İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZEMİNLE ETKİLEŞİM İÇİNDEKİ AYRIK PLAKLARDA VLASOV PARAMETRELERİNİN SONLU ELEMANLARLA BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Abdullah FETTAHOĞLU

Anabilim Dalı: İnşaat Mühendisliği

Programı: Yapı Mühendisliği

EYLÜL 2003

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZEMİNLE ETKİLEŞİM İÇİNDEKİ AYRIK PLAKLARDA VLASOV PARAMETRELERİNİN SONLU ELEMANLARLA BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Abdullah FETTAHOĞLU
(501011069)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 9 Eylül 2003
Tezin Savunulduğu Tarih : 3 Eylül 2003

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG
Diğer Jüri Üyeleri Prof. Dr. Tuncer ÇELİK (İ.Ü.)
Yrd. Doç. Dr. Mecit ÇELİK (İ.T.Ü.)

EYLÜL 2003

ÖNSÖZ

Bu çalışma esnasında bana her yönden destek olan, tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Mehmet Hakkı OMURTAG' a, yönlendirmelerinden yararlandığım Sayın Prof. Dr. Reha Artan ve Sayın Doç. Dr. Mecit Çelik' e teşekkür ederim..
Her zaman yanımda olan babam Murat FETTAHOĞLU, annem Nurşen FETTAHOĞLU, kardeşim İlknur FETTAHOĞLU ve manevi babam Dursun Ali Ayan' a da teşekkür eder, şükranlarımı sunarım.

Temmuz 2003 Abdullah FETTAHOĞLU

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR **iv**
TABLO LİSTESİ **v**
ŞEKİL LİSTESİ **vi**
SEMBOL LİSTESİ **viii**
ÖZET **ix**
SUMMARY **x**

1. GİRİŞ **1**
1.1. Elastik Zemine Oturan Plaklarda Analitik ve Sayısal Çalışmalar 1
1.2. Kapsam 6

2. KIRCHHOFF PLAK KURAMI **7**
2.1. Giriş 7
2.2. Kirchhoff Plak Teorisinde Yapılan Kabuller 7
2.3. Bünye Bağıntıları 9
2.4. Düşey Denge Denkleminin Bulunması 13
2.5. Plak Alan Denklemleri 14
2.4. Plak Ortamı İçin Fonksiyonel 14

3. İKİ PARAMETRELİ ZEMİN MODELİ **15**
3.1. Zemin Alan Denklemleri 15
3.2. Zemin Ortamı İçin Fonksiyonel 19

4. SAYISAL ÖRNEKLER **21**
4.1. Zemin Elastisite Modülünün Farklı Fonksiyonları İçin Vlasov Parametrelerinin Karşılaştırılması 21
4.2. Vlasov Parametrelerinin Yükün Şiddetine Değil, Yükleme Durumuna Bağlı Olduğunun İspatı 28
4.3. Vlasov Parametreleri Kullanılarak Birbirine yakın İki Plak Arasındaki Etkileşimin İncelenmesi 31
4.4. Plakta Boşluk Oranının Artmasının Parametreler Üzerindeki Etkisi 34
4.5. Bazı Zemin Türleri İçin Vlasov Parametreleri 35

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA **37**

KAYNAKLAR **39**

EKLER **43**

ÖZGEÇMİŞ **60**

KISALTMALAR

SEM	:Sonlu Elemanlar Metodu
SFM	:Sonlu Farklar Metodu
KSEM	:Karışık Sonlu Elemanlar Metodu

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 4.1. Tüm plakta *q* yayılı yükü olduğunda zemin parametrelerinin aldıkları değerler …….. 22
Tablo 4.2. Tüm plakta tekil *P* yükü olduğunda zemin parametrelerinin aldıkları değerler …….. 22
Tablo 4.3. Ayrık plaklar arasındaki etkileşim 32
Tablo 4.4. Parametrelerin plaktaki boşluk oranına bağlı olarak değişimi 35
Tablo 4.5. Kil ve kum zemin için parametre değerleri ……. 35
Tablo 4.6. Kum, çakıl ve kaya zemin için parametre değerleri …..…… 36
Tablo E.1. Birbirine yakın iki plak, H = 3m, parametrelerin E_2/E_1 oranına bağlı olarak değişimi…… 51
Tablo E.2. Birbirine yakın iki plak, H = 5m, parametrelerin E_2/E_1 oranına bağlı olarak değişimi…… 52
Tablo E.3. Birbirine yakın iki plak, H = 10m, parametrelerin E_2/E_1 oranına bağlı olarak değişimi…… 53
Tablo E.4. Birbirine yakın iki plak, H = 15m, parametrelerin E_2/E_1 oranına bağlı olarak değişimi…… 54

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1 : Winkler Zemin Modeli 2
Şekil 1.2 : Gerçek zemin davranışı 3
Şekil 1.3 : Filonenko-Borodich zemin modeli 3
Şekil 1.4 : Pasternak zemin modeli 4
Şekil 1.5 : Vlasov zemin modeli 4
Şekil 2.1 : Plakta pozitif yer değiştirme bileşenleri 8
Şekil 2.2 : Kirchhoff plağında şekil değiştirmeden önceki ve sonraki hal 10
Şekil 2.3 : Plak kesitinde gerilme dağılımı 11
Şekil 2.4 : Plak eğilme ve burulma momentleri 12
Şekil 2.6 : Plakta elemanter bir parçada dış yük ve kesit tesirleri 13
Şekil 3.1 : Vlasov zemin modeli 15
Şekil 3.2 : Homojen zemin kolonu 16
Şekil 4.1 : ¼ lük plak-zemin bölgesi 21
Şekil 4.2 : q yükü altında γ değişimi 22
Şekil 4.3 : P yükü altında γ değişimi 23
Şekil 4.4 : q yükü altında c_1 değişimi 23
Şekil 4.5 : P yükü altında c_1 değişimi 23
Şekil 4.6 : q yükü altında c_2 değişimi 24
Şekil 4.7 : P yükü altında c_2 değişimi 24
Şekil 4.8 : Örnek 3 için γ değişimi 25
Şekil 4.9 : Örnek 3 için c_1 değişimi 25
Şekil 4.10 : Örnek 3 için c_2 değişimi 26
Şekil 4.11 : Örnek 3 için $E(z)$-z değişimi 26
Şekil 4.12 : Örnek 3 için $E(z)$-z değişimi 26
Şekil 4.13 : Örnek 3 için $E(z)$-z değişimi 27
Şekil 4.14 : Örnek 3 için $E(z)$-z değişimi 27
Şekil 4.15 : Örnek 3 için $E(z)$-z değişimi 27
Şekil 4.16 : $E(z)$ sabit, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor 28
Şekil 4.17 : $E(z)$ sabit, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor 28
Şekil 4.18 : $E(z)$ doğrusal, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor . 29
Şekil 4.19 : $E(z)$ doğrusal, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor ... 29
Şekil 4.20 : $E(z)$ kuadratik, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor 29
Şekil 4.21 : $E(z)$ kuadratik, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor .. 30
Şekil 4.22 : $E(z)$ eksponansiyel, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor 30
Şekil 4.23 : $E(z)$ eksponansiyel, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor..... 30
Şekil 4.24 : Elastik zemin üzerinde birbirine yakın iki plak 31
Şekil 4.25 : γ parametresinin H a bağlı olarak değişimi 32
Şekil 4.26 : γ parametresinin E_2/E_1 oranına göre değişimi..... 33
Şekil 4.27 : γ parametresinin E_2/E_1 oranına göre değişimi 33

Şekil 4.28 : γ parametresinin E_2/E_1 oranına göre değişimi 33
Şekil 4.29 : ¼ lük boşluklu plak-zemin bölgesi 34
Şekil A.1 : *E(z)*, zemin elastisite modülü fonksiyonlarının derinlikle değişimi 44
Şekil C.1 : Örnek 1 deki ¼ lük plak-zemin bölgesinde ağ sıklaştırması..... 49
Şekil D.1 Birbine yakın iki plak, *E(z)* eksponansiyel, *H*=10m, $E_2/E_1=3$, α=0,1 için ½ lik çökme yüzeyi..... 50
Şekil D.2 Birbine yakın iki plak, *E(z)* eksponansiyel, *H*=10m, $E_2/E_1=3$, α=0,5 için ½ lik çökme yüzeyi..... 50
Şekil D.3 Birbine yakın iki plak, *E(z)* eksponansiyel, *H*=10m, $E_2/E_1=3$, α=1 için ½ lik çökme yüzeyi..... 50
Şekil F.1 Plakta boşluk yokken ¼ lük çökme yüzeyi..... 55
Şekil F.2 ¼ lük boşluklu plak-zemin bölgesi..... 55
Şekil F.3 Plakta %50 boşluk varken ¼ lük çökme yüzeyi..... 55
Şekil G.1 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 3, *c* = 1.5m için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 56
Şekil G.2 *E(z)* Kareköklü, *H* = 5m, E_2/E_1 = 3, *c* = 1.5m için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 56
Şekil G.3 *E(z)* Kareköklü, *H* = 10m, E_2/E_1 = 3, *c* = 1.5m için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 56
Şekil G.4 *E(z)* Kareköklü, *H* = 15m, E_2/E_1 = 3, *c* = 1.5m için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 57
Şekil G.5 *E(z)* Kareköklü, *H* = 20m, E_2/E_1 = 3, *c* = 1.5m için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 57
Şekil H.1 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 1, α = 0.5 için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 58
Şekil H.2 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 3, α = 0.5 için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 58
Şekil H.3 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 5, α = 0.5 için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 58
Şekil H.4 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 10, α = 0.5 için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 59
Şekil H.5 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 15, α = 0.5 için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 59
Şekil H.6 *E(z)* Kareköklü, *H* = 3m, E_2/E_1 = 20, α = 0.5 için ½ lik iki plak çökme yüzeyi 59

SEMBOL LİSTESİ

i, j,...	**:** Latin indisleri 1, 2, 3 değerlerini alır
α, β,...	**:** Grek indisleri 1,2 değerlerini alır
ε_{ij}	**:** Birim şekil değiştirme bileşenleri
u_i	**:** Yer değiştirmeler
$\gamma_{\alpha\beta}$	**:** Birim kayma açısı
υ_s	**:** Zemin poison oranı
E_s	**:** Zemin elastisite modülü
G_s	**:** Zemin kayma modülü
E_1	**:** Zemin sıfır kodu elastisite modülü
E_2	**:** Sert zemin elastisite modülü
H	**:** Sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı
C_1	**:** Zemin yataklanma katsayısı olarak düşünülen Vlasov parametresi
C_2	**:** Zemin kayma katsayısı olarak düşünülen Vlasov parametresi
γ	**:** Düşeyde azalmayı gözeten Vlasov parametresi
σ	**:** Gerilme tansörü
ε	**:** Genleme tansörü
E	**:** Elastisite matrisi
C	**:** Kompliyans matrisi
U	**:** Çökme vektörü
E^*	**:** Dönüştürülmüş elastisite matrisi, eğilme rijitliği
C^*	**:** Dönüştürülmüş elastisite matrisinin tersi
Q_x, Q_y	**:** Plakta kesme kuvvetleri
M_{11}, M_{22}, M_{12}	**:** Plakta eğilme momentleri ve burulma momenti
ϕ	**:** Zeminde çökmelerdeki azalmayı gözeten şekil fonksiyonu
τ_{zx}, τ_{zy}	**:** Zemin kolonundaki kayma gerilmeleri
σ_z	**:** Elastik zemin ortamında düşey normal gerilme
f_3	**:** Yük vektörü
σ_f	**:** Moment vektörü
D_f	**:** Denge alt operatörü
D_x, D_y	**:** Kısmi türev operatörleri
I_p, I_f	**:** Plak ve zemin için fonksiyoneller

ZEMİNLE ETKİLEŞİM İÇİNDEKİ AYRIK PLAKLARDA VLASOV PARAMETRELERİNİN SONLU ELEMANLARLA BELİRLENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada iki parametreli Vlasov zemini parametreleri bir sonlu eleman programı ile incelenmiştir. Plak ve zemin bölgeleri dört düğüm noktalı elemanlardan oluşmaktadır. Dörtgen plak elemanlarda her bir düğüm noktasında bir çökme, iki eğilme momenti ve bir burulma momenti olmak üzere 16 serbestlik derecesi, zemin elemanlarda ise her düğüm noktasında sadece çökme olmak üzere 4 serbestlik derecesi tanımlanmıştır.

Beş bölümden oluşan bu çalışmanın ilk bölümünde elastik zemin üzerine oturan homojen izotrop plaklar hakkında kısa bilgiler verilmiştir. Çeşitli zemin modelleri tanıtılmış ve zemin ile plak arasındaki etkileşimi en gerçekçi olarak ifade eden Vlasov zemini hakkında ön bilgi verilmiştir.

İkinci bölümde literatürdeki plak kuramları tanıtılıp Kirchhoff plak kuramı açıklanmıştır. İzotrop ve homojen Kirchhoff plağı için denge denklemi çıkarılmış, bünye bağıntıları da kullanılarak alan denklemleri açık halde yazılmıştır.

Üçüncü bölümde zemin ortamı bünye bağıntılarında Vlasov zemini özellikleri kullanılarak zemin karakteristik parametreleri, zemin yataklanma ve kayma parametreleri ifadeleri oluşturulması açıklanmıştır. Zemin elastisite modülünün derinlik boyunca eksponansiyel ve derinliğin kareköküne bağlı olarak değişmesi durumları için zemin parametreleri yeniden oluştrulmuştur. Zemin elastisite modülünün sabit, doğrusal ve kuadratik değişmesi hallerindeki zemin parametreleri ifadeleri literatürde bulunmaktadır. Bu çalışmada bu ifadelerden de yararlanılmıştır. Zemine ve plağa ait alan denklemleri verildikten sonra kullanılan bilgisayar programın sonlu eleman formülasyonu için oluşturulmuş fonksiyoneller verilmiştir.

Dördüncü bölümde zemin elastisite modülü fonksiyonunun eksponansiyel ve derinliğin kareköküne bağlı olarak değişimini göze alan program kullanılarak çeşitli mühendislik problemleri çözülmüş, sonuçlar tablolar ve grafiklerle izaha sunulmuştur.

Beşinci bölümde dördüncü bölümde analiz edilmiş problemlerin sonuçları yorumlanmıştır.

ANALYSIS OF VLASOV PARAMETERS FOR SEPERATE PLATES INTERACTING WITH FOUNDATION BY USING FINITE ELEMENTS

SUMMARY

In this study, the two parameters of Vlasov foundation are examined by using a finite element computer program. This program uses four nodes finite elements for soil and plate domains. Quadrangle plate element has 16 degrees of freedom, which are one vertical displacement, two bending moments and one torsion moment at each node. The soil element has 4 degrees of freedom which are vertical displacements at each node.

In the first of this five chapters study, the studies about the plates resting on elastic foundations are briefly explained. Some soil models are introduced and Vlasov soil model that is describing the interaction between plate and soil realistically is told.

In the second part, plate theories in literature are introduced and Kirchhoff plate theory is explained. The equilibrium equation of Homogen Isothropic Kirchhoff plate is derived and domain equations are written in open form for Kirchhoff plates.

The elastic foundation is defined in the third chapter. The soil bending and shear parameters are formed for the Vlasov soil model based on structure equations. The two Vlasov parameters are derived for the elasticity modulus of soil varying exponentially and square root of depth respectively. The analytical expressions of Vlasov parameters for the constant, linear, quadratic varying functions of soil modulus of elasticity are avaible in the literature. In this study, these expressions are used for comparison of parameters. After giving domain equations of soil and plate, the functionales used by finite element program are given.

In the fourth chapter, the computer program is used and some engineering problems are solved. Results are presented by tables and graphs.

In the fifth chapter, the results of the problems analyzed in the fourth chapter are dealed and some comments are implied.

1 GİRİŞ

1.1 ELASTİK ZEMİNE OTURAN PLAKLARDA ANALİTİK VE SAYISAL ÇALIŞMALAR

Elastik zemine oturan plaklar hava alanı yolları, güçlendirilmiş otoyol kaldırımları gibi mühendislik uygulamalarında ve özellikle de sanayide karşımıza çıkmaktadır. Gerçekte zemin karmaşık bir ortamdır. Eğer amaç sadece zeminin yapıdaki etkilerini araştırmak ise, yani zemin ortamı incelenmeyecekse, problem bu etkileşimi yapıda yeterli yakınsaklıkta yansıtacak biçimde çok daha basit bir formülasyon geliştirilebilir.

Mekanik zemin modelleri içinde tek parametreli Winkler modeli sadeliği nedeniyle en çok bilinendir (Winkler, 1867). Burada elastik zeminin düşeydeki şekil değiştirmesi, sık aralıklarla yerleştirilmiş yaylarla karakterize edilmektedir ve yay katsayıları da zemin yataklanma katsayısı olarak bilinir (Terzaghi, 1955). Fakat tek parametreli model sürekli ortamın tasvirinde bazı uyumsuzluklar gösterir (Pasternak, 1954), (Vlasov, ve Leont'ev, 1966), (Nogami ve Lam, 1987). Bunları aşmak için çeşitli iki parametreli zemin modelleri geliştirilmiştir. Bu çalışmada kullanılacak olan Vlasov modeli gibi (Vlasov, ve Leont'ev, 1966). Burada birinci parametre zemin yataklanma katsayısı gibi düşünülürse, ikinci parametre büyük önem kazanır. Zemin ortamındaki düşey yer değiştirmenin azalmasını gözetmek için Vlasov modelinde kullanılan γ-parametresinin hesaplanması pratik mühendislik uygulamalarında bazı zorluklar yarattığı için Vallabhan-Das bir yaklaşım önermiştir (Vallabhan ve Das, 1988).

Zemin parametrelerinin yüklemeye, plak boyutları ile zemin sabitlerine bağlı olarak hesaplanması daha gerçekçidir. O nedenle bu çalışmada Vlasov modeli tercih edilmiştir. Araştırmada elastik zemin üstünde plakların oturması durumunda, zemin elastisite modülünün,

$$E_s = E_1 e^{c\,z} \tag{1.1}$$

$$E_s = E_1 + (E_2 - E_1)\left(\frac{z}{H}\right)^n \quad , \qquad (\mathrm{n} = 0.5,1,2) \tag{1.2}$$

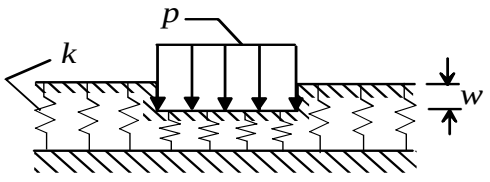
şeklindeki fonksiyonları kullanılarak zemin parametrelerinin ne şekilde değiştiği incelenmiştir. Bakınız Şekil A.1. Bu amaçla Omurtag ve Çelik (2003), Dindar (2002), Aydoğan ve ark. (1995) den yararlanılmıştır.

Zemin yapı etkileşimi, mühendislik problemlerinde her zaman güncelliğini koruyan ilginç problemlerin başında yer almaktadır. Literatürde analitik yöntemlerin yanı sıra çeşitli sayısal çözüm arayışlarına da rastlanmaktadır. Burada amaç, sayısal çözüm tekniklerine uyarlanabilen, bilgisayar maliyeti düşük ve olabildiğince gerçekçi sonuçlar veren bir yöntemin ortaya çıkarılmasıdır.

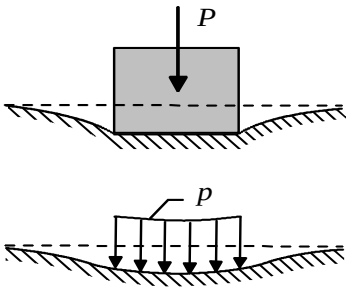
En basit mekanik zemin modeli Winkler (1867) tarafından önerilmiştir. Burada *p* basıncı ile *w* çökmesi arasındaki doğrusal ilişki,

$$p(x, y) = kw(x, y) \tag{1.3}$$

biçiminde tanımlanmış olup yataklanma katsayısı denilen *k* ile taşıyıcı elemanın altındaki elastik zemin bir çeşit yay gibi simüle edilmektedir (Bakınız Şekil 1.1). Buradaki tek zemin parametresi *k* dır. Şekil 1.1 de görüldüğü gibi düzgün yayılı yükleme altında bu zemin modeli sürekli ortamı gerektiği gibi tanımlamakta yetersiz kalmaktadır. Gerçekte yapı ile zemin arasındaki etkileşim Şekil 1.2 de çizildiği gibi olmalıdır.



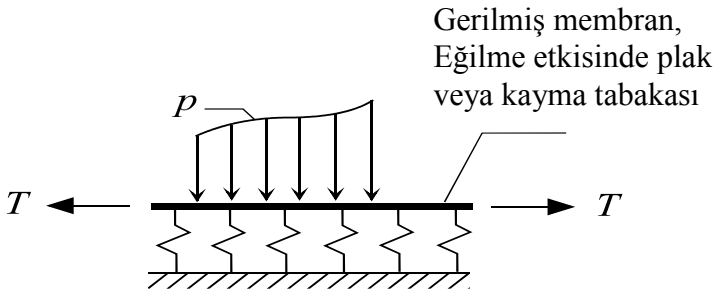
Şekil 1.1. Winkler zemin modeli



Şekil 1.2 Gerçek zemin davranışı

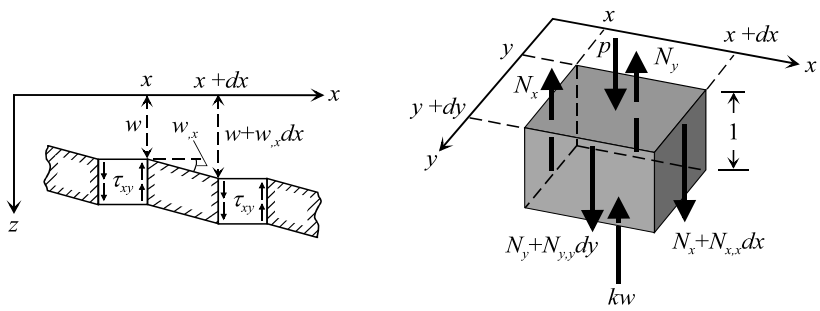
O nedenle yapılan iyileştirmeler sonucu çeşitli zemin modelleri geliştirilmiştir. Bu amaçla zeminin yarı sonsuz elastik ortam olduğunu düşünerek yapılan matematik formülasyonlar beraberinde işlem kalabalıklığını da getirmiştir. İşleri basitleştirmek amacıyla Filonenko-Borodich yay elemanlarının tepe noktalarında, aralarında belli oranda etkileşimi sağlamak üzere, sabit çekme kuvveti T yi taşıyan bir elastik membran önermiştir (Bakınız Şekil 1.3) (Filonenko ve Borodich, 1940). Bu durumda düşey doğrultuda denge koşulu, çökme ve basınç ilişkisi,

$$p = kw - T\nabla^2 w \tag{1.4}$$



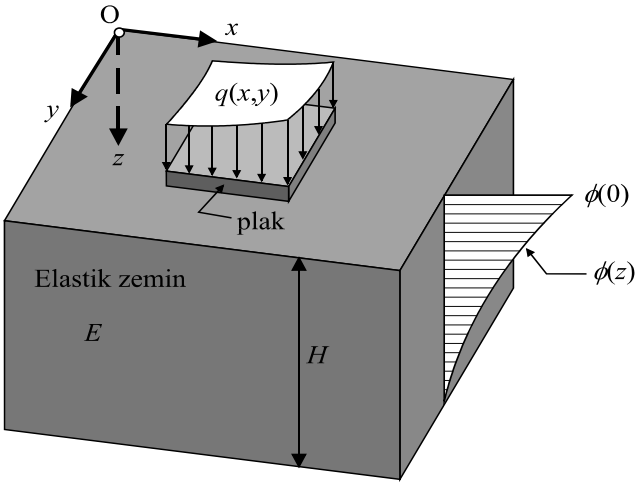
Şekil 1.3. Filonenko-borodich zemin modeli

Bir başka iki parametreli elastik zemin modeli de Pasternak tarafından önerilmiştir (Pasternak, 1954). Bu da yay elemanları arasında kayma etkileşiminin olduğu kabulüne dayanmaktadır (Bakınız Şekil 1.4). Eğer bu kayma tabakası ihmal edilirse, özel bir durum olarak Winkler zemin modeli elde edilmektedir.



Şekil 1.4. Pasternak zemin modeli

Bir başka iki parametreli zemin modeli de Vlasov (1949) ve Vlasov-Leont'ev (1966) tarafından önerilmiştir Vlasov modelinde tanımlanan üçüncü parametre γ ile zeminde kalınlık boyunca gerilme dağılımının belli kısıtlara göre kontrolü yapılmaktadır (Bakınız Şekil 1.5). Vallabhan-Das işte bu parametreyi sayısal olarak elde edecek bir ardışık yaklaşım yöntemi önermişler ve çubuklara uygulamışlardır (Vallabhan ve Das, 1988). İki parametreli zemin modeli kullanılarak, Winkler modelindeki tek parametreye geçişi sağlamaya dönük çalışmalar da vardır (Daloğlu ve Vallabhan, 2000).



Şekil 1.5 Vlasov zemin modeli

Kapalı çözümü bulunmayan mühendislik problemlerinin yaklaşık çözümlerinin elde edilebilmesi için çeşitli sayısal çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler yapılan kabullere bağlı olarak incelenen problemlere çeşitli yakınsaklıklarda sonuçlar verirler. Sayısal çözüm metotları içersinde, daha genel bir yöntem olan ve bilgisayar

programcılığına olan yatkınlığı ile ön plana çıkan sonlu elemanların yanı sıra, sonlu farklar, sonlu şerit metodu , Rayleigh-Ritz metodu , seriler gibi çeşitli çözüm yöntemleri vardır (Altman ve Neto, 1989), (Luo, 1982), (Tabarrok ve ark., 1974), (Weller, 1981), (Omurtag ve Aköz, 1995), (Omurtag ve Kadıoğlu, 1998), (Azizian ve Dawe, 1985), (Benson ve Hinton, 1976), (Dawe ve Roufail, 1982), (Misuzawa ve ark., 1980), (Tong ve ark., 1992).

Pratik mühendislik uygulamalarında hesabı istenen kuvvet ve moment türü fiziksel büyüklüklerinin, deplasman türü elemanlarda bir geri yerleştirme işlemi sonucu yer değiştirmelerden türetiliyor olması, bu sonuçların hassasiyeti üzerinde belli ölçüde etkili olmaktadır. Bunu aşmak için eleman ağında sıklaştırmaya gidilmesi (*h-adaptivity*) ya da polinom mertebelerinin arttırılması (*p-adaptivity*) da bir yaklaşımdır (Babuska ve Suri, 1994), (Melenk ve ark., 1999), (Actis ve ark., 1997), (Gerdes ve ark., 1998), (Aköz ve ark., 1991). Halbuki, karışık sonlu eleman formülasyonun da yer değiştirmelerin yanı sıra kuvvetler ve momentler de elemanın bilinmeyenleri olmakta ve doğrudan hesaplanabilmektedir. Böylece karışık sonlu eleman modellemesi ile daha hassas kuvvet ve moment türü büyüklüklerin hesaplanması mümkün olabilmektedir. Gáteux diferansiyelinin kullanılmasının sağladığı üstünlükler Aköz ve ark. (1991), Omurtag ve Aköz (1994) de geniş olarak bulunabilir. Sonlu eleman modellemesinde karışık sonlu elemanların, yer değiştirmelerin yanı sıra kuvvet ve moment türü büyüklükleri de eleman bilinmeyeni olarak kullanabilmesi ve yer değiştirme türü elemanların ciddi sorunlarından biri olan kilitlenmeye (locking effect) karşı korunumlu olması son yıllardaki tercih sebeplerinin başlıcalarını oluşturur (Pian, 1964), (Pian, 1978). Ayrıca karışık sonlu elemanlarda eleman en/boy oranı (aspect ratio) da bir sorun oluşturmamaktadır (Omurtag ve Aköz, 1992).

Plak-iki parametreli zemin etkileşimi problemlerin ele alındığı yaklaşık çözüm yöntemleri içinde yaygın olarak sonlu farklar ile sonlu elemanlar kullanılmaktadır (Straughan, 1990). Sonlu eleman çalışmaları içinde yer değiştirme türü elemanlarla yapılan başlıcaları: Vallabhan ve Turhan (1992), Daloğlu (1999),Buczkowski (2001), Saygun ve Çelik (2003), sayılabilir. Karışık sonlu elemanlarla yapılan çalışmalar için Dindar (2002), Omurtag ve ark (2003) belirtilebilir.

1.2 KAPSAM

Önerilen çalışma kapsamında Kirchhoff-Love teorilerine dayalı plakların elastik zeminle etkileşimleri karışık sonlu eleman metodu ile incelenecektir ve bu kapsamda sadece statik problemler ele alınacaktır. Bu çalışmada zemin ortamında elastisite modülünün $E_s = E_1 e^{c\,z}$ ve $E_s = E_1 + (E_2 - E_1)\left(\sqrt{z/H}\right)$, biçiminde değişimi kullanılmıştır. Böylece zemin ortamında, zemin karakteristiklerinin doğrusal olmadığı problemler sonlu eleman yöntemiyle ele alınmıştır. Zemin ortamındaki elastisite modülünün eksponansiyel değişimi, Dindar (2002) da incelenen doğrusal ve kuadratik değişimi ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca Turhan (1992), Omurtag ve Çelik (2003) in sonuçları da sunulmuştur. Zemin elastisite modülünün farklı fonksiyonları, birbirine yakın iki plak arasındaki etkileşim problemi, plakta boşluk olmasının zemin parametrelerine etkisi incelenmiş ve bazı zemin türleri için zemin parametreleri elde edilmiştir. Plak elemandaki serbestlikler çökmeler ve momentlerdir. Zemin eleman için serbestlikler çökmelerdir.

2 KIRCHHOFF PLAK KURAMI

2.1 GİRİŞ

Plaklar, kalınlıkları diğer iki boyutu yanında küçük, kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri düzlem ve taşıdığı yükler bu düzleme dik olan düzlemsel (eğriliği sonsuz) taşıyıcı elemanlardır. Bu durumda plak ortalama yüzeyi, plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri olarak tanımlanır.

Başlıca plak kuramları:

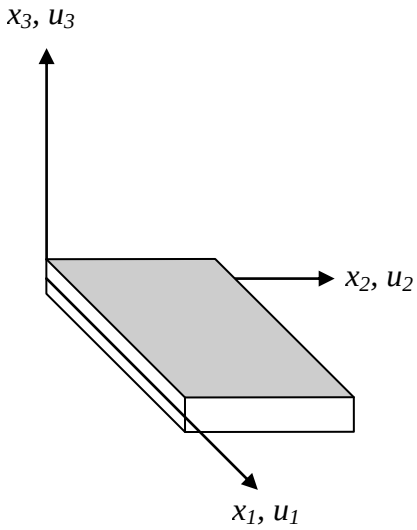
1) Kirchhoff plağı: İnce plak teorisi olup, kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilir. Çökmeler kalınlık boyutu mertebesinden bir mertebe küçüktür.
2) Reissner plağı: Kayma şekil değiştirmeleri sabit bir değer olarak hesaba katılır ve nispeten kalın plaklar için uygundur.
3) Kàrmàn plağı: Çökmelerin plak kalınlığı mertebesinde olduğu durumlarda büyük yer değiştirme hesabı için kullanılır.

Bu çalışmada Kirchhoff plak kuramı kullanılacak olup diğer üç plak teorisinden yalnızca bahsedilmiştir. Bu plak teorileri için geniş açıklama Timeshonko ve Krieger (1982) de bulunabilir.

2.2 KİRCHHOFF PLAK TEORİSİNDE YAPILAN KABULLER

1) Başlangıçta, orta düzleme dik ve düzlem olan kesitler şekil değiştirmeden sonrada orta düzleme dik ve düzlem kalırlar. Bu varsayım çubuklarda Bernoulli-Navier hipotezi adı ile bilinir.

2) x_1, x_2, x_3 birbirine dik kartezyen eksen takımını göstermek üzere, u_1, u_2, u_3 bu yönlerdeki yer değiştirmeleri göstersin (Bakınız Şekil 2.1).Plak içinde herhangi bir noktada $u_3(x_1, x_2, x_3)$ sıfırdan farklıdır, ancak çökmeler (u_3) kalınlık boyutundan bir mertebe küçük olduğundan plak ortalama düzlemine dik dığrultuda uzama oranı,



Şekil 2.1 Yer değiştirme bileşenleri

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \cong 0 \tag{2.1}$$

olduğu varsayılır. Ayrıca

$$\gamma_{13} = \frac{\tau_{13}}{G} = 0 \quad \text{ve} \quad \gamma_{23} = \frac{\tau_{23}}{G} = 0 \tag{2.2}$$

dır. Burada τ_{13}, τ_{23} kayma gerilmeleri; γ_{13}, γ_{13} kayma açıları; G ise homojen izotrop plaklarda kayma modülüdür.

$$G = \frac{E}{2(1+\upsilon)} \tag{2.3}$$

Plak için gerilme ve genleme tansörleri sırasıyla,

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & 0 \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

3) İkinci mertebe etkiler ihmal edildiği için süperpozisyon kuralı geçerlidir.

2.3 BÜNYE BAĞINTILARI

Üç boyutlu doğrusal elastisite kuramında kinematik bağıntılar,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right) \quad , \qquad (i = 1,2,3, j = 1,2,3) \tag{2.5}$$

biçiminde yazılır. Plak ortamında bir noktadaki yer değiştirme,

$$u_i = u_i\left(x_1, x_2, x_3\right) \tag{2.6}$$

olmak üzere ; orta düzlemdeki bir noktanın yer değiştirmesi,

$$u_i^o = u_i\left(x_1, x_2, 0\right) \tag{2.7}$$

olarak tanımladıktan sonra yer değiştirme bileşenlerini bulalım,

$$\gamma_{\alpha 3} = u_{\alpha,3} + u_{3,\alpha} = 0 \quad , \qquad (\alpha = 1,2) \tag{2.8}$$

den

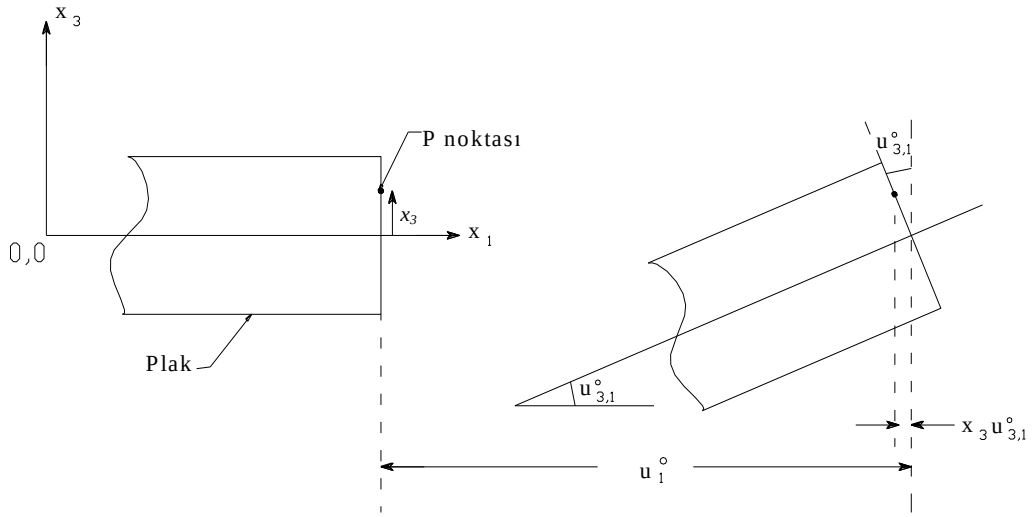
$$u_{\alpha,3} = -u_{3,\alpha} \quad , \qquad (\alpha = 1,2) \tag{2.9}$$

bulunur. (2.9) integre edilirse,

$$u_\alpha = u_\alpha^o - x_3 u_{3,\alpha} \quad , \qquad (\alpha = 1,2) \tag{2.10}$$

bulunur (Bakınız Şekil 2.2). Kırchhoff plağında; $u_1^{\,o}$ ve u_2^o ın ihmal edilebilecek derecede küçük oldukları öngörülür. Dolayısıyla,

$$u_\alpha = -x_3 u_{3,\alpha} \quad , \qquad (\alpha = 1,2) \tag{2.11}$$



Şekil 2.2 Kirchhoff plağında şekil değiştirmeden önceki ve sonraki hal. Teoride kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilmiştir.

olur. Böylece, yapılan yer değiştirme varsayımına göre kinematik ilişkiler

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,1} \\ u_{2,2} \\ u_{1,2} + u_{2,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_3 u_{3,11} \\ -x_3 u_{3,22} \\ -2x_3 u_{3,12} \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

biçiminde elde edilir. Düzlem gerilme durumunda Hooke yasaları,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}\,\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.13}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}\,\boldsymbol{\sigma} \tag{2.14}$$

dir. Burada **E** elastisite matrisi, **C** de kompliyans matrisidir. Aralarındaki ilişki,

$$\mathbf{E} = \mathbf{C}^{-1} \tag{2.15}$$

dir. Sırası ile 2.13 ve 2.14 denklemlerini açık olarak yazarsak,

$$\begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\frac{E}{\left(1-\upsilon^{2}\right)}\begin{bmatrix}1 & \upsilon & 0\\ \upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{(1-\upsilon)}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \gamma_{12}\end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \gamma_{12}\end{bmatrix}=\frac{1}{E}\begin{bmatrix}1 & -\upsilon & 0\\ -\upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2(1+\upsilon)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \tau_{12}\end{bmatrix} \tag{2.17}$$

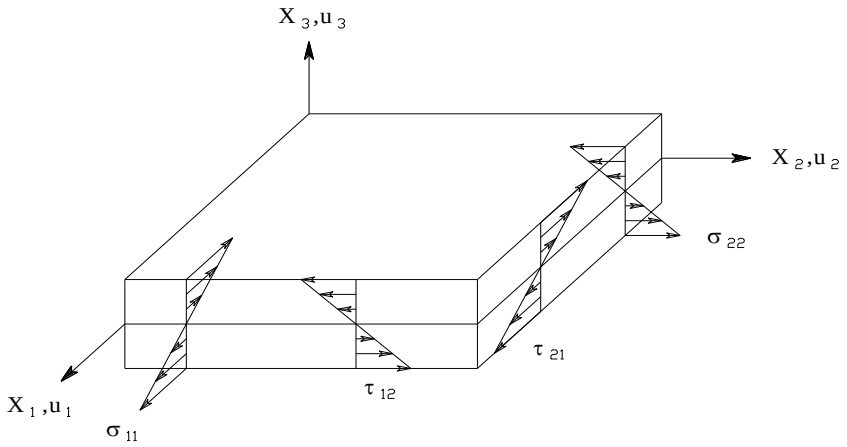
(2.12) da (2.16) yerleştirilirse, gerilmeler yer değiştirmeler cinsinden

$$\begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\frac{E}{\left(1-\upsilon^{2}\right)}\begin{bmatrix}1 & \upsilon & 0\\ \upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{1}{2}(1-\upsilon)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-x_3u_{3,11}\\ -x_3u_{3,22}\\ -2x_3u_{3,12}\end{bmatrix} \tag{2.18}$$

biçiminde elde edilir. Buna göre plak kesitinde momentler,

$$\overrightarrow{M}_{\alpha\beta}=\int_{-h/2}^{h/2}\overrightarrow{\sigma}_{\alpha\beta}\,x_3dx_3\quad,\qquad(\alpha,\beta=1,2) \tag{2.19}$$

biçiminde hesaplanır (Bakınız Şekil 2.3, 2.4).



Şekil 2.3 Plak kesitinde gerilme dağılımı

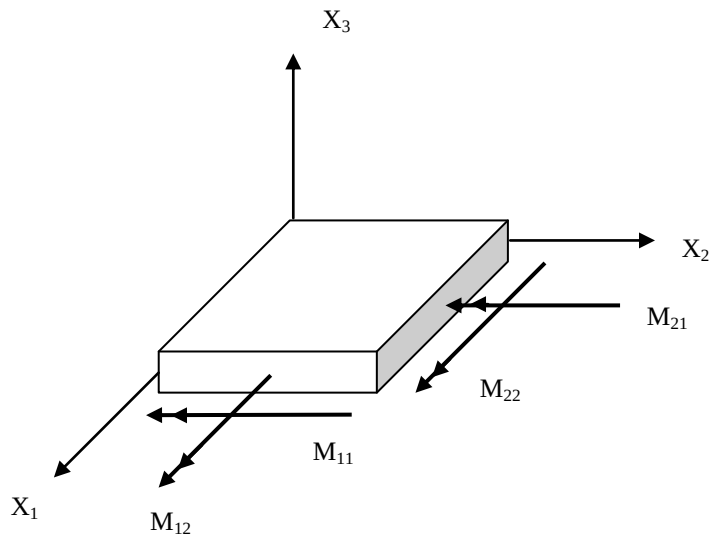
(2.19) da (2.18) yerleştirilirse moment vektörü ile çökme vektörü arasındaki ilişki,

$$\begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \frac{Eh^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)} \begin{bmatrix} 1 & \upsilon & 0 \\ \upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\upsilon)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -u_{3,11} \\ -u_{3,22} \\ -u_{3,12} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

(2.20) biraz düzenlenirse

$$\begin{bmatrix} -u_{3,11} \\ -u_{3,22} \\ -u_{3,12} \end{bmatrix} = \frac{12}{Eh^3} \begin{bmatrix} 1 & -\upsilon & 0 \\ -\upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1+\upsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 2.4 Plak eğilme ve burulma momentleri

2.4 DÜŞEY DENGE DENKLEMİNİN BULUNMASI

- Düşey denge denklemi (Bakınız Şekil 2.5),

$$-q-\frac{\partial Q_y}{\partial x_2}-\frac{\partial Q_x}{\partial x_1}=0 \tag{2.22}$$

- X_1 ekseni etrafında moment denge denklemi yazılırsa(Bakınız Şekil 2.5),

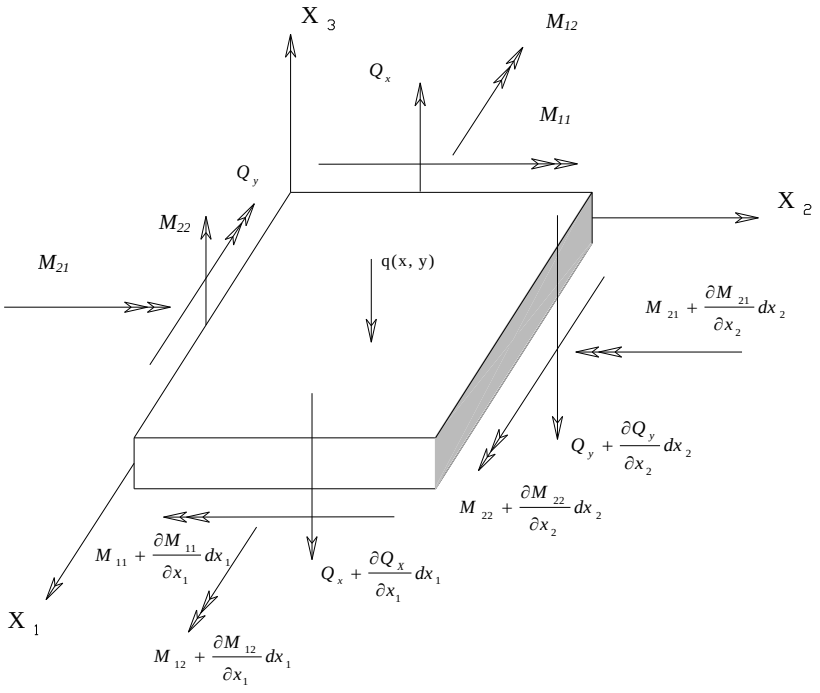
$$Q_y=\frac{\partial M_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} \tag{2.23}$$

- X_2 ekseni etrafında moment denge denklemi yazılırsa:

$$Q_x=\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1}+\frac{\partial M_{12}}{dx_2} \tag{2.24}$$

(2.23) ve (2.24), (2.22) de yerlerine koyulurak (2.25) plak denge denklemi elde edilir

$$-M_{11,11}-M_{22,22}-2M_{12,12}-q=0 \tag{2.25}$$



Şekil 2.5 Plakta elemanter bir parçada dış yük ve kesit tesirleri

2.5 PLAK ALAN DENKLEMLERİ

Kirchhoff plağının denge denklemleri ve bünye bağıntıları operatör yapıda,

$$-\mathbf{D}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}}\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{f}} - \mathrm{f}_3 = 0 \quad , \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{f}} - \mathrm{C}_{\mathbf{f}}\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{f}} = 0 \tag{2.26}$$

biçiminde yazılabilir. Burada,

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{f}} &= \left[M_{11}, M_{22}, M_{12}\right]^T \\ \mathbf{D}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}} &= \left[\left(D_x\right)^2, \left(D_y\right)^2, 2D_xD_y\right] \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{f}} &= -\left[D_f^e\right]^T u_3 \\ \mathbf{C}_{\mathbf{f}} &= \frac{12}{Eh^3}\begin{bmatrix} 1 & -\upsilon & 0 \\ -\upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\upsilon) \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{2.27}$$

Formüllerde, h plak kalınlığı, υ plak poison oranı, M_{11}, M_{22} eğilme momentleri, M_{12} burulma momenti, f_3 ise yük vektörüdür (Dindar, 2002).

2.6 PLAK ORTAMI İÇİN FONKSİYONEL

Bu çalışmada kullanılan fonksiyoneller Dindar (2002), Omurtag ve Çelik. (2003) de bulunabilir.Kirchhoff plağı için fonksiyonel,

$$\mathbf{I}_{\mathbf{p}} = -\left[\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{s}}\right] - \frac{1}{2}\left[\mathbf{C}_{\mathbf{f}}\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{f}}, \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{f}}\right] - \left[\mathrm{f}_3, \mathrm{u}_3\right] + \Gamma_{\mathrm{p}} \tag{2.28}$$

dır. Burada, Γ_{p} sınır koşulu ifadesidir. Ayrıca,

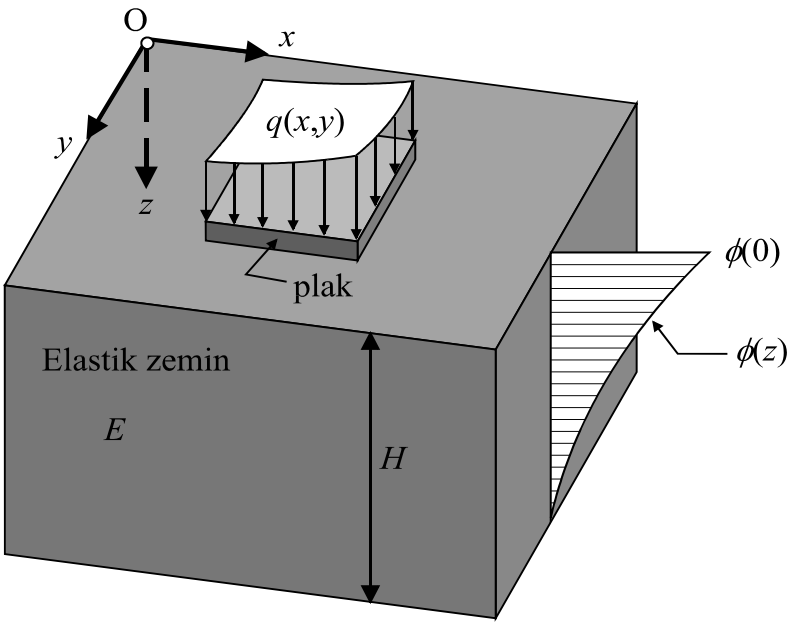
$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} &= \left[\Omega_1, \Omega_2\right]^T \quad , \qquad \Omega_\alpha = -u_{3,\alpha} \quad , \qquad \alpha = 1,2 \\ \sigma_{\mathrm{s}} &= \left[\left(M_{11,1} + M_{12,2}\right), \left(M_{22,2} + M_{12,1}\right)\right]^T \end{aligned}\right\} \tag{2.29}$$

Burada $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{s}}$ moment, $\boldsymbol{\Omega}$ ise eğrilik vektörüdür.

3 İKİ PARAMETRELİ ZEMİN MODELİ

3.1 ZEMİN ALAN DENKLEMLERİ

İncelenecek problemlerin çözümleri için izlenecek yöntemde iki farklı yol izlenebilir. Bunlardan birincisi, plak elemanın içinin zemin davranışını kapsayacak biçimde zenginleştirilmesidir. O zaman zemin bölgesi ile plak bölgesi aynı olmak zorundadır. Bu yöntem hedeflenen çalışmayı desteklememektedir. İkincisi, plak elemanı ile zemin elemanının ayrı ayrı kullanılmasıdır. O zaman zemin bölgesi ile plak bölgesi bir ara kesite sahip olacaktır. Bu durumda plak bölgesi zemin bölgesini ya tam olarak ya da kısmen kapsayabilecektir. O nedenle bu çalışmada ikinci düşünce kullanılacaktır.



Şekil 3.1. Vlasov zemin modeli

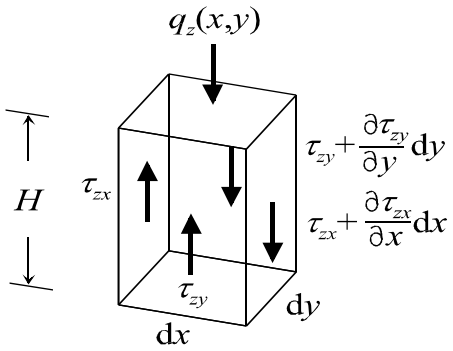
Sıkışabilir zemin ortamındaki bir noktanın çökmesi,

$$\bar{u}_3(x, y, z) = u_3(x, y)\phi(z) \tag{3.1}$$

gibi bir fonksiyonla gösterilebilir. Burada $u_3(x, y)$ zemin yüzeyindeki çökme fonksiyonudur. Zemin ortamı ile sağlam tabaka arasındaki mesafeye *H* denirse, (3.1) de,

$$\phi(z = 0) = 1 \quad \text{ve} \qquad \phi(z = H) = 0 \tag{3.2}$$

olur (Çelik ve Saygun, 1999). Herhangi bir (x, y) noktası civarında *dx*, *dy* ve *H* boyutlu bir zemin kolonuna gelen tesirler Şekil 3.2 de görülmektedir. Burada gerilmeler, *H* boyunca homojen zemin kolonunda zemin kayma modülü G_s ile çökme fonksiyonu cinsinden, zemin yüzeyi ile zemin içinde u_1 ile u_2 yatay yer değiştirmeler ihmal edilerek,



Şekil 3.2. Homojen zemin kolonu

$$\left.\begin{aligned}
\tau_{zx} &= G_s(\bar{u}_{3,x} + \bar{u}_{2,z}) = G_s u_{3,x}\phi \\
\tau_{zx,x} &= G_s u_{3,xx}\phi \\
\tau_{zy} &= G_s(\bar{u}_{3,y} + \bar{u}_{1,z}) = G_s u_{3,y}\phi \\
\tau_{zy,y} &= G_s u_{3,yy}\phi
\end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

biçiminde yazılabilir. Bu kolonda, temelden zemine aktarılan $q_z(x, y)$ yükü ve yanal kayma gerilmeleri sonucu üç boyutlu elastik ortamda σ_z normal gerilmesi,

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\upsilon_s)}{(1+\upsilon_s)(1-2\upsilon_s)}\bar{u}_{3,z} = \frac{E_s(1-\upsilon_s)}{(1+\upsilon_s)(1-2\upsilon_s)}u_3\phi_{,z} \tag{3.4}$$

olur ve bu durum bir yükleme olarak düşünülebilir. Kolonun üst yüzeyindeki birim çökme için, z derinliğindeki herhangi bir noktanın çökmesi

$$\bar{u}_3 = 1 \cdot \phi(z) \tag{3.5}$$

Birim uzama oranı,

$$\bar{\varepsilon}_z = \bar{u}_{3,z} = \phi_{,z} \tag{3.6}$$

olur. Toplam potansiyel enerjinin u_3 e göre varyasyonu alınıp Vlasov parametreleri tanımlandığında (Dindar, 2002),

$$q_z = c_1 u_3 - 2c_2 \left(u_{3,xx} + u_{3,yy} \right) = c_1 u_3 - 2c_2 \Delta u_3 \tag{3.7}$$

eşitliğine ulaşılır. Burada $\Delta = (\Lambda)_{,xx} + (\Lambda)_{,yy}$ biçiminde bir operatör olup,

$$c_1 = \frac{(1-\upsilon_s)}{(1+\upsilon_s)(1-2\upsilon_s)} \int_{z=0}^{H} E_s (\phi_{,z})^2 \, dz \quad \text{ve} \quad 2c_2 = \int_{z=0}^{H} G_s \phi^2(z) dz \tag{3.8}$$

olup Vlasov parametreleri olarak tanımlanmıştır. Toplam potansiyel enerjinin ϕ göre varyasyonu alındığında,

$$\begin{aligned} m &= \frac{E_s (1-\upsilon_s)}{(1+\upsilon_s)(1-2\upsilon_s)} \int_{-\infty-\infty}^{\infty \ \infty} u_3^2 (x, y) dxdy \\ n &= G_s \int_{-\infty-\infty}^{\infty \ \infty} [\left(u_{3,x} \right)^2 + \left(u_{3,y} \right)^2] dxdy \end{aligned} \tag{3.9}$$

olmak üzere,

$$- m \phi_{,zz} + n\phi = 0 \tag{3.10}$$

eşitliği elde edilir.

Zemin ortamında (3.2) deki sınır koşulları için (3.10) çözülürse,

$$\phi = \frac{Sinh\left[\gamma(1-\frac{z}{H})\right]}{Sinh\left[\gamma\right]} \tag{3.11}$$

elde edilir (Dindar, 2002).

$$E_s = E_1 e^{c\,z} \tag{3.12a}$$

$$E_s = E_1 + (E_2 - E_1)\sqrt{z/H} \tag{3.12b}$$

(3.12a) da zemine bağlı *c* katsayısı verilirse,

$$E_2 = E_1 e^{cH} \tag{3.13}$$

dan E_2 bulunur. Eğer başlangıçta E_1 ve E_2 biliniyorsa,

$$c = \frac{1}{H}\ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right) \tag{3.14}$$

den *c* bellidir.

Zeminde elastisite modülünün iki farklı fonksiyonu (3.12a) ve (3.12b) için c_1 ve c_2 elde edilmiştir. (3.12a) ve (3.11), (3.8a) ile (3.8b) de yerlerine koyulup integral işlemi gerçeklendiğinde,

$$\left.\begin{aligned} P &= 2c(c^2H^2 - 4\gamma^2)Sinh^2[\gamma] \\ S_1 &= \frac{(1-\upsilon_s)E_1\gamma^2}{(1+\upsilon_s)(1-2\upsilon_s)H^2} \\ S_2 &= \frac{E_1}{2(1+\upsilon_s)} \\ C_{11} &= 2e^{cH}(c^2H^2 - 2\gamma^2) \\ C_{12} &= (cHCosh[2\gamma] + 2\gamma Sinh[2\gamma] + cH) \\ C_{21} &= 4\gamma^2 e^{cH} \\ C_{22} &= (cHCosh[2\gamma] + 2\gamma Sinh[2\gamma] - cH) \end{aligned}\right\} \qquad (3.15)$$

olmak üzere,

$$c_1 = S_1\frac{C_{11} - cHC_{12} + 4\gamma^2}{P} \quad \text{ve} \quad 2c_2 = S_2\frac{C_{21} - cHC_{22} - 4\gamma^2}{P} \qquad (3.16)$$

şeklinde elastisite modülünün eksponansiyel değişimi için parametreler elde edilmiş olur. Benzer yolla (3.12b) ve (3.11), (3.8a) ile (3.8b) de yerine koyulursa,

$$\left.\begin{aligned} A &= 16\sqrt{\gamma}\left((E_1 + 2E_2)\gamma + 3E_1Cosh[\gamma]Sinh[\gamma]\right) \\ B &= 3(E_1 - E_2)\sqrt{2\pi}\,Erfi[\sqrt{2\gamma}]\left(Cosh[2\gamma] - Sinh[2\gamma]\right) \\ C &= 3(E_1 - E_2)\sqrt{2\pi}\,Erf[\sqrt{2\gamma}]\left(Cosh[2\gamma] + Sinh[2\gamma]\right) \\ D &= 16\sqrt{\gamma}\left((E_1 + 2E_2)\gamma - 3E_1Cosh[\gamma]Sinh[\gamma]\right) \end{aligned}\right\} \qquad (3.17)$$

Erf(x) ve *Erfi(x)* fonksiyonları için geniş açıklama Ek B de mevcuttur. Böylece zemin parametreleri,

$$c_1 = \frac{(1-\upsilon_s)}{(1+\upsilon_s)(1-2\upsilon_s)}\frac{\sqrt{\gamma}\,Csch^2[\gamma](A + B - C)}{96H} \qquad (3.18a)$$

$$2c_2 = -\frac{1}{2(1+\upsilon_s)}\frac{HCsch^2[\gamma](D - B + C)}{96\gamma^{3/2}} \qquad (3.18b)$$

şeklinde E_s nin (3.12b) deki değişimi için elde edilmiş olur.

Ele alınacak problem doğrusal değildir. Zemin parametrelerinin elde edilmesinde kullanılan $\phi(z)$ fonksiyonu bir γ sabitine bağlı olarak hesaplanabilmektedir. Burada γ parametresini zemin çökme yüzeyine bağlı olarak belirlemek gerekmektedir. Yalnız o da başlangıçta belli değildir. O nedenle Vallabhan ve ark. ardışık yaklaşım yöntemi kullanarak γ hesabı önermişlerdir. Buna göre, başlangıç olarak $\gamma = 1$ seçilmekte ve buna bağlı olarak c_1 ve c_2 hesaplanır. Bu değerler için temel hesabı yapılıp $u_3(x, y)$ belirlenir. Buna göre,

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^2 = \frac{(1-2\upsilon_s)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{u_{3,x}^2 + u_{3,y}^2\right\}dxdy}{2(1+\upsilon_s)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}u_3^2\,dxdy} \tag{3.19}$$

bağıntısından yeni γ değeri hesaplanır.Bu bir önceki γ değeri ile hesaplanır. Yeter yakınsaklık sağlandığında hesaplar durdurulur (Omurtag ve Çelik, 2003), (Dindar, 2002), (Çelik, 1996), (Çelik ve Saygun 1999).

3.2 ZEMİN ORTAMI İÇİN FONKSİYONEL

Vlasov zemin modeli için fonksiyonel (Dindar, 2002), (Omurtag ve Çelik, 2003),

$$\mathbf{I_f} = \frac{1}{2}[c_1 u_3, u_3] + [c_2\Omega_1, \Omega_1] + [c_2\Omega_2, \Omega_2] + \Gamma_f \tag{3.20}$$

Burada, Γ_f sınır koşulu ifadesidir. Ayrıca,

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{\Omega} &= [\Omega_x, \Omega_y]^T \quad , \quad \Omega_\alpha = -u_{3,\alpha} \quad , \quad \alpha = x, y \\ \sigma_s &= \left[\left(M_{11,x} + M_{12,y}\right), \left(M_{22,y} + M_{12,x}\right)\right] \end{aligned}\right\} \tag{3.21}$$

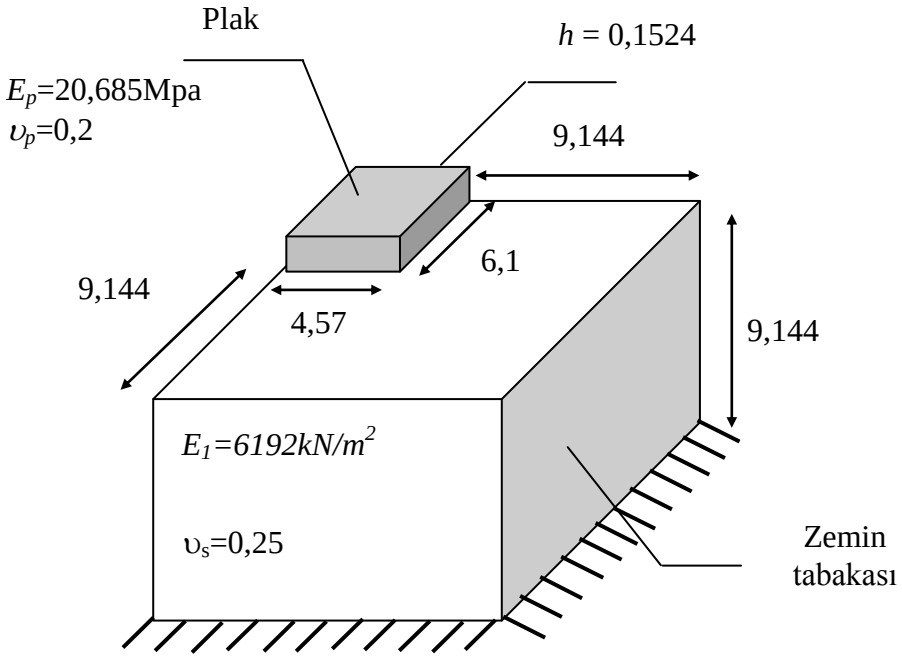
Burada $\boldsymbol{\sigma_s}$ moment, $\mathbf{\Omega}$ ise eğrilik vektörüdür.

4 SAYISAL ÖRNEKLER

4.1 ZEMİN ELASTİSİTE MODÜLÜNÜN FARKLI FONKSİYONLARI İÇİN VLASOV PARAMETRELERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

ÖRNEK 1a:

Bu problemde zemin elastisite modülünün doğrusal, kuadratik, exponansiyel ve derinliğin karekökünе bağlı olarak değiştiği durumlar için zemin parametreleri (c_1, c_2, γ) hesaplanıp karşılaştırılmıştır. Sert zemin elastisite modülüne E_2 zemin sıfır kodundaki elastisite modülüne E_1 dersek, E_2 / E_1 oranının 1, 3, 5, 10 değerleri için zemin parametreleri bulunup karşılaştırılacaktır. Bu işlem plakta q = 23,94 kN/m^2 düzgün yayılı yayı yükü ve plak simetri merkezinden etki eden P = 133,34 kN tekil yükü için tekrarlanacaktır. Aynı problem Turhan (1992), Dindar (2002) Omurtag ve Çelik (2003) tarafından da incelenmiştir. Plağın ve yüklemelerin iki simetri ekseni bulunduğundan analizde dörtte birlik plak-zemin bölgesi incelenmiştir. Malzeme sabitleri Şekil 4.1 de verilmiştir.



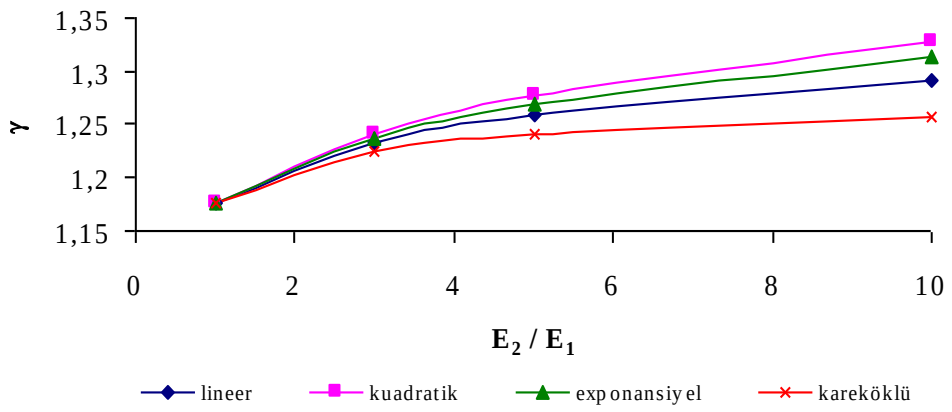
Şekil 4.1. ¼ lük plak-zemin bölgesi

Tablo 4.1. Tüm plakta q yayılı yükü olduğun da zemin parametrelerinin aldıkları değerler. (*D=Doğrusal,K_1=Kuadratik,E=Eksponansiyel,K_2=Kareköklü)*

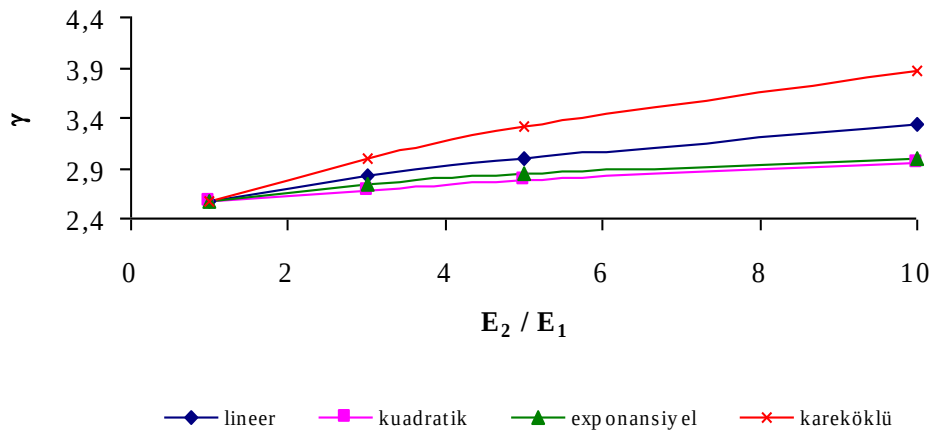
E_2/E_1	γ				C_1				C_2			
	D	K_1	*E*	K_2	*D*	K_1	*E*	K_2	*D*	K_1	*E*	K_2
1	1,1757	1,1757	---	1,1757	938,0	938,0	---	938,0	3565,0	3565,0	---	3565,0
3	1,2335	1,2401	1,2374	1,2248	1676,0	1381,2	1521,4	2021,3	5104,0	4104,5	4599,7	6565,2
5	1,2601	1,2767	1,2685	1,2411	2402,0	1807,3	1960,8	3097,4	6636,0	4647,2	5249,9	9560,9
10	1,2905	1,3273	1,3139	1,2572	4196,0	2840,5	2846,3	5781,1	10453,0	5999,8	6377,1	17039,5

Tablo 4.2. Tüm plakta tekil P yükü olduğun da zemin parametrelerinin aldıkları değerler. (*D=Doğrusal,K_1=Kuadratik,E=Eksponansiyel, K_2=Kareköklü)*

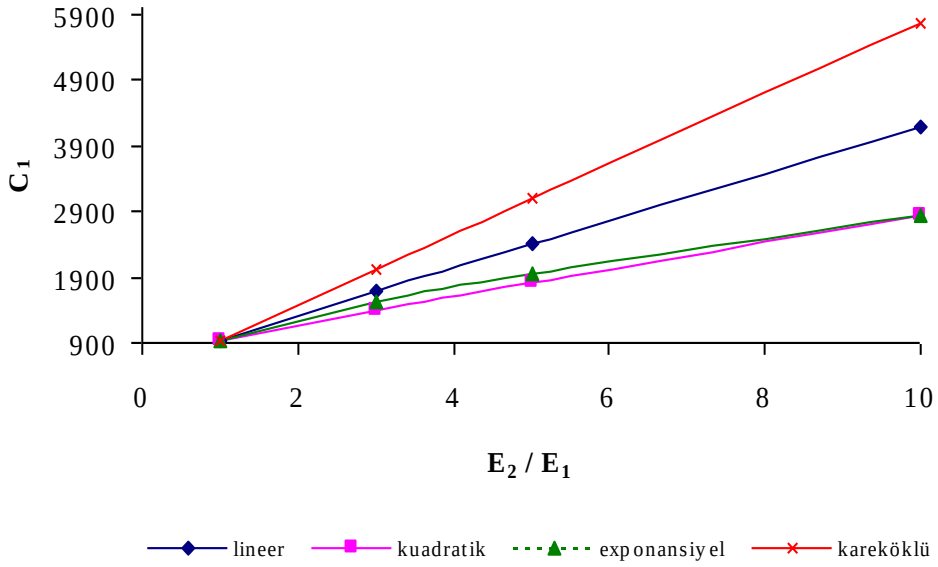
E_2/E_1	γ				C_1				C_2			
	D	K_1	*E*	K_2	*D*	K_1	*E*	K_2	*D*	K_1	*E*	K_2
1	2,5617	2,5617	---	2,5617	1248,0	1248,0	---	1248,0	2343,0	2343,0	---	2343,0
3	2,8172	2,6783	2,7463	3,0023	1845,0	1492,5	1667,5	2452,8	2873,0	2495,8	2696,4	3496,2
5	3,0028	2,7730	2,8452	3,3119	2398,0	1711,7	1923,0	3678,1	3328,0	2635,5	2880,3	4422,0
10	3,3371	2,9516	2,9922	3,8626	3700,0	2193,4	2347,6	6870,9	4275,0	2950,4	3150,9	6255,8



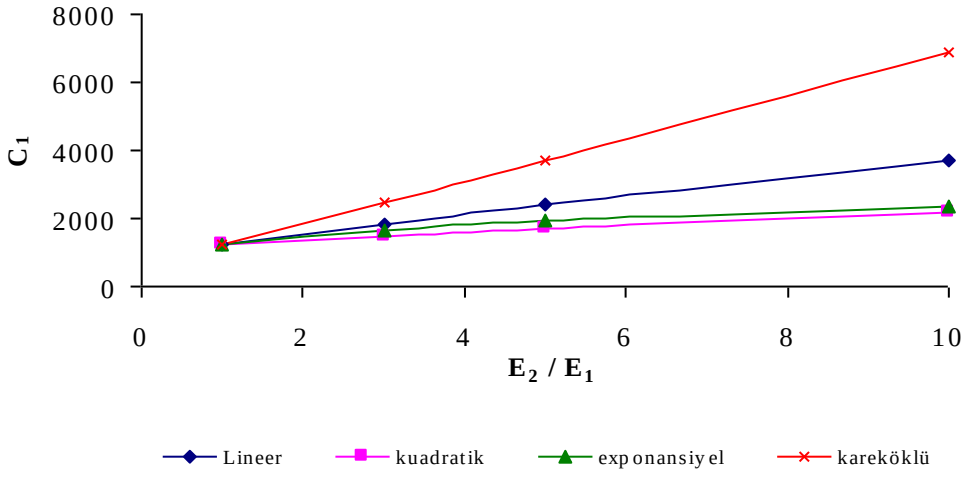
Şekil 4.2. q yükü altında γ değişimi



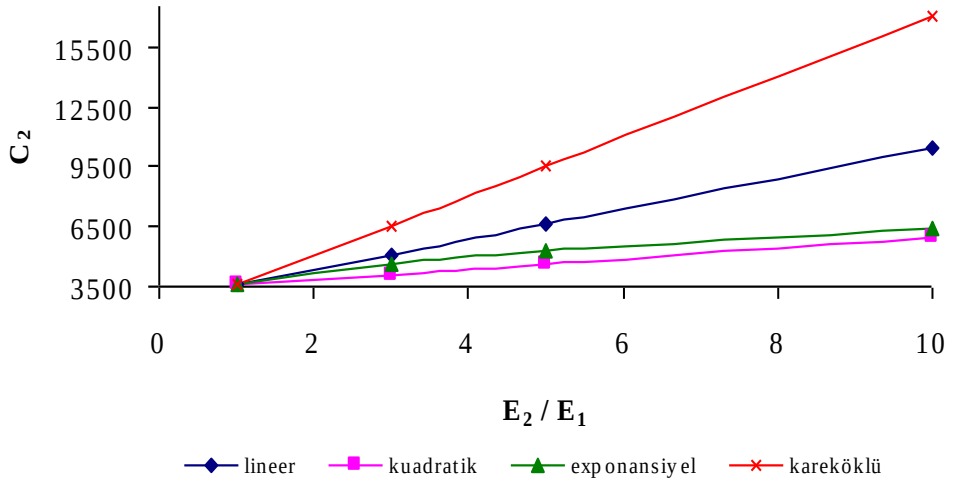
Şekil 4.3. *P* yükü altında γ değişimi



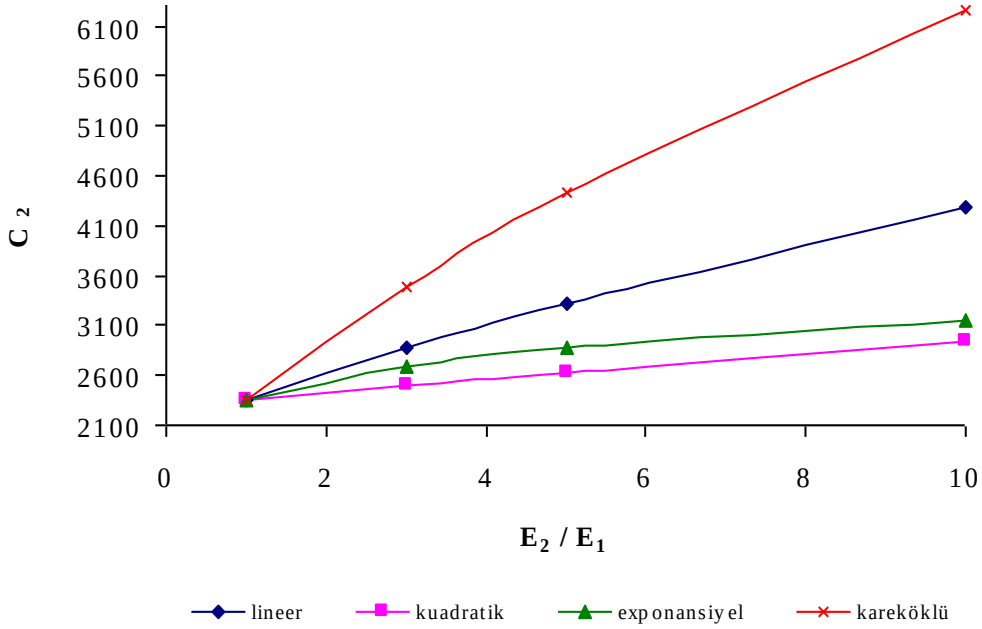
Şekil 4.4 *q* yükü altında c_1 değişimi



Şekil 4.5 *P* yükü altında c_1 değişimi



Şekil 4.6 *q* yükü altında c_2 değişimi



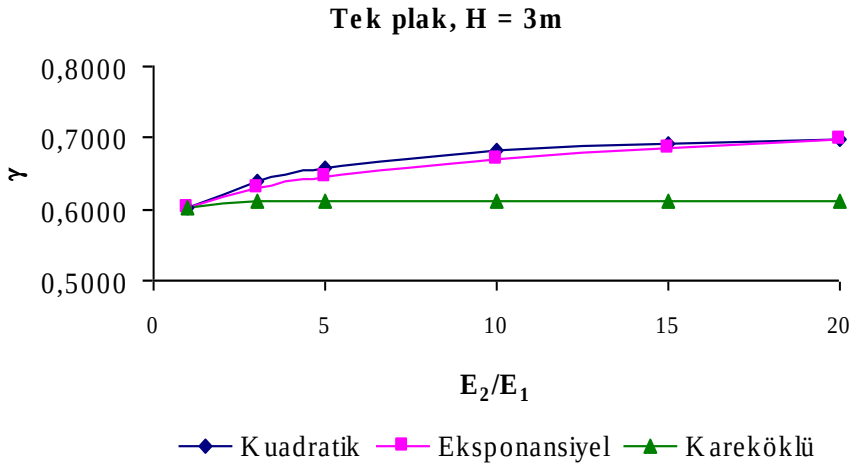
Şekil 4.7 *P* yükü altında c_2 değişimi

Şekil 4.2-4.7 grafikleri E_2/E_1 oranı dışındaki diğer bütün değişkenler sabit tutulup zemin ortamındaki elastisite modülü $E_s(z)$ nin doğrusal, kuadratik ve eksponansiyel, ve derinliğin kareköküne bağlı olarak değiştiği durumlar için elde edilmişlerdir. C_1, c_2, *ve* γ değerleri zemin elastisite modülünün eksponansiyel değişmesi halinde doğrusal ve kuadratik durumlarda aldıkları değerlerin arasında, kuadratik duruma daha yakındırlar.$E_s(z)$ nin derinliğin kareköküne bağlı olarak değişmesi durumunda ise c_1 ve c_2 parametreleri en büyük değerlerini almaktadırlar. γ' nın en büyük değeri,

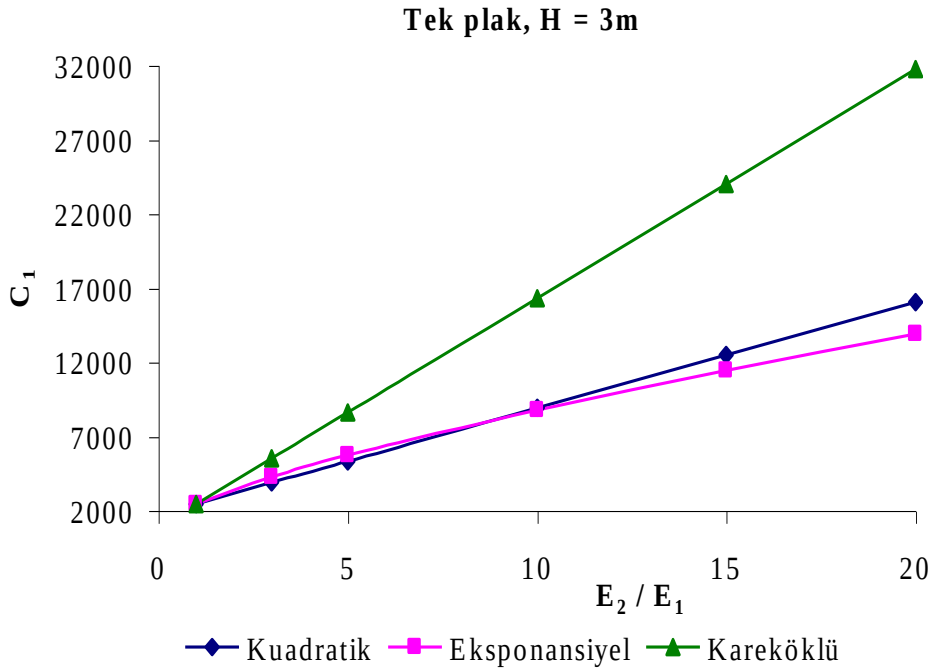
yayılı yükte $E_s(z)$ kuadratik değişirken, tekil yükte $E_s(z)$ derinliğin karekköküne bağlı olarak değişirken karşımıza çıkmaktadır.Bir başka gözlem zemin parametrelerinin hesabında yapılan ardışık yaklaşım sayısı üstünedir. Görüldü ki, tekil yükleme halinde iterasyon sayısı yayılı yükleme durumuna göre biraz daha fazla olmaktadır.

ÖRNEK 1b:

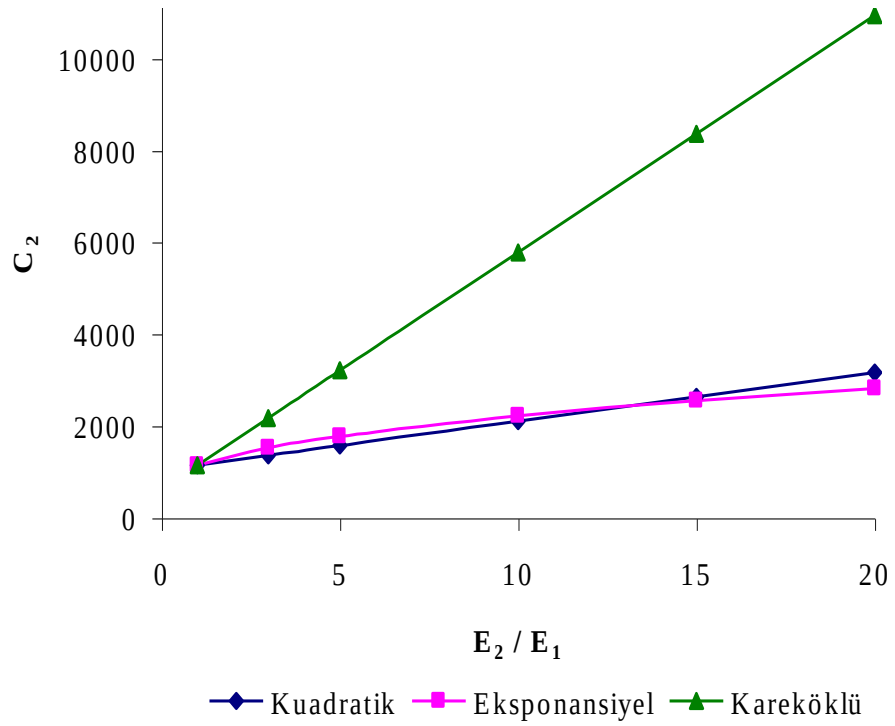
Örnek 3 de yapılan analiz sonunda E_2/E_1 oranına bağlı olarak elde edilen zemin parametrelerine ait grafiklerde zemin elastisite modülünün eksponansiyel ve kuadratik olması durumları için elde edilen c_1 ve c_2 parametre eğrilerin kesiştiği görülür (Şekil 4.8-4.10). Bu kesişme E_2/E_1' in aldığı değerlere göre çizilen $E_s(z) - z$ grafiklerinde benzer şekilde gerçekleşmektedir (Şekil 4.11-4.15). Ancak γ - E_2/E_1 grafiğinde hiçbir kesişme olmamaktadır (Bakınız Tablo E1-E4).



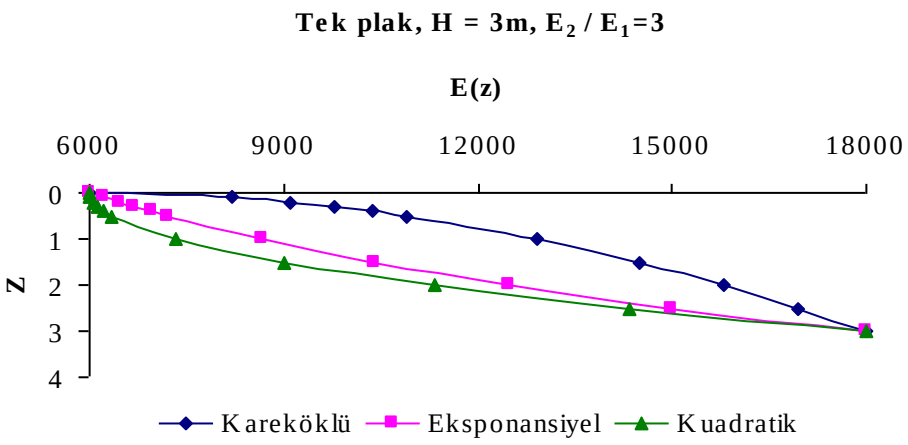
Şekil 4.8 Örnek 3 için γ değişimi



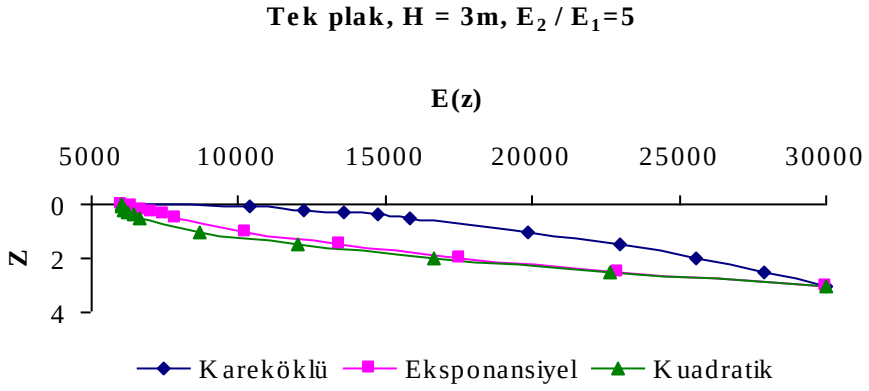
Şekil 4.9 Örnek 3 için c_1 değişimi



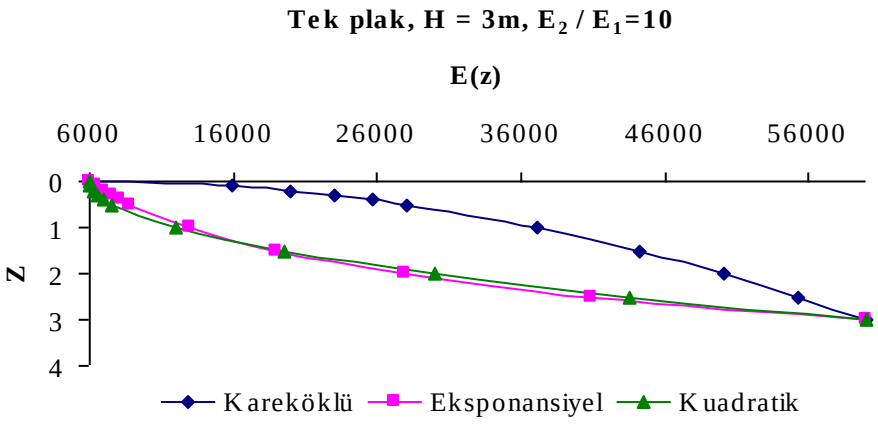
Şekil 4.10 Örnek 3 için c_2 değişimi



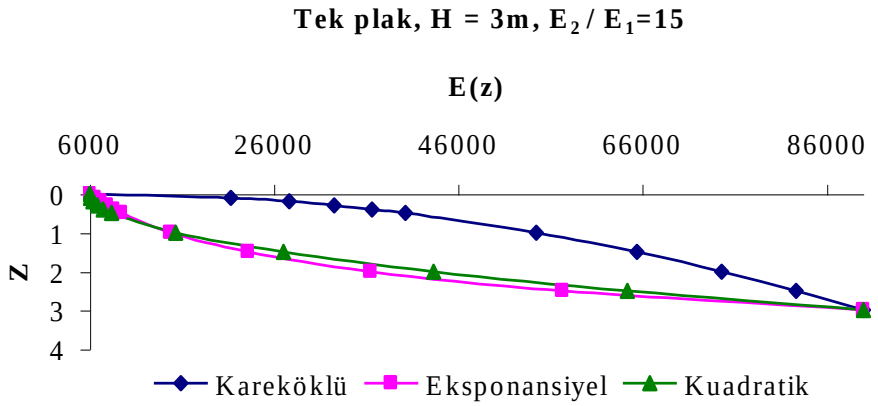
Şekil 4.11 Örnek için E(z)-z değişimi



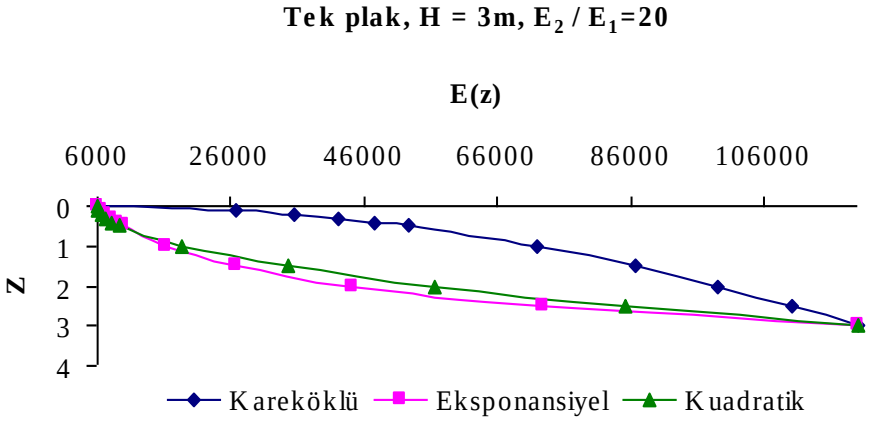
Şekil 4.12 Örnek için E(z)-z değişimi



Şekil 4.13 Örnek için E(z)-z değişimi



Şekil 4.14 Örnek için E(z)-z değişimi



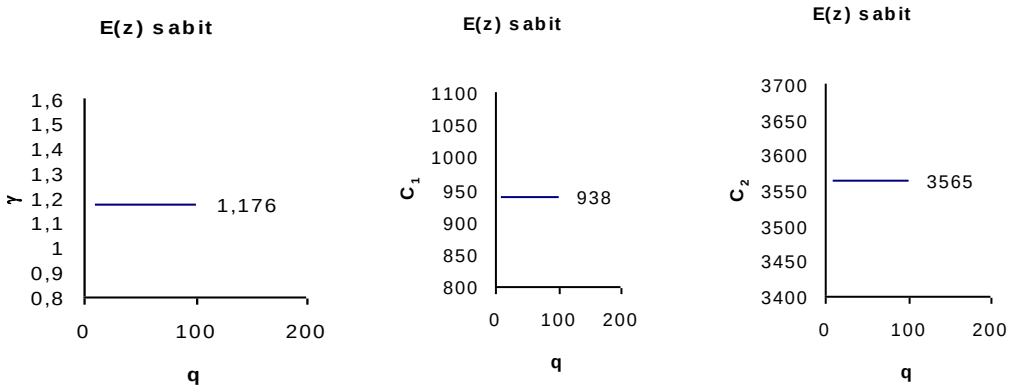
Şekil 4.15 Örnek için E(z)-z değişimi

Zemin elastisite modülünün zemin ortamı için ağırlıklı ortalaması düşünülürse bu sonuçlar beklendiği gibidir.

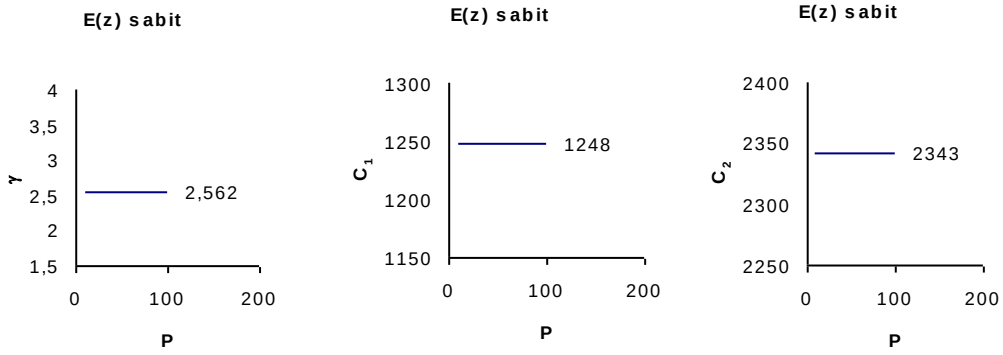
4.2 VLASOV PARAMETRELERİNİN YÜKÜN ŞİDDETİNE DEĞİL, YÜKLEME DURUMUNA BAĞLI OLDUĞUNUN İSPATI

ÖRNEK 2:

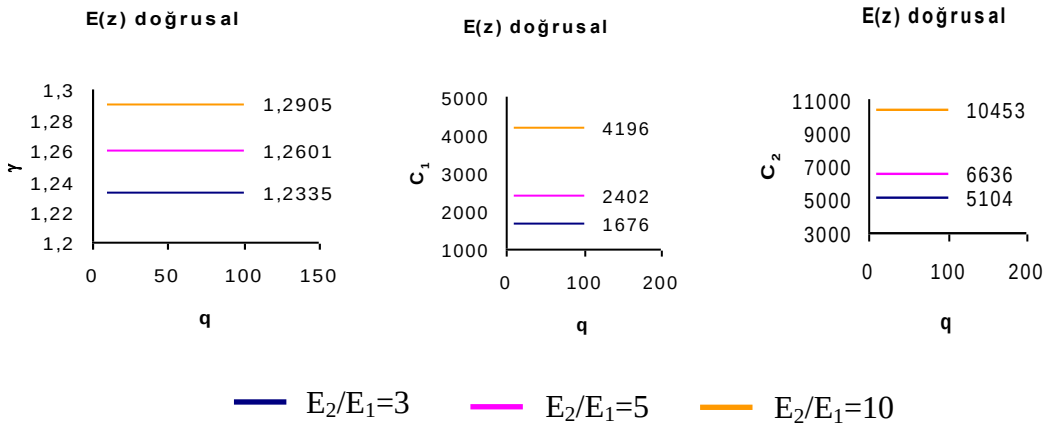
Örnek 1 deki problem düzgün yayılı yükün ve plak simetri merkezinden etki eden tekil yükün farklı şiddetteki değerleri için çözülmüş ve Vlasov parametrelerinin değişmediği görülmüştür. O halde yükleme durumu (Yük vektörlerinin konumu, doğrultusu) değiştirilmeden plak üzerine etki eden tüm yükler (Yani yük vektörü) sabit bir sayı ile çarpılırsa zemin parametrelerinin değerleri değişmemektedir. Bu sonuç Şekil 4.16-4.23 de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi birim yükleme γ, c_1, c_2 yi elde etmek için yeterli olmaktadır.



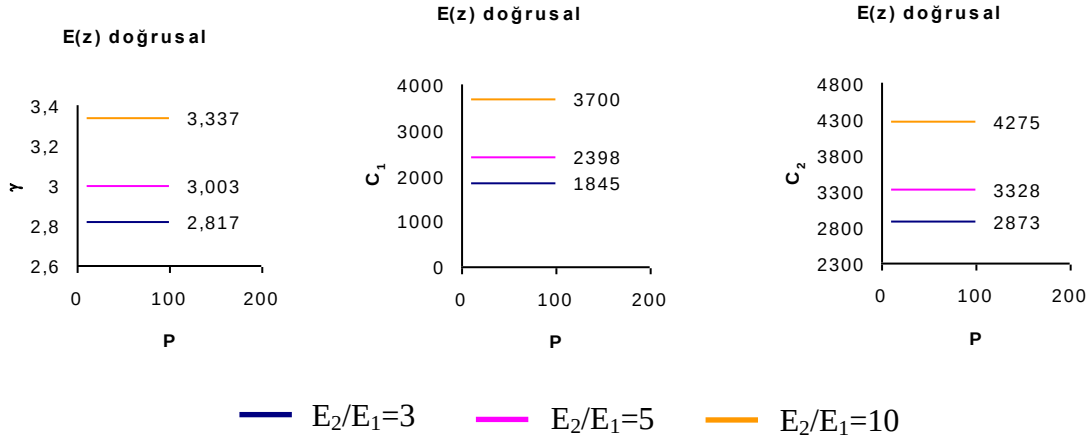
Şekil 4.16 *E(z)* sabit, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



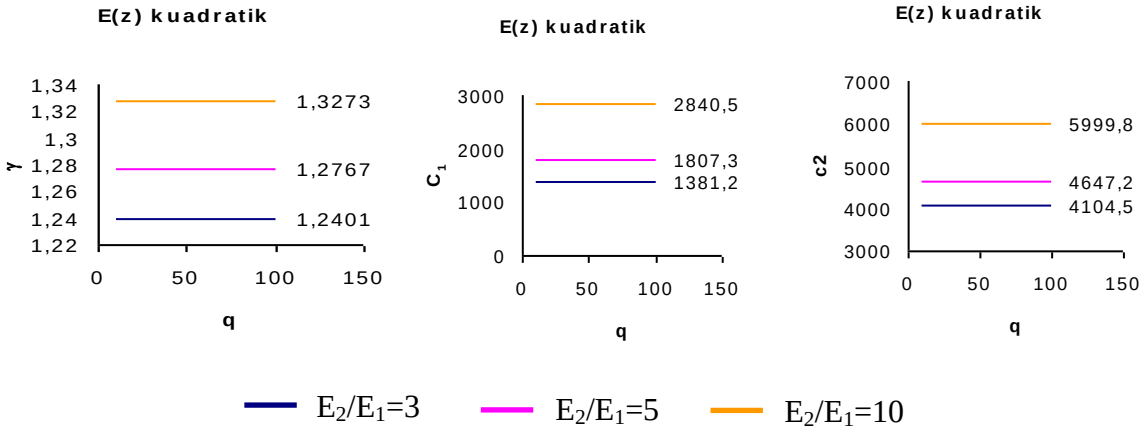
Şekil 4.17 ,*E(z)* sabit, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



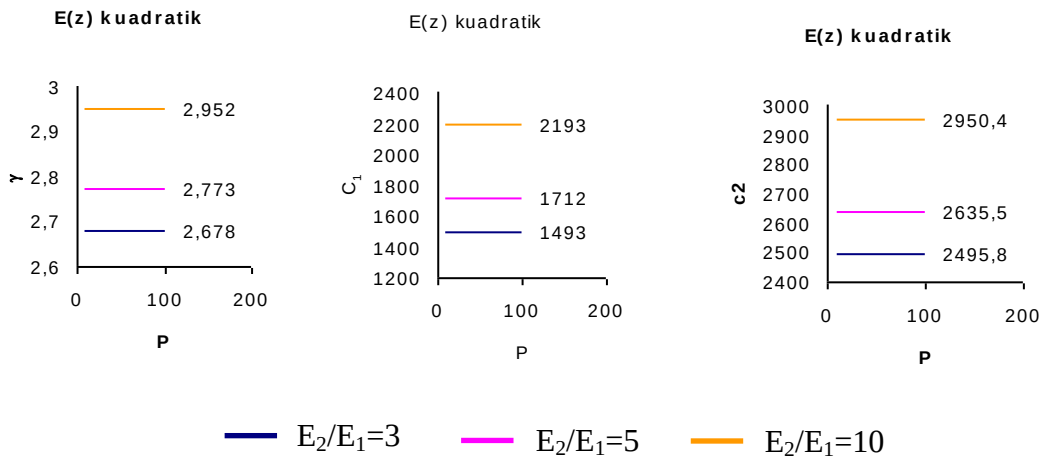
Şekil 4.18 *E(z)* doğrusal, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



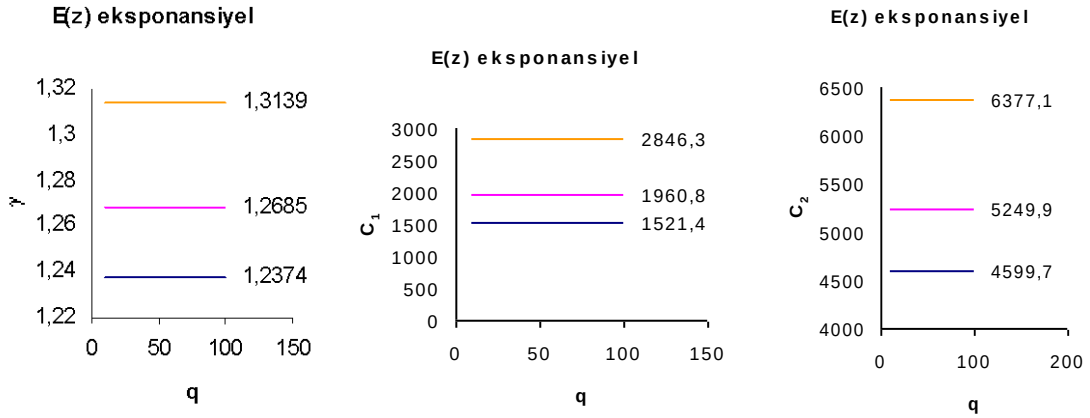
Şekil 4.19 *E(z)* doğrusal, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



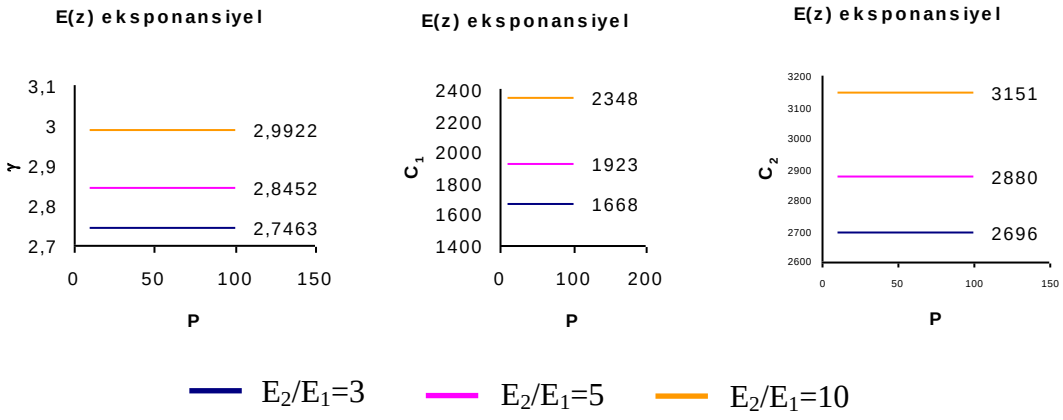
Şekil 4.20 *E(z)* kuadratik, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



Şekil 4.21 *E(z)* kuadratik, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



Şekil 4.22 *E(z)* eksponansiyel, yayılı yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor



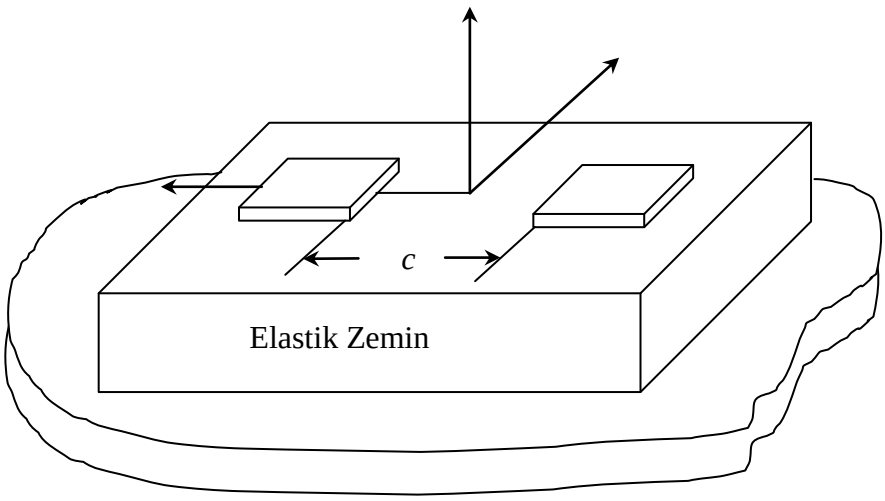
Şekil 4.23 *E(z)* eksponansiyel, tekil yükün şiddeti ile parametreler değişmiyor

4.3 VLASOV PARAMETRELERİ KULLANILARAK AYRIK İKİ PLAK ARASINDAKİ ETKİLEŞİMİN İNCELENMESİ

ÖRNEK 3:

Bu problem Omurtag, M. H. ve Çelik, M (2003). tarafından çözülmüştür. Söz konusu çalışmada zemin elastisite modülü fonksiyonunun doğrusal değişimi göz önüne alınmıştır. Bu çalışma kapsamında zemin elastisite modülü fonksiyonunun kuadratik ve eksponansiyel değişimi göz önüne alınmıştır. Sıkışabilir zemin kalınlığına *H,* sert zemin elastisite modülüne E_2, zemin sıfır kodundaki elastisite modülüne E_1 dersek; *H*' ın 3m, 5m, 10m, 15m, 20m ve E_2/E_1 oranının 1,3,5,10,15,20 değerleri için zemin parametreleri bulunup plakların etkileşimi incelenecektir. Plak için malzeme sabitleri: E = 28.500MPa, ν = 0,167. Kalınlığı 0,25m ve bir kenarının uzunluğu 10m olan kare plaklar ele alınmıştır. İki yakın plak arasındaki uzaklığa c denilmiştir. Sırasıyla zemin sıfır kodundaki ve sert zemine ait elastisite modülleri, $E_1 = E_s\big|_{z=0} = 6\,\text{MPa}$ ve $E_2 = E_s\big|_{z=H}$ dır. Tüm plakta q = 1MPa düzgün yayılı yük vardır. Üç farklı problem çözülmüştür. Birincisinde tek bir plak göz önüne alınarak çözülmüştür. İkinci problemde E_2/E_1 ve ayrık plaklar arasındaki uzaklığın etkileşim üzerindeki önemini incelemek amacıyla aralarındaki mesafe $c = \alpha H$, (α = 0,1; 0,5; 1) olan iki plak için zemin parametreleri bulunmuştur (Bakınız Tablo E1-E4).

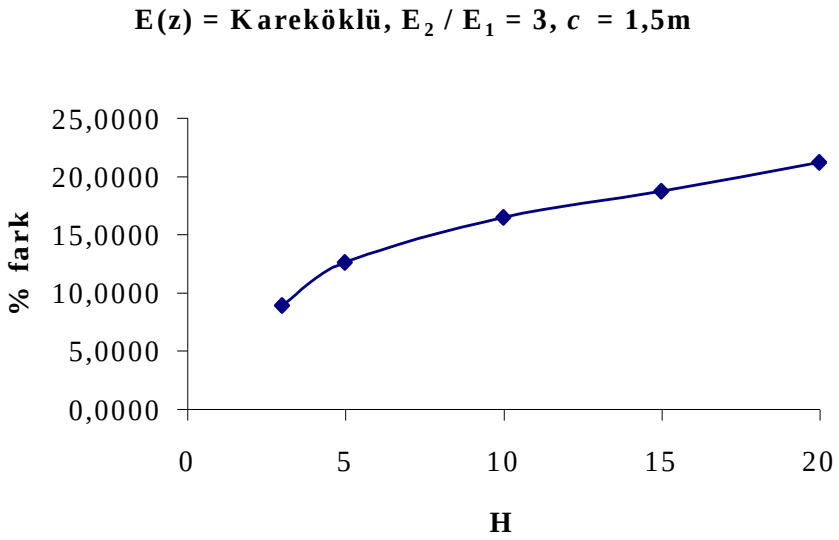
Üçüncüsünde ise sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı, *H*' nin etkileşim üzerindeki önemini incelemek için aralarındaki mesafe c = 1,5m olan iki plak için zemin parametreleri bulunmuştur (Bakınız Tablo 4.3, Şekil 4.24).



Şekil 4.24 Elastik zemin üzerinde birbirine yakın iki plak

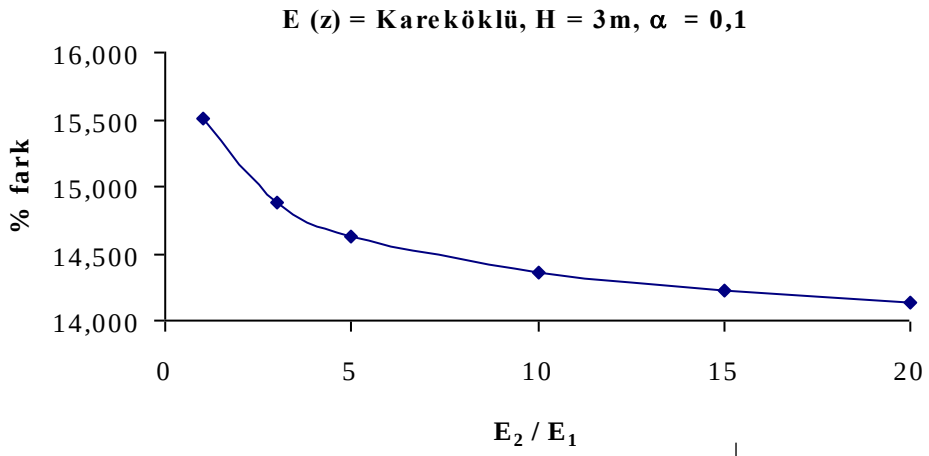
Tablo 4.3 Ayrık plaklar arasındaki etkileşim

H	*Tek plak* γ	*İki plak* γ	*% fark*
3	0,6105	0,5566	8,8288
5	0,8344	0,7300	12,5120
10	1,3211	1,1044	16,4030
15	1,7338	1,4103	18,6584
20	2,1146	1,6685	21,0962

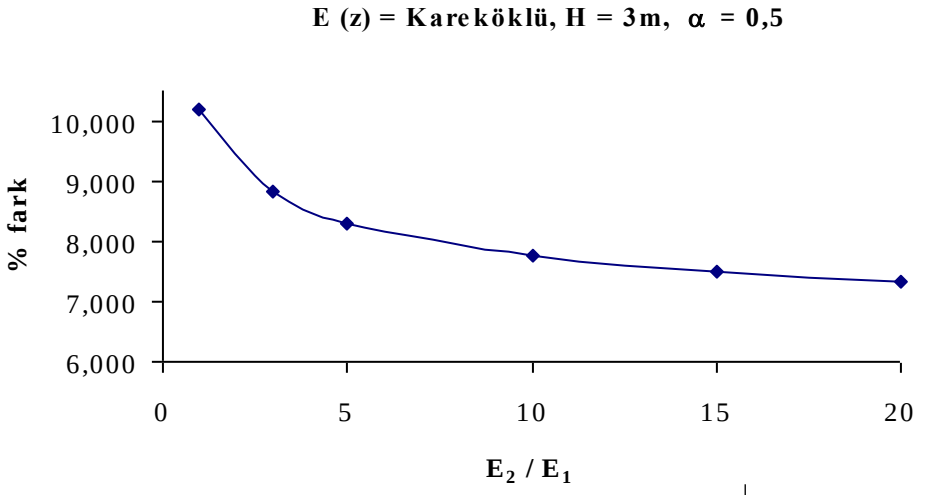


Şekil 4.25. γ parametresinin H a bağlı olarak değişimi $\%\text{fark} = \left| \frac{\gamma_{iki\ plak} - \gamma_{tek\ plak}}{\gamma_{tek\ plak}} \right| \times 100$

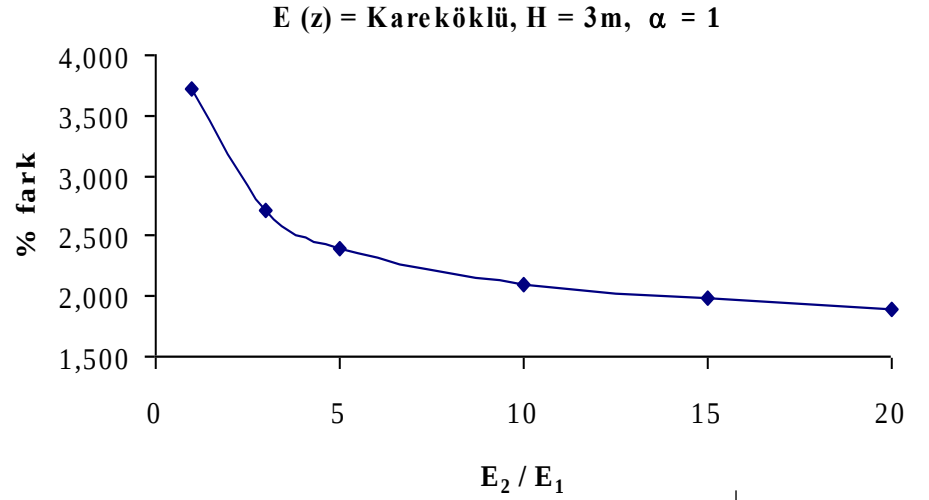
C_1 ve c_2 parametreleri γ ya bağlı fonksiyonlardır. γ ise direk olarak zemin çökme yüzeyinden hesaplanmaktadır. Bu nedenle etkileşim incelenirken γ parametresi gözetilmiştir. Şekil 4.25 den görüldüğü üzere ayrık plaklar için bulunmuş γ parametreleriyle, tek plak için bulunmuş olan γ parametreleri arasındaki fark H büyüdükçe artmaktadır (Bakınız Tablo 4.3). Dolayısıyla sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığı arttıkça iki plak arasındaki etkileşim önem kazanmaktadır.



Şekil 4.26. γ parametresinin E_2/E_1 oranına göre değişimi, $\%\text{fark} = \left|\frac{\gamma_{iki\ plak} - \gamma_{tek\ plak}}{\gamma_{tek\ plak}}\right| \times 100$



Şekil 4.27. γ parametresinin E_2/E_1 oranına göre değişimi, $\%\text{fark} = \left|\frac{\gamma_{iki\ plak} - \gamma_{tek\ plak}}{\gamma_{tek\ plak}}\right| \times 100$



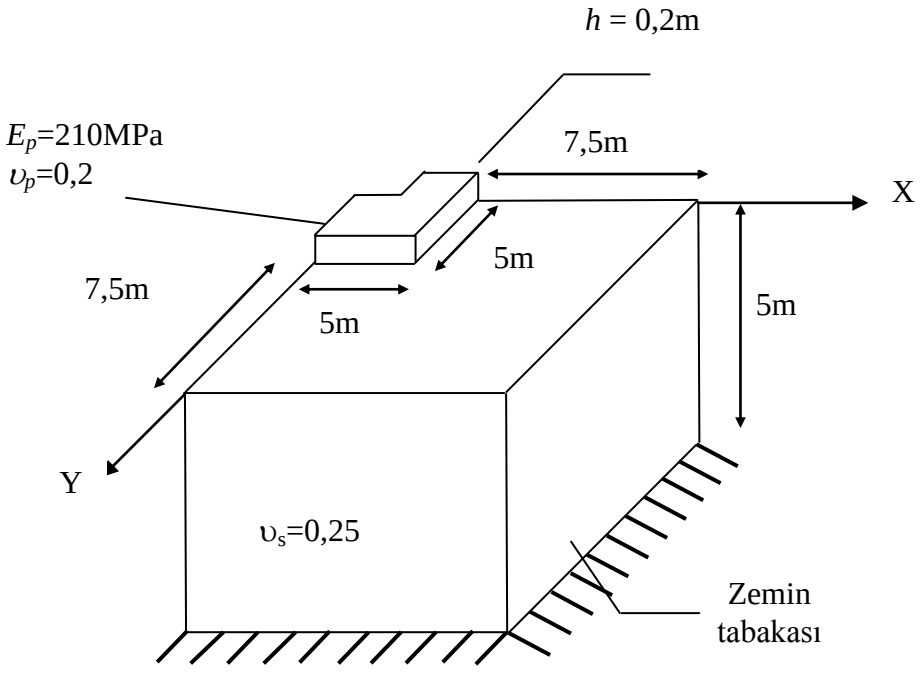
Şekil 4.28. γ parametresinin E_2/E_1 oranına göre değişimi, $\%\text{fark} = \left|\frac{\gamma_{iki\ plak} - \gamma_{tek\ plak}}{\gamma_{tek\ plak}}\right| \times 100$

Şekil 4.26-4.28 den görüldüğü gibi E_2 / E_1 oranının artması ile γ parametreleri tek plak için bulunmuş değerlere yaklaşmaktadır.Ayrıca α arttıkça iki plak arasındaki etkileşimin azaldığı Tablo E1-E4 den gözükmektedir. Bu sonuçlar H =3m, 5m, 10m, 15m, ve $E_s(z)'$ nin kuadratik, eksponansiyel, kareköklü fonksiyonları için geçerlidir.

4.4 PLAKTA BOŞLUK ORANININ ARTMASININ PARAMETRELER ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

ÖRNEK 4:

Bu problemde zemin elastisite modülünün $E_s = E_1 + (E_2 - E_1)\sqrt{z / H}$ şeklinde değiştiği durumlar için zemin parametreleri (c_1, c_2, γ) hesaplanmıştır. Problem plakta hiç boşluk yokken ve plaktaki boşluk alanının plak alanına oranının %10, %20, %30, %40, %50 değerleri için çözülmüştür. Sert zemin elastisite modülü, E_2=20MPa; zemin sıfır kodundaki elastisite modülü, E_1=10MPa dır. Plakta q = 1MPa şiddetinde yayılı yük vardır. Plağın ve yüklemelerin iki simetri ekseni bulunduğundan analizde ¼ lük plak-zemin bölgesi incelenmiştir. Malzeme sabitleri Şekil 4.29 da verilmiştir.



Şekil 4.29. ¼ lük boşluklu plak-zemin bölgesi

Tablo 4.4 Parametrelerin paktaki boşluk oranına bağlı olarak değişimi

Boşluk Oranı	γ	$C_1(kN/m^2)$	$C_2(kN/m^2)$
%0	0,8382	3924,7	4407,6
%10	0,8816	3921	4364,7
%20	0,8854	3920,8	4361
%30	0,8858	3920,7	4360,6
%40	0,8569	3923,1	4389,2
%50	0,8712	3921,9	4375,1

Sonuç olarak parametrelerin aldıkları değerlerde çok az farklılıklar görülmektedir. Bunun sebebi olarak ise her analiz farklı sonlu eleman ağı kullanıldığı düşünüldüğünde parametrelerin delik oranına bağlı olarak değişmediği söylenebilir (Bakınız Tablo 4.4).

4.5 BAZI ZEMİN TÜRLERİ İÇİN VLASOV PARAMETRELERİ

ÖRNEK 5:

Boyutları 10m x 10m , kalınlığı ise 0,2m olan bir kare plak için inceleme yapılmıştır. Plak üzerinde 1kN/m^2 yayılı yük bulunmaktadır. Plağa ait malzeme sabitleri E_p=210MPa, υ_p=0,2 dir. Sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı 5m dir.Zemin içinde elastisite modülünün $E(z_1) = E_1$ ve $E(z_2) = E_1 + (E_2 - E_1)\sqrt{z/H}$ biçiminde iki farklı biçimde değişebileceği göz önüne alınmıştır (Bakınız Tablo 4.5,4.6).

Tablo 4.5 Kil ve kum zemin için parametre değerleri

Zemin Türü		$E(z)$	$E_1(MPa)$	$E_2(MPa)$	υ_s	γ	$C_1(kN/m^2)$	$C_2(kN/m^2)$
KİL	Orta	1	20	-	0,45	0,5342	15198,4	5537
		1	50	-	0,45	0,5382	37998	13835
		2	20	50	0,45	0,5525	29926,1	9266,5
	Sert	1	100	-	0,45	0,5398	75997,6	27664,1
		2	50	100	0,45	0,5516	62547,1	20049,5
	Kumlu	1	250	-	0,45	0,5408	189996,4	69150,4
		2	100	250	0,45	0,5564	149605,3	46303,7
KUM	Killi	1	10	-	0,25	0,8186	2421,2	3061,7
		1	20	-	0,25	0,8235	4843,3	6117,4
		2	10	20	0,25	0,8382	3924,7	4407,6
	Yoğun	1	50	-	0,3	0,7856	13563,2	14814,4
		1	80	-	0,3	0,7867	21702,1	23697,7
		2	50	80	0,3	0,7977	18648,8	18738

Tablo 4.6 Kum&çakıl ve kaya zemin için parametre değerleri

Zemin Türü		$E(z)$	$E_1(MPa)$	$E_2(MPa)$	υ_s	γ	$C_1(kN/m^2)$	$C_2(kN/m^2)$
KUM ve ÇAKIL	Seyrek	1	50	-	0,2	0,8611	11229,6	15810
		1	100	-	0,2	0,8627	22460,9	31610
		2	50	100	0,2	0,8797	18153,7	22742,8
		1	50	-	0,3	0,7856	13563,2	14814,4
		1	140	-	0,3	0,7876	37979,8	41464
		2	50	140	0,3	0,8103	28790,2	26579,6
	Yoğun	1	100	-	0,3	0,7871	27128	29619,8
		1	200	-	0,3	0,788	54257,6	59230,1
		2	100	200	0,3	0,8042	44063,2	42693,8
		1	80	-	0,2	0,8623	17968,4	25290
		1	200	-	0,2	0,8635	44923,5	63209,2
		2	80	200	0,2	0,8858	34569,4	41923,7
KAYA		1	500	-	0,2	0,864	112311,3	158006,4
		1	1000	-	0,2	0,8642	224624,4	316001,6
		1	2000	-	0,2	0,8643	449250,5	631991,8
		1	4000	-	0,2	0,8643	898502,9	1263972,3
		2	500	1000	0,2	0,8819	181529,1	227315,6
		2	1000	2000	0,2	0,882	363057,2	454618
		2	2000	4000	0,2	0,8821	726113,5	909222,7

5 SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada zemin ortamında elastisite modülünün eksponansiyel ve doğrusal olmayan değişimleri için zemin parametreleri analitik olarak çıkarılmıştır. Daha sonra bunlar kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlar diğer çalışmalarla karşılaştırıldığında neticeler son derece makul bulunmuştur. Daha önceki çalışmalar zemin elastisite modülünün sabit, doğrusal ve kuadratik değişimleri içindi. $E_s(z)$ derinlikle eksponansiyel olarak değiştiğinde zemin elastisite modülü, kuadratik ve doğrusal fonksiyonlarının arasında kalmakta, derinliğin karekköküne bağlı olarak değiştiğinde ise en büyük değeri almaktadır. Bu problem kapsamında $E_s(z)$ nin eksponansiyel ve kareköklü fonksiyonları seçilerek Turhan (1992) de çözülmüş olan bir problem çözülmüştür. Görüldü ki, Vlasov zemin parametrelerinin $E_s(z)$ nin eksponansiyel olduğu durumda aldıkları değerler doğrusal ve kuadratik halde aldıkları değerlerin arasında kalmaktadır. $E_s(z)$ derinliğin karekköküne bağlı olduğu durumda zemin parametreleri en büyük değerleri almaktadırlar Böylece Dindar (2002) de varılan sonuç desteklenmiştir.

İkinci problemin sonucundan görülmüştür ki, zemin parametreleri yükün şiddetine değil, yüklemenin şekline bağlıdırlar. Plak ve zemindeki gerçek moment ve çökmeleri bulmak için gerçek yük vektörü kullanılır. Ancak amaç sadece zemin parametrelerini elde etmek ise analizde tanımlanmış yük vektörü yerine birim yükleme ile zemin parametreleri bulunabilir (Bakınız Şekil 4.16-4.23).

Üçüncü problem olarak elastik zemine oturan birbirine yakın iki plak arasındaki etkileşim problemi incelenmiştir. İki plak arasında etkileşim olmaması için çökme yüzeylerinin birbirlerinden tamamen ayrılmış olması gerekir. Bilindiği gibi Vlasov zemin parametreleri zemin çökme yüzeyine bağlı fonksiyonlardır. Dolayısıyla iki plak için bulunan parametre değerleri tek plak için bulunan sonuçla aynı olduğunda etkileşim ortadan kalkmıştır. Bu problemde bu düşünceye dayanarak etkileşim problemi çeşitli durumlar için incelenmiştir. İnceleme sonucunda sıkışabilir zemin tabakası kalınlığının artmasının γ parametresini değiştirdiği ve iki plak

arasındaki etkileşimin arttığı görülmüştür (Bakınız Şekil 4.25). Bu sonuç Şekil G1-G5 de sunulan çökme yüzeylerinden görülmektedir. Şekil 4.26-4.28 den görüldüğü gibi E_2/E_1 oranının artması ile γ parametreleri tek plak için bulunmuş değerlere yakınsamaktadır.Şekil H1-H6 dan görüldüğü üzere etkileşim halindeki ayrık plakların çökme değerleri E_2/E_1 in artması azalmaktadır. Bu durumdan sert zemin elastisite modülünün artmasının etkileşimi azalttığı sonucuna varılır. Ayrıca α arttıkça iki plak arasındaki etkileşimin azaldığı Şekil D.1-D.3 ve Tablo E1-E4 den gözükmektedir. Bu sonuçlar H =3m, 5m, 10m, 15m, ve $E_s(z)'$ nin kuadratik, eksponansiyel, kareköklü fonksiyonları için geçerlidir.

Dördüncü problemin analizinden elde edilen sonuçlara dayanarak (Bakınız Tablo 4.4), simetrik bir plağın ortasında plak alanının %50 sine kadar olan miktarlarda boşluk olmasının çökme yüzeyini değiştirmesine rağmen (Bakınız Şekil F.1, F.2, F3), zemin parametrelerini değiştirmediği söylenebilir.

İncelenen son problemde kabul edilen bir zemin modelinin üstüne oturduğu, bazı zemin türleri için zemin yataklanma ve kayma katsayılarına karşılık gelen Vlasov parametreleri elde edilerek bu zeminlerin çökme ve kayma deformasyonlarına karşı mukavemetleri hakkında fikir edinilmiştir (Bakınız Tablo 4.5,4.6).

KAYNAKLAR

Abromowitz, M. ve Stegun, I., 1957. Handbook of Mathematical Functions, Dower Publications, New York.

Actis, R.L., Szabo B.A. ve Schwab, C.,1997. Hierarchic models for laminated plates and shells, *Comput, Meth.Apl. Mech. Engng,***172**, 79-107.

Aköz, A.Y., Omurtag, M.H., ve Doğruoğlu, A.N., 1991. The Mixed Finite Element Formulation for Three Dimensional Bars, *Int. J. Solids Structures*, **28**, 225-234.

Altman, W., ve Neto E. L., 1989. Stability of annular sectors and plates subjected to follower loads based on a mixed finite element formulation, *Computers & Structures*, **31**(6), 833-840.

Aydoğan, M., Kimençe, B., ve Ergüven, M.E., 1995. Container sructures on a Vlasov foundation with variable solid characteristics, *Computers & Structures*., **56**(1), 133-139.

Azizian, G.A. ve Dawe, D.J., 1985. Geometrically nonlinear analysis of rectangular Mindlin plates using the finite strip method, *Computers & Structures*, **21**(3), 423-436.

Babuska, I., ve Surı, M., 1994. The p and hp versions of the finite element methods, Basic Principles and Properties, *SIAM, review,* **36**: 578-632.

Bateman, H., 1953. Higher Transcendental Functions, McGraw Hill Book Company.

Benson, P.R., ve Hinton, E., 1976. A thick finite strip solution for static, free vibration and stability problems, *Int. J. Numer. Mets. Engng.*, **10**, 665-678.

Bowles, J. E., 1977. Foundation Analysis and Design, McGraw Hill Book Company

Buczkowski, R. ve Torbacki, W., 2001. Finite element modelling of thick plates on two parameter elastic foundation,, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomec.*, **25**, 1409-1427.

Çelik, M., 1996. Plak sonlu elemanlarda kayma şekildeğiştirmelerinin gözönüne alınması ve iki parametreli zemine oturan plakların hesabı için bir yöntem, Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.

Çelik, M. ve Saygun, A., 1999. A method for the analysis of plates on a two-parameter foundation, *Int. J. Solid Structures*, **36**, 2891-2915.

Daloğlu, A.T., ve Vallabhan, C.V.G., 2000. Values of K for slabs on Winkler foundation, *Jurnal of Geotechnical and Geoenviromental Engng.*, **126**(5), 463-471.

Dawe, D.J., ve Roufaeil, O.L., 1982. Buckling of rectangular Mindlin plates, *Computers & Structures*, **15**(4), 461-471.

Dindar, A.A., 2002. İki parametreli Vlasov zeminine oturan homojen izotrop plakların karışık sonlu eleman metodu ile analizi, *İTÜ Yüksek Lisans Tezi.*

Filonenko-Borodich, M. M., 1940. Some approximate theories of the elastic foundation, (in Russian), *Uchenyie Zapiski Moscovskogo Gosudarstuennogo Universiteta Mechanika*, **46**, 3-18.

Gerdes, K., Matache, A.M., Schwab C., 1998. Analysis of membrane locking in hp FEM for a cylindrical shell. *ZAMM*, **78**(10): 663-686.

Gerdes, K., ve Schwab, C., 1998. Hierarchic models of Helmhotz problems on thin domains – mathemaical models & methods, In *Applied Scieces*, **8**: 1-35.

Lösch, F., 1960. Tables of Higher Functions, McGraw Hill Book Copmpany, New York, Toronto, London.

Luo Ji-Wie, 1982. A hybrid/mixed model finite element analysis for buckling of moderately thick plates, *Computers & Structures*, **15**, 359-364.

Melenk, J.M., Gerdes, K. ve Schwab, C., 1999. Fully discrete hp-finite elements: Fast quadrature. In *SAM Research Reports*, 15, Seminar für Angewandte Mathematik, ETH Zürich.

Mizusawa, T., Kajıta, T., ve Naruoka, M., 1980. Vibration and buckling analysis of plates of abruptly varying stiffness, *Computers & Structures*, **12**, 689-693.

Omurtag, M.H., ve Aköz, A.Y., 1992. Mixed Finite Element Formulation of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells, *Computers & Structures*, **42**(5), 751-768.

Omurtag, M.H., ve Aköz, A.Y., 1994. Hyperbolic Paraboloid Shell Analysis via Mixed Finite Element Formulation, *Int. J Numer. Methods Eng.*, **37**, 3037-3056.

Omurtag, M.H., ve Aköz, A.Y., 1995. Isoparametric Mixed Finite Element Formulation of Orthotropic Cylindrical Shells, *Computers & Structures*, **55**(5), 915-924.

Omurtag, M.H. ve Çelik, M., 2003. Determination of the Vlasov foundation parameters if elasticity modulus of foundation is a quadratic function of soil depth. (Yayınlanmak üzere gönderildi).

Omurtag, M.H., ve Kadıoğlu, F., 1998. Free Vibration Analysis of Orthotropic Plates Resting on Pasternak Foundation by Mixed Finite Element Formulation, *Computers & Structures*, **67**, 253-265.

Pasternak, P.L., 1954. *On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants*, Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu i Arkhitekture, Moscow (in Russian).

Pian, T.T.H., 1964. Derivation of Element Stiffness Matrices by Assumed Stress Distributions, *AIAA J.*,**2**, pp. 1333-1336.

Pian, T.T.H., 1978. A Historical Note About "Hybrid Elements", *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, **12**, pp. 891-892.

Saygun, A., ve Çelik M.,2003. Analysis of circular plates on two parameter elastic foundation, *Structural Engineering and Mechanics*,**15**(2), 249-267.

Straughan, W.T., 1990. Analysis of plates on elastic foundations, *Dissertation*, Texas Tech. University.

Tabarrok, B., Fenton, R.G. ve Elsaie, A.M., 1974. Application of a refined plate bending element to buckling problems, *Computers & Structures*, **4**, 1313-1321.

Terzaghi, K., 1955. Evaluations of coefficients of subgrade reaction, *Geotechnique*, **5**, 297-326.

Tong Liyong, Tabarrok, B., ve Wang, T.K., 1992. Simple solutions for buckling of orthotropic conical shells, *Int. J. Solids Structures*, **29**(8), 933-946.

Turhan, A., 1992. A consistent Vlasov model for analysis of plates on elastic foundation using the finite element method, *Ph.D. Thesis*, Texas University.

Vallabhan, C.V.G., ve Daloğlu, A.T., 1999. A consistent FEM-Vlasov model for plates on layered soil, *Journal of Structural Engng*., **125**(1), 108-113.

Vallabhan, C.V.G. ve Das, Y.C., 1988. Parametric study of beams on elastic foundations. *J. Engng. Mech. Div., ASCE* **114**(2), 2072-2082.

Vallabhan, C.V.G., Straughan, W.T., ve Das, Y.C., 1991. Refined model for analysis of plates on elastic foundations. *J. Engng. Mech. Div., ASCE* **117**(12), 2830-2844.

Vlasov, Z.V., 1949. *Structural Mechanics of thin walled three dimensional systems*, (in Russian), Stroizdat.

Vlasov, V.Z. ve Leont'ev, N.N., 1966. *Beams, plates and shells on elastic foundations*, (in Russian), Fizmatgiz, Moscow, USSR, 1960, Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translation, Jarusalem, Israel.

Weller, T., 1981. Combined effects of ın-plane boundary conditions and stiffening on buckling of eccentrically stringer-stiffened cylindrical panels, *Computers & Structures*, **14**(5-6), 427-442.

Winkler, E., 1867. Theory of elasticity and strength, H. Dominicus, Praque.

Ek Listesi

Ek A Çalışmada kullanılan zemin elastisite modülü fonksiyonları.

Ek B *Erf(x)* ve *Erfi(x)* fonksiyonlarının tanımları ve *Erfi(x)* için yazılmış program.

Ek C Örnek 1 deki ¼ lük zemin-plak bölgesinin ağ sıklaştırması.

Ek D Birbirine yakın iki plak arasındaki uzaklığa bağlı olarak elde dilen çökme yüzeyleri.

Ek E Örnek 3 te çözülen birbirine yakın iki plak arasındaki etkileşim probleminin sonucunda elde edilen parametreler.

Ek F Örnek 4 için elde edilen zemin-plak çökme yüzeyleri.

Ek G H' ın ayrık plaklar arasındaki etkileşime etkisi

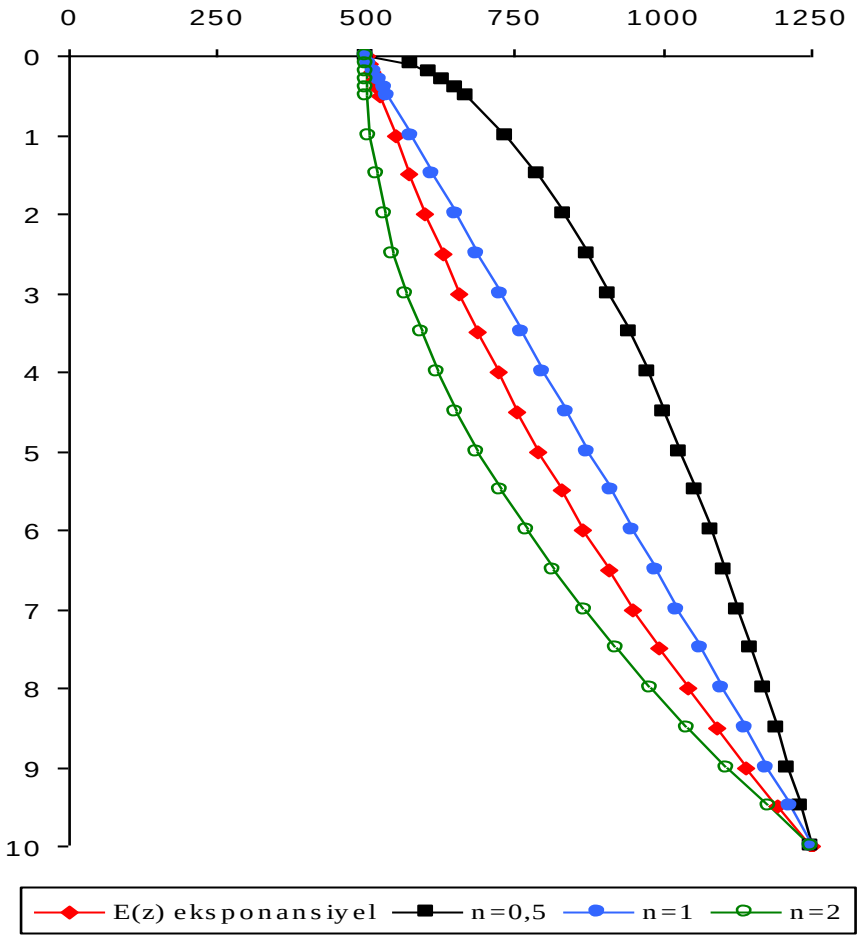
Ek H E_2 / E_1' in ayrık plaklar arasındaki etkileşime etkisi

Ek A

Bu çalışmada kullanılan zemin elastisite modülü fonksiyonları ve E_1=500, E_2=1250, H=10m için fonksiyonların derinlikle değişimi verilmiştir,

$$E_s = E_1 e^{c\,z}$$

$$E_s = (E_2 - E_1)\left(\frac{z}{H}\right)^n \quad , \qquad \text{n} = 0.5,\ 1,\ 2$$



Şekil A.1 Zemin elastisite modülü fonksiyonlarının derinlikle değişimi

Ek B

Zeminde elastisite modülü fonksiyonu olarak $E_s(z) = (E_2 - E_1)\sqrt{\frac{z}{H}}$ seçilip Vlasov parametrelerini elde etmek "Mathematica" programında sembolik integrasyon yapılmıştır. İntegrasyon sonucunda *Erf(x)* ve *Erfi(x)* olmak üzere literatürde hata fonksiyonu olarak isimlendirilen iki fonksiyon cinsinden parametreler elde edilmiştir. Bu fonksiyonların tanımları,

$$Erf\ (x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt$$

$$Erfi\,(x) = Erf\ (ix)/i$$

Bu fonsiyonlar hakkında detaylı bilgi edinmek için Bateman (1953), Abromowitz ve Stegun (1957), Lösch (1960) a başvurulabilir.

Programda gerekli algoritma eklenirken "Mathematica" programında tanımlanmış olan *Erf(x)* ve *Erfi (x)* fonksiyonlarını sonlu eleman programına tanıtmak için Fortran programlama dilinde yazılmış iki alt program kullanılmıştır. *Erf(x)* ve *Erfi(x)* fonksiyonları ya nümerik integrasyonla ya da seriye açarak hesaplanabilir. *Erf(x)* fonksiyonu için nümerik integrasyon yapan mevcut bir program kullanılırken *Erfi(x)* fonksiyonu için yeni bir program yazılmıştır. Bu çalışmada yeterli yakınsaklık sağlanabildiği için *Erfi(x)* fonksiyonunu seriye açılarak hesaplama yoluna gidilmiştir. Fonksiyonu seriye açıp ilk 100 terim alındığında incelenen problemler için yeterli yakınsaklık elde edilmiştir. γ<40 değerlerinde program %0,1 hata ile sonuç bulmaktadır.

$$Erfi\,(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)} = \frac{2x}{\sqrt{\pi}} + \frac{2x^3}{3\sqrt{\pi}} + \frac{x^5}{5\sqrt{\pi}} + \frac{x^7}{21\sqrt{\pi}} + \frac{x^9}{108\sqrt{\pi}} + \Lambda$$

$$Erf\ (x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(2n+1)} = \frac{2x}{\sqrt{\pi}} - \frac{2x^3}{3\sqrt{\pi}} + \frac{x^5}{5\sqrt{\pi}} - \frac{x^7}{21\sqrt{\pi}} + \frac{x^9}{108\sqrt{\pi}} - \Lambda$$

Erfi(x) fonksiyonunu hesaplamak için yazılan *derfim(x)* fonksiyonunun Fortran kodları:

```
      function derfim(x)
c     değişkenler tanımlanıyor
      implicit real*8 (a-e,k-z)
      implicit integer (f-j)
      dimension katsayi1(1:100)
      dimension katsayi2(1:100)
      dimension katsayi(1:100)
      dimension us(1:100)
      dimension terim(1:100)
      pi=4.*atan(1.)
      sab=2./dsqrt(pi)
c     seri terimlerinin katsayıları hesaplanıyor
      do 10 i=1,100
      katsayi1(i)=2.*i-1.
```

```
   10 continue
      katsayi2(1)=1.0
      do 20 i=2,100
      katsayi2(i)=(i-1)*katsayi2(i-1)
   20 continue
      do 30 i=1,100
      katsayi(i)=katsayi1(i)*katsayi2(i)
   30 continue
c     üs=x^n hesaplanıyor
      do 40 i=1,100
      h=i
      us(h)=1.
      do 50 j=1,(2*h-1)
      us(h)=us(h)*x
   50 continue
   40 continue
c     serinin terimlerinin sqrt(pi)/2 katı hesaplanıyor
      do 60 i=1,100
      terim(i)=us(i)/katsayi(i)
   60 continue
c     derfi(x) hesaplanıyor
      derfim=0.0
      do 70 i=1,100
      derfim=derfim+terim(i)
   70 continue
      derfim=derfim*sab
      return
      end function derfim
```

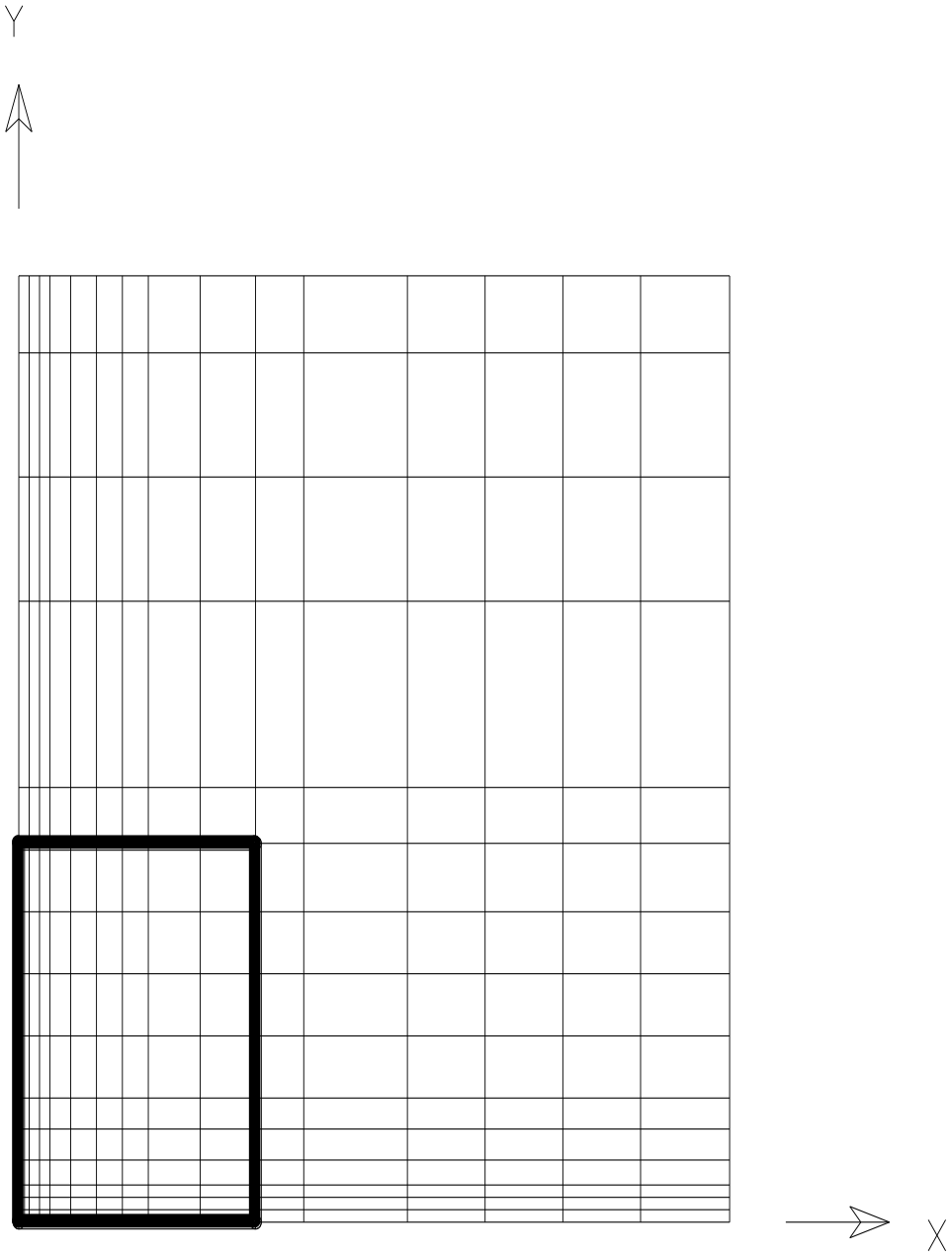
Erf(x) fonksiyonunu hesaplayan *derf(x)* fonksiyonunun Fortran kodları:

```
! error function in double precision
!
      function derf(x)
      implicit real*8 (a - h, o - z)
      dimension a(0 : 64), b(0 : 64)
      data (a(i), i = 0, 12) /
     &    0.00000000005958930743d0, -0.00000000113739022964d0,
     &    0.00000001466005199839d0, -0.00000016350354461960d0,
     &    0.00000164610044809620d0, -0.00001492559551950604d0,
     &    0.00012055331122299265d0, -0.00085483269811296660d0,
     &    0.00522397762482322257d0, -0.02686617064507733420d0,
     &    0.11283791670954881569d0, -0.37612638903183748117d0,
     &    1.12837916709551257377d0 /
      data (a(i), i = 13, 25) /
     &    0.00000000002372510631d0, -0.00000000045493253732d0,
     &    0.00000000590362766598d0, -0.00000006642090827576d0,
     &    0.00000067595634268133d0, -0.00000621188515924000d0,
     &    0.00005103883009709690d0, -0.00037015410692956173d0,
     &    0.00233307631218880978d0, -0.01254988477182192210d0,
     &    0.05657061146827041994d0, -0.21379664776456006580d0,
     &    0.84270079294971486929d0 /
      data (a(i), i = 26, 38) /
     &    0.00000000000949905026d0, -0.00000000018310229805d0,
     &    0.00000000239463074000d0, -0.00000002721444369609d0,
     &    0.00000028045522331686d0, -0.00000261830022482897d0,
     &    0.00002195455056768781d0, -0.00016358986921372656d0,
     &    0.00107052153564110318d0, -0.00608284718113590151d0,
     &    0.02986978465246258244d0, -0.13055593046562267625d0,
     &    0.67493323603965504676d0 /
```

```
 data (a(i), i = 39, 51) /
&    0.000000000003827220 73d0, -0.000000000074215986 02d0,
&    0.000000000979305740 80d0, -0.000000011260088988 54d0,
&    0.000000117751348307 84d0, -0.000001119927583826 50d0,
&    0.000009620234430952 01d0, -0.000074044021350707 73d0,
&    0.000506899936541448 81d0, -0.003075530514392728 89d0,
&    0.016689778925531655 86d0, -0.085485345947813121 14d0,
&    0.569090766423936399 85d0 /
 data (a(i), i = 52, 64) /
&    0.000000000001552965 88d0, -0.000000000030322058 68d0,
&    0.000000000404248307 07d0, -0.000000004711351114 93d0,
&    0.000000050119158762 93d0, -0.000000487225161789 74d0,
&    0.000004306832846293 95d0, -0.000034450261453857 64d0,
&    0.000248792761339316 64d0, -0.001629409417480792 88d0,
&    0.009887863739323504 62d0, -0.059624268394423038 05d0,
&    0.497661132509476367 08d0 /
 data (b(i), i = 0, 12) /
&    -0.000000000297343884 65d0, 0.000000002697763340 46d0,
&    -0.000000006407888276 65d0, -0.000000016678201321 00d0,
&    -0.000000218543881486 86d0, 0.000002662460304579 84d0,
&    0.000016127221570478 86d0, -0.000256163610255066 29d0,
&    0.000153808424323753 65d0, 0.008155330225249279 08d0,
&    -0.014022836638963193 37d0, -0.197468924953830214 87d0,
&    0.715117203288428459 13d0 /
 data (b(i), i = 13, 25) /
&    -0.000000000019510737 87d0, -0.000000000323026922 14d0,
&    0.000000005224618669 19d0, 0.000000003429409185 51d0,
&    -0.000000357728743102 72d0, 0.000000199999357926 54d0,
&    0.000026870445750429 08d0, -0.000118432402737757 76d0,
&    -0.000809917289560322 71d0, 0.006610629705022411 74d0,
&    0.009095309223548272 95d0, -0.201600727784910131 40d0,
&    0.511696967187276449 08d0 /
 data (b(i), i = 26, 38) /
&    0.000000000031476822 72d0, -0.000000000484659724 08d0,
&    0.000000000636757402 42d0, 0.000000033776233232 71d0,
&    -0.000000154511396370 86d0, -0.000002033406247384 38d0,
&    0.000019472045252950 57d0, 0.000028541472316532 28d0,
&    -0.001015650631522002 72d0, 0.002711870035200956 55d0,
&    0.023280950354228107 27d0, -0.167250211231168771 97d0,
&    0.324900549666494369 74d0 /
 data (b(i), i = 39, 51) /
&    0.000000000023193633 70d0, -0.000000000063032066 48d0,
&    -0.000000002648882674 34d0, 0.000000020507080405 81d0,
&    0.000000113718573275 78d0, -0.000002112113372196 63d0,
&    0.000003687973283229 35d0, 0.000098236862534247 96d0,
&    -0.000658602439904553 68d0, -0.000752858148952308 77d0,
&    0.025854344242029604 64d0, -0.116370927844861932 58d0,
&    0.182673367752966120 24d0 /
 data (b(i), i = 52, 64) /
&    -0.000000000003677893 63d0, 0.000000000208760467 46d0,
&    -0.000000001933190272 26d0, -0.000000004359533924 72d0,
&    0.000000180069922661 37d0, -0.000000784412237639 69d0,
&    -0.000006754076479491 53d0, 0.000084284183344400 96d0,
&    -0.000176043889370318 15d0, -0.002397296114350716 10d0,
&    0.020641290238760229 70d0, -0.069055628800058641 05d0,
&    0.090845267820654784 89d0 /
 w = abs(x)
 if (w .lt. 2.2d0) then
     t = w * w
     k = int(t)
     t = t - k
```

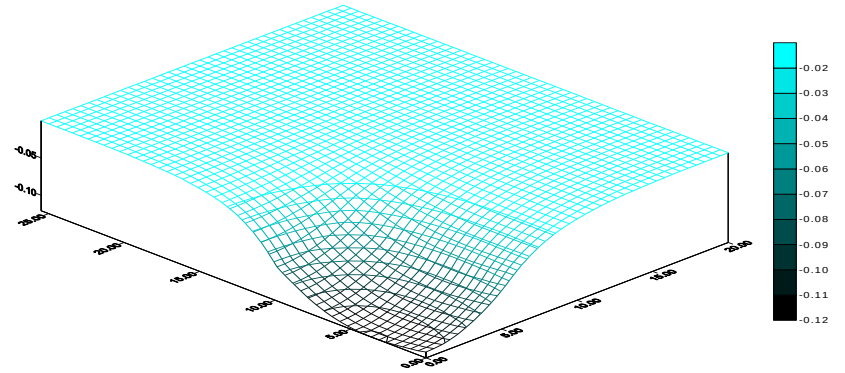
```
            k = k * 13
            y = ((((((((((a(k) * t + a(k + 1)) * t +
     &         a(k + 2)) * t + a(k + 3)) * t + a(k + 4)) * t +
     &         a(k + 5)) * t + a(k + 6)) * t + a(k + 7)) * t +
     &         a(k + 8)) * t + a(k + 9)) * t + a(k + 10)) * t +
     &         a(k + 11)) * t + a(k + 12)) * w
          else if (w .lt. 6.9d0) then
            k = int(w)
            t = w - k
            k = 13 * (k - 2)
            y = ((((((((((b(k) * t + b(k + 1)) * t +
     &         b(k + 2)) * t + b(k + 3)) * t + b(k + 4)) * t +
     &         b(k + 5)) * t + b(k + 6)) * t + b(k + 7)) * t +
     &         b(k + 8)) * t + b(k + 9)) * t + b(k + 10)) * t +
     &         b(k + 11)) * t + b(k + 12)
            y = y * y
            y = y * y
            y = y * y
            y = 1 - y * y
          else
            y = 1
          end if
          if (x .lt. 0) y = -y
          derf = y
          end
!
```

Ek C

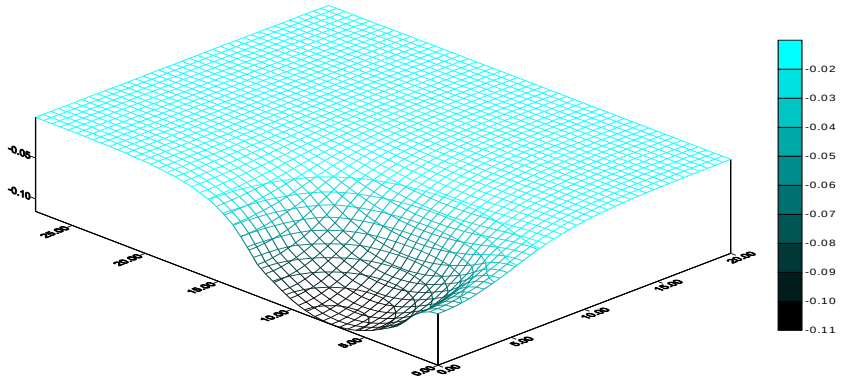


Şekil C.1 1/4 lük zemin-plak bölgesinde ağ sıklaştırılması

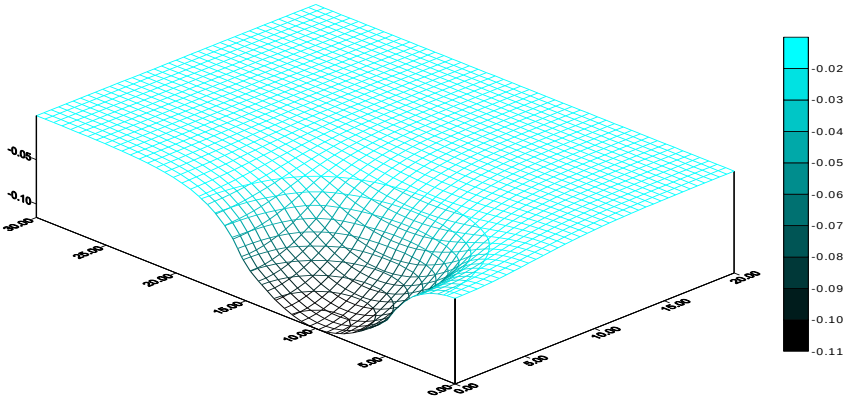
EK D



Şekil D.1 *E(z)* eksponansiyel, *H*=10m, E_2/E_1=3, α=0,1



Şekil D.2 *E(z)* eksponansiyel, *H*=10m, E_2/E_1=3, α=0,5



Şekil D.3 *E(z)* eksponansiyel, *H*=10m, E_2/E_1=3, α=1

Tablo E.1 Ayrık plaklar arasındaki etkileşim,H = 3m, (K_1 =Kuadratik, K_2 =Kareköklü, E =Eksponansiyel)

Plak Sayısı	E_2/E_1	α	γ			C_1			C_2		
			K_1	E	K_2	K_1	E	K_2	K_1	E	K_2
1	1	-	0,6035	0,6035	0,6035	2406,6	2406,6	2406,6	1144,6	1144,6	1144,6
	3	-	0,6377	0,6311	0,6104	3867	4237,4	5493,5	1356,8	1524,7	2174,1
	5	-	0,6571	0,6466	0,6105	5310,8	5692,3	8580,0	1569,0	1770,9	3204,8
	10	-	0,6816	0,6705	0,6100	8892,2	8755,1	16297,0	2099,6	2209,6	5782,1
	15	-	0,6930	0,6859	0,6104	12459,4	11428,8	24012,8	2630,6	2540,8	8358,5
	20	-	0,6992	0,6974	0,6112	16022,5	13890,5	31726,5	3162,0	2818,9	10933,5
2	1	0,1	0,5099	0,5099	0,5099	2403,4	2403,4	2403,4	1159,9	1159,9	1159,9
		0,5	0,5420	0,5420	0,5420	2404,4	2404,4	2404,4	1154,9	1154,9	1154,9
		1	0,5810	0,5810	0,5810	2405,7	2405,7	2405,7	1148,5	1148,5	1148,5
	3	0,1	0,5428	0,5372	0,5196	3900,1	4270,1	5519,3	1378,7	1549,3	2206,7
		0,5	0,5833	0,5769	0,5565	3886,3	4256,6	5509,0	1369,7	1539,3	2194,0
		1	0,6226	0,6157	0,5938	3872,4	4242,9	5498,3	1360,5	1529,0	2180,4
	5	0,1	0,5615	0,5523	0,5212	5382,6	5760,1	8634,0	1597,5	1802,2	3254,2
		0,5	0,6074	0,5964	0,5598	5348,9	5729,2	8611,2	1584,3	1788,0	3233,6
		1	0,6458	0,6345	0,5959	5319,6	5701,4	8589,1	1572,5	1775,1	3213,3
	10	0,1	0,5855	0,5754	0,5224	9064,5	8908	16420,1	2144,4	2253,9	5872,9
		0,5	0,6392	0,6266	0,5627	8970,3	8827,6	16364,9	2120,0	2230,7	5832,6
		1	0,6749	0,6627	0,5972	8904,7	8768,3	16315,6	2102,9	2213,4	5796,1
	15	0,1	0,5967	0,5902	0,5236	12733,4	11664,6	24204,6	2691,5	2595,8	8490,8
		0,5	0,6547	0,6461	0,5647	12571,5	11529,7	24116,1	2655,6	2564,4	8430,2
		1	0,6884	0,6805	0,5983	12472,9	11442,8	24040,5	2633,6	2544,1	8377,8
	20	0,1	0,6031	0,6013	0,5248	16398,1	14207,7	31987,2	3238,7	2883,0	11107,4
		0,5	0,6638	0,6608	0,5664	16165,3	14015,1	31864,8	3191,2	2844,3	11026,3
		1	0,6959	0,6936	0,5996	16035,9	13903,7	31763,1	3164,7	2821,6	10958,2

Tablo E.2 Ayrık plaklar arasındaki etkileşim,H = 5m, (K_1 =Kuadratik, K_2 =Kareköklü, E =Eksponansiyel)

Plak Sayısı	E_2/E_1	α	γ			C_1			C_2		
			K_1	E	K_2	K_1	E	K_2	K_1	E	K_2
1	1	-	0,8157	0,8157	0,8157	1452,5	1452,5	1452,5	1838,0	1838,0	1838,0
	3	-	0,8579	0,8522	0,8340	2270,3	2492,3	3256,5	2160,3	2426,3	3462,5
	5	-	0,8819	0,8718	0,8397	3072,8	3306,5	5057,0	2482,8	2804,1	5086,7
	10	-	0,9129	0,9011	0,8466	5052,9	5000,4	9554,1	3289,2	3472,2	9142,9
	15	-	0,9282	0,9197	0,8508	7018,0	6464,6	14047,2	4095,5	3973,2	13193,0
	20	-	0,9374	0,9335	0,8541	8976,6	7804,0	18537,5	4901,5	4391,9	17238,2
2	1	0,1	0,6812	0,6812	0,6812	1446,3	1446,3	1446,3	1884,0	1884,0	1884,0
		0,5	0,7312	0,7312	0,7312	1448,3	1448,3	1448,3	1867,6	1867,6	1867,6
		1	0,7871	0,7871	0,7871	1451,0	1451,0	1451,0	1848,3	1848,3	1848,3
	3	0,1	0,7223	0,7176	0,7027	2301,4	2523,2	3279,6	2225,0	2499,1	3561,4
		0,5	0,7839	0,7785	0,7606	2287,3	2509,3	3269,3	2196,5	2467,2	3519,2
		1	0,8389	0,8329	0,8133	2274,7	2496,8	3260,0	2169,8	2437,3	3478,9
	5	0,1	0,7460	0,7373	0,7102	3143,1	3373,0	5109,2	2565,8	2895,7	5237,7
		0,5	0,8141	0,8035	0,7705	3108,3	3340,7	5085,0	2525,3	2851,8	5169,5
		1	0,8674	0,8564	0,8213	3080,4	3314,2	5064,4	2492,1	2815,0	5109,2
	10	0,1	0,7772	0,7665	0,7188	5223,4	5152,1	9678,2	3417,2	3599,8	9423,7
		0,5	0,8539	0,8406	0,7816	5128,3	5069,8	9617,7	3346,3	3531,1	9289,3
		1	0,9035	0,8906	0,8302	5065,0	5012,6	9570,2	3298,4	3482,6	9180,5
	15	0,1	0,7930	0,7850	0,7236	7289,1	6697,6	14243,4	4267,8	4129,7	13604,5
		0,5	0,8739	0,8638	0,7877	7128,9	6563,1	14145,6	4166,4	4039,9	13402,5
		1	0,9211	0,9117	0,8352	7032,7	6478,9	14071,7	4104,9	3983,0	13245,9
	20	0,1	0,8027	0,7986	0,7271	9348,4	8116,0	18806,1	5117,9	4573,5	17781,3
		0,5	0,8862	0,8809	0,7920	9120,9	7928,1	18670,3	4985,9	4464,6	17510,8
		1	0,9316	0,9271	0,8388	8993,3	7819,3	18570,4	4911,3	4400,9	17306,7

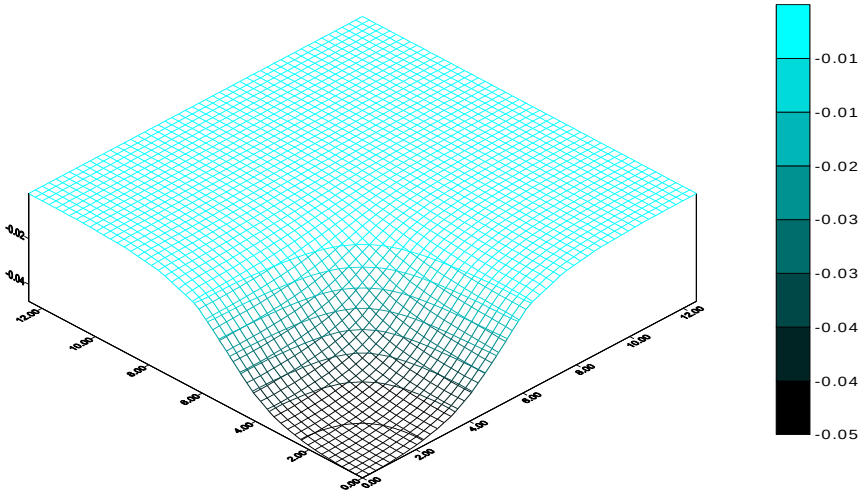
Tablo E.3 Ayrık plaklar arasındaki etkileşim,H = 10m, (K_1 =Kuadratik, K_2 =Kareköklü, E =Eksponansiyel)

E_2/E_1	α	γ			C_1			C_2		
		K_1	E	K_2	K_1	E	K_2	K_1	E	K_2
1	-	1,2632	1,2632	1,2632	750,8	750,8	750,8	3308,7	3308,7	3308,7
3	-	1,3322	1,3292	1,3160	1088,9	1200,4	1601,9	3789,4	4244,9	6061,5
5	-	1,3717	1,3633	1,3360	1411,8	1535,2	2446,0	4273,2	4828,3	8802,6
10	-	1,4268	1,4120	1,3577	2191,3	2204,0	4549,1	5478,5	5835,8	15631,7
15	-	1,4558	1,4420	1,3679	2953,3	2762,2	6648,5	6680,5	6573,9	22442,8
20	-	1,4741	1,4638	1,3741	3707,3	3261,9	8746,2	7879,4	7182,0	29243,8
1	0,1	1,0557	1,0557	1,0557	736,3	736,3	736,3	3487,9	3487,9	3487,9
	0,5	1,1382	1,1382	1,1382	741,3	741,3	741,3	3418,0	3418,0	3418,0
	1	1,2311	1,2311	1,2311	748,1	748,1	748,1	3337,1	3337,1	3337,1
3	0,1	1,1199	1,1174	1,1058	1106,7	1217,6	1608,7	4037,6	4526,9	6456,7
	0,5	1,2219	1,2188	1,2042	1097,4	1208,6	1604,4	3919,6	4393,3	6274,0
	1	1,3076	1,3045	1,2903	1090,6	1202,1	1602,2	3818,6	4278,4	6110,7
5	0,1	1,1589	1,1506	1,1255	1463,2	1583,3	2474,9	4585,5	5179,4	9412,2
	0,5	1,2714	1,2607	1,2293	1435,2	1557,5	2459,1	4421,4	4999,0	9114,7
	1	1,3513	1,3421	1,3125	1416,5	1539,6	2448,6	4303,5	4863,6	8871,8
10	0,1	1,2137	1,1996	1,1469	2327,6	2324,1	4633,4	5947,9	6311,8	16778,2
	0,5	1,3403	1,3224	1,2561	2245,4	2253,5	4587,2	5669,6	6037,5	16189,3
	1	1,4114	1,3955	1,3363	2200,7	2212,9	4556,7	5512,4	5872,9	15750,0
15	0,1	1,2435	1,2301	1,1566	3174,1	2949,4	6788,3	7303,2	7146,4	24128,8
	0,5	1,3767	1,3600	1,2682	3034,1	2833,2	6710,8	6912,5	6796,1	23244,8
	1	1,4427	1,4281	1,3472	2966,5	2774,1	6660,8	6718,7	6611,7	22610,0
20	0,1	1,2626	1,2520	1,1624	4012,0	3513,4	8941,6	8653,8	7837,2	31471,3
	0,5	1,3997	1,3870	1,2754	3812,7	3351,2	8832,6	8151,5	7419,4	30290,0
	1	1,4624	1,4514	1,3538	3723,8	3276,2	8763,2	7922,2	7220,3	29459,9

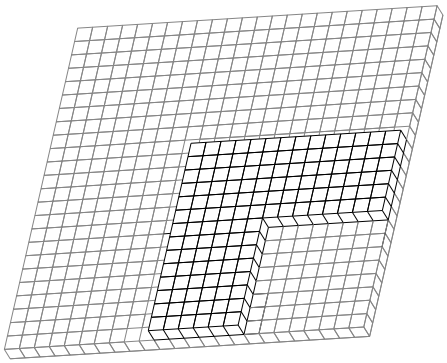
Tablo E.4 Ayrık plaklar arasındaki etkileşim,H = 15m, (K_1 =Kuadratik, K_2 =Kareköklü, E =Eksponansiyel)

Plak Sayısı	E_2 / E_1	α	γ			C_1			C_2		
			K_1	E	K_2	K_1	E	K_2	K_1	E	K_2
1	1	-	1,5984	1,5984	1,5984	525,4	525,4	525,4	4510,4	4510,4	4510,4
	3	-	1,7001	1,6990	1,6870	718,0	793,6	1077,2	5029,9	5617,8	8024,2
	5	-	1,7583	1,7495	1,7205	895,4	982,4	1621,2	5561,3	6285,3	11512,1
	10	-	1,8398	1,8204	1,7557	1312,3	1342,6	2973,5	6890,2	7407,4	20187,5
	15	-	1,8836	1,8632	1,7711	1412,3	1631,1	4322,6	8215,2	8209,1	28833,9
	20	-	1,9119	1,8940	1,7801	2104,5	1882,8	5670,5	9534,8	8859,1	37466,0
2	1	0,1	1,3336	1,3336	1,3336	504,8	504,8	504,8	4868,8	4868,8	4868,8
		0,5	1,4551	1,4551	1,4551	513,3	513,3	513,3	4704,6	4704,6	4704,6
		1	1,4969	1,4969	1,4969	516,6	516,6	516,6	4647,8	4647,8	4647,8
	3	0,1	1,4191	1,4175	1,4053	722,5	797,0	1067,9	5528,9	6187,7	8834,7
		0,5	1,5705	1,5689	1,5541	718,7	793,7	1071,0	5258,5	5879,4	8404,5
		1	1,6197	1,6180	1,6021	718,1	793,4	1072,9	5171,2	5780,2	8266,6
	5	0,1	1,4708	1,4617	1,4328	927,2	1010,6	1624,9	6189,5	6995,9	12775,6
		0,5	1,6382	1,6266	1,5916	906,9	992,6	1620,2	5820,4	6585,2	12073,7
		1	1,6891	1,6781	1,6411	901,7	988,0	1620,0	5709,8	6458,6	11857,0
	10	0,1	1,5439	1,5258	1,4614	1414,3	1429,8	3010,8	7831,5	8370,4	22589,9
		0,5	1,7336	1,7106	1,6305	1346,0	1372,2	2984,6	7220,4	7759,1	21198,2
		1	1,7845	1,7617	1,6812	1329,4	1358,0	2979,2	7060,7	7594,1	20786,4
	15	0,1	1,5849	1,5664	1,4737	1884,6	1773,1	4393,9	9458,0	9359,6	32382,0
		0,5	1,7853	1,7614	1,6473	1765,2	1676,1	4345,3	8612,7	8594,0	30292,7
		1	1,8352	1,8117	1,6984	1737,9	1653,4	4334,6	8409,5	8402,5	29686,3
	20	0,1	1,6116	1,5961	1,4807	2346,9	2076,6	5775,9	11075,6	10165,6	42164,0
		0,5	1,8186	1,7971	1,6569	2174,9	1941,3	5704,6	9998,1	9271,7	39373,2
		1	1,8674	1,8473	1,7083	2137,4	1910,5	5688,7	9753,5	9056,6	38571,8

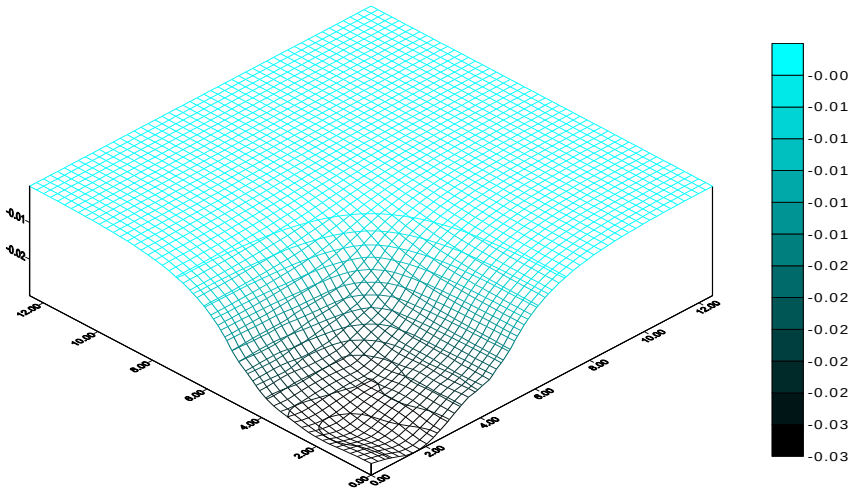
Ek F



Şekil F.1 ¼ lük plakta boşluk yokken çökme yüzeyi

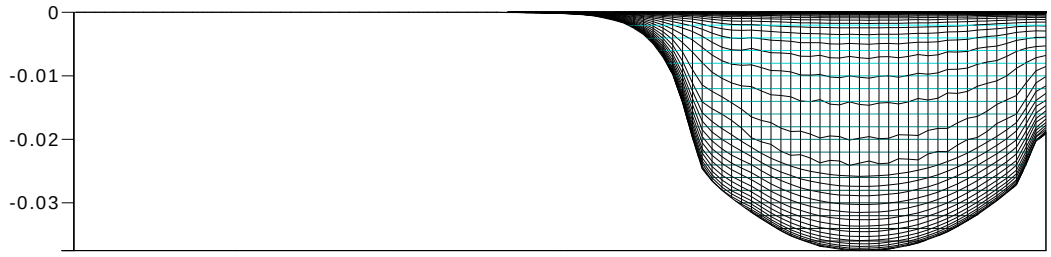


Şekil F.2 ¼ lük boşluklu plak-zemin bölgesi

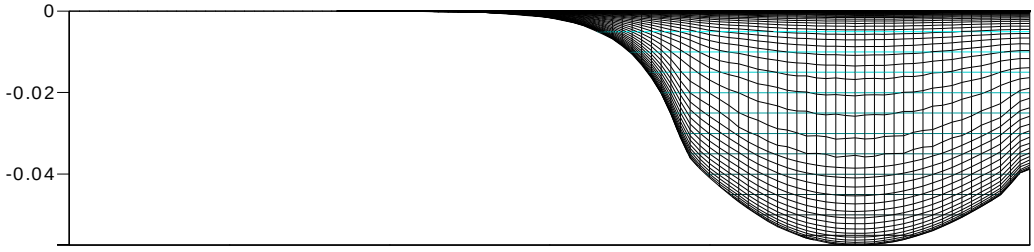


Şekil F.3 ¼ lük plakta %50 boşluk varken çökme yüzeyi

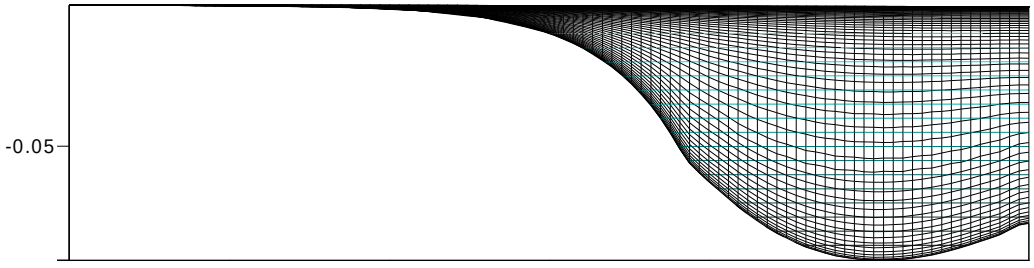
EK G



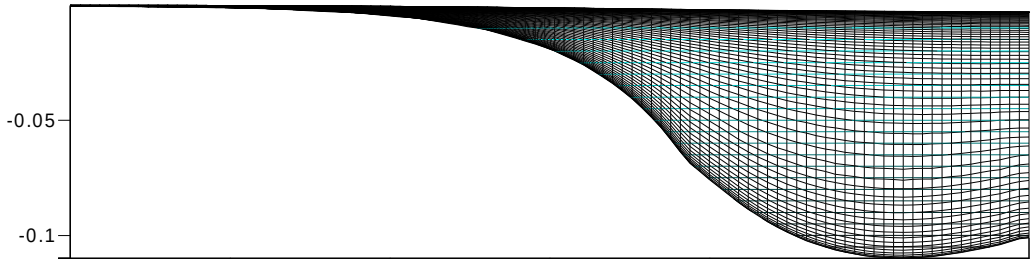
Şekil G.1 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=3, c = 1,5m



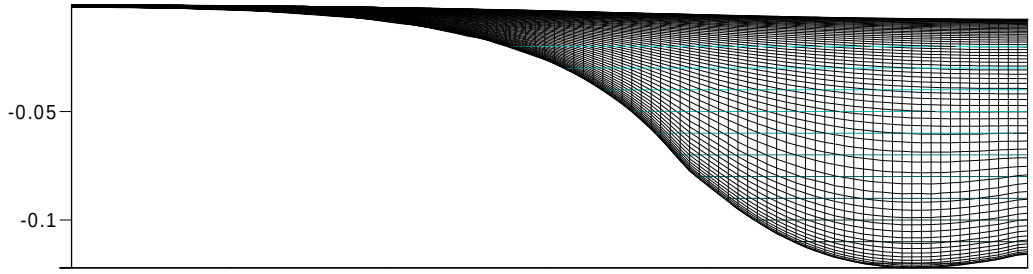
Şekil G.2 *E(z)* Kareköklü, H = 5m, E_2/E_1=3, c = 1,5m



Şekil G.3 *E(z)* Kareköklü, H = 10m, E_2/E_1=3, c = 1,5m

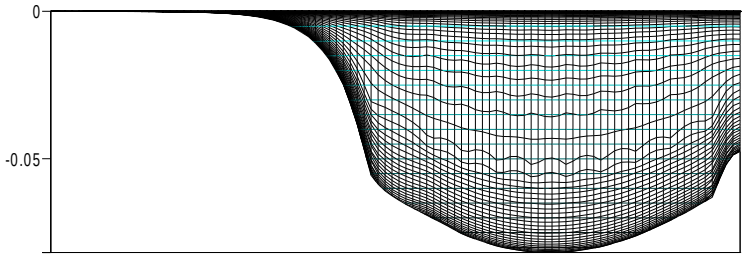


Şekil G.4 *E(z)* Kareköklü, H = 15m, E_2/E_1=3, c = 1,5m

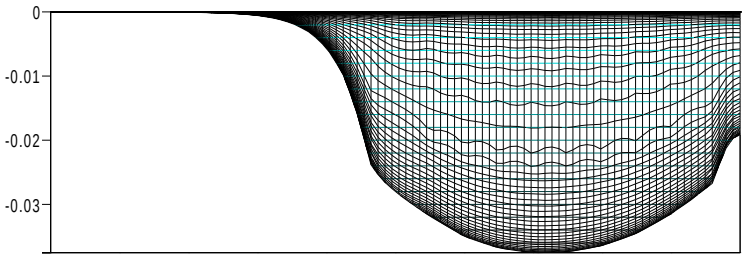


Şekil G.5 *E(z)* Kareköklü, H = 20m, E_2/E_1=3, c = 1,5m

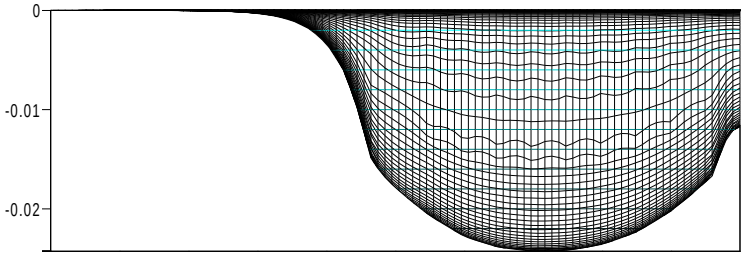
EK H



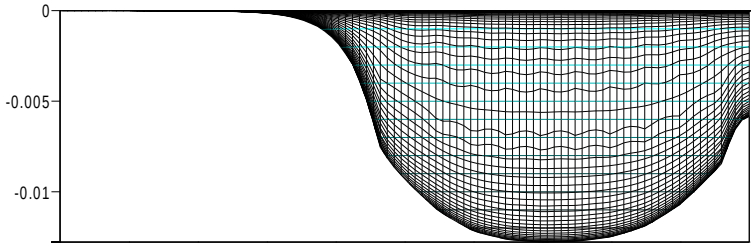
Şekil H.1 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=1, α = 0.5



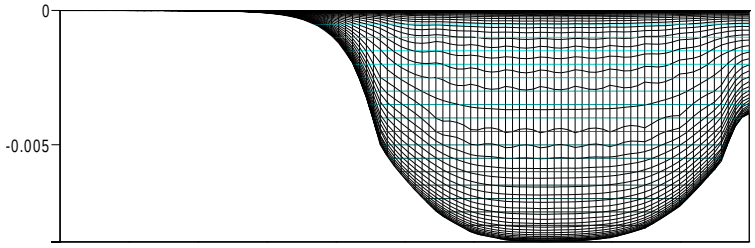
Şekil H.2 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=3, α = 0.5



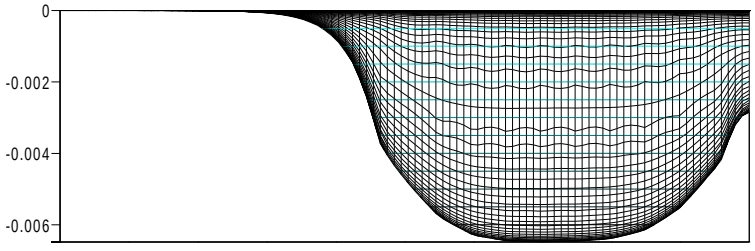
Şekil H.3 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=5, α = 0.5



Şekil H.4 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=10, α = 0.5



Şekil H.5 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=15, α = 0.5



Şekil H.6 *E(z)* Kareköklü, H = 3m, E_2/E_1=20, α = 0.5

ÖZGEÇMİŞ

Abdullah FETTAHOĞLU, 1979 yılında Trabzon' da doğdu. İlköğretimini 24 Şubat İlkokulunda, ortaokul ve liseyi Kanuni Anadolu Lisesi' nde bitirdi. 2001 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği bölümünden mezun oldu. Halen İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.