İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNSANSIZ SUALTI ARACININ MATEMATİKSEL MODELİNİN DURUM ÖLÇÜMLERİNE DAYALI OLARAK TANILANMASI VE HATA TOLERANSLI KONTROL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Emre ÜNEY

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekatronik Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNSANSIZ SUALTI ARACININ MATEMATİKSEL MODELİNİN DURUM ÖLÇÜMLERİNE DAYALI OLARAK TANILANMASI VE HATA TOLERANSLI KONTROL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Emre ÜNEY
(518081005)

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekatronik Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Çingiz HACIYEV

HAZİRAN 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 518081005 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Emre ÜNEY**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"İNSANSIZ SUALTI ARACININ MATEMATİKSEL MODELİNİN DURUM ÖLÇÜMLERİNE DAYALI OLARAK TANILANMASI VE HATA TOLERANSLI KONTROL"** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Prof. Dr. Çingiz HACIYEV** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Prof. Dr. Metin GÖKAŞAN** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Yrd. Doç. Dr. Turgut Berat KARYOT İstanbul Teknik Üniversitesi	.....

Teslim Tarihi : **4 Mayıs 2012**
Savunma Tarihi : **12 Haziran 2012**

Anneme…

ÖNSÖZ

Uzaktan kontrollü sualtı araçları (ROV) yarım yüzyılı aşkın süredir sualtı araştırmalarında kullanılmakta ve suyun derinliklerini keşfetmemizde önemli görevler üstlenmektedirler. Özellikle açık deniz endüstrisi ve derin sualtı görevlerinde önemli yer edinen ROV'lar, son dönemde yerlerini otonom görev yapabilen insansız sualtı araçlarına (UUV) bırakmaktadırlar. Ülkemizde de son yıllarda bu konuda, gerek akademik, gerek ticari, gerekse askeri alanlarda çalışmalar hız kazanmıştır. Sualtı araçlarının modellenmesi, kontrolü ve model parametrelerinin tahmini konusunda önemli bilgiler içerdiğine inandığım bu çalışma ile üniversitemizin de bilgi birikimine katkıda bulunmak benim için mutluluktur.

Bana bu çalışmamda yol gösteren ve benimle tecrübelerini paylaşan sayın hocam Prof. Dr. Çingiz HACIYEV'e teşekkürlerimi sunarım. Bana çalışmalarımda destek olan Roketsan A.Ş.'deki amirlerime ve çalışma arkadaşlarıma da teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca her koşulda yanımda olan ve her durumda benden desteklerini esirgemeyen eşim Seran ÜNEY'e, ağabeyim Erdem ÜNEY'e ve annem Günsel ÜNEY'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2012

Emre ÜNEY
Uzay Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **vii**
İÇİNDEKİLER ..... **ix**
KISALTMALAR ..... **xi**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **xiii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xv**
ÖZET ..... **xvii**
SUMMARY ..... **xix**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 1
1.2 Literatür Araştırması 2
1.2.1 İSA matematiksel modelinin oluşturulması 2
1.2.2 İSA sistem parametrelerinin tahmin edilmesi 4
1.2.2.1 Model tahmini 5
1.2.2.2 Deney tasarımı 5
1.2.2.3 Veri uygunluk analizi 6
1.2.2.4 Parametre ve durum kestirimi 6
1.2.2.5 Çoklu doğrusal bağıntı teşhisi 7
1.2.2.6 Model geçerleme 7
1.2.3 Hata toleranslı kontrol yöntemleri 7
2. İSA MATEMATİKSEL MODELİ VE SİSTEM BENZETİMİ **11**
2.1 Koordinat Sistemi ve Durum Değişkenleri 11
2.2 Koordinat Dönüşüm Matrisi ve Sualtı Aracı Kinematik Denklemleri 13
2.3 Katı Cisim Dinamiği Denklemleri 14
2.4 Dış Kuvvetler ve Momentler 18
2.4.1 Hidrostatik kuvvetler 19
2.4.2 Ek-su kütlesi 20
2.4.3 Hidrodinamik sönümleme kuvvetleri 24
2.4.3.1 Eksenel Sürükleme 26
2.4.3.2 Çapraz Akış (Crossflow) Sürüklemesi 27
2.4.3.3 Yuvarlanma Sürüklemesi 28
2.4.4 Hidrodinamik kaldırma kuvvet ve momentleri 28
2.4.5 İtki kuvveti 32
2.4.6 Birleştirilmiş 6-SD İSA hareket denklemleri 33
2.5 Benzetim Modeli Testleri 35
3. İSA İÇİN SİSTEM TANILAMA VE LQR KONTROLÖR TASARIMI **45**
3.1 Sistem Tanılama 45
3.2 İnsansız Sualtı Aracı İçin Sistem Tanılama 47
3.3 Doğrusal Regresyon ve En Küçük Kareler Yöntemiyle Parametre Tahmini 48
3.3.1 Regresyon analizinde kullanılan istatistiksel yöntemler 50
3.3.1.1 Ölçüm hatasının varyansı ve standart sapma 50
3.3.1.2 Kovaryans matrisi 51

3.3.1.3 Determinasyon katsayısı 52
3.3.1.4 Bağıntılı artık değerler için düzeltilmiş kovaryans matrisi 53
3.3.1.5 Korelasyon katsayısı 54
3.3.1.6 t-testi 55
3.4 Sistem Tanılama Sonuçları 55
3.5 Doğrusal Kuadratik Optimal Kontrolör Tasarımı 61
3.5.1 Doğrusallaştırılmış İSA hareket denklemleri 61
3.5.2 Yunuslama otopilotu denklemleri 65
3.5.3 Doğrusal kuadratik optimal kontrolör (LQR) 66
3.5.4 Sualtı aracı için LQR uygulaması 70
4. HATA TOLERANSLI KONTROL 73
5. SONUÇ VE ÖNERİLER 77
KAYNAKLAR 79
EKLER 81
ÖZGEÇMİŞ 83

KISALTMALAR

AUV : Autonomous Underwater Vehicle (Otonom Sualtı Aracı)
EKF : Extended Kalman Filter
İSA : İnsansız Sualtı Aracı
NPS : Naval Post Graduate School
ROV : Remotely Operated Vehicle (Uzaktan Kontrollü Sualtı Aracı)
SD : Serbestlik dereceli
SNAME : Society for Naval Architects and Marine Engineers
UUV : Unmanned Underwater Vehicle (İnsansız Sualtı Aracı)

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 SNAME konvansiyonuna göre eksenel yönler. 12
Çizelge 2.2 REMUS 100 Fiziksel Parametreleri 41
Çizelge 2.3 REMUS 100 hidrodinamik kuvvet katsayıları 42
Çizelge 2.4 REMUS 100 hidrodinamik moment katsayıları 43
Çizelge 3.1 REMUS 100 Fiziksel Parametreleri 58
Çizelge 3.2 Hidrodinamik kuvvet katsayıları için korelasyon matrisi. 59
Çizelge 3.3 Hidrodinamik moment katsayıları için korelasyon matrisi. 59
Çizelge 3.4 REMUS 100 doğrusallaştırılmış hidrodinamik katsayıları 65

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1: NPS AUV II şematik çizimi (Brutzman, 1994). 2
Şekil 1.2: KORDI tarafından geliştirilen ISiMI insansız sualtı aracı. 3
Şekil 1.3: Autosub insansız sualtı aracı (National Marine Facilities, 2012). 3
Şekil 1.4: REMUS-100 insansız sualtı aracı (REMUS AUVs, 2012). 4
Şekil 1.5: Sistem tanılama prosedürü blok diyagramı (Klein & Morelli, 2006). 5
Şekil 2.1: İSA yermerkezli ve gövde eksen takımları. 11
Şekil 2.2: Aracın üzerinde oluşan simetrik akış (Josserand, 2006). 25
Şekil 2.3: Gövde üzerinde oluşan kaldırma kuvvet ve momentlerinin yönleri. 29
Şekil 2.4: Dümenler üzerinde oluşan kuvvet ve ilişkili momentlerinin yönleri. 30
Şekil 2.5: Model testi yalpa ekseni durum değişkenleri. 36
Şekil 2.6: Model testi Euler açıları değişimi. 37
Şekil 2.7: Model testi xy-düzlemi seyir paterni. 37
Şekil 2.8: Model testi çizgisel hız verileri. 38
Şekil 2.9: İvme ve dönü ölçer sensör modelleri. 39
Şekil 2.10: Model testi açısal hız ölçümleri ve filtrelenmiş değerleri. 39
Şekil 2.11: Model testi ivme ölçümleri ve filtrelenmiş değerleri. 40
Şekil 2.12: Model testi açısal hız türevleri ve filtrelenmiş değerleri. 40
Şekil 3.1: Sistem tanılama testi XY paterni. 56
Şekil 3.2: Sistem tanılama testi, yalpa ekseni durum değişkenleri. 56
Şekil 3.3: Sistem tanılama testi, model tahmin sonucu. 60
Şekil 3.4: Sıralı artık değerler için kümülatif olasılık grafiği. 60
Şekil 3.5: Sistem tanılama testi artık değerleri dağılımı. 61
Şekil 3.6: Yunuslama düzlemi LQR modeli. 70
Şekil 3.7: Yunuslama düzlemi LQR kontrolcü performansı. 71
Şekil 4.1: Hata durumunda LQR kontrolcü performansı. 74
Şekil 4.2: Hata durum için yeniden tasarlanan LQR kontrolcü performansı. 75
Şekil A.1: İSA benzetim modeli SIMULINK blokları. 81
Şekil A.2: Seyir Dinamiği Hesapları bloğu. 81

İNSANSIZ SUALTI ARACININ MATEMATİKSEL MODELİNİN DURUM ÖLÇÜMLERİNE DAYALI OLARAK TANILANMASI VE HATA TOLERANSLI KONTROL

ÖZET

İnsansız sualtı araçları, ticari, bilimsel ve askeri alanlarda yaygın olarak kullanılan sistemlerdir. 1960'lı yıllardan itibaren uzaktan kontrollü sualtı araçları (ROV) özellikle petrol ve doğalgaz arama çalışmalarında önemli görevler üstlenmişlerdir. Son yıllarda otonom sualtı araçları (AUV), yüksek paralı-yük taşıma kapasiteleri ve üzerlerindeki seyrüsefer sistemleri ile algılayıcıları sayesinde otonom görev yapabilme özellikleri nedeniyle ROV'ların yerini almaktadırlar.

Değişik görevlerde kullanılmak üzere, çok farklı konseptlerde sualtı araçlarının tasarımı konusunda çalışan birçok araştırma grubu bulunmaktadır. Bu alanda yapılan güncel çalışmaların çoğu, sualtı araçlarının daha uzağa ve daha derine, daha verimli bir şekilde ulaşarak, en zorlu ve tehlikeli koşullarda dahi otonom olarak görev yapabilmelerini sağlamayı amaçlamaktadır. Bu sayede, sualtı araştırmalarında insana olan bağımlılığın azaltılarak güvenlik faktörünün arttırılması, zaman ve parasal risklerin azaltılması hedeflenmektedir.

Bu amaç doğrultusunda tasarlanan sualtı sistemleri, giderek daha akıllı, buna karşılık daha karmaşık sistemler haline gelmektedir. Bu durum da sualtı sistemlerinin güvenilirliği konusunu daha da önemli kılmaktadır. Bu alanda, otonom sualtı araçlarının yüksek sadakatle modellenmesi, kontrol sistemlerinin gürbüzlüğü ve hata tespit yeteneklerinin geliştirilmesi ön plana çıkan konulardır.

Bu tez çalışması kapsamında; bir insansız sualtı aracının matematiksel modelinin oluşturulması, sistem parametrelerinin kestirimi, sualtı aracı için basit bir kontrolcü tasarımı ve aracın hata toleranslı kontrolü konularında çalışmalar yapılmıştır.

İnsansız sualtı aracının matematiksel modeli oluşturulurken, rijid bir cisim olarak kabul edilmekte ve Newton yasaları kullanılarak hareket denklemleri oluşturulmaktadır. Sualtı aracının matematiksel modelinin oluşturulması kapsamında; örnek bir aracın hareket denklemleri çıkarılmış, sistemin dinamiğini tanımlayan tüm parametrelerin hesaplanmasına yönelik olarak kullanılan ampirik denklemler açıklanmıştır. Bu denklemler; hidrostatik, ek-su kütlesi, hidrodinamik sönümleme, çapraz akış, hidrodinamik kaldırma ve itki kuvvetleri ile bunların neden olduğu momentlerin hesaplarında kullanılmaktadır. Oluşturulan matematiksel modelin, sistem tanılama ve kontrol sistemi tasarım çalışmaları için de bir test altyapısı oluşturması hedeflenmiştir.

Sistem tanılama; sualtı ve hava araçları gibi karmaşık dinamiğe sahip sistemlerin tasarımında önemli bir konudur. Bu yöntemler sayesinde, sualtı testlerinden önce, test senaryolarının denenmesi ve ölçümlerdeki anlamlı verinin maksimize edilmesi sağlanabilmektedir. Dolayısıyla test maliyetleri azaltılarak, daha hızlı bir şekilde, daha doğru sistem modellerinin elde edilmesi mümkün olabilmektedir. Sistem

tanılama kısaca; bir sistemin matematiksel modelini oluşturan parametrelerin, sistemin giriş ve çıkış ölçümlerine dayalı olarak tahmin edilmesi işlemidir. Dolayısıyla burada ölçümlerin doğrulukla yapılması zor ve önemli bir konudur.

Sistem tanılama yöntemleri, sualtı aracının seyir boyunca üzerine etkiyen kuvvet ve momentlerin tahmin edilmesi için kullanılmaktadır. Bu çalışmaların yapılması için gerekli seyir verileri, oluşturulan matematiksel model aracılığıyla türetilmiştir. Elde edilen veriler test verisi olarak değerlendirilmiş ve en küçük kareler yöntemiyle model parametrelerinin tahmini yapılmıştır. Tahmin edilen parametrelerin doğruluk seviyesinin belirlenmesi için yapılması gereken istatistiksel analiz çalışmaları da tezde açıklanmış ve yapılan çalışmaların sonuçları ilgili bölümde verilmiştir.

Otomatik kontrolcüler, sistemin farklı koşullara adapte olarak uygun operasyon modunda çalışmasını sağlarlar. Çalışma modları, sisteminin farklı çevresel veya operasyonel gereksinimlerine göre önceden belirlenir ve otonom sistemin, gerekli durumlarda, uygun modlar arasında geçiş yapması sağlanır. Ancak çevresel faktörler ya da sistemin kendisinden kaynaklanan hatalar nedeniyle, sualtı aracının daha önceden planlanmayan koşullarda da çalışması gerekebilir. Hata toleranslı kontrol, sistemin bu durumları algılayarak adapte olmasını ve sualtı araçlarının güvenilirliğinin arttırılmasını sağlayan önemli bir kontrol metodudur. Bu yöntem hatanın tespit edilmesi, hatanın yalıtılması ve sistemin çalışmasının yeniden yapılandırılarak yeni duruma adapte edilmesini sağlar.

Karmaşık sistemlerin hata toleranslı kontrolü, içerisinde birçok işlevsel yapıyı ve muhtemelen birden çok kontrolcüyü barındıran, çok katmanlı adaptif kontrol mimarisini gerekli kılmaktadır. Ayrıca sistemin çalışma halinde hatayı tespit edebilmesi ve yeni durumda ortaya çıkan matematiksel modeli çalışma halindeyken tahmin edebilmesi için bazı hata teşhis ve tahmin mekanizmalarını üzerinde barındırması gerekmektedir.

Bu tez çalışması kapsamında, modellenen sualtı aracı için basit bir LQR kontrolcüsü tasarlanmıştır. Sistemin kontrol yüzeylerinde oluşan bir hata, önerilen sistem tanılama yöntemiyle belirlenmekte ve yeni durumun matematiksel modeli tahmin edilmektedir. Bu işlem, hata koşuluna ilişkin durum değişkenlerine ait verilerin ardişleme yöntemleri kullanılarak, analiz edilmesi yoluyla yapılmaktadır. Ortaya çıkan yeni durum için kontrolcü güncellenmekte ve her iki durum için oluşturulan kontrolcülerin performans çıktıları tezde verilmektedir.

IDENTIFICATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF AN UNMANNED UNDERWATER VEHICLE BASED ON STATE MEASUREMENTS AND FAULT TOLERANT CONTROL

SUMMARY

Autonomous Underwater Vehicles (AUVs) are widely used systems in commercial, scientific and military underwater operations. Remotely Operated Vehicles (ROVs) have been taking essential roles in off-shore petroleum industry, since 1960's. However, due to their communication constraints with a surface command base they are being replaced by AUVs, autonomously operating vehicles with their onboard sensors and navigation systems. In addition, AUVs' higher payload capacities and better maneuvering abilities are important reasons for their increasing popularity. In this thesis, the main goals are building up a high fidelity mathematical model for an AUV, identification of its model parameters, designing a simple controller and investigating fault tolerant control methods of underwater systems.

Designing, development and testing of an underwater vehicle is a long and expensive process. In each of these phases, designers may need to see the system performance at each step and possibly see the effects of a change in a subsystem to the total system performance. Sea trial tests would be a costly and time-consuming method to do such an analysis. Instead, mathematical models and system simulations could make a faster and cheaper alternative to sea trials and minimize the risks of test operations.

One of the main difficulties in creating the mathematical model of an AUV is model postulation. It is very important to build up a mathematical formulation that represents the vehicle dynamics correctly. Otherwise, the vehicle will be designed according to an inaccurate model and the control system would fail inevitably. In this thesis study, the created mathematical model is used as a test bed for the system identification methods and in control system design.

In the process of creating a mathematical model, underwater vehicle is assumed to be a rigid body and its equations of motion are derived according to the Newton's laws of motion. For the mathematical model, an example system is taken into account. For this system, equations of motion are derived and empirical formulas defining the hydrodynamic parameters are introduced. These formulas are used in the calculation of hydrodynamic damping, added mass, hydrostatics, cross flow, hydrodynamic lift and thrust forces and the moments related to these forces. Hydrodynamic derivatives are used to represent these external forces acting on the underwater vehicle. They are usually represented by dimensionless coefficients that quantify the hydrodynamic forces and moments acting on the vehicle as a function of its attitude or system states.

There are many research groups working on different concepts of underwater vehicles. Most of the recent works on this subject are mainly focused on AUVs that can go greater ranges and deeper under the water by increasing their efficiencies, at

the same time. In addition, they are demanded to operate autonomously in harsher and more dangerous conditions and minimize the dependency on humans. This way they are hoped to increase the safety factor and reduce the financial and timely costs in underwater operations.

Hence, underwater systems are becoming more intelligent and more complex, as well. This fact brings the subject of reliability to the front. From this point of view, modeling of underwater vehicles with high fidelity, robustness of control systems and fault diagnostics methods are becoming more essential for the reliability of underwater vehicles. System identification is an important topic for systems with complex dynamics. Especially for AUVs, the vehicle configuration of which changes during the design process in order to meet the mission requirements, system identification methods make it possible to identify the mathematical model of the system without the need for expensive wind tunnel or captive pool tests. System identification is defined briefly as; the identification of model parameters of a dynamic system based on the measurements of its input and output signals. Here making accurate measurements is an important point to be highlighted.

System identification of a dynamical system usually consists of the following steps: mathematical model determination, experiment design, parameter and state estimation, collinearity diagnostics and model verification. These steps are also needed to define the functional dependence between the hydrodynamic forces and moments, motion of the underwater vehicle and the control inputs.

Mathematical model determination is made based on a priori information on the dynamical relation between the vehicle and the fluid surrounding it. In the next step, experiment design, which includes choosing the needed measuring equipment, determination of the vehicle configuration, flight conditions and test maneuvers, is also made based on this information.

In this thesis, data needed for the system identification is created from the simulation model of the example underwater vehicle. This data is threaded as a real flight data and by the least squares method model parameters are estimated. Statistical methods are used to analyze the identification results and define the convergence level of the estimated parameters.

Parameter and state estimation is the most important part in system identification procedure. Two different parameter estimation methods are used. These are equation error and output error methods. The equation-error methods, which are also used in this thesis, are based on linear regression analysis using least squares estimation. In this method, hydrodynamic parameters of the model are aimed to be estimated by minimizing the squared sums of the differences between measured and calculated hydrodynamic forces and moments. In linear regression, model parameters and model outputs are assumed linearly dependent. This assumption simplifies the optimization needed for the parameter estimation.

In linear regression, it is likely to observe correlation between model parameters up to a certain level. However, in some cases the level of correlation is so high that parameters appear to be almost linearly dependent. For the success of parameter estimation, it is very important to diagnose the collinearity and evaluate the level of its effects on the estimated parameters. It may be possible to take corrective action by looking at the results of collinearity diagnostics.

Last step in system identification is mathematical model verification. At the end of estimation process, it should be investigated that estimated model parameters are physically correct within an order of magnitude and the model has a high level of accuracy. In order to do this, input signals of the tested vehicle can be used in the estimated model and outputs of the test and the model can be compared. The difference between the real test values and the model outputs are called residuals. The residuals must have a random distribution, otherwise it can be said that systematic errors are made during the estimation process.

Automatic controllers, make it possible to adapt the system into different operating conditions and make them work in the appropriate operating modes. These modes are predefined according to different environmental conditions and the controller is programmed to keep the system in the right mode. However, system may have to work in totally unknown conditions due to system faults or environmental disturbances. Fault tolerant controllers, diagnose these conditions and help the system to adapt itself to the unexpected conditions. Therefore, they increase the reliability level of the underwater systems. Their duties include diagnostics, fault isolation and restructuring of the system according to the new conditions.

Fault tolerant controllers for underwater vehicles mainly aim to sustain vehicle's operation and/or prevent a dangerous flight due to faulty conditions. In the faulty operating mode, the fault tolerant controller reconfigures the system and maintains the vehicles operation according to this new configuration. Reconfiguration includes the changing of the vehicle's inner connections and determining a new operational architecture. The reconfiguration can be done in either software or hardware. Usually the new operational structure would bring out the need for a new order of operation, as well as a possible adaptation in the control law.

In this work, an LQR controller was designed for the modeled underwater vehicle. A fault in the control surfaces is identified by the proposed system identification method and new parameters for the faulty model are estimated. The LQR controller is then updated for the new model.

1. GİRİŞ

İnsansız sualtı aracının manevra kabiliyetinin belirlenmesi, kararlılığının analiz edilmesi ve kontrol sisteminin tasarımı için matematiksel modelinin belirlenmesine ihtiyaç vardır. Modelin oluşturulabilmesi için ise; seyir sırasında aracın üzerine etkiyen kuvvet ve momentlerin bilinmesi gerekir. Bu amaçla tasarım sürecinin farklı aşamalarında çekme havuzu, düzlemsel hareket mekanizması ve konik hareket mekanizması gibi test düzenekleriyle aracın model testleri yapılır. Ancak yüksek altyapı ve test maliyetleri nedeniyle, özellikle küçük bütçeli projelerde bu tip testlerin yapılması mümkün olamamaktadır. Bu durumda, seyir testlerinde ölçülecek, durum değişkenlerine dayalı olarak aracın model parametrelerinin belirlenmesi ve oluşturulan benzetim modelinin doğrulanması mümkün olabilir.

1.1 Tezin Amacı

Bu tez çalışması kapsamında öncelikle, bir insansız sualtı aracının matematiksel modelinin yüksek sadakat seviyesinde oluşturulması hedeflenmiştir. Bu model, sistem tanılama ve kontrol sistemi tasarım çalışmaları için test altyapısı olacaktır. Sistem tanılama çalışmalarının yapılabilmesi için aracın seyir verilerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışma kapsamında ihtiyaç duyulan veriler benzetim modeli aracılığıyla, gerçek bir test manevrası senaryosu kullanılarak elde edilecektir. Bu veriler analiz edilerek, en küçük kareler yöntemiyle sistem parametreleri tahmin edilmeye çalışılacaktır. Ayrıca regresyon analizinde kullanılan istatistikî yöntemlerle, tahmin edilen parametrelerin doğruluk mertebesi belirlenmeye çalışılacaktır.

Çalışmanın diğer bir amacı; sualtı aracı için basit bir kontrol sistemi tasarlanmasıdır. Bu kapsamda sualtı aracının doğrusallaştırılmış modeli kullanılarak bir LQR kontrolcü tasarımı yapılması hedeflenmiştir. Ayrıca önerilen sistem tanılama yöntemiyle, aracın kontrol sisteminde meydana gelebilecek bir hata durumunun tespit edilmesine yönelik çalışma, hata toleranslı kontrol konusu altında incelenecektir. Bu amaçla, hata durumunda değişen model parametrelerinin yeniden

tahmin edilmesi ve oluşturulan kontrolcünün yeni duruma göre yeniden yapılandırılmasına yönelik yapılan çalışmanın sonuçları incelenecektir.

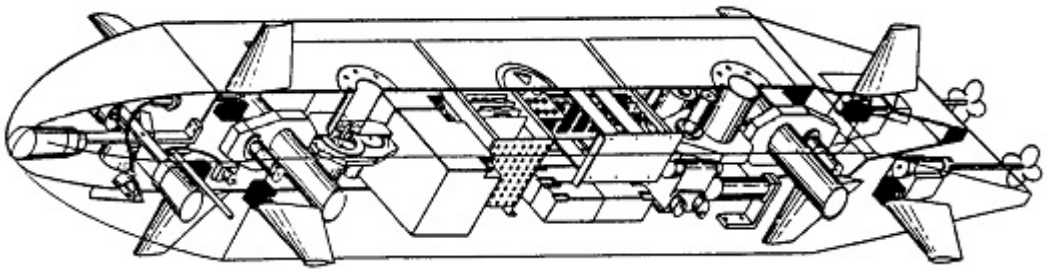
1.2 Literatür Araştırması

Literatür araştırması aşamasında özellikle insansız sualtı araçlarına yönelik olmak üzere; matematiksel modelin oluşturulması, sistem parametrelerinin tahmin edilmesi ve kontrol sistemlerinin tasarımı konularındaki çalışmalar incelenmiştir.

1.2.1 İSA matematiksel modelinin oluşturulması

Öncelikle, tez çalışması kapsamında yapılan tüm çalışmalar için bir test altyapısı oluşturacak olan İSA matematiksel modelinin oluşturulmasına yönelik kaynak taraması yapılmıştır. Bu amaçla, akademik yayınlarda hidrodinamik parametreleri verilen insansız sualtı araçları araştırılmıştır.

NPS AUV-II, Naval Post Graduate School tarafından, sualtı aracı modellemesi ve sualtı dinamiği çalışmaları için test altyapısı oluşturmak üzere tasarlanmış, deneysel bir insansız sualtı aracıdır (Healey & Good, 1992). Şekil 1.1'de şematik çizimi verilmiş olan eliptik gövdeli araç, dört çift akuple çalışan dümene ve bir çift ikiz pervaneye sahiptir (Healey & Lienard, 1993).



Şekil 1.1: NPS AUV II şematik çizimi **(Brutzman, 1994)**.

ISiMI; The Korea Ocean Research and Development Institute (KORDI) tarafından geliştirilen, 1,2 m boyunda, 0.17 m çapında 20 kg ağırlığa sahip bir sualtı aracıdır (Şekil 1.2).

Üzerinde; yönelimini, dinamik hareketini ve derinliğini tespit etmek üzere, yönelim rota referans sistemi (AHRS) ve derinlik algılayıcısı bulundurmaktadır. Tek bir kullanıcının taşıyabildiği bu araç, burnunda yer alan kamera ve görüntü işleme sistemi aracılığıyla güdümlendirilerek sualtı kenetlenme görevleri icra

edebilmektedir. Üzerindeki radyo frekans (R/F) modemi aracılığıyla su üstü kontrol bilgisayarıyla haberleşebilmektedir (Jun ve diğ. 2009).



Şekil 1.2: KORDI tarafından geliştirilen ISiMI insansız sualtı aracı.

Autosub, Southampton Üniversitesi tarafından geliştirilmiş, uzun menzilli ve derin sualtı görevleri icra edebilen bir insansız sualtı aracıdır (Şekil 1.3). Konvansiyonel araştırma gemileri ile yapılması mümkün olmayan bilimsel sualtı çalışmaları için geliştirilmiştir. Üzerinde farklı tipte fiziksel, biyolojik ve kimyasal ölçüm donanımı bulundurabilmektedir (Kimber & Scrimshaw).



Şekil 1.3: Autosub insansız sualtı aracı **(National Marine Facilities, 2012)**.

REMUS (Remote Environmental Measuring Units), Woods Hole Oceanographic Institute (WHOI) tarafından geliştirilmiş ve farklı konfigürasyonlardaki 200'ün üzerinde sualtı aracı hâlihazırda çeşitli görevlerde kullanılmakta olan bir sistemdir (REMUS AUVs, 2012). Uzun menzilli, otonom görevlerde kullanılmak üzere tasarlanan aracın, Myring B tipi gövde profili sayesinde üzerindeki sürükleme kuvveti azaltarak daha uzun süre görev yapabilmesi sağlanmıştır (Allen, 2000).

Bu tez çalışması kapsamında oluşturulacak İSA benzetim modelinde hidrodinamik parametrelerinin kullanılması amacıyla yukarıda tanıtılan tüm sistemler incelenmiştir. Bunlardan REMUS insansız sualtı aracının parametrelerinin kullanımı

uygun bulunmuştur. Literatürde REMUS'a ilişkin çok sayıda çalışma yapılmış olması, hidrodinamik verilerinin tümüne erişilebiliyor olması ve pek çok farklı çalışmayla matematiksel modelinin doğrulanmış olması bu seçimde etkili olmuştur.

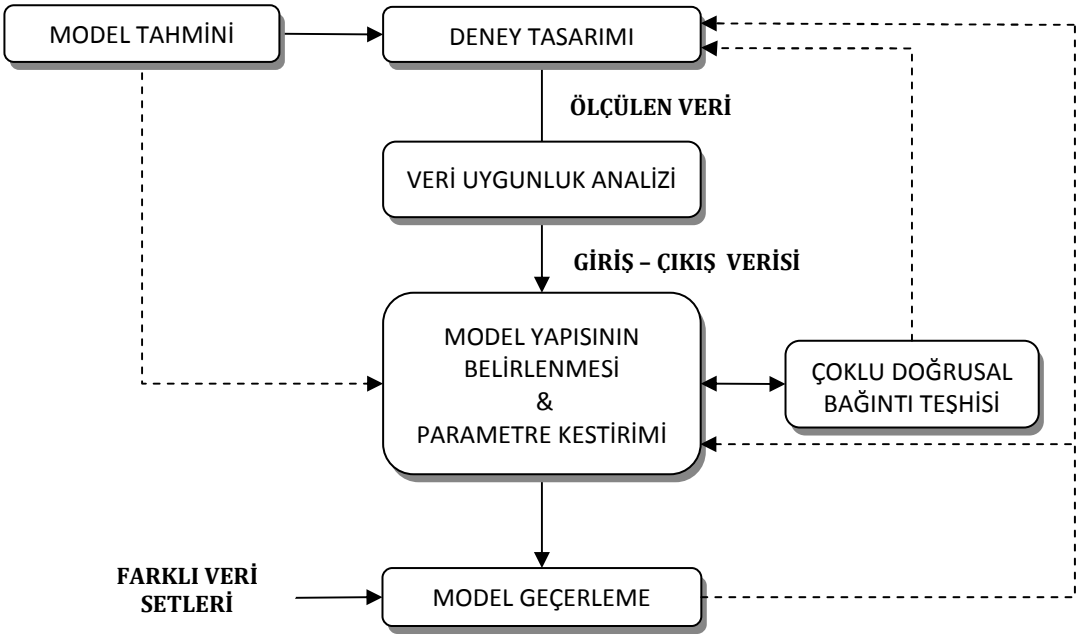


Şekil 1.4: REMUS-100 insansız sualtı aracı **(REMUS AUVs, 2012)**.

Sualtı araçlarının modellenmesi konusunda literatürde pek çok çalışmaya rastlanmıştır. Sualtı araçları için, genelleştirilmiş 6 serbestlik dereceli (6-SD) hareket denklemlerinin oluşturulması ile kuvvet ve moment denklemlerinin matris formunda ifade edilmesi konularında Fossen (1994) tarafından yapılan çalışmaya, literatürde sıklıkla atıfta bulunulmaktadır. Gertler tarafından (1967) denizaltı benzetimi için oluşturulmuş hareket denklemlerinin halen pek çok sualtı aracı modeli için de kullanılmakta olduğu görülmüştür. Feldman (1979) tarafından yayınlanan bir rapor ile bu denklemler SNAME (1964) notasyonuna uygun şekilde düzenlenerek standardize edilmiştir. Ayrıca, söz konusu denklemlerin REMUS modeline uygun şekilde modifikasyonu konusunda da literatürdeki kaynaklar incelenmiştir (Allen, 2000; Josserand, 2006; Prestero, 2001). Bu çalışmada oluşturulan matematiksel modelde, (Prestero) tarafından REMUS için oluşturulmuş ve aracın açık döngü test sonuçlarıyla doğrulanmış matematiksel modeli dikkate alınmıştır.

1.2.2 İSA sistem parametrelerinin tahmin edilmesi

Genel olarak sistem tanılama prosedürü; matematiksel model tahmini, deney tasarımı, model yapısının belirlenmesi, parametre ve durum kestirimi, çoklu doğrusal bağıntı teşhisi (collinearity diagnostics) ve model geçerleme adımlarından meydana gelmektedir (Klein & Morelli, 2006). Bu adımlar; hidrodinamik kuvvet ve momentlerin ile sualtı aracının hareketi ve kontrol değişkenleri arasındaki fonksiyonel bağımlılığın matematiksel olarak tarif edilebilmesi de için gereklidir. Şekil 1.5'te sualtı aracı için sistem tanılama yaklaşımı genel hatlarıyla gösterilmektedir.



Şekil 1.5: Sistem tanılama prosedürü blok diyagramı **(Klein & Morelli, 2006)**.

1.2.2.1 Model tahmini

Matematiksel model tahmini; sualtı aracının ve içinde bulunduğu akışkanın dinamiklerine ilişkin sahip olunan ön bilgiye dayalı olarak yapılır. Bu tahmin, parametre kestiriminde kullanılacak deneyin ya da seyir manevrasının tipinin belirlenmesi için önemlidir. Bölüm-2'de detaylı olarak açıklanacağı üzere; genellikle matematiksel modellerde hidrodinamik kuvvetler ve momentler, doğrusal seri açılımları, polinomlar ya da durum ve kontrol değişkenlerine bağlı fonksiyonlar cinsinden ifade edilirler. Buna göre, sistem girdilerinin ve durum değişkenlerinin sistemin toplam hidrodinamik kuvvet ve momentleri üzerindeki etkisi tanımlanmış olur.

1.2.2.2 Deney tasarımı

Deney tasarımı, veri toplanması için gerekli ölçüm ekipmanın seçilmesi, test edilecek aracın konfigürasyonun belirlenmesi ve seyir koşulları ile test manevralarının tanımlanması işlemlerini içerir. Ayrıca test havuzları ve rüzgâr tüneli gibi ortamlarda da testler yapılabilir. Bu durumda test koşullarının belirlenmesi de deney tasarımının bir parçasıdır. Ölçüm ekipmanı sistemin giriş ve çıkışlarının ölçülmesi için gereklidir. Sualtı aracı için giriş sinyalleri; pervane dönüş hızı ve dümenlerin açısal pozisyonlarıdır. Aracın açısal hızları, Euler yönelim açıları, çizgisel ve açısal ivmeleri ise sistemin çıktıları olarak sayılabilir. Seyir manevralarının belirlenmesi ve

test koşullarının doğru olarak tanımlanması, durum değişkenlerine dayalı olarak yapılan sistem tanılama işleminin doğruluğu açısından önem arz etmektedir. Bu nedenle sistem parametrelerinin en doğru ve verimli şekilde belirlenebilmesi için sistem girdilerinin ve test koşullarının optimize edilmesi gerekmektedir.

1.2.2.3 Veri uygunluk analizi

Her ne kadar deney prosedürü doğru yapılmış ve veri ölçümü dikkatle yapılmış olsa da ölçümler bazı sistematik hatalar barındırabilir. Veri uygunluk analizi; aracın bilinen kinematik modeline ve mevcut algılayıcı ölçümlerine dayalı olarak durum değişkenlerinin tahmin edilmesi ve ölçümlenen verilere göre sistematik hataların tespit edilmesi işlemidir. Bunlar genellikle ölçüm algılayıcılarının sabit sapma hatası ve ölçeklendirme hatalarından kaynaklanmaktadır.

1.2.2.4 Parametre ve durum kestirimi

Parametre ve durum kestirimi sistem tanılama prosedürünün en önemli ayağıdır. Hava ve sualtı araçları için iki tip parametre kestirim metodu kullanılmaktadır. Bunlar denklem-hata ve çıkış-hata metotlarıdır. Bu tezde de kullanılan denklem-hata metodu, en küçük kareler yöntemiyle doğrusal regresyon analizi esasına dayanır. Bu yöntemde, ölçülen ve modellenen hidrodinamik kuvvet ve momentler arasındaki farkların karelerinin toplamı minimize edilerek sualtı aracı modelinin hidrodinamik parametreleri tahmin edilmeye çalışılır. Doğrusal regresyonda; model parametreleri ile model çıktıları arasında doğrusal bir ilişki olduğu kabul edilerek kestirim yapılır. Bu nedenle parametre kestirimi için gerekli optimizasyon oldukça basitleşir.

Çıktı-hata metodunda ise; sualtı aracının ölçülen ve modellenen çıktıları arasındaki farkların karelerinin ağırlıklı toplamı minimize edilerek bilinmeyen parametreler tahmin edilmektedir. Bu yöntemde, içerisinde bilinmeyen parametrelerin bulunduğu hareket denklemleri entegre edilerek durum değişkenleri hesaplanır. Çıktılar ise durum değişkenleri, kontrol girişleri ve model parametrelerine bağlı olarak hesaplanır. Dolayısıyla parametre kestirim denklemleri doğrusal olmayan yapıdadır ve doğrusal olmayan iteratif bir kestirim optimizasyonu gerekir.

Her iki metot da maksimum olabilirlik kestirim yöntemi (maximum likelihood estimator) olarak adlandırılır. Yani her iki yöntemde de bilinmeyen parametrelerin

tahmini için kullanılan zarar fonksiyonu optimizasyonu, yapılan deneyin olabilirliğinin maksimize edilmesi esasına dayanır.

1.2.2.5 Çoklu doğrusal bağıntı teşhisi

Doğrusal regresyon uygulamalarında genellikle model parametreleri arasında belli bir seviyede korelasyon gözlenmesi normaldir. Ancak bazı durumlarda parametrelerin arasında neredeyse doğrusal bir ilişki bulunduğu tespit edilebilir. Bu durumda çoklu doğrusal bağıntı problemi ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla ölçümlere dayalı olarak sistem parametreleri arasında çıkarımda bulunmak yanıltıcı olabilir.

Parametre kestirim teknikleri açısından parametreler arasındaki çoklu doğrusal bağıntının tespit edilmesi ve bu ilişkinin tahmin edilen parametreler üzerindeki olumsuz etkisinin ne düzeyde olduğunun teşhisi önemlidir. Bu teşhisin sonuçlarına göre tahmini iyileştirici önlemler alınması mümkün olabilmektedir.

1.2.2.6 Model geçerleme

Sistem tanılama prosedürünün son adımı matematiksel modelin geçerlenmesi işlemidir. Kestirim sonucu ortaya çıkan model parametrelerinin fiziksel olarak doğru mertebede olması ve modelin kabul edilebilir seviyede doğruluğa sahip olması gerekir. Eğer seyir verileri üzerinden kestirim yapılmış ise; model çıktıları, havuz yâda rüzgâr tüneli testlerinden elde edilen veriler ve teorik tahminler ile kıyaslanmalı ve doğruluk seviyesi tespit edilmelidir.

Parametreleri tahmin edilmiş olan modele seyir testlerinde kaydedilen giriş sinyalleri uygulanarak, elde edilen durum değişkenleri ve model çıktıları, test verileriyle kıyaslanarak modelin doğruluğu test edilebilir. Model ve test verileri arasındaki farklar rastsal bir dağılım göstermelidir. Aksi takdirde kestirimde sistematik hatalar yapıldığı söylenebilir.

1.2.3 Hata toleranslı kontrol yöntemleri

Modern mühendislik sistemlerinin giderek daha da karmaşıklaşmasına bağlı olarak, güvenilirlik konusu da daha fazla önem kazanmaktadır. Özellikle zorlu koşullarda, kritik görevleri yerine getirmeleri istenilen insansız sualtı araçları gibi karmaşık ve pahalı sistemlerde güvenilirliğin yükseltilmesi bir zorunluluk haline gelmektedir.

Sistemin hata toleransı olacak şekilde tasarlanması, sistem güvenilirliğinin arttırılmasında önemli bir yöntem olarak ortaya çıkmaktadır.

Hata; "Bir elemanın ya da bir sistemin, kendisine verilmiş görevi yapabilme becerisinin sona ermesi", olarak tanımlanmaktadır (Smith, 2001). Bu tezin konusu açısından ise; insansız sualtı aracının kontrollü seyrine devam etmesini engelleyen bir olay, olarak tanımlanabilir. Sualtı araçları için hata toleranslı kontrol mimarisi, temel olarak, hata durumu yüzünden sualtı aracının seyrini sonlandırmasını ya da tehlike yaratacak şekilde seyrini sürdürmesini engellemeye çalışır. Bunun yanı sıra, tespit ettikleri hatayı kompanse edecek şekilde, aracın performansında gözlemlenecek istenmeyen düşüşleri de engellemeyi hedefler.

Hata toleranslı kontrolörler, hata modunda sistemin performansını arttırmak üzere sistemi yeniden yapılandırır ve bu yapıya uygun şekilde çalışmasını sağlarlar. Yeniden yapılandırma, sistemin iç bağlantılarının değiştirilmesi ve yeni bir çalışma mimarisi oluşturulması olarak tanımlanmaktadır. Yapılandırma, donanımsal ya da yazılımsal olarak gerçekleşebilir. Yeni yapının sonucu olarak genellikle yeni bir çalışma düzeni de oluşturulması ihtiyacı doğar. Bu düzenleme kontrol kanununda bir adaptasyonu gerektirir (Drozeski, 2005).

Günümüzde, pek çok mühendislik alanında, özellikle insansız sualtı araçları gibi otonom sistemlerde, meydana gelebilecek hataların tespiti ve izole edilmesi konusunda çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmaların temel hedefi; sistemlerin arıza durumları gibi, normalin dışındaki çalışma koşullarına adapte olabilmesi için gerekli önlemlerin önceden belirlenmesini sağlamak ve sistemin gürbüzlüğünü arttırmaktır.

Bazı uygulamalarda, belirli kritik hataların, sistem tarafından doğru şekilde kompanse edilebilmesi hayati önem taşımaktadır. Bunun için, sistemde ortaya çıkan hataların doğru bir şekilde teşhis edilebilmesi ve hatalı sistem modelinin yüksek doğrulukla tanılanabilmesi gerekmektedir (Wu, Zhang, & Zhou, 2000). Farklı sistemlerde hataların tespiti ve tanılanması konusunda farklı metotlar önerilmektedir. Frank ve Ding (1997) tarafından yapılan çalışmada genel olarak kullanılabilecek farklı teknikler açıklanmaktadır.

Çağlayan ve diğ. (1988) tarafından yazılan makale, uçuş kontrol sistemlerine kendi kendini onarma özelliğinin kazandırılması için yapılan çalışmalara örnek gösterilebilir. Bu çalışmada, bozulan kontrol yüzeylerinin sisteme etkilerinin

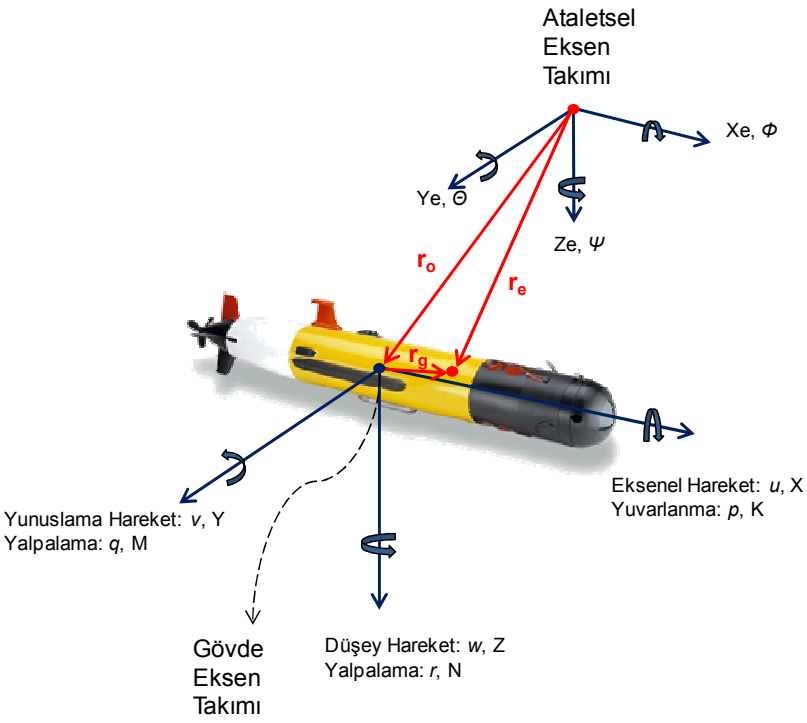
belirlenmesi için kontrol etkinliklerinin normal değerlerinden sapma miktarları ölçülmektedir. Bu ölçümlere göre kontrol komutları güncellenerek, sistemin arıza koşullarına adapte olması sağlanmaktadır. Kontrol etkinliğinin kaybı durumunda kontrol edilmeye çalışılan doğrusal bir sistem için yapılan başka bir çalışmada; giriş sinyallerindeki sapmanın belirlenebilmesi için iki basamaklı Kalman filtresinin kullanımı önerilmektedir (Wu, Zhang, & Zhou, 2000). Bu şekilde kontrol etkinliğindeki düşüş tespit edilerek hatalı durum tahminlerinin kompanse edilmesi sağlanmakta, ayrıca aracın algılayıcı ölçümlerine duyarsız kalarak istenmeyen aşırı tepkiler vermesi engellenmektedir.

Sualtı sistemleri için de; gerek seyrüsefer sistemlerindeki, gerekse itki ve kontrol tahrik sistemlerindeki olası hataların tespiti ve hatalı sistem modellerinin tanılanması konusunda yapılmış pek çok güncel çalışma bulunmaktadır. Örneğin; Porto Üniversitesi Mühendislik Fakültesi (FEUP) tarafından geliştirilen MARES insansız sualtı aracı için yapılan çalışmada; sualtı aracının operasyonları gözlemlenerek uygun durum değişkenlerinin tahmin edilmesine dayalı bir kestirim metodu kullanılmıştır. Bu çalışmada genişletilmiş Kalman filtresi (EKF) algoritması kullanılarak, kontrol komutlarının etkinlik düzeyi tahmin edilmekte ve olası kontrol sistemi hataları tespit edilmektedir (Ferreira, Matos, & Cruz).

2. İSA MATEMATİKSEL MODELİ VE SİSTEM BENZETİMİ

2.1 Koordinat Sistemi ve Durum Değişkenleri

Şekil 2.1'de sualtı aracı modellenirken kullanılan yermerkezli (ataletsel) ve gövde eksen takımları ile bunlar arasındaki ilişki şematik olarak gösterilmiştir. Eksen takımı atamalarında SNAME konvansiyonu dikkate alınmıştır (SNAME - Society for Naval Architects and Marine Engineers, 1964).



Şekil 2.1: İSA yermerkezli ve gövde eksen takımları.

Sualtı aracının kütle merkezi sabittir ve gövde eksen takımına göre konumu, Şekil 2.1'de, r_g vektörüyle gösterilmiştir. İşlem kolaylığı sağlanması açısından, gövde eksen takımı, sualtı aracının asal atalet eksenleriyle çakışık olacak şekilde seçilmiştir. Bu sayede çarpım atalet momentlerine bağlı terimler hareket denklemlerinde ihmal edilebilmektedir.

Çizelge 2.1'de SNAME konvansiyonuna göre her serbestlik derecesi için tanımlanan hareketin eksen yönleri gösterilmektedir.

Çizelge 2.1 SNAME konvansiyonuna göre eksenel yönler.

Serbestlik Derecesi (DOF)	Hareketin Tanımı	Kuvvet ve Momentler	Doğrusal ve Açısal Hızlar	Konum ve Euler Açıları
1	x-doğrultusundaki çizgisel hareket	X	u	x
2	y-doğrultusundaki çizgisel hareket	Y	v	y
3	z-doğrultusundaki çizgisel hareket	Z	w	z
4	x-doğrultusundaki açısal hareket	K	p	ϕ
5	y-doğrultusundaki açısal hareket	M	q	θ
6	z-doğrultusundaki açısal hareket	N	r	ψ

Gövdenin, yermerkezli eksen takımına göre yönelimini tanımlayan Euler açıları (ϕ, θ, ψ) ve gövde eksen takımında tanımlı açısal hızların (p, q, r) pozitif yönleri dönel oklarla gösterilmektedir. *Her* bir eksene göre sualtı aracının konum (x,y,z) ve doğrusal hızı (u, v, w) da eksen takımı üzerinde gösterilmektedir. Gövde eksen takımının, yermerkezli eksen takımına göre konumu r_o vektörüyle, aracın kütle merkezinin yermerkezli eksen takımına göre konumu ise r_e vektörü ile tanımlanmıştır.

Sistem durum değişkenleri vektörleri ν ve η ile kuvvet ve moment vektörü τ aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned} \nu &= [\nu_1^T \ \nu_2^T]^T \quad \nu_1 = [u\ v\ w]^T \quad \nu_2 = [p\ q\ r]^T \\ \eta &= [\eta_1^T \ \eta_2^T]^T \quad \eta_1 = [x\ y\ z]^T \quad \eta_2 = [\phi\ \theta\ \psi]^T \\ \tau &= [\tau_1^T \ \tau_2^T]^T \quad \tau_1 = [X\ Y\ Z]^T \quad \tau_2 = [K\ M\ N]^T \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.2 Koordinat Dönüşüm Matrisi ve Sualtı Aracı Kinematik Denklemleri

Bir cismin ya da bir eksen takımının bir başka cisim yada eksen takımına göre doğrusal ve açısal hareketi kinematik denklemler aracılığıyla tanımlanabilir. Euler teoremine göre, eksen takımlarının birbirlerine göre yönelimlerindeki herhangi bir değişim, bir dizi "basit dönme hareketi" olarak tanımlanabilir. Basit dönme hareketi, bu eksen takımlarından birinin diğerine göre yalnız "dönme ekseni" etrafında yaptığı hareket olarak tanımlanmaktadır. Dönme ekseni ise; her iki eksen takımına göre yöneliminin sabit kaldığı kabul edilen varsayımsal bir doğrudur (Fossen, 1994).

Sualtı aracı kinematik denklemleri yukarıda tanımlanan Euler teoremiyle tanımlanan konvansiyona uygun olarak yazılmaktadır. Buna göre eksen takımları arasında dönüşüm yapılırken; eksen takımı merkezleri çakışacak şekilde, yermerkezli eksen takımı, gövde eksen takımına doğru ötelenir. Sonra sırasıyla; yalpa, yunusluma ve yuvarlanma eksenlerinde döndürülerek gövde eksen takımıyla paralel hale getirilir. Sonuç olarak, yermerkezli eksen takımındaki doğrusal ve açısal hızlar ile gövde eksen takımında tanımlı hızlar aşağıdaki kinematik dönüşüm denklemleriyle ilişkilendirilebilir.

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \tag{2.2}$$

Aynı şekilde ters kinematik dönüşüm denklemi de şu şekilde ifade edilebilir.

$$\nu = J^{-1}(\eta)\dot{\eta} \tag{2.3}$$

Burada ***J*** dönüşüm matrisidir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \tag{2.4a}$$

$$J_1(\eta_2) =$$

$$\begin{bmatrix} cos\psi cos\theta & -sin\psi cos\phi + cos\psi sin\theta sin\phi & sin\psi sin\phi + cos\psi cos\phi sin\theta \\ sin\psi cos\theta & cos\psi cos\phi + sin\psi sin\theta sin\phi & -cos\psi sin\phi + sin\theta sin\psi cos\phi \\ -sin\theta & cos\theta \sin\phi & cos\theta cos\phi \end{bmatrix} \tag{2.4b}$$

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & sin\phi tan\theta & cos\phi tan\theta \\ 0 & cos\phi & -sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{cos\theta} & \frac{cos\,\phi}{cos\theta} \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.4c)}$$

Yukarıda (2.4a) denklemiyle tanımlanan $J_1(\eta_2)$, koordinat dönüşüm matrisidir ve ortogonaldir. Dolayısıyla dönüşüm matrisi için şu eşitlik geçerlidir.

$$J_1^{-1}(\eta_2) = J_1^T(\eta_2) \quad \textbf{(2.5)}$$

2.3 Katı Cisim Dinamiği Denklemleri

İnsansız sualtı aracının hareket denklemleri gövde eksen takımında hesaplanırken, katı cisim mekaniğinden elde edilen aşağıdaki bağıntı dikkate alınmalıdır. Bu denklem bir $c$ir vektörünün zamana bağlı türevinin yermerkezli ve gövde eksen takımlarındaki ifadesi arasındaki bağıntıyı tanımlamaktadır.

$$\dot{c} = \mathring{c} + \omega \times c \quad \textbf{(2.6)}$$

Burada ω gövde eksen takımının ve aynı zamanda sualtı aracının açısal hız vektörüdür. Denklemdeki $\dot{c}$ vektörün ataletsel (yermerkezli) eksen takımına göre, $\mathring{c}$ ise vektörün ataletsel olmayan (gövde) eksen takımına göre türevini belirtmektedir. Bu denkleme göre yermerkezli ve gövde eksen takımlarındaki açısal ivmelerin eşit olduğunu tanımlayan aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\dot{\omega} = \mathring{\omega} + \omega \times \omega = \mathring{\omega} \quad \textbf{(2.7)}$$

Daha önce c vektörü ile tanımlanan büyüklüğün yerine sualtı aracının doğrusal hız vektörü olan U vektörünü tanımlayalım. Newton'ın 2. hareket yasası kullanılarak şu denklemler yazılabilir.

$$\sum F_{ext} = m\mathring{U} \quad \textbf{(2.8)}$$

$$\sum \tau_{ext} = I\mathring{\Omega} + r_g \times m\mathring{\mathring{r}}_o \quad \textbf{(2.9)}$$

Yukarıdaki (2.8) denklemi toplam dış kuvveti, (2.9) denklemi ise toplam dış momenti ifade etmektedir. Bu denklemlerde $m\,m$ aracın kütlesidir. (2.9) denklemindeki I, aracın gövde eksen takımının merkezine göre tanımlanmış sabit atalet tensörüdür. Ω ise aracın açısal hız vektörünü tanımlar. Gövde eksen takımının merkezinin, sualtı aracının ağırlık merkeziyle çakışık olmamasından dolayı denklemlere merkezcil olmayan etkilerin de eklenmesi gerekmektedir. Başka bir deyişle aracın kütle merkezinde hesaplanan dış kuvvetlerin gövde eksen takımına göre yaratacağı ekstra momentin de hesaba katılması gerekmektedir. Bu etkiler (2.9) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terimle tanımlanmaktadır.

Şekil 2.1'de gösterilen konum vektörleri için $r_e = r_0 + r_g$ eşitliği kullanılırsa kuvvet denklemi şu şekilde yazılabilir.

$$\sum F_{ext} = m\dot{U} = m\ddot{r}_e = m(\ddot{r}_o + \ddot{r}_g) \tag{2.10}$$

Modellenen sualtı aracı için ağırlık merkezi konumunun değişmediği kabul edilebilir. Bu durumda $\dot{r}_g = 0$ olur. Ayrıca $\ddot{r}_o = \dot{U}_o$ denkliği dikkate alınırsa, (2.6) ve (2.7) denklemleri kullanılarak kuvvet denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sum F_{ext} = m\left(\dot{U}_o + \overbrace{(\dot{r}_g + \Omega \times r_g)}^{\circ}\right) = m(\dot{U}_o + \Omega \times U_o + \dot{\Omega} \times r_g + \Omega \times (\Omega \times r_g)) \tag{2.11}$$

Yukarıdaki denklemin sağ tarafındaki terimler sırasıyla; doğrusal ivme, Coriolis ivmesi, açısal ivme ve merkezcil ivmeleri tanımlamaktadır. Aynı yöntemle moment denklemi de aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sum \tau_{ext} = \overbrace{I\Omega}^{\circ\circ} + r_g \times m\ddot{r}_o = I\dot{\Omega} + \dot{\Omega} \times I\Omega + r_g \times m(\dot{U}_o + \Omega \times U_o) \tag{2.12}$$

Yukarıda tanımlanan tüm bağıntılardan, altı serbestlik dereceli (6-SD) katı cisim hareket denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$m(\dot{U}_o + \Omega \times U_o + \dot{\Omega} \times r_g + \Omega \times \Omega \times r_g) = \sum F_{ext} \tag{2.13}$$

$$mr_g \times (\dot{U}_o + \Omega \times U_o) + I\dot{\Omega} + \dot{\Omega} \times I\Omega = \sum \tau_{ext} \tag{2.14}$$

x, y, z doğrultularındaki birim vektörler sırasıyla $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ olarak isimlendirilmiş olsun. Hareket denklemlerdeki Ω ve $U_o U_o$ terimlerinin yerine aşağıdaki vektörel ifadeleri yazılabilir. Öncelikle (2.14) denklemi şu şekilde düzenlenebilir.

$$I\dot{\Omega} = \begin{bmatrix} I_x\dot{p} & -I_{xy}\dot{q} & -I_{xz}\dot{r} \\ -I_{xy}\dot{p} & I_y\dot{q} & -I_{yz}\dot{r} \\ -I_{xz}\dot{p} & -I_{yz}\dot{q} & I_z\dot{r} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}\times I\Omega = {} & \hat{i}[I_z qr - I_{xz}pq - I_{yz}q^2 + I_{yz}r^2 + I_{xy}rp - I_y qr] \\ & + \hat{j}[I_x pr - I_{xy}qr - I_{xz}r^2 + I_{xz}p^2 + I_{yz}qp - I_z rp] \\ & + \hat{k}[I_y pq - I_{xy}p^2 - I_{yz}rp - I_x pq - I_{xy}q^2 - I_{xz}rq] \end{aligned} \tag{2.16}$$

Denklemdeki benzer terimler bir araya toplanarak düzenlenirse (2.14) denkleminin ilk kısmı şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \hat{i}[I\Omega + \Omega\times I\Omega] &= I_x\dot{p} + I_{xy}(pr - \dot{q}) - I_{xz}(pq + \dot{r}) + I_{yz}(r^2 - q^2) + (I_x - I_y)rq \\ \hat{j}[I\Omega + \Omega\times I\Omega] &= I_y\dot{q} - I_{xy}(qr + \dot{p}) + I_{yz}(pq - \dot{r}) - I_{xz}(r^2 - p^2) + (I_x - I_z)pr \\ \hat{k}[I\Omega + \Omega\times I\Omega] &= I_z\dot{r} - I_{xz}(qr + \dot{p}) - I_{yz}(rp + \dot{q}) - I_{xy}(p^2 + q^2) - (I_x - I_y)pq \end{aligned} \tag{2.17}$$

Moment denkleminin son kısmı ise şu şekilde yazılır.

$$\begin{aligned} r_g\times m(\dot{U}_o + \Omega\times U_o) = r_g\times m(& \hat{i}(\dot{u} + qw - rv) + \hat{j}(\dot{v} + ur - pw) + \hat{k}(\dot{w} + vp - qu)) \\ = {} & \hat{i}m(y_g(\dot{w} + vp - qu) - z_g(\dot{v} + ur - pw)) \\ & + \hat{j}m(z_g(\dot{u} + qw - rv) - x_g(\dot{w} + vp - qu)) \\ & + \hat{k}m(x_g(\dot{v} + ur - pw) - y_g(\dot{u} + qw - rv)) \end{aligned} \tag{2.18}$$

(2.13) denklemi için ise aşağıdaki düzenlemeler yapılır.

$$\dot{\Omega}\times r_g = \hat{i}(z_g\dot{q} - y_g\dot{r}) + \hat{j}(x_g\dot{r} - z_g\dot{p}) + \hat{k}(y_g\dot{p} - x_g\dot{q}) \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned} \Omega\times\Omega\times r_g = {} & \hat{i}(q(y_g p - x_g q) - r(x_g r - z_g p)) \\ & + \hat{j}(r(z_g q - y_g r) - p(y_g p - x_g q)) \\ & + \hat{k}(p(x_g r - z_g p) - q(z_g q - y_g r)) \end{aligned} \tag{2.20}$$

Denklemin son kısmı ise şu şekilde yazılabilir.

$$\Omega \times U_o = \hat{i}(qw - rv) + \hat{j}(ur - pw) + \hat{k}(vp - qu)) \tag{2.21}$$

Yukarıda düzenlenen denklem parçaları birleştirilerek birim vektörleri tanımlayan aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} \hat{i} &: \dot{u} - x_g(r^2 + q^2) + y_g(-\dot{r} + qp) + z_g(\dot{q} + rp) + qw - rv \\ \hat{j} &: \dot{v} - x_g(\dot{r} + pq) - y_g(r^2 + p^2) + z_g(rq - \dot{p}) + ur - pw \\ \hat{k} &: \dot{w} + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p}) - z_g(q^2 + p^2) + pv - qu \end{aligned} \tag{2.22}$$

Sonuç olarak 6-SD katı cisim hareket denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \sum X_{ext} &= m(\dot{u} + wq - vr - x_g(r^2 + q^2) + y_g(-\dot{r} + qp) + z_g(\dot{q} + rp)) \\ \sum Y_{ext} &= m(\dot{v} + ru - pw + x_g(\dot{r} + pq) - y_g(r^2 + p^2) + z_g(rq - \dot{p})) \\ \sum Z_{ext} &= m(\dot{w} + pv - qu + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p}) - z_g(q^2 + p^2)) \\ \sum K_{ext} &= I_x\dot{p} + I_{xy}(pr - \dot{q}) - I_{xz}(pq + \dot{r}) + I_{yz}(r^2 - q^2) + (I_x - I_y)rq \\ &\quad + m(y_g(\dot{w} + vp - qu) - z_g(\dot{v} + ur - pw)) \\ \sum M_{ext} &= I_y\dot{q} - I_{xy}(qr + \dot{p}) + I_{yz}(pq - \dot{r}) - I_{xz}(r^2 - p^2) + (I_x - I_z)pr \\ &\quad + m(z_g(\dot{u} + qw - rv) - x_g(\dot{w} + vp - qu)) \\ \sum N_{ext} &= I_z\dot{r} - I_{xz}(qr + \dot{p}) - I_{yz}(rp + \dot{q}) - I_{xy}(p^2 + q^2) - (I_x - I_y)pq \\ &\quad + m(x_g(\dot{v} + ur - pw) - y_g(\dot{u} + qw - rv)) \end{aligned} \tag{2.23}$$

Yukarıdaki denklemler matris formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(\upsilon)\upsilon = \tau_{RB} \tag{2.24}$$

Burada; $v = [u, v, w, p, q, r]^T$ vektörü çizgisel ve dönme hareketinin gövde eksen takımındaki ifadesini, $\tau_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$ dış kuvvet ve momentlerin genelleştirilmiş ifadelerini içermektedir. M_{RB} katı cisim atalet matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} mI_{3\times3} & -mS(r_g) \\ mS(r_g) & I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mz_G \\ 0 & 0 & m & my_G & mz_G & 0 \\ 0 & mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yz} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.25)}$$

Coriolis ve merkezcil kuvvet terimlerini içeren $C_{RB}(\nu)$ terimi ise aşağıdaki gibi matris formunda yazılabilir.

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ 0 & 0 & 0 & -m(y_G p + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ 0 & 0 & 0 & -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) & 0 & -I_{yz} q - I_{xz} p + I_z r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_y q \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) & I_{yz} q + I_{xz} p - I_z r & 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) & -I_{yz} r - I_{xy} p + I_y q & I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.26)}$$

Hareket denklemlerinde, sualtı aracına etkiyen tüm dış kuvvet ve momentler katsayılar cinsinden ifade edilmektedir. Bu katsayılar bir dizi teorik denklem ve ampirik formüle dayalı olarak elde edilmektedir. Bir sonraki bölümde bu katsayıların nasıl elde edildiği açıklanmaktadır.

2.4 Dış Kuvvetler ve Momentler

Bu bölümde, (2.24) denkleminin sağ tarafında yer alan dış kuvvetlerin ve momentlerin nasıl hesaplandığı açıklanmaktadır. Dış kuvvetler; ek-su kütlesi, hidrodinamik sönümleme kuvvetleri, hidrodinamik kaldırma kuvvetleri, hidrostatik kuvvetler ve itki kuvvetleri ile bunların araç üzerinde yarattıkları momentlerin toplamıdır. Denklemlerde tanımlanan katsayılar, deniz sistemlerinin modellenmesi konusunda referans alınan SNAME konvansiyonuna uygun olarak yazılmıştır.

$$\tau_{RB} = \tau_H + \tau_E + \tau_L + \tau_P \quad \textbf{(2.27)}$$

Burada τ_H hidrodinamik ve hidrostatik kuvvetleri, τ_E okyanus akıntıları ve dalgalar gibi çevresel etkileri, τ_L kontrol yüzeylerinin yarattığı hidrodinamik kaldırma

kuvvetlerini, τ_P ise itki kuvvetini belirtmektedir. Bu bileşenlerden, τ_E çevresel etkileri, modellenen sualtı aracı için ihmal edilmektedir.

Sualtı aracına etkiyen dış kuvvetlerin bileşenlerinin matris formundaki ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\tau = -\underbrace{M_A\dot{\nu} - C_A(\nu)\nu}_{\text{Ek-su Kütlesi}} - \underbrace{D(\nu)\nu}_{\substack{\text{Hidrodinamik}\\ \text{Sönümleme}}} + \underbrace{Bu}_{\substack{\text{İtki ve Kontrol}\\ \text{Yüzeyi Kuvvetleri}}} - \underbrace{g(\eta)}_{\substack{\text{Hidrostatik}\\ \text{Kuvvetler}}} \tag{2.28}$$

2.4.1 Hidrostatik kuvvetler

Suyun içindeki bir cisme, yerçekimi ve kaldırma kuvvetleri ile bunların neden olduğu momentlere etki etmektedir. Kütlesi m olan bir sualtı aracına etkiyen yerçekimi kuvveti $W = mg$'dir ve aracın ağırlık merkezinde ifade edilmektedir. Suyun araç üzerinde yarattığı kaldırma kuvveti ise $B = \rho \Delta V g$ olarak yazılabilir. Kaldırma kuvveti vektörü aracın geometrik merkezinden geçecek şekilde modellenmektedir. Burada ρ suyun özkütlesini V ise aracın yer değiştirdiği su hacmini ifade etmektedir.

Hidrostatik momentler sualtı aracını yunuslama ve yuvarlanma eksenlerinde stabilize edecek şekilde etkir. Yani bu eksenlerde oluşan saptırıcı kuvvetlere karşı çalışırlar. Sualtı aracı modellenirken bu kuvvet ve momentlerin gövde eksen takımında ifade edilmesi gerekmektedir. Bunun için (2.4a) denklemiyle verilen dönüşüm matrisi kullanılabilir.

$$f_G(\eta_2) = J_1^{-1}\begin{bmatrix}0\\0\\W\end{bmatrix} \qquad f_B(\eta_2) = J_1^{-1}\begin{bmatrix}0\\0\\B\end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Sualtı aracına etkiyen hidrostatik kuvvet ve momentler şu şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} F_{HS} &= f_G - f_B \\ M_{HS} &= r_G \times f_G - r_B \times f_B \end{aligned} \tag{2.30}$$

Buna göre doğrusal olmayan hidrostatik kuvvet denklemleri şu şekilde elde edilebilir.

$$
\begin{aligned}
X_{HS} &= -(W - B)\sin\theta \\
Y_{HS} &= (W - B)\cos\theta\sin\phi \\
Z_{HS} &= (W - B)\cos\theta\cos\phi
\end{aligned}
\tag{2.31}
$$

Benzer şekilde hidrostatik momentler gövde eksen takımında aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

$$
\begin{aligned}
M_b = r_b \times f_b &= \begin{bmatrix} -y_b B\cos\theta\cos\phi + z_b B\cos\theta\sin\phi \\ z_b B\sin\theta + x_b B\cos\theta\cos\phi \\ x_b B\cos\theta\sin\phi - y_b B\sin\theta \end{bmatrix} \\
M_g = r_g \times f_g &= \begin{bmatrix} -y_g W\cos\theta\cos\phi + z_g W\cos\theta\sin\phi \\ -z_g W\sin\theta + x_g W\cos\theta\cos\phi \\ x_g W\cos\theta\sin\phi + y_g W\sin\theta \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.32}
$$

Sonuçta hidrostatik moment denklemleri de şu şekilde elde edilir.

$$
\begin{aligned}
K_{HS} &= (y_g W - y_b B)\cos\theta\cos\phi - (z_g W - z_b B)\cos\theta\sin\phi \\
M_{HS} &= -(z_g W - z_b B)\sin\theta - (x_g W - x_b B)\cos\theta\cos\phi \\
N_{HS} &= (x_g W - x_b B)\cos\theta\sin\phi + (y_g W - y_b B)\sin\theta
\end{aligned}
\tag{2.33}
$$

2.4.2 Ek-su kütlesi

Ek-su kütlesi bir sualtı aracının ivmeli hareketi sırasında, aracın kendisiyle birlikte hareket ettirdiği sıvının sisteme getirdiği ek kütle ve atalet olarak tanımlanabilir.

Ek-su kütlesi kavramı genellikle sualtı aracının ve etrafındaki sınırlı bir hacimdeki suyun bütünleşerek daha büyük kütleli yeni bir sistem oluşturması şeklinde basitleştirilerek modellenmektedir. Gerçekte ise sualtında harmonik hareket yapmaya zorlanan bir cisim, etrafındaki sıvının tamamının farklı genliklerde salınımına neden olmaktadır. Araçtan uzaklaştıkça salınımın genliği de küçülmekte ve etkisi ihmal edilebilir hale gelmektedir. Dolayısıyla, ek-su kütlesi; harmonik hareket yapan bir cismin üzerinde, basınç tesiriyle ortaya çıkan ve cismin ivmesiyle orantılı olarak değişen kuvvetler ve momentler olarak anlaşılmalıdır. Bu tanımdan yola çıkılarak,

katı cisim kütlesi ve ataletinde olduğu gibi, ek-su kütlesi de ataletsel ($M_A\dot{\nu}$) ve Coriolis ($C_A(\nu)\nu$) kuvvet ve momentleri olarak ayrıştırılabilir. Burada ek-su kütlesinin cismin hızıyla değil kütlesiyle orantılı olduğuna dikkat edilmelidir.

Hareket halindeki bir cisim, içerisinde bulunduğu durağan haldeki akışkanın da hareket etmesine neden olacaktır. Akışkan ise cismin hareketine izin verecek şekilde yer değiştirecek ve daha sonra ilerleyen cismin ardında bıraktığı boş hacmi dolduracaktır. Bu sayede akışkan kinetik enerji kazanacaktır.

Yeterince derinde seyreden sualtı araçları için ek-su kütlesi katsayılarının sabit olduğu ve yüzey dalgalarından etkilenmedikleri varsayılmaktadır. Ek-su kütlesi matrisi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$M_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

Pek çok deniz aracı için yukarıdaki matrisin köşegen elemanları çoğunlukla pozitiftir (Fossen, 1994). Bir sualtı aracı içinse ek-su kütlesi matrisi daima pozitif olacaktır. Ayrıca pek çok uygulamada ek-su kütlesi matrisinin köşegen olmayan terimleri, köşegen terimlere göre çok daha küçük ve ihmal edilebilir olmaktadır. Dolayısı ile bir sualtı aracı için M_A simetrik, pozitif tanımlı kabul edilebilir ve $C_A(\nu)$ matrisi M_A'ya bağlı olarak aşağıdaki teoreme göre yazılabilir.

Teorem: $\nu = [\nu_1^T \ \nu_2^T]^T = [u\ v\ w\ p\ q\ r]^T$ olsun. Buna göre M_A aşağıdaki gibi ayrıştırılır.

$$M_A = \begin{bmatrix} M_{A11} & M_{A12} \\ M_{A21} & M_{A22} \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

Bu durumda, merkezcil (Coriolis) ek-su kütlesi matrisi aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0_{3\times 3} & -S(M_{A11}\nu_1 + M_{A12}\nu_2) \\ -S(M_{A11}\nu_1 + M_{A12}\nu_2) & -S(M_{A12}\nu_1 + M_{A22}\nu_2) \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

Burada S aykırı simetrik (skew symmetric) matris operatörüdür ve herhangi bir $\lambda=[\lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3]^T$ vektörü için aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S(\lambda)=\begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Ek-su kütlesi matrisi, katı cisim kütle matrisinde olduğu gibi, sualtı aracı gövdesinin geometrik özelliklerine göre biçimlendirilebilir. Simetri durumlarında kütle matrisleri büyük oranda basitleştirilebilir. Bu tezde modellenen sualtı aracı için alt-üst (xy-düzlemine göre) ve iskele-sancak (xz-düzlemine göre) yönlerinde simetrinin var olduğu söylenebilir. Bu durumda ek-su kütlesi matrisi aşağıdaki formda yazılabilir (Josserand, 2006).

$$M_A=\begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{r}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Yukarıdaki gibi sadeleştirilmiş bir yapı, hesaplamalar açısından büyük kolaylık sağlamaktadır. Özellikle matrisin köşegeni dışındaki terimlerin ampirik formüllerle ve hatta deneysel yöntemlerle hesaplanması oldukça zordur (Fossen, 1994).

$$C_A(v)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & (Z_{\dot{w}}w+Z_{\dot{q}}q) & -(Y_{\dot{v}}v+Y_{\dot{r}}r) \\ 0 & 0 & 0 & -(Z_{\dot{w}}w+Z_{\dot{q}}q) & 0 & X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & (Y_{\dot{v}}v+Y_{\dot{r}}r) & -X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & (Z_{\dot{w}}w+Z_{\dot{q}}q) & -(Y_{\dot{v}}v+Y_{\dot{r}}r) & 0 & (Y_{\dot{r}}v+N_{\dot{r}}r) & -(Z_{\dot{q}}w+M_{\dot{q}}q) \\ -(Z_{\dot{w}}w+Z_{\dot{q}}q) & 0 & X_{\dot{u}}u & -(Y_{\dot{r}}v+N_{\dot{r}}r) & 0 & K_{\dot{p}}p \\ (Y_{\dot{v}}v+Y_{\dot{r}}r) & -X_{\dot{u}}u & 0 & (Z_{\dot{q}}w+M_{\dot{q}}q) & -K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

Yukarıdaki ataletsel ek-su kütlesi matrisine uygun şekilde ve açıklanan teorem ışığında, merkezcil (Coriolis) ek-su kütlesi matrisi (2.39) numaralı eşitlikteki biçimi alır. Ek-su kütlesi, ataletsel ($M_A\dot{v}$) ve Coriolis ($C_A(v)v$) kuvvet ve momentlerinin bileşenleri aşağıda birleştirilmiş olarak verilmektedir.

$$
\begin{aligned}
X_A &= X_{\dot{u}}\dot{u} + Z_{\dot{w}}wq + Z_{\dot{q}}qp - Y_{\dot{v}}vr - Y_{\dot{r}}r^2 \\
Y_A &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} - Z_{\dot{w}}wp - Z_{\dot{q}}qp + X_{\dot{u}}ur \\
Z_A &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} + Y_{\dot{v}}vp + Y_{\dot{r}}rp - X_{\dot{u}}uq \\
K_A &= K_{\dot{p}}\dot{p} + Z_{\dot{w}}wv + Z_{\dot{q}}qv - Y_{\dot{v}}vw - Y_{\dot{r}}rw + Y_{\dot{r}}vq + N_{\dot{r}}rq - Z_{\dot{q}}wr + M_{\dot{q}}qr \\
M_A &= Z_{\dot{q}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} - Z_{\dot{w}}wu - Z_{\dot{q}}qu + X_{\dot{u}}uw - Y_{\dot{r}}vp + N_{\dot{r}}rp + K_{\dot{p}}pr \\
N_A &= Y_{\dot{r}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} + Y_{\dot{v}}uv + Y_{\dot{r}}ur - X_{\dot{u}}uv + Z_{\dot{q}}wp + M_{\dot{q}}pq - K_{\dot{p}}pq
\end{aligned}
\tag{2.40}
$$

Ek-su kütlesi katsayılarının hesaplanabilmesi için Dilim Teorisi (Strip Theory) önemli bir kolaylık sağlamaktadır. Bu yöntem; suyun içerisindeki cismin varsayımsal dilimlere ayrılarak, hesaplamaların bu dilimler üzerinde yapılması esasına dayanmaktadır. Böylelikle her bir dilim için iki boyutlu türevler kolaylıkla hesaplanır ve tüm gövde boyunca bu terimlerin bileşkesi hesaplanarak üç boyutlu türevlere ulaşılabilir. Örneğin; küçük bir silindir diliminin birim uzunluğu için ek-su kütlesi aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır (Josserand, 2006).

$$M_A = \pi\rho r^2(x) \tag{2.41}$$

Burada $r(x)$, sualtı aracının merkezine göre x mesafede bulunan bir silindirin yarıçapı ve ρ ise akışkanın yoğunluğunu ifade etmektedir. Kontrol yüzeyleri için ise formülasyon şöyle ifade edilmektedir (Josserand, 2006).

$$M_{fin} = \pi\rho(R_{fin}^2 - r^2(x) + \frac{r^4(x)}{R_{fin}^2}) \tag{2.42}$$

Sualtı aracının simetrik yapısı nedeniyle $Z_{\dot{w}}=Y_{\dot{v}}$, $Z_{\dot{v}}= -M_{\dot{w}}$, $Y_{\dot{r}}=N_{\dot{v}}$ ve $Z_{\dot{q}}=M_{\dot{w}}$ olduğu kabul edilebilir. Diğer ek-su kütlesi katsayıları ise aşağıdaki denklemlerle hesaplanmaktadır (Josserand, 2006).

$$
\begin{aligned}
Y_{\dot{v}} &= -\int_{x_t}^{x_n} M_A dx - \int_{x_{fin1}}^{x_{fin2}} M_{fin} dx \\
&= -\pi\rho\left(\frac{d^2}{4}l + \left(R_{fin}^2 - \frac{d^2}{4} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 / R_{fin}^2\right)w_{fin}\right)
\end{aligned}
\tag{2.43}
$$

$$M_{\dot{w}} = -\int_{x_t}^{x_n} xM_A dx - \int_{x_{fin1}}^{x_{fin2}} xM_{fin} dx$$
$$= -\pi\rho\left(\frac{d^2}{4}\frac{x_n^2 - x_t^2}{2} + \left(R_{fin}^2 - \frac{d^2}{4} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 / R_{fin}^2\right)\frac{x_{fin2}^2 - x_{fin1}^2}{2}\right)$$

$$M_{\dot{q}} = -\int_{x_t}^{x_n} x^2 M_A dx - \int_{x_{fin1}}^{x_{fin2}} x^2 M_{fin} dx$$
$$= -\pi\rho\left(\frac{d^2}{4}\frac{x_n^3 - x_t^3}{3} + \left(R_{fin}^2 - \frac{d^2}{4} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 / R_{fin}^2\right)\frac{x_{fin2}^3 - x_{fin1}^3}{3}\right)$$

Ek-su kütlesini ifade eden ve farklı serbestlik dereceleri arasındaki akuple ilişkiden kaynaklanan diğer terimler ise aşağıdaki eşitliklerle tanımlanmaktadır.

$$\begin{array}{llll} X_{wq} = Z_{\dot{w}} & X_{qq} = Z_{\dot{q}} & X_{vr} = -Y_{\dot{v}} & X_{rr} = -Y_{\dot{r}} \\ Y_{ur} = X_{\dot{u}} & Y_{wp} = -Z_{\dot{w}} & Y_{pq} = -Z_{\dot{q}} & \\ Z_{uq} = -X_{\dot{u}} & Z_{vp} = Y_{\dot{v}} & Z_{rp} = Y_{\dot{r}} & \\ M_{uwa} = -(Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}}) & M_{vp} = -Y_{\dot{r}} & M_{rp} = (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}) & M_{uq} = -Z_{\dot{q}} \\ N_{uva} = -(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}) & N_{wp} = Z_{\dot{q}} & N_{pq} = -(K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}}) & N_{ur} = Y_{\dot{r}} \end{array} \quad \textbf{(2.44)}$$

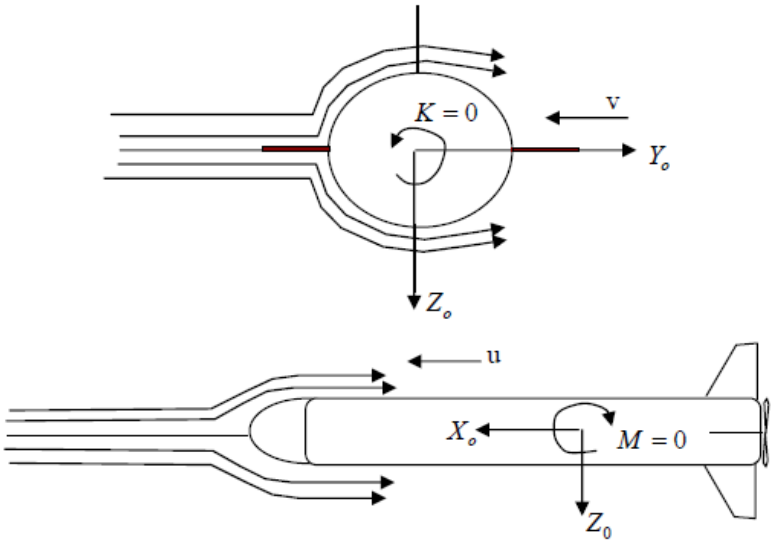
2.4.3 Hidrodinamik sönümleme kuvvetleri

Hidrodinamik sönümleme kuvvetleri temel olarak potansiyel sönümleme kuvvetleridir. Bunun dışında yüzey sürtünmesi, dalga sürüklemesi ve vorteks oluşumları da sönümleyici kuvvetler olarak sayılabilir.

Bir sualtı aracı için hidrodinamik sönümleme kuvvetleri; kompleks ve farklı serbestlik dereceleri arasında akuple ilişkili olma özelliği göstermektedirler. Ayrıca Reynolds sayısı ve gövde formunun yüksek oranda doğrusal olmayan bir fonksiyonudurlar. Dolayısıyla, aracın modellenmesini basitleştirmek için bazı kabuller yapılmaktadır:

- Sualtı aracı, üst-alt (xy-düzlemi) ve sancak-iskele (xz-düzlemi) yönlerinde simetrik forma sahiptir. Dolayısıyla sürüklemeye bağlı olarak indüklenen bazı terimler ihmal edilebilirler. Bunlar $K_{v|v|}$, $M_{u|u|}$ ve $N_{w|w|}$ terimleridir ve

modellenen sualtı aracı için yapılan bu simetri kabulü aşağıdaki şekilde betimlenmektedir.



Şekil 2.2: Aracın üzerinde oluşan simetrik akış (Josserand, 2006).

- Akuple lineer-açısal ilişkili terimler (M_{rv}, Y_{rv}, X_{wq} v.b.) ihmal edilebilirler (Fossen, 1994)
- Yüzey sürtünmesi basitçe; akışkan ile bu akışkanın içerisinde hareket eden bir cismin ıslak yüzeyinin sürtünmesi olarak tarif edilebilir. Lineer yüzey sürtünmesi kuvvetleri yalnızca laminar sınır tabaka içerisinde önemlidir. Gerçekte aracın yüzeyi küçük de olsa pürüzlü yapıdadır ve sınır tabaka türbülanslı bir hale gelir (Fossen, 1994). Dolayısıyla tezde modellenen sualtı aracında yalnızca kuadratik sürükleme kuvveti terimleri dikkate alınmıştır.
- İkinci dereceden büyük terimler (Ör: Y_{vvv}) ihmal edilmiştir.
- Potansiyel sönümleme; yüzey dalgalarının etkisiyle deniz araçlarının enerjisinin azalması durumudur. Ancak sualtı araçlarında bu etki ihmal edilebilir düzeydedir.
- Dalga sürüklemesi; satıha yakın seyreden araçlar üzerinde yüzey dalgalarının etkisiyle oluşturduğu etkidir. Bu dalgalar, aracın üzerinde dikey kuvvetler oluşturmakta ve aracın yüzeye doğru çekilmesine neden olabilmektedir. Bu tezde kapsamında söz konusu etkiler ihmal edilmektedir.

Hidrodinamik sönümleme kuvvetleri; sualtı aracının içinde bulunduğu viskoz akışkanın doğrusal ve açısal hareketine karşı çalışan moment ve kuvvetlerdir.

Hidrodinamik sönümleme iki temel bileşenden oluşmaktadır. Bunlar; gövde formuna etkiyen basınç kuvvetinden kaynaklanan form sürüklemesi ve sınır tabakaya bağlı yüzey sürtünmesidir (viskoz sürükleme) (Josserand, 2006). Form sürüklemesi gövde yüzeyine dik etkiyen basıncın entegrasyonuyla bulunabilir. Küt bir buruna sahip sualtı aracı için bu ana sürükleme etkisidir. Yüzey sürüklemesi ise gövde yüzeyine paralel olan viskoz gerilimlerin entegrasyonuyla hesaplanmaktadır.

Toplam sürükleme katsayısı, hem form sürüklemesi hem de yüzey sürtünmesinin bir fonksiyonudur. REMUS sualtı aracı için bu değerler sırasıyla c_{ds}=0.004 ve c_{dF}=0.3 olarak alınmıştır. Toplam sürükleme katsayısı ise c_d=0.0112 olarak hesaplanmaktadır (Josserand, 2006).

Yukarıda tanımlanan kabuller altında sönümleme kuvvet ve momentlerini tanımlayan matris aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$D(v) = \begin{bmatrix} X_{u|u|}\,|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v|}\,|v| & 0 & 0 & 0 & Y_{r|r|}\,|r| \\ 0 & 0 & Z_{w|w|}\,|w| & 0 & Z_{q|q|}\,|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p|p|}\,|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{w|w|}\,|w| & 0 & M_{q|q|}\,|q| & 0 \\ 0 & N_{v|v|}\,|v| & 0 & 0 & 0 & N_{r|r|}\,|r| \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.45)}$$

2.4.3.1 Eksenel Sürükleme

Viskoz bir akışkanın içinde hareket eden bir cisim, akışkanın firar kenarı tarafından vorteksler halinde ayrılmasına neden olabilmektedir. Cismin arkasında oluşan vorteksler düşük basınç alanları yaratır ve cismin bu yönde sürüklenmesine neden olur. Dolayısıyla böyle bir akışta enerji kayıpları oluşacaktır. Sualtı aracı için de eksenel sürükleme kuvvetlerinin temel nedeni uzunlamasına eksen doğrultusunda aracın arkasında oluşan bu vortekslerdir. Sualtı aracına etkiyen eksenel kuvvet şu ampirik denklemle hesaplanabilir:

$$X = -\left(\frac{1}{2}\rho c_d A_f\right) u\,|u| \quad \textbf{(2.46)}$$

Bu denklemden aşağıdaki doğrusal olmayan eksenel sürükleme katsayısı elde edilir.

$$X_{u|u|} = -\frac{1}{2}\rho c_d A_f \tag{2.47}$$

Burada ρ aracın içinde bulunduğu akışkanın özkütlesini, c_d eksenel sürükleme katsayısını ve A_f aracın kesit alanını belirtmektedir.

2.4.3.2 Çapraz Akış (Crossflow) Sürüklemesi

Çapraz akış sürüklemesi; gövde ve kanatlar üzerinde oluşan çapraz akışın sebep olduğu toplam sürüklemedir. Gövde sürüklemesi, ek-su kütlesi hesabına benzer şekilde, dilim teorisine (strip theory) dayalı bir yöntemle hesaplanır. Buna göre gövde üzerindeki sürükleme, iki boyutlu silindirik gövde kesitleri üzerindeki sürüklemelerin toplamı olarak hesaplanmaktadır.

Doğrusal olmayan çapraz akış sürüklemesi katsayıları şu şekilde ifade edilebilir:

$$Y_{v|v|} = Z_{w|w|} = -\frac{1}{2}\rho c_{dc}\int_{x_t}^{x_{b2}} 2R(x)dx - 2\left(\frac{1}{2}\rho S_{fin} c_{df}\right)$$

$$M_{w|w|} = -N_{v|v|} = \frac{1}{2}\rho c_{dc}\int_{x_t}^{x_{b2}} 2xR(x)dx - 2x_{fin}\left(\frac{1}{2}\rho S_{fin} c_{df}\right)$$

$$Y_{r|r|} = -Z_{q|q|} = -\frac{1}{2}\rho c_{dc}\int_{x_t}^{x_{b2}} 2x\,|\,x\,|\,R(x)dx - 2x_{fin}\,|\,x_{fin}\,|\left(\frac{1}{2}\rho S_{fin} c_{df}\right) \tag{2.48}$$

$$M_{q|q|} = N_{r|r|} = -\frac{1}{2}\rho c_{dc}\int_{x_t}^{x_{b2}} 2x^3 R(x)dx - 2x_{fin}^3\left(\frac{1}{2}\rho S_{fin} c_{df}\right)$$

Burada; ρ deniz suyu yoğunluğunu, c_{dc} bir silindirin sürükleme katsayısını, $R(x)$ gövde üzerindeki eksenel pozisyona bağlı yarıçapı, S_{fin} kontrol yüzeyi alanını ve c_{df} kontrol yüzeyi çapraz akış sürüklemesi katsayılarını belirtmektedir.

2.4.3.3 Yuvarlanma Sürüklemesi

Sualtı aracının yuvarlanma direnci büyük oranda kanatlardaki çapraz akış sürüklemesine bağlıdır. Yuvarlanma sürüklemesi ve buna bağlı katsayı aşağıdaki denklemlerle hesaplanmaktadır.

$$F = (Y_{vvf} r_{mean}) r_{mean}^2 p \mid p \mid \tag{2.49}$$

$$K_{p|p|} = Y_{vvf} r_{mean}^3 \tag{2.50}$$

Yukarıdaki denklemlerde; Y_{vv} kanadın çapraz akış sürüklemesi katsayısı, r_{mean} ise simetri merkezinden geçen uzunlamasına eksene göre ortalama kanat yüksekliğini belirtmektedir. Yuvarlanma sürüklemesiyle ilgili yukarıdaki ampirik denklemler yaklaşık değerler vermekle birlikte, genellikle sualtı testlerinden elde edilen sonuçlarla güncellenmeleri gerekmektedir (Prestero, 2001).

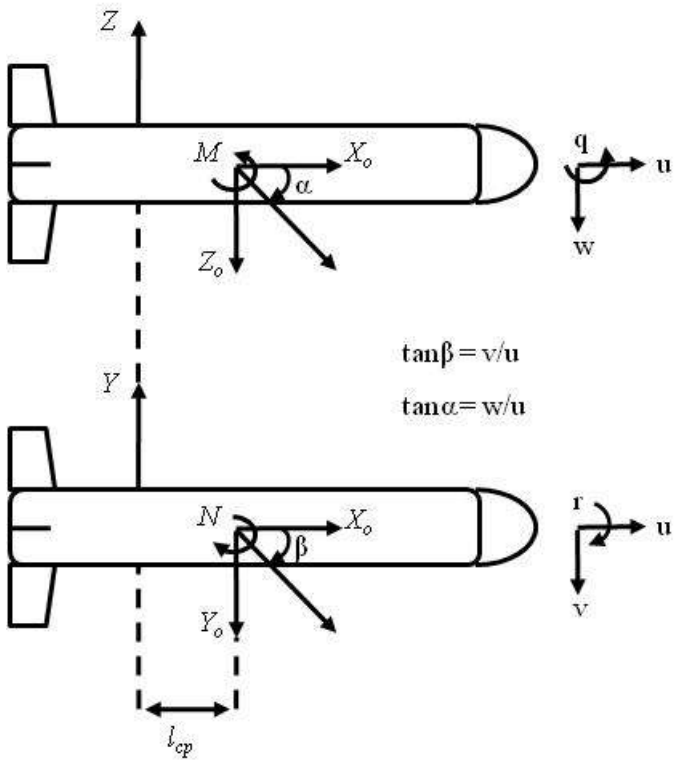
2.4.4 Hidrodinamik kaldırma kuvvet ve momentleri

Bir akışkanın içerisinde hücum açısına sahip şekilde yerleştirilen bir cismin üzerine, akışa dik yönde bir kaldırma kuvveti etkir. Küçük hücum açılarında akışa paralel yöndeki kuvvet ihmal edilebilir. Hücum açısı; sualtı aracının gövdesi ile akış hızı vektörü arasındaki açıdır. Dümenler için ise kanat veteri ile akış hızı vektörü arasındaki açı hücum açısı olarak tanımlanır.

Hidrodinamik kaldırma kuvveti katsayısı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$c_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2}\rho A_p u^2} \tag{2.51}$$

Burada F_L hidrodinamik kaldırma kuvvetini, u akışkan hızını, A_p kesit alanını ve ρ akışkanın yoğunluğunu ifade etmektedir. Aşağıdaki şekilde gövde üzerindeki kaldırma kuvveti hesaplarıyla ilişkili açı ve momentler gösterilmektedir. Şekilde; l_{cp} moment kolunu, α ve β yunuslama ve yalpa düzlemlerindeki hücum açılarını, Y_{BL} ve Z_{BL} bu düzlemlerdeki kuvvetleri, M_{BL} ve N_{BL} ise aynı düzlemlerdeki momentleri göstermektedir.



Şekil 2.3: Gövde üzerinde oluşan kaldırma kuvvet ve momentlerinin yönleri.

Modellenen sualtı aracı için, gövde üzerindeki hidrodinamik kaldırma kuvveti, yunuslama ve yalpa düzlemlerinde aşağıdaki formüllerle hesaplanmaktadır

$$Y_{BL} = -\frac{1}{2}\rho A_p (0.171) uv \equiv Y_{uvl} uv$$

$$Z_{BL} = -\frac{1}{2}\rho A_p (0.171) uw \equiv Y_{uwl} uw \qquad \textbf{(2.52)}$$

Kaldırma kuvveti, hidrodinamik basınç merkezine etkidiğinden, gövde üzerinde momente sebep olur. Modellenen araç için hidrodinamik kaldırma kuvvetinin neden olduğu momentler aşağıdaki denklemlerle hesaplanmaktadır

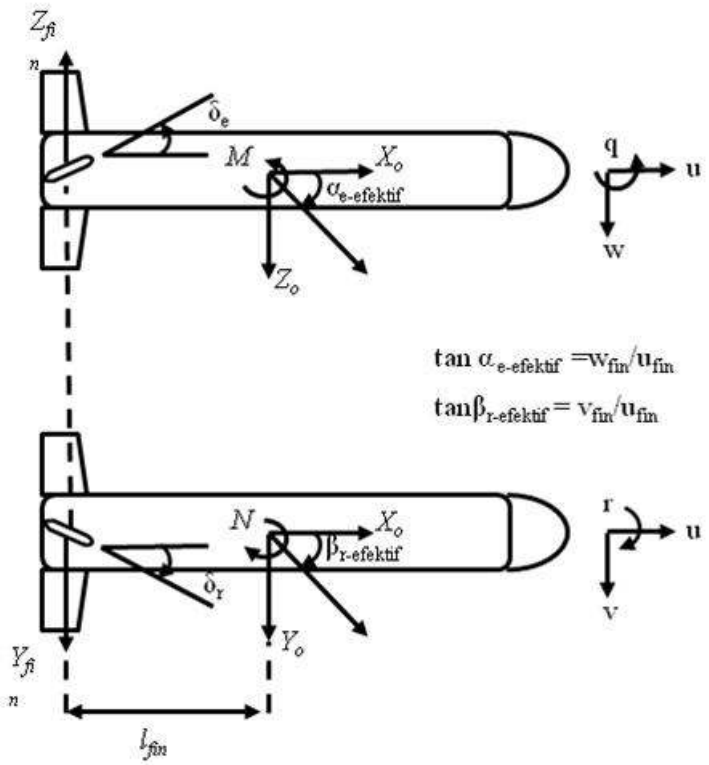
$$N_{BL} = -Y_{BL} l_{cp} = \frac{1}{2}\rho A_p (0.171) l_{cp} uv \equiv N_{uvl} uv$$

$$M_{BL} = Z_{BL} l_{cp} = -\frac{1}{2}\rho A_p (0.171) l_{cp} uw \equiv M_{uwl} uw \qquad \textbf{(2.53)}$$

(2.53) denklemlerinde *lcp* basınç merkezine olan mesafeyi göstermektedir.

Bir sualtı aracının yunuslama, yalpa ve yuvarlanma hareketi dikey ve yatay dümenlerinin sapma açıları değiştirilerek kontrol edilebilir. Dümenlerin sapma açıları arttıkça üzerlerine etkiyen hidrodinamik kuvvetler de artmaktadır. Kontrol yüzeyleri aracın ağırlık merkezinden uzakta bir noktada bulunduğundan, üzerlerine etkiyen kuvvet gövdeyi ilgili düzlemde döndürecek şekilde bir momentin oluşmasına neden olur.

Aşağıdaki şekilde dümenlere etkiyen hidrodinamik kuvvet ve neden oldukları momentler ile ilgili açıların yönleri gösterilmektedir.



Şekil 2.4: Dümenler üzerinde oluşan kuvvet ve ilişkili momentlerinin yönleri.

Buna göre, kontrol yüzeylerinin efektif hücum açıları şu şekilde hesaplanabilir.

$$u_{fin} = u$$

$$v_{fin} = v - l_{fin} r \qquad \textbf{(2.54)}$$

$$w_{fin} = w + l_{fin} q$$

$$\delta_{re} = \delta_r - \beta_{re} = \delta_r - \frac{1}{u}(v - l_{fin} r)$$

$$\delta_{se} = \delta_s - \beta_{se} = \delta_s - \frac{1}{u}(w - l_{fin} q)$$

Dümenler üzerindeki kaldırma kuvvetinin y-yönündeki bileşeni aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır. Buna göre kuvvet efektif dümen hücum açısı ve dümenin eksenel hızının çarpımıyla doğru orantılı olarak değişmektedir.

$$Y_{FL} = 2\left(\frac{1}{2}\rho A_r c_r \delta_{re} u_{fin}^2\right) \tag{2.55}$$

İki üstteki denklemden δ_{re} denklemi yukarıdaki denklemde yerine yazılırsa y-yönündeki kuvvet bileşeni şu şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned} Y_{FL} &= 2\left(\frac{1}{2}\rho A_r c_r \left(\delta_r - \frac{1}{u}(v - l_{fin} r)\right) u_{fin}^2\right) \\ &= \left(\rho A_r c_r\right) u^2 \delta_r + (-\rho A_r c) uv + \left(\rho A_r c_r l_{fin}\right) ur \\ &\equiv Y_{uu\delta_r} u^2 \delta_r + Y_{uvf} uv + Y_{urf} ur \end{aligned} \tag{2.56}$$

Benzer şekilde z-yönündeki bileşen de aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} Z_{FL} &= 2\left(-\frac{1}{2}\rho A_s c_s \left(\delta_s + \frac{1}{u}(w + l_{fin} q)\right) u_{fin}^2\right) \\ &= \left(-\rho A_s c_s\right) u^2 \delta_s + (-\rho A_s c_s) uw + \left(\rho A_s c_s l_{fin}\right) uq \\ &\equiv Z_{uu\delta_s} u^2 \delta_s + Z_{uwf} uw + Z_{uqf} uq \end{aligned} \tag{2.57}$$

Dümenlerin neden olduğu momentlerinin hesaplanabilmesi için şu tanımlamaları yapalım.

$$\begin{aligned} M_{uu\delta_s} &= Z_{uwf} = -\rho A_s c_s l_{fin} \\ M_{uqf} &= -\rho A_s c_s l_{fin}^2 \end{aligned} \tag{2.58}$$

$$N_{uu\delta_r} = N_{uvf} = -\rho A_r c_r l_{fin}$$

$$N_{urf} = -\rho A_r c_r l_{fin}^2$$

Sonuç olarak dümenler üzerindeki kaldırma kuvvetinden kaynaklanan momentler şu şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} M_{FL} &= Z_{FL} l_{fin} = M_{uu\delta_s} u^2 \delta_s + M_{uvf} uw + M_{uqf} uq \\ N_{FL} &= -Y_{FL} l_{fin} = N_{uu\delta_r} u^2 \delta_r + N_{uvf} uv + N_{urf} ur \end{aligned} \quad \textbf{(2.59)}$$

2.4.5 İtki kuvveti

İncelenen sualtı aracı için basitleştirilmiş bir itki modeli oluşturulmuştur. Buna göre pervanenin, gövdenin sabit u_0 nominal hızında ilerlemesini sağlayacak şekilde, sabit itki sağladığı ve gövde üzerinde sabit torka neden olduğu varsayılmaktadır. Dolayısıyla u=0 kabul edilebilir ve gerekli itki kuvveti x-eksenindeki katı cisim hareket denklemlerinden hesaplanabilir.

Benzetimde kullanılan basitleştirilmiş itki modeline göre pervane torku ve itki, aşağıdaki denklemde gösterildiği gibi, doğrusal olarak ilişkilidir. Denklemde R pervane yarıçapını ifade etmektedir.

$$K_{prop} = \text{-}RX_{prop} \quad \textbf{(2.60)}$$

Sonuç olarak 6-SD katı cisim hareket denklemlerinin sağ tarafında yer alan dış kuvvet ve moment terimleri; aşağıdaki etkilerin toplamı olarak ifade edilebilirler.

1. Hidrostatik: $X_{HS}, Y_{HS}, Z_{HS}, K_{HS}, M_{HS}, N_{HS}$
2. Ek-su kütlesi: $X_A, Y_A, Z_A, K_A, M_A, N_A$
3. Sürükleme: $X_D, Y_D, Z_D, K_D, M_D, N_D$
4. Ek-su kütlesi: $X_A, Y_A, Z_A, K_A, M_A, N_A$
5. Gövde üzerindeki hidrodinamik kaldırma: $Y_{BL}, Z_{BL}, M_{BL}, N_{BL}$

6. Kanat üzerindeki hidrodinamik kaldırma: $Y_{FL}, Z_{FL}, M_{FL}, N_{FL}$

7. İtki: X_{prop}, K_{prop}

2.4.6 Birleştirilmiş 6-SD İSA hareket denklemleri

$$\sum X_{ext} = X_{HS} + X_{u|u|}u\,|u| + X_{\dot{u}}\dot{u} + Z_{\dot{w}}wq + Z_{\dot{q}}q^2 - Y_{\dot{v}}vr - Y_{\dot{r}}r^2 + X_{prop}$$

$$\sum Y_{ext} = Y_{HS} + Y_{v|v|}v\,|v| + Y_{r|r|}r\,|r| + Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} - Z_{\dot{w}}wp - Z_{\dot{q}}qp + Y_{ur}ur + Y_{uv}uv + Y_{uu\delta_r}u^2\delta_r$$

$$\sum Z_{ext} = Z_{HS} + Z_{w|w|}w\,|w| + Z_{q|q|}q\,|q| + Z_{\dot{w}}\dot{w} - Z_{\dot{q}}\dot{q} + Y_{\dot{v}}vp + Y_{\dot{r}}rp + Z_{uq}uq + Z_{uw}uw + Y_{uu\delta_s}u^2\delta_s$$

$$\sum K_{ext} = K_{HS} + K_{p|p|}p\,|p| + K_{\dot{p}}\dot{p} + (Z_{\dot{w}} - Y_{\dot{v}})vw + (Z_{\dot{q}} + Y_{\dot{r}})qv - (Z_{\dot{q}} + Y_{\dot{r}})rw + (N_{\dot{r}} - M_{\dot{q}})qr + K_{prop}$$

$$\sum M_{ext} = M_{HS} + M_{w|w|}w\,|w| + M_{q|q|}q\,|q| + Z_{\dot{q}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_{uq}uq - Y_{\dot{r}}vp + M_{uw}uw + (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}})rp + M_{uu\delta_s}u^2\delta_s$$

$$\sum N_{ext} = N_{HS} + N_{v|v|}v\,|v| + N_{r|r|}r\,|r| + Y_{\dot{r}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} + N_{uv}uv + N_{ur}ur + Z_{\dot{q}}wp + (M_{\dot{q}} - K_{\dot{p}})pq + N_{uu\delta_r}u^2\delta_r$$

(2.61)

Yukarıdaki denklemleri sadeleştirmek adına aşağıdaki sadeleştirmelerin kullanıldığına dikkat edilmelidir (Josserand, 2006).

$$\begin{aligned}
Y_{uv} &\equiv Y_{uvl} + Y_{uvf} \\
Y_{ur} &\equiv X_{\dot{u}} + Y_{urf} \\
Z_{uq} &\equiv -X_{\dot{u}} + Z_{uqf} \\
Z_{uw} &\equiv Z_{uwl} + Z_{uwf} \\
M_{uq} &\equiv M_{uqf} - Z_{\dot{q}} \\
M_{uw} &\equiv M_{uwf} + M_{uwl} - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}}) \\
N_{ur} &\equiv N_{urf} + Y_{\dot{r}} \\
N_{uv} &\equiv N_{uvf} + N_{uvl} + (Y_{\dot{v}} - X_{\dot{u}})
\end{aligned} \qquad \textbf{(2.62)}$$

Burada ($Y_{\dot{v}}$-$X_{\dot{u}}$) ve ($Z_{\dot{w}}$-$X_{\dot{u}}$) terimleri Munk momenti katsayıları olarak tanımlanır (Triantafyllou & Hover, 2002).

Doğrusal olmayan hareket denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M\dot{\nu} = f(\eta,\nu) + g(\nu)U$$
$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \tag{2.63}$$

Daha önce, J ve (η, ν), (2.4) denklemleriyle tanımlanmıştı. f ve g matrisleri ise şu şekilde yazılabilir.

$$f(\eta,\nu) = \begin{bmatrix} -m(wq-vr-x_g(r^2+q^2)+y_gqp+z_grp)+X_{HS}+X_{u|u|}u|u|+Z_{\dot{w}}wq+Z_{\dot{q}}q^2-Y_{\dot{v}}vr-Y_{\dot{r}}r^2 \\ -m(ur-pw+x_gpq-y_g(r^2+p^2)+z_grq)+Y_{HS}+Y_{v|v|}v|v|+Y_{r|r|}r|r|-Z_{\dot{w}}wp-Z_{\dot{q}}qp+Y_{\dot{u}r}ur+Y_{\dot{u}v}uv \\ -m(vp-qu+x_grp+y_grq-z_g(q^2+p^2))+Z_{HS}+Z_{w|w|}w|w|+Z_{q|q|}q|q|+Y_{\dot{v}}vp+Y_{\dot{r}}rp+Z_{\dot{u}q}uq+Z_{\dot{u}w}uw \\ -I_{xy}pr+I_{xz}pq-I_{yz}(r^2-q^2)-(I_z-I_y)rq-m(y_g(vp-uq)-z_g(ur-wp))+K_{HS}+K_{p|p|}p|p|+(Z_{\dot{w}}-Y_{\dot{v}})vw+(Z_{\dot{q}}+Y_{\dot{r}})qv-(Z_{\dot{q}}+Y_{\dot{r}})rw+(N_{\dot{r}}-M_{\dot{q}})qr \\ I_{xy}qr-I_{yz}pq+I_{xz}(r^2-p^2)-(I_x-I_z)pr-m(z_g(qw-vr)-x_g(vp-uq))+M_{HS}+M_{w|w|}w|w|+M_{q|q|}q|q|+M_{\dot{u}q}uq-Y_{\dot{r}}vp+M_{\dot{u}w}uw+(K_{\dot{p}}-N_{\dot{r}})rp \\ I_{xz}qr+I_{yz}rp+I_{xy}(p^2+q^2)+(I_x-I_y)pq-m(x_g(ur-wp)-y_g(wq-vr))+N_{HS}+N_{v|v|}v|v|+N_{r|r|}r|r|+N_{\dot{u}v}uv+Y_{\dot{r}}ur+Z_{\dot{q}}wp+(M_{\dot{q}}-K_{\dot{p}})pq \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

$$g(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ Y_{uu\delta_r}u^2 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{uu\delta_s}u^2 & 0 \\ 0 & 0 & -R \\ 0 & M_{uu\delta_s}u^2 & 0 \\ N_{uu\delta_r}u^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad U = \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_s \\ X_{prop} \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Kütle katsayı matrisi, M, ise şu şekildedir.

$$M = \begin{bmatrix} m-X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ 0 & (m-Y_{\dot{v}}) & 0 & -mz_g & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & (m-Z_{\dot{w}}) & my_g & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & (I_x-K_{\dot{p}}) & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -(mx_g+Z_{\dot{q}}) & -I_{xy} & (I_y-M_{\dot{q}}) & -I_{yz} \\ -my_g & (mx_g-Y_{\dot{r}}) & 0 & -I_{xy} & -I_{yz} & (I_z-N_{\dot{r}}) \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

Komponent formda ise birleştirilmiş 6 serbestlik dereceli dinamik hareket denklemleri şu formda yazılabilir:

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau$$

$$M = M_{RB} + M_A \quad \text{ve} \quad C(\nu) = C_{RB} + C_A(\nu) \tag{2.67}$$

2.5 Benzetim Modeli Testleri

Yukarıda açıklanan matematiksel modele uygun şekilde, insansız sualtı aracı için, Matlab/Simulink ortamında bir benzetim modeli oluşturulmuştur. Bu bölümde, simülasyon sonuçları aracılığıyla, oluşturulan matematiksel modelin insansız sualtı aracının dinamiğini gerçekçi bir biçimde yansıttığının gösterilmesi hedeflenmektedir. Benzetim modeli, yapılacak sistem tanılama ve kontrol uygulamaları için bir test altyapısı oluşturmaktadır. Bunun için modelin yeterli sadakat seviyesinde olması önemlidir.

Oluşturulan benzetim modelinde, REMUS 100 insansız sualtı aracının parametreleri kullanılmıştır. Aracın fiziksel ve geometrik parametreleri **Çizelge 2.2**'de verilmiştir. Bu değerler Prestero (2001) tarafından yapılan çalışmadan alınmıştır. Aracın hidrodinamik kuvvet ve moment katsayıları ise sırasıyla **Çizelge 2.3** ve **Çizelge 2.4**'te verilmiştir. Bu değerler ise Josserand (2006) tarafından yapılan çalışmadan alınmıştır.

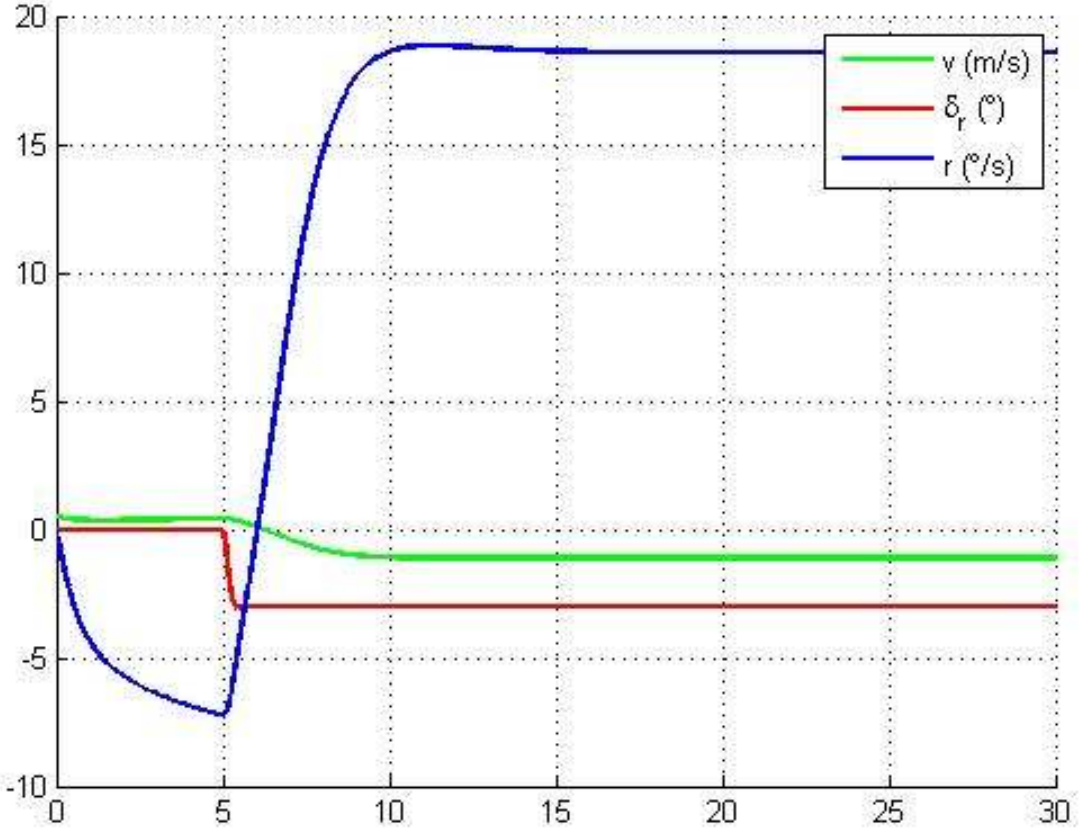
Benzetim modelinin test edilmesi amacıyla yapılan testlerden biri aşağıda sonuçlarıyla birlikte açıklanmaktadır. Yalpa düzleminde 30 sn.'lik bir dönüş manevrasını içeren bu senaryoda 5. saniyeden itibaren δ_r=-3°'lik bir dümen komutu uygulanmış ve sistemin açık çevrim cevabı incelenmiştir. Sistemin kararlılığının denenmesi amacıyla bozuntu olarak, araca t_0 anında $+y$ yönünde ilk hız verilmiştir.

Şekil 2.5'de, seyir boyunca yalpa eksenindeki durum değişkenlerinin değerleri verilmiştir. Şekil 2.6 ise aracın Euler açılarının değişimi göstermektedir. Dikkat edilirse araç ilk hızın etkisiyle denge durumundan sapma eğilimi göstermiş ve $-r$ yönünde dönmeye başlamıştır. Daha önce açıklandığı gibi; ($Y_{\dot{v}}$-$X_{\dot{u}}$) terimi ile tanımlanan Munk momenti nedeniyle, sualtı aracı yalpa düzleminde kararsızdır. Munk momenti; aracın burun ve kıç bölgelerindeki durma noktalarının (stagnation

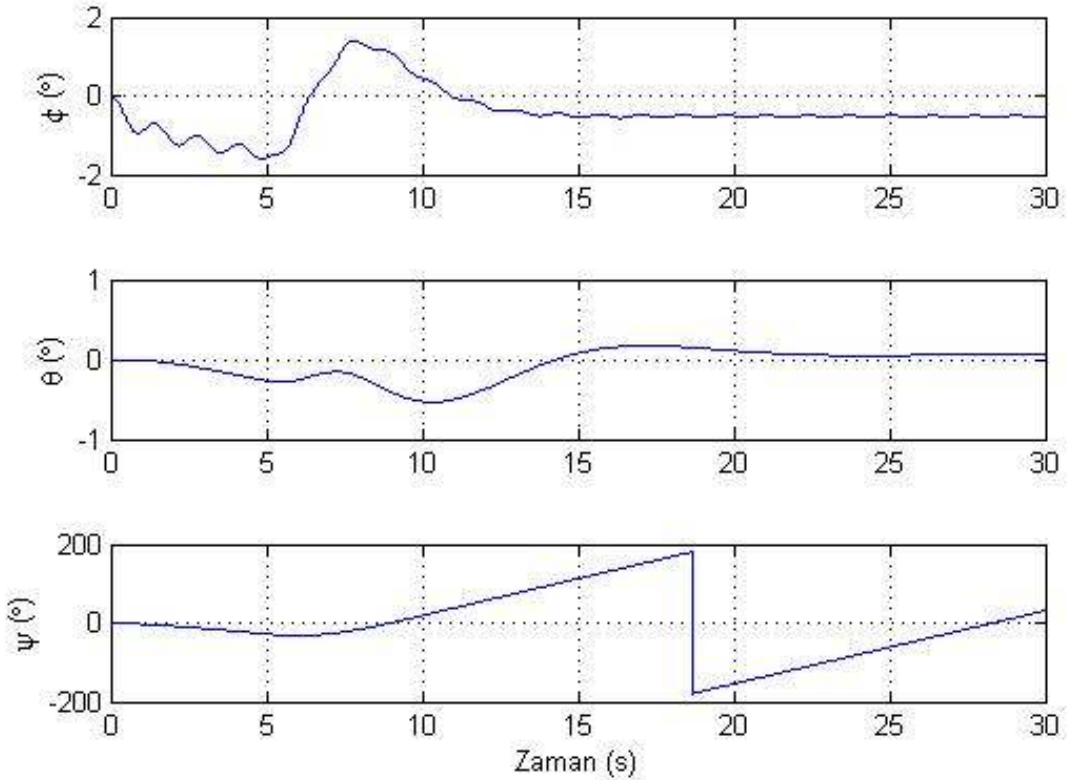
points) asimetrik konumları nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Aracın burnundaki durma noktasında yavaşlayan akış nedeniyle basınç en yüksek değerini alırken, kıç taraftaki durma noktasında hızlanan akış, basıncın en düşük değerini almasına neden olur. Munk momenti, aracı her zaman akışa dik yönde döndürmeye çalıştığı için aracı kararsız yapacak yönde etki etmektedir (Triantafyllou & Hover, 2002).

Sualtı aracının kararsızlık mertebesi ile manevra kabiliyeti arasında doğrusal bir ilişki vardır. Aracın kararsızlık mertebesi arttıkça manevra kabiliyeti artacak, buna karşılık aracı kontrol etmek için harcanması gereken efor miktarı ve dolayısıyla enerji tüketimi de yükselecektir. Diğer taraftan, araç kararlı hale geldikçe manevra kabiliyetinin arttırılması için daha büyük kontrol yüzeylerine ihtiyaç duyulacaktır.

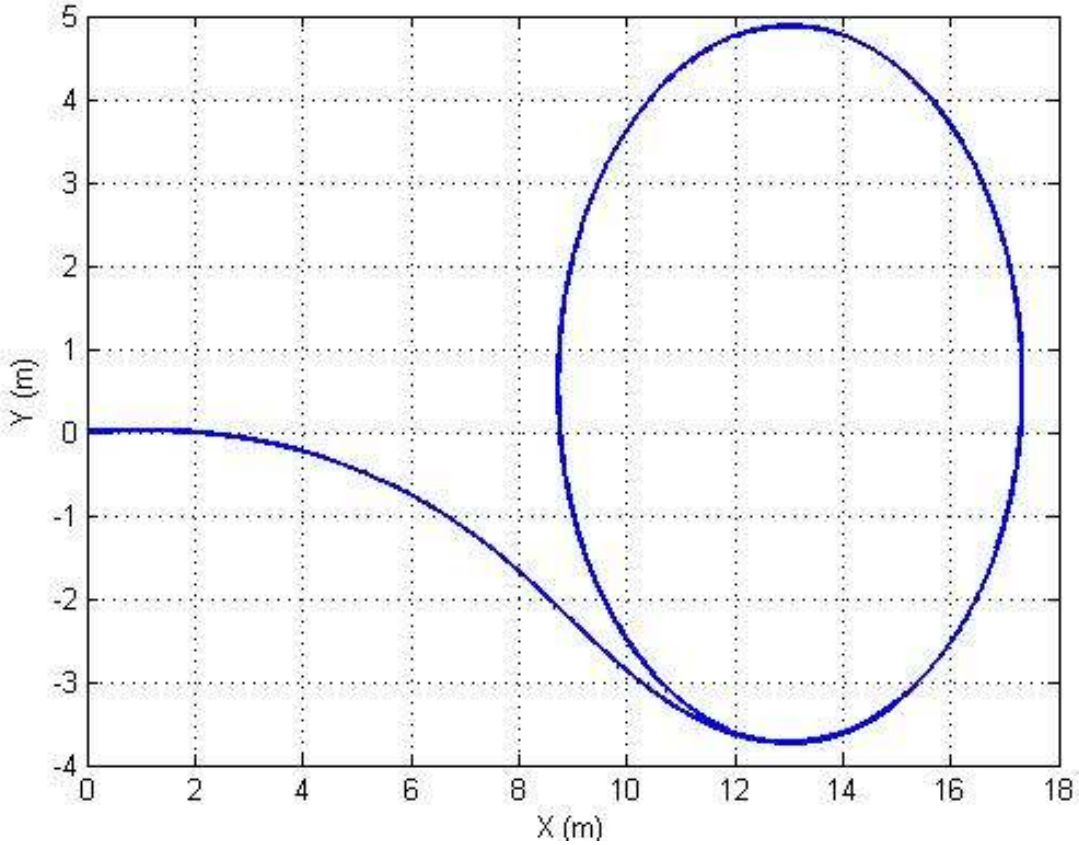
Şekil 2.7'de, aracın xy-düzlemindeki seyir paterni görülebilir. Dümen komutunun uygulanmasından itibaren araç ters yönde dönmeye başlamış ve yaklaşık 9 m çapında dairesel bir manevra gerçekleştirmiştir. Seyir boyunca aracın çizgisel hız değişimleri ise Şekil 2.8'te görülmektedir.



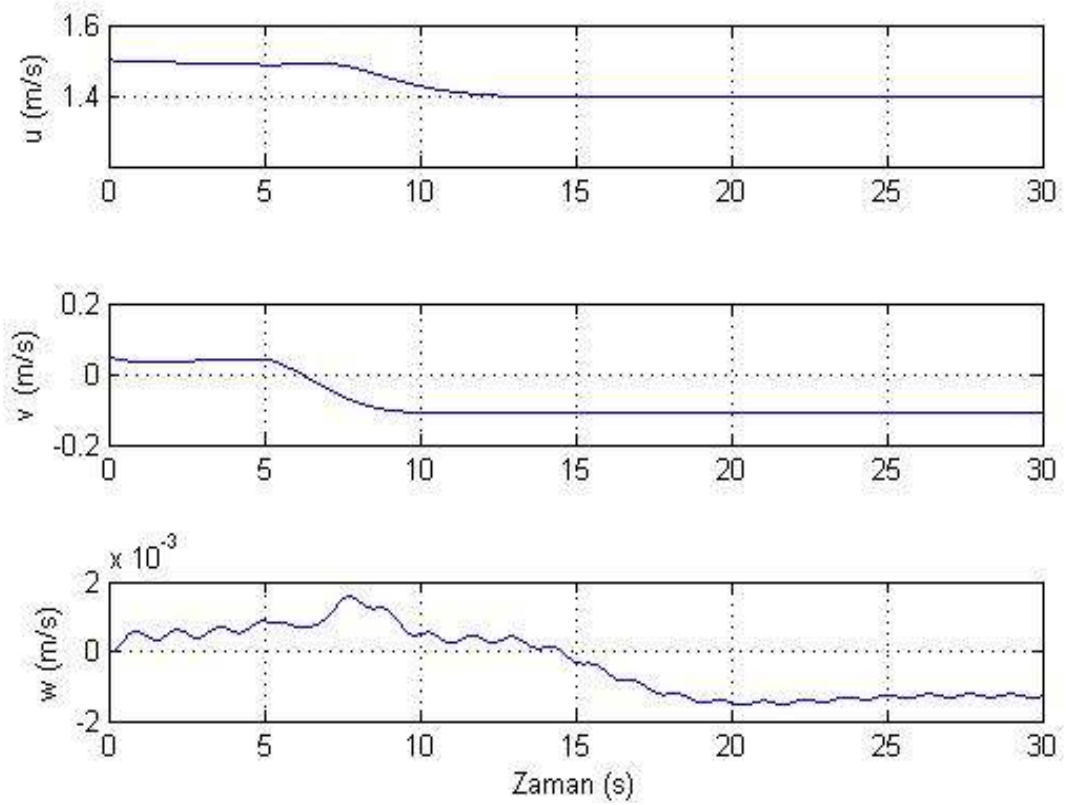
Şekil 2.5: Model testi yalpa ekseni durum değişkenleri.



Şekil 2.6: Model testi Euler açıları değişimi.



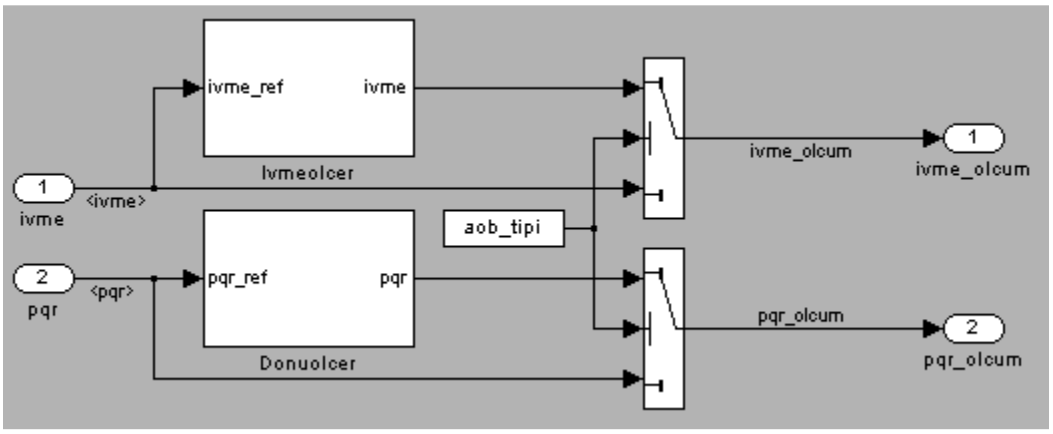
Şekil 2.7: Model testi xy-düzlemi seyir paterni.



Şekil 2.8: Model testi çizgisel hız verileri.

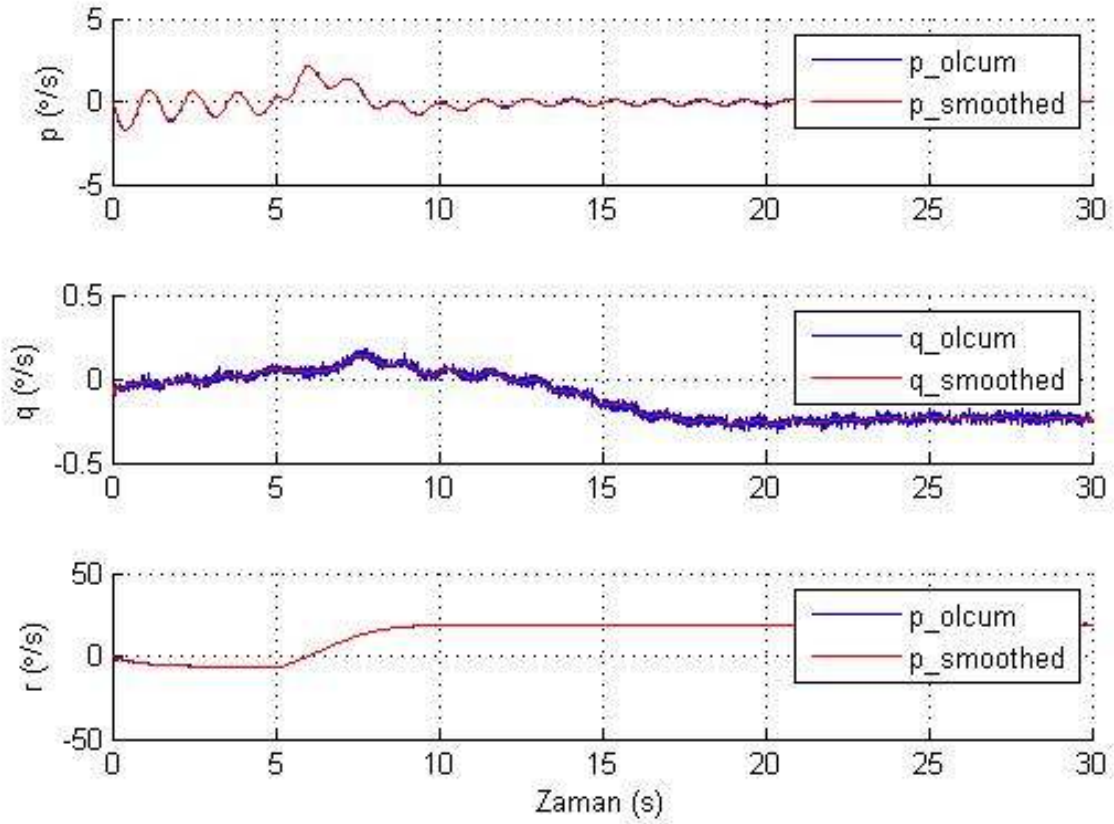
Sistem tanılama çalışmaları, sistem modeli bilinmeyen bir dinamik sistemin giriş ve çıkış verileri analiz edilerek, sistem parametrelerinin tahmin edilmesi için yapılmaktadır. Sualtı araçları için özellikle seyir testlerinden elde edilen veriler sistem tanılama çalışmalarında kullanılarak aracın model parametreleri tahmin edilmeye çalışılır. Bu tez çalışması kapsamında modellenen aracın gerçek test verilerine ulaşılması mümkün olmadığı için, benzetim modelinden elde edilen veriler gerçek seyir verileri olarak değerlendirilmiştir.

Oluşturulan benzetim modelinin olabildiğince yüksek sadakat seviyesine sahip olması ve sistem tanılama çalışmaları için bir test altyapısı oluşturması hedeflenmektedir. Aracın ataletsel ölçüm sensörlerine sahip olduğu ve bu sensörlerden aldığı verileri başka bir sensör ölçümüyle birleştirilmeden ya da düzeltilmeden doğrudan integre ederek seyrüsefer hesaplamalarında kullanabildiği varsayılmıştır. Sensör ölçümlerinin gerçekçi olarak modellenebilmesi amacıyla ivmeölçer ve jiroskop (açısal hızölçer) modelleri oluşturularak, sensör çıktılarına bozuntular eklenmiştir (bkz. Şekil 2.9). Eklenen bozuntu değerleri ticari olarak satışı yapılan sensör verileri temel alınarak belirlenmiştir.

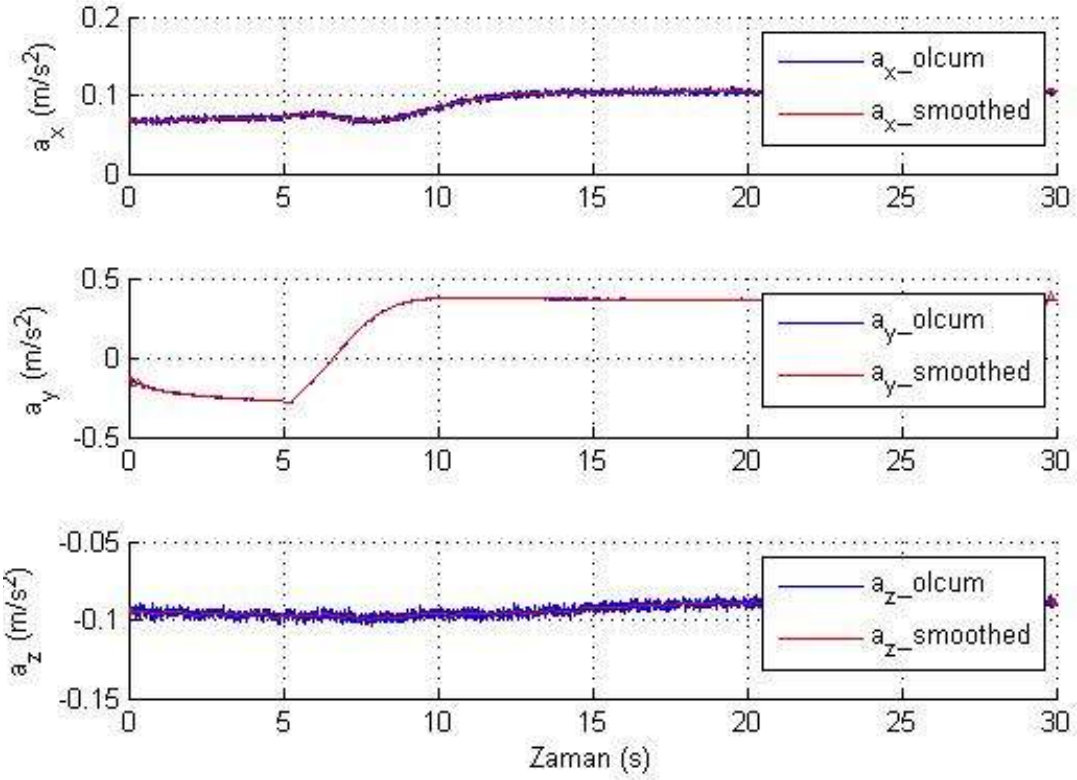


Şekil 2.9: İvme ve dönü ölçer sensör modelleri.

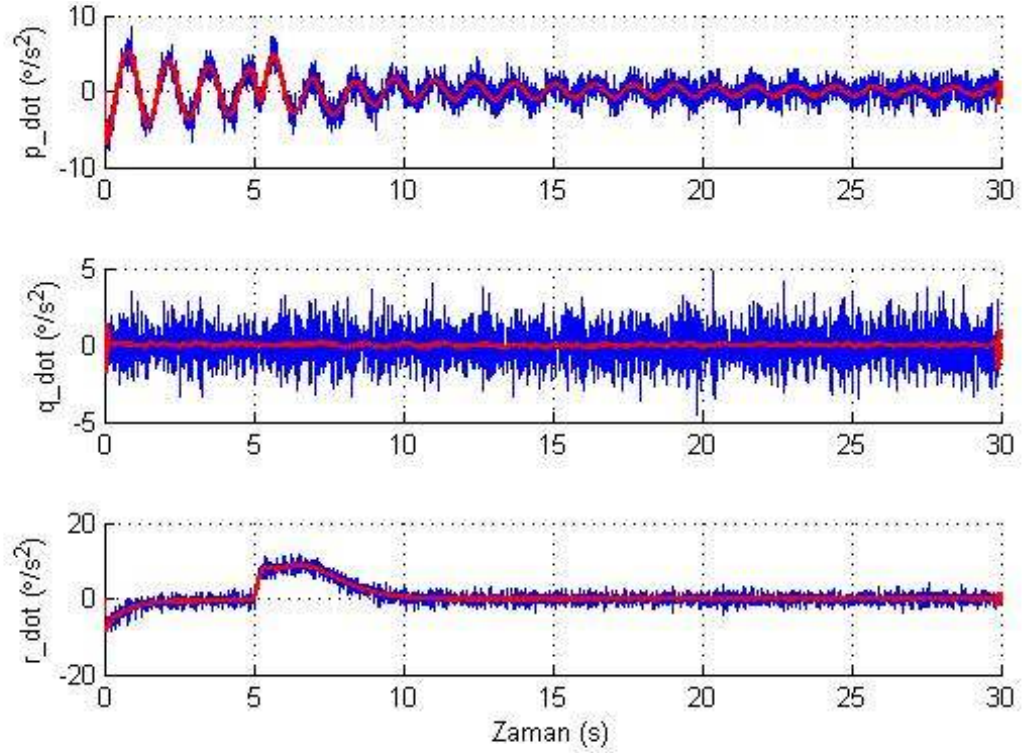
Şekil 2.10 ve Şekil 2.11'de sensör modellerinden elde edilen ölçüm verileri ve sistem tanılama hesaplarında kullanılmak üzere Fourier düzleştirme metoduyla filtrelenmiş değerleri gösterilmektedir. Yine sistem tanılama hesapları için açısal hız ölçümlerinin türevleri, merkezi farklar (central difference) yöntemiyle hesaplanmaktadır. Test verileri ve bunların filtrelenmiş halleri Şekil 2.12'da gösterilmektedir.



Şekil 2.10: Model testi açısal hız ölçümleri ve filtrelenmiş değerleri.



Şekil 2.11: Model testi ivme ölçümleri ve filtrelenmiş değerleri.



Şekil 2.12: Model testi açısal hız türevleri ve filtrelenmiş değerleri.

Çizelge 2.2 REMUS 100 Fiziksel Parametreleri

Parametre	Değer	Birim	Tanım
ρ	1010	g/m^3	Akışkan yoğunluğu
g	9.81	m/s^2	Yerçekimi ivmesi
x_n	0.6	m	Eksen takımı merkezinden sualtı aracının burnuna olan mesafe
x_t	-0.73	m	Eksen takımı merkezinden sualtı aracının kuyruğuna olan mesafe
x_{fin1}	-0.7	m	Eksen takımı merkezinden sualtı aracı dümeninin firar kenarına olan mesafe
x_{fin2}	-0.6	m	Eksen takımı merkezinden sualtı aracı dümeninin hücum kenarına olan mesafe
d	0.191	m	Maksimum gövde çapı
l	1.33	m	Gövdenin uzunluğu
S_w	0.7981	m^2	Yaklaşık ıslak alan (πdl)
A_p	0.2540	m^2	Yaklaşık gövde yüzey alanı (dl)
A_f	0.0287	m^2	Yaklaşık gövde kesit alanı ($\pi d^2/4$)
c_{ds}	0.004	-	Yüzey sürüklemesi katsayısı
c_{dF}	0.3	-	Eksenel sürükleme katsayısı (A_f alanı için)
c_{da}	0.0166	-	Toplam eksenel sürükleme katsayısı (S_w alanı için)
c_{dc}	0.0459	-	Toplam çapraz akış katsayısı (S_w alanı için)
l_{cp}	0.2645	m	Basınç merkezine olan mesafe
r_f	0.131	m	Eksenel merkezden dümen merkezine olan mesafe
R_{fin}	0.131	m	Eksenel merkezden dümen ucuna olan mesafe
w_{fin}	0.089	m	Dümen veterinin genişliği
	0.059	m	Dümen ucunun genişliği
t_{fin}	1010	g/m^3	Akışkan yoğunluğu
h_{fin}	0.0960	m	Dümen yüksekliği
A_{fin}	0.0071	m^2	Dikey/yatay dümen alanı
A_r, A_s	0.0071	m^2	Dikey/yatay dümen yüzey alanı
c_{df}	1.558	-	Dümen formu sürükleme katsayısı
c_r, c_s	2.3685	-	Dikey/yatay dümen kaldırma kuvveti katsayısı
l_{fin}	0.8190	m	Dümen moment kolu uzunluğu
W	300	N	Ağırlık
B	306	N	Kaldırma kuvveti
x_b	0	m	Kaldırma kuvveti merkezi mesafesinin x-bileşeni
y_b	0	m	Kaldırma kuvveti merkezi mesafesinin y-bileşeni
z_b	0	m	Kaldırma kuvveti merkezi mesafesinin z-bileşeni
x_g	0	m	Yerçekimi merkezi mesafesinin x-bileşeni
y_g	-0.008	m	Yerçekimi merkezi mesafesinin y-bileşeni
z_g	0.0196	m	Yerçekimi merkezi mesafesinin z-bileşeni
I_{xx}	0.177	kg m^2	x-ekseni etrafındaki atalet momenti
I_{yy}	3.45	kg m^2	y-ekseni etrafındaki atalet momenti
I_{zz}	3.45	kg m^2	z-ekseni etrafındaki atalet momenti
R	5.87E-2	m	Pervane çapı
u_0	1.5	m/s	Tasarım hızı

Çizelge 2.3 REMUS 100 hidrodinamik kuvvet katsayıları

Parametre	Değer	Birim	Tanım
$X_{u\|u\|}$	-6.68	kg/m	Eksenel sürükleme
$X_{\dot{u}}$	-0.513	kg	Ek-su kütlesi
$Y_{v\|v\|}$	-196.26	kg/m	Çapraz akış sürüklemesi
$Y_{r\|r\|}$	8.30	kg m/rad^2	Çapraz akış sürüklemesi
Y_{uv}	-38.39	kg/m	Gövde & Dümen kaldırma kuvveti
$Y_{\dot{v}}$	-42.13	kg	Ek-su kütlesi
$Y_{\dot{r}}$	-5.16	kg m/rad	Ek-su kütlesi
Y_{ur}	13.41	kg/rad	Ek-su kütlesi akuple terimi + Dümen kaldırma kuvveti
$Y_{uu\delta_r}$	16.99	kg/m/rad	Dümen kaldırma kuvveti
$Z_{w\|w\|}$	-196.26	kg/m	Çapraz akış sürüklemesi
$Z_{q\|q\|}$	-8.30	kg m/rad^2	Çapraz akış sürüklemesi
Z_{uw}	-38.39	kg/m	Gövde & Dümen kaldırma kuvveti
$Z_{\dot{w}}$	-42.13	kg	Ek-su kütlesi
$Z_{\dot{q}}$	5.16	kg m/rad	Ek-su kütlesi
Z_{uq}	-13.41	kg/rad	Ek-su kütlesi akuple terimi + Dümen kaldırma kuvveti
$Z_{uu\delta_s}$	-16.99	kg/m/rad	Dümen kaldırma kuvveti

Çizelge 2.4 REMUS 100 hidrodinamik moment katsayıları

Parametre	Değer	Birim	Tanım
$K_{p\|p\|}$	-5.03	kg m^2/rad^2	Yuvarlanma sürüklemesi
$K_{\dot{p}}$	-0.095	kg m^2/rad^2	Ek-su ataleti
$M_{w\|w\|}$	7.95	kg	Çapraz akış sürüklemesi
$M_{q\|q\|}$	-24.13	kg m^2/rad^2	Çapraz akış sürüklemesi
M_{uw}	21.89	kg	Gövde & Dümen kaldırma kuvveti + Munk Momenti
$M_{\dot{w}}$	5.16	kg m	Ek-su ataleti
$M_{\dot{q}}$	-7.57	kg m^2/rad	Ek-su ataleti
M_{uq}	-16.56	kg m/rad	Ek-su ataleti akuple terimi + Dümen kaldırma kuvveti
$M_{uu\delta_s}$	-13.92	kg/rad	Dümen kaldırma kuvveti momenti
$N_{v\|v\|}$	-7.95	kg	Çapraz akış sürüklemesi
$N_{r\|r\|}$	-24.13	kg m^2/rad	Çapraz akış sürüklemesi
N_{uv}	-21.89	kg	Gövde & Dümen kaldırma kuvveti + Munk Momenti
$N_{\dot{v}}$	-5.16	kg m	Ek-su ataleti
$N_{\dot{r}}$	-7.57	kg m^2/rad	Ek-su ataleti
$N_{uu\delta_r}$	-13.92	kg rad	Dümen kaldırma kuvveti momenti

3. İSA İÇİN SİSTEM TANILAMA VE LQR KONTROLÖR TASARIMI

3.1 Sistem Tanılama

Sistem tanılama; bir sistemin, giriş ve çıkışlarının ölçüm ya da gözlemine dayalı olarak matematiksel modelini belirleme işlemidir ve bilimin en temel konularından biridir. Fiziksel bir sistemin birden fazla matematiksel modeli oluşturulabilir. Burada en temel kural; belirli bir sınıflandırma dahilinde, istenilen karakteristiği sergileyen modellerden en basit olanının seçilmesidir. Bu model kullanışlı ve basit olduğu kadar, sistemin tüm özelliklerini ve karakteristiğini tanımlayabilecek kadar detaylı olmalıdır.

Dikkat edilmesi gereken diğer bir husus, sistemin giriş ve çıkışlarının ölçülmesi ya da gözlemlenmesi konusudur. Ölçümler, genellikle gürültü nedeniyle bozuntuya uğramaktadırlar. Bu nedenle ölçümlerin bazı istatistiksel yöntemlere dayalı olarak analiz edilmeleri gerekmektedir (Klein & Morelli, 2006).

Sistem tanılama, sistem dinamiği ve kontrolü konusundaki üç temel problemden biridir. Bunlar:

1. **Simülasyon**: Sistem girişi (***u***) ve sistem parametreleri (***S***) bilindiğinde, sistem çıktılarının (***y***) tahmin edilmesi işlemidir.

2. **Kontrol**: Sistem parametreleri (***S***) ve sistem çıkışı (***y***) bilindiğinde, sistem girişinin (***u***) tahmin edilmesi işlemidir.

3. **Sistem Tanılama**: Sistem giriş (***u***) ve çıkışı (***y***) bilindiğinde, sistem parametrelerinin (***S***) tahmin edilmesi işlemidir.

Sualtı aracının matematiksel modeli oluşturulurken, önceki bölümde açıklandığı gibi, araç katı bir cisim olarak modellenmekte ve Newton yasaları kullanılarak hareketi modellenmektedir. Sistem tanılama yöntemleri, sualtı aracının seyri boyunca üzerine etkiyen hidrodinamik ya da itki kuvvetlerinin ve momentlerinin tahmin edilmesi için kullanılmaktadır.

Günümüzde, hesaplamalı yöntemler ve havuz testleri bir sualtı aracının hidrodinamik karakteristiğini belirlemek için büyük ölçüde yeterli olabilmektedir. Yine de sistem tanılama yöntemlerinin kullanılmasını gerekli kılan bazı durumlar olabilmektedir.

Örneğin;

- Havuz testlerinden elde edilen sonuçların yorumlanması ya da doğrulanması gerektiğinde
- Sistem kararlılığı ve kontrolcü tasarımı konusunda daha kapsamlı ve doğru modellere ihtiyaç duyulması durumunda
- Havuz testleriyle test edilmesi mümkün olmayan ya da hesaplamalı yöntemlerle yeterli doğrulukta benzetimi yapılamayan seyir rejimlerinde sistem modelinin bilinmesi gerektiğinde
- Var olan bir sistem üzerinde iyileştirme ya da uyarlama maksadıyla modifikasyon yapılması halinde kontrol ve kararlılığa olan etkilerin belirlenmesi için test yapılması gereken durumlarda
- Sistemin tasarımsal özelliklerinin tam olarak bilinmediği ve ampirik formüller ya da hesaplamalı yöntemlerle sistem modelinin tahmin edilemediği durumlarda

sistem tanılama yöntemlerinin kullanılması gerekebilmektedir.

Sistem tanılama yöntemlerinin kullanılmasıyla birlikte, sualtı testlerinde elde edilen veriler kullanılarak, bir sualtı aracının hidrodinamik model denklemlerinin belirlenmesi ve hidrodinamik parametrelerinin tahmin edilmesi mümkün olabilmektedir. Gerektiğinde, sistem çıktılarındaki ölçüm gürültüsünün, akıntı ya da modelleme hatalarından kaynaklanan diğer sistem bozuntularından ayırt edilebilmesi yine sistem tanılama yöntemleriyle mümkün olabilmektedir. Aynı zamanda bu yöntemler sayesinde, sualtı testlerinden önce test senaryolarının denenmesi ve ölçümlerdeki anlamlı verinin maksimize edilmesi sağlanabilmektedir. Dolayısıyla test maliyetleri azaltılarak, daha hızlı bir şekilde, daha doğru sistem modellerinin elde edilmesi mümkün olabilmektedir.

Sistem tanılama, bir sistemin, giriş ve çıkış verilerine dayalı olarak, matematiksel modelinin belirlenmesi işlemidir. Sistem tanılama süreci öncelikle sistem üzerinde yapılacak deneyin tasarlanmasıyla başlar. Bu aşamada, genellikle sistem hakkında

sahip olunan ön bilgiye dayanarak, sistem tanılama işleminin amacına uygun giriş komutları belirlenir. Sistem tanılama işleminde kullanılacak "modeller de genellikle buradan edinilen veriler ışığında belirlenir.

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau$$
$$M = M_{RB} + M_A \quad \text{ve} \quad C(\nu) = C_{RB} + C_A(\nu) \tag{3.1}$$

Sistem tanılama işlemi için kullanılan model ile gerçek fiziksel sistemin denklikleri, modelin çıktıları y ve ölçümü yapılan gerçek sistem çıktıları z arasındaki denkliği tarif eden sıkalar bir zarar fonksiyonu aracılığıyla belirlenir.

$$J = J(z, y) \tag{3.2}$$

En küçük kareler yönteminde zarar fonksiyonu J, z ve y arasındaki fakların karelerinin ağırlıklı toplamı olarak tanımlanır. z ve y arasındaki ilişki aşağıdaki ölçüm denklemiyle ifade edilebilir.

$$z = y + \nu \tag{3.3}$$

Bu denklemde v ölçüm hatasını ifade etmektedir. Ölçüm gürültüsü olarak da adlandırılan v'nin, rastsal bir değer olduğu kabul edilir. Bu hatanın özelliklerinin belirlenerek ölçümlerden ayıklanabilmesi için genellikle filtreleme ve düzleme gibi ard işleme teknikleri kullanılmaktadır.

Zarar fonksiyonuna bağlı olarak gerçek sistemi tanımlayan en uygun model belirlenir. Bu aşamadan sonra sistem tanılama işlemi, J zarar fonksiyonunu minimize edecek şekilde, θ sistem parametre vektörünün belirlenmesi işlemine indirgenmiş olur. Bu durumda istatistiksel kestirim yöntemleri problemin çözümü için rahatlıkla kullanılabilir.

3.2 İnsansız Sualtı Aracı İçin Sistem Tanılama

Bir sualtı aracının öteleme ve dönel hareketini tanımlayan denklemler, Newton'un 2. hareket yasasına bağlı olarak elde edilir. Bölüm 2.3'te bu denklemlerin nasıl elde

edildiği detaylı olarak açıklanmıştı. Vektörel formda hareket denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$m(\dot{U}_o + \Omega \times U_o + \dot{\Omega} \times r_g + \Omega \times \Omega \times r_g) = \sum F_{ext}$$
$$mr_g \times (\dot{U}_o + \Omega \times U_o) + I\dot{\Omega} + \dot{\Omega} \times I\Omega = \sum \tau_{ext} \quad \textbf{(3.4)}$$

Daha önce açıklandığı gibi, yukarıdaki denklemlerde m sualtı aracının kütlesini, I atalet tensörünü, U_o ve Ω aracın doğrusal ve açısal hız vektörünü tanımlamaktadır. F_{ext}, araca etkiyen dış kuvvetleri belirtmektedir. Bunlar kuvvetler; hidrostatik (F_{HS}) (yerçekimi kuvveti, kaldırma kuvveti), itki (F_T) ve hidrodinamik (F_{HD}) kuvvetlerdir. τ ise aracın üzerinde bu kuvvetlerin etkisiyle oluşan hidrostatik moment (M_{HS}), itki momenti (M_T) ve hidrodinamik momentleri (M_{HD}) ifade etmektedir. Bu terimlerden yerçekimi ve kaldırma kuvvetleri; genellikle sabit yerçekimi ivmesi ve sabit akışkan yoğunluğu kabulü ile aracın yermerkezli ataletsel eksen takımına göre yönelimini tanımlayacak şekilde denklemlere eklenmektedir. Bu tezde sualtı aracının itkisi modellenirken, aracın seyir süratinde maruz kalacağı hidrodinamik sürüklemeyi yenebilecek mertebede itki ürettiği kabulü yapılmaktadır. Bu durumda sualtı aracı için sistem tanılama işlemi;

- F_{HD} ve M_{HD} için model yapısının belirlenmesi
- Bu yapıya uygun şekilde ve ölçüm verilerine dayanarak, bilinmeyen parametrelerin (θ) kestirimi

işlemlerine indirgenmiş olur. Burada θ; sualtı aracının hidrodinamik karakteristiğini belirleyen parametreleri içeren vektördür. F_{HD} ve M_{HD} için belirlenen "model yapısı" daha önceki bölümde açıklanan hidrodinamik model denklemlerini ifade etmektedir.

3.3 Doğrusal Regresyon ve En Küçük Kareler Yöntemiyle Parametre Tahmini

Parametre kestirimi; varsayımsal bir matematiksel modelin bilinmeyen θ parametrelerinin, içerisinde genellikle gürültü de barındıran içeren z ölçümlerine dayalı olarak tahmin edilmesi işlemidir. Kestirim fonksiyonu; v rastsal değişkenine bağlı olarak bilinmeyen v parametreleri için $\hat{\theta}$ kestirim vektörünü hesaplar.

Model kestirimi için tahmin edilmek istenen θ parametrelerine bağlı bir modele ihtiyaç vardır. Aşağıdaki denklemle ifade edilen modelde; önceden bilindiği kabul edilen X bağımsız değişkenleri (regresörler) ile model parametreleri arasında doğrusal bir ilişki kurulmaktadır.

$$y = X\theta \tag{3.5}$$

Buna göre ölçüm denklemi;

$$z = X\theta + v \tag{3.6}$$

olarak ifade yazılabilir. Burada;

- $\boldsymbol{z} = [z(1)\ z(2)\ \dots z(N)]^T = N \times 1$ boyutundaki ölçüm vektörü,
- $\boldsymbol{\theta} = [\theta_0\ \ \theta_1\ \ \dots\ \theta_n]^T = n_p \times 1$ boyutundaki bilinmeyen ve tahmin edilmeye çalışılan parametrelerin vektörü ($n_p = n + 1$),
- $\boldsymbol{X} = [1\ \ \xi_1\ \ \dots\ \xi_n] = N \times n_p$ boyutundaki regresör vektörü,
- $\boldsymbol{v} = [v(1)\ v(2)\ \dots v(N)]^T = N \times 1$ boyutundaki artık değer vektörüdür.

z ölçüm değerleri ile kestirim sonucu elde edilen model parametreleri kullanılarak hesaplanan y değerlerinin farkı, v artık değer vektörünü verir.

$$v = z - y = z - X\theta = z - X(X^T X)^{-1} X^T z \tag{3.7}$$

En küçük kareler modelinde θ ve v'ye ilişkin bir olasılık kriteri olmamakla birlikte, v'nün ortalama değerinin sıfır olduğu, lineer bağıntılı olmadığı ve sabit varyansa sahip olduğu kabul edilir. Aşağıdaki denklemde σ^2 ölçüm hatasının varyansıdır.

$$E(\boldsymbol{v}) = 0 \qquad\qquad E(\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^T) = \sigma^2 \boldsymbol{I} \tag{3.8}$$

En küçük kareler yöntemiyle kestirim yapılırken; z ölçümleri bilinen bir modelin θ parametrelerine ilişkin en iyi tahminler zarar fonksiyonunun minimize edilmesiyle elde edilir. Zarar fonksiyonu; parametreleri kestirilen modelin çıktıları ile gerçek sistem ölçümlerinin farklarının karelerinin ağırlıklı toplamına eşittir ve aşağıdaki denklemle tanımlanır.

$$J(\theta) = \frac{1}{2}(z - X\theta)^T (z - X\theta) \quad \textbf{(3.9)}$$

Zarar fonksiyonunu minimize edecek olan ve parametre tahminlerini içeren θ vektörünün aşağıdaki eşitliği sağlaması gerekmektedir.

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = -X^T z + X^T X\hat{\theta} = 0 \qquad \text{ya da;} \qquad X^T X\hat{\theta} = X^T z \quad \textbf{(3.10)}$$

Yukarıdaki denklemle ifade edilen $n_p = n + 1$ sayıdaki denklem normal denklemler olarak adlandırılır. Bu denklemlerin θ bilinmeyen parametreleri için çözümü, aynı zamanda aşağıda gösterilen, en küçük kareler kestiriminin denklemini vermektedir.

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T z \quad \textbf{(3.11)}$$

$n_p \times n_p$ boyutundaki $X^T X$ matrisi daima simetriktir. X matrisinin her bir kolonunu oluşturan regresör vektörleri doğrusal olarak bağımsızlarsa, $X^T X$ matrisi pozitif tanımlı ve $X^T X$'nin özvektörleri pozitif reel sayılardır (Klein & Morelli, 2006).

3.3.1 Regresyon analizinde kullanılan istatistiksel yöntemler

Regresyon analizi sonuçları yorumlanırken, önceki bölümde açıklandığı şekilde yapılan bir kestirim işlemi sonucunda, kestirimin ne derecede gerçek değerlere yakınsadığı ya da hesaplanan bağımsız değişkenlerin birbirlerine ne kadar bağımlı oldukları gibi soruların cevaplanması gerekir. Aşağıda bu soruların cevaplarına ulaşmak için kullanılan bazı istatistiksel yöntemler açıklanmıştır.

3.3.1.1 Ölçüm hatasının varyansı ve standart sapma

Daha önce belirtildiği gibi ölçüm hatasının varyansı, σ^2 olarak gösterilir ve her bir ölçüm noktasındaki hata değerinin dağılım miktarını tanımlar. Regresyon analizi açısından ölçüm hatasının varyansı; $\hat{y}(i)$ tahmin sonuçlarının $z(i)$ ölçümlerine ne oranda yakınsadığının bir göstergesidir ve aşağıdaki denklemle hesaplanabilir.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{(n_r - 1)} \sum_{i=1}^{n_r} \left[z_r(i) - \overline{z}_r \right]^2 \equiv s^2 \quad \textbf{(3.12)}$$

Bu denklemde n_r, yapılan z_r ölçümlerinin sayısını ifade etmektedir. $\bar{z}_r$ ise n_r sayıdaki ölçümün ortalama değeridir ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\frac{1}{n_r}\sum_{i=1}^{n_r} z_r(i) \tag{3.13}$$

Sistemin model yapısı doğru tanımlandığı takdirde σ^2, aşağıdaki gibi artık değerlerle de hesaplanabilir.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\upsilon^T \upsilon}{(N - n_p)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left[z(i) - \hat{y}(i) \right]^2}{(N - n_p)} \equiv s^2 \tag{3.14}$$

Standart sapma ise; s^2'nin karekköküne eşittir ve her bir ölçüm noktasındaki hata değerlerinin, kendi aritmetik ortalamalarına göre farkını ifade eder.

(3.14) denkleminde $\bar{z}_r$ yerine $\hat{y}(i)$ kullanılması nedeniyle; σ^2'nin ölçüm değerleri yerine, büyük ölçüde model yapısına bağımlı hale geldiğine dikkat edilmelidir.

3.3.1.2 Kovaryans matrisi

Yapılan parametre tahmini sonucunda hesaplanan bağımsız değişkenlerin, birbirleri ile ne derece bağımlı olduklarının bilinmesi istenir. Bu nedenle tahmin edilen parametrelerin kovaryansı hesaplanmalıdır. Kovaryans matrisi aşağıdaki denklemle hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} Cov(\hat{\theta}) &\equiv \mathrm{E}[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] = \mathrm{E}\{(X^T X)^{-1} X^T (z - y)(z - y)^T X (X^T X)^{-1}\} \\ &= (X^T X)^{-1} X^T E(\nu\nu^T) X (X^T X)^{-1} \end{aligned} \tag{3.15}$$

(3.15) denklemiyle hesaplanan kovaryans matrisinin köşegen elemanlarının karekökleri, tahmin edilen parametrelerin standart sapmasını verir.

Ölçüm hatalarının, sabit σ^2 varyansına sahip olduğu ve lineer bağıntılı olmadığı kabulü yapıldığı takdirde kovaryans matrisi aşağıdaki gibi sadeleştirilebilir.

$$Cov(\hat{\theta}) = \mathrm{E}[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] = \sigma^2 (X^T X)^{-1} \tag{3.16}$$

3.3.1.3 Determinasyon katsayısı

Tahmin sonuçları $\hat{y}(i)$'nin, $z(i)$ ölçümlerine ne oranda yakınsadığının diğer bir ölçüsü de determinasyon katsayısı, R^2'dir. Determinasyon katsayısını açıklamak için öncelikle bazı "kareler toplamları" terimleri tanımlanmalıdır.

Toplam kareler toplamı (SS_T); ölçümlerinin ortalama değerden ($\bar{z}_r$) sapma miktarlarının karelerinin toplamıdır ve aşağıdaki gibi iki farklı kareler toplamı terimi ile ifade edilebilir.

$$SS_T = SS_R + SS_E \tag{3.17}$$

Burada SSR; $\hat{y}$ tahminlerinin $\bar{z}_r$'ye göre sapma miktarlarının karelerinin toplamıdır ve regresyon kareler toplamı olarak isimlendirilir. z tahminlerine göre sapma miktarlarının karelerinin toplamını ifade eder. Bu terimler aşağıdaki denklemlerle hesaplanabilirler.

$$SS_T = \sum_{i=1}^{N} [z_r(i) - \bar{z}_r]^2 = z^T z - N\bar{z}^2 \tag{3.18}$$

$$SS_R = \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(i) - \bar{z}]^2 \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned} SS_E &= \sum_{i=1}^{N} [z_r(i) - \hat{y}(i)]^2 = (z - X)^T (z - X\hat{\theta}) \\ &= z^T z - 2\hat{\theta}^T X^T + \hat{\theta}^T X^T X\hat{\theta} \\ &= z^T z - 2\hat{\theta}^T X^T + \hat{\theta}^T X^T z \\ &= z^T z - \hat{\theta}^T X^T z \end{aligned} \tag{3.20}$$

Yukarıdaki (3.17) (3.18) ve (3.20) denklemleri kullanılarak, SS_R aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$SS_R = SS_T - SS_E = \hat{\theta}^T X^T z - N\bar{z}^2 \tag{3.21}$$

İyi tahmin modellerinde SS_E yalnız ölçüm gürültüsünü içerir ve SS_R, SS_E'ye göre daha büyük bir değer alır.

Determinasyon katsayısı R^2 ise, y model çıktılarının toplam sapmasının, tüm X bağımsız model değişkenleri tarafından açıklanan oranını ifade eder.

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} = \frac{\hat{\theta}^T X^T z - N\bar{z}^2}{z^T z - N\bar{z}^2} \qquad \textbf{(3.22)}$$

R^2, 0 ile 1 arasında bir değer alır. R^2=1 model kestiriminin gerçek ölçümlerle mükemmel olarak uyuşması anlamına gelmektedir. Ancak R^2 genellikle yüzde değer olarak ifade edilmektedir.

3.3.1.4 Bağıntılı artık değerler için düzeltilmiş kovaryans matrisi

Test verilerinin tahminiyle ortaya çıkan artık değer vektörünün ardışık elemanları arasında genellikle belirgin bir bağıntı (korelasyon) gözlemlenir. Bu bağıntıyı tanımlayan kovaryans matrisinin, (3.15) denklemiyle hesaplanabileceği daha önce açıklanmıştı. Aynı denklem aşağıda (3.23) denklem numarasıyla tekrar gösterilmektedir.

$$Cov(\hat{\theta}) = \mathrm{E}[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] = (X^T X)^{-1} X^T E(\nu\nu^T) X (X^T X)^{-1} \qquad \textbf{(3.23)}$$

Ortaya çıkan bu bağıntının nedeni; verilerin, hareket halindeki bir araçtan zamana bağlı olarak alınmış olmasıdır. Rüzgâr tüneli gibi statik testlerde, test durumları rastsal olarak değiştirilerek artık değerler arasındaki bağıntının önlenmesi amaçlanır. Dinamik testlerde ise böyle bir önlem alınması mümkün değildir. Dolayısıyla bağıntılı artık değerler (correlated residuals) için bir düzeltme yapılmalıdır. Model parametrelerinin kovaryans matrisi, bu tip bağıntılı artık değerlerden büyük ölçüde etkilenmektedir.

Bağıntılı artık değerler için düzeltilmiş kovaryans matrisi, (3.23) denkleminde bazı değişiklikler yapılarak hesaplanabilir. Yukarıdaki denklemde, ν'nün ortalama değerinin sıfır olması durumunda, $E(\nu\nu^T)$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E(\nu\nu^T) = E(\nu(i)\nu(j)) = R_{\nu\nu}(i-j) = R_{\nu\nu}(j-i) \qquad i, j = 1, 2, ..., N \qquad \textbf{(3.24)}$$

Burada $R_{\nu\nu}(i-j)$ artık değerler için oto korelasyon matrisidir. Artık değerlerin rastsallığını belirlemek ve içerisinde deterministik hataları barındırıp

barındırmadığını tespit etmek amacıyla kullanılan oto korelasyon matrisi aşağıdaki denklemle hesaplanabilir.

$$\hat{R}_{\nu\nu}(k) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-k} \nu(i)\nu(i+k) \qquad k = 0,1,2,...,N-1 \tag{3.25}$$

Burada *k* toplama dahil olan artık değerlerin arasındaki zaman kaymasını ifade etmektedir. (3.23), (3.24) ve (3.25) denklemlerinden; bağıntılı artık değerler için kovaryans matrisi denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$Cov(\hat{\theta}) = (X^T X)^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N} x(i)\sum_{j=1}^{N} \hat{R}_{\nu\nu}(i-j)x^T(i)\right](X^T X)^{-1} \tag{3.26}$$

Yukarıdaki denklemde *x(i)*, içerisinde her bir veri noktasında ölçülen regresörlerin değerini barındıran *X* matrisinin, *i*. regresörünün bulunduğu *i.* satırını ifade etmektedir. Kestirimi yapılmış ve bağıntılı artık değerler dikkate alınarak düzeltilmiş model parametrelerinin standart hataları; yukarıda denklemi verilen düzeltilmiş kovaryans matrisinin diyagonal elemanlarının karekökleri alınarak bulunabilir.

Eğer, artık değerlerin arasında bağıntı bulunmadığı kabul edilirse $E(\nu\nu^T)$ terimi aşağıdaki hale gelecektir.

$$E(\nu\nu^T) = \hat{R}_{\nu\nu}(0)I = \sigma^2 I \tag{3.27}$$

Bu durumda (3.23) denklemi de aşağıdaki gibi sadeleştirilebilir.

$$Cov(\hat{\theta}) = \sigma^2 (X^T X)^{-1} \tag{3.28}$$

3.3.1.5 Korelasyon katsayısı

Korelasyon katsayısı, rjk, $\hat{\theta}_j$ve $\hat{\theta}_k$ parametreleri arasındaki bağıntının bir ölçüsüdür ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$r_{jk} \equiv \frac{Cov(\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_k)}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_j)Var(\hat{\theta}_k)}} \qquad j,k = 1,2,...,n_p \tag{3.29}$$

r_{jk}, -1 ile 1 arasında bir değer alabilir. r_{jk}=1 olması durumunda tahmin edilen $\hat{\theta}_j$ ve $\hat{\theta}_k$ parametreleri arasında doğrusal bir bağıntı bulunduğu, diğer bir deyişle bu parametrelerin regresörlerinin arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenebilir. r_{jk}=-1 olması durumunda da yine aynı önerme geçerlidir. Yalnızca aradaki ilişki negatif yöndedir.

3.3.1.6 t-testi

t-testi, kestirimin yapıldığı sistem modeli açısından bir parametrenin ne kadar anlamlı olduğunun göstergesidir. Tahmin edilen bir $\hat{\theta}_k$ parametresi ile özellikle, o parametreye bağlı verilerin standart sapmasının oranıdır ve aşağıdaki denklemle tanımlanır.

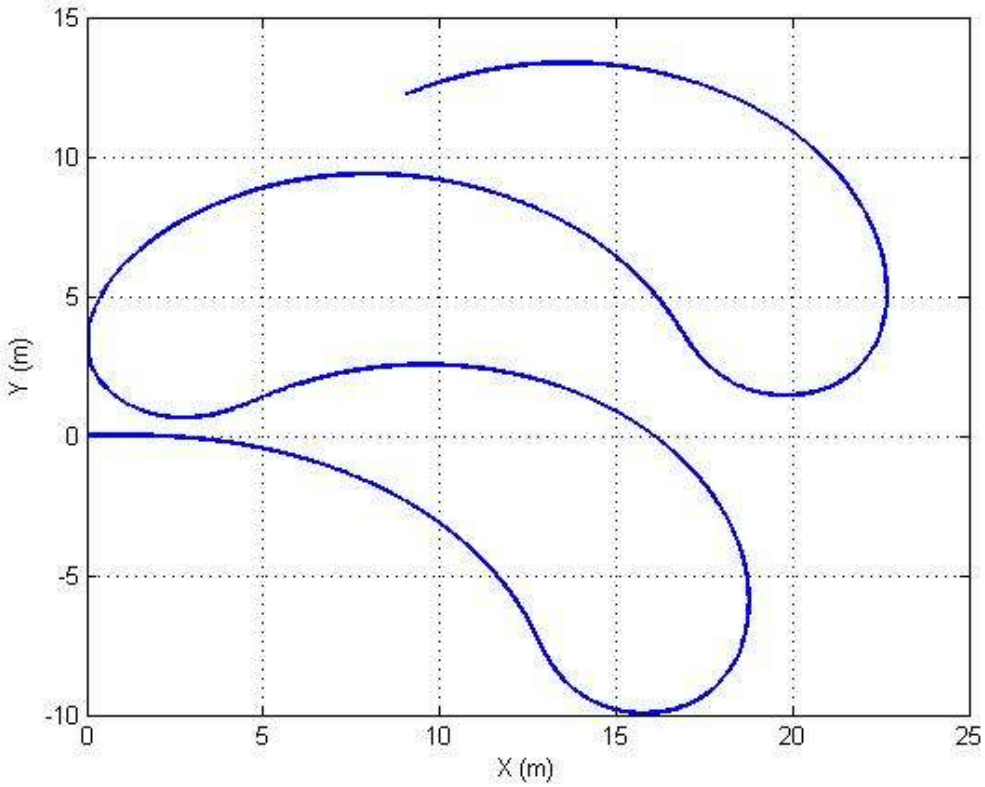
$$t_0 = \frac{\hat{\theta}_k}{s(\hat{\theta}_k)} \tag{3.30}$$

Yüksek t-testi değeri, $\hat{\theta}_k$ parametresinin model açısından anlamlı bir parametre olduğunun ve muhtemelen yüksek doğrulukla tahmin edilebildiğinin bir göstergesidir. Bu test özellikle, model yapısının tam bilinmediği durumlarda faydalı olmaktadır. Böyle bir durumda, farklı potansiyel parametreler teker teker modele eklenerek, sistem modeli açısından ne kadar anlamlı oldukları t-testi aracılığıyla belirlenebilir.

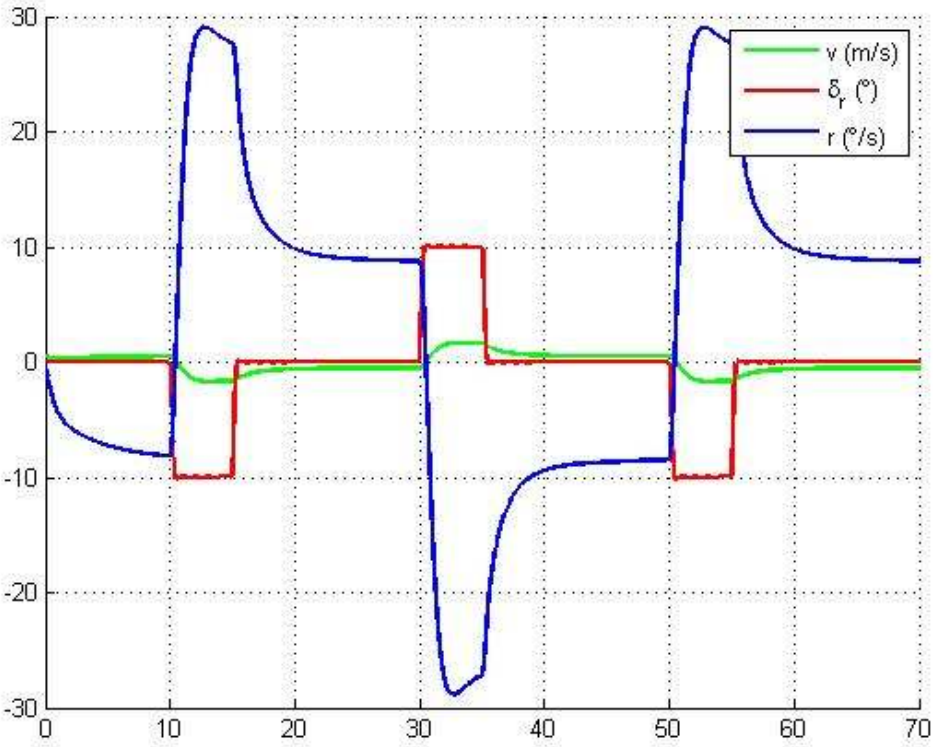
3.4 Sistem Tanılama Sonuçları

Sistem tanılama çalışmasında REMUS insansız sualtı aracı için oluşturulan benzetim modeli kullanılarak, bir senaryo dahilinde, test verisi elde edilmiştir. Senaryo belirlenirken literatürde önerilen test manevraları incelenmiş (Lewis, 1989) ve farklı senaryolar denenmiştir. Bunlardan zigzag manevrasının hareket denklemlerindeki farklı regresörleri en çok değişime uğratan manevra olduğu ve her parametreye ilişkin daha fazla faydalı veri sağlayabileceği değerlendirilmiştir.

Bu senaryoya göre 20 sn'lik aralıklarla, ardışık olarak δ_r=+10° ve δ_r=-10° dümen komutları uygulanmış ve aracın açık çevrim sistem cevabı incelenmiştir. Şekil 3.1'de aracın xy-düzlemindeki seyir paterni görülmektedir. Seyir boyunca aracın yalpa eksenindeki durum değişkenlerinin değişimi Şekil 3.2'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1: Sistem tanılama testi XY paterni.



Şekil 3.2: Sistem tanılama testi, yalpa ekseni durum değişkenleri.

Sistem tanılama çalışması, zigzag manevrasının 28 ile 45. saniyeleri arasındaki, sualtı aracının daha kararlı bir davranış sergilediği bölümdeki, verileri kullanılarak yapılmıştır. Sualtı aracı xy ve xz düzlemlerine göre simetriktir. Bu nedenle yalnızca yalpa düzlemi katsayıları tahmin edilmiştir. Ek-su kütlesi katsayılarının regresyon analizi yöntemiyle tahmin edilmesinde bazı zorluklar yaşanmaktadır. Bununla birlikte, ek-su kütlesi katsayıları ampirik formüllerle yüksek doğrulukla hesaplanabilmektedir. Sistem tanılama çalışmasını basitleştirmek adına ek-su kütlesi katsayıları sistem tanılama çalışmasının dışında bırakılmıştır.

Yalpa düzlemi hidrodinamik kuvvet ve moment katsayıları ayrı analizlerle tahmin edilmiştir. Elde edilen regresyon analizi sonuçları **Çizelge 3.1**'de gösterilmektedir. Çizelgenin ikinci kolonu her bir parametrenin gerçek değerini, üçüncü kolon ise bu parametrenin (3.11) denklemiyle tahmin edilen değerini göstermektedir. Bu iki kolon kıyaslandığında, parametrelerin büyük bir doğrulukla tahmin edilebildiği görülecektir.

Dördüncü kolonda verilen standart hata değerleri, (3.15) denklemiyle tanımlanan kovaryans matrisinin köşegen elemanlarının karekökleri alınarak hesaplanmıştır. Düzeltilmiş standart hata başlığıyla verilen beşinci kolondaki değerler ise; (3.26) denklemiyle verilen düzeltilmiş kovaryans matrisinin diyagonal elemanlarının karekökleri alınarak hesaplanmıştır. Bu iki kolona bakıldığında; hatanın kabul edilebilir seviyelerde olduğu, tahmin edilen parametrelerin gerçek değerlere yakınsadığı ve mevcut model yapısının aracın dinamiğini yeterli düzeyde temsil ettiği değerlendirilmektedir.

Matematiksel modelin yeterlilik seviyesine ilişkin fikir veren diğer bir parametre ise; t-testidir ve altıncı kolonda her bir katsayı için (3.30) denklemiyle elde edilen t-testi sonuçları gösterilmektedir. t-testi; sistem modeli açısından bir parametrenin ne kadar anlamlı olduğunu gösterir. Tabloya bakıldığında tüm parametreler yüksek t-testi sonuçları vermiştir. Yani, kullanılan tüm katsayılar sistem dinamiği açısından anlamlı parametrelerdir.

Çizelge 3.1'in son kolonu; standart hatanın, tahmin edilen parametre değerine oranını yüzdelik cinsinden karşılığıdır. Bakıldığında yalnız $N_{|v|v|}$ katsayısı için bu değerin yüksek çıktığı görülmektedir. Bunun nedeni parametrenin değerinin nispeten düşük olması ve yapılan tahmin hatasının diğer katsayılara göre daha yüksek çıkmış

olmasıdır. Bu durum, söz konusu katsayının tahmininde yapılan hatanın yüksek olduğuna ve sonuçlar yorumlanırken bu noktaya dikkat edilmesi gerektiğine işaret eder.

Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3'te, REMUS hidrodinamik kuvvet ve moment katsayıları için (3.29) denklemiyle hesaplanan korelasyon matrisi verilmiştir. Sonuçlar; özellikle r ve v değişkenlerine bağlı katsayılar arasında yüksek seviyede bağıntı olduğuna işaret etmektedir. Bu nedenle tahmin sonuçları yorumlanırken bu durum dikkate alınmalıdır. δ'ya bağlı terimlerin ise diğer parametrelerle olan korelasyonu düşüktür.

Çizelge 3.1 REMUS 100 Fiziksel Parametreleri

Parametre	Gerçek Değer	Tahmin Edilen Değer	Standart Hata	Düzeltil-miş Standart Hata	t-testi	% Hata
$Y_{v\|v\|}$	-196.26	-197.19	0.796	0.60269	327.2	0.3
$Y_{r\|r\|}$	8.30	8.27	0.083	0.06202	133.5	0.7
Y_{uv}	-38.39	-38.41	0.168	0.12500	307.3	0.3
Y_{ur}	13.41	13.57	0.056	0.04125	328.9	0.3
$Y_{uu\delta_r}$	16.99	17.04	0.009	0.00780	2185.5	0.0
$N_{v\|v\|}$	-7.95	-9.19	1.11	0.68161	13.5	7.4
$N_{r\|r\|}$	-24.13	-24.25	0.11	0.07021	345.3	0.3
N_{uv}	-21.89	-21.55	0.23	0.14510	148.6	0.7
N_{ur}	-5.16	-5.04	0.07	0.04832	104.3	1.0
$N_{uu\delta_r}$	-13.92	-13.89	0.01	0.00899	1545.7	0.1

Çizelge 3.2 Hidrodinamik kuvvet katsayıları için korelasyon matrisi.

	$Y_{v\|v\|}$	$Y_{r\|r\|}$	Y_{uv}	Y_{ur}	$Y_{uu\delta_r}$
$Y_{v\|v\|}$	1	-0.99098	0.8931	-0.89408	0.66125
$Y_{r\|r\|}$	-	1	-0.88411	0.899	-0.73187
Y_{uv}	-	-	1	-0.99339	0.50888
Y_{ur}	-	-	-	1	-0.58941
$Y_{uu\delta_r}$	-	-	-	-	1

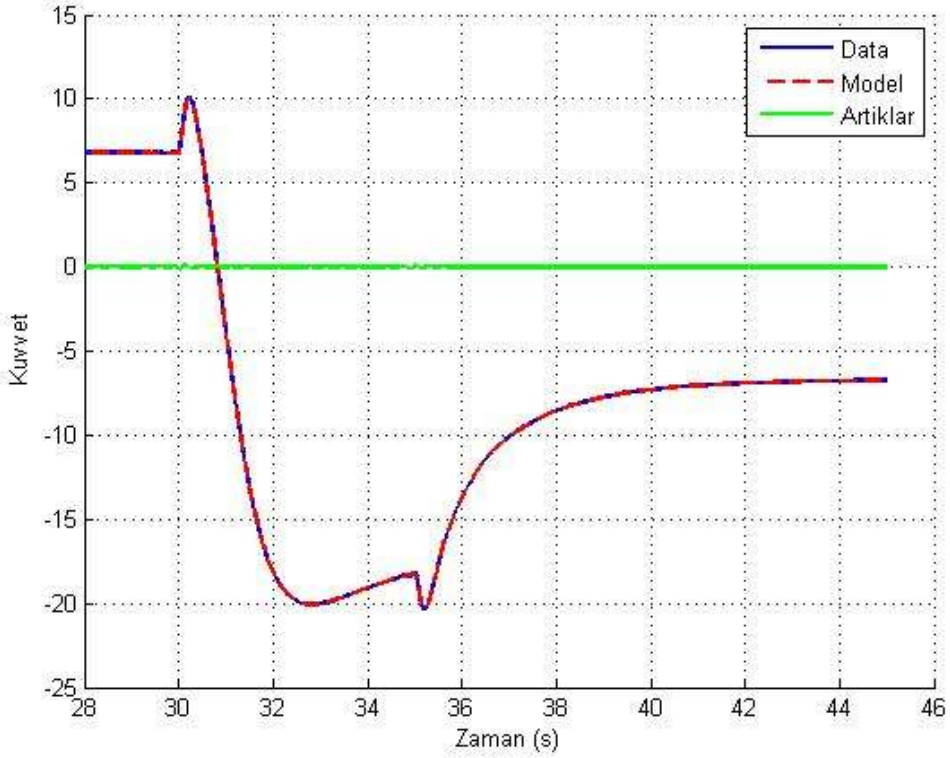
Çizelge 3.3 Hidrodinamik moment katsayıları için korelasyon matrisi.

	$N_{v\|v\|}$	$N_{r\|r\|}$	N_{uv}	N_{ur}	$N_{uu\delta_r}$
$N_{v\|v\|}$	1	-0.99098	0.8931	-0.89408	0.66125
$N_{r\|r\|}$	-	1	-0.88411	0.899	-0.73187
N_{uv}	-	-	1	-0.99339	0.50888
N_{ur}	-	-	-	1	-0.58941
$N_{uu\delta_r}$	-	-	-	-	1

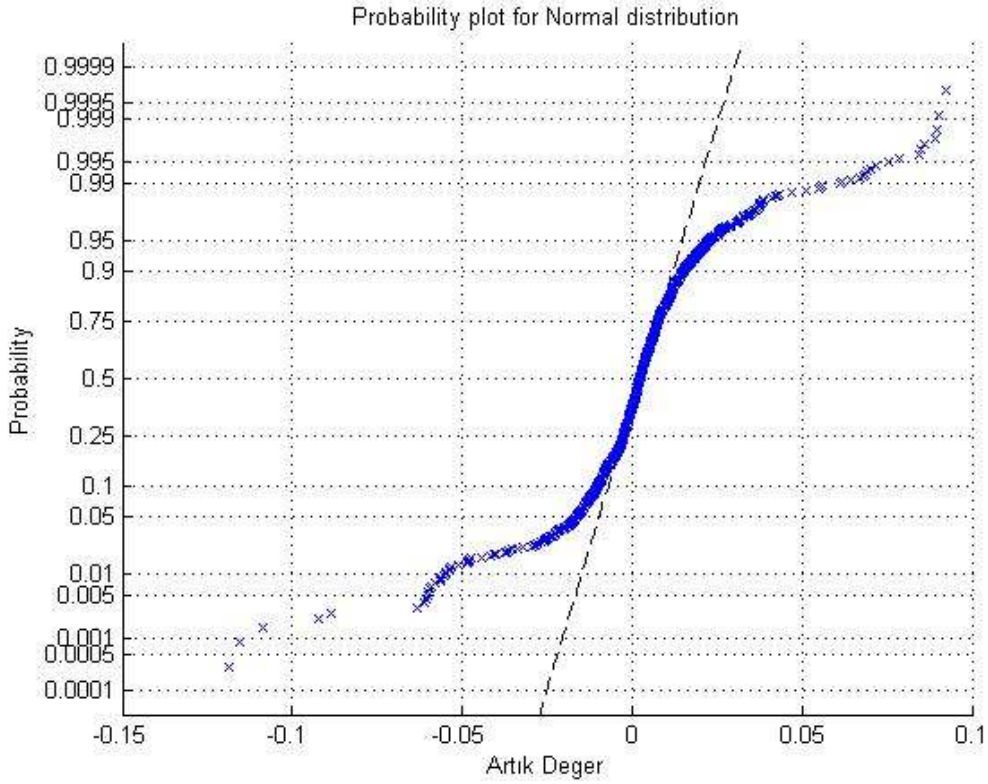
Sistem tanılama çalışması sonucunda elde edilen katsayılar kullanılarak, sualtı aracının seyri tekrar modellenmiştir. Hidrodinamik kuvvetler için model sonuçları ile gerçek veriler üst üste çizdirilmiş ve artık değerlerle birlikte Şekil 3.3'teki grafikte gösterilmiştir. Bu iki verinin yüksek oranda örtüştüğü görülmektedir. Hem kuvvet hem de moment katsayıları için denklemiyle hesaplanan determinasyon katsayısı R^2=99.9 olarak belirlenmiştir. Tüm bu sonuçlar, tahmin edilen parametrelerin yüksek doğrulukla hesaplandığına ve matematiksel modelin gerçek sualtı aracı dinamiğini yüksek doğrulukla yansıttığına işaret etmektedir.

Şekil 3.4'te sıralı artık değerler için kümülatif olasılık grafiği gösterilmektedir. Bu grafikte görülen kesikli düz çizgi artık değerlerin tamamen normal dağılım göstermesi durumunda oluşacak sonucu temsil etmektedir. Ancak şekilde de görüleceği üzere; özellikle artık değerlerin yüksek olduğu uç kısımlarda çizgiden

büyük miktarda sapmalar olmaktadır. Bu durum parametre tahmininde bazı deterministik hatalar olduğuna işaret eder.

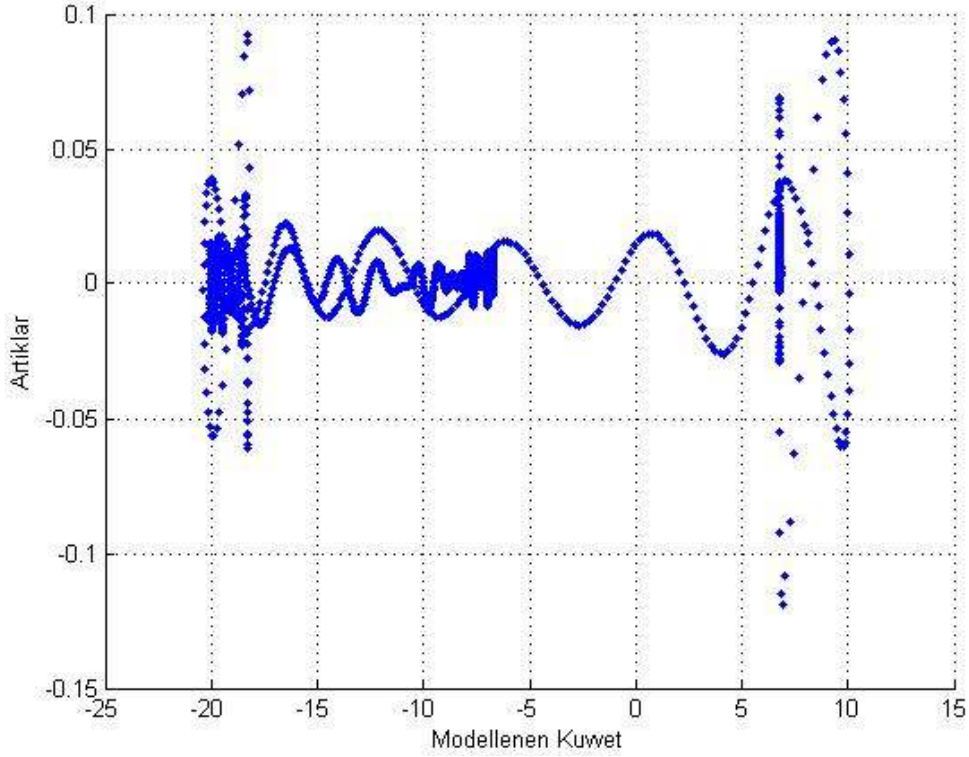


Şekil 3.3: Sistem tanılama testi, model tahmin sonucu.



Şekil 3.4: Sıralı artık değerler için kümülatif olasılık grafiği.

Aynı yorum Şekil 3.5'te verilen artık değerler için dağılım grafiğinde de yapılabilir. Görüldüğü gibi; artık değerler grafikte bazı bölgelerde belli bir paterni takip etmektedir. Deterministik hataların olmadığı durumda, artık değerlerin bu grafikte rastsal olarak dağılım göstermesi beklenir. Ancak artık değerlerin mertebe olarak düşük olduğu ve önceki sonuçları da göz önünde bulundurarak, bu veri seti için yapılan sistematik hatanın göz ardı edilebilir düzeyde olduğu değerlendirilmektedir.



Şekil 3.5: Sistem tanılama testi artık değerleri dağılımı.

3.5 Doğrusal Kuadratik Optimal Kontrolör Tasarımı

3.5.1 Doğrusallaştırılmış İSA hareket denklemleri

Bir sualtı aracının matematiksel modeli, yüksek oranda doğrusal olmayan, kompleks denklemler ve farklı serbestlik dereceleri arasında akuple ilişkili hidrodinamik katsayılar içerir. Dolayısıyla, doğrusal bir kontrolör tasarlamak için model denklemlerinin de doğrusallaştırılması gerekmektedir. Doğrusallaştırma sonucunda ortaya çıkan hareket denklemlerinin, özellikle yüksek hızlarda seyreden sualtı araçları için, yüksek oranda doğrusallaştırma hatasına neden olacağı göz önünde bulundurulmalıdır.

Doğrusallaştırma yapılırken uzunlamasına (*x*), yanlamasına (*y*) ve düşey (*z*) eksenlerdeki durum denklemleri ayrıştırılabilir ve doğrusallaştırma işlemi basitleştirilebilir. Bu şekilde, derinlik ve rota değişimi için de ayrı kontrolcüler tasarlanabilir (Allen, 2000).

(Allen, 2000) ve (Josserand, 2006)'de açıklanan yönteme göre; (2.63) numaralı doğrusal olmayan hareket denklemlerinin kinetik kısmını içeren ilk satırı aşağıdaki gibi doğrusallaştırılabilir.

$$M\delta\dot{\nu} = \left[\left.\frac{\partial f}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_0} \left.\frac{\partial f}{\partial \eta}\right|_{\eta=\eta_0} \right] \begin{bmatrix} \delta\nu \\ \delta\eta \end{bmatrix} + g(\nu_0)U \qquad \textbf{(3.31)}$$

Doğrusal olmayan hareket denklemlerinin kinematik kısmını içeren ikinci satırının doğrusallaştırılmış hali ise aşağıdaki gibidir.

$$\delta\dot{\eta} = \begin{bmatrix} J(\eta_0) & \dfrac{\partial}{\partial \eta}\left[J(\eta)\nu\right]_{(\eta_0,\nu_0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\nu \\ \delta\eta \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.32)}$$

Euler dönüşüm matrisi $J(\eta_2)$'nin her bir satırını birer terimle ifade ederek aşağıdaki gibi kolon matris biçiminde sadeleştirelim.

$$J(\eta_2) = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 & J_4 & J_5 & J_6 \end{bmatrix}^T \qquad \textbf{(3.33)}$$

Bu durumda, (3.32) denkleminin parantez içerisinde bulunan ikinci matris teriminin (*i-j).* elemanı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\left[\frac{\partial}{\partial \eta}\left[J(\eta)\nu\right]\right]_{i,j} = \frac{\partial}{\partial \eta_j}\left(J_i\nu\right) \qquad \textbf{(3.34)}$$

Bu elemanlardan oluşan matrisi $J^*(\eta,\nu)$ olarak tanımlarsak, kinematik denklem aşağıdaki şekle gelir.

$$\delta\dot{\eta} = \begin{bmatrix} J(\eta_0) & J^*(\eta_0,\nu_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\nu \\ \delta\eta \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.35)}$$

Bu durumda doğrusallaştırılmış hareket denklemleri şu şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} M\delta\dot{\nu} \\ \delta\dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_0} & \left.\frac{\partial f}{\partial \eta}\right|_{\eta=\eta_0} \\ J(\eta_0) & J^*(\eta_0,\nu_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\nu \\ \delta\eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g(\nu_0) \\ 0_{6\times 3} \end{bmatrix} \equiv A\begin{bmatrix} \delta\nu \\ \delta\eta \end{bmatrix} + BU \tag{3.36}$$

Burada; $U = \begin{bmatrix} \delta_r & \delta_s & X_{prop} \end{bmatrix}^T$ şeklindedir. Yukarıdaki işlemlerin sonucunda *B* ve *A* matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ Y_{uu\delta_r}u_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{uu\delta_s}u_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & -R \\ 0 & M_{uu\delta_s}u_0^2 & 0 \\ N_{uu\delta_r}u_0^2 & 0 & 0 \\ \hline 0_{6\times 3} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

A matrisinin elemanları ise aşağıdaki gibidir.

$$A_{11} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} X_{u|u|} & (m-Y_{\dot{v}})r & (-m+Z_{\dot{w}})q & -m(y_g q+z_g r) & -m(w+y_g p) & m(v-z_g p) \\ \hline -mr+Y_{ur}r & Y_{v|v|}+Y_{uv}u & mp-Z_{\dot{w}}p & m(w-x_g q) & -m(x_g p+z_g r)-Z_{\dot{q}}p & -m(u+z_g q)+Y_{ur}u \\ +Y_{uv}v & & & -Z_{\dot{w}}w-Z_{\dot{q}}q & & \\ \hline mq+Z_{uq}q & -mp+Y_{\dot{v}}p & Z_{w|w|}+Z_{uw}u & -m(v+x_g r) & m(u-y_g r) & -m(x_g p+y_g q) \\ +Z_{uw}w & & & +Y_{\dot{v}}v+Y_{\dot{r}}r & +Z_{uq}u & +Y_{\dot{r}}p \\ \hline m(y_g q+z_g r) & -my_g p & -mz_g p & -I_{xy}r+I_{xz}q & I_{xz}p-(I_z-I_y)r & -I_{xy}p-(I_z-I_y)q \\ & +(Z_{\dot{w}}-Y_{\dot{v}})w & +(Z_{\dot{w}}-Y_{\dot{v}})v & -m(y_g v+z_g w) & +my_g u & +mz_g u \\ & +(Z_{\dot{q}}-N_{\dot{v}})q & -(Y_{\dot{r}}-M_{\dot{w}})r & +K_{p|p|} & +(Z_{\dot{q}}+N_{\dot{v}})v & -(Y_{\dot{r}}+M_{\dot{w}})w \\ & & & & +(N_{\dot{r}}-M_{\dot{q}})r & +(N_{\dot{r}}-M_{\dot{q}})q \\ \hline mz_g q & -m(z_g r+x_g p) & -mz_g q+M_{uw}u & I_{yz}q-(I_z-I_y)r & I_{xy}r-I_{yz}p & I_{xz}q-(I_x-I_z)p \\ +M_{uq}q & -N_{\dot{v}}p & & +(mx_g-N_{\dot{v}})v & -m(z_g w+x_g u) & +mz_g v \\ +M_{uw}w & & & +(K_{\dot{p}}-N_{\dot{r}})r & +M_{uq}+M_{q|q|} & +(K_{\dot{p}}-N_{\dot{r}})p \\ \hline -mx_g r & -my_g r+N_{uv}u & m(x_g p+y_g q) & I_{yz}r+(I_x-I_y)q & I_{xz}r+(I_x-I_y)p & I_{xz}q+I_{yz}p \\ +N_{uv}v & & +M_{\dot{w}}p & +mx_g w+M_{\dot{w}}w & +my_g w & -m(x_g u+y_g v) \\ +Y_{\dot{r}}r & & & +(M_{\dot{q}}-K_{\dot{p}})q & +(M_{\dot{q}}-K_{\dot{p}})p & +N_{r|r|}+Y_{\dot{r}}u \end{array}\right] \tag{3.38}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -(W-B)\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(W-B)\cos\theta\cos\phi & -(W-B)\sin\theta\sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(W-B)\cos\theta\sin\phi & -(W-B)\sin\theta\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(y_gW-y_bB)\cos\phi-(z_gW-z_bB)\cos\theta\cos\phi & -(y_gW-y_bB)\sin\theta\cos\phi+(z_gW-z_bB)\sin\theta\sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (x_gW-x_bB)\cos\theta\sin\phi & -(z_gW-z_bB)\cos\theta+(x_gW-x_bB)\sin\theta\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (x_gW-x_bB)\cos\theta\cos\phi & -(x_gW-x_bB)\sin\theta\sin\phi+(y_gW-y_bB)\cos\theta & 0 \end{bmatrix}$$

(3.39)

$$A_{21} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & -\sin\psi\cos\phi+\cos\psi\sin\theta\sin\phi & \sin\psi\sin\phi+\cos\psi\cos\phi\sin\theta & 0 & 0 & 0 \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\cos\phi+\sin\psi\sin\theta\sin\phi & -\cos\psi\sin\phi+\sin\psi\cos\phi\sin\theta & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{\sin\phi}{\cos\theta} & \dfrac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}$$

(3.40)

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \begin{matrix} v(s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi) \\ +w(s\psi c\phi - c\psi s\theta s\phi) \end{matrix} & \begin{matrix} -ucs\psi s\theta + vc\psi c\theta s\phi \\ +wc\psi c\theta c\phi \end{matrix} & \begin{matrix} -us\psi c\theta - v(c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi) \\ +w(c\psi s\phi - s\psi c\phi s\theta) \end{matrix} \\ 0 & 0 & 0 & \begin{matrix} -v(c\psi s\phi - s\psi s\theta c\phi) \\ -w(c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi) \end{matrix} & \begin{matrix} -us\psi\theta + vs\psi c\theta s\phi \\ +ws\psi c\theta c\phi \end{matrix} & \begin{matrix} -ucs\psi c\theta + v(-s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi) \\ +w(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \end{matrix} \\ 0 & 0 & 0 & vc\theta c\phi - wc\theta s\phi & -uc\theta - vs\theta s\phi - ws\theta c\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & qc\phi t\theta - rs\phi t\theta & (qs\phi + rc\phi)\sec^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -qs\phi - rc\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q\dfrac{c\phi}{c\theta} - r\dfrac{s\phi}{c\theta} & (qs\phi + rc\phi)\dfrac{t\theta}{c\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

(3.41)

(3.41) denkleminde sin, cos ve tan fonksiyonları sırasıyla s, c, ve t olarak kısaltılmıştır.

Yukarıda açıklanan doğrusallaştırma işlemi yapılırken şu kabuller göz önünde bulundurulmuştur:

1. Bir değişkene bağlı ikinci ve daha büyük dereceden terimler (u^2, v^2 gibi) ihmal edilmiştir.
2. Hidrodinamik sönümleme katsayıları matrisi ve atalet matrisi diyagonaldir:

$$D(v) = -diag\{X_{u|u|}, Y_{v|v|}, Z_{w|w|}, K_{p|p|}, M_{q|q|}, N_{r|r|}\}$$

$$D(v) = -diag\{I_x, I_y, I_z\}$$

3.5.2 Yunuslama otopilotu denklemleri

Kontrolcü tasarımı için yunuslama ve yalpa düzlemi denklemleri birbirlerinden ayrıştırılabilir. Bu bölümde yunuslama düzlemi için çıkartılan yunuslama otopilotu denklemleri gösterilmektedir. REMUS 100 insansız sualtı aracı için doğrusallaştırılmış hidrodinamik katsayılar Çizelge 3.4'te verilmiştir (Prestero, 2001).

Çizelge 3.4 REMUS 100 doğrusallaştırılmış hidrodinamik katsayıları

Parametre	Değer	Birim	Tanım
X_θ	8.9	kg m/s^2	Hidrostatik
X_u	-13.5	kg/s	Eksenel sürükleme
$X_{\dot{u}}$	-0.930	kg	Ek-su kütlesi
X_q	-0.578	kg m/s	Ek-su kütlesi akuple terimi
Z_w	-66.6	kg/s	Çapraz akış sürüklemesi
Z_q	-9.67	kg m/s	Çapraz akış sürüklemesi
$Z_{\dot{w}}$	-35.5	kg	Ek-su kütlesi
$Z_{\dot{q}}$	-1.93	kg m	Ek-su kütlesi
Z_{δ_s}	-50.6	kg m/s^2	Dümen kaldırma kuvveti
M_θ	-5.77	kg m^2/s^2	Hidrostatik
M_w	30.7	kg m/s	Çapraz akış sürüklemesi
M_q	-6.87	kg m^2/s	Çapraz akış sürüklemesi
$M_{\dot{w}}$	-1.93	kg m	Ek-su kütlesi
$M_{\dot{q}}$	4.88	kg/m^2	Ek-su kütlesi
M_{δ_s}	-34.6	kg m^2/s^2	Dümen kaldırma kuvveti

Yunuslama düzlemi için durum değişkenleri şu şekilde ayrıştırılabilir.

$$X_{yunuslama} = \begin{bmatrix} w & q & z & \theta \end{bmatrix}^T \tag{3.42}$$

(3.38) – (3.41) denklemleri kullanılarak, yunuslama düzlemi doğrusal hareket denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} m - Z_{\dot{w}} & -(mx_g + Z_{\dot{q}}) & 0 & 0 \\ -(mx_g + M_{\dot{w}}) & I_{yy} - M_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_w & mU + Z_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ M_w & -mx_g + M_q & 0 & M_\theta \\ 1 & 0 & 0 & -U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ z \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\delta_s} \\ M_{\delta_s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_s \end{bmatrix}$$

(3.43)

3.5.3 Doğrusal kuadratik optimal kontrolör (LQR)

Optimal kontrol yöntemleri, tanımlanan zarar fonksiyonu minimize edilecek şekilde, dinamik bir sistemin kontrol edilmesini hedeflerler. Sistem dinamiğinin bir dizi doğrusal diferansiyel denklemle ifade edildiği ve zarar fonksiyonunun kuadratik bir fonksiyon cinsinden tanımlandığı durumlar literatürde LQ problemi olarak tanımlanır. Bu tip problemlerin çözümü için, aşağıda denklemleri verilen ve doğrusal kuadratik regülatör (LQR) olarak isimlendirilen, geri besleme kontrol sistemleri kullanılmaktadır.

LQR tasarımı; sistem geri besleme kazançlarının, zarar fonksiyonu *J*'yi minimize edecek şekilde belirlenmesi esasına dayanır. Bu tasarım, tanımlanan zarar fonksiyonu için kazanç matrisinin de optimal olarak seçilmesini sağlar.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.44}$$

Örneğin; durum uzay denklemi yukarıdaki gibi tanımlanan bir sistem için optimal 0kontrol vektörü aşağıdaki gibidir. Bu denklemde kontrol vektörünün kazanç matrisi olan *K*'nın, zarar fonksiyonunu minimize edecek şekilde seçilmesi amaçlanır.

$$u(t) = -Kx(t) \tag{3.45}$$

Kuadratik performans indeksi olarak da adlandırılan zarar fonksiyonu durum değişkenleriyle birlikte, kontrol girişlerini de optimize etmek için kullanılır ve aşağıdaki formülle ifade edilir.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)dt \tag{3.46}$$

Denklemdeki Q ve R matrisleri ağırlık matrisleri olarak adlandırılırlar ve sırasıyla; durum değişkenlerindeki hata ile kontrol girişlerine harcanan enerjinin performans üzerindeki göreceli etkilerinin ne düzeyde olması gerektiğini tanımlarlar. Bu parametreler tasarımcı tarafından istenilen kontrolcü performansına göre ayarlanabilir.

Performans indeksindeki x, boyutları $(n \times 1)$ olan durum vektörüdür. Q; boyutları $(n \times n)$ olan reel simetrik, pozitif-tanımlı ya da pozitif-yarı tanımlı, sabit bir matristir. Reel, simetrik ve pozitif-tanımlı, $(p \times p)$ boyutlarındaki R matrisi ise; $(p \times 1)$ boyutlarındaki u kontrol girişleri vektörünün ağırlık matrisidir. R'nin pozitif-tanımlı olması optimal bir çözüm için gerekliliktir.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & q_n \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

Durum değişkenlerinin etkisini belirleyen Q matrisi en basit halde yukarıdaki şekilde seçilebilir. Q matrisindeki her q_n elemanının büyüklüğü, çarpanı olduğu durum değişkenine harcanmak istenen kontrol enerjisinin göreceli büyüklüğü oranında değiştirilmelidir. q_n ne kadar büyükse, kendisiyle çarpılan durum değişkeni için harcanan kontrol enerjisi de o kadar fazla olur.

Optimizasyon probleminin çözümü için öncelikle (3.44) ve (3.45) denklemleri kullanılarak sistem denklemi şu şekilde yazılır.

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \tag{3.48}$$

Burada $A - BK$ matrisinin kararlı olduğu, yani özdeğerlerinin negatif reel değerlere sahip olduğu varsayılmaktadır. (3.45) denklemini (3.46) denkleminde yazılarak zarar fonksiyonu aşağıdaki hale getirilebilir.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x^T Q x + x^T K^T R K x)\, dt = \int_0^\infty x^T (Q + K^T R K) x\, dt \qquad \textbf{(3.49)}$$

Bu noktada reel simetrik veya pozitif-tanımlı P matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt}(x^T P x) \qquad \textbf{(3.50)}$$

Bu durumda şu eşitlikler elde edilir.

$$\begin{gathered} x^T (Q + K^T R K) x = -\dot{x}^T P x - x^T P \dot{x} = -x^T [(A - BK)P + P(A - BK)] x \\ (A - BK)P + P(A - BK) = -(Q + K^T R K) \end{gathered} \qquad \textbf{(3.51)}$$

Eğer, yukarıdaki eşitliği sağlayan bir pozitif-tanımlı P matrisi var ise; $A - BK$'nın da kararlı bir matris olduğu söylenebilir. Bu durumda yapılması gereken P'nin elemanlarının belirlenmesi ve pozitif-tanımlı olup olmadığının belirlenmesidir. Yukarıdaki denklemi sağlayan birden fazla matris bulunabilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta; eğer sistem kararlıysa, pozitif-tanımlı olan yalnız bir P matrisi bu denklemi sağlayabilir. Yani yukarıdaki eşitlik çözülerek elde edilecek matris dışındaki matrisler pozitif-tanımlı değildir ve göz ardı edilmelidirler.

Daha önce belirtildiği gibi; pozitif-tanımlı ya da reel simetrik matris olduğundan, R için şu eşitlik yazılabilir.

$$R = T^T T \qquad \textbf{(3.52)}$$

Bu denklemde, T tekil olmayan (non-singular) matristir. Bu eşitlik kullanılarak (3.51) denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$(A^T - K^T B^T)P + P(A - BK) + Q + K^T T^T TK = 0$$

$$A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad \textbf{(3.53)}$$

J fonksiyonunun K'ya göre minimize edilmesi, aşağıdaki denklemin de minimize edilmesi anlamına gelmektedir.

$$x^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad \textbf{(3.54)}$$

Bu denklemin negatif olmadığı bilindiğinden, minimum noktasının sıfırda olduğu söylenebilir. Bu durumda aşağıdaki eşitlik geçerlidir.

$$TK = (T^T)^{-1} B^T P \quad \textbf{(3.55)}$$

Dolayısıyla aşağıdaki denklemle K kontrol matrisi hesaplanabilir.

$$K = T^{-1}(T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad \textbf{(3.56)}$$

Böylelikle, kuadratik optimal kontrol probleminin çözümü olan optimal kontrol denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1} B^T P x(t) \quad \textbf{(3.57)}$$

(3.56) denklemindeki P matrisinin, (3.51) denklemini ya da aşağıdaki sadeleştirilmiş denklemi sağlıyor olması gerekmektedir.

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad \textbf{(3.58)}$$

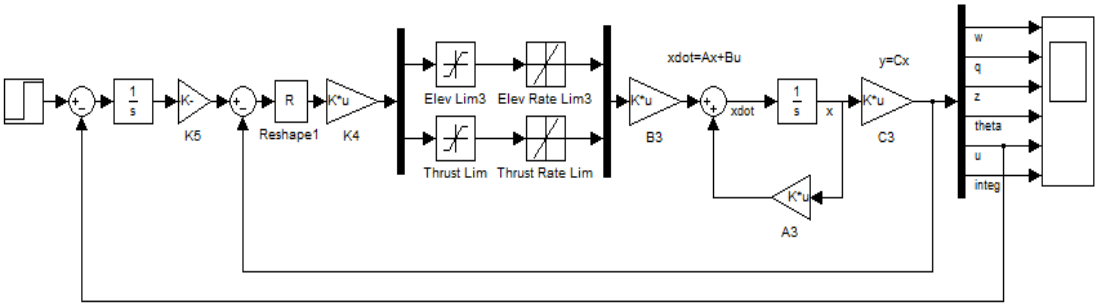
Bu denklem sadeleştirilmiş Ricatti denklemi olarak adlandırılır. Tasarım adımları şu şekilde özetlenebilir.

1. (3.58) denklemi P matrisi için çözülür. Eğer yalnız bir pozitif-tanımlı P matrisi bulunabiliyorsa sistem kararlıdır.
2. Bulunan P matrisi (3.56) denklemine yazılarak optimal K matrisi hesaplanır.

3.5.4 Sualtı aracı için LQR uygulaması

Literatürde, Q ve R matrislerinin seçimine yönelik olarak geliştirilmiş farklı metotlar bulunmaktadır. Fakat uygulamada, bu metotların kontrol katsayısı için ancak yaklaşık tahminleri verebildiği ve sistemden beklenen farklı performans kriterlerine göre optimal kontrol katsayılarının deneme yanılma yoluyla optimize edilebileceği görülmüştür.

(3.43) denklemi ile tanımlanan doğrusallaştırılmış hareket denklemleri kullanılarak REMUS insansız sualtı aracı için yunuslama düzleminde bir LQR kontrolcü modeli oluşturulmuştur.



Şekil 3.6: Yunuslama düzlemi LQR modeli.

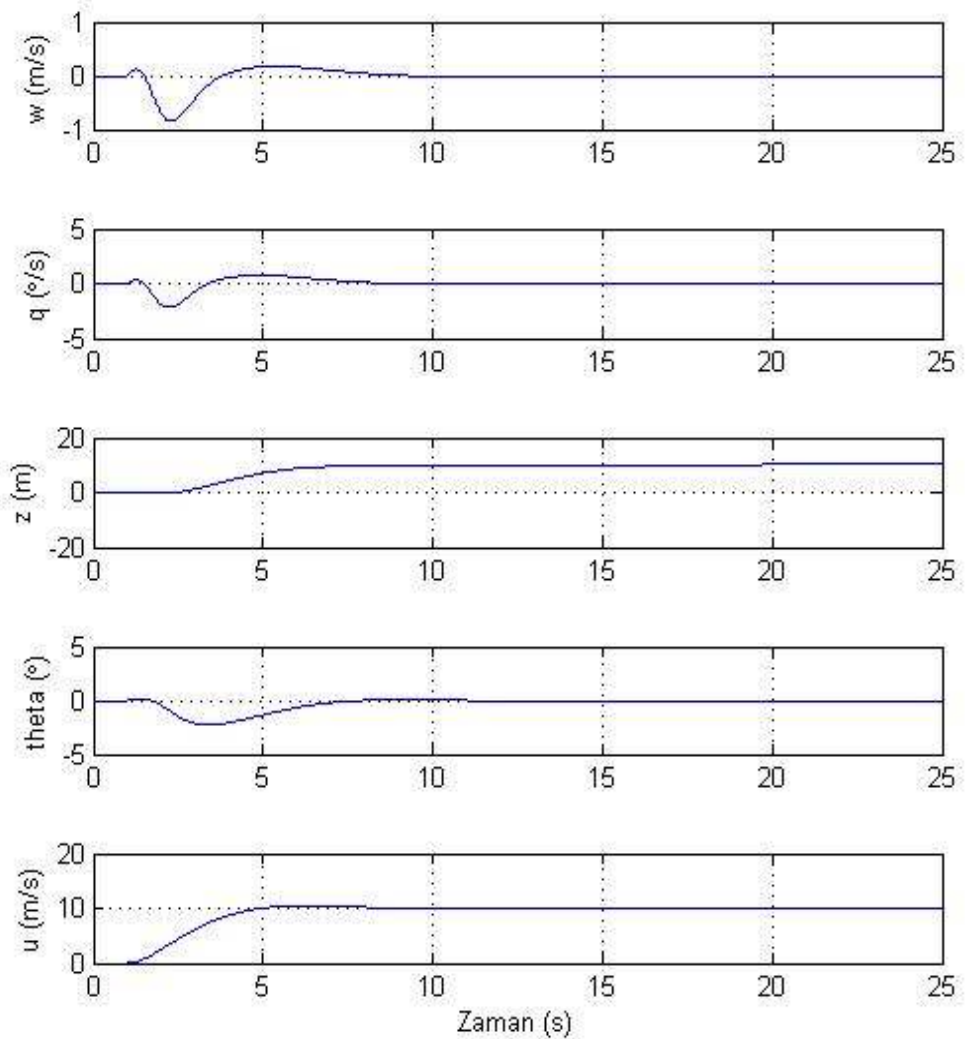
Yunuslama düzlemi LQR modelinin testi amacıyla sisteme; hem derinlik hem de hız değişimini sağlayacak şekilde z=10 m ve u=10 m/s'lik referans sinyalleri beslenmiş ve sistem cevabı incelenmiştir. Bu model için Q ve R matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

- $Q = diag([0.01 \quad 0.01 \quad 500 \quad 0.1 \quad 10000 \quad 1])$
- $R = diag([20 \quad 50\,])$

Önceki bölümde açıklandığı gibi, Q matrisinin köşegen elemanları her bir durum değişkeninin göreceli olarak ne hassasiyette kontrol edilmek istendiğini tanımlar. Aynı şekilde R matrisinin köşegen elemanları da sırasıyla; elevatör ve itki sistemi (pervane) kontrol sinyallerine harcanacak göreceli eforu belirtir.

REMUS insansız sualtı aracı için oluşturulan yunuslama düzlemi LQR kontrolcüsü, sualtı aracının istenilen doğrusal hıza ulaşmasını sağlarken, aynı zamanda aracın emredilen derinliğe inmesini ve bu derinliği korumasını amaçlamaktadır. Kontrolcü denklemlerinin Q ve R matrisleri, aracın kontrol edilmek istenen durum değişkenleri z ve u'nun, mümkün olduğunca hızlı bir şekilde istenilen referansa oturmasını

sağlayacak şekilde seçilmiştir. Deneme yanılma yoluyla, diğer durum değişkenlerini olabildiğince etkilemeyecek şekilde, Q ve R matrislerinin optimum değerleri belirlenmiştir. Tasarlanan LQR kontrolcüsünün performansına ilişkin durum değişkenlerinin değerleri Şekil 3.7'de verilmiştir.



Şekil 3.7: Yunuslama düzlemi LQR kontrolcü performansı.

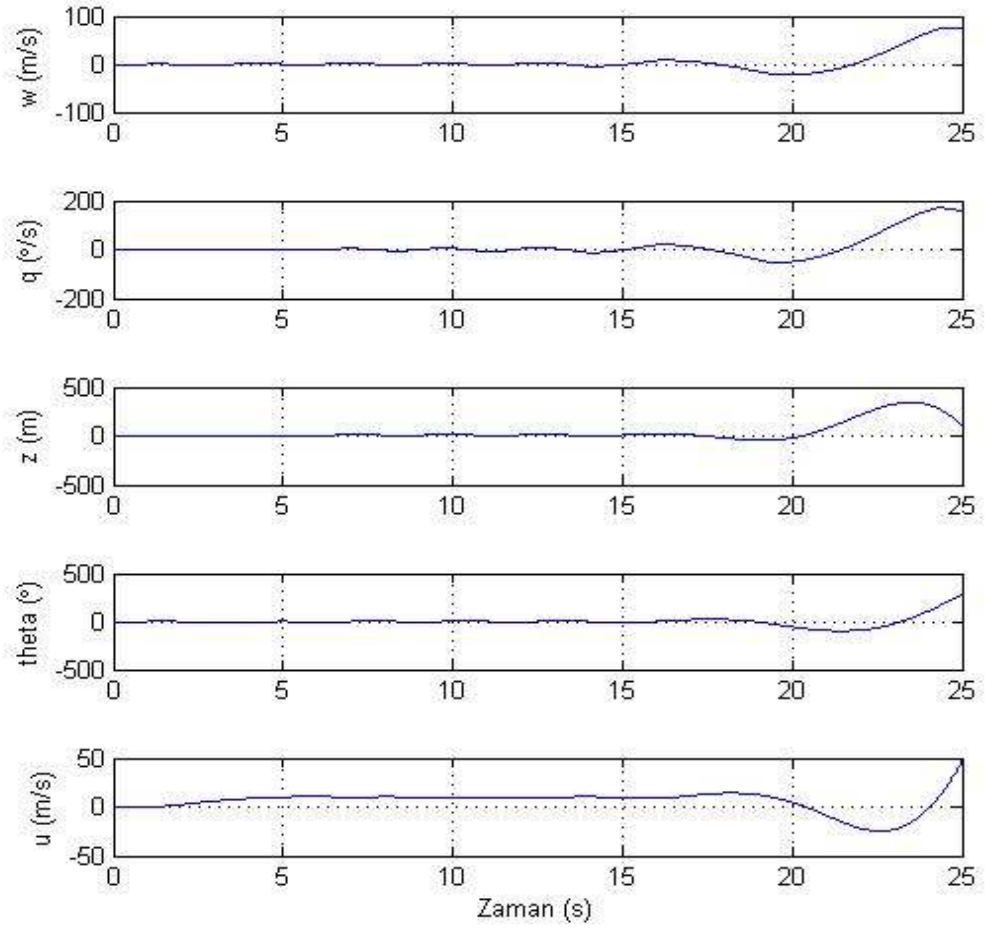
4. HATA TOLERANSLI KONTROL

Son yıllarda, insansız sualtı araçlarının hem ticari, hem askeri, hem de akademik alanlardaki kullanım potansiyeli daha iyi anlaşılmakta ve popülariteleri giderek artmaktadır. Güncel uygulamalara bakıldığında, insansız sualtı araçlarının artık daha zorlayıcı koşullarda çalışmak durumunda kaldığı, farklı çalışma modlarına sahip olduğu, hatta birden çok sualtı aracının birlikte entegre olarak görev yaptığı görülmektedir. Buna karşılık daha fazla alt sistemi ve ekipmanı bünyesinde barındırmak zorunda kalan sualtı araçlarının giderek daha pahalı ve karmaşık sistemler haline geldikleri görülmektedir. Dolayısıyla, bu tip karmaşık bir sistemin güvenilirliğinin sağlanması önemli bir konu haline gelmektedir.

Otomatik kontrolcüler, sistemin dinamiğindeki değişimleri algılayarak uygun operasyon modunda çalışmasını sağlarlar. Bu değişimler çevresel faktörlere bağlı olabileceği gibi sistemin kendisindeki hatalardan da kaynaklanıyor olabilir. Bu durumlarda hata yalıtımı, sistemin tekrar yapılandırılması ve sistemin adaptasyonu gibi, hata toleranslı kontrol yöntemleri sistemin kararlı hale getirilmesini sağlarlar. Kompleks dinamik sistemlerin hata toleranslı kontrolü, içerisinde birçok işlevsel yapıyı ve muhtemelen birden çok kontrolcüyü barındıran, çok katmanlı adaptif kontrol mimarisini gerekli kılmaktadır (Drozeski, 2005). Ayrıca hata modlarının teşhisi ve hatalı sistem modelinin tanılanması gibi bazı yeteneklerin insansız sualtı araçları gibi otonom sistemlere kazandırılmış olması gerekmektedir.

Bu tez çalışmasında, insansız sualtı aracının kontrol tahrik sisteminde meydana gelebilecek muhtemel bir hatanın tespit edilebilmesi ve hatalı sistem modelinin tahmin edilerek, yeni durumda sistemin kontrol edilebilmesine yönelik bir çalışma yapılmıştır. Bu kapsamda, aracın elevatörlerinde oluşan bir arızadan dolayı kontrol etkinliğinin %80 oranında azaldığı varsayılmaktadır. Dolayısıyla elevatör açılarına bağlı kontrol girişlerini tanımlayan katsayılar 0,2 katına düşmüştür.

Önceki bölümde tasarlanan LQR kontrolcüsünün, söz konusu hata durumdaki performansı Şekil 4.1'de gösterilmektedir. Bu model için Q ve R matrisleri değiştirilmemiştir.



Şekil 4.1: Hata durumunda LQR kontrolcü performansı.

Normal durum için tasarlanan LQR kontrolcüsü, elevatör katsayılarının bir miktar değişmesi durumunda dahi sistemi z ve u referans değerlerine getirmeyi başarmaktadır. Ancak δ_r katsayısının >%80 değiştiği hata durumunda, istenilen kontrol sağlanamamaktadır.

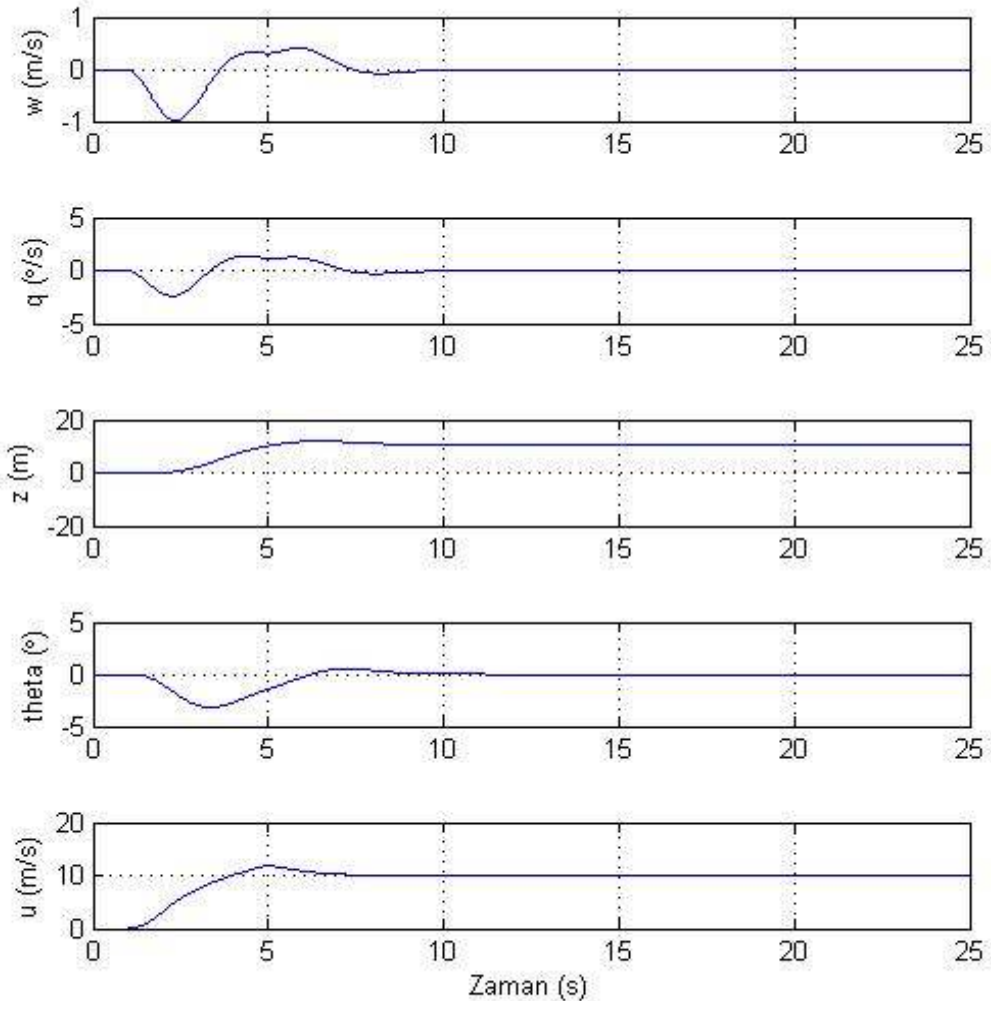
Genellikle hata toleranslı sistemlerde, durum değişkenleri sistem çalıştığı sürece analiz edilerek muhtemel hata durumları çalışma sırasında tespit edilir ve kontrol sistemi uygun şekilde yeniden yapılandırılır. Bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sistem tanılama algoritması çevrim içi veri işleme metotlarına uygun değildir. Ayrıca çevrim içi hata tespit ve kontrol mimarisinin geliştirilmesi bu tez çalışmasının kapsamı dışındadır. Dolayısı ile bu çalışmada veriler, ard işleme

yöntemiyle analiz edilerek yeni sistem parametreleri belirlenmiş ve kontrol modeli uygun şekilde güncellenmiştir.

Hata tespiti için; daha önce önerilen sistem tanılama yöntemiyle, katsayılardaki söz konusu değişiklik tespit edilmeye çalışılmıştır. Regresyon analizi için zigzag manevrası, bu kez yunuslama düzleminde uygulanarak test verileri oluşturulmuştur. Aracın açık çevrim sistem cevabını içeren veriler analiz edilerek, hata durumdaki sistem parametreleri tespit edilmiştir. Hata durumundaki sistem modeli referans alınarak güncellenen LQR kontrolcüsü katsayı matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

- $Q = diag([0.001 \quad 0.001 \quad 1000 \quad 0.1 \quad 100000 \quad 1])$
- $R = diag([50 \quad 50\,])$

Hata durumun için tasarlanan LQR kontrolcüsünün performansına ilişkin durum değişkenlerinin değerleri Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2: Hata durum için yeniden tasarlanan LQR kontrolcü performansı.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada insansız sualtı aracının seyir benzetiminin yapılması amacıyla bir matematiksel model oluşturulmuştur. Bu model, sistem tanılama ve LQR kontrolcü tasarımı uygulamaları için bir test altyapısı oluşturmaktadır. Benzetim modeli üzerinde yapılan performans testleri, benzetimin oldukça yüksek sadakatle yapılabildiğini göstermektedir. Fakat modelin tam anlamda doğrulanabilmesi için, gerçek seyir verileriyle model çıktılarının kıyaslanması gerekir.

Pratikte, sistem tanılama çalışmaları, geliştirme aşamasında olan, matematiksel modeli henüz tam olarak bilinmeyen ya da bazı modifikasyon ya da iyileştirmeler neticesinde matematiksel modeli değişen sualtı sistemlerinin sistem parametrelerinin belirlenmesi için uygulanır. Bu amaçla sistemin giriş ve çıkış sinyallerinin hassasiyetle kaydedildiği seyir testleri yapılır. Ancak bu tez çalışması kapsamında gerçek bir sualtı aracı verisi edinilmesi mümkün olmadığından, benzetim modeli aracılığıyla elde edilen veriler, test verisi olarak kabul edilip sistem tanılama çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla gelecek dönemde test verilerinin sistem tanılama çalışmalarına uygun toplanabilmesi için gerekli enstrümantasyonun ve veri toplama yönteminin belirlenmesi uygun olacaktır. Ayrıca, bu çalışmanın en güvenilir şekilde yapılabilmesi ve toplanan verilerin bu çalışma için olabildiğince anlamlı bilgiyi taşıyabilmesi için en uygun manevraların belirlenmesi önem taşımaktadır.

Bu konuda yapılabilecek diğer bir çalışma ise; sistem tanılama çalışmasının araç seyir halindeyken, aracın üzerinde ve çevrim içi olacak şekilde yapmaya yönelik düzenlemelerdir. Bu amaçla, Kalman, Lyapunov ve EKF gibi kestirim metotları ile çevrim içi regresyon analizi gibi yöntemlerin çalışmaya dahil edilmesi gerekir.

Benzetim modelinde kullanılmak üzere tasarlanan lineer kuadratik kontrolörün sistem tanılama yolu ile, değişen durumlara göre güncellenebileceği ve bir sualtı aracı sisteminde kullanılabilecek bir kontrolcü olduğu gösterilmiştir.

Bu tez çalışması kapsamında; hata toleranslı kontrol uygulaması, test verilerinin ard işleme yoluyla analiz edilerek değişen hidrodinamik parametrelerin tespit edilmesi ve

doğrusal kontrolör uygulamasının yeni duruma göre güncellenmesi şeklinde yapılmıştır. Hata toleranslı kontrolün gerçek anlamda yapılabilmesi için hatanın çevrim içi tespit edilebilmesi, yani sistem tanılama prosedürünün araç seyir halindeyken yapılabiliyor olması gerekir. Aynı zamanda kontrol mimarisinin de değişen durumlara göre gürbüzlük sağlayabilecek şekilde esnek ve güncellenebilir şekilde tasarlanması önemlidir.

KAYNAKLAR

Allen, B. W. (2000). Propulsion System Performance Enhancements on REMUS AUVs. *IEEE Oceans 2000 Proceedings*, (s. 1869-1873).

Brutzman, D. P. (1994, Aralık). A Virtual World for an Autonomous Underwater Vehicle. Monterey, California: Naval Post Graduate School.

Caglayan, A. K., Rahnamai, K., & Allen, S. M. (1988). Detection, identification and estimation of surface/actuator failure for high performance aircraft. *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, (s. 2206-2212). Atlanta, GA.

Drozeski, G. R. (2005, Aralık). A Fault-Tolerant Control Architecture for Unmanned Aerial Vehicles. Georgia Institute of Technology.

Feldman, J. (1979). *DTNSRDC Revised Standard Submarine Equations of Motion, technical report DTNSRDC/SPD-0393-09.* Bethesda Maryland: David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center (DTNSRDC).

Ferreira, B., Matos, A., & Cruz, N. (tarih yok). *Fault Tolerant Depth Control of the MARES AUV.* Porto: INESC Porto and University of Porto.

Fossen, T. I. (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles.* John Whiley & Sons Ltd.

Frank, P. M., & Ding, X. (1997). Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Process Control 7(6)*, 403–424.

Gertler, M. H. (1967). *Standart equations of motionfor submarine simulations.* NSRDC Report No. 2510.

Healey, A. J., & Good, M. R. (1992). The NPS AUVII Autonomous Underwater Vehicle Testbed: Design and Experimental Verification. *Naval Engineers Journal, 104*, 191–202.

Healey, A. J., & Lienard, D. (1993). Multivariable Sliding-Mode Control for Autonomous Diving and Steering of Unmanned Underwater Vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 18, No. 3*, 327-338.

Jategaonkar, R. V. (2006). *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology.* Reston, Va.: AIAA.

Josserand, T. M. (2006). Optimally-Robust Nonlinear Control of a Class of Robotic Underwater Vehicles. Austin, TX: The University of Texas at Austin.

Jun, B. H., Park, J. Y., Lee, F. Y., Lee, P. M., Lee, C. M., Kim, K., . . . Oh, J. (2009). Development of the AUV 'ISiMI' and a Free Running Test in an Ocean Engineering Basin. *Ocean Engineering 36*, 2-14.

Kimber, N. I., & Scrimshaw, K. (tarih yok). *Hydrodynamic Testing of a 3/4 Scale AUTOSUB Model.* Hampshire, UK: Defence Research Agency, Haslar.

Klein, V., & Morelli, E. A. (2006). *Aircraft System Identification Theory and Practice.* Reston, VA.: AIAA.

Lewis, E. V. (1989). *Principles of Naval Architecture (2nd Revision), Volume III - Motions in Waves and Controllability.* Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME).

National Marine Facilities. (2012, Mayıs). National Oceanography Centre, Southampton: http://www.noc.soton.ac.uk/nmf/usl_index.php adresinden alınmıştır

Prestero, T. (2001, Eylül). Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle. Massachusetts Institute of Technology.

REMUS AUVs. (2012, Mayıs). REMUS Autonomous underwater vehicles - Kongsberg Maritime: http://www.km.kongsberg.com/ks/web/nokbg0240.nsf/AllWeb/D5682F98CBFBC05AC1257497002976E4?OpenDocument adresinden alınmıştır

Smith, D. J. (2001). *Reliability, Maintainability, and Risk: Practical Methods for Engineers.* Boston, MA: Butterworth-Heinemann.

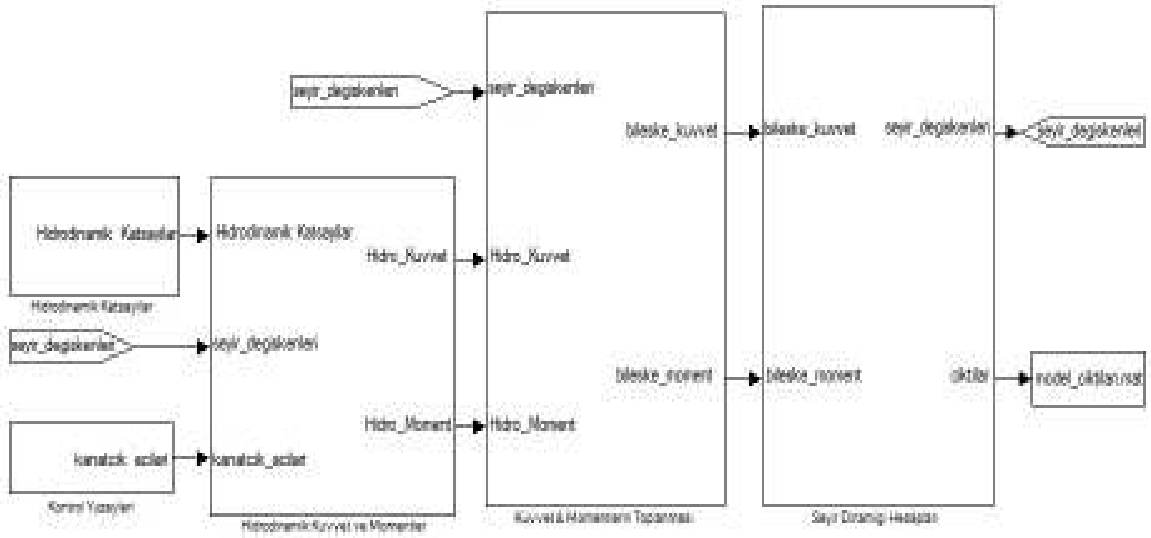
SNAME - Society for Naval Architects and Marine Engineers. (1964). Nomenclature For Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid. *Society for Naval Architects and Marine Engineers Technical and Research Bulletin, No. 1-5.*

Triantafyllou, M. S., & Hover, F. S. (2002). *Maneuvering and control of marine vehicles, Technical report.* Massachussets Institute of Technology.

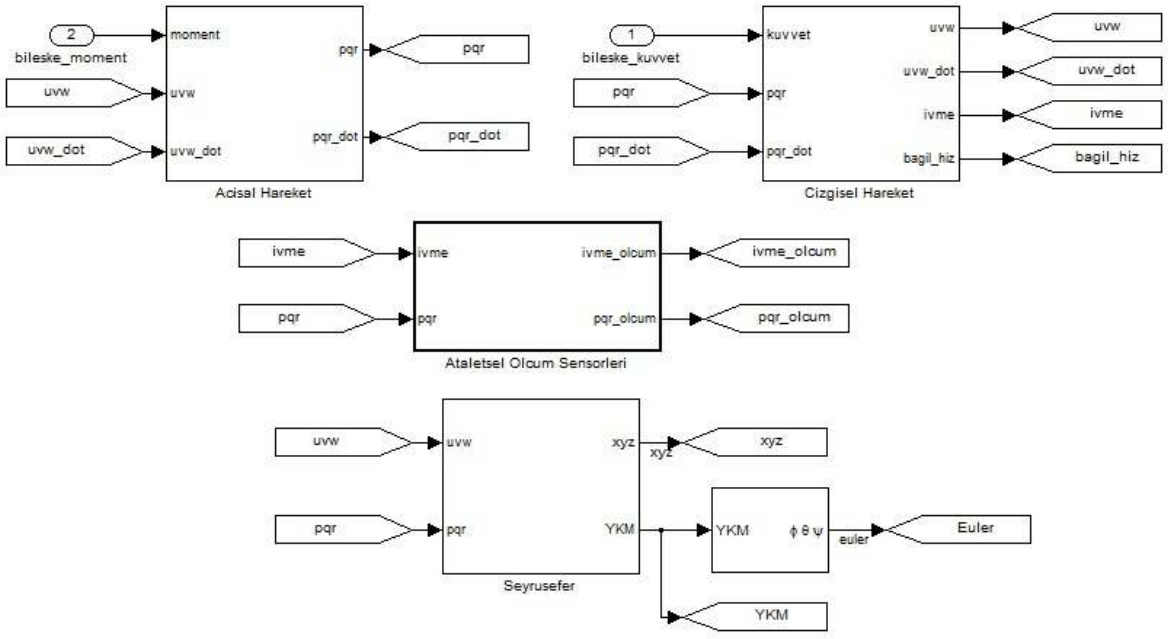
Wu, N. E., Zhang, Y., & Zhou, K. (2000). Detection, estimation, and accommodation of loss of control effectiveness. *Internation Journal of Adaptive Control and Signal Processing(14)*, 775-795.

EKLER

EK A: Simulink Modelleri



Şekil A. 1 İSA benzetim modeli SIMULINK blokları.



Şekil A. 2 Seyir Dinamiği Hesapları bloğu.

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Emre ÜNEY

Doğum Yeri ve Tarihi: Ankara – 22.03.1983

Adres: Doğa Sk. Doğakent Sit. A1 Blok D:1 Ulus - İstanbul

E-Posta: emreuney@gmx.net

Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi Uzay Mühendisliği Bölümü

Mesleki Deneyim ve Ödüller: Roketsan Roket San. Ve Tic. AŞ.

Sistem Tasarım ve Entegrasyon Müh. (2009 - …)