 + 0.2516i \end{bmatrix}$$

biçimindedir. Daha sonra ise *G* ve *Y* vektörleri aşağıdaki gibi bulunurlar.

$$G = \begin{bmatrix} -0.6933 - 0.4793i \\ 0.9098 - 0.2394i \\ 0.8139 + 0.2497i \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0.2536 - 0.6133i \\ -0.8036 - 0.1665i \\ 0.0082 + 3.4668i \end{bmatrix}$$

$$\gamma^{(i)} = \frac{\left[w^{(i)}\right]^H R_s w^{(i)}}{\left[w^{(i)}\right]^H R_n w^{(i)}}$$

Bu durumda yukarıdaki eşitlik yardımıyla huzme şekillendirici çıkışında her bir antenden iletilen işaret için elde edilen işaret gürültü oranları sırasıyla $\gamma^{(1)} = 10.81$, $\gamma^{(2)} = 13.46$ ve $\gamma^{(3)} = 11.02$ bulunur.

Bulunan SNR değerlerinin ortalamasını aldığımızda çıkışdaki ortalama işaret gürültü oranı $SNR_{Capon} = 11.76$ olarak bulunur ki bu da ilk SNR değerimizden daha büyük bir SNR değeri demektir.

$$\frac{SNR_{Capon}}{SNR} = \frac{11.76}{8.72} = 1.34 > 1$$

Ancak huzme şekillendiricinin sağlamış olduğu SNR kazancı ZF alıcı trafından yine azaltılmaktadır. Buna rağmen yine de huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcı bilinen ZF alıcıya göre daha yüksek SNR değeri sunmaktadır.

Sunduğumuz yöntemle alıcı da

s = $(0.1662+0.7696i,\ -0.7810-0.3885i,\ 1.2035-3.8905i)^T$ işareti elde edilir ve alıcı tarafından en yakın 16 QAM işarete dönüştürülür. Alıcıda algılanan işaret

$$\hat{a} = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$$

olur ve bu işaret te başlangıçta iletilen işaretle aynıdır, alıcı tarafından işaret doğru algılanmıştır.

Alıcı çıkışındaki işaret gürültü oranı ise $SNR_{Capon+ZF}$ = 7.16 olarak hesaplanır. Bu değer her ne kadar huzme şekillendiricisi çıkışında elde edilen değerden küçük olsada ZF alıcının SNR performansından daha iyidir.

$$\frac{SNR_{Capon+ZF}}{SNR_{ZF}} = \frac{7.16}{5.54} = 1.29 > 1$$

3.3 Capon Huzme Şekillendirici ile LLSE Alıcının Birleştirilmesi

Capon huzme şekillendirici ile LLSE alıcının birleştirilmesi işlemi 3.2 de anlatılan Capon huzme şekillendirici le ZF alıcının birleştirilmesi işlemiyle büyük benzerlikler göstermektedir. İki yöntem arasındaki fark huzme şekillendirici sonrası uygulanan alıcı algoritmalarıdır. Bu bölümde huzme şekillendirici sonrası LLSE algortimasının nasıl uygulanacağı açıklanmıştır.

LLSE alıcınn huzme şekillendirici sonrasına uygulanması bir önceki bölümle (3.12) eşitliğine kadar aynıdır. Alıcı tarafından şekillendirilen kanal vektörü ve huzme çıkışındaki işaretler LLSE algoritmasındaki parametreler olarak kullanılırlar.

LLSE algoritması için (3.16) daki $Mx1$ boyutlu W vektörü kullanılır.

$$W = \begin{bmatrix} W^{(1)} \\ W^{(2)} \\ \vdots \\ W^{(M)} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.16)}$$

Burada $W^{(i)}$ *ler*

$$W^{(i)} = E_s\{g^{(i)}\}^H (E_s g^{(i)}\{g^{(i)}\}^H + N_0)^{-1} \quad \textbf{(3.17)}$$

eşitliği kullanılarak hesaplanırlar. Burada $g^{(i)}$ ler bir önceki bölümde (3.10) da hesaplanan huzme şekillendirici kanal vektörünün elemanlarıdır.

W vektörü hesaplandıktan sonra alıcı tarafından iletilen işaret (3.12) deki y_i ler yardımıyla kestirilmeye çalışılır. Bu işlem

$$\hat{a}_i = W^{(i)} y_i \quad \textbf{(3.18)}$$

eşitliği kullanılarak yapılır.

Yukarıda anlatılan süreç (3.12), (3.17) ve (3.18) eşitlikleri kullanılarak

$$\hat{a}_i = W^{(i)}_{LLSECapon} r \quad \textbf{(3.19)}$$

eşitliğine de dönüştürülebilir ve bu eşitlikte

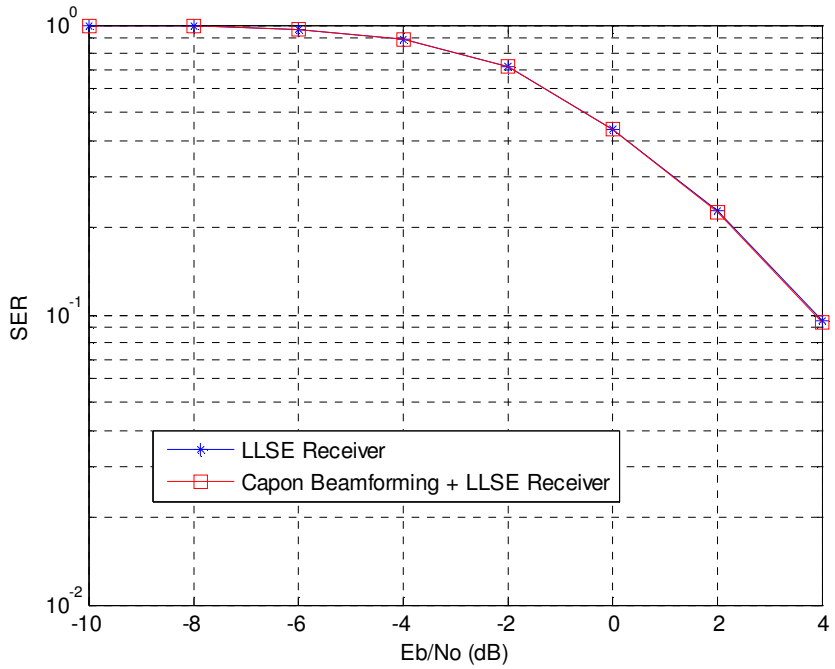
$$W^{(i)}_{LLSECapon} = E_s\{g^{(i)}\}^H (E_s g^{(i)}\{g^{(i)}\}^H + N_0)^{-1}\{w^{(i)}\}^H \quad \textbf{(3.20)}$$

değerindedir.

İşaretin algılanması işlemi yukarıdaki yöntemlerden herhangi biri kullanılarak gerçekleştirebilir. Tüm bu yukarıdaki eşitliklerden de görüldüğü gibi algılama süreci Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcı algoritmasında olduğu gibi ardışık bir süreçtir. Her bir verici anten tarafından iletilen işaret ayrı olarak algılanır ve bunun sonucunda iletilen işaretin tamamı bu işaretlerin birleştirilmesi ile (3.21) daki gibi elde edilir.

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_M \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.21)}$$

LLSE alıcı ve Capon huzme şekillendiriciyle birleştirilmiş LLSE alcının SER performansları Şekil 3.3 de gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi Capon huzme şekillendiriciyle birleştirilmiş LLSE alıcı SER performansı bakımından LLSE alıcıya hemen hemen aynı sonuçları vermektedir. Öyle ki grafikte belli olmamakla beraber çok küçük de olsa bir iyileştirme sağlamaktadır. Yinede Capon huzme şekillendirici kullanmanın ZF alıcıda olduğu gibi belirgin bir SER iyileştirmesi sağlamadığı görülmektedir.



Şekil 3.3 : LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcıların SER performansları

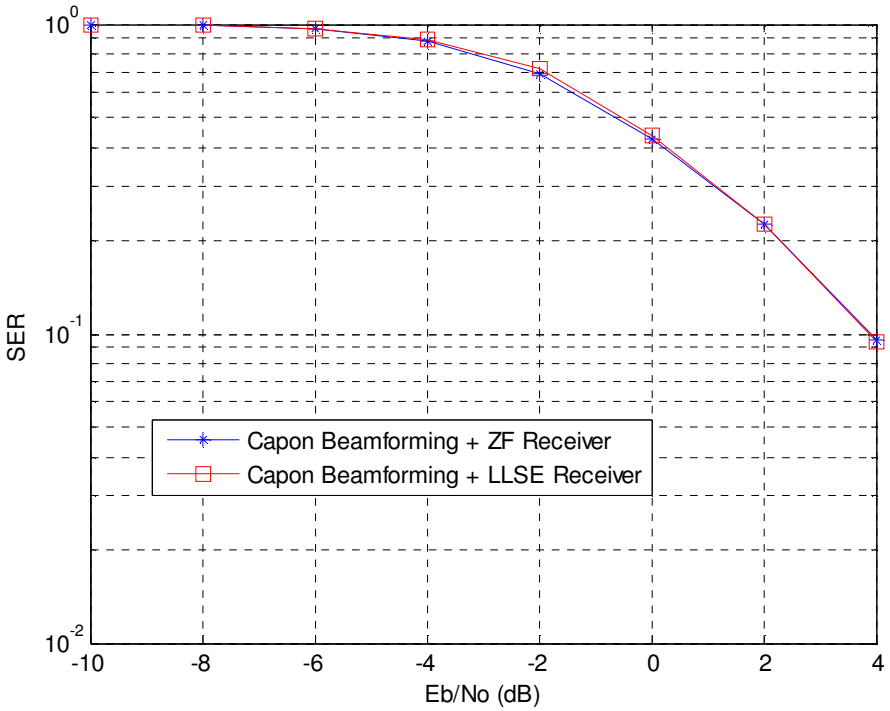
Şekil 3.4, Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcıların SER performanslarını göstermektedir. Grafikten de görüldüğü gibi iki alıcının SER performansları oldukça yakındır. Huzme şekillendiricinin kullanılmadığı durumda LLSE alıcı ZF alıcıdan daha iyi bir SER performansına sahipken, huzme şekillendiri kullanılması durumunda ZF alıcı daha iyi SER performansı sunmaktadır. Daha anlaşılır olması bakımndan tüm alıcılar için SER değerleri de Çizelge 3.1 de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 : ZF, LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve LLSE alıcıların SER performansları

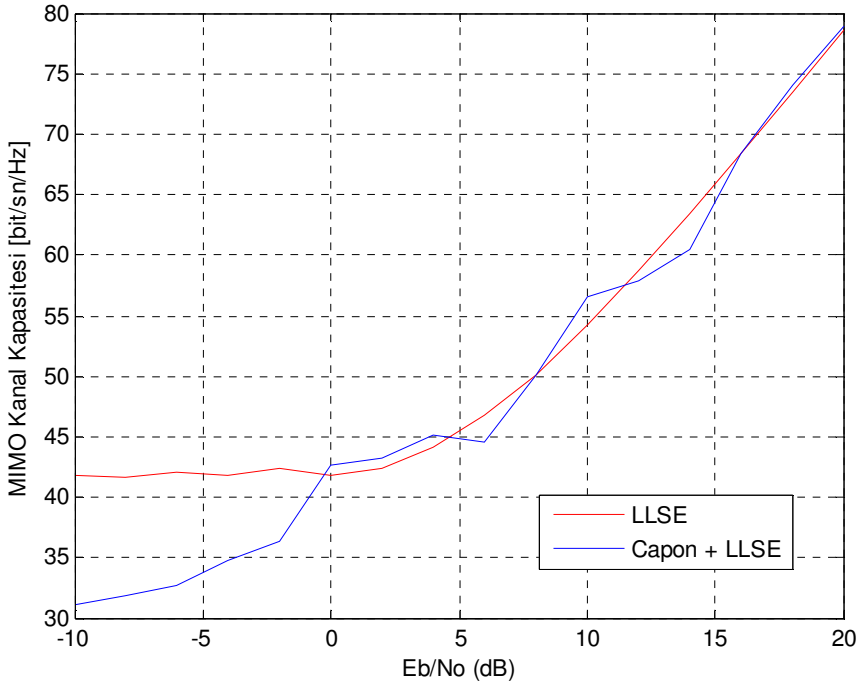
Eb/N0 (dB)	**-10**	**-8**	**-6**	**-4**	**-2**	**0**	**2**	**4**
ZF SER	0.998	0.995	0.977	0.914	0.722	0.496	0.277	0.113
LLSE SER	0.997	0.994	0.974	0.88	0.701	0.458	0.257	0.105
Capon+ZF SER	0.994	0.993	0.965	0.875	0.681	0.453	0.249	0.099
Capon+LLSE SER	0.996	0.992	0.968	0.882	0.701	0.454	0.254	0.104

Capon huzmeşekillendiriciyle birleştirilmiş LLSE alıcı algoritması daha önceki algoritmalarda olduğu gibi yine örnek kullanılarak açıklanmıştır. Örnek 3.2 ten de görüldüğü gibi LLSE alıcıyı huzme şekillendiriciyle birleştirmek SNR bakımından bir iyileştirme sağlamamaktadır. Bundan dolayı Capon huzme şekillendirici ZF alıcılarda olduğu gibi LLSE alıcılarda verimli olmamaktadır.

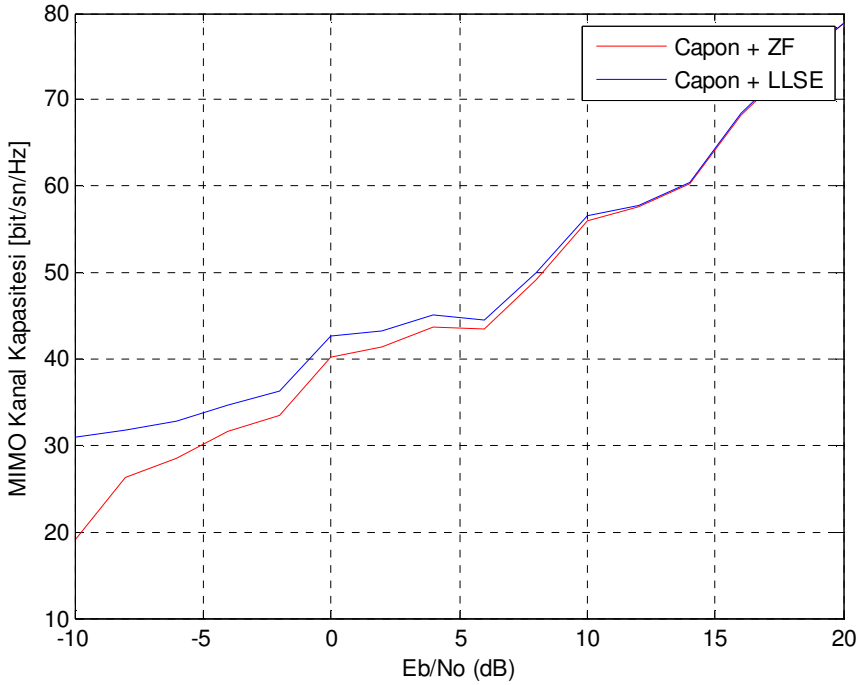
Şekil 3.5 de LLSE ve Capon huzme şekillendiri ile birleştirilmiş LLSE alıcılar için MIMO kanal kapasiteleri gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi düşük SNR değerleri için LLSE alıcının sunduğu MIMO kanal kapasitesi değeri daha yüksektir. Artan SNR değerleriyle birlikte alıcıların sundukları kanal kapasiteleri de yakınlaşmaktadır. Şekil 3.6 da ise Capon huzme şekillendiricisi ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekillendiricisi ile birleştirilmiş LLSE alıcıların sundukları MIMO kanal kapasitelri gösterilmiştir. Huzme şekillendirici kullanılması durumunda da özellikle düşük SNR değerlerinde LLSE alıcı daha yüksek MIMO kanal kapasitesi sunmaktadır.



Şekil 3.4 : Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcıların SER performansları



Şekil 3.5 : LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcılar için MIMO kanal kapasitesi



Şekil 3.6 : Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcılar için MIMO kanal kapasitesi

Örnek 3.2:

Bu örnekte de daha önceki örneklerde olduğu gibi Örnek 2.1 de kullanılan değerleri kullanalım.

Buna göre, verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A=\{\pm i\pm 1,\pm i\pm 3,\pm 3i\pm 1,\pm 3i\pm 3\}$ olarak belirlenmiştir. Örnekte kullanılacak a iletilen işaret ,H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H=\begin{bmatrix} 0.7i & 0.3-0.3i & -0.5-0.4i \\ 0.8-0.6i & 0.7-1.1i & -0.8-1.1i \\ -0.8 & 0.2+0.3i & 0.2i \\ -0.1-0.2i & 1.2-0.3i & -1.7-0.6i \end{bmatrix}$$

Bir önceki örnekte hesaplandığı gibi başlangıçtaki SNR değeri 8.72 dir.

Yukarıda verilen değerler kullanıldığında sunduğumuz algoritmada kullanılacak olan W_{Capon}, G ve Y parametreleri

$$W_{Capon}=\begin{bmatrix} 0.4955+0.0802i & 0.2822-0.3108i & 0.0854-0.3899i \\ 0.0742+0.1563i & 0.1752-0.4728i & 0.2285-0.1652i \\ 0.8079 & 0.5996 & 0.6681 \\ -0.2355-0.0999i & -0.0869+0.4500i & 0.5016+0.2516i \end{bmatrix}$$

biçimindedir. Daha sonra ise G ve Y vektörleri aşağıdaki gibi bulunurlar.

$$G=\begin{bmatrix} -0.6933-0.4793i \\ 0.9098-0.2394i \\ 0.8139+0.2497i \end{bmatrix}$$

$$Y=\begin{bmatrix} 0.2536-0.6133i \\ -0.8036-0.1665i \\ 0.0082+3.4668i \end{bmatrix}$$

olarak bulunurlar.

LLSE algoritmasında kullanılacak olan W vektörü ise

$$W = \begin{bmatrix} -0.8404 + 0.5809i \\ 0.9100 + 0.2395i \\ 0.9696 - 0.2974i \end{bmatrix}$$

olur.

Tüm bu işlemlerden sonra (3.18) kullanılarak alıcıda

s = $(0.1431+0.6627i,\ -0.6915-0.3439i,\ 1.0391+3.3591i)^T$ işareti elde edilir ve bu da en yakın 16 QAM sembole çevrilir. Sonuç olarak

$$\hat{a} = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$$

işareti bulunur ki bu da iletilen işaretle aynıdır ve alıcı tarafından doğru algılanmıştır.

Alıcı çıkışındaki SNR değeri ise $SNR_{Capon+LLSE} = 9.5$ olarak hesaplanır. Her ne kadar bu değer başlangıçtaki SNR değerinden daha büyük olsa da daha önceden de belirttiğimiz gibi LLSE alıcı çıkışında elde edilen SNR değerinden daha düşüktür. Bu sebeple Capon huzme şekillendirici ile LLSE alıcının birleştirilmesi ZF alıcıda olduğu gibi verimli olmamaktadır.

$$\frac{SNR_{Capon+LLSE}}{SNR} = \frac{9.5}{8.72} = 1.1 > 1$$

$$\frac{SNR_{Capon+LLSE}}{SNR_{LLSE}} = \frac{9.5}{9.97} = 0.95 < 1$$

4. CAPON HUZME ŞEKİLLENDİRİCİ İLE ZF VE LLSE ALICILARIN ARDIŞIL GİRİŞİM GİDERİMİ KULLANILARAK BİRLEŞTİRİLMESİ

4.1 Amaç

Daha önceki bölümlerde Capon huzme şekillendirme yöntemi, ZF ve LLSE lineer alıcılar ve bu lineer alıcılarla Capon huzme şekillendiricinin birleştirildiği yeni algoritmalar anlatılmışlardı. ZF alıcıyla capon huzme şekillendiricinin kullanılmasının ZF alıcılar için hem SER performansını hem de MIMO kanal kapasitesini arttırdığı fakat aynı verimliliğin LLSE alıcılar için sağlanamadığı gözlemlenmişti. Bu bölümde ise 3. bölümde anlatılan algoritmalara girişim giderimi yöntemi uygulanarak elde edilen SER performanslarının arttırılması amaçlanmıştır.

4.2 Capon Huzme Şekillendirici ile ZF Alıcının Ardışıl Girişim Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi

MIMO kanallarda ardışıl girişim giderim (SIC) yöntemi verici antenlerden birinden iletilen verinin algılandıktan sonra alıcıda elde edilen işaretten çıkarılması ilkesine dayanır. İsminden de anlaşıldığı gibi ardışıl girişim giderimi ardışıl bir işlem dizisidir. Verici antenlerden iletilen işaretler rastgele bir sırayla algılanır ve her bir aşamada algılanan işaret alıcıda alınmış işaretin o anki değerinden çıkartılır. Böylece zaten algılanış olan bir işaretin sonraki işaretler için girişim etkisi yaratması engellenmiş olur [12].

Bu bölümde sunduğumuz algoritmada kolaylık olması açısından işaretlerin verici antenlerden iletildikleri sırayla algılandıkları varsayılmıştır. Sunulan algoritma ilk antenden iletilen işaretin algılanmasına kadar Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcı algoritmasıyla özdeştir. Ancak ilk verici antenden iletilen işaret alıcı tarafından bulunduktan sonra bu işaret alıcıda elde edilen toplam işaret r den çıkartılır ve alıcı tarafından r işareti yeniden hesaplanır. Daha sonra bu işlem dizisi tüm verici antenlerden iletilen işaretler için M defa tekrarlanır.

Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcı algortimasında kullanılan (3.1) den (3.12)'ye kadar olan eşitlikleri Q_{ZF} olarak isimlendirilecek olursa bu bölümde sunulan algoritma adımları aşağıdaki gibi belirtilebilir:

İlk değer atama:

$$i=1 \qquad \textbf{(4.1)}$$

Ardışıl işlemler:

$$Q_{ZF}^{(i)} \qquad \textbf{(4.2)}$$

$$\widehat{a}_i = \{g^{(i)}\}^{+} y_i \qquad \textbf{(4.3)}$$

$$r_{i+1} = r_i - H^{(i)} \widehat{a}_i \qquad \textbf{(4.4)}$$

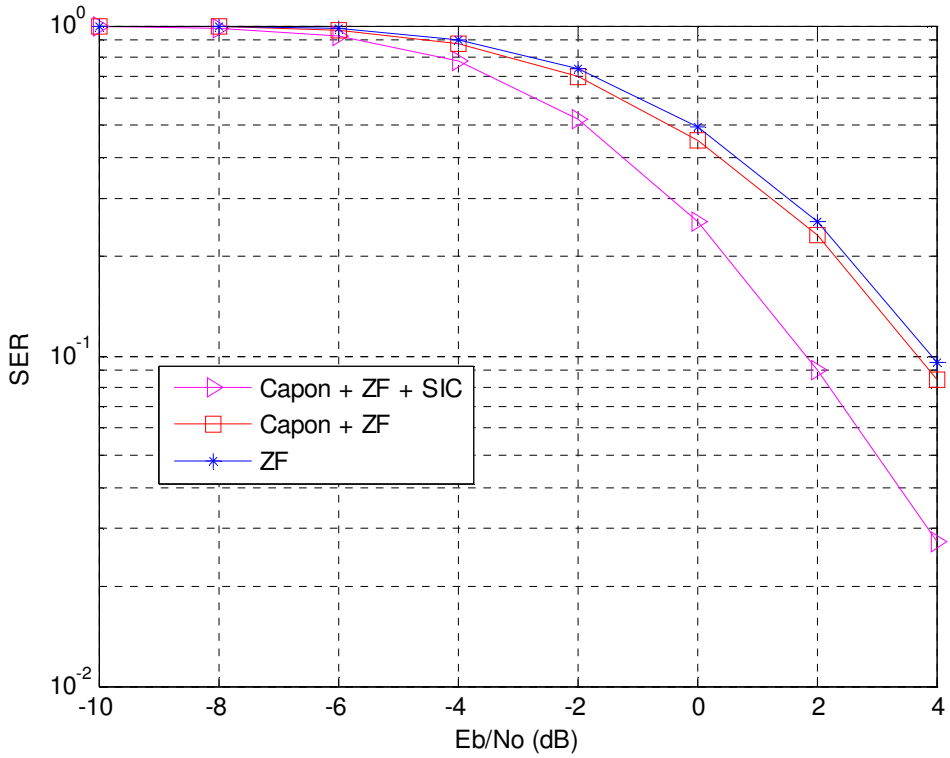
$$H_{i+1} = H_{\bar{i}} \qquad \textbf{(4.5)}$$

$$i = i+1 \qquad \textbf{(4.6)}$$

Yukarıdaki algortimada (4.5) te kullanılan $H_{\bar{i}}$, matris kanal transfer fonksiyonu H'nin matrisinin *i.* sütununun tüm elemanlarının sıfırlanmasıyla elde edilen matrisi belirtmektedir. $Q_{ZF}^{(i)}$ ise algoritmanın *i.* adımı için hesaplanan Q_{ZF} algoritmasını belirtmektedir. Bu algoritmada ilk olarak $Q_{ZF}^{(1)}$ kullanılmaktadır ve bu ilk değer Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcı algortimasına özdeştir. Sunduğumuz algoritmadaki girişim giderim işlemi (4.4) eşitliği ile yapılmaktadır ve buna göre iletilen işaret alıcı tarafından algılandıktan sonra alıcıda elde edilmiş olan toplam işaretten çıkarılmaktadır.

Algoritmanın kendisinden de görüldüğü gibi ardışıl olarak uygulanan bu algoritma alıcının karmaşıklık seviyesini arttırmaktadır. Ayrıca bu ardışıl süreçten dolayı alıcının işareti algılama süresi de artmaktadır yani bir başka deyişle alıcıdaki gecikme artmaktadır. Fakat bunun yanında SIC kullanıldığında SER performansı bakımından oldukça önemli bir iyileştirme sağlanmaktadır.

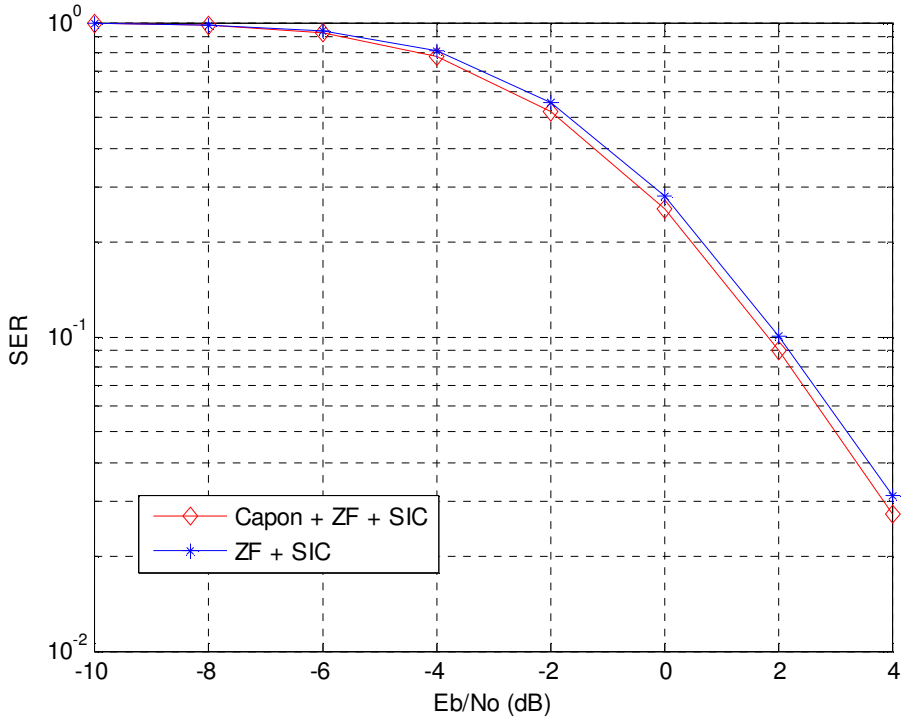
Şekil 4.1 ZF, Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekilendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcıların SER performanslarını göstermektedir. Bu simülasyon için de daha öncekilerde olduğu gibi 16 QAM modülasyon kullanılmıştır ve verici anten sayısı M=8, alıcı anten sayısı N=12 seçilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi sembol hata oranı ardışıl girişim giderim yöntemiyle birlikte önemli ölçüde artmaktadır.



Şekil 4.1 : ZF, Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekilendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcıların SER performansları

Şekil 4.2 de ise ZF ve ardışıl gürültü giderim algoritmalarının birlikte kullanıldığı alıcı ile Capon huzme şekillendirici ile ardışıl gürültü giderimi kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcı sembol hata oranı performansları bakımından karşılaştırılmışlardır. Bu simülasyon için de daha öncekilerde olduğu gibi 16 QAM modülasyon kullanılmıştır ve verici anten sayısı M=8, alıcı anten sayısı N=12 seçilmiştir.

Şekilden de görüldüğü gibi Capon huzme şekillendirici ile ardışıl gürültü giderimi kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcı, ZF ve ardışıl gürültü giderim algoritmalarının birlikte kullanıldığı alıcıya göre daha iyi SER performansı sağlamaktadır. ZF alıcının Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmesi 3. bölümde gösterildiği gibi SER perfonmasında iyileştirme sağlamaktadır ve bu iyileştirme ardışıl girişim giderimi kullanıldığında da korunmaktadır.



Şekil 4.2 : SIC kullanılmış ZF ve Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcıların SER performansları

Bu bölümde sunduğumuz Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alcı algoritması Örnek 4.1 te daha önce kullandığımız örneği kullanılarak açıklanmıştır.

Örnek 4.1

Verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A = \{\pm i \pm 1, \pm i \pm 3, \pm 3i \pm 1, \pm 3i \pm 3\}$ olarak belirlenmiştir.

Örnekte kullanılacak a iletilen işaret, H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen değerler kullanıldığında ardışıl algortimamızın ilk adımında kullanılacak $Q_{ZF}^{(1)}$ için

$$r_1 = \begin{bmatrix} 1.2 - 2.2i \\ 2.8 - 3.3i \\ -0.9 - 0.5i \\ -0.6 - 7.3i \end{bmatrix}$$

$$W_{Capon}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.4955 + 0.0802i & 0.2822 - 0.3108i & 0.0854 - 0.3899i \\ 0.0742 + 0.1563i & 0.1752 - 0.4728i & 0.2285 - 0.1652i \\ 0.8079 & 0.5996 & 0.6681 \\ -0.2355 - 0.0999i & -0.0869 + 0.4500i & 0.5016 + 0.2516i \end{bmatrix}$$

$$G^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.6933 - 0.4793i \\ 0.9098 - 0.2394i \\ 0.8139 + 0.2497i \end{bmatrix}$$

$$Y^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.2536 - 0.6133i \\ -0.8036 - 0.1665i \\ 0.0082 + 3.4668i \end{bmatrix}$$

değerleri bulunur.

Daha sonra (4.3) kullanılarak ilk verici antenden iletilen işaret s_1= 0.0040+0.7382i bulunur ve bu işaret alıcı tarafından en yakın 16 QAM sembole çvrilerek $\hat{a}_1 = 1 + i$ elde edilir..

Girişim giderimi ilkesine göre bu işaretin etkisi alınan toplam işaretten çıkarılır ve kanal matris transfer fonksiyunu H aşağıdaki gibi yeniden şekillendirilir.

$$r_2 = r_1 - H^{(1)}\hat{a}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 - 1.5i \\ 1.4 - 3.5i \\ -0.1 + 0.3i \\ -0.7 - 7.0i \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 - 0.3\text{i} & -0.5 - 0.4\text{i} \\ 0 & 0.7 - 1.1\text{i} & -0.8 - 1.1\text{i} \\ 0 & 0.2 + 0.3\text{i} & 0.2\text{i} \\ 0 & 1.2 - 0.3\text{i} & -1.7 - 0.6\text{i} \end{bmatrix}$$

Bu değerler kullanılarak $W_{Capon}^{(2)}$, $G^{(2)}$ ve $Y^{(2)}$

$$W_{Capon}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0887 - 0.0121i & 0.0453 + 0.1761i \\ 0 & 0.7177 & -0.3839 + 0.4592i \\ 0 & -0.2935 + 0.2266i & 0.2049 - 0.2507i \\ 1.0 & -0.4402 + 0.3816i & 0.7098 \end{bmatrix}$$

$$G^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1008 - 1.2717i \\ -1.5478 + 0.4748i \end{bmatrix}$$

$$Y^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.7000 - 7.0000i \\ -1.1984 + 0.6444i \\ -2.9789 - 4.3871i \end{bmatrix}$$

bulunur ve bulunan değerler yardımıyla s_2= -0.4293 - 0.9764i elde edilir ve en aykın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_2 = -1 - i$ bulunur.

Bu ardışıl süreç devam ettirildiğinde son olarak s_3= 0.7640 + 3.3730i, $\hat{a}_3 = 1 + 3i$ elde edilir. Böylece alıcı tarafından elde edilen işaret

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 1+i \\ -1-i \\ 1+3i \end{bmatrix}$$

olur ki bu işaret iletilen işaretin aynısıdır ve alıcı tarafından doğru olarak algılanmıştır.

Alıcı çıkışındaki gürültü bileşeni ise

$\begin{bmatrix} W_1^{(1)} \\ W_2^{(2)} \\ W_3^{(3)} \end{bmatrix} n$ olur ve

$SNR_{Capon+ZF+SIC}$ = 11.25 bulunur.

Görüldüğü gibi optimal SIC kullanımı alıcı çıkışında elde edilen SNR değerini önemli ölçüde arttırmaktadır.

$$\frac{SNR_{Capon+ZF+SIC}}{SNR_{Capon+ZF}} = \frac{11.25}{7.16} = 1.57$$

4.3 Capon Huzme Şekillendirici ile LLSE Alıcının Ardışıl Girişim Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi

Bu bölümde sunulan Capon huzme şekillendirici ile LLSE alıcının ardışıl girişim giderimi kullanılarak birleştirilmesi yöntemi bir önceki bölümde anlatılan Capon huzme şekillendirici ile ZF alıcının ardışıl girişim giderimi kullanılarak birleştirilmesi yöntemi ile oldukça benzerdir. İki algoritma arasındaki tek fark (4.3) teki işaretin algılanma biçimidir.

Bir önceki bölümde kullandığımız Q_{ZF} tanımına benzer şekilde bu bölümde sunduğumuz algoritmada da Q_{LLSE} tanımlaması kullanılmaktadır. Q_{LLSE} daha önceki bölümlerde anlatılan Capon huzme şekillendiricisi ağırlık matrisi W_{Capon}, huzme şekillendiricisi tarafından bulunan kanal vektörü G, işaret vektörü Y ve (3.16), (3.17) deki LLSE algoritmasına özgü W vektörünün bulunması işlemlerini kapsamaktadır. Tüm bu işlem serisi kolaylık olması açısından Q_{LLSE} olarak isimlendirilmiştir.

Sunulan algoritmanın adımları aşağıda belirtilmiştir:

İlk değer atama:

$i=1$ **(4.7)**

Ardışıl işlemler:

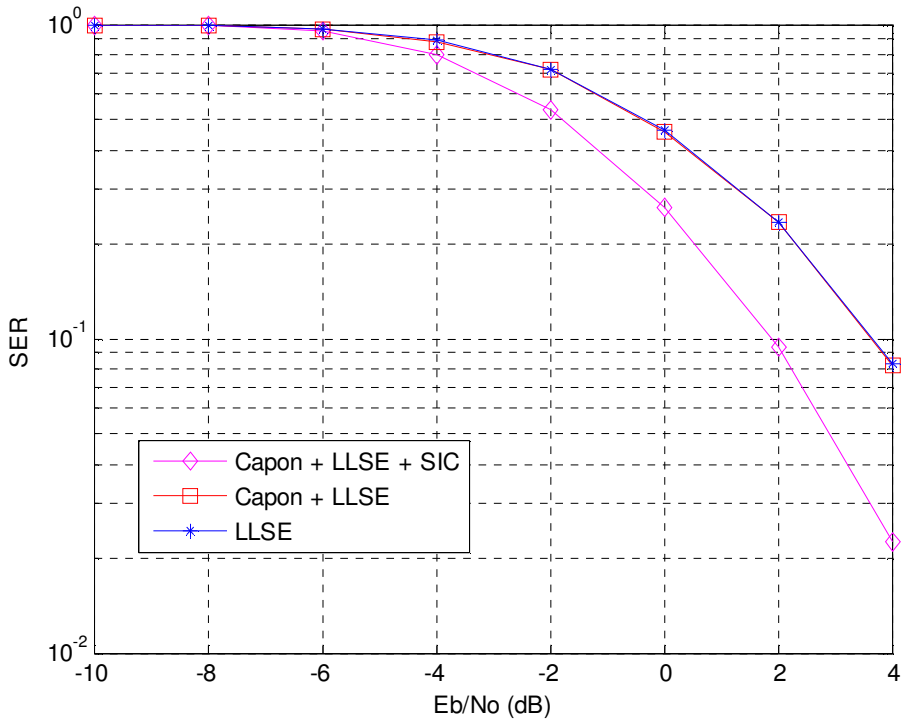
$Q_{LLSE}^{(i)}$ **(4.8)**

$\widehat{a}_i = W^{(i)} y_i$ **(4.9)**

$r_{i+1} = r_i - H^{(i)} \widehat{a}_i$ **(4.10)**

$H_{i+1} = H_{\bar{i}}$ **(4.11)**

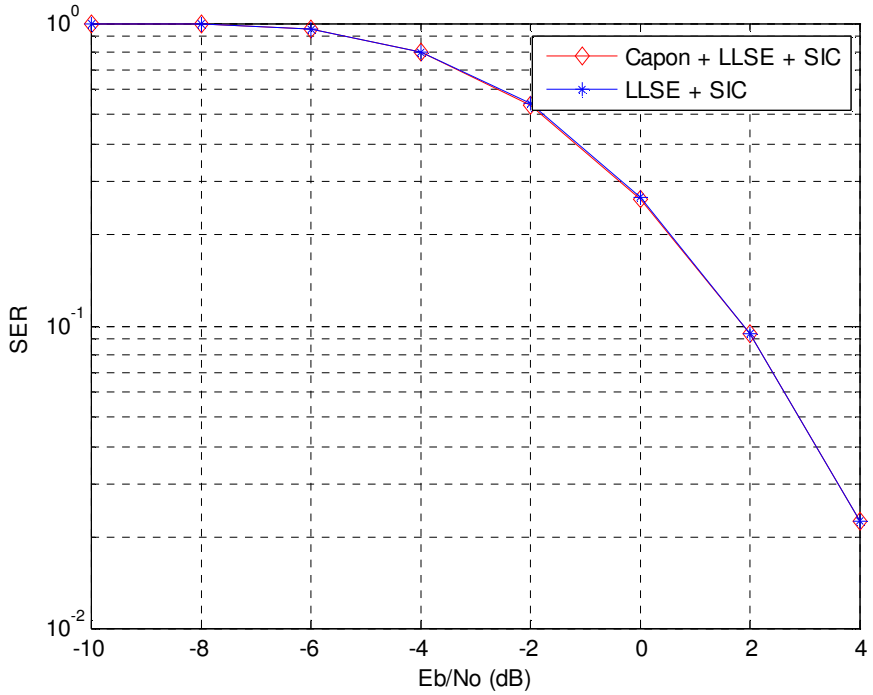
$i = i+1$ **(4.12)**



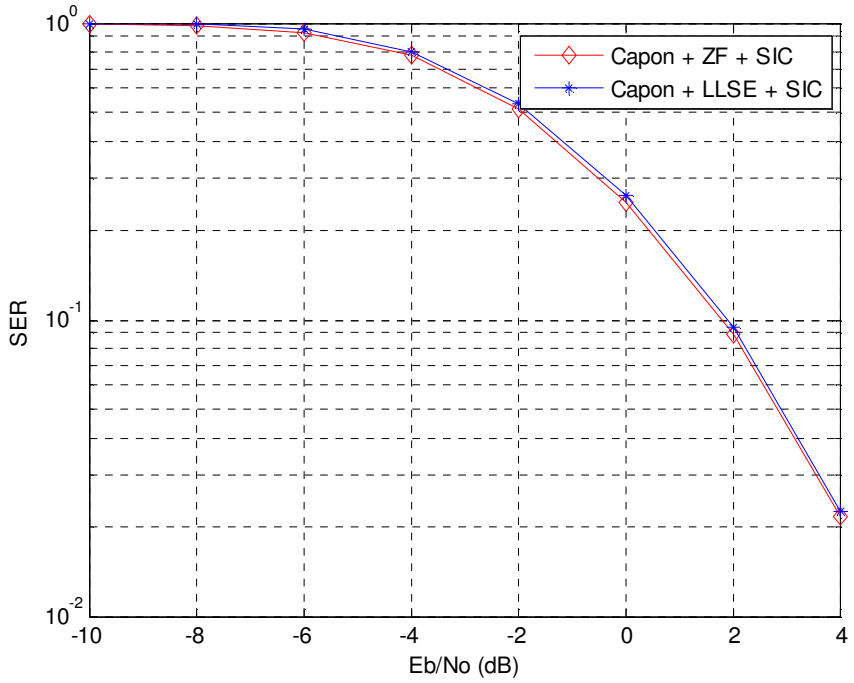
Şekil 4.3 : ZF, Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekilendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcıların SER performansları

Bir önceki bölümde gösterildiği gibi SIC kullanımı SER performansı açısından büyük bir iyileştirme sağlamaktadır. Şekil 4.3 de LLSE, Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE ve Capon huzme şekilendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE alıcıların SER performansları gösterilmiştir. Şekilden de çok açık bir şekilde görüldüğü gibi Capon huzme şekilendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE alıcı en iyi SER peformansını sağlamaktadır.

Şekil 4.4 ise Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE ve SIC kullanılmış LLSE alcıların SER performansları kıyaslanmıştır. Görüldüğü gibi karşılaştırılan iki algoritmanın sağladığı sembol hata oranı performansları birbirlerine oldukça yakındır. Bu da daha önce elde ettiğimiz verilere paralel olarak Capon huzme şekillendirici LLSE alıcyla birleştirilmesi durumunda ZF alıcıda olduğu gibi verimli olmadığını göstermektedr.



Şekil 4.4 : Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE ve SIC kullanılmış LLSE ve alıcıların SER performansları



Şekil 4.5 : Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcıların SER performansları

Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE ve Capon huzme şekillendirici ile SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcıların SER performansları da Şekil 4.5'te gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü ZF alıcıda Capon huzme şekillendirme ve ardışıl girişim giderimi daha etkili olmuştur. Tüm grafikler birlikte yorumlandığında SER performansı olarak en iyi sonucun ZF alıcının Capon huzme şekillendirici ile girişim giderimi kullanılarak birleştirildiğinde elde edildiği görülmektedir.

Bu bölümde sunduğumuz Capon huzme şekillendirici ile LLSE alıcının SIC kullanılarak birleştirildiği algoritma örnek 4.2 yardımıyla daha önce kullandığımız MIMO kanal parametreleri kullanılarak açıklanmıştır.

Örnek 4.2:

Verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A = \{\pm i \pm 1, \pm i \pm 3, \pm 3i \pm 1, \pm 3i \pm 3\}$ olarak belirlenmiştir.

Örnekte kullanılacak a iletilen işaret ,H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen değerler kullanıldığında algoritmanın ilk adımında kullanılacak $Q_{LLSE}^{(1)}$ için

$$r_1 = \begin{bmatrix} 1.2 - 2.2i \\ 2.8 - 3.3i \\ -0.9 - 0.5i \\ -0.6 - 7.3i \end{bmatrix}$$

$$W_{Capon}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.4955 + 0.0802i & 0.2822 - 0.3108i & 0.0854 - 0.3899i \\ 0.0742 + 0.1563i & 0.1752 - 0.4728i & 0.2285 - 0.1652i \\ 0.8079 & 0.5996 & 0.6681 \\ -0.2355 - 0.0999i & -0.0869 + 0.4500i & 0.5016 + 0.2516i \end{bmatrix}$$

$$G^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.6933 - 0.4793i \\ 0.9098 \; - 0.2394i \\ 0.8139 + 0.2497i \end{bmatrix}$$

$$Y^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.2536 \; - \; 0.6133i \\ -0.8036 \; - \; 0.1665i \\ 0.0082 \; + \; 3.4668i \end{bmatrix}$$

$$W^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.8404 \; + \; 0.5809i \\ 0.9100 \; + \; 0.2395i \\ 0.9696 \; - \; 0.2974i \end{bmatrix}$$

değerleri bulunur. Daha sonra (4.9) kullanılarak alıcı tarafından ilk verici anten tarafından iletilen işaret s_1= 0.2882 + 0.8026i algılanır ve bu işaret en yakın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_1 = 1 + i$ elde edilir.

Sonraki adım olarak elde ettiğimiz işaretin etkisi alıcıdaki toplam işaretten çıkartılır ve H yeniden oluşturulur. Böylece ilk işaretten kaynaklanan girişim etkisi giderilmiş olur.

$$r_2 = r_1 - H^{(1)}\hat{a}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \; - \; 1.5i \\ 1.4 \; - \; 3.5i \\ -0.1 \; + \; 0.3i \\ -0.7 \; - \; 7.0i \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 - 0.3\text{i} & -0.5 - 0.4\text{i} \\ 0 & 0.7 - 1.1\text{i} & -0.8 - 1.1\text{i} \\ 0 & 0.2 + 0.3\text{i} & 0.2\text{i} \\ 0 & 1.2 - 0.3\text{i} & -1.7 - 0.6\text{i} \end{bmatrix}$$

Bu durumda $Q_{LLSE}^{(2)}$ için

$$W_{Capon}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0887 \; - \; 0.0121i & 0.0453 \; + \; 0.1761i \\ 0 & 0.7177 & -0.3839 \; + \; 0.4592i \\ 0 & -0.2935 \; + \; 0.2266i & 0.2049 \; - \; 0.2507i \\ 1.0 & -0.4402 \; + \; 0.3816i & 0.7098 \end{bmatrix}$$

$$G^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1008 \; - \; 1.2717i \\ -1.5478 \; + 0.4748i \end{bmatrix}$$

$$Y^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.7000 - 7.0000i \\ -1.1984 + 0.6444i \\ -2.9789 - 4.3871i \end{bmatrix}$$

$$W^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0579 + 0.7300i \\ -0.5658 - 0.1735i \end{bmatrix}$$

elde edilir. Yine (4.9) kullanılarak s_2= -0.4010 - 0.9122i algılanır ve bu işaret en yakın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_2 = -1 - i$ elde edilir.

Aynı işlemler son kez üçüncü antenden iletilen işaret için de tekrarlanır ve s_3=0.7485+3.3047i algılanır. Bu işaret de en yakın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_3 = 1 + 3i$ elde edilir.

Sonuç olarak alıcı tarafından

$$\hat{a} = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$$

bulunur ve bu da iletilen işaretin aynısıdır ve alıcı tarafından doğru algılama yapılmıştır.

Alıcı çıkışındaki gürültü bileşeni ise

$\begin{bmatrix} W_1^{(1)} \\ W_2^{(2)} \\ W_3^{(3)} \end{bmatrix} n$ olur ve

$SNR_{Capon+ZF+SIC}$ = 11.25 bulunur.

Görüldüğü gibi optimal SIC kullanımı alıcı çıkışında elde edilen SNR değerini önemli ölçüde arttırmaktadır.

$$\frac{SNR_{Capon+LLSE+SIC}}{SNR_{Capon+LLSE}} = \frac{13.78}{9.5} = 1.45$$

5. CAPON HUZME ŞEKİLLENDİRİCİ İLE ZF VE LLSE LİNEER ALICILARIN OPTIMAL SIRALI ARDIŞIL GİRİŞİM GİDERİMİ KULLANILARAK BİRLEŞTİRİLMESİ

5.1 Amaç

Girişim giderimi algoritmasına göre bir önceki adımda algılanan işaretin doğruluğu büyük önem taşımaktadır ve sonraki adımların başarısını da etkilemektedir ve bu da işaretlerin algılanma sırasının elde edilecek sembol hata oranı başarımı üzerinde doğrudan etkili olması anlamına gelmektedir. Bu sebeple optimal sıralı girişim giderimi algoritması geliştirilmiştir [4] ve SER performansında önemli iyileştime sağladığı görülmüştür. Bu bölümde ardışıl girişim gideriminin optimal sırayla yapıldığı durumda Capon huzme şekillendirici ile LLSE ve ZF alıcıların birleştirilmesi ve alıcıların SER performanslarının arttırılması amaçlanmıştır.

5.2 Capon Huzme Şekillendirici ile ZF Alıcının Optimal Sıralı Ardışıl Girişim Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi

Bir iletişim kanalında alıcı tarafından alınan toplam işaretin gürültü ve iletilen işaret bileşenlerinden oluştuğu kabul edilirse, alıcı tarafından alınan toplam işarete uygulanacak olan sembol algılama algoritması her iki bileşenede uygulanmış olacaktır. Yani eğer alının işaret $r=Ha+n$ biçimindeyse alıcı tarafından bulunan W matrisi hem Ha hem de n bileşeniyle çarpılacaktır ve bu durumda $Wr=W(Ha)+Wn$ olacaktır. Bu durumda Wn değeri ne kadar küçük olursa işaretin doğru algılanma şansı da o kadar artacaktır. Bu nedenle optimal algılama sırasını da Wn değerini en küçük yapan W matrisinin satırı belirlemektedir.

Bu bölümde sunulan algoritma ile bölüm 4.2 de sunulan algoritma arasındaki tek fark verici antenlerden gönderilen işaretlerin algılanma sırasıdır. Sunduğumuz algortimada işaretlerin algılanma sırası gürültü bileşeninin en küçük olduğu işaretle başlamaktadır ve her adımda en küçük değer yeniden belirlenmektedir.

Bölüm 4.2 de tanımlanan $Q_{ZF}^{(i)}$ burada sunduğumuz algoritmada da kullanılmakdadır. Sunduğumuz algoritmanın adımları aşağıda verilmiştir:

İlk değer atama:

$i=1$ **(5.1)**

Ardışıl işlemler:

$Q_{ZF}^{(i)}$ **(5.2)**

$$W_i^{(j)} = \{g^{(j)}\}^+ \{w^{(j)}\}^H \quad \textbf{(5.3)}$$

$$k_i = \arg\min \left\| W_i^{(l)} \right\|^2 \quad \textbf{(5.4)}$$

$$\widehat{a}_{k_i} = W_i^{(k_i)} r \quad \textbf{(5.5)}$$

$$r_{i+1} = r_i - H^{(k_i)} \widehat{a}_{k_i} \quad \textbf{(5.6)}$$

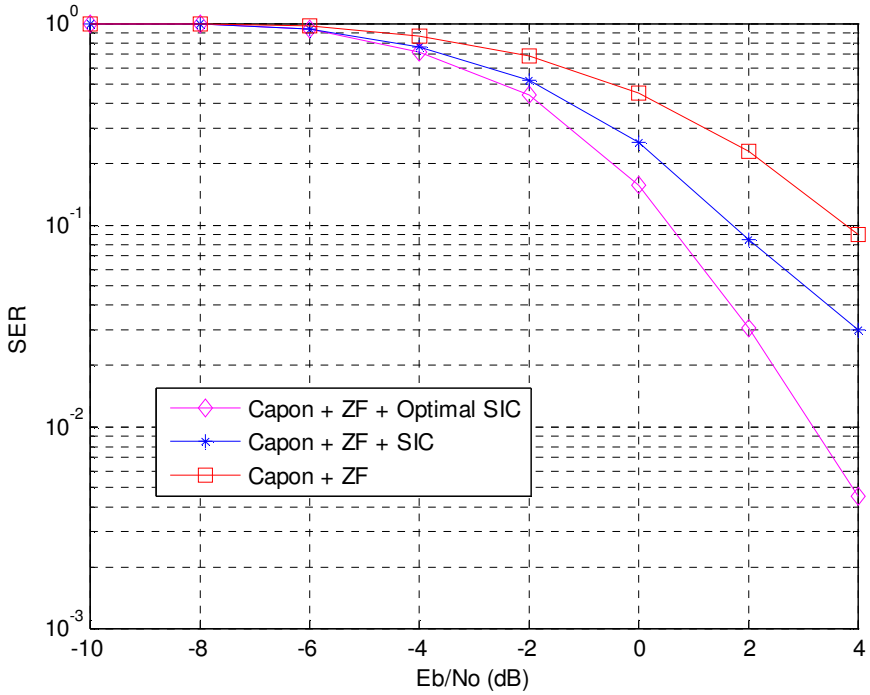
$$H_{i+1} = H_{\bar{k}_i} \quad \textbf{(5.7)}$$

$i = i+1$ **(5.8)**

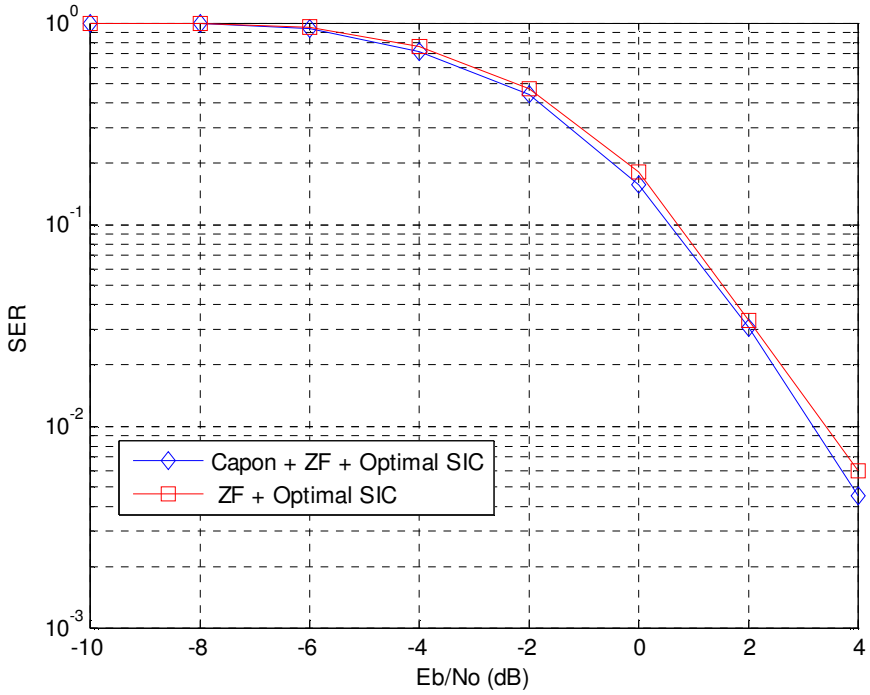
Yukarıdaki algortimada belirlenen *W* matrisi Capon huzme alıcısıyla birleştirilen ZF algoritmasındaki $y_i = \{w^{(j)}\}^H r$ ve $\widehat{a}_i = \{g^{(i)}\}^+ y_i$ eşitlikleri birleştirilerek elde edilmiştir ve $\widehat{a}_i = W^{(i)} r$ eşitliğini sağlamaktadır. $W_i^{(j)}$ ise algortmanın *i.* adımında bulunan *W* matrisinin *j.* satırını temsil etmektedir. (5.4) eşitliği ise algılanacak işaret sırasını belirlemektedir. İlk algılanacak işaret k_i belirlendikten sonra bir önceki bölümde anlatıldığı gibi algılanan işaretin etkisi alıcıda elde edilmiş toplam işaretten çıkarılır ve (5.7) de gösterildiği gibi bir sonraki adımda kulanılacak olan kanal matris transfer fonksiyonu *H*'ın k_i. sütununun tüm elemanları sıfırlanır.

Şekil 5.1 de Capon huzme şekillendirici ile optimal sıralı SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcı için SER performansı gösterilmiştir ve optimal sıralı olmayan SIC kullanıldığında elde edilen SER performansıyla karşılaştırılmıştır. Sonuçtan da görüldüğü gibi optimal sıralı SIC kullanımı SER bakımından önemli bir iyileştirme sağlamaktadır.

Benzer bir karşılaştırma şekil 5.2 de optimal SIC kullanılmış ZF ve optimal SIC kulanılarak Capon huzme şekillendirici ile birleştirimiş ZF alıcılar için yapılmıştır. Daha önceki bölümlerde elde eilen sonuçlara paralel olarak huzme şekillendiriciyle optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcının daha SER performansının daha iyi olduğu şekilden görülmektedir.



Şekil 5.1 : Capon huzme şekillendirici ile Optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcının SER performansı



Şekil 5.2 : Capon huzme şekillendirici ile Optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcı ve Optimal SIC kullanılmış ZF alıcı için SER performansları

Daha önce kulandığımız örnek değerleri kullanılarak algoritmanın nasıl çalıştığı örnek 5.1 yardımıyla açıklanmıştır.

Örnek 5.1:

Verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A = \{\pm i \pm 1, \pm i \pm 3, \pm 3i \pm 1, \pm 3i \pm 3\}$ olarak belirlenmiştir.

Örnekte kullanılacak a iletilen işaret, H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen değerler kullanıldığında ardışıl algortimanın ilk adımında

$$r_1 = \begin{bmatrix} 1.2 - 2.2i \\ 2.8 - 3.3i \\ -0.9 - 0.5i \\ -0.6 - 7.3i \end{bmatrix}$$

$$W_{Capon}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.4955 + 0.0802i & 0.2822 - 0.3108i & 0.0854 - 0.3899i \\ 0.0742 + 0.1563i & 0.1752 - 0.4728i & 0.2285 - 0.1652i \\ 0.8079 & 0.5996 & 0.6681 \\ -0.2355 - 0.0999i & -0.0869 + 0.4500i & 0.5016 + 0.2516i \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} -0.6933 - 0.4793i \\ 0.9098 - 0.2394i \\ 0.8139 + 0.2497i \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0.2536 - 0.6133i \\ -0.8036 - 0.1665i \\ 0.0082 + 3.4668i \end{bmatrix}$$

değerleri bulunur.

Algoritmanın algılama sırasını belirleyecek olan W_1 matrisi de ilk adım için

$$W_1 = \begin{bmatrix} -0.2266 + 0.6261i & -0.0656 + 0.0857i & -0.7777 + 0.3265i & 0.1398 - 0.2267i \\ 0.3594 + 0.1463i & 0.0074 + 0.6212i & 0.4591 + 0.1858i & 0.2024 - 0.3975i \\ 0.3040 - 0.0655i & 0.2172 + 0.3538i & 0.3899 + 0.0010i & -0.6021 - 0.1009i \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

$$\left\| W_1^{(1)} \right\|^2 = 1.23$$

$$\left\| W_1^{(2)} \right\|^2 = 0.98$$

$$\left\| W_1^{(3)} \right\|^2 = 0.79$$

Olduğundan ilk adım için k_1=3 seçilir. (5.5) eşitliği kullanılarak alıcı tarafından s_3=1.27 + 3.78i bulunur ve en yakın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_3 = 1 + 3i$ algılanır.

Algoritmanın ikinci adımı için r_2 ve H_2 değerleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$r_2 = \begin{bmatrix} 0.5 - 0.3i \\ 0.3 + 0.2i \\ -0.3 - 0.7i \\ -0.7 - 1.6i \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & 0 \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & 0 \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0 \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & 0 \end{bmatrix}$$

W_2 matrisi ise

$$W_2 = \begin{bmatrix} -0.0665 + 0.3503i & 0.2842 + 0.1574i & -0.4802 + 0.0631i & -0.2918 + 0.0979i \\ 0.1274 - 0.0240i & 0.1165 + 0.2454i & 0.2159 - 0.0775i & 0.4415 + 0.0709i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

bulunur ve

$$\left\| W_2^{(1)} \right\|^2 = 0.56$$

$$\left\| W_2^{(2)} \right\|^2 = 0.34$$

olduğundan $k_2 = 2$ seçilir. (5.5) yardımıyla s_2= -0.27 - 0.83i, $\hat{a}_2 = -1 - i$ bulunur.

Algoritmanın son adımı için

$$r_3 = \begin{bmatrix} 1.1 - 0.3i \\ 2.1 - 0.2i \\ -0.4 - 0.2i \\ 0.8 - 0.7i \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0.7i & 0 & 0 \\ 0.8 - 0.6i & 0 & 0 \\ -0.8 & 0 & 0 \\ -0.1 - 0.2i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 0.3211i & 0.3670 + 0.2752i & -0.3670 & -0.0459 + 0.0917i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

değerleri bulunur ve son adımda k_3=1 olduğundan s_1= 1.09+1.03i, $\hat{a}_1 = 1+i$ işareti alıcı tarafından algılanır. Sonuç olarak alıcı tarafından algılanan işaret

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 1+i \\ -1-i \\ 1+3i \end{bmatrix}$$

olur. Bu işaret iletilen işaretle aynıdır ve alıcı tarafından doğru bir algılama yapılmıştır.

Alıcı çıkışındaki gürültü bileşeni ise

$\begin{bmatrix} W_1^{(k_1)} \\ W_2^{(k_2)} \\ W_3^{(k_3)} \end{bmatrix} n$ olur ve $SNR_{Capon+ZF+opt.SIC}$= 14.1517 bulunur.

Görüldüğü gibi optimal SIC kullanımı alıcı çıkışında elde edilen SNR değerini önemli ölçüde arttırmaktadır.

$$\frac{SNR_{Capon+ZF+opt.SIC}}{SNR_{Capon+ZF+SIC}} = \frac{14.15}{11.25} = 1.25$$

5.3 Capon Huzme Şekillendirici ile LLSE Alıcının Optimal Sıralı Ardışıl Girişim Giderimi Kullanılarak Birleştirilmesi

Bölüm 4.3 te Capon huzme şekillendirici ile LLSE alıcının ardışıl gürültü güderim yöntemi kullanılarak nasıl birleştirildiği açıklanmıştı. Bu bölümde ise algoritma daha

da geliştirilerek ardışıl gürültü giderim yöntemi optimal sırayla yapılacaktır. Böylece işaretlerin algılanma sırası değiştirilecek ve SER performansının artması sağlanacaktır.

Aşağıda adımları verilmiş olan algoritma için bölüm 4.3'te tanımlanmış olan Q_{LLSE} kullanılmıştır ve sunulan algoritmanın bölüm 4.3'te verilen algoritmadan tek farkı işaretlerin algılanma sırasıdır.

İlk değer atama:

$i=1$ **(5.1)**

Ardışıl işlemler:

$Q_{LLSE}^{(i)}$ **(5.9)**

$$W_i^{(j)} = E_s\{g^{(j)}\}^H (E_s g^{(j)}\{g^{(j)}\}^H + N_0)^{-1}\{w^{(j)}\}^H \quad \textbf{(5.10)}$$

$$k_i = \arg\min \left\| W_i^{(l)} \right\|^2 \quad \textbf{(5.11)}$$

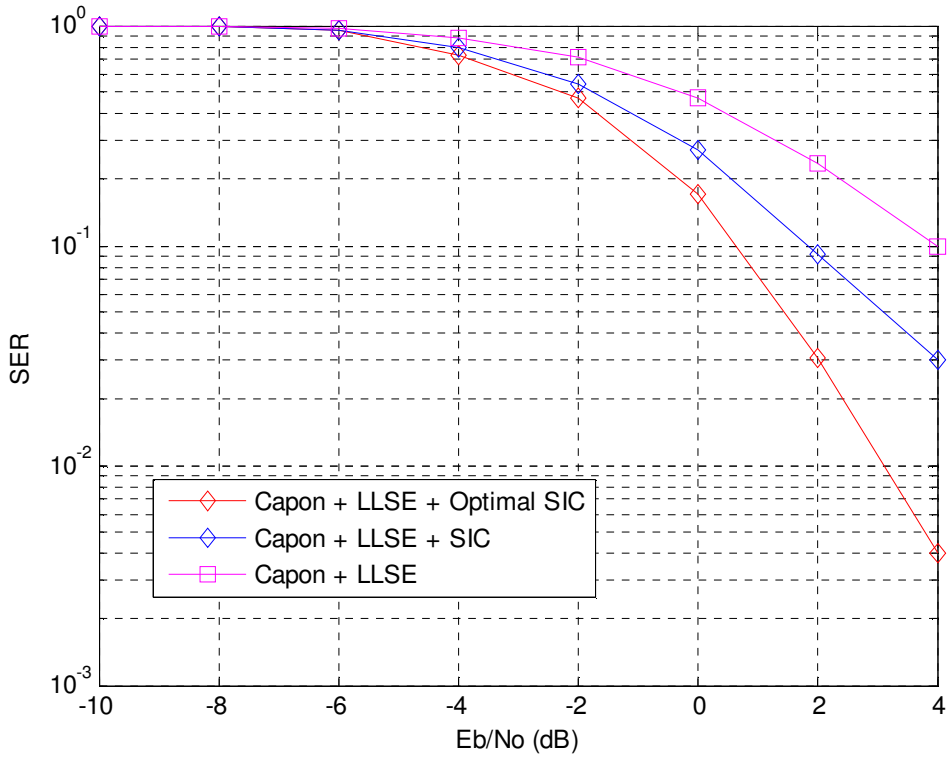
$$\widehat{a}_{k_i} = W_i^{(k_i)} r \quad \textbf{(5.12)}$$

$$r_{i+1} = r_i - H^{(k_i)} \widehat{a}_{k_i} \quad \textbf{(5.13)}$$

$$H_{i+1} = H_{\bar{k}_i} \quad \textbf{(5.14)}$$

$$i = i+1 \quad \textbf{(5.15)}$$

Yukarıdaki algortimada $W_i^{(j)}$ algortmanın *i.* adımında bulunan *W* matrisinin *j.* satırını temsil etmektedir ve (3.18) ve (3.19) eşitlikleri birleştirilerek elde edilmiştir. Algılanacak işaret sırası (5.11) eşitliği tarafından belirlemektedir ve ilk olarak k_i. antenden iletilen işaret algılanmaktadır. Daha sonra ise SIC uygulanmaktadır. Buna göre k_i. antenden gönderilen işaretin etkisi alıcıda elde edilmiş toplam işaretten çıkarılır ve (5.14) de gösterildiği gibi bir sonraki aadımda kulanılacak olan kanal matris transfer fonksiyonu *H*'ın k_i. sütununun tüm elemanları sıfırlanır. Bu algoritma *M* adımdan oluşmaktadır ve *M.* adımda tüm verici antenlerden iletilen işaretler algılanmaktadır. İletilen işaretin tamamı da alıcı tarafından algılanan işaretlerin birleştirilmesiyle elde edilmektedir.



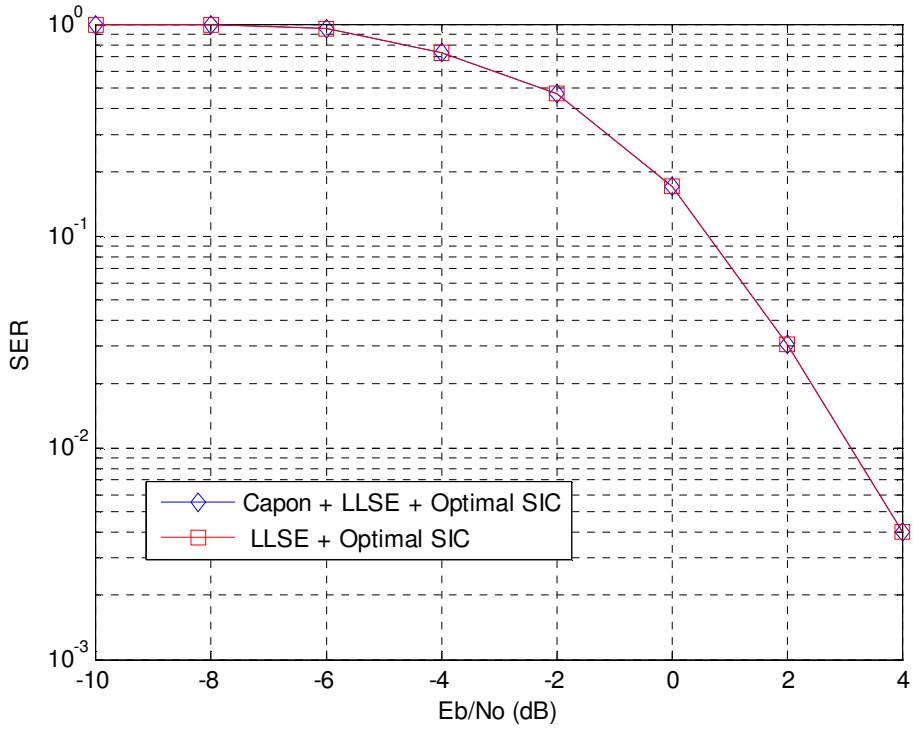
Şekil 5.3 : Capon huzme şekillendirici ile Optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE alıcının SER performansı

Optimal sıralı SIC kullanılarak Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcı ve optimal sıralı olmayan SIC kullanılarak Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcıların SER performansları şekil 5.3'te gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi optimal sıralı SIC kullanıldığında SER performansında ciddi bir artış görülmektedir.

Şekil 5.4'de ise optimal SIC kullanılmış LLSE ve optimal SIC kulanılarak Capon huzme şekillendirici ile birleştirimiş LLSE alıcılar karşılaştırılmıştır. Capon huzme şekillendiricinin LLSE alıcılar için ZF alıclılarda olduğu kadar verimli olmadığı sonuçtan açıkca görülmektedir.

Capon huzme şekillendirici ile optimal sıralı SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF ve LLSE alıcıların SER performansları şekil 5.5'te gösterilmiştir. Capon huzme şekillendiricinin sağlamış olduğu iyileştirme sayesinde ZF alıcının SER peformansı LLSE alıcının SER performansından az da olsa daha iyidir. Halbuki şekil 5.6'dan da görüldüğü gibi Capon huzme şekillendirici kullanılmadığında optimal SIC

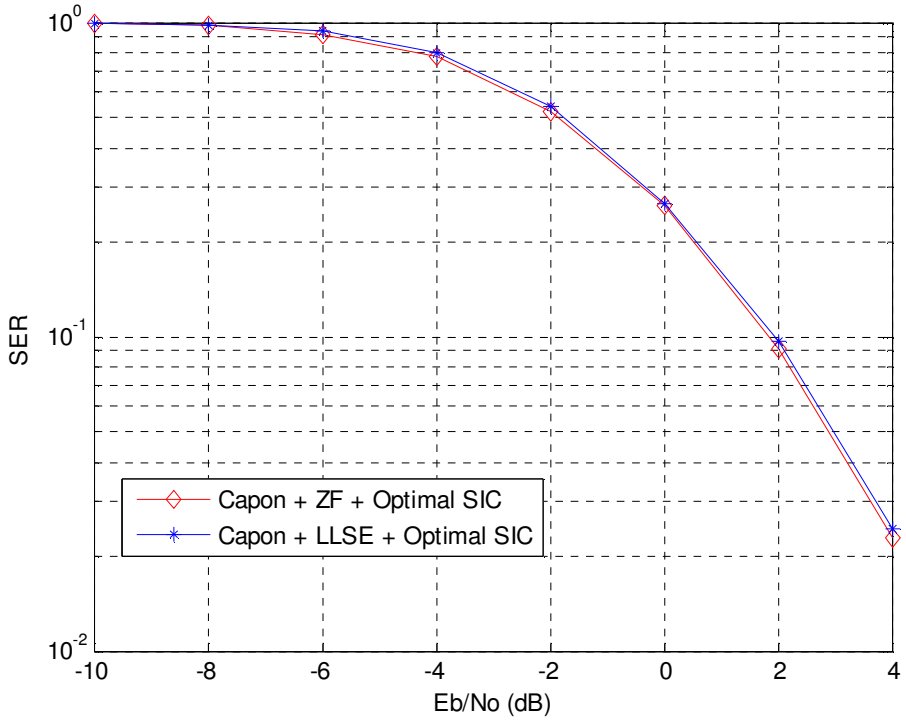
kullanılmış LLSE alıcı optimal SIC kullanılmış ZF alıcıdan azda olsa daha iyi SER performansı sunmaktadır.



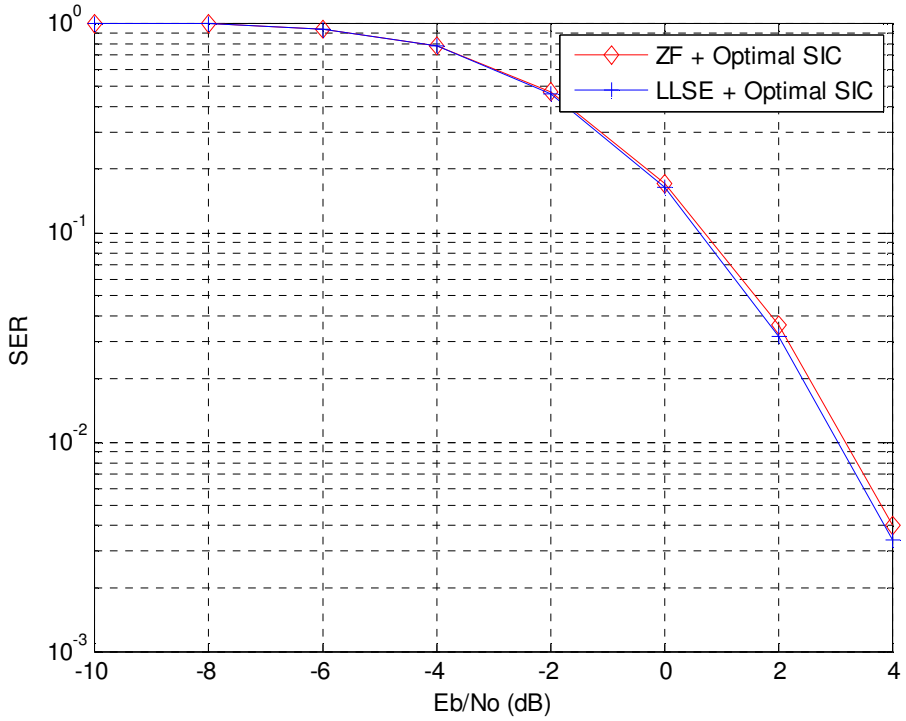
Şekil 5.4 : Capon huzme şekillendirici ile Optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE alıcı ve Optimal SIC kullanılmış LLSE alıcı için SER performansları

Elde edilen tüm sonuçlar göz önüne alındığında, en iyi SER performasının Capon huzme şekillendirici ile optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş ZF alıcı tarafından sunulduğu görülmektedir. Çizelge 5.1 optimal sıralı SIC kullanılmış tüm alcılar için SER değerlerini göstermektedir. Çizelgeden optimal sıralı SIC kullanılarak Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF alıcının en iyi sonucu verdiği daha net görülmektedir. Ayrıca şekil 5.4 te belli olmayan Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcının sağladığı SER performansındaki küçük iyileştirme de yine çizelge yardımıyla daha net gösterilmiştir.

Sunulan algortimanın akışı daha önce kulanılan örnek değerleri kullanılarak örnek 5.2 yardımıyla açıklanmıştır.



Şekil 5.5 : Capon huzme şekillendirici ile Optimal SIC kullanılarak birleştirilmiş LLSE ve ZF alıcılar için SER performansı



Şekil 5.6 : Optimal SIC kullanılmış ZF ve LLSE alıcılar için SER performansı

Çizelge 5.1 : ZF, LLSE , Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş LLSE alıcıların optimal SIC kullanılması durumunda SER performansları

Eb/N0 (dB)	**-10**	**-8**	**-6**	**-4**	**-2**	**0**	**2**	**4**
ZF + Optimal SIC	0.9992	0.9840	0.9344	0.7716	0.4720	0.1780	0.0316	0.0068
LLSE + Optimal SIC	0.9992	0.9880	0.9288	0.7728	0.4632	0.1712	0.0308	0.0072
Capon+ZF + Optimal SIC	0.9968	0.9816	0.9120	0.7500	0.4472	0.1616	0.0304	0.0060
Capon+LLSE Optimal SIC	0.9992	0.9868	0.9296	0.7692	0.4628	0.1696	0.0308	0.0072

Örnek 5.2:

Verici ve alıcı anten sayıları M=3, N=4 seçilmiştir, 16 QAM modülasyon kullanılmaktadır ve sembol kümesi $A = \{\pm i \pm 1, \pm i \pm 3, \pm 3i \pm 1, \pm 3i \pm 3\}$ olarak belirlenmiştir.

Örnekte kullanılacak a iletilen işaret, H matris kanal transfer fonksiyonu ve n toplamsal gürültü bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$a = (1+i, -1-i, 1+3i)^T$, $n = (0.4+0.4i,\ 0.7-0.4i,\ 0.4+0.6i,\ 0.7-0.4i)^T$

$$H = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & -0.5 - 0.4i \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & -0.8 - 1.1i \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0.2i \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & -1.7 - 0.6i \end{bmatrix}$$

Ardışıl algortimanın ilk adımı için

$$r_1 = \begin{bmatrix} 1.2 - 2.2i \\ 2.8 - 3.3i \\ -0.9 - 0.5i \\ -0.6 - 7.3i \end{bmatrix}$$

$$W_{Capon}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.4955 + 0.0802i & 0.2822 - 0.3108i & 0.0854 - 0.3899i \\ 0.0742 + 0.1563i & 0.1752 - 0.4728i & 0.2285 - 0.1652i \\ 0.8079 & 0.5996 & 0.6681 \\ -0.2355 - 0.0999i & -0.0869 + 0.4500i & 0.5016 + 0.2516i \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} -0.6933 - 0.4793i \\ 0.9098 - 0.2394i \\ 0.8139 + 0.2497i \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0.2536 - 0.6133i \\ -0.8036 - 0.1665i \\ 0.0082 + 3.4668i \end{bmatrix}$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} -0.1984 + 0.5483i & -0.0574 + 0.0750i & -0.6811 + 0.2859i & 0.1224 - 0.1985i \\ 0.3230 + 0.1315i & 0.0067 + 0.5585i & 0.4127 + 0.1671i & 0.1819 - 0.3573i \\ 0.2787 - 0.0600i & 0.1990 + 0.3243i & 0.3574 + 0.0009i & -0.5518 - 0.0925i \end{bmatrix}$$

değerleri bulunur.

Bu değerlere göre

$$\left\| W_1^{(1)} \right\|^2 = 0.94$$

$$\left\| W_1^{(2)} \right\|^2 = 0.79$$

$$\left\| W_1^{(3)} \right\|^2 = 0.66$$

olur ve bundan dolayı ilk adım için k_1=3 seçilir. (5.12) eşitliği kullanılarak alıcı tarafından s_3 = 1.16+3.47i bulunur ve en yakın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_3 = 1 + 3i$ algılanır.

2. adım için ise

$$r_2 = \begin{bmatrix} 0.5 - 0.3i \\ 0.3 + 0.2i \\ -0.3 - 0.7i \\ -0.7 - 1.6i \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.7i & 0.3 - 0.3i & 0 \\ 0.8 - 0.6i & 0.7 - 1.1i & 0 \\ -0.8 & 0.2 + 0.3i & 0 \\ -0.1 - 0.2i & 1.2 - 0.3i & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} -0.0624 + 0.3291\text{i} & 0.2670 + 0.1478\text{i} & -0.4512 + 0.0592\text{i} & -0.2741 + 0.0920\text{i} \\ 0.1226 - 0.0231\text{i} & 0.1121 + 0.2361\text{i} & 0.2077 - 0.0746\text{i} & 0.4248 + 0.0682\text{i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

biçiminde olur.

W_2 için

$$\left\| W_2^{(2)} \right\|^2 = 0.49$$

$$\left\| W_2^{(3)} \right\|^2 = 0.31$$

olur ki bu durumda da k_2=2 seçilir.

Yine ilk adımda yapıldığı gibi (5.12) kullanılarak s_2 = -0.26-0.80i bulunur ve en yakın 16 QAM sembole çevrilerek $\hat{a}_2 = -1 - i$ algılanır.

Son adımda

$$r_3 = \begin{bmatrix} 1.1 - 0.3i \\ 2.1 - 0.2i \\ -0.4 - 0.2i \\ 0.8 - 0.7i \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0.7i & 0 & 0 \\ 0.8 - 0.6i & 0 & 0 \\ -0.8 & 0 & 0 \\ -0.1 - 0.2i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 0.3051i & 0.3486 + 0.2615i & -0.3486 & -0.0436 + 0.0872i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

bulunur.

k_3=1 olduğundan s_1= 1.04 + 0.98i, $\hat{a}_1 = 1 + i$ işareti alıcı tarafından algılanır. Sonuç olarak alıcı tarafından algılanan işaret

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 1+i \\ -1-i \\ 1+3i \end{bmatrix}$$

olur. Görüldüğü gibi algılanan işaret iletilen işaretle aynıdır.

Alıcı çıkışındaki gürültü bileşeni ise

$$\begin{bmatrix} W_1^{(k_1)} \\ W_2^{(k_2)} \\ W_3^{(k_3)} \end{bmatrix} n$$

olur. Böylece $SNR_{Capon+LLSE+Opt.SIC}$ =15.97 bulunur ki bu değer daha önce bulunan SNR değerlerinden yüksektir.

$$\frac{SNR_{Capon+LLSE+opt.SIC}}{SNR_{Capon+ZF+SIC}} = \frac{15.97}{13.78} = 1.15$$

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında MIMO kanallar için Capon huzme şekillendirici yardımlı yeni sembol algılama algoritmaları geliştirilmiştir. Capon huzme şekilendirici kullanımının ZF alıcılar için oldukça verimli olduğu ancak LLSE alıcılar için aynı oranda verimli olmadığı gözlenmiştir.

Capon huzme şekillendirici yardımıyla ZF alıcı çıkışındaki SNR değerinin ZF alıcı çıkışındaki SNR değerini aştığı, bu sayede MIMO kanal kapasitesinin de arttırıldığı bu tez çalışmasında gösterilmiştir. Ayrıca Capon huzme şekillendiriciyle birleştirilmesi durumunda ZF alıcının SER performansının da iyileştiği görülmüştür. Bunun üzerine Capon huzme şekillendirici ile birleştirilmiş ZF ve LLSE alıcılar için alıcının karmaşıklık seviyesini arttıran fakat daha iyi SER performansı elde edilmesini sağlayan SIC ve optimal sıralı SIC algoritmaları geliştirilmiştir. Asıl amacı SER performansını arttırmak olan bu algoritmaların kullanılan örneklerden de görüldüğü gibi alıcı çıkışındaki SNR değerini dolayısıyla MIMO kanal kapasitesini de arttırdıkları görülmüştür. SIC ve optimal SIC kullanıldığında da daha önceki algoritmalarda olduğu gibi en iyi SER performansını Capon huzme şekillendirici le birleştirilmiş ZF alıcının verdiği görülmüştür.

Capon huzme şekillendirici kullanımı LLSE alıcılarda ise ZF alcılarda olduğu kadar verimli olmamaktadır. Huzme şekillendirici LLSE alıcılar için çok belirgin olmamakla beraber SER performansında iyileştirme sağlamakla beraber özellikle düşük SNR değerlerinde daha düşük MIMO kanal kapasitesine neden olmaktadır. Tez çalışması sırasında geliştirilen SIC ve optimal SIC yardımlı algoritmalarda da benzer performanslar gözlenmiştir.

Sunduğumuz algoritmaların en büyük dezavantajı alıcının karmaşıklığını arttırmasıdır. Huzme şekillendiricinin ardışıl bir algoritmayla çalışması alıcının karar verme süresini arttırmaktadır. Buna ek olarak ardışıl gürültü giderimi algortimalarıyla birleştirildiğinde ise algortima karmaşıklığı önemli ölçüde artmaktadır fakat elde edilen SER performansında büyük iyileştirme sağlanmaktadır.

MIMO kanallar kablosuz haberleşme alanında yakın yıllarda önemli araştırma konularından biri olmuştur ve STBC kullanımının MIMO kanallarda SER performansında önemli iyileştirmeler sağladığı bilinmektedir. Bu çalışmanın devamı oalrak SER performansında iyileştirme sağlanabilmesi amacıyla STBC kullanılarak Capon huzme şekillendirici ve ZF alıcıların birleştirilmesi amaçlanabilir. Daha sonra ise karmaşıklık seviyesini arttırmasına rağmen SIC algoritmalarıya elde edilen performansların arttırılması sağlanabilir.

KAYNAKLAR

[1] **Telatar, I. E.**, 1999: Capacity of multi-anetnna gaussian channels, *Eur. Trans. Tel., Vol **10***, pp 585-595

[2] **Van Zelst, A.,** 2000: Space Division Multiplexing Algorithms, *10th Mediterranean Electrotechnical Conference, Melecon 2000, Vol **3*** pp.1218-1221

[3] **Paulraj, A., Nabar, R., Gore, D.,** 2003: *Introduction to Space-Time Wireless Communications*, Cambridge University Press, pp. 148-156

[4] **Wolniansky, P. W., Foschini, J., Golden, G. D., Valenzuela, R. A.,** 1998: V-BLAST: An Architecture for Realizing Very High Data Rates Over the Rich-scattering Wireless Channel, *URSI International Symposium*, pp. 295-300

[5] **Alamouti, S. M.,** 1998: A simple transmit diversity technique for wireless communications, *IEEE J. Select. Areas Communications. Vol. **16***, no. 8, pp. 1451-1458.

[6] **Litva, J., Lo, T. K.,** 1996: *Digital Beamforming In Wireless Communications,* Artech House, pp. 38-42

[7] **Horn, R. A., Johnson, C. R.,** 1985: *Matrix Analysis*, Cambridge University Press pp. 177-181

[8] **BÄolcskei, H., and Paulraj, A. J**., 2002: *Multiple-input multiple-output (MIMO) wireless systems,* CRC Press, pp. 90.1-90.14.

[9] **Holter, B.,** On the capacity of the MIMO Channel - A tutorial Introduction, Norwegian University of Science and Technology, Dept. Telecomm [online]

[10] **Yapıcı, Y.,** 2005: *V-Blast/MAP: A New Symbol Detection Algorithm for MIMO Channels*, MSc Thesis, Department of Electrical and Electronics Engineering, Bilkent University, pp. 9-12

[11] **Sun, C., Karmakar, N. C., Lim, S. L., Feng, A.,** 2004: Combining Beamforming with Alamouti scheme for Multiuser MIMO communications, *IEEE Vehicular Technology Conference, Vol **2***, pp. 1415-1419

[12] **Tse, D., Viswanath, P.,** 2005: *Fundamental of Wireless Communications*, Cambridge University Press, p. 355

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad:	**İlhami GÖZCÜ**
Doğum Yeri ve Tarihi:	**21 Aralık 1985**
Adres:	**Güzeltepe Mahallesi Büyük Namazgah Cad. 19/3 Üsküdar - İstanbul**
Lisans Üniversite:	**İstanbul Teknik Üniversitesi**