**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# KÜTLE AKTARIM DİSK SALINIMLARININ EKSENEL SİMETRİYE SAHİP OLMAYAN KÜBİK PERTÜRBASYONLA KARARLILIK ANALİZİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Nur ALAN**

**Anabilim Dalı: Fizik**
**Programı: Fizik Mühendisliği**

**Tez Danışmanı: Yard. Doç. Dr. Kazım Yavuz EKŞİ**

**HAZİRAN 2007**

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# KÜTLE AKTARIM DİSK SALINIMLARININ EKSENEL SİMETRİYE SAHİP OLMAYAN KÜBİK PERTÜRBASYONLA KARARLILIK ANALİZİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Nur ALAN**

**Anabilim Dalı : FİZİK**

**Programı : FİZİK MÜHENDİSLİĞİ**

**HAZİRAN 2007**

## ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince gösterdiği ilgi ve özveriden dolayı danışman hocam sayın Yard. Doç. Dr. Kazım Yavuz Ekşi'ye teşekkür eder, destek ve inançlarını benden esirgemeyen ailem ve sevgili nişanlıma sonsuz nedenli teşekkürlerimi bu vesileyle sunmak isterim.

**İÇİNDEKİLER**


| | |
|---|---|
| **KISALTMALAR** | **iii** |
| **ŞEKİL LİSTESİ** | **iv** |
| **ÖZET** | **v** |
| **SUMMARY** | **vi** |
| **1. GİRİŞ** | **1** |
| 1.1. Kütle Aktarım Diskleri | 2 |
| 1.1.1. Aktif Galaktik Çekirdekler (AGN) | 2 |
| 1.1.2. İkili Yıldız Sistemleri | 3 |
| 1.1.2.1. Yüksek Kütleli X-ışınım Çiftleri | 3 |
| 1.1.2.2. Düşük Kütleli X-ışınım Çiftleri | 3 |
| 1.2. Kütle Aktarım Disklerinin Oluşumu, Aktarım süreci ve Işınımı | 3 |
| 1.2.1. Kütle Aktarım Diskinin Oluşumu | 3 |
| 1.2.2. Kütle Aktarım Süreci | 4 |
| **2. TEMEL HİDRODİNAMİK DENKLEMLER** | **5** |
| **3. DİSKLERDE HİDRODİNAMİK KARARLILIK ANALİZİ** | **7** |
| 3.1. Kararlılık Analizi Aşamaları | 7 |
| 3.2. Dönen Akışkanlarda Eksenel Simetriyi Bozan Pertürbasyonlar | 8 |
| **4. KÜBİK PERTURBASYONLU İNCE DİSK DENKLEMLERİ** | **9** |
| 4.1. Kübik Pertürbasyon | 9 |
| 4.2. Koordinat Dönüşümü | 10 |
| 4.3. Farklı Mertebelerde Disk Denklemleri | 11 |
| 4.4. Lineer Olmayan Schrödinger Denkleminin Eldesi | 17 |
| **5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA** | **22** |
| **KAYNAKLAR** | **23** |
| **ÖZGEÇMİŞ** | **25** |

## KISALTMALAR

**AGN** : Active Galactic Nuclei (Aktif Galaktik Çekirdek)

**QPO** : Quasi Periodic Oscillations (Harmoniğimsi Salınımlar)

**WKBJ** : Wentzel-Kramers-Brillouin-Jeffreys Yaklaşıklığı

## ŞEKİL LİSTESİ

**Sayfa No**

**Şekil 1.1** **:** İkili bir Yıldız sisteminde Kütle Aktarım Diski……... 2

**Şekil 1.2** **:** Roche Lobu..... 4

# KÜTLE AKTARIM DİSK SALINIMLARININ EKSENEL SİMETRİYE SAHİP OLMAYAN KÜBİK PERTÜRBASYONLA KARARLILIK ANALİZİ

## ÖZET


Açısal momentuma sahip bir gaz zamanla basıklaşarak disk biçimini alır. En bilinen örnek disk biçimli galaksiler olmak üzere pek çok astrofiziksel sistem disk içerir. Gezegen sistemlerinin yıldız etrafındaki diskin evrimi sonucunda ortaya çıktığı düşünülmektedir. Genç yıldızların etrafında disklerin gözlenmesi bu düşünceyi desteklemektedir.

Günümüzde her galaksinin merkezinde $10^6$-$10^8$ Güneş kütlesinde bir karadelik olduğu düşünülmektedir. Kuasar gibi aktif galaksilerin yüksek ışıma gücünü açıklayabilen en başarılı modeller merkezdeki karadeliğin, etrafındaki bir diskten kütle aktarımı yaptığını öne sürmektedir. Eşlikçi yıldızın karadelik, nötron yıldızı veya beyaz cüce gibi bir tıkız nesne olduğu ikili yıldız sistemlerinde eşlikçi yıldızdan tıkız nesne üzerine kütle aktarımı da bir disk aracılığıyla gerçekleşir. X-ışınım çiftleri'nin enerji kaynağı bu "kütle aktarım diski"nde içeri taşınan maddenin kütleçekimsel potansiyel enerjisidir.

Karadeliklerin varlığına ilişkin en doğrudan gözlemsel kanıtlar ikili yıldız sisteminde yer alan bir karadeliğin etrafındaki kütle aktarım diskinin dinamiğinden elde edilebilir. X-ışınım çiftleri ve kuasarların keşfiyle birlikte kütle aktarım disklerinin dinamiği astrofizikte yoğun araştırılan bir konu olmuştur. X-ışınımı çiftlerinin güç yoğunluk spektrumunda gözlemlenen harmoniğimsi peryodik salınımların (QPO) diskin iç kısımlarından geldiği anlaşılmıştır. QPO'ların diske ait salınımlar ile ilişkili olabileceği öne sürülmüştür.

Bu tezde bir tıkız nesne etrafındaki kütle aktarım diskinin salınımları eksenel simetriyi bozan pertürbasyonların bir sonucu olarak ele alınmıştır. Sonlu genlikteki pertürbasyonlar 3. mertebeden yaklaşıklıkta incelenerek salınımların evrimi için, solitonik dalga çözümlerine sahip olduğu bilinen, lineer olmayan Schrödinger denklemi elde edilmiştir. Son olarak bu denklemin analitik çözümü verilerek pertürbasyonun zayıf lineer olmayan yaklaşıklıktaki evrimi ortaya konmuştur. Kütle aktarım disklerine ait salınımların solitonik dalga olması harmoniğimsi peryodik salınımların merkezdeki nesnenin niteliğinden bağımsız özelliklerini açıklayabilmek bakımından önemli olabilir.

## STABILITY ANALYSIS OF ACCRETION DISK OSCILLATIONS WITH NON-AXISYMMETRIC CUBIC PERTURBATIONS

## SUMMARY

A gas with angular momentum becomes disk shaped in time. Many astrophysical systems involve disks. The well-known examples are disk shaped galaxies. It is commonly assumed that planetary systems form out of the evolution of disks. The observation of disks around young stars supports this idea.

Today it is thought that there is a supermassive black hole ($10^6$-$10^8$ solar mass) at the center of each galaxy. Best models to explain the high radiative power of active galaxies like quasars, suggest that the central black hole is accreting from a surrounding accretion disk. In binary star systems which includes a compact object (black holes, neutron stars or a white dwarf), accretion from the companion star onto the compact object takes place through a disk. Energy source of X-ray binaries is the gravitational potential energy of the matter transported inwards in the accretion disk.

The most direct observational evidences for the existence of black holes can be obtained from the dynamics of an accretion disks around them. With the discovery of X-ray binaries and quasars, the study of the dynamics of disks became a topic of intense research. It is understood that the origin of the quasi periodic oscillations (QPO) observed in the power density spectrum of X-ray binaries is the inner region of the disk. It is suggested that the QPOs are related with disk oscillations.

In this thesis the oscillations of an accretion disk around a compact object are considered as a consequence of nonaxisymmetric perturbations. Perturbations of finite amplitude is analysed in the 3rd order approximation obtaining the nonlinear Schrödinger equation, which is known to have solitonic solutions, for the evolution of the oscilations. Finally, the analytical solution of the equation is given to present the evolution of the perturbation in the weak nonlinear approximation. The solitonic character of oscillations in accretion disks may be important for explaining the properties of QPOs that are independent of the central object.

# 1. GİRİŞ

Astrofiziksel disklerde eksenel simetriyi bozan pertürbasyonların spiral yoğunluk dalgalarına yol açtığı bilinmektedir. Galaksi gibi öz-gravitenin önemli olduğu disklerde bunların solitonik dalgalar oldukları gösterilmiştir. Lin ve Shu 1964'te galaksilerin spiral yapısını açıklamak üzere spiral yoğunluk dalga modelini ortaya atmıştır [1]. Meinel 1983'te politropik bir gaz için spiral yoğunluk dalga evrim denklemlerine Zakharov ve Shabat'ın 1971'de ortaya koydukları ters saçılma metoduyla solitonik dalga paketi çözümleri bulmuştur [2].

Yine Mikhailovskii, Petviashvili ve Fridman 1977'de galaksilerin spiral yapısını dönen bir disk ile modelleyerek soliton dalga yayılımını çeşitli kararsızlık durumları için göstermiştir [3]. Aynı grup 1979'da yine dönen bir diskin dinamiği için soliton karakterli çözümlere sahip, lineer olmayan bir denklem elde etmiştir [4].

Polyachenko, Churilov ve Shukhman diski oluşturan gazın fiziksel durumu üzerine getirilecek çeşitli kısıtlamalarla yoğunluk dalga pertürbasyonlarının giderek büyüyen bir davranış ortaya koyduğunu göstermiştir [5].

Abramyan dönen ve öz-graviteye sahip disklerin düzleminde yayılan 5. mertebeden sonlu genliğe sahip dalgalar için bir denklem elde etmiş ve solitonik çözümler bulmuştur [6]. Abramyan ve Arutyunyan öz-graviteye sahip gaz disk pertürbasyon genlikleri için üçüncü mertebeden lineer olmayan pertürbasyon genliklerini ele almış, solitonik karakterli spiral dalga çözümlerini elde etmiştir [7].

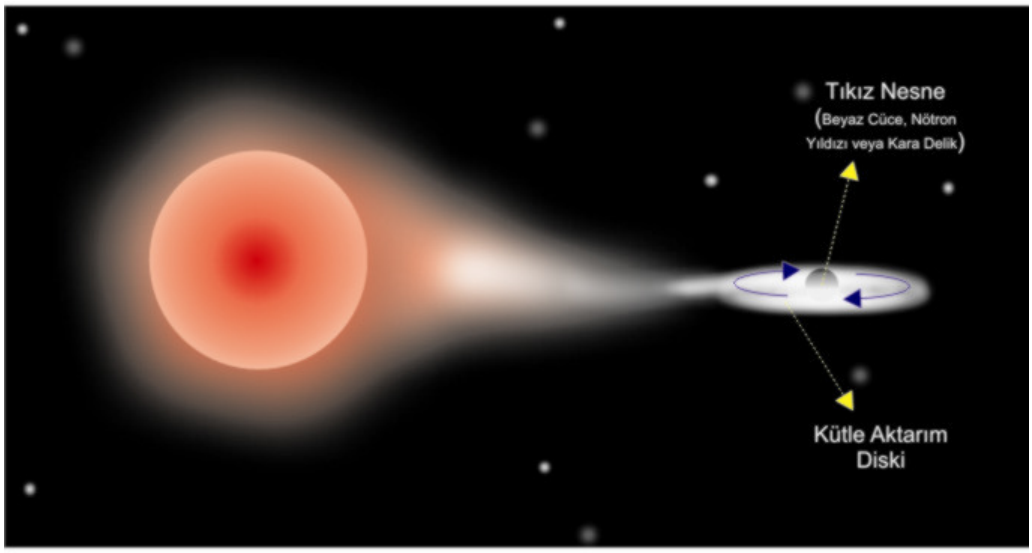
Galaksiler için önerilen spiral yoğunluk dalga modeli lineer olmayan dalga teorisinin bir problemi olarak Abramyan, Khachatran, Savkovi'c ve Yoshida gibi daha birçok fizikçi tarafından ele alınmıştır [8, 9]. Kondoh, Teramoto ve Yoshida plazmalar için ortaya konan lineer olmayan dalga modelini galaksilerin spiral yoğunluk dalgalarına uygulamış sözüedilen diğer çalışmalarda olduğu gibi akışkan denklemlerinin pertürbatif açılımlarıyla solitonik çözümlere sahip lineer olmayan Schrödinger denklemi elde edilmiştir [10].

Galaksiler için önerilen spiral yoğunluk dalga modeli Satürn'ün halkalarına uygulanmış; bunların da çok sıkı sarılmış spiral kollar olarak düşünülebileceği gösterilmiş; Cassini uzay aracının yolladığı fotoğraflar bu düşünceyi desteklemiştir [11, 12, 13, 14, 15]. Karadelik, nötron yıldızı veya beyaz cüce gibi tıkız nesneler etrafındaki disklerin öz-gravitesi kütle aktarımı yapan nesnenin gravitesine göre çok

zayıftır. Bu çalışmada tıkız nesneler etrafındaki disklerin eksenel simetriyi bozan pertürbasyonlara karşı kararlılığı zayıf lineer olmayan yaklaşıklıkta incelenerek spiral yoğunluk dalgalarının kütle aktarım disklerinde de solitonik karaktere sahip olduğu gösterilmiştir.

## 1.1 Kütle Aktarım Diskleri

Disk sistemleri astrofizikte oldukça yaygındır. En çok bilinen örnek disk biçimli galaksilerdir. Pek çok disk sisteminde merkezdeki nesne (yıldız, karadelik, nötron yıldızı veya beyaz cüce) etrafındaki diskten kütle aktarımı yapar. Genç yıldızlar etrafında keşfedilmiş bulunan "kütle aktarım diskleri" gezegen sistemlerinin oluşumunu açıklamak için kullanılmıştır. Tıkız bir nesne (karadelik, nötron yıldızı veya beyaz cüce) içeren ikili yıldız sistemlerinde de kütle aktarım diskleri olabilir (Şekil 1.1). Galaksilerin merkezinde büyük kütleli karadelikler etrafında da kütle aktarım diskleri olduğu düşünülmektedir.




**Şekil 1.1**: Tıkız Nesne İçeren İkili bir Yıldız sisteminde Kütle Aktarım Diski

### 1.1.1 Aktif Galaktik Çekirdekler (AGN)

Bazı galaksilerin merkezlerindeki çok küçük bir bölgeden çok büyük miktarda enerji yaydıkları gözlemlenmiş ve bu galaksiler aktif galaksiler olarak nitelendirilmiştir. Aktif galaktik çekirdeklerin en bilinen örneği kuasarlardır. Sözkonusu enerjinin kaynağı galaksinin merkezinde bulunan büyük kütleli ($10^6$-$10^8$ Güneş kütlesi) bir karadeliğin etrafındaki kütle aktarım diskinin içinde aktarılan maddenin kütleçekimsel potansiyel enerjisidir [16, 17].

### 1.1.2 İkili Yıldız Sistemleri

Galaksimizdeki yıldızların yaklaşık yarısı ikili yıldız sistemi içinde yer almaktadır. Bu çiftlerden biri şayet nötron yıldızı ya da karadelik ise ve diğer yıldızdan üzerine madde aktarımı oluyorsa bu çiftlere X-ışınım çiftleri denir. Kütle aktarımı çoğunlukla bir disk aracılığıyla olur. Aktarılan maddenin kütle çekimsel enerjisi disk içindeki viskoz süreçlerle ışımaya dönüşür. Madde ne kadar tıkız nesne üzerine aktarılıyorsa kütleçekimsel potansiyel kuyusu da o kadar derindir ve disk de o denli çok ışıma yapar [18, 19, 20]. Bu tip ikili yıldız sistemleri kütleçekimsel enerjinin en verimli şekilde ışımaya dönüştüğü sistemlerdir [21].

X-ışınları atmosferi geçemediğinden X-ışını astrofiziği ancak atmosfer dışına çıkarılan dedektörlerle yapılabilir. X-ışını enerji bandında ilk astronomik gözlem 1962'de Giacconi ve arkadaşları tarafından yapılmıştır . 1970'de Uhuru uydusu tıkız X-ışını kaynakları olarak birçok ikili yıldız sistemi belirlemiştir [16, 22, 23]. Günümüzde çok daha hassas gözlem uyduları bu sistemleri ve başka X-ışını kaynaklarını gözlemlemek üzere dünya etrafında yörüngeye yerleştirilmiş durumdadır.

#### 1.1.2.1 Yüksek Kütleli X-ışınım Çiftleri

X-ışınım çiftleri kütle aktaran eşlikçi yıldızın kütlesine göre yüksek ve düşük kütleli olmak üzere ikiye ayrılır. Yüksek kütleli X-ışınım çiftlerinde eşlikçi yıldız güneş kütlesinin 10 katı ve üzerindedir. Bu yüzden bu tür yıldızlarda rüzgarlarla kütle kaybı gerçekleşir. Bu kütle bir disk aracılığıyla veya doğrudan tıkız nesnenin üzerine düşer.

#### 1.1.2.2 Düşük Kütleli X-ışınım Çiftleri

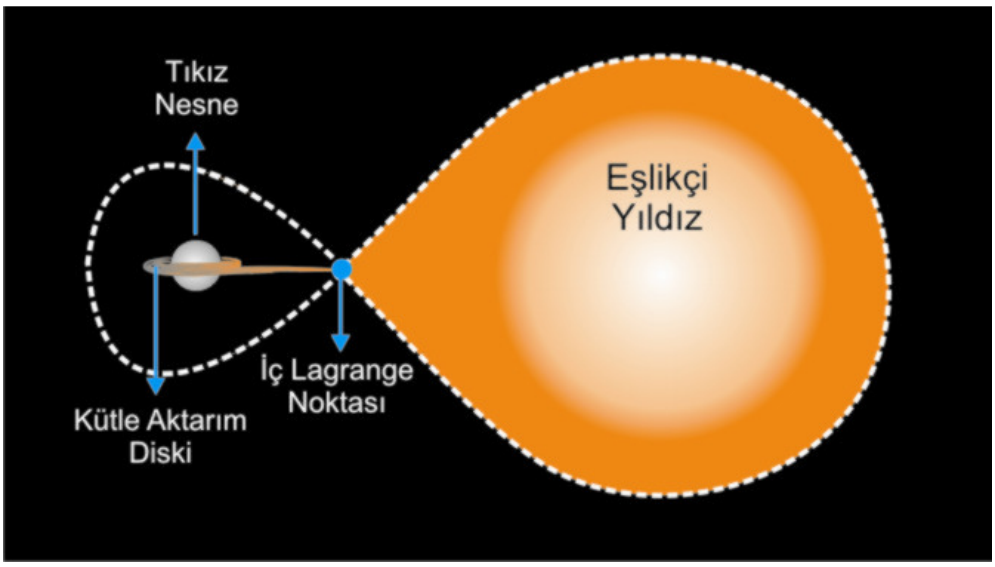
Kütle aktaran eşlikçi yıldız yaklaşık bir güneş kütlesi civarında bir kütleye sahiptir, bu yüzden rüzgarlarla kütle kaybı önemsizdir. Kütle aktarımı eşlikçi yıldız kritik kütleçekimsel eşpotansiyel lobunu (Roche Lobu) doldurduğunda başlar ve disk yoluyla gerçekleşir.

## 1.2 Kütle Aktarım Diskinin Oluşumu, Aktarım Süreci ve Işınımı

### 1.2.1 Kütle Aktarım Diskinin Oluşumu

Yıldız çiftlerine ait kütleçekim eşpotansiyel eğrilerinden sekiz biçimli olanı Roche Lobu (Şekil 1.2) olarak isimlendirilir. Roche Lobu yıldız çevresinde dönen maddenin yıldıza kütle çekimsel olarak bağlı olmaya devam edeceği uzaysal sınırları belirler.

Potansiyel eğrisinin kendiyle kesiştiği noktaya iç Lagrange noktası, L1 denir. Bu nokta efektif kütleçekimsel ivmelenmenin sıfırlandığı noktadır. Bir yıldız Roche Lobunu doldurduysa artık iç Lagrange noktasında madde sisteme ait diğer yıldızın yani tıkız nesnenin kütleçekimsel alanına girmiştir. Gelen maddenin bir açısal momentumu olduğundan doğrudan tıkız nesnenin üzerine düşemeyecek, Kepler yörüngesinde dönmeye başlayacaktır. Bu yolla madde zamanla kendi kendisiyle çarpışarak yayılmaya başlar ve böylelikle bir disk ya da torus biçimini alır [24].




**Şekil 1.2**: Roche Lobu

### 1.2.2 Kütle Aktarım Süreci

Kütle Aktarım disklerindeki madde bir katı cisim dönmesi yapmayacaktır. Katı cismin açısal momentumu her noktada aynıyken disklerde açısal hız merkezden olan uzaklığa bağlıdır (diferansiyel dönme) [2].

Maddenin viskozluğu diski oluşturan diferansiyel dönme halindeki katmanların bağıl hareketlerini engellemeye çalışır. Diferansiyel dönüş yapan viskoz bir kütle aktarım diskinde görece daha yavaş dönen dıştaki bir katmana, içteki bir katmanla arasında oluşacak sürtünmeden dolayı dönme yönünün tersine bir yüzey kuvveti uygulanır. Bu yolla oluşan viskoz tork açısal momentumun dışarıya doğru taşınmasını sağlar. Dairesel sonsuz radyal incelikte iç ve dış katman alanlarına uygulanan bu viskoz torkun farkı içeriye doğru bir kütle akışına yol açar. Bu, merkeze doğru spiraller çizerek akan kütleyle açığa çıkan kütleçekimsel enerji, kütle aktarım sürecinin asıl ışınım kaynağıdır [24, 25].

## 2. TEMEL HİDRODİNAMİK DENKLEMLER

Kütle aktarım diskinin dinamiğini incelemek için gaz dinamiği denklemleri kullanılır. Bu gaz üzerine etkiyen dış kuvvet tıkız nesnenin kütleçekimsel potansiyeli ile bulunur. Denklemlerimizden ilki, $\rho$ yoğunluk, $\vec{v}$ hız vektör alanı olmak üzere, kütlenin korunumunu ifade eden süreklilik denklemidir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho \vec{v}) = 0 \qquad \textbf{(2.1)}$$

Sürekli bir ortam için Newton'un 2. hareket yasası

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v}\right] = -\vec{\nabla}P - \rho\vec{\nabla}\psi \qquad \textbf{(2.2)}$$

biçimindedir. Burada $P$ basınç, $\psi$ ise kütleçekim potansiyelidir.

Disk benzeri bir akışkan için silindirik koordinatlar $(r, \varphi, z)$ doğal bir seçimdir. Silindirik koordinatlarda akışkanın hız bileşenleri $\vec{v} = (v_r, v_\varphi, v_z)$ olarak gösterilebilir. Silindirik koordinatlarda süreklilik denklemi (2.1)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \qquad \textbf{(2.3)}$$

şeklini alır. Sırasıyla hareket denkleminin (2.2) r, $\varphi$, z bileşenleri ve viskozitenin olmadığı adyabatik bir durum için enerji denklemi

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{{v_\varphi}^2}{r} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} \qquad \textbf{(2.4)}$$

$$\frac{dv_\varphi}{dr} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{r\partial \varphi} \qquad \textbf{(2.5)}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} \qquad \textbf{(2.6)}$$

$$\frac{dP}{dt} - \gamma\frac{P}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = 0 \qquad \textbf{(2.7)}$$

şeklinde olacaktır. Merkezdeki cismin diske uygulayacağı kütleçekimi yanında diskin özgravitesini ihmal ediyoruz. Kütleçekim potansiyeli $\psi$ aşağıdaki gibidir.

$$\psi = -\frac{GM}{r} \tag{2.8}$$

Hidrodinamik denklemler yazılırken $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}.\vec{\nabla}$ ilişkisiyle verilen Lagranjiyen türevleme operatörü kullanılmış ve silindirik koordinatlarda aşağıdaki formu almıştır.

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \tag{2.9}$$

Diskin kalınlığını cismin yarıçapına kıyasla çok küçük kabul eden ince disk yaklaşıklığıyla değişkenlerimizi dikey doğrultuda integre ederek sistemimizi iki boyuta indirgeyeceğiz. İki boyutta tanımlı yeni değişkenlerimiz aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho dz \tag{2.10}$$

$$\Pi = \int_{-\infty}^{+\infty} P dz \tag{2.11}$$

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi dz \tag{2.12}$$

Radyal ve azimutal hızları $v_r \equiv v$, $v_\varphi \equiv u$ şeklinde ifade edersek, dikey olarak integre edilmiş dinamik denklemlerimiz aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma v) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\Sigma u) = 0 \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{u^2}{r} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{\Sigma}\frac{\partial \Pi}{\partial r} \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{vu}{r} = -\frac{1}{\Sigma}\frac{\partial \Pi}{r\partial \varphi} \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + v\frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} - \gamma\frac{\Pi}{\Sigma}\left[\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + v\frac{\partial \Sigma}{\partial r} + \frac{u}{r}\frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi}\right] = 0 \tag{2.16}$$

# 3. DİSKLERDE HİDRODİNAMİK KARARLILIK ANALİZİ

Bir hareket denkleminin çözümleri kesin çözüm dahi olsalar, doğadaki bir oluşa karşılık gelmeyebilir. Bu anlamda doğada varlığından sözedilebilir bir akış hareketi, akışkanlara ait dinamik denklemleri sağladığı gibi aynı zamanda kararlı da olmalıdır [26].

Denge durumu için elde edilmiş bir konfigürasyonun değişkenlerin pertürbasyonu ve zaman içindeki evrimi de dikkate alınarak kararlılığı test edilmelidir. Kararlı olduğu sonucuna ulaşılırsa, pertürbasyon işlemiyle aynı zamanda konfigürasyon civarında mümkün dalgalanmalar da tespit edilebilir [16].

## 3.1 Kararlılık Analizinin Aşamaları

Stokes, Kelvin ve Rayleigh 19. yüzyılın sonlarında dinamik parçacık sistemlerinin kararlılığını incelemek için kullanılan normal modlar yöntemini akışkanlar mekaniğine uyarlamıştır. Bu yöntemde hareket denklemleri bir denge noktası etrafında pertürbe edilip lineer olmayan terimler ihmal edilir. Herbir değişkene ait pertürbasyonlar zamana bağımlı birbirinden bağımsız bileşenler (modlar) olarak çözümlenir. Zamana bağımlılık $e^{st}$ şeklinde olup, burada $s$ genellikle kompleks bir sabittir ve herbir mod için lineer denklemler sayesinde belirlenir. Eğer bir mod için $s$'nin reel kısmı pozitif ise bu pertürbasyonun üstel olarak büyüyeceğini, s'nin reel kısmı negatifse pertürbasyonun üstel olarak azalacağını söyleyebiliriz [27].

Normal modlar yöntemiyle sistemin denge durumu etrafındaki küçük pertürbasyonları lineer sistemi sağladığından birbirinden bağımsız olarak incelenebilir. Herhangi bir pertürbasyon Fourier bileşenlerinin bir süperpozisyonu olarak düşünülebilir [27, 16].

Kararlılık analizi sonucu sistemin kararsız olduğu saptanırsa, lineer teori bize sadece pertürbasyonların başlangıçta nasıl büyüyeceği hakkında bilgi verebilecektir. Pertürbasyonlar büyüdüğünde artık lineer teori geçerliliğini yitirir. Büyüyen bir modun nasıl bir konfigürasyona yol açacağını ancak sonlu büyüklüklerdeki pertürbasyonlar için yazılmış lineer olmayan denklemler söyleyebilir [27, 16].

### 3.2 Dönen Akışkanlarda Eksenel Simetriyi Bozan Pertürbasyonlar

Eksenel simetriyi bozan etkileri incelemek için akışkanların dinamik denklemlerine, dönme açısına $e^{im\varphi}$ ( $m = \pm 1, \pm 2, ...$ve $\varphi$: azimutal açı) şeklinde bağlı bir pertürbasyon uygulanır. Burada $m$ spiral yoğunluk dalgası için spiral kolların sayısını temsil eder.

Pringle ve Papaloizou diferansiyel dönme yapan bir torusun hem küçük azimutal $m$ modlu eksenel simetrik olmayan perturbasyon altında hem de kısa dalga boylu, yüksek $m$ değerli modlarda kararsız olduğunu göstermiştir [28].

## 4. KÜBİK PERTÜRBASYONLU İNCE DİSK DENKLEMLERİ

Bu bölümde bir tıkız nesne etrafındaki kütle aktarım diskinde eksenel simetriyi bozan pertürbasyonların kararlılık analizi yapılacaktır.

### 4.1 Kübik Pertürbasyon

Bir önceki bölümde elde edilen hidrodinamik denklemlere ait değişkenlerin $n$. mertebeden pertürbasyonu, $X$ herhangi bir değişken olmak üzere

$$X = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-\infty}^{+\infty} X_n^{(l)}(\xi,\eta,\tau) e^{il[wt-m\varphi+\lambda f(r)]} \qquad \textbf{(4.1)}$$

formunda ifade edilebilir. Bunu yaparken herbir pertürbasyonu bir düzlem dalga olarak ele alan Fourier dekompozisyon yöntemi kullanılır. Kübik bir pertürbasyon, $n = 1,2,3$ değerleri için değişkenlerin $(X_n)$, $X_0$ ortalama değeri etrafında seriye açılması yoluyla yapılabilir.

Burada $w$ mod frekansı, $m$ bir tamsayı, $f(r)$ pertürbasyonların radyal bağımlılığını veren fonksiyon olmak üzere toplam faz değişkenimiz $il[wt - m\varphi + \lambda f(r)]$ ifadesiyle verilir.

WKBJ yaklaşıklığı $f(r)$'nin $X$'ye göre $r$ ile daha hızlı değiştiği, $\left|\frac{df}{dr}\right| \gg \left|\frac{1}{X}\frac{dX}{dr}\right|$ , varsayımına dayanır. Dalga sayısı $k \equiv \frac{df}{dr}$ WKBJ yaklaşıklığında $k \gg \left|\frac{1}{X}\frac{dX}{dr}\right|$ eşitsizliğini sağlar.

Kübik pertürbasyonla değişkenlerimizin seriye açılmış hali aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\begin{aligned}\Sigma = \ & \Sigma_0 + \epsilon \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Sigma_1^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} \\ & + \epsilon^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Sigma_2^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} \\ & + \epsilon^3 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Sigma_3^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} \qquad \textbf{(4.2)}\end{aligned}$$

$$\Pi = \Pi_0 + \epsilon \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Pi_1^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} + \epsilon^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Pi_2^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} + \epsilon^3 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Pi_3^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} \quad \textbf{(4.3)}$$

$$v = 0 + \epsilon \sum_{l=-\infty}^{+\infty} v_1^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} + \epsilon^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} v_2^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} + \epsilon^3 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} v_3^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} \quad \textbf{(4.4)}$$

$$u = r\Omega(r) + \epsilon \sum_{l=-\infty}^{+\infty} u_1^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} + \epsilon^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} u_2^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} + \epsilon^3 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} u_3^{(l)}(r,\varphi,t)\, e^{il(wt-m\varphi+\lambda f(r))} \quad \textbf{(4.5)}$$

### 4.2 Koordinat Dönüşümü

Disk için elde edilen genel akışkan dinamik denklemlerine pertürbe edilmiş değişkenlerimizi koymanın yanısıra

$$\xi = \epsilon(r - Vt) \quad \textbf{(4.6)}$$

$$\eta = \epsilon^2 \varphi \quad \textbf{(4.7)}$$

$$\tau = \epsilon^2 t \quad \textbf{(4.8)}$$

koordinat dönüşümünü uyguluyoruz [29, 30]. Bu durumda kısmi türevler

$$\frac{\partial}{\partial r} = \epsilon \frac{\partial}{\partial \xi} \quad \textbf{(4.9)}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \quad \textbf{(4.10)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \epsilon V \frac{\partial}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \quad \textbf{(4.11)}$$

biçimini alacak, denklemlerde çok sık karşılaşılan $\frac{1}{r}$ ifadesi de koordinat dönüşümüyle yaklaşık olarak

$$\frac{1}{r} \cong \frac{\epsilon^2}{V\tau}\left(1 - \epsilon\frac{\xi}{V\tau}\right) \quad \textbf{(4.12)}$$

şeklinde denklemlerde yeralacaktır.

Eksenel olmayan kübik pertürbasyon ve tanımlı koordinat dönüşümü ile süreklilik denklemi elde edildikten sonra, herbir modun aralarında lineer bağımsız oluşundan yararlanarak her bir dinamik denklem için üç ayrı denklem elde edilir.

### 4.3 Farklı Mertebelerde Disk Denklemleri

Süreklilik denkleminden elde edilen, sırasıyla $\epsilon^1$, $\epsilon^2$, $\epsilon^3$ mertebesindeki, denklemler

$$i\widehat{w}\Sigma_1^{(l)} + il\lambda k\Sigma_0^{(l)}v_1 = 0 \quad \textbf{(4.13)}$$

$$i\widehat{w}\Sigma_2^{(l)} + il\lambda k\Sigma_0 \mathrm{v}_2^{(l)} + il\lambda k\sum_{l'=-\infty}^{+\infty}\Sigma_1^{(l')}v_1^{(l)} + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\Sigma_0 v_1^{(l)}\right) - V\frac{\partial\Sigma_1^{(l)}}{\partial\xi} = 0 \quad \textbf{(4.14)}$$

$$i\widehat{w}\Sigma_3^{(l)} + il\lambda k\Sigma_0 v_3^{(l)} + \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} il\lambda k(\Sigma_1^{(l')}v_2^{(l-l\prime)} + \Sigma_2^{(l')}v_1^{(l-l\prime)} + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\Sigma_1^{(l\prime)}v_1^{(l-l\prime)}\right)) +$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\Sigma_0 v_2^{(l)}\right) - V\frac{\partial\Sigma_2^{(l)}}{\partial\xi} + \Omega\frac{\partial\Sigma_1^{(l)}}{\partial\eta} + \frac{\partial\Sigma_1}{\partial\tau} + \frac{(\Sigma_0 v_1)}{V\tau} - \frac{im\left(\Sigma_0 u_1^{(l)}\right)}{V\tau} = 0 \quad \textbf{(4.15)}$$

şeklindedir. Burada $\widehat{w} = \omega - m\Omega$ olarak tanımlanmıştır ve uyarılmış dalgaların dönen bir referans sistemine göre Doppler kaymasına uğramış frekansına karşılık gelmektedir.

Hareket denkleminin radyal bileşeninden elde edilen, sırasıyla $\epsilon^1$, $\epsilon^2$, $\epsilon^3$ mertebesindeki, denklemler

$$\mathrm{i}\widehat{\mathrm{w}}v_1^{(\mathrm{l})} - 2\Omega\mathrm{u}_1^{(\mathrm{l})} = -\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial\Pi_1^{(\mathrm{l})}}{\partial\xi} - \frac{\mathrm{i}\lambda\mathrm{k}}{\Sigma_0}\Pi_1^{(\mathrm{l})} \quad \textbf{(4.16)}$$

$$i\widehat{w}v_2^{(l)} - 2\Omega u_2^{(l)} + \sum_{(l'=-\infty)}^{+\infty} il'\lambda k v_1^{(l-l')}v_1^{(l')} - V\frac{\partial v_1^{(l)}}{\partial\xi} = -\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial\Pi_2^{(\mathrm{l})}}{\partial\xi} - \frac{\mathrm{i}\lambda\mathrm{k}}{\Sigma_0}\Pi_2^{(\mathrm{l})} \quad \textbf{(4.17)}$$

$$i\widehat{w}v_3^{(l)} - 2\Omega u_3^{(l)} + \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} il'\lambda k(v_1^{(l-l')}v_2^{(l')} + v_2^{(l-l')}v_1^{(l')} + v_1^{(l-l')}\frac{\partial v_1^{(l')}}{\partial \xi})$$

$$-V\frac{\partial v_2^{(l)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_1^{(l)}}{\partial \tau} + \Omega\frac{\partial v_1^{(l)}}{\partial \eta} = -\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial \Pi_3^{(l)}}{\partial \xi} - \frac{i\lambda k}{\Sigma_0}\Pi_3^{(l)} \quad \textbf{(4.18)}$$

şeklindedir.

Hareket denkleminin azimütal bileşeninden elde edilen, sırasıyla $\epsilon^1$, $\epsilon^2$, $\epsilon^3$ mertebesindeki, denklemler, $\kappa^2 = 2\Omega(2\Omega + r\frac{d\Omega}{dr})$ episiklik frekans olmak üzere,

$$i\widehat{w}u_1^{(l)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_1^{(l)} = 0 \quad \textbf{(4.19)}$$

$$i\widehat{w}u_2^{(l)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(l)} - V\frac{\partial u_1^{(l)}}{\partial \xi} + \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} il'\lambda k v_1^{(l-l')}u_1^{(l')} = 0 \quad \textbf{(4.20)}$$

$$i\widehat{w}u_3^{(l)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_3^{(l)} - V\frac{\partial u_2^{(l)}}{\partial \xi} + \Omega\frac{\partial u_1^{(l)}}{\partial \eta} + \frac{\partial u_1^{(l)}}{\partial \tau}$$

$$+\sum_{l'=-\infty}^{+\infty} il'\lambda k(v_1^{(l-l')}u_2^{l'} + v_2^{(l-l')}u_1^{l'} + v_1^{(l-l')}\frac{\partial u_1^{l'}}{\partial \xi}) = 0 \quad \textbf{(4.21)}$$

biçimindedir.

Enerji denkleminden elde edilen, sırasıyla $\epsilon^1, \epsilon^2, \epsilon^3$ mertebesindeki, denklemler

$$\frac{\partial \Pi_0}{\partial \xi} - \gamma\frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} = 0 \quad \textbf{(4.22)}$$

$$-V\left[\frac{\partial \Pi_1{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma\frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_1{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma\frac{\Pi_1}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + \gamma\frac{\Pi_0\Sigma_1{}^{(l)}}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + i\lambda k\left(\Pi_1{}^{(l)} - \gamma\frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_1{}^{(l)}\right)\right]$$

$$+v_1{}^{(l)}\left(\frac{\partial \Pi_0}{\partial \xi} - \gamma\frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi}\right) = 0 \quad \textbf{(4.23)}$$

$$-[\frac{\partial \Pi_2{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_2{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_2{}^{(l)}}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + \gamma \frac{\Pi_0 \Sigma_2{}^{(l)}}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_1{}^{(l)}}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_1{}^{(l)}}{\partial \xi}$$

$$+\gamma \frac{\Pi_0 \Sigma_1{}^{(l)}}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_1{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_2{}^{(l)}}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + \gamma \frac{\Pi_0 \Sigma_2{}^{(l)}}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_0 (\Sigma_1{}^{(l)})^2}{(\Sigma_0)^3}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + \gamma \frac{\Pi_1{}^{(l)} \Sigma_1{}^{(l)}}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi}$$

$$+i\lambda k\left(\Pi_2{}^{(l)} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_2{}^{(l)} - \gamma \frac{\Pi_1{}^{(l)}}{\Sigma_0}\Sigma_1{}^{(l)} + \gamma \frac{\Pi_0 (\Sigma_1{}^{(l)})^2}{(\Sigma_0)^2}\right)]$$

$$+v_1{}^{(l)}\left(\frac{\partial \Pi_1{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_1{}^{(l)}}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_1{}^{(l)}}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + \gamma \frac{\Pi_0 \Sigma_1{}^{(l)}}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi}\right)$$

$$+v_2{}^{(l)}\left(\frac{\partial \Pi_0}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi}\right) + i\omega\left(\Pi_1{}^{(l)} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_1{}^{(l)}\right)$$

$$+\frac{\partial \Pi_1{}^{(l)}}{\partial \tau} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_1{}^{(l)}}{\partial \tau} = 0 \qquad \textbf{(4.24)}$$

olur. Burada $p = \frac{\widehat{w}}{\lambda k \Sigma_0}$ ve $q = \frac{\kappa^2}{2\Omega \lambda k \Sigma_0}$ şeklinde iki yeni değişken tanımlanırsa hareket denklemlerinin $\epsilon^1$ mertebesinde olanları

$$u_1^{\pm 1} = \pm iq\Sigma_1^{\pm 1} \qquad \textbf{(4.25)}$$

$$v_1^{\pm 1} = -p\Sigma_1^{\pm 1} \qquad \textbf{(4.26)}$$

lineer dispersiyon ilişkisini verecektir.

$\epsilon^2$ mertebesinde denklem sistemi (4.14), (4.17) ve (4.20), $l = 1$ için yazılır ve lineer dispersiyon ilişkisini veren (4.25) ve (4.26) denklemleri kullanılarak

$$i\widehat{w}\Sigma_2^{(1)} + i\lambda k\Sigma_0 v_2^{(1)} = (V + \Sigma_0 p)\frac{\partial \Sigma_1^{(1)}}{\partial \xi} \qquad \textbf{(4.27)}$$

$$i\widehat{w}v_2^{(1)} - 2\Omega u_2^{(1)} = -pV\frac{\partial \Sigma_1^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial \Pi_2^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\mathrm{i}\lambda \mathrm{k}}{\Sigma_0}\Pi_2^{(1)} \qquad \textbf{(4.28)}$$

$$\frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(1)} + i\widehat{w}\mathrm{u}_2^{(1)} = -iqV\frac{\partial \Sigma_1^{(1)}}{\partial \xi} \qquad \textbf{(4.29)}$$

şeklini alır. Denklem (4.28)'in sağındaki iki terimin

$$\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial \Pi_2^{(\mathrm{l})}}{\partial \xi} + \frac{\mathrm{i}\lambda \mathrm{k}}{\Sigma_0}\Pi_2^{(\mathrm{l})} = \mathrm{A}\Sigma_2^{(1)} \qquad \textbf{(4.30)}$$

ilişkisini sağladığını varsayarsak denklem sistemi matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{pmatrix} i\widehat{w} & i\lambda k\Sigma_0 & 0 \\ \mathrm{A} & i\widehat{w} & -2\Omega \\ 0 & \frac{\kappa^2}{2\Omega} & i\widehat{w} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Sigma_2^{(1)} \\ v_2^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (V+\Sigma_0 p)\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi} \\ -pV\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi} \\ -iqV\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi} \end{pmatrix} \quad \textbf{(4.31)}$$

Bu ilişkiyi sağlayan bir A katsayısı, yoğunluk ve basınç ilişkisini veren enerji denkleminden elde edilebilirse, matrisin determinantı

$$Det[M] = -i\widehat{w}^3 + A\lambda k\Sigma_0\widehat{w} + i\widehat{w}\kappa^2 = i\widehat{w}(\kappa^2 - \widehat{w}^2) + A\lambda k\Sigma_0\widehat{w} \quad \textbf{(4.32)}$$

şeklini alacaktır. Burada (4.28) denkleminin sağında bulunan son iki terimi bir katsayı yardımıyla matrisin içine alma çabamızın nedeni, özgravitenin önemli olduğu galaksiler için yapılmış çalışmalarda matriste özgraviteden kaynaklanan terimin işlevini, özgravitenin önemsiz olduğu durum için yapılmış bu hesaplarda, yerine getirebilecek başka bir terim elde edebilme amacından kaynaklanmaktadır. $A$ katsayısının bu işlevi yerine getirebilmesi için (4.30) koşulunu sağlaması gerekir. Bu koşulu sağlayan bir $A$ katsayısını elde etmeye çalışmadan önce benzer bir kabulü $\epsilon^1$ mertebesindeki denklemler için yapalım. Benzer bir kabulle denklemler aşağıdaki gibi olacak

$$i\widehat{w}\Sigma_1^{(1)} + i\lambda k\Sigma_0 \mathrm{v}_1^{(1)} = 0 \quad \textbf{(4.33)}$$

$$i\widehat{w}\mathrm{v}_1^{(1)} - 2\Omega\mathrm{v}_1^{(1)} = -\frac{1}{\Sigma_0}\frac{\partial\Pi_1^{(1)}}{\partial\xi} - \frac{i\lambda k}{\Sigma_0}\Pi_1^{(1)} = -A\Sigma_1^{(1)} \quad \textbf{(4.34)}$$

$$i\widehat{w}\mathrm{u}_1^{(1)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}\mathrm{v}_1^{(1)} = 0 \quad \textbf{(4.35)}$$

ve bu şekilde denklem sistemi bize

$$i\widehat{w}(\kappa^2 - \widehat{w}^2) + A\lambda k\Sigma_0\widehat{w} = 0 \quad \textbf{(4.36)}$$

sonucunu verecek ve bu aynı zamanda $\epsilon^2$ mertebesindeki denklemler matrisinin determinantının da sıfır olacağı anlamına gelecektir.

Şimdi $A$ katsayısını elde edelim. Daha önce enerji denkleminin pertürbatif açılımıyla $\epsilon^2$ mertebesinde elde ettiğimiz (4.23) denkleminde $i\lambda k$'nın katsayısının sıfır olma koşulunu

$$\Pi_1 - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_1 = 0 \qquad \textbf{(4.37)}$$

aynı zamanda $-V$'nin katsayısı için kullanırsak katsayı

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \xi} - \gamma \frac{\Pi_1}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} + \gamma \frac{\Pi_0 \Sigma_1}{(\Sigma_0)^2}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi}\left[\left(\Pi_1 - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_1\right)\right] + \gamma(\gamma - 1)\frac{\Pi_1}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi}$$

şeklini alır ve ancak (4.37) koşuluyla birlikte $\gamma = 1$ koşulu da sağlanırsa sıfırlanacaktır. Ayrıca (4.22) denklemi dikkate alınarak $v_1$'in katsayısı da sıfırlanır. Böylelikle (4.23) denklemi sağlanmış olur.

$\epsilon^3$ mertebesindeki (4.24) denkleminde bulunan $-V$'nin katsayısı

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\Pi_2 - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_2\right) + (1 - \gamma)\frac{\Pi_2}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} - \gamma(\gamma - 1)\frac{\Pi_0 \Sigma_1}{(\Sigma_0)^2} + \gamma(\gamma - 1)\frac{\Pi_0 (\Sigma_1)^2}{(\Sigma_0)^3} = 0$$

yine $\gamma = 1$ koşuluyla birlikte

$$\Pi_2 - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\Sigma_2 = 0 \qquad \textbf{(4.38)}$$

koşulunu sağlarsa sıfırlanacaktır. $\epsilon^3$ mertebesindeki denklemde $v_1$'in katsayısının zaten $\epsilon^2$ mertebesindeki denklemin sağlanması için gerekli koşullarla sıfırlanacağı gösterilmiştir. Ayrıca $v_2$'in katsayısı (4.22) denkleminden dolayı sıfırlanacak, $iw$'nın katsayısı (4.37) koşulundan dolayı sıfırlanacak ve kalan son iki terim de $\Pi_0$ ve $\Sigma_0$ değişkenleri $\tau$'ya bağımlı olmadıklarından (4.37) koşulunun diferansiyel formunda olup

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial \tau} - \gamma \frac{\Pi_0}{\Sigma_0}\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \tau} = 0$$

sıfıra eşittir.

Böylece $\gamma = 1$ (izotermal süreç) için enerji denklemimiz denge durumunda, K bir sabit olmak üzere

$$\Pi_0 = \mathrm{K}\Sigma_0 \qquad \textbf{(4.39)}$$

şeklinde olacak ve (4.22) denklemi

$$\frac{\partial \Pi_0}{\partial \xi} - \mathrm{K}\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \xi} = 0 \qquad \textbf{(4.39a)}$$

halini alacaktır. Bulunan koşullar altında politropik hal denkleminin pertürbatif açılımından elde edilen diğer denklemler aşağıdaki gibidir:

$$\Pi_1 - \mathrm{K}\Sigma_1 = 0 \qquad \textbf{(4.40)}$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial \xi} - \mathrm{K}\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \xi} = 0 \qquad \textbf{(4.40a)}$$

$$\Pi_2 - \mathrm{K}\Sigma_2 = 0 \qquad \textbf{(4.41)}$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial \xi} - \mathrm{K}\frac{\partial \Sigma_2}{\partial \xi} = 0 \qquad \textbf{(4.41a)}$$

$$\Pi_3 - \mathrm{K}\Sigma_3 = 0 \qquad \textbf{(4.42)}$$

$$\frac{\partial \Pi_3}{\partial \xi} - \mathrm{K}\frac{\partial \Sigma_3}{\partial \xi} = 0 \qquad \textbf{(4.42a)}$$

$\epsilon^2$ mertebesindeki denklemlerin matris formuna, (4.31) varsayımına dayalı olarak eklediğimiz A sabitini politropik denklemin pertürbatif açılımlarıyla elde ettiğimiz eşitlikler yardımıyla bulalım. Ve sabitin yapılan benzer varsayımlarda da

$$\frac{1}{\Sigma_0}\frac{\partial \Pi_1^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{i\lambda k}{\Sigma_0}\Pi_1^{(1)} = A\Sigma_1^{(1)} \qquad \textbf{(4.34a)}$$

aynıyla yeralacağını gösterelim. (4.40) ve (4.40a) denklemleri, (4.34) denkleminde yerine konursa

$$\frac{1}{\Sigma_0}\left(\mathrm{K}\frac{\partial \Sigma_2}{\partial \xi}\right) + \frac{i\lambda k}{\Sigma_0}(\mathrm{K}\Sigma_1) = A\Sigma_1$$

elde edilir. Denklemin iki tarafını da $\frac{(\Sigma_0)^2}{\mathrm{K}\Sigma_1}$ ile çarpalım.

$$\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \xi} - \left(\frac{A(\Sigma_0)^2}{\mathrm{K}\Pi_0} - i\lambda k\right) = 0$$

WKBJ yaklaşıklığına göre $\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \xi} \ll k$ olduğundan

$$\frac{A(\Sigma_0)^2}{K\Pi_0} - i\lambda k = 0$$

olacak ve A sabiti (4.39) eşitliği de kullanılarak

$$A = \frac{i\lambda k \mathrm{K}^2}{\Sigma_0}$$

şeklinde bulunacaktır. Aynı şekilde (4.41) ve (4.41a) denklemlerini (4.30) denkleminde yerine koyalım.

$$\frac{1}{\Sigma_0}\left(\mathrm{K}\frac{\partial\Sigma_2}{\partial\xi}\right)+\frac{i\lambda k}{\Sigma_0}(\mathrm{K}\Sigma_2)=A\Sigma_2$$

Denklemin iki tarafını da $\frac{(\Sigma_0)^2}{\mathrm{K}\Sigma_2}$ ile çarpalım.

$$\frac{1}{\Sigma_2}\frac{\partial\Sigma_2}{\partial\xi}-\left(\frac{A(\Sigma_0)^2}{\mathrm{K}\Pi_0}-i\lambda k\right)=0$$

WKBJ yaklaşıklığına göre $\frac{1}{\Sigma_2}\frac{\partial\Sigma_2}{\partial\xi}\ll k$ olduğundan

$$\frac{A(\Sigma_0)^2}{K\Pi_0}-i\lambda k=0$$

olacak ve A sabiti için yine aynı bulunacaktır.

Matris formundaki denklem sistemimiz ancak

$$V=\frac{iA\Sigma_0}{2\hat{w}} \qquad \textbf{(4.43)}$$

koşuluyla bir çözüme sahip olacaktır. Bulunan A sabiti için (5.17) denkleminde yerine koyarak

$$V=-\frac{\lambda k\mathrm{K}^2}{2\hat{w}}$$

nonlineer dalganın grup hızı olan $V$ elde edilir.

### 4.4 Lineer Olmayan Schrödinger Denklemi Eldesi

Matris formunda ifade ettiğimiz $\epsilon^2$ mertebesindeki (4.27) ve (4.29) denklem sistemimizi kullanarak $v_2^{(1)}$ ve $u_2^{(1)}$,i, $\Sigma_2^{(1)}$ ve $\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi}$ cinsinden elde etmeye çalışalım. Öncelikle, (4.27) denkleminde $v_2^{(1)}$ yalnız bırakılırsa

$$v_2^{(1)}=\frac{1}{i\lambda k\Sigma_0}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[(V+\Sigma_0 p)\Sigma_1^{(1)}\right]-\frac{\hat{w}}{\lambda k\Sigma_0}\Sigma_2^{(1)} \qquad \textbf{(4.44)}$$

elde edilir. Bu sonuç (4.29) denkleminde yerine konursa

$$u_2^{(1)}=\frac{-qV}{\hat{w}}\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi}+\frac{\kappa^2}{2\Omega}\left[\frac{1}{\hat{w}\lambda k\Sigma_0}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[(V+\Sigma_0 p)\Sigma_1^{(1)}\right]-\frac{\Sigma_2^{(1)}}{i\lambda k\Sigma_0}\right]$$

$$=\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi}\left[-\frac{qV}{\hat{w}}+\frac{\kappa^2}{2\Omega\lambda k\Sigma_0\hat{w}}(V+\Sigma_0 p)\right]+\frac{\kappa^2}{2\Omega\lambda k\Sigma_0\hat{w}}\Sigma_1^{(1)}\frac{\partial(\Sigma_0 p)}{\partial\xi}-\frac{\kappa^2}{2\Omega i\lambda k\Sigma_0\hat{w}}\Sigma_2^{(1)} \qquad \textbf{(4.45)}$$

sonucuna varılır ve ayrıca $\frac{\kappa^2}{2\Omega\lambda k\Sigma_0} = q$ olduğunu hatırlayarak

$$u_2^{(1)} = \frac{1}{\hat{w}}\left[\Sigma_0 pq\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi} + \Sigma_1^{(1)}\left(-V\frac{\partial q}{\partial\xi} + q\frac{\partial}{\partial\xi}(\Sigma_0 p)\right)\right] - iq\Sigma_2^{(1)} \qquad \textbf{(4.46)}$$

elde edilir. $\epsilon^2$ mertebesinde elde ettiğimiz denklemleri $l = 0$ için yazalım.

$$i\hat{w}v_2^{(0)} - 2\Omega u_2^{(0)} + \sum_{(l'=-\infty)}^{+\infty} il'\lambda k v_1^{(0-l')}v_1^{(l')} - V\frac{\partial v_1^{(0)}}{\partial\xi} = -\frac{1}{\Sigma_1}\frac{\partial\Pi_2^{(0)}}{\partial\xi} - \frac{\mathrm{i}\lambda\mathrm{k}}{\Sigma_0}\Pi_2^{(0)}$$

$$= -\Sigma_2^{(0)} \qquad \textbf{(4.47)}$$

$$i\hat{w}u_2^{(0)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(0)} - V\frac{\partial u_1^{(0)}}{\partial\xi} + \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} il'\lambda k v_1^{(0-l')}u_1^{(l')} = 0 \qquad \textbf{(4.48)}$$

$l$'nin -1 ve +1'den farklı değerleri için

$$u_1^{(l)} = v_1^{(l)} = \Sigma_1^{(l)} = 0\ ,\ l \neq \pm 1$$

Kabulü yapılarak taşıyıcı dalganın sinüzoidal olmasını garanti eder, bu kabul üzere (4.47) ve (4.48) denklemlerini yeniden yazarsak [29, 30]

$$i\hat{w}v_2^{(0)} - 2\Omega u_2^{(0)} - i\lambda k v_1^{(1)}v_1^{(-1)} + i\lambda k v_1^{(-1)}v_1^{(1)} = -\Sigma_2^{(0)} \qquad \textbf{(4.49)}$$

$$i\hat{w}u_2^{(0)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(0)} - i\lambda k v_1^{(1)}u_1^{(-1)} + i\lambda k v_1^{(-1)}u_1^{(1)} = 0 \qquad \textbf{(4.50)}$$

elde edeceğimiz denklemlerden ilki $v_1^{(1)} = v_1^{(-1)^*}$ olduğu gözönünde bulundurularak ve $\Sigma_2^{(0)} = 0$ seçilerek (4.49) denklemi

$$i\hat{w}v_2^{(0)} - 2\Omega u_2^{(0)} = 0 \qquad \textbf{(4.51)}$$

halini alır, (4.50) denklemi ise daha önce elde edilen lineer dispersiyon ilişkisi (4.25), (4.26) kullanılarak

$$i\hat{w}u_2^{(0)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(0)} - i\lambda k\left(-p\Sigma_1^{(1)}\right)\left(iq\Sigma_1^{(-1)}\right) + \left(-p\Sigma_1^{(-1)}\right)\left(-iq\Sigma_1^{(1)}\right) = 0 \qquad \textbf{(4.52)}$$

sonucunu verecektir. İki denklem (4.51) ve (4.52) birlikte çözülecek olursa

$$i\hat{w}\left(\frac{i\hat{w}}{2\Omega}v_2^{(0)}\right) + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(0)} - 2\lambda kpq\left|\Sigma_1^{(1)}\right|^2 = 0 \qquad \textbf{(4.53)}$$

bulunur. (4.53) denkleminde $v_2^{(0)}$ yalnız bırakılırsa

$$v_2^{(0)} = \frac{2p}{\Sigma_0}\frac{\kappa^2}{(\kappa^2-\hat{w}^2)}\left|\Sigma_1^{(1)}\right|^2 \quad \textbf{(4.54)}$$

eşitliğine ulaştırır. Burada $\hat{w} \ll \kappa$ varsayımı kullanılarak

$$v_2^{(0)} = \frac{2p}{\Sigma_0}\left|\Sigma_1^{(1)}\right|^2 \quad \textbf{(4.55)}$$

$$u_2^{(0)} = 0 \quad \textbf{(4.56)}$$

eşitlikleri elde edilir. Daha önce yaptığımız varsayıma benzer ve uyumlu bir şekilde yeni bir varsayım daha yapalım:

$$\frac{1}{\Sigma_0}\frac{\partial \Pi_3}{\partial \xi} + \frac{i\lambda k}{\Sigma_0}\Pi_3 = \mathrm{A}\Sigma_3 \quad \textbf{(4.57)}$$

Şimdi de kütle korunum denklemlerinden $\epsilon^3$ mertebesinde olan (5.3) nolu denklemin $l = 0$ için aldığı form ve yine lineer dispersiyon ilişkisi (4.25), (4.26) kullanılarak

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(-V\Sigma_2^{(0)} + \Sigma_0 v_2^{(0)} - 2p\left|\Sigma_1^{(1)}\right|^2\right) = 0 \quad \textbf{(4.58)}$$

elde edilir. (4.55) denklemi (4.58)'te yerine konursa,

$$\frac{\partial \Sigma_2^{(0)}}{\partial \xi} = 0 \quad \textbf{(4.59)}$$

elde edilir. $\Sigma_2^{(0)} = \Xi(\eta, \tau)$ şeklinde integre edilebilir. $\eta$ ve $\tau$'nun herhangi bir fonksiyonu olduğundan

$$\Sigma_2^{(0)} = 0 \quad \textbf{(4.60)}$$

kabulünün tutarlı olduğu görülür. $\epsilon^3$ mertebesindeki denklemleri $l = 1$ için şu formda yazabiliriz:

$$i\hat{w}\Sigma_3^{(1)} + i\lambda k\Sigma_0 v_3^{(1)} + b_1 = 0 \quad \textbf{(4.61)}$$

$$i\hat{w}v_3^{(1)} - 2\Omega u_3^{(1)} + A\Sigma_3^{(1)} + b_2 = 0 \quad \textbf{(4.62)}$$

$$i\hat{w}u_3^{(1)} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_3^{(1)} + b_3 = 0 \quad \textbf{(4.63)}$$

Burada,

$$b_1 = i\lambda k\left(2\Sigma_1^{(1)}v_2^{(0)} + 2\Sigma_2^{(1)}v_1^{(0)}\right) + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\Sigma_0 \mathrm{v}_2^{(1)}\right) + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\Sigma_1^{(1)}\mathrm{v}_1^{(1)}\right) - V\frac{\partial\Sigma_2^{(1)}}{\partial\xi}$$

$$+\Omega\frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\eta} + \frac{\partial\Sigma_1^{(1)}}{\partial\tau} + \frac{(\Sigma_0\mathrm{v}_1^{(1)})}{V\tau} + \frac{im(\Sigma_0\mathrm{u}_1^{(1)})}{V\tau} \quad \textbf{(4.64)}$$

$$b_2 = -V\frac{\partial\mathrm{v}_2^{(1)}}{\partial\xi} + \frac{\partial\mathrm{v}_1^{(1)}}{\partial\tau} + \Omega\frac{\partial\mathrm{v}_1^{(1)}}{\partial\eta} + i\lambda k\mathrm{v}_1^{(1)}\mathrm{v}_2^{(1)} \quad \textbf{(4.65)}$$

$$b_3 = -V\frac{\partial\mathrm{u}_2^{(1)}}{\partial\xi} + \frac{\partial\mathrm{u}_1^{(1)}}{\partial\tau} + \Omega\frac{\partial\mathrm{u}_1^{(1)}}{\partial\eta} + i\lambda k(\mathrm{v}_1^{(1)}\mathrm{u}_2^{(1)} + \mathrm{v}_2^{(1)}\mathrm{u}_1^{(1)}) \quad \textbf{(4.66)}$$

olarak seçilmiştir.

Daha sonra, (4.66) denklemi, $\frac{2i\Omega}{\widehat{w}}$ terimi ile çarpılır, bulunan sonuçtan (4.61) denklemi çıkarılırsa elde edilecek denklem $\frac{iA}{2\widehat{w}}$ terimiyle çarpılırsa sonuçta bulacağımız denklem lineer dispersiyon ilişkisi de (4.25), (4.26) kullanılarak

$$i\widehat{w}\Sigma_3 - 2\Omega u_3 + A\Sigma_3 + \frac{2i\Omega b_3 - iAb_1}{\widehat{w}} = 0 \quad \textbf{(4.67)}$$

Sonucu elde edilir.. (4.62) ve (4.67) denklemlerini kıyaslarsak

$$\widehat{w}b_2 = 2i\Omega b_3 - iAb_1 \quad \textbf{(4.68)}$$

olduğunu görürüz. Son olarak $\epsilon^2$ mertebesindeki denklemlerin $l = 2$ için elde edilecek aşağıdaki formları

$$2i\widehat{w}\Sigma_2^{(2)} - V\frac{\partial\Sigma_1^{(2)}}{\partial\xi} + 2i\lambda k\Sigma_0 v_2^{(2)} + \frac{\partial\left(\Sigma_0 v_1^{(2)}\right)}{\partial\xi} + 2i\lambda k\Sigma_1^{(1)}\mathrm{v}_1^{(1)} = 0 \quad \textbf{(4.69)}$$

$$i\widehat{w}v_2^{(2)} - V\frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial\xi} - 2\Omega u_2^{(2)} + i\lambda k\left(v_1^{(1)}\right)^2 = 0 \quad \textbf{(4.70)}$$

$$2i\widehat{w}u_2^{(2)} - V\frac{\partial u_1^{(2)}}{\partial\xi} + \frac{\kappa^2}{2\Omega}v_2^{(2)} + i\lambda k v_1^{(1)}u_1^{(1)} = 0 \quad \textbf{(4.71)}$$

ve lineer dispersiyon ilişkisi (4.25), (4.26) ile p ve q parametrelerinin tanımlarını, ayrıca (4.55), (4.56), (4.58), (4.59), (4.62), (4.66), (4.67), (4.68) eşitliklerini birlikte kullanırsak sonuçta

$$i\left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \Omega\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\Sigma_1^{(1)} + \Lambda_1\frac{\partial^2\Sigma_1^{(1)}}{\partial\xi^2} + \frac{i\Lambda_2}{\tau}\Sigma_1^{(1)} + \Lambda_3\left|\Sigma_1^{(1)}\right|^2\Sigma_1^{(1)} = 0 \quad \textbf{(4.72)}$$

denklemini elde ederiz. Bu denklemde $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$ :

$\Lambda_1 = \frac{2V\hat{w} - iA\Sigma_0 + V^2\lambda k}{2\hat{w}\lambda k}$

$\Lambda_2 = \frac{iA\lambda k(mq+p)}{2\hat{w}^2 V}$

$\Lambda_3 = -\frac{3\hat{w}\kappa^2}{[\kappa^2+2\hat{w}^2]\Sigma_0^2}$

şeklinde tanımlanmıştır.

Elde ettiğimiz (4.72) denklemi $\tau \to \infty$ limitinde yani $\Lambda_2 = 0$ iken solitonik çözümleri olan lineer olmayan Schrödinger denklemine indirgenir ve bu denklemin $\Lambda_2 = 0$ için analitik çözümü

$$\Sigma_1^{(1)} = E\ \mathrm{sech}[E\sqrt{\frac{\Lambda_3}{2\Lambda_1}}(\xi + V_1\tau + \xi_0)].\exp\left[i\left(\frac{\Lambda_3 E^2}{2} - \frac{(V_1)^2}{4\Lambda_1}\right)\tau - i\frac{V_1}{2\Lambda_1}(\xi + \xi_1)\right] \textbf{(4.73)}$$

şeklindedir. Burada $E$ solitonun genliğine karşılık gelen herhangi bir sabit, $V_1$ ve $V$ dalganın grup hızı, $\xi_0$ solitonun ve $\xi_1$ taşıyıcı dalganın başlangıç konumlarıdır [30].

# 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Özgravitesiz bir kütle aktarım diskindeki eksenel olmayan üçüncü mertebeden pertürbasyonlarla diskteki salınımların evrim denklemlerini elde ettik. Birinci mertebeden pertürbasyonlar için elde ettiğimiz (4.68) denklemi bir tür lineer olmayan Schrödinger Denklemi'dir. Bu tür denklemler çözüm olarak solitonik dalgalar kabul ettiklerinden bu çalışmada incelediğimiz eksenel simetriye sahip olmayan pertürbasyonların kararlı dalga çözümleri olduğunu söyleyebiliriz. Bu sayede izotermal bir süreçte, özgravitenin önemsiz olduğu bir disk sistemi için de pertürbasyonların solitonik karakterli olabileceği gösterilmiştir.

Kütle aktarım diski içeren ikili yıldız sistemlerinde görülen harmoniğimsi salınımların diskteki eksenel olmayan kararsızlıklar ile ilişkili olabileceği çok zamandır iddia edilmiştir, ancak daha önceki çalışmalar lineer rejim ile kısıtlı kaldığından sonlu genlikteki dalganın karakteri incelenememiştir. Bu harmoniğimsi salınımların anlaşılması güç olan bir yanı beyaz cüce etrafındaki disklerden kara delik etrafındaki disklere kadar geniş bir gözlem aralığında tek bir gözlemsel ilişkiye uyuyor olmasıdır. Bu da bu harmoniğimsi salınımların merkezdeki nesneden bağımsız olarak diske özgü bir olay olduğunu düşündürmektedir. Bu salınımların magnetosfer, sert yüzey veya olay ufkunun varlığından bağımsız olarak diskte yaşayabilmesi ona yol açan dalganın solitonik karakteri ile ilişkili olabilir.

## KAYNAKLAR


[1] **Lin, C. C., Shu, F.H.**, 1964. On the Spiral Structure of Disk Galaxies, *Astrophysics, J.*, **140**, 646.

[2] **Meinel, R.**, 1983. Self-Modulation and Envelope Solitons of Spiral Density Waves, *Astronomische Nachrichten*, **304**, 2, 65-68.

[3]**Mikhailovskii, A. B., Petviashvili, V. I., Fridman, A. M.**, 1977. Helical density waves in flat galaxies - Moving solitons, *JETP Letters*, **26**, 121-124. (Rusça'dan çeviri, ZHETF Pis'ma v Redaktsiiu, **26**, 129-133)

[4] **Mikhailovskii, A. B., Petviashvili, V. I., Fridman, A. M.**, 1979. Nonlinear theory of the stability of a rotating gravitating disk, *Astronomicheskii Zhurnal*, **56**, 279-287. (Rusça)

[5] **Polyachenko, V. L., Churilov, S. M., Shukhman, I. G.**, 1980. The Nonlinear Stage of Gravitational Instability in Flat Gaseous Systems, *Soviet Astr. Lett.*, **24**, 287.

[6] **Abramyan, M. G.**, 1982. Nonlinear Theory for the Stability of a Rotating Gravitating Disk, *Soviet Astr. Lett.*, **8**, 405.

[7] **Abramyan, M. G., Arutyunyan, S. V.**, 1984. Nonlinear Perturbations of a Rotation Self-Gravitating Gaseous Disk, *Soviet Astr. Lett.*, **10**, 2, 126.

[8] **Abramyan, M. G., Khachatryan, S. G.**, 1999. Nonlinear perturbations of a gravitating gaseous disk at the limit of gravitational instability and the spiral structure of galaxies, *Astrophysics*, **42**, 306. (Rusça'dan çeviri, Astrofizika, July–September, 1999, **42**, 3, 407–418)

[9] **Savkovi´c, M. & Yoshida, Z.**, 2003. Spiral soliton solution for disk galaxies, *Serb. Astron. J.*, **167**, 11-14.

[10] **Kondoh S., Teramoto, R. & Yoshida, Z.**, 2000. Nonlinear density wave theory for the spiral structure of galaxies, *Pyhsical Review E*, **61**, 5, 5710.

[11] **Goldreich, P., & Tremaine, S.**, 1982. ARA&A, **20**, 249.

[12] **Rosen, P. A., Tyler, G. L., & Marouf, E. A.**, 1991, Icarus, 93, 3.

[13] **Shu, F. H.**i 1984. in *Planetary Rings* (R. Greenberg and A. Brahic, Eds.), 513-561, Univ. of Arizona Press, Tucson.

[14] **Smith, B. A. *et al.***, 1981. *Science,* **212,** 163.

[15] **Cuzzi, J. N., Lissauer, J. J., Shu, F. H.**, 1981. *Nature*, **292,** 703.

[16] **Raichoudhuri, A.**, 1998. The Physics of Fluids and Plasmas, Cambridge Univ. Press. Cambridge.

[17] **Lynden-Bell D.**, 1969. *Nature*, **223**, 690.

[18] **Shu, F.H.**,1992. The Physics of Astrophysics, University Science Book, Ed. Mill Valley, California.

[19] **Shabad, G.**, 2000. Detection of High-Frequency X-ray Variability in a Black Hole Transient with USA, *PhD Thesis*, Stanford Univ., Stanford.

[20] **Petri, J.**, 2005. Forced Oscillations in Hydrodynamical accretion disk and QPOs, *Astroph*/0509668v1.

[21] **Shore, N.S.**, 1992. An Introduction to Astrophysical Hydrudynamics, Academic Press INC, NewYork.

[22] **Giacconi, R., Gursky, H., Paolini, F. R., and Rossi, B. B.**, 1962. *Phys. Rev. Letters*, **9**, 439.

[23] **Schreier, E., R. Levinson, H. Gursky, E. Kellogg, H. Tananbaum, & R. Giacconi**, 1972. Evidence for the Binary Nature of Centaurus X-3 from *UHURU* X-Ray Observations, *Ap.J.* **172**, L79-89.

[24] **King, F. & Raine**, 2002. Accretion Power in Astrophysics, Cambridge University Press.

[25] **Pringle, J. E.**, 1981. ARA&A, 19, 137.

[26] **L.D. Landau and E.M. Lifshitz**, 1951. The Classical Theory of Fields, Nauka, Moscow.

[27] **Drazin, P. G. ve Reid W. H.**, 1981. Hydrodynamic Stability, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

[28] **Papaloizou, J.C.B ve Pringle, J.E.**,1987. The dynamical Stability of Differential Rotating Discs-III*, Mon. Not. R. Astr. Soc.* **225**, 267-283.

[29] **Gu, W.M. ve Foglizzo, T.**, 2003. Non-axisymmetric instabilities in shocked accretion flows with differential rotation, *Astro-ph*/0307047v1.

[30] **Saijo, M. ve Yoshida, S.**, 2005. Dynamical One-Armed Spiral Instabilities in Differentially Rotating Stars: *Astro-ph*/0504002v1.

## ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında, İstanbul'da doğdum. Sakarya Özel Çağ Kız Koleji'nden 1999 yılında mezun olup, İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Mühendisliği programında lisans öğrenimime başladım. Lisans öğrenimimi 2004 yılında tamamlayıp fizik mühendisi ünvanını aldım ve yine İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Mühendisliği bölümünde yüksek lisans öğrenimime başladım. 2007 bahar döneminde öğrenimimi tamamladım.