İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

A4 UÇAĞI İÇİN GELİŞTİRİLMİŞ OTOPİLOT TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İbrahim Can KARAGÖZ

Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı

Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı

EYLÜL 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

A4 UÇAĞI İÇİN GELİŞTİRİLMİŞ OTOPİLOT TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İbrahim Can KARAGÖZ
(511101135)

Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı

Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Elbrus CAFEROV

EYLÜL 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 511101135 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **İbrahim Can KARAGÖZ** ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"A4 UÇAĞI İÇİN GELİŞTİRİLMİŞ OTOPİLOT TASARIMI"** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Prof. Dr. Elbrus CAFEROV** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Yrd Doç. Dr. Turgut Berat KARYOT** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Yrd Doç. Dr.Erdinç ALTUĞ İstanbul Teknik Üniversitesi	.....

Teslim Tarihi : **01 Ağustos 2012**
Savunma Tarihi : **12 Eylül 2012**

Anneme,

ÖNSÖZ

Tecrübeleri ile ufkumu genişleten, yönlendirmeleri sayesinde tezin oluşmasını sağlayan danışman hocam Prof. Dr. Elbrous CAFEROV'a çok teşekkür ederim. Bana, çalışmalarımı kendim yönlendirme yetisini ve cesaretini kazandırdığı için ayrıca teşekkürlerimi sunarım.

Ağustos 2012 İbrahim Can Karagöz

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ……vii
İÇİNDEKİLER ……ix
KISALTMALAR……..xi
ÇİZELGE LİSTESİ……...xiii
ŞEKİL LİSTESİ ……..xv
ÖZET……..xvii
SUMMARY……xix

1. GİRİŞ……1
1.1 Literatür Araştırması……....1
2. HAREKET DENKLEMLERİNİN İNCELENMESİ…….……3
2.1 Doğrusal Olmayan Hareket Denklemleri……3
2.1.1 Aerodinamik momentler ve kuvvetler……5
2.1.2 Uçuş kondisyonu……..6
2.1.3 İtki sistemi……7
2.1.4 Eyleyici limitleri……...7
2.2 Doğrusallaştırılmış Denklemler……8
2.2.1 Kararlılık türevleri……10
2.2.2 Durum uzayı gösterimi……10
2.2.2.1 Uzunlamasına hareket……11
2.2.2.2 Yanlamasına hareket……...11
2.2.3 Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi……13
2.2.3.1 Uzunlamasına hareketin transfer fonksiyonları……13
2.2.3.2 Yanlamasına hareketin transfer fonksiyonları……...15
2.3 Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Denklemlerin Çözümünün Karşılaştırması.18
3. KLASİK KONTROL TEORİSİ……..……23
3.1 PID Kontrolcü Tasarımı……23
3.1.1 Uzunlamasına hareket……..24
3.1.2 Yanlamasına hareket……...27
3.2 Bozuntuya Karşı Sistem Cevabı……..29
3.3 İç Çevrim-Dış Çevrim……..30
3.3.1 Uzunlamasına hareket……30
3.3.2 Yanlamasına hareket……..33
4. MODERN KONTROL TEORİSİ……..……37
4.1 Kontrol Edilebilirlik Ve Gözlemlenebilirlik……...37
4.2 Bir Durum Uzayından Kontrol Edilebilir Forma Geçiş……40
4.3 Gözlemleyici Tasarımı……...42
4.3.1 Uzunlamasına hareket için gözlemleyici tasarımı……..43
4.3.2 Yanlamasına hareket için gözlemleyici tasarımı……44
4.4 LTI Sistemlerin Kararlaştırılması……45
4.5 Durum Geri Besleme……...47
4.5.1 Uzunlamasına hareket……..48

4.5.2 Yanlamasına hareket……..……49
5. RİCCATİ DENKLEMİ ÇÖZÜMÜ……..…..……...……51
5.1 Riccati Denklemi Çözüm Teorisi…….……..……...……..51
5.2 Riccati Denklemi İçin Bazı Kurallar Ve Uygulaması……..……...52
5.2.1 Uzunlamasına hareket……..……...……...53
5.2.2 Yanlamasına hareket……...……...55
6. DAYANIKLI ANALİZ YÖNTEMLERİ…….....57
6.1 Dayanıklı Kararlılık Analizi…….....57
6.2 Dayanıklı PID Kontrolcü Tasarımı……..……..…….....59
6.3 Kayma Kipli Kontrolcü Tasarımı……..……..……63
6.3.1 Sistem tanımlaması ve formülasyon……...…….……63
7. SONUÇ VE ÖNERİLER…….69
KAYNAKLAR…….71
EKLER…….75
ÖZGEÇMİŞ. ……...……...……..…….……..79

KISALTMALAR

U,V,W	: Hız bileşenleri. m/s
u,v,w	: U,V,W değişim hızları. m/s
P,Q,R	:Açısal hız bileşenleri. rad/s
p,q,r	:P,Q,R değişim oranları
L,M,N	:Aerodinamik momentler. N.m
X,Y,Z	:Aerodinamik kuvvetler. N
T	:İtki kuvveti. N
Φ,Θ,Ψ	:Euler açıları . rad
ϕ,Θ,ψ	:Euler açıları değişimi. rad/s
β	:Yana kayma açısı rad-derece
α	: Hücum açısı rad-derece
δ_T	:İtki girişi
δ_e	:Elevatör girişi
δ_a	:Aileron girişi
δ_r	:Rudder girişi
g	:Yerçekimi ivmesi. m/s^2
$\overline{q}$	:Dinamik basınç
$I_{xx},I_{yy},I_{zz},I_{xz}$	:Atalet momentleri
S	:Kanat alanı. m^2
$\overline{c}$	:Veter boyu. m
b	:Kanat açıklığı. m
AR	:Açıklık oranı
O_c	:Kontrol edilebilirlik matrisi
O_o	:Gözlemlenebilirlik matrisi
LTI	:Doğrusal zaman değişkenli
LQR	:Doğrusal kuadratik regülatör
PID	:Oransal, integral, türevsel kontrolcü
ω_n	:Doğal frekans
ζ	:Sönümlenme oranı

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Başlangıç uçuş kondisyonu ve kanat boyutları……..7
Çizelge 2.2 : Eyleyici Limitleri……...7
Çizelge 2.3 : Uzunlamasına hareketin A sistem matrisi elemanları……..10
Çizelge 2.4 : Uzunlamasına hareketin B kontrol matrisi elemanları…….10
Çizelge 2.5 : Yanlamasına hareketin A sistem matrisi elemanları……10
Çizelge 2.6 : Yanlamasına hareketin B kontrol matrisi elemanları……...10
Çizelge 3.1 : Uzunlamasına PID katsayıları……..24
Çizelge 3.2 : Elevatör PID katsayıları……... 25
Çizelge 3.3 : İtki PID katsayıları……26
Çizelge 3.4 : İdeal PID katsayıları…….27
Çizelge 3.5 : Yanlamasına hareket ideal PID katsayıları……...28
Çizelge 6.1 : Dayanıklı PID kontrolcü katsayıları……..62
Çizelge 6.2 : Kayma kipli kontrolcü tasarım değerleri…….…….....67
Çizelge 7.1 : Kontrolcü tasarımları karşılaştırması…..……..69
Çizelge A.1 : Yükseklik değişkenli hava kondisyonu……77

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Uzunlamasına hareket birim basamak cevabı……..…….15
Şekil 2.2 : Yanlamasına hareket birim basamak cevabı……17
Şekil 2.3 : -1^o elevatör girişine karşılık iki denklem takımının çözümü……19
Şekil 2.4 : -5^o lik elevatör girişine karşılık iki denklem takımının çözümü……...19
Şekil 2.5 : Doğrusal olmayan hareket çözüm karşılaştırması……20
Şekil 2.6 : Doğrusal olmayan hareket çözüm karşılaştırması……20
Şekil 2.7 : Doğrusal olmayan denklemler için geliştirilmiş simulink diyagramı…...21
Şekil 3.1 : Uzunlamasına PID kontrolcü şeması……24
Şekil 3.2 : Uzunlamasına PID kontrolcü cevabı……24
Şekil 3.3 : PID elevatör girişine karşılık cevap……..25
Şekil 3.4 : PID elevatör girişi……25
Şekil 3.5 : Uzunlamasına harekette PID katsayıları etkisi……26
Şekil 3.6 : PID katsayılarının itki girişine etkisi……26
Şekil 3.7 : PID kontrolcü durum değişkenleri cevabı……27
Şekil 3.8 : Yanlamasına hareket PID kontrolcü şeması……27
Şekil 3.9 : Yanlamasına hareket PID durum değişkenleri cevabı……..28
Şekil 3.10 : Aileron ve rudder girişi……...28
Şekil 3.11 : PID kontrolcüye bozuntu etkisi ……..29
Şekil 3.12 : Yunuslama oranı sönümleyici blok diyagramı……...30
Şekil 3.13 : Servolu sistemin kök yer değiştirme eğrisi…….....31
Şekil 3.14 : Yunuslama açısı için iç çevrim-dış çevrim kontrolcü şeması……31
Şekil 3.15 : İleri besleme K_t katsayısı seçimi için kök yer değiştirme eğrisi…….32
Şekil 3.16 : İç çevrim-dış çevrim uzunlamasına hareket kontrol şeması……...32
Şekil 3.17 : İç çevrim-dış çevrim referans giriş cevabı…….....33
Şekil 3.18 : Sapma oranı sönümleyici blok diyagramı…….....33
Şekil 3.19 : K_r geri besleme katsayısı seçimi için kök yer değiştirme eğrisi…….34
Şekil 3.20 : İç çevrim-dış çevrim yanlamasına hareket kontrol şeması…….35
Şekil 3.21 : İç çevrim-dış çevrim yanlamasına hareket referans giriş cevabı……35
Şekil 4.1 : Kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirliği açıklayıcı blok diyagramı….37
Şekil 4.2 : Uzunlamasına hareketin gözlemleyici şeması……..43
Şekil 4.3 : Uzunlamasına hareket birim basamak giriş cevabı……...44
Şekil 4.4 : Uzunlamasına hareket gözlemleyici hatası……...44
Şekil 4.5 : Yanlamasına hareketin gözlemleyici şeması……45
Şekil 4.6 : Yanlamasına hareket gözlemleyici hatası……45
Şekil 4.7 : Temel hali ile durum geri besleme kontrolcü şeması……46
Şekil 4.8 : Uzunlamasına hareketin durum geri besleme kontrolcü şeması……...48
Şekil 4.9 : Uzunlamasına hareketin durum geri besleme ile sistem cevabı……49
Şekil 4.10 : Yanlamasına hareketin durum geri besleme ile sistem cevabı……..50
Şekil 5.1 : Riccati denklemi çözümü ile durum geri besleme kontrolcü şeması……54
Şekil 5.2 : Riccati denkleminin çözümünün sistem çıkışı ve kontrolcü girişi cevapları……..……55

Şekil 5.3 : Yanlamasına hareketin riccati denklem çözümü kontrolcü şeması……..55
Şekil 5.4 : Riccati denkleminin çözümünün yanlamasına hareket sistem çıkışı……56
Şekil 6.1 : Kararlılık türevlerinin kök eğrisi üzerine etkisi……58
Şekil 6.2 : Uzun periyod köklerin yer değişimi…….58
Şekil 6.3 : X_u kararlılık türevinin ani değişiminin sistem cevabına etkisi…….59
Şekil 6.4 : Dayanıklı PID kontrolcü şeması……...59
Şekil 6.5 : Elevatör-yunuslama açısı bode diyagramı……60
Şekil 6.6 : İndirgenmiş sistemin nominal sistem ile bode diyagramı karşılaştırması……...……..…60
Şekil 6.7 : İndirgenmiş ve nominal sistem birim basamak cevabı karşılaştırması……..…….……...61
Şekil 6.8 : Ayrıntılı dayanıklı PID kontrolcü şeması…….63
Şekil 6.9 : Nominal ve %50 belirsiz sistemlerin yunuslama açısı cevabı……..63
Şekil 6.11 : Durum geri beslemeli kayma kipli kontrolcü şeması…….…...67
Şekil 6.12 : Referans girişe karşılık sistem cevabı ve kontrol girişi.....68
Şekil 6.13 : Kayma kipli kontrolcü olmaksızın sistem cevabı ve bozuntu girişi…...68
Şekil 6.14 : Durum değişkenleri ve kayma kipi…….68
Şekil A.1 : Karalılık türevleri mach sayısı değişim grafikleri……77

A4 UÇAĞI İÇİN GELİŞTİRİLMİŞ OTOPİLOT TASARIMI

ÖZET

İnsansız savaş uçaklarının görev zorunlulukları ve ihtiyaçları nedeniyle hareket manevralarının planlanması ve otonomlaştırılması zorunlu bir hal almıştır. Bu amaçla, çalışmada insansız savaş uçaklarının hareket manevralarının aktüatör girişleri ile etkileşimi incelenmiş, hareket modlarının bu eyleyici girişleri ile kontrol edilebilmesi için PID, LQR, kök yerleştirme ve iç-dış çevrim kontrolcüleri tasarlanmış, uçuşta karşılaşılabilecek bozuntuların giderilmesine çalışılmış ve uçuşun otonomlaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaçlara yönelik olarak, uçak doğrusal ve doğrusal olmayan hareket denklemleri geliştirilmiş, her iki tip hareket denklemi için eyleyicilerin uçak durum değişkenlerine etkisi gözlemlenmiştir. Bu gözlemlerden hareketle, öngörüldüğü gibi, doğrusal olmayan hareket denklemlerinden belirli varsayımlar ile türetilen doğrusal durum denklemlerinin belirli bir hataya sebebiyet verdiği belirlenmiş ve bu hata miktarı ortaya konulmuştur. Çalışmanın devamında, uzunlamasına ve yanlamasına hareket için LQR, PID ve iç-dış çevrim, durum geri besleme kontrolcüleri ile referans girişe karşılık gelen cevap gözlenmiş, karşılaştırılmış ve gerekli eyleyici girişleri, maksimum ve minimum limitleri göz önüne alınmış ve uçuş otonomlaştırılmıştır.

Bu bölüme kadar uçuşun belirli bir kondisyonda gerçekleştirildiği varsayımı ile hareket edilmiştir. Gerçekleştirilen tasarımlar da nominal ölçütlerde düşünülmüştür. Ancak uçak kararlılık türevlerinin uçuş kondisyonuna bağlı olarak değiştiği bilinmektedir. Gerçekleştirilen simülasyonlarla da bu kararlılık türevlerinin uçağı kararsızlaştırabilecek etkilerde bulunabileceği gözlemlenmiştir. Buradan hareketle dayanıklı (robust) bir kontrolcü tasarımı gereksinimi saptanmıştır. Kayma kipli kontrolcü ve dayanıklı PID kontrolcü tasarımları gerçekleştirilmiştir. Bu tasarımların parametrik belirsizliklere ve bozuntulara rağmen kararlı davranış sergilediği görülmüştür.

AUTOPILOT DESIGN FOR A4 AIRCRAFT

SUMMARY

In the last decades, making unmanned air vehicle autonomous has gained highly importance in the point of controlling flight modes especially for fighter aircrafts. From this point, observing and developing of flight maneuver abilities necessity have emerged. On the other hand, precision and effectiveness of developed techniques is very important. In this regard, response of flight modes to actuator inputs for both non-linear and linearized flight equations is a valuable research subject which is worked on in the thesis. The validity of linearized equations is discussed and presented the area which can be accepted to lead these linearized equations.

Other important subject is to achieve maneuver abilities in the form of desired input. Controller design which would provide possible maneuver tasks to the fighter aircrafts on the time of mission is an inevitable necessity. The purpose of maneuver planning and making autonomous unmanned combat air vehicles (UCAV's) because of flight missions and requirements is in dense in the thesis.

All the referred tasks cause some analysis on the field of control engineering. Effects of actuator inputs on flight modes of UCAV's have been examined and designed PID, Inner loop-Outer loop, Pole Placement and LQR controller techniques. For this sequence, at the beginning, aircraft's six degree of freedom non-linear dynamic equations have been created. Once non-linear equations, the linearized model is derived from non-linear equations with some assumptions. Defined actuator inputs have effects on state variable of the aircraft. Both non-linear and linear equations bring solution to actuator inputs. From the simulations results, although the same reference input manage the system, linear equations lead some error for the certain flight conditions. On the next step, linearized model is divided by two separated flight which named longitudinal and lateral flights. With the control designs PID, Inner loop-Outer loop, Pole Placement and LQR, response to reference input (desired output) is obtained for the both longitudinal and lateral flights with the allowance of physical limits of actuator mechanisms. Linear model is said to be derived by some assumption. These assumptions include constant stability derivative. But in real flight, stability derivatives are variable parameters and change of at least one state variable would change other derivative values. This fact requires robust stability analysis within the limits of stability derivatives and a robust controller design is an obligation to guarantee stability of aircraft.

Main forces which have effects on flight dynamics are classified as aerodynamic forces, thrust force and aircraft weight. By taking consideration of these forces and with the regard of Newton law, we obtain six degree of freedom non-linear equations of aircraft. From this point for the linearization purpose of equations, state variables are classified into longitudinal and lateral flight. So, effects of state variables on each

others are cancel out and two separated flights are proceeded. The other assumption is that flight is around a certain trim point and deviations from trim point are not that important to change flight condition and stability derivatives. The other assumption is separating elevator and thrust effects as longitudinal flight inputs and aileron and rudder effects as lateral flight inputs. This means that both linearized systems have multiple inputs. Subsequent assumption is to set beginning rotational rates to zero. So pitch, roll and yaw rates are zero origins. Additionally, roll and yaw angle are zeros as well. Further assumption is the small degree and high perturbations.

With all the assumption and defined flight conditions linear model has constructed. The work should be done after that step is to carry out the linear equations to state space model. The aim of this model is to construct a first order differential equation with A system matrix, B input matrix, C output matrix and D feed through matrix. The state space model will help to transition to transfer functions of input-to-output with the Cramer rule and ease the simulation modeling. System variables are chosen among the energy absorbing variables. After eigenvalue investigation and simulation results, it is decided that, in longitudinal flight, all the poles are at the left side of s-plane, so system is stable but there are two poles very close to origin which are needed to be damped faster. 1 degree deflection of elevator input is observed and its causes are negative pitch moment and increment in speed for the steady flight. Thrust increment causes augmentation for speed in short term but in long term its effect is pitch up moment. Simulation results have proved that the aircraft has short term and long term oscillation which must be controlled. In lateral flight 4 roots represent 3 different flight modes. 2 complex conjugate roots represent dutch-roll mode which is defined by the action both rolling and yawing modes, third root represents rolling mode and finally fourth root represents spiral mode. Aileron deflection changes lift forces of two wings in different directions and generate roll moment and additionally it has yawing moment contribution. So dutch-roll mode appears by the side effects. Rudder deflection causes mostly yawing moment but also generates roll moment because of the location of the rudder. The results from analysis and simulations are the needs of a controller design for the stabilization of unstable modes and fast response.
Governing the non-linear equations is quite different apart from the linear one. Since the change in control surfaces and state variable situations would change the stability derivative, system may be destabilized. Stability derivatives are defined as functions of high and mach number, so a more complex stability analysis will be required.

Comparison of non-linear and linear equations solution includes some basic methods. One is to keep the control surfaces deflected quite short time and small values. By this way stability derivatives will not change highly and response will be very close to linear solution. The other one is the contrarily deflection and response will be very different. This kind of solution would show the validity limits of linear solution.

Controller need has been fulfilled by different methods. For the constant parameters using linear model optimal control, modern control and a control theory which is common in aeronautic field named inner loop-outer loop control have been conducted. Linear model which has variable stability derivatives need robust control. Robust stability analysis is also worked on.

PID controller which is frequently used for the dynamical systems control and has a wide application area is known its easy design and proper response to systems needs. Direct output feedback and calculated or estimated proportional, integral and derivative constants are sufficient simulation requirements to design this system.

Inner loop-outer loop controller is a little bit more complicated than PID controller. Manipulation of longitudinal flight modes with inner loop-outer loop controller design, two flight's modes will be examined as SISO systems and defined feedback and feed-forward constants. After stabilization the modes system will be converted to MIMO system and output states will be stable and equal to reference input. For the pitch angle, firstly pitch rate is defined as output state. Gyroscope coefficient can be sought by observing root locus as elevator to be input. Pitch rate is now stabilized, next step would be seeking feedback constant of outer loop which will converge the pitch angle to reference input.

Loop for speed is provided by throttle input, feedback function is chosen by derivative and proportional constants and loop is completed. Moreover, a feed-forward amplifier using decrements overshoot and shortens peak and settling time. Inner loop-outer loop design gives satisfactory response for longitudinal flight.

In inner loop-outer loop control design of lateral flight, yaw angle would be tried to be equal to reference input. For this purpose, firstly steady state value of yaw rate would be equal to zero. Nextly, sliding angle would be minimized by feedback of the mode. Lastly, Aileron input is represented as inner and outer loop feedback of yaw and roll rates.
Simulation results shows that such a design worked on achieve to keep pitch angle and speed at desired output. In lateral flight, by inner loop yaw rate is set to zero and by outer loop sliging angle is set to desired output. Additionally, roll rate is set to zero for the stabilization purpose of roll angle. All the required feedback and feed-forward coefficients are found from root locus graphs.

Linear Quadratic Regulator (LQR) is a controller to guarantee asymptotic stability. Riccati equation solution would define state feedback matrix. In order to find proper feedback matrix which provide asymptotic stability some rules must be followed like choice of Q and R matrix. The choice of Q and R matrices would directly affect output matrices, so weight of every element of these matrices should be carefully examined.

Pole placement technique is a subject of modern control theory which require to be fully controllable and observable systems to apply the theory. In the case of unobservable system, control system needs an observer to estimate unmeasurable modes of flight. The main purpose of this design is to place the roots to desired points at the s-plane by using state feedback to the input device. That is why all the states need to be known or estimated. In the case of observer use, observer dynamics must be faster than aircraft dynamics, in other words observer roots must be placed to the left side of system roots to estimate the state variables faster than the dynamic system.

Until this part of the thesis, it is assumed that the flight is operated in a certain condition. The realized desings is thought in nominal cases. But, it is a fact that stability derivatives are changeable depending on flight condition. Simulations that are presented is showing that these stability derivatives can destabilize the aircraft. The lack of stability forces us to the design of a robust controller. Subsequently, sliding mode controller and robust PID controller designs are realized. Although parameter uncertainties and disturbances, the aircraft behaves as a stable characteristic.

1. GİRİŞ

Günümüzde insansız hava araçlarının otonomlaştırılıp, hareket modlarının kontrolü uçuş yörüngesinin planlanması açısından özellikle savaş uçakları için önem kazanmıştır. Bu açıdan uçuş manevra kabiliyetlerini inceleme ve geliştirme gerekliliği doğmuştur. Aynı zamanda, geliştirilen tekniklerin geçerliliği ve doğruluğu çok büyük önem arz etmektedir. Bu bakımdan, uçağın doğrusallaştırılmış hareket denklemleri ile uçağın eyleyici girişlerine tepkisinde doğruluğunun incelenmesi önemli bir çalışma konusu olmaktadır. Çalışmada doğrusallaştırılmış denklemlerin geçerliliği tartışılmış ve geçerli kabul edilebileceği alan zarfi sunulmuştur.

Diğer önemli husus ise manevraların istenilen şekilde gerçekleştirilmesi konusudur. İnsansız savaş uçaklarına görev anında muhtemel manevra kabiliyetini sağlayacak kontrolcü tasarımı kaçınılmaz bir zorunluluktur. Çalışmada bu zorunluluklar saptanmış ve çözüm önerileri getirilmiştir.

1.1. Literatür Araştırması

Kontrol teorisi uzun yıllardan beri çalışılan, üzerine çok sayıda makale, kitap ve benzeri yayınlar çıkarılmış bir konudur. Bu çalışmalar sivil ve askeri havacılıkta kullanılıp, bu endüstrinin büyümesinde önemli rol oynamıştır. Geniş bir uygulama alanına sahip bu konu, akışkan, pnömatik, hidrolik, termal, elektronik, mekanik sistemler üzerinde, çeşitli kitaplarda incelenmiştir [1,2,3]. Genel içerikli ve temel konuları kapsayan bu yayınlar doğrusal kontrol üzerine sorunlarda danışılacak öncelikli yayınlardır. Aynı zamanda, bu tezin büyük oranda içeriğini kapsayan, hava ve uzay araçlarının dinamik modellerinin geliştirildiği ve doğrusal hareket denklemleri üzerinden kontrolcü tasarımları geliştiren kitaplar da danışılan kitaplar arasından sıkça kullanılmıştır [4,5,6,7,8,9]. Bu kitapların, ulusal veya uluslararası konferans yayınlarında, makalelerde ve ders notları oluşturmada sıkça kullanıldığı görülmektedir. Klasik ve modern kontrol tekniklerin kullanılıp, hava aracının

başlangıç koşulunda bulunduğu şartlar gözetilerek kontrolcü tasarımları gerçekleştirilmiştir. Örneklerin çok büyük oranında nominal sistem ele alınıp değerlendirilmiştir. Aynı şekilde bu konular hakkında yüksek lisans tezleri de çokça sayıda bulunmaktadır[10,11,12,13,14]. Bu tez çalışmalarını da bu kategori içerisine koyabiliriz. Doğrusal ve doğrusal olmayan hareket denklemlerinin modellendiği bu çalışmalarda her bir yazar farklı tiplerde kontrolcüler sunup bunların uygulanabilirliğini simülasyonlar ile göstermişlerdir. Kontrolcü tipleri genel olarak PID, optimal kontrol, uyarlamalı (adaptif) kontrol, bulanık mantık, dayanıklı (gürbüz) kontrol olarak yoğunlaşmıştır. Bu çalışmadaki amaç ise, kapsamlı bir çalışma ile birçok kontrolcü konusunda kaynak oluşturmaktır. Doğrusal kontrol konusunda bunun başarımı gerçekleştirilmiştir, aynı zamanda, çok geniş ve hakkında çok sayıda yayın olan, farklı tekniklerin kullanıldığı dayanıklı kontrolcü konusunda iki tip kontrolcü üretilmiştir. Bunlar dayanıklı PID kontrolcü[15,16] ve kayma kipli kontrolcülerdir (SMC). SMC konusu 1970li yıllarda çoğunlukla Rus bilim adamlarının (Utkin) katkıları ile çıkarılmış ve genişletilmiştir. Tez danışman hocam Elbrous Caferov'un da SMC'nün öncülerinden olup, yenilikçi ve çok fazla sayıda makaleye sahip olduğunu da gururla belirtebiliriz. Son yıllarda en çok tercih edilen kontrolcünün dayanıklı, değişken yapılı kontrolcü (VSC), özellikle yüksek dereceli SMC'lerin yüksek lisans ve doktora tezlerinde [17,18] olduğu görülür. Bu kontrolcülerin titreşim kontrolü için de kullanıldığı görülmüştür [19,20]. SMC yayınlarının birçoğunda doğrusal nominal kısmın kontrolü için yaygın olarak Riccati denklemi, kök yerleştirme (pole placement) gibi metodlar kullanılmıştır [19,21,22,23,24]. Zaman ertelemeli ve doğrusal olmayan modeller için SMC tasarımları [20,25,26,27] ve parametrik belirsizlik üzerine incelenen kaynaklar [28,29] bu konuda gerçek modellemeye en uygun çalışmalardır.

2. HAREKET DENKLEMLERİNİN İNCELENMESİ

2.1 Doğrusal Olmayan Hareket Denklemleri

Uçak dinamiğine etki eden kuvvetler temel olarak aerodinamik kuvvetler, itki kuvveti ve uçak ağırlığı olarak gösterilir. Bu üç temel kuvvet göz önüne alınıp Newton kanununa göre denklemler yerleştirildiğinde uçağın 6 serbestlik dereceli doğrusal olmayan denklemlerini elde etmiş oluruz[4,5,6,8,11,14,18]. Uçağın kuvvet denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} X + T - mg\sin(\theta) &= m(\dot{U}+QW-RV) \\ Y + mg\cos(\theta)\sin(\phi) &= m(\dot{V}+RU-PW) \\ Z + mg\cos(\theta)\cos(\phi) &= m(\dot{W}+PV-QU) \end{aligned} \quad \textbf{(2.1)}$$

Uçak eksen takımında tanımlı X,Y ve Z doğrultularındaki kuvvetlerin denklemlerini yazarken uçağın o yönündeki ağırlık vektörü ve ivmelenmesinden doğan kuvvetler dikkate alınır. İtki kuvvetinin gövde referans çizgisine (fuselage reference line) paralel olup, sadece X doğrultusunda etki ettiği varsayılmıştır. Uçak ağırlık vektörü, uçağın yunuslama ve yuvarlanma açısından kaynaklı olarak değişmektedir. Üç farklı eksene göre yazılan denklemlerden uçağın bu yönlerdeki ivmelenme değeri denklemin solunda yalnız bırakılırsa yönlemsel ivmeler bulunmuş olur.

$$\begin{aligned} \dot{U} &= RV - QW - g\sin(\theta) + (X+T)/m \\ \dot{V} &= PW - RU + g\sin(\phi)\cos(\theta) + Y/m \\ \dot{W} &= QU - PV + g\cos(\phi)\cos(\theta) + Z/m \end{aligned} \quad \textbf{(2.2)}$$

Uçağın X,Y ve Z etrafındaki moment denklemleri ataletsel ve moment değerleri cinsinden aşağıdaki denklemlerle verilmiştir.

$$L = I_x\dot{P} - I_{xz}\dot{R} + QR(I_z - I_y) - I_{xz}PQ$$
$$M = I_y\dot{Q} - RP(I_x - I_z) + I_{xz}(P^2 - R^2) \quad \textbf{(2.3)}$$
$$N = I_z\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_y - I_x) + I_{xz}QR$$

X,Y ve Z eksenleri etrafında oluşan momentlerin euler açıları ifadesiyle belirlenmesi:

$$P=\dot{\phi}-\dot{\psi}s(\theta)$$
$$Q=\dot{\theta}c(\phi)+\dot{\psi}c(\theta)s(\phi) \quad \textbf{(2.4)}$$
$$R=\dot{\psi}c(\theta)c(\phi)-\dot{\theta}s(\phi)$$

R1 ve R2 değişkenleri ileride moment türevlerinin çözümünde kullanılmak üzere yazılmıştır.

$$R1 = \frac{1}{I_{xx}}[-QR(I_{zz} - I_{yy}) + PQI_{xz} + L] \quad \textbf{(2.5)}$$
$$R2 = \frac{1}{I_{zz}} = [-PQ(I_{yy} - I_{xx}) - QRI_{xz} + N]$$

X,Y ve Z etrafındaki açısal hızlar aşağıdaki gibi ifade edilir. L,M ve N denklemlerindeki $\dot{P},\dot{Q},\dot{R}$ terimlerinin yalnız bırakılması ve başındaki katsayıya bölünmesi şeklinde bulunur.

$$\dot{P} = \frac{R1 + R2\frac{I_{xz}}{I_{xx}}}{1 - \frac{I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz}}}$$
$$\dot{Q} = \frac{1}{I_{yy}}[PR(I_{zz} - I_{xx}) - (P^2 - R^2)I_{xz} + M] \quad \textbf{(2.6)}$$
$$\dot{R} = \frac{R2 + R1\frac{I_{xz}}{I_{xx}}}{1 - \frac{I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz}}}$$

Euler açılarının türevlerinin tanımı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\dot{\phi} = P + [Qs(\phi) + Rc(\phi)]\tan(\theta)$$
$$\dot{\theta} = Qc(\phi) - Rs(\phi) \quad \textbf{(2.7)}$$
$$\dot{\psi} = [Qs(\phi) + Rc(\phi)]\sec(\theta)$$

Uçağın konum bilgileri aşağıdaki hesaplamalar yardımı ile bulunur. Bu hesaplamada uçağın hız bileşenleri ve eksenleri etrafındaki dönme açıları kullanılmıştır.

$$\begin{aligned}
&\dot{x} = Uc(\theta)c(\phi) + V[\mathrm{s}(\phi)\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi)\text{-}\mathrm{c}(\phi)\mathrm{s}(\psi)]+\mathrm{W}[\mathrm{c}(\phi)\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi)+\mathrm{s}(\phi)\mathrm{s}(\psi)] \\
&\dot{\mathrm{y}} = \mathrm{U}c(\theta)s(\phi) + V[\mathrm{s}(\phi)\mathrm{s}(\theta)\mathrm{s}(\psi)+\mathrm{c}(\phi)\mathrm{c}(\psi)]+\mathrm{W}[\mathrm{c}(\phi)\mathrm{s}(\theta)\mathrm{s}(\psi)\text{-}\mathrm{s}(\phi)\mathrm{c}(\psi)] \\
&\dot{\mathrm{z}} = \text{-}\mathrm{U}s(\theta) + V\mathrm{s}(\phi)\mathrm{c}(\theta)+\mathrm{W}c(\phi)\mathrm{c}(\theta)
\end{aligned} \qquad \textbf{(2.8)}$$

Bu bölümde uçağın kuvvet ve moment denklemlerinden yola çıkarak hız, konum, açısal hız ve açısal konum gibi terimlerin türevleri bulunmuştur. Simülasyon esnasında integratör kutucuğu ile türev teriminden kurtulup kendi değerlerine erişilmiştir.

2.1.1 Aerodinamik kuvvetler ve momentler

Elde edilen 6 serbestlik dereceli denklemlerin temel olarak üç aerodinamik kuvvet, ağırlık kuvveti ve itki kuvvetlerine bağlı olduğu belirtilmişti. İtki kuvvetinin gövde referans eksenine paralel olduğu varsayımı ile tanımlanması ve ağırlık kuvvetinin uçak yönelimine göre belirlenmesiyle birlikte aerodinamik kuvvetlerin ve momentlerin tanımlanması gerekir.

Taşıma ve sürükleme katsayıları aşağıdaki denklemlerle gösterilmiştir[11,14].

$$\begin{aligned}
c_L &= c_{L_0} + c_{L_\alpha}\alpha \\
c_D &= c_{D_0} + kc_L^2
\end{aligned} \qquad \textbf{(2.9)}$$

Taşıma katsayısının sıfır derece hücum açısına bağlı olduğu ve hücum açısı ile değiştiği, sürükleme katsayısının ise parazit sürüklemeye ve indüklenmiş sürüklemeye bağlı olduğu denklemlerle gösterilmiştir.

Uçak eksenleri boyunca ve etrafında oluşan aerodinamik katsayılar aşağıdaki gibi gösterilir[11].

$$\begin{aligned}
c_x &= -c_D\cos(\alpha) + c_L\sin(\alpha) \\
\mathrm{c_y} &= c_{y_\beta}\beta + c_{y_{\dot\beta}}\dot\beta(0{,}5b/V_t) + c_{y_p}P(0.5b/V_t) + c_{y_r}R(0{,}5b/V_t) + c_{y_{\delta_\alpha}}\delta_\alpha + c_{y_{\delta_r}}\delta_r \\
c_z &= -c_L\cos(\alpha) - c_D\sin(\alpha) - c_{L_{\dot\alpha}}\dot\alpha(0.5c/V_t) - c_{L_q}Q(0.5c/V_t) - c_{L_{\delta_e}}\delta_e \\
c_l &= c_{l_\beta}\beta + c_{l_{\dot\beta}}\dot\beta(0.5b/V_t) + c_{L_p}P(0.5b/V_t) + c_{L_r}R(0.5b/V_t) + c_{l_{\delta_\alpha}}\delta_\alpha + c_{l_{\delta_r}}\delta_r \\
\mathrm{c_m} &= c_{m_0} + c_{m_\alpha}\alpha + c_{m_{\dot\alpha}}\dot\alpha(0.5c/V_t) + c_{m_q}Q(0.5c/V_t) + c_{m_{\delta_e}}\delta_e \\
\mathrm{c_n} &= c_{n_\beta}\beta + c_{n_{\dot\beta}}\dot\beta(0.5b/V_t) + c_{n_p}P(0.5b/V_t) + c_{n_r}R(0.5b/V_t) + c_{n_{\delta_\alpha}}\delta_\alpha + c_{n_{\delta_r}}\delta_r
\end{aligned} \qquad \textbf{(2.10)}$$

Anlaşılacağı üzere aerodinamik katsayılar aşağıda gösterilen değişkenler cinsinden tanımlanır.

$$
\begin{aligned}
c_x &= c_x(\alpha, \beta, \delta_e) \\
c_y &= c_y(\alpha, \beta, \delta_r) \\
c_z &= c_z(\alpha, \delta_a, \delta_e) \\
c_l &= c_l(\alpha, \beta, \delta_a, \delta_e) \\
c_m &= c_m(\alpha, \beta, \delta_a, \delta_e) \\
c_n &= c_n(\alpha, \beta, \delta_a, \delta_r)
\end{aligned}
\qquad \textbf{(2.11)}
$$

Aerodinamik katsayılar temel olarak hücum açısı, yana sapma açısı, elevatör, aileron ve rudder girişine bağlı olarak değişir. Bu katsayılara etki eden diğer değişkenler ise uçağın yüksekliğine ve mach sayısını bağlı değişiklik göstermektedir. Bu yüzden uçuş koşullarına göre değişen bu katsayılar anlık olarak hesaplanıp, formülde yerine koyulmalıdır. Ekte bu katsayıların yüksekliğe ve mach sayısına bağlı olarak değişim grafikleri gösterilmiştir.

Elde edilen aerodinamik katsayılar ile uçağa etki eden aerodinamik kuvvetler aşağıdaki gibi gösterilir:

$$
\begin{aligned}
X &= c_x qS \\
Y &= c_y qS \\
Z &= c_z qS
\end{aligned}
\qquad \textbf{(2.12)}
$$

Aerodinamik momentler:

$$
\begin{aligned}
L &= c_l qSb \\
M &= c_m qS\overline{c} \\
N &= c_n qSb
\end{aligned}
\qquad \textbf{(2.13)}
$$

2.1.2 Uçuş kondisyonu

Uçuş kondisyonuna bağlı olarak kararlılık türevlerinin, atalet momentlerinin, hava yoğunluğunun değiştiği bilinmektedir. Buna göre doğrusal olmayan hareket denklemlerinin çözümünde bu değerlerin sürekli olarak hesaplanması gerekmektedir. Bununla birlikte başlangıç uçuş kondisyonunun belirlenmesi gerekmektedir.

Çizelge 2.1 : Başlangıç uçuş kondisyonu ve kanat boyutları[6].

Kütle	m=7973,2 kg	Kanat yüklemesi	W/S=3238,1 kg/(m-s^2)
İrtifa	h=4572 m	İtki yüklemesi	T_{sl}/S=1697,4 kg/(m-s^2)
Hız	U_o=193,2 m/s	Dinamik basınç	q=13810 kg/(m-s^2)
Yunuslama açısı	Θ_o=3,4 derece	Atalet momenti-x	I_{xx}=10969 kg-m^2
Kanat alanı	S=24,155 m^2	Atalet momenti-y	I_{yy}=34980 kg-m^2
Kanat açıklığı	b=8,382 m	Atalet momenti-z	I_{zz}=39590 kg-m^2
Veter boyu	c=3,2918 m	Atalet momenti-xz	I_{xz}=1762,6 kg-m^2

2.1.3 İtki sistemi

A 4-D uçağında itki sistemi olarak bir adet Pratt & Whitney J52-P8A turbojet motoru kullanılmaktadır. Throttle girişi ile itki büyüklüğü kontrol edilecek şekilde modellenip, giriş aralığı 0-1 aralığında tutulmuştur.

Deniz seviyesi itki değeri:

T_{sl}=41000 N

İleriki analizlerde itkinin kuvvetinin gövde referans çizgisine paralel olduğu ve sadece burun aşağı moment oluşturduğu varsayılacaktır.

$$T_x = T_{motor}$$
$$T_y = 0$$
$$T_z = 0$$

2.1.4 Eyleyici limitleri

Bazı fiziksel kısıtlamalardan ötürü eyleyici giriş değerlerinin sınırlandırılması simülasyon esnasında göz önünde bulundurulmalıdır.

Çizelge 2.2 : Eyleyici Limitleri[11].

İtki aralığı	$0 < \delta_i < 1$
Elevatör aralığı	$-25^0 < \delta_e < 25^0$
Rudder aralığı	$-30^0 < \delta_r < 30^0$
Aileron aralığı	$-21.5^0 < \delta_a < 21.5^0$

2.2 Doğrusallaştırılmış Denklemler

Bu bölümde doğrusal olmayan denklemlerden belirli varsayımlar ile doğrusallaştırılan denklemler sunulmuştur. Bu varsayımlar, uçağın belirli bir trim noktasında, belirli uçuş durumu etrafında gerçekleştirilir. Doğrusal denklemler uzunlamasına ve yanlamasına olmak üzere ikiye ayrılmış, iki farklı hareket olarak incelenmiş ve durum değişkenlerinin birbiri üzerindeki etkileri yok edilmiştir. Aynı nedenle eyleyiciler de ayrıştırılıp elevatör ve itki değişimi uzunlamasına hareketin girişleri, aileron ve elevatör ise yanlamasına hareketin girişleri olup, çok giriş çok çıkışlı (MIMO) bir sistem elde edilmiştir.

İlk olarak uçağın başlangıç durumunda açısal hızların sıfır olduğu, yuvarlanma ve sapma açılarının olmadığı varsayılmıştır.

Uçağın başlangıç hızı U_o olarak belirlenmiş ve atmosferik modelin bozuntuya sebebiyet vermediği kabul edilmiştir. Başlangıç durumunda durum değişkenleri şu şekilde belirlenmiştir.

$$X=[U \quad V \quad W \quad P \quad Q \quad R \quad \phi \quad \theta \quad \psi]=[193,24m/s \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 3,4^o \quad 0]$$

Diğer varsayım küçük açı yaklaşımıdır. Şöyle ki, uçağın trim noktası etrafında sadece ufak açısal sapmalar ile hareket ettiği varsayılmıştır. Bu varsayım ile

sin(Θ)=Θ

cos(Θ)=1

kabul edilmiştir. Ancak bu varsayımın belirli açı değerleri için geçerli olduğu bilinmektedir. Bu nedenle ileriki bölümlerde bu hata, doğrusal ve doğrusal olmayan denklemlerinin karşılaştırılmalı çözümünde gösterilmiştir.

Doğrusal olmayan denklemler belirtilen varsayımlar ile düzenlenirse,

Kuvvet denklemleri:

$$\begin{aligned} X &= X_u u + X_w w + \Delta X_c \\ Y &= Y_v v + Y_p p + Y_r r + \Delta Y_c \\ Z &= Z_u u + Z_w w + Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_q q + \Delta Z_c \end{aligned} \qquad \textbf{(2.14)}$$

olarak belirlenir.

Bir sonraki adım uçağın ivme değerlerinin değişiminin aerodinamik kuvvetlere, yer çekimi kuvvetine, euler açılarına ve açısal hızlara bağlı olarak değişimini çözecek denklemleri oluşturmaktır.

İvmelenme değişimleri:

$$\dot{u} = \frac{X}{m} - g\theta\cos(\theta_0)$$
$$\dot{v} = \frac{Y}{m} + g\phi\cos(\theta_0) - U_o r \quad \textbf{(2.15)}$$
$$\dot{w} = \frac{Y}{m} - g\theta\sin(\theta_0) + U_o q$$

olarak belirlenir.

Buna göre doğrusal hızlar

$$U = U_o + u$$
$$V = V_o + v \quad \textbf{(2.16)}$$
$$W = W_o + w$$

denklemleri ile belirlenir.

Açısal ivmelenmeler zaman türevleri:

$$\dot{p} = (I_x I_z - I_{xz}^2)^{-1}(I_z L + I_{xz} N)$$
$$\dot{q} = \frac{\Delta M}{I_y} \quad \textbf{(2.17)}$$
$$\dot{r} = (I_x I_z - I_{xz}^2)^{-1}(I_{xz} L + I_x N)$$

Euler açıları zaman türevleri:

$$\dot{\theta} = q$$
$$\dot{\phi} = p + r\tan(\theta_0) \quad \textbf{(2.18)}$$
$$\dot{\psi} = r\sec(\theta_0)$$

Navigasyon bilgileri zaman türevleri:

$$\dot{x} = u\cos(\theta_0) - U_0\theta\sin(\theta_0) + w\sin(\theta_0)$$
$$\dot{y} = U_0\psi\cos(\theta_0) + v \quad \textbf{(2.19)}$$
$$\dot{z} = -u\sin(\theta_0) - U_0\theta\cos(\theta_0) + w\cos(\theta_0)$$

Aerodinamik momentler:

$$L = L_v v + L_p p + L_r r + \Delta L_c$$
$$M = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_q q + \Delta M_c \quad \textbf{(2.20)}$$
$$N = N_v v + N_p p + N_r r + \Delta N_c$$

olarak bulunup açısal hızların hesabında kullanılır.

Uçağın istenilen durum değişkenleri değerlerine ulaştırılması amacı ile kullanılan kontrol girişleri sırasıyla elevatör, itki, aileron ve rudder olarak belirlenmiştir:

$$c = [\delta_e \quad \delta_T \quad \delta_a \quad \delta_r] \quad \textbf{(2.21)}$$

2.2.1 Kararlılık türevleri

Tablo 1. de belirtilen uçuş kondisyonu için geçerli koşullarda doğrusallaştırılmış denklemler için geçerli olacak kararlılık türevleri uzunlamasına ve yanlamasına hareket için aşağıdaki tablolarla gösterilmiştir[6,31].

Çizelge 2.3 : Uzunlamasına hareketin A sistem matrisi elemanları.

X_u= -0.0127	Z_q=0
X_w= 0.0059	M_u=-0.0013
Z_u= -0.1012	M_w= -0.0656
Z_w= -0.8180	$M_{w'}$= -0.0018
$Z_{w'}$= 0	M_q= -1.0700

Çizelge 2.4 : Uzunlamasına hareketin B kontrol matrisi elemanları.

$X_{\delta e}$=0	$Z_{\delta T}$=0
$X_{\delta T}$=0.0013	$M_{\delta e}$=-19.42
$Z_{\delta e}$=-17.3492	$M_{\delta T}$=1.309x10^{-4}

Çizelge 2.5 : Yanlamasına hareketin A sistem matrisi elemanları.

Y_v= -0.228	L_b= -35
Y_p= 0	N_r= -0.5650
L_v= 0	N_p= 0.0398
L_p= -1.5160	N_b= 18.7300
L_r= 0.8750	N_v=0

Çizelge 2.6 : Yanlamasına hareketin B kontrol matrisi elemanları.

$Y_{\delta a}$= -0.7224	$L_{\delta r}$= 9.9600
$Y_{\delta r}$= 7.6505	$N_{\delta a}$= 0.4780
$L_{\delta a}$= 21.3000	$N_{\delta r}$= -0.5650

2.2.2 Durum uzayı gösterimi

Önceki bölümlerde dinamik bir sistem olan uçağın doğrusal olmayan denklemleri ve bu denklemlerden itibaren yapılan varsayımlarla doğrusal denklemlere geçişi gösterildi. Durum uzayı gösterimi ise uçağın belirli durum değişkenleri seçilerek, sistemin birinci derece diferansiyel bir denklem şeklinde gösterilmesidir. Bu form aşağıdaki gibi kabul edilir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.22}$$

x vektörü uçağın durum değişkenlerini, u vektörü ise kontrol yüzeylerinin sistem girişini göstermektedir.

2.2.2.1 Uzunlamasına hareket

Boylamasına harekette

$$x = [u \quad w \quad q \quad \theta]' \tag{2.23}$$

$$u = [\delta_e \quad \delta_T]' \tag{2.24}$$

Durum değişkenleri ve kontrol girişi yukarıda belirtildiği gibi seçildiği takdirde boylamasına hareket için uçağın durum uzayı gösterimi şu şekilde olmaktadır[8,30]:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g\cos(\theta_0) \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g\sin(\theta_0) \\ M_u + Z_u M_{\dot{w}} & M_w + Z_w M_{\dot{w}} & M_q + U_0 M_{\dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_T} \\ M_{\delta_e} & M_{\delta_T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

A ve B matrislerinin trim noktası etrafındaki kararlılık katsayıları ve belirtilen başlangıç değerleri kullanılarak gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0127 & 0.0059 & 0 & -9.7927 \\ -0.1012 & -0.8180 & 193.24 & -0.5818 \\ -0.0011 & -0.0641 & -1.4225 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0013 \\ -17.3492 & 0 \\ -19.4200 & 1.309\text{x}10^{-4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Uçağın durum değişkenleri yukarıda belirtilen $\dot{x} = ax + bu$ denkleminin çözümü olarak bulunur.

Çıkış değişkenleri ise uçağın sensörler yardımı ile ölçülebilen değişkenlerinin bir kısmı veya tamamı olacak şekilde seçilmelidir. Boylamsal hareketin durum uzayı gösterimi için boyuna hız olan u ve yunuslama açısı olan Θ uçağın çıkış değişkenleri olarak seçilmiştir ve bu değişkenler y matrisini oluşturacaktır.

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

2.2.2.2 Yanlamasına hareket

Yanlamasına hareketin durum değişkeni olarak

$$x = [\beta \quad p \quad r \quad \phi]' \tag{2.28}$$

Yana kayma açısı, yuvarlanma oranı, sapma oranı ve yuvarlanma açısı seçilmiştir.

Sistemin üzerinde hem aileron hem de rudder katkısını gözlemlemek istenildiğinden u vektörü

$$u = \begin{bmatrix} \delta_a & \delta_r \end{bmatrix}' \tag{2.29}$$

şeklinde seçilir. Durum uzayı formunda[8,30]:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.30}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{U_0} \\ \frac{L_\beta + N_\beta I_{xz}/I_x}{1 - I_{xz}^2/(I_x I_z)} & \frac{L_p + N_p I_{xz}/I_x}{1 - I_{xz}^2/(I_x I_z)} & \frac{L_r + N_r I_{xz}/I_x}{1 - I_{xz}^2/(I_x I_z)} & 0 \\ \frac{N_\beta + L_\beta I_{xz}/I_z}{1 - I_{xz}^2/(I_x I_z)} & \frac{N_p + L_p I_{xz}/I_z}{1 - I_{xz}^2/(I_x I_z)} & \frac{N_r + L_r I_{xz}/I_z}{1 - I_{xz}^2/(I_x I_z)} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} Y_{\delta_a}/U_0 & Y_{\delta_r}/U_0 \\ L_{\delta_a} + N_{\delta_a} I_{xz}/I_z & L_{\delta_r} + N_{\delta_r} I_{xz}/I_z \\ N_{\delta_a} + N_{\delta_a} I_{xz}/I_x & N_{\delta_r} + L_{\delta_r} I_{xz}/I_x \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2280 & 0 & -1 & 0.0508 \\ -34.9134 & -1.5158 & 0.8724 & 0 \\ 18.6858 & 0.0379 & -0.5639 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0037 & 0.0396 \\ 21.3022 & 9.9574 \\ 0.5049 & -0.5524 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

Çıkış vektörünü tayin edecek C ve D matrisleri aşağıda gösterildiği gibi seçilirse, y vektörünü yana sapma açısı β ve uçağın x ekseni etrafındaki yuvarlanma açısı Φ oluşturacaktır.

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

2.2.3 Transfer fonksiyonlarının elde edilmesi

Transfer fonksiyonlarının elde edilmesi çeşitli yollardan yapılabilir[34]. Durum uzayı belirli olan bir sistem için Matlab'ın hazır kodu olan ss2tf komutu ile hızlı bir şekilde bulunabileceği gibi cramer kuralı kullanılarak da bulunabilir. Sistem çok girişli çok çıkışlı olduğundan her bir durum değişkeni üzerinde birden fazla sistem girişinin etkisi vardır. Bunlar uzunlamasına harekette elevatör ve itki girişi, yanlamasına harekette aileron ve rudder girişidir.

2.2.3.1 Uzunlamasına hareketin transfer fonksiyonları

Yunuslama açısı

$$\frac{\theta(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} s-X_u & -X_w & X_\delta \\ -Z_u & s-Z_w & Z_\delta \\ -(M_u + Z_u M_{\dot{w}}) & -(M_{\dot{w}} Z_w + M_w) & M_\delta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-X_u & -X_w & g\cos(\theta_0) \\ -Z_u & s-Z_w & -U_0 s + \sin(\theta_0) \\ -(M_u + Z_u M_{\dot{w}}) & -(M_{\dot{w}} Z_w + M_w) & s(s-(M_q + U_o M_{\dot{w}})) \end{vmatrix}} \qquad \textbf{(2.32)}$$

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{\text{-19.42s}^2\text{-15.0189s-0.1985}}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546}$$

$$\frac{\theta(s)}{\delta_T(s)} = \frac{10^{-3}(0.1309\text{s}^2\text{+0.1073s+0.0085})}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546}$$

Dikey hız:

$$\frac{W(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} s-X_u & X_\delta & g\cos(\theta_0) \\ -Z_u & Z_\delta & -U_0 s + g\sin(\theta_0) \\ -(M_u + Z_u M_{\dot{w}}) & M_\delta & s(s-(M_q + U_o M_{\dot{w}})) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-X_u & -X_w & g\cos(\theta_0) \\ -Z_u & s-Z_w & -U_0 s + g\sin(\theta_0) \\ -(M_u + Z_u M_{\dot{w}}) & -(M_{\dot{w}} Z_w + M_w) & s(s-(M_q + U_o M_{\dot{w}})) \end{vmatrix}} \qquad \textbf{(2.33)}$$

$$\frac{W(s)}{\delta_e(s)} = \frac{10^3(\text{-0.0173s}^3\text{-3.7776s}^2\text{-0.0478s-0.0191})}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.1627s + 0.0546}$$

$$\frac{W(s)}{\delta_T(s)} = \frac{\text{0.0252s}^2\text{-0.0001s+0.0001}}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546}$$

Boylamasına hız:

$$\frac{U(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} X_\delta & -X_w & g\cos(\theta_0) \\ Z_\delta & s - Z_w & -U_0 s + g\sin(\theta_0) \\ M_\delta & -(M_{\dot{w}} Z_w + M_w) & s(s - (M_q + U_o M_{\dot{w}})) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s - X_u & -X_w & g\cos(\theta_0) \\ -Z_u & s - Z_w & -U_0 s + g\sin(\theta_0) \\ -(M_u + Z_u M_{\dot{w}}) & -(M_{\dot{w}} Z_w + M_w) & s(s - (M_q + U_o M_{\dot{w}})) \end{vmatrix}} \quad \textbf{(2.34)}$$

$$\frac{U(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-0.1020s^2 + 168.29s + 144.9236}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546}$$

$$\frac{U(s)}{\delta_T(s)} = \frac{0.0013s^3 + 0.0028s^2 + 0.0160s - 0.0011}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546}$$

Uzunlamasına hareketin transfer fonksiyonları elde edilmiştir. Hem itki girişi hem de elevatör girişine ait transfer fonksiyonlarının karakteristik denklemleri aynıdır.

Uzunlamasına hareketin karakteristik denklemi

$$s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546$$

olarak bulunmuştur. Transfer fonksiyonlarının denominatörünü belirten bu polinom sistem davranışı üzerine bilgi vermektedir. Polinomu sıfıra eşitleyip köklerini (roots) incelersek:

$s_{1,2} = -1.1208 \pm 3.5068i$

$s_{3,4} = -0.0058 \pm 0.0632i$

varacağımız sonuç sistemin kararlı olduğu ancak orijine çok yakın iki kökü olduğundan dolayı uzun sürede sönümleneceğidir. Karakteristik denklemi, eşlenik kökleri gruplayıp ikinci dereceden 2 polinomun çarpımı haline getirirsek sistem cevabı hakkında daha detaylı bilgi edinebiliriz.

$$(s^2 + 2\varsigma_{up}\omega_{n_{up}} + \omega_{n_{up}}^2)(s^2 + 2\varsigma_{kp}\omega_{n_{kp}} + \omega_{n_{kp}}^2) = 0 \quad \textbf{(2.35)}$$

$$(s^2 - 2.2416s + 13.5538)(s^2 - 0.0117s + 0.004) = 0$$

Kısa periyod salınımının doğal frekansı ve sönümlenme oranı

$\omega_{n_{up}} = 3.6816$

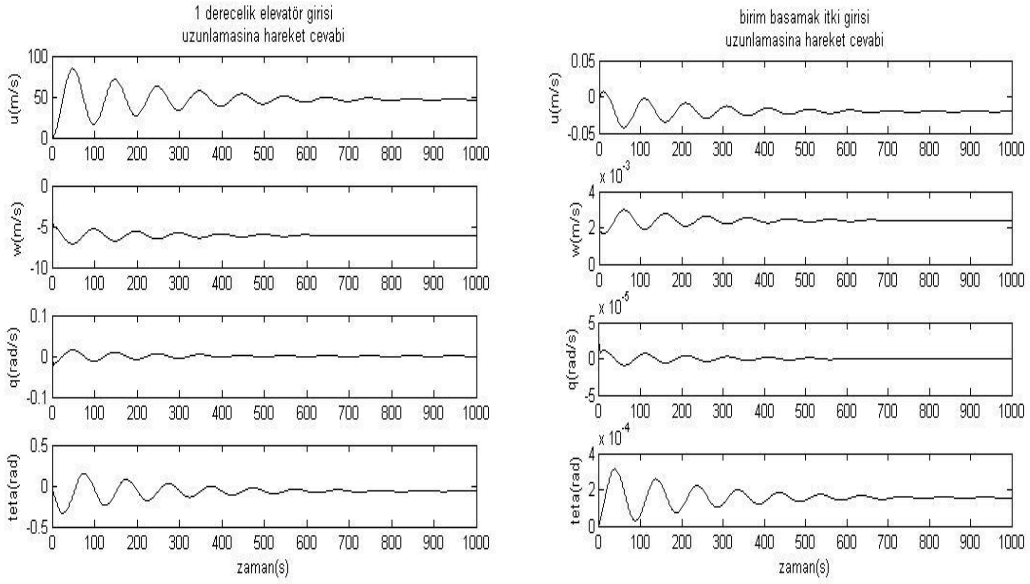
$\varsigma_{up} = -0.3044$

Uzun periyod salınımının doğal frekansı ve sönümlenme oranı

$\omega_{n_{kp}} = 0.0635$

$\varsigma_{kp} = -0.0918$

Birim basamak elevatör ve itki girişlerinin uzunlamasına harekete cevabı incelenmek istenirse aşağıdaki grafikler elde edilmiş olunur.



Şekil 2.1 : Yanlamasına hareket birim basamak cevabı.

Gösterilen grafik verileri önceki bölümlerde gösterilen uçağın başlangıç değerlerinden sapma miktarını göstermektedir. Buna göre elevatörün 1 derecelik sapması uçağa burun aşağı bir moment kazandırmış ve uçağın hızını arttırmıştır. İtkide ufak bir artış ise kısa vadede uçağın hızını artırmış ancak uzun vadede kalıcı etkisi uçağa burun yukarı moment oluşturmasıdır.

2.2.3.2 Yanlamasına hareketin transfer fonksiyonları

Yana sapma açısı y doğrultusunda ki hızın başlangıç hızına oranı olarak gösterilir.

$$\beta = v / U_0 \qquad \textbf{(2.36)}$$

Yuvarlanma ve sapma oranları, açılarının türevleri olarak doğrusallaştırılmıştır.

$$p = s\phi \qquad \textbf{(2.37)}$$

$$r = s\psi \qquad \textbf{(2.38)}$$

$$Y_\delta^* = Y_\delta / U_0 \qquad \textbf{(2.39)}$$

Yana kayma açısı:

$$\frac{\beta}{\delta}=\frac{\begin{vmatrix} Y_\delta^* & -g/U_0 & 1 \\ L_\delta & (s-L_p) & -(I_{xz}s/I_x+L_r) \\ N_\delta & -(I_{xz}s/I_z)s & s-N_r \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-Y_v & -g/U_0 & 1 \\ -L_\beta & (s-L_p) & -(I_{xz}s/I_x+L_r) \\ -N_\beta & -(I_{xz}s/I_z)s & s-N_r \end{vmatrix}} \qquad \textbf{(2.40)}$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta_a(s)}=\frac{-0.0037s^3-0.5127s^2-0.494s^1+0.6322}{s^4+2.3077s^3+19.9817s^2+28.9613s+0.1719}$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta_r(s)}=\frac{0.0396s^3+0.6348s^2+0.9982s^1+0.2606}{s^4+2.3077s^3+19.9817s^2+28.9613s+0.1719}$$

Yuvarlanma açısı:

$$\frac{\phi}{\delta}=\frac{\begin{vmatrix} s-Y_v & Y_\delta^* & 1 \\ -L_\beta & L_\delta & -(I_{xz}s/I_x+L_r) \\ -N_\beta & N_\delta & s-N_r \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-Y_v & -g/U_0 & 1 \\ -L_\beta & (s-L_p) & -(I_{xz}s/I_x+L_r) \\ -N_\beta & -(I_{xz}s/I_z)s & s-N_r \end{vmatrix}} \qquad \textbf{(2.41)}$$

$$\frac{\phi(s)}{\delta_a(s)}=\frac{21.3022s^2+17.4402s^1+418.5284}{s^4+2.3077s^3+19.9817s^2+28.9613s+0.1719}$$

$$\frac{\phi(s)}{\delta_r(s)}=\frac{9.9574s^2+6.0211s^1+167.8121}{s^4+2.3077s^3+19.9817s^2+28.9613s+0.1719}$$

Yana sapma açısal hızı:

$$\frac{r}{\delta}=\frac{\begin{vmatrix} s-Y_v & -g/U_0 & Y_\delta^* \\ -L_\beta & (s-L_p) & L_\delta \\ -N_\beta & -(I_{xz}s/I_z)s & N_\delta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s-Y_v & -g/U_0 & 1 \\ -L_\beta & (s-L_p) & -(I_{xz}s/I_x+L_r) \\ -N_\beta & -(I_{xz}s/I_z)s & s-N_r \end{vmatrix}} \qquad \textbf{(2.42)}$$

$$\frac{r(s)}{\delta_a(s)}=\frac{0.5049s^3+1.6176s^2+0.2576s^1+21.1023}{s^4+2.3077s^3+19.9817s^2+28.9613s+0.1719}$$

$$\frac{r(s)}{\delta_r(s)}=\frac{-0.5524s^3+0.1537s^2+0.9641s^1+8.4665}{s^4+2.3077s^3+19.9817s^2+28.9613s+0.1719}$$

Uzunlamasına harekette olduğu gibi karakteristik denklem her bir giriş için aynıdır. Yanlamasına hareketin karakteristik denklemi

$$s^4 + 2.3077s^3 + 19.9817s^2 + 28.9613s + 0.1719$$

olmak üzere dördüncü dereceden bir polinomdur. Polinom sıfıra eşitlenip kökleri incelenirse

$s_{1,2}$= -0.3834 ± 4.3179i

s_3= -1.5349

s_4= -0.006

sisteme ait dört kök bulunmuş olur. Bulunan dört kök üç farklı hareket modunu temsil etmektedir. Eşlenik kökler, hem sapma hem yuvarlanma hareketini aynı anda gerçekleşmesi olarak tanımlanan dutch roll modunu, üçüncü kök yuvarlanma hareketini, dördüncü kök ise spiral modu göstermektedir.

$$(s^2 + 2\varsigma_{dr}\omega_{n_{dr}} + \omega_{dr}^2)(s + \frac{1}{\tau_r})(s + \frac{1}{\tau_s}) = 0 \qquad \textbf{(2.43)}$$

$(s^2 - 0.7668s + 18.7913)(s+1.5349)(s+0.006)=0$

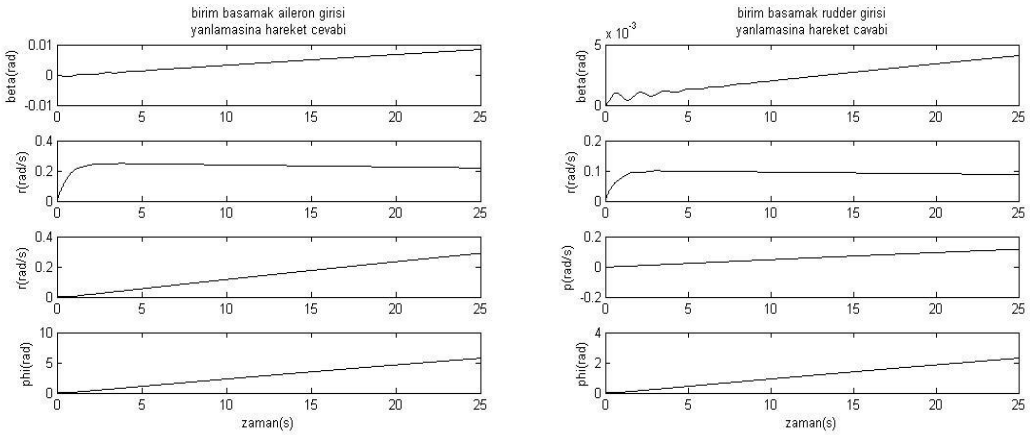
Dutch roll salınımının doğal frekansı ve sönümlenme oranı

$$\omega_{n_{dr}} = 4.3349, \qquad \varsigma_{dr} = -0.0884$$

Yuvarlanma ve spiral modların zaman sabitleri:

$$\tau_r = \frac{1}{1.5349} = 0.6515, \qquad \tau_s = \frac{1}{0.006} = 166.6667$$

Elde edilen transfer fonksiyonları vasıtasıyla durum değişkenlerinin basamak girişe karşılık elde edilen cevapları grafiklerle sunulmuştur.



Şekil 2.2 : Yanlamasına hareket birim basamak cevabı.

Aileronun 1 derecelik sapması ile iki kanattaki taşıma kuvvetinin değişmesi x-gövde ekseninde yuvarlanma momenti oluşturur. Yanal etkilerden dolayı dutch roll modu da belirmektedir. Rudder sapması ise z gövde ekseninde dönme momenti oluşturur. Aynı zamanda rudderın x-gövde eksenine kurulum mesafesinden dolayı yuvarlanma momenti de oluşmaktadır. Rudder sistem cevabında dutch roll modu bahsedilen etkilerden dolayı açıkça gözükmektedir. Sistem cevabı salınımlı ve hafif sönümlenmeli olduğundan ileriki bölümlerde kontrolcü tasarımı geliştirilecek ve sunulacaktır.

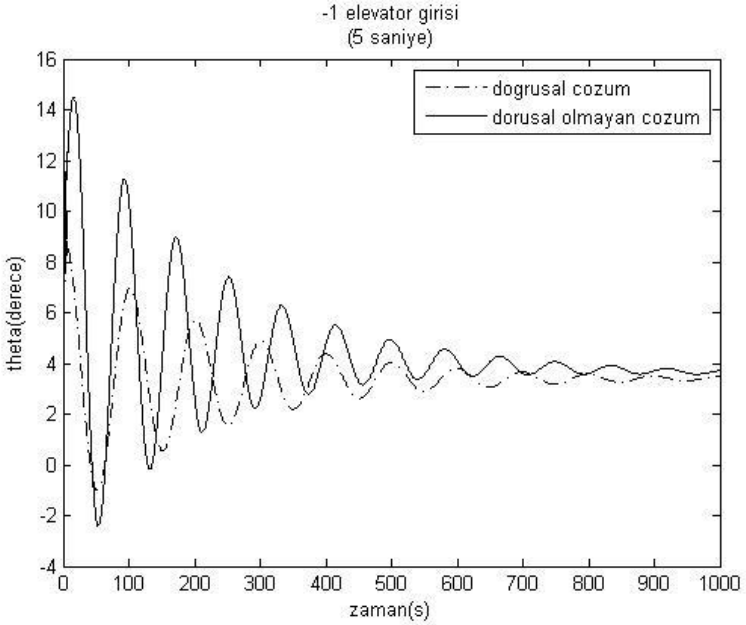
2.3 Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Denklemlerin Çözümünün Karşılaştırılması

Simülasyon adımının amacı kontrol yüzeylerinin uçağın dinamik davranışı üzerinde ki etkisi hakkında bilgi sahibi olmaktır. Ayrıca farklı yöntemlerle modellenen uçağın çözüm farklılıkları gözlemlenebilir. Bu amaçla uçağın doğrusal olmayan ve doğrusallaştırılmış dinamik denklemleri Matlab Simulink® ortamında modellenip simüle edilmiştir. Doğrusal olmayan dinamik denklemlerin benzeti mümkün olduğunca gerçek uçuş kondisyonlarına uygun olmuştur. Trim noktasından ufak sapmalar dâhil olmak üzere tüm parametreler gerçek zamanlı olarak değişmektedir. Ancak istisna olarak motor modellenmesi gösterilebilir. İtki kuvveti sadece yüksekliğin ve throttle girişinin fonksiyonu olarak tanımlanmıştır.

Trim noktası etrafında belirlenen aerodinamik katsayıların yükseklik ve mach sayısı ile değiştiği belirtilmişti. Simülasyon esnasında gerçekleştirilen olay, bu değişken katsayılar vasıtasıyla aerodinamik kuvvet ve momentlerin hesaplanıp uçak ağırlık ve itki kuvvetlerinin katkılarını da denklemlere yerleştirerek durum değişkenlerinin zaman türevlerini elde etmektir ($f(x,u)=\dot{x}$). Zaman türevli durum değişkenleri simülasyon ortamında integrasyon işlemi ile durum değişkenlerine dönüştürülür ve geri besleme ile değişkenler bir sonraki anın hesaplamaları için denklemlere katılır. Doğrusal denklemlerin çözümü ise trim noktası etrafında gerçekleştirilir. Aerodinamik katsayıların sabit olduğu kabul edilip, yükseklik ve mach sayısının etkisi olmamaktadır. Ancak ileriki aşamalarda doğrusal denklemlerin çözümünde bazı katsayılar belirli bir aralık içerisinde değişip, o katsayının sistem üzerindeki katkısı incelenecektir.

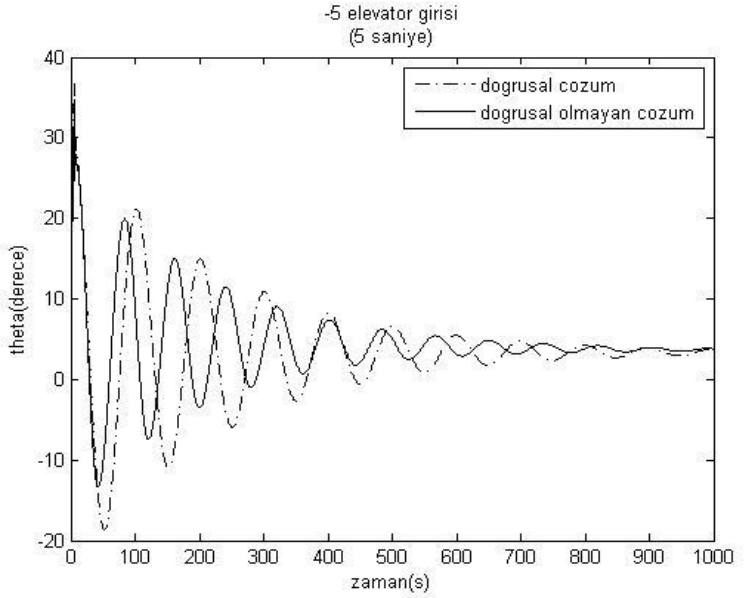
Bu bölümde iki farklı modellemenin elevatör girişi ile yunuslama açısı üzerindeki

etkisi incelenip karşılaştırma yapılacaktır. Simülasyon esnasına elevatör girişi ilk beş saniye süresince etkindir. -1 derecelik elevatör sapmasına karşılık gelen doğrusal ve doğrusal olmayan çözüm:



Şekil 2.3 : -1^{o} elevatör girişine karşılık iki denklem takımının çözümü.

-1 derecelik elevatör sapmasına karşılık gelen doğrusal ve doğrusal olmayan çözüm

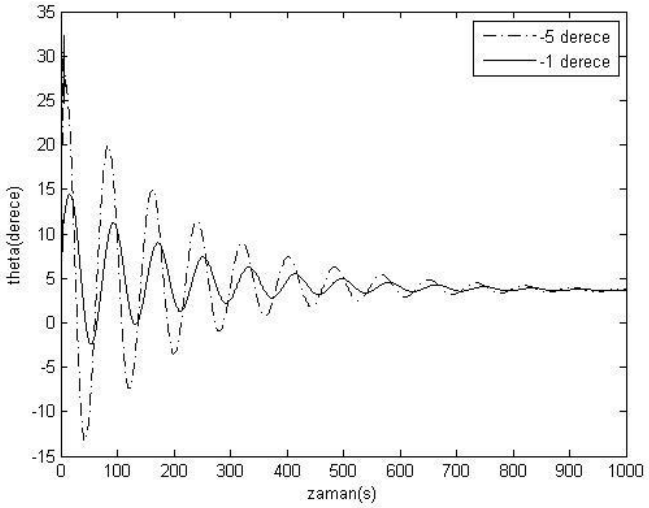


Şekil 2.4 : -5^{o} lik elevatör girişine karşılık iki denklem takımının çözümü.

Karşılaştırmadan elde edilen sonuç, -1 derecelik elevatör sapmasının doğrusal olmayan çözümde salınımların doğrusal çözüme göre daha büyük olduğu, genliğin ise küçük olduğudur. Ancak elevatör sapmasından doğrusal denklem çözümü ile

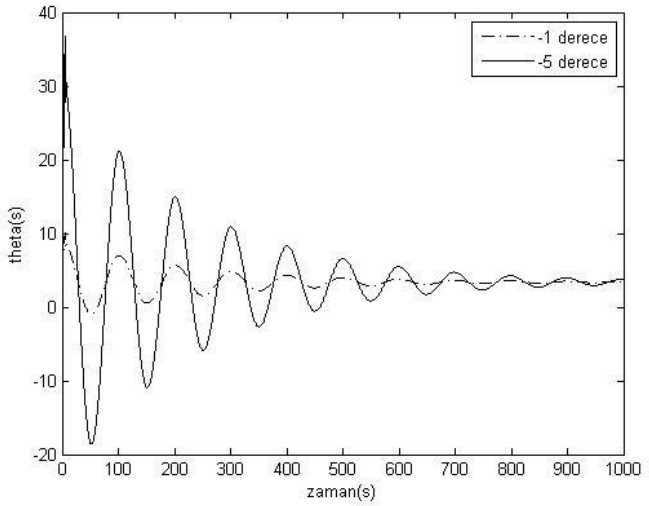
yunuslama açısının daha çok etkilendiği ve salınımın büyüklüğünün artıp doğrusal olmayan çözümün büyüklüğünü geçtiği gözlemlenir.

Diğer karşılaştırma -1 ve -5 derecelik elevatör sapmasına karşılık gelen doğrusal olmayan çözüm için yapılmıştır.



Şekil 2.5 : Doğrusal olmayan hareket çözüm karşılaştırması.

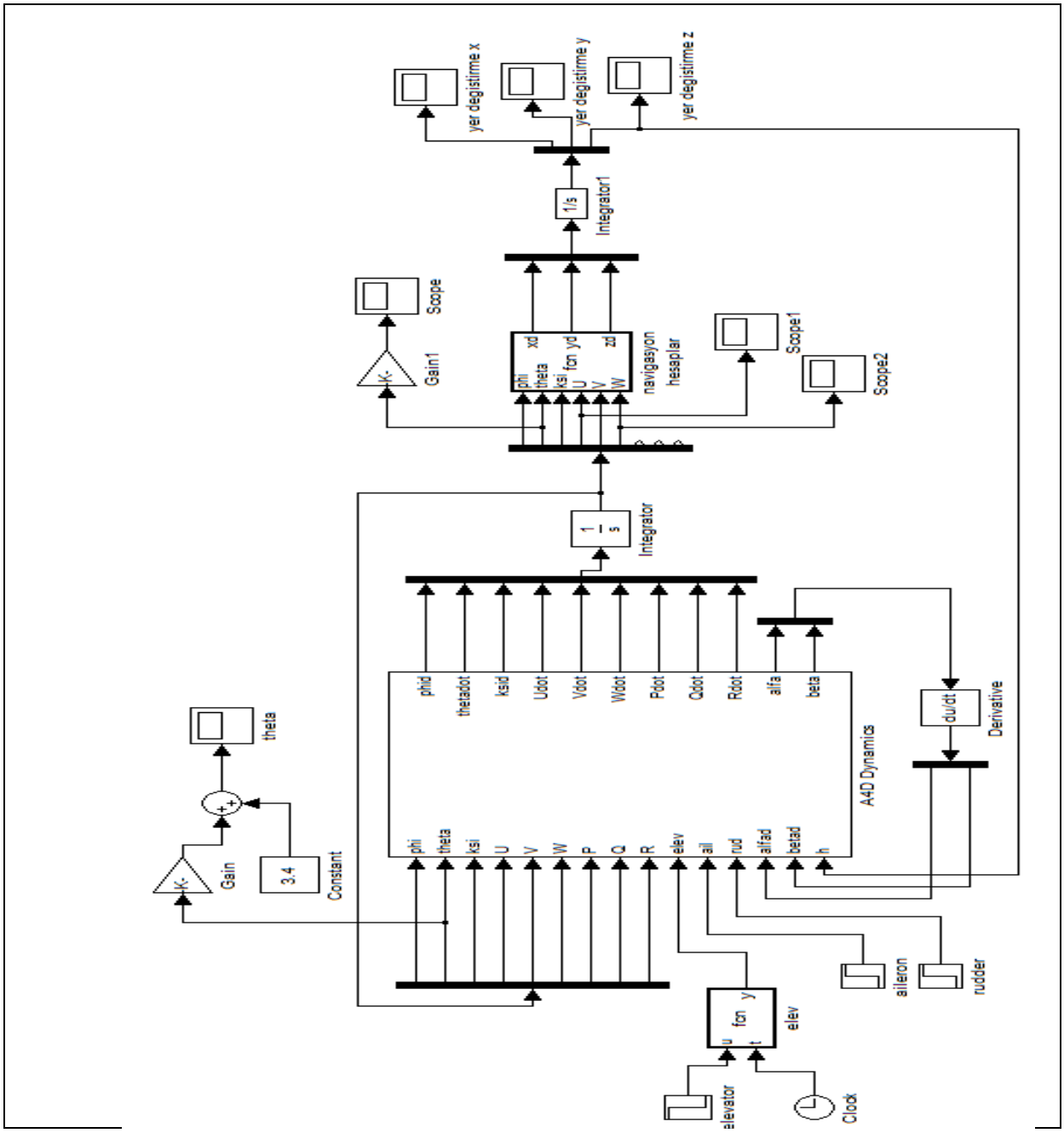
Elevatör girişine karşılık beklenildiği gibi yunuslama açısı büyüklüğünün arttığı görülür. Genlik ise farklılığa rağmen çok büyük değerlere ulaşmamıştır.



Şekil 2.6 : Doğrusal hareketin çözüm karşılaştırması.

Doğrusal denklemler ile çözümde aynı şekilde salınım büyüklüğünün arttığı ancak genliğin değişmediği görülüyor. Bunun nedeni doğrusal çözümde, uçuş kondisyonunun değişmediği varsayımı gösterilebilir.

Simulink diyagramı bir sonraki sayfadaki figür ile gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : Doğrusal olmayan denklemler için geliştirilmiş simulink diyagramı.

3. KLASİK KONTROL TEORİSİ

3.1 PID Kontrolcü Tasarımı

Dinamik sistemlerin kontrolünde sıkça tercih edilen ve geniş bir uygulama alanı olan PID kontrolcüler, kolay tasarımları ve sistem ihtiyaçlarına uygun cevap vermeleri ile tanınırlar. Bu bölümde PID kontrolcü yapısı[3,31] tanıtılıp, her bir terimin sisteme etkisi gösterilecektir.

PID kontrolcü, oransal (proportional), integral ve türevsel (derivative) katsayılardan oluşur. Bir PID kontrolcünün transfer fonksiyonu

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad \textbf{(3.1)}$$

olarak gösterilir.

e referans giriş ile çıkış arasındaki fark olmak üzere

$$e(t) = x_{ref} - x(t) \quad \textbf{(3.2)}$$

u kontrol girişi

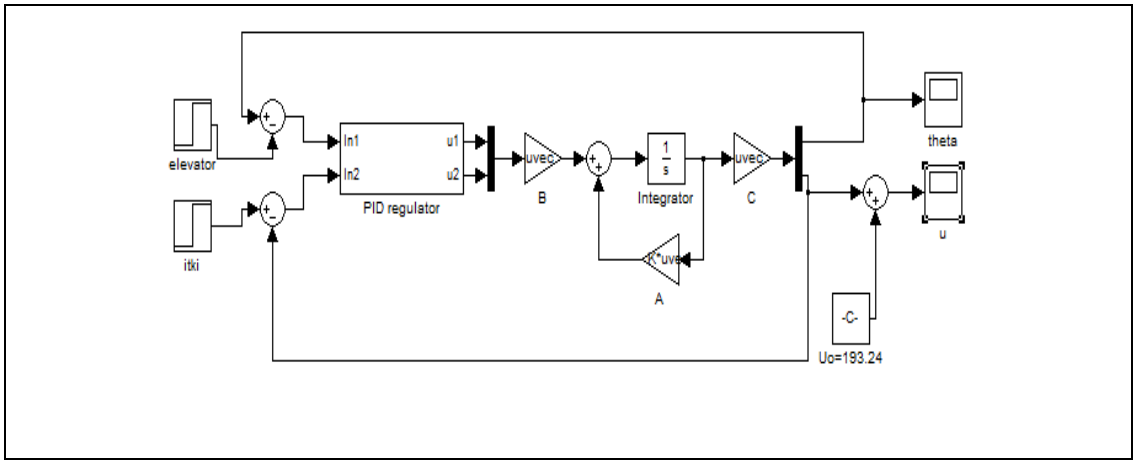
$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \textbf{(3.3)}$$

olarak elde edilir.

İleri bölümde PID kontrolcü, uzunlamasına ve yanlamasına harekette MIMO sistemin kontrolünü sağlayacak şekilde tasarlanmıştır ve her bir katsayının sistem cevabı üzerinde etkisi incelenmiştir.

3.1.1 Uzunlamasına hareket

Şemasal gösterim:

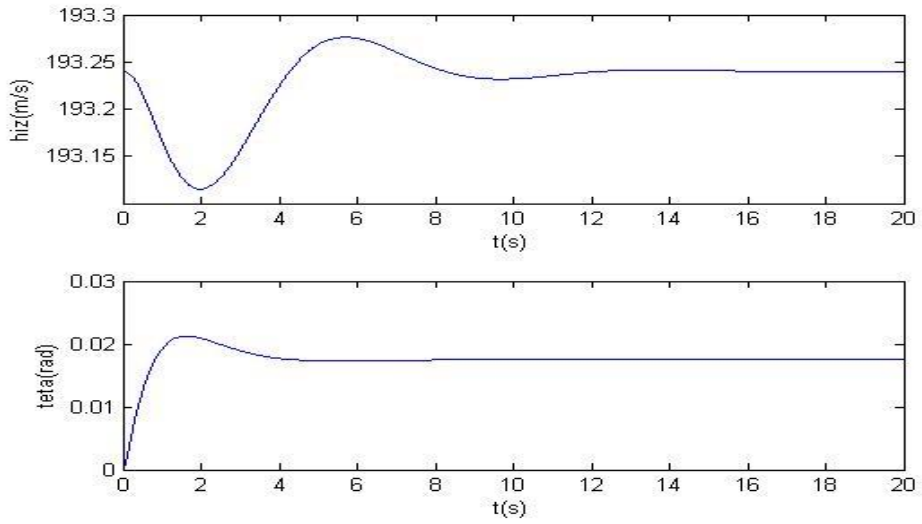


Şekil 3.1 : Uzunlamasına PID kontrolcü şeması.

Çizelge 3.1 : Uzunlamasına PID katsayıları.

Elevatör girişi	İtki girişi
$K_p = 2$ $K_d = 1$ $K_i = 3$	$K_p = 600$ $K_i = 600$ $K_d = 0$

Karşılık gelen yunuslama açısı ve hız cevabı:



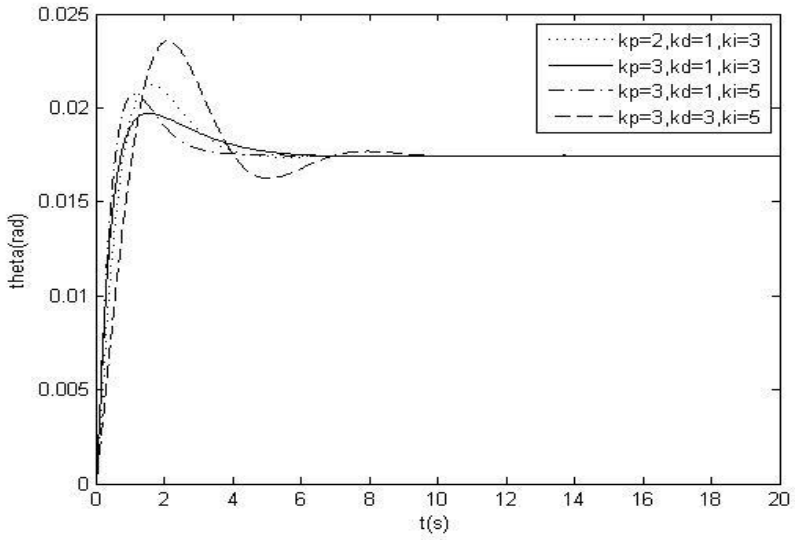
Şekil 3.2 : Uzunlamasına PID kontrolcü cevabı.

Elevatör girişi için simülasyonu gerçekleştirilen katsayılar değiştirilip aşağıdaki katsayılar kullanılırsa

Çizelge 3.2 : Elevatör PID katsayıları.

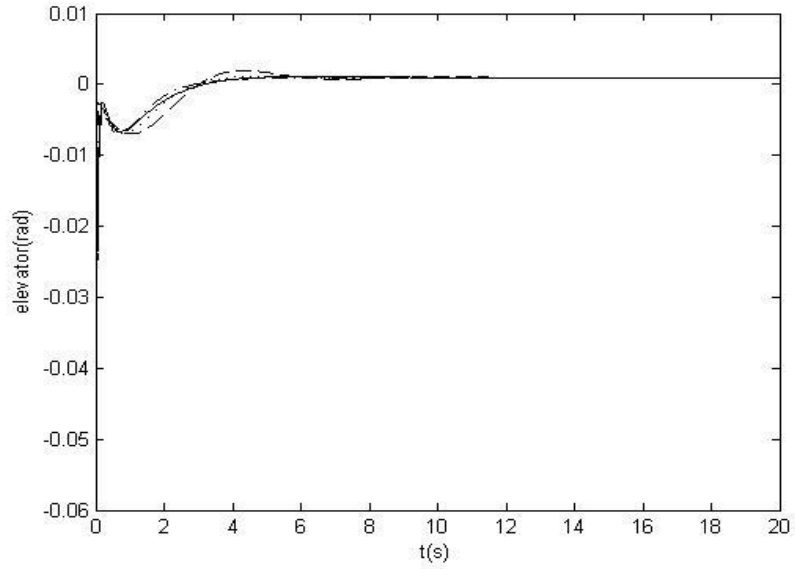
Elevatör girişi			
$K_{p_1} = 2$ $K_{d_1} = 1$ $K_{i_1} = 3$	$K_{p_2} = 3$ $K_{d_2} = 1$ $K_{i_2} = 3$	$K_{p_3} = 3$ $K_{d_3} = 1$ $K_{i_3} = 5$	$K_{p_4} = 3$ $K_{d_4} = 3$ $K_{i_4} = 5$

Θ yunuslama açısının her bir katsayıya göre değişiminin grafiği aşağıdaki gibi olur.



Şekil 3.3 : PID elevatör girişine karşılık cevap.

İstenilen yunuslama açısını sağlamak için gerekli elevatör açısı değişimi grafiği:

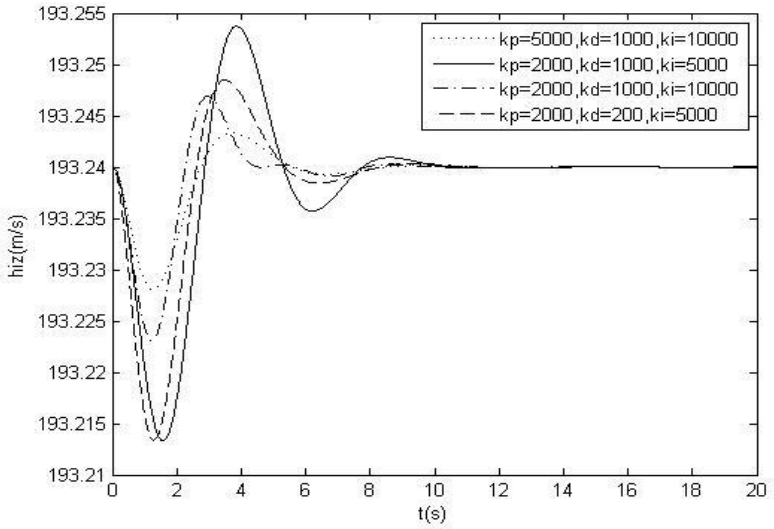


Şekil 3.4 : PID elevatör girişi.

Çizelge 3.3 : İtki PID katsayıları.

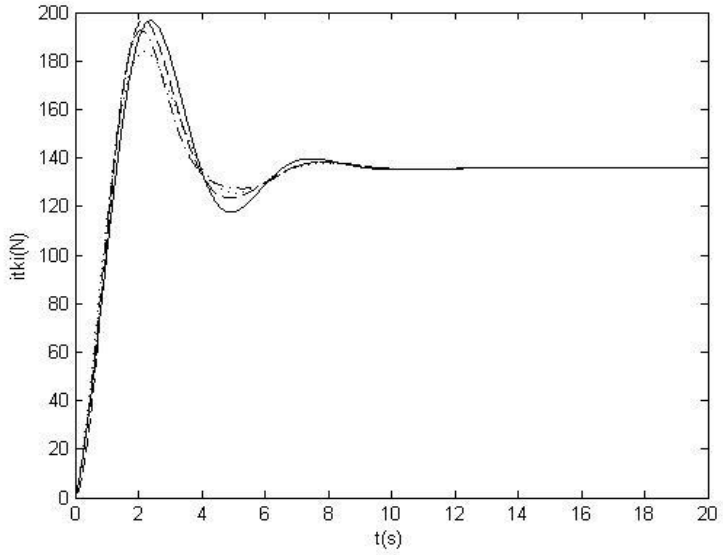
İtki girişi			
$K_{p_1} = 5000$ $K_{d_1} = 1000$ $K_{i_1} = 10000$	$K_{p_2} = 2000$ $K_{d_2} = 1000$ $K_{i_2} = 5000$	$K_{p_3} = 2000$ $K_{d_3} = 1000$ $K_{i_3} = 10000$	$K_{p_4} = 2000$ $K_{d_4} = 200$ $K_{i_4} = 5000$

U boylamsal hızının her bir katsayıya göre değişiminin grafiği aşağıdaki gibi olur.



Şekil 3.5 : Uzunlamasına harekette PID katsayıları etkisi.

İstenilen hız değerini sağlamak için gerekli itki değişimi grafiği:



Şekil 3.6 : PID katsayılarının itki girişine etkisi.

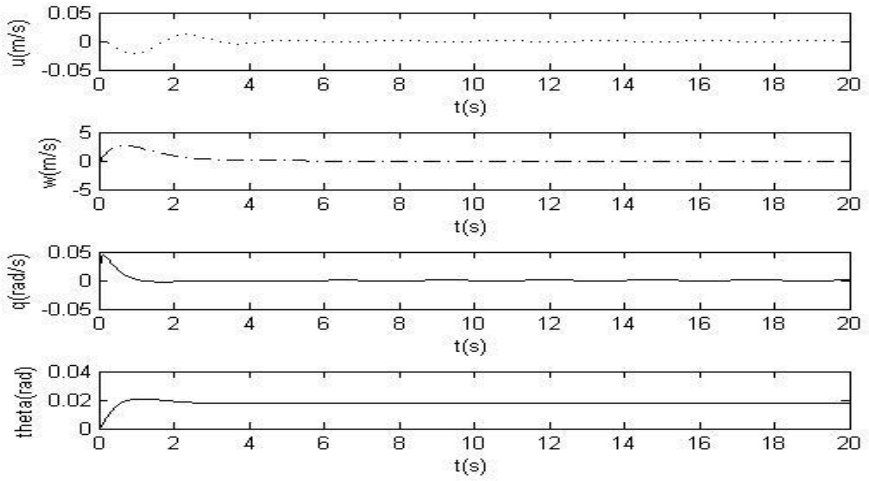
Önceki karşılaştırmalardan oturma süresi ve aşım miktarı olarak en iyi sonucu veren

PID katsayıları bütün uçuş modlarının simülasyonu amacıyla aşağıdaki gibi seçilmiştir.

Çizelge 3.4 : İdeal PID katsayıları.

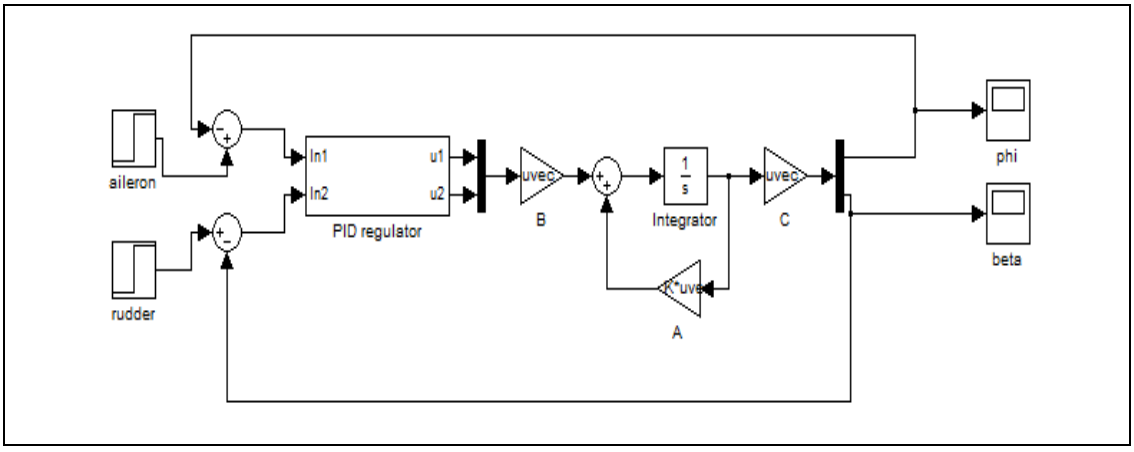
Elevatör girişi	İtki girişi
$K_{p_3} = 3$ $K_{d_3} = 1$ $K_{i_3} = 5$	$K_{p_3} = 2000$ $K_{d_3} = 1000$ $K_{i_3} = 10000$

değerleri ile uzunlamasına hareketin durum değişkenlerinin grafiği:



Şekil 3.7 : PID kontrolcü durum değişkenleri cevabı.

3.1.2 Yanlamasına hareket



Şekil 3.8 : Yanlamasına hareket PID kontrolcü şeması.

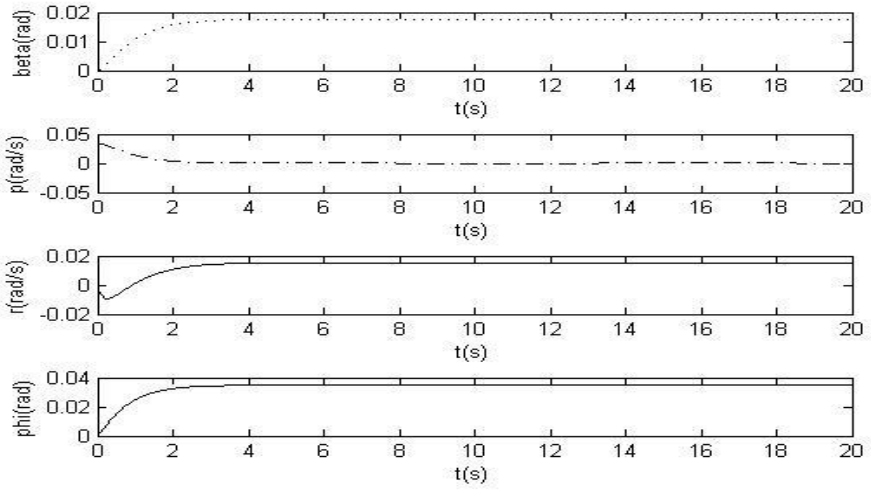
Farklı kontrolcü katsayıları ile yapılan simülasyon testleri sonucu oturma süresi

ve aşım miktarı olarak en iyi sonucu veren PID katsayıları, tüm uçuş modlarının simülasyonu amacıyla aşağıdaki gibi seçilmiştir.

Çizelge 3.5 : Yanlamasına hareket ideal PID katsayıları.

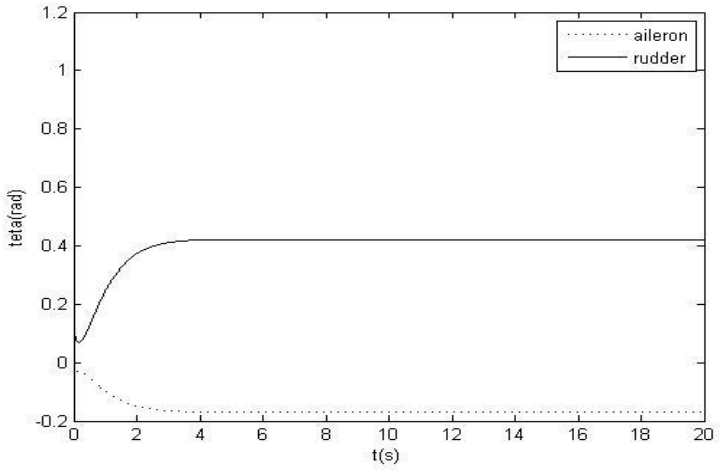
Rudder girişi	Aileron girişi
$K_p = 25$ $K_d = 23$ $K_i = 15$	$K_p = 5$ $K_d = 7$ $K_i = 10$

Yukarıdaki tabloya göre seçilen katsayılar ile uzunlamasına hareketin modları aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 3.9 : Yanlamasına hareket PID durum değişkenleri cevabı.

Kontrol yüzeylerinin değişimi:



Şekil 3.10 : Aileron ve rudder girişi.

PID kontrolcünün sistem ihtiyaçlarını karşıladığı grafiklerle sunuldu. Her bir kontrolcü katsayısının etkisini grafiklerden gözlemlemek mümkündür. Kısaca açıklamak gerekirse oransal sabitin aşımı azaltıp oturma süresini kısalttığı, türevsel sabitin aşım ve oturma süresini çok etkilemediği, integral sabitin ise aşımı azaltıp geçici cevaba etkisinin az olduğu gözlemlenmiştir. Boylamsal hızın 5 saniye, yunuslama açısının 2 saniye, yuvarlanma ve yana kayma açılarının 3-4 saniye aralığında maksimum %10 aşım miktarları ile cevaba ulaşması başarılmıştır.

3.2 Bozuntuya Karşı Sistem Cevabı

PID kontrolcü ile uçuş modlarının referans girişe karşılık hiçbir bozuntu olmadığı varsayımı ile uygun oturma süresi ve aşma miktarı ile ihtiyacın karşılandığı görüldü. Ancak uçuş anında dış etkenlerden dolayı bazı bozuntuların olduğu bilinmektedir. Böyle bir bozuntuyu önceden saptamak imkânsızdır. Bu nedenle büyüklüğü ve frekansı rastgele belirlenmiş bir sinüs dalgası bozuntusuna karşılık sistem modlarını incelemek yeterli olacaktır.

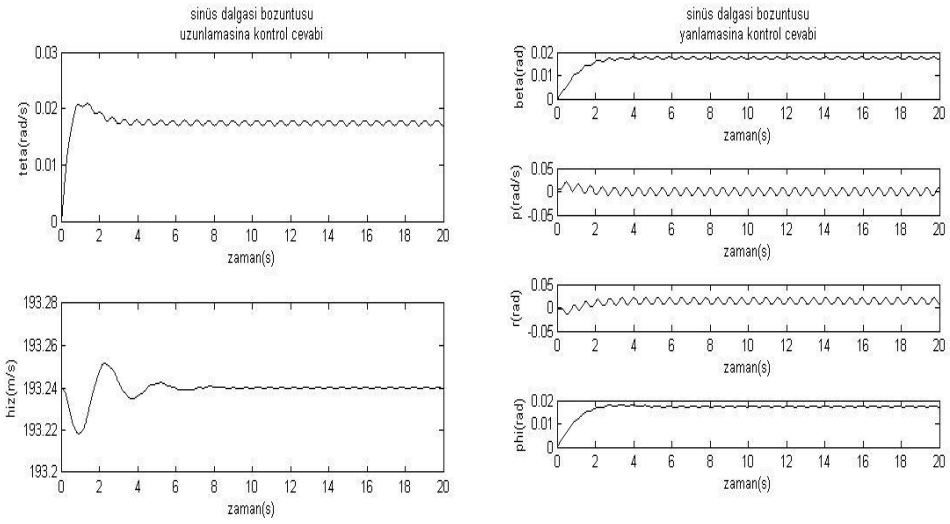
Sinüs dalgası şu şekilde tanımlanmıştır:

Büyüklüğü: 0.01

Frekansı: 10 rad/s

$$b(t)=0.01\sin(10t) \qquad \textbf{(3.4)}$$

Bozuntuya karşılık gelen uzunlamasına ve yanlamasına hareket:



Şekil 3.11 : PID kontrolcüye bozuntu etkisi.

3.3 İç Çevrim-Dış Çevrim

3.3.1 Uzunlamasına hareket

Uzunlamasına hareketin uçuş modlarının iç-dış çevrim kontrolcü[32] tasarımı ile manipülasyonunda, iki hareket modu tek giriş tek çıkış (SISO) sistem olarak incelenip, gerekli katsayılar bulunup, sistem kararlılaştırıldıktan sonra çok girişli çok çıkışlı sisteme dönüştürülecektir. Yunuslama açısının kontrolü için öncelikle yunuslama oranı çıkış kabul edilir. Elevatör girişine karşılık sistemin köklerinin davranışı incelenerek uygun jiroskop (gyroscope) katsayısı bulunur. Yunuslama oranı kararlı davranış gösterdikten sonra yunuslama açısının kararlılaştırılmasını sağlayacak geri besleme ile çevrim kapatılmış olur.

Elevatör - yunuslama oranı transfer fonksiyonu:

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{\delta_e(s)} = \frac{10^{-3}(0.1309s^3+0.1073s^2+0.0085s}{s^4+2.2532s^3+13.5840s^2+0.1254s+0.054}$$

Servo transfer fonksiyonu:

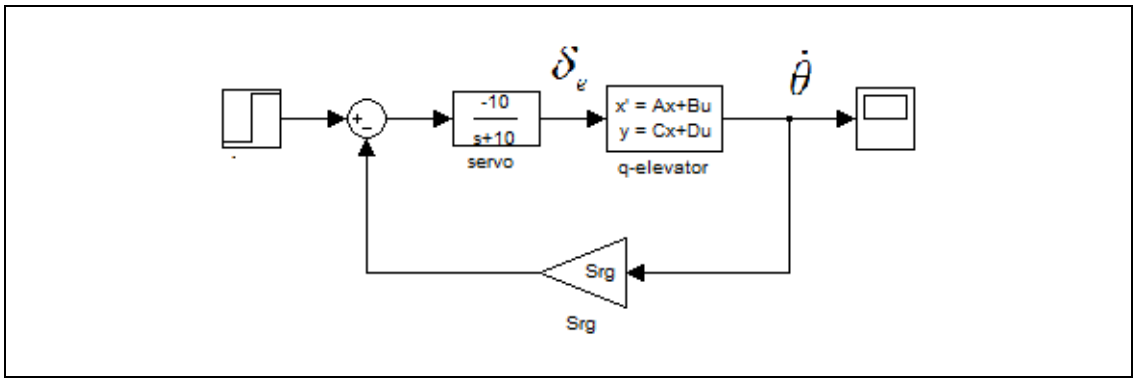
$$TF_{servo} = \frac{-10}{s+10} \qquad \textbf{(3.5)}$$

İki transfer fonksiyonunun çarpımı ile elde edilen transfer fonksiyonu:

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{\delta_s(s)} = \frac{-0.001309s^3 - 0.001073s^2 - 10^{-5}x8.458s}{s^5+12.25\,s^4 + 36.12\,s^3 + 136\,s^2 + 1.308s + 0.5404}$$

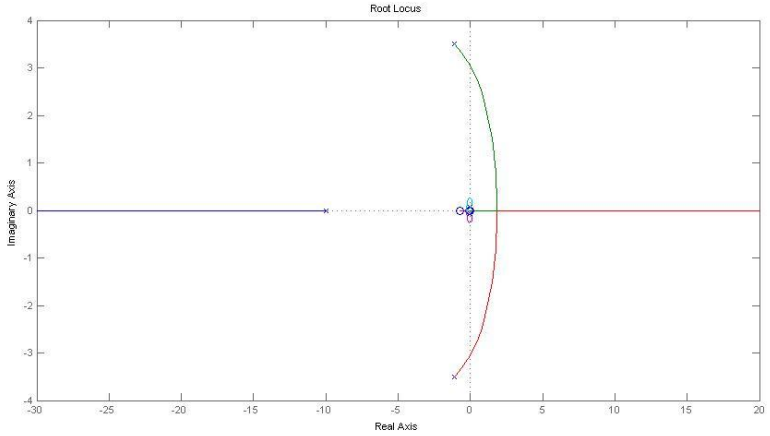
olarak bulunur.

Servo giriş yunuslama oranı çıkış olmak üzere modellenen blok diyagramı:



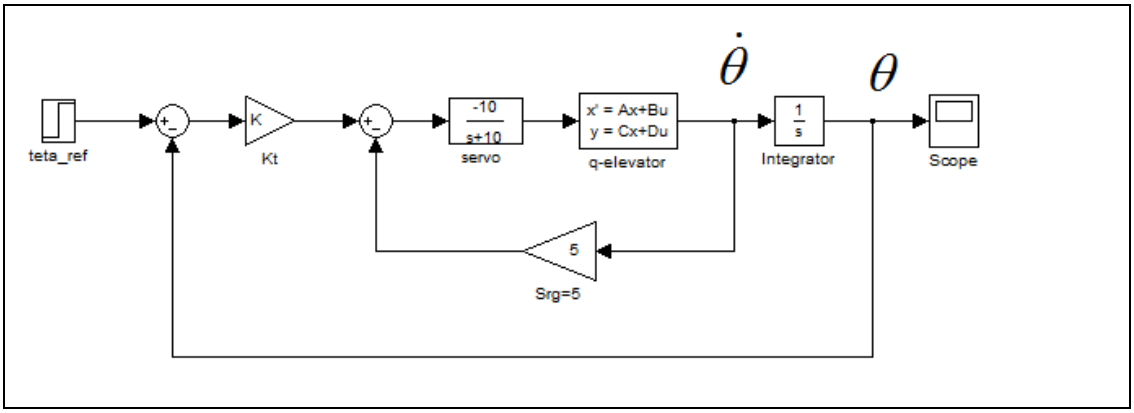
Şekil 3.12 : Yunuslama oranı sönümleyici blok diyagramı.

Bu transfer fonksiyonuna karşılık gelen köklerin yer değişimi eğrisi:



Şekil 3.13 : Servolu sistemin kök yer değiştirme eğrisi.

Grafik üzerinde köklere yaklaşıp incelendiğinde, jiroskop katsayısının S_{rg}= 5 seçilmesi yunuslama oranının kararlı ve yeterli sürede cevaba ulaştığı görülür. Artık sıra yunuslama açısının geri beslenip gerekli yükseltici katsayısının köklerin yer değişimi eğrisi yardımı ile bulunup çevrimin kapatılmasındadır.

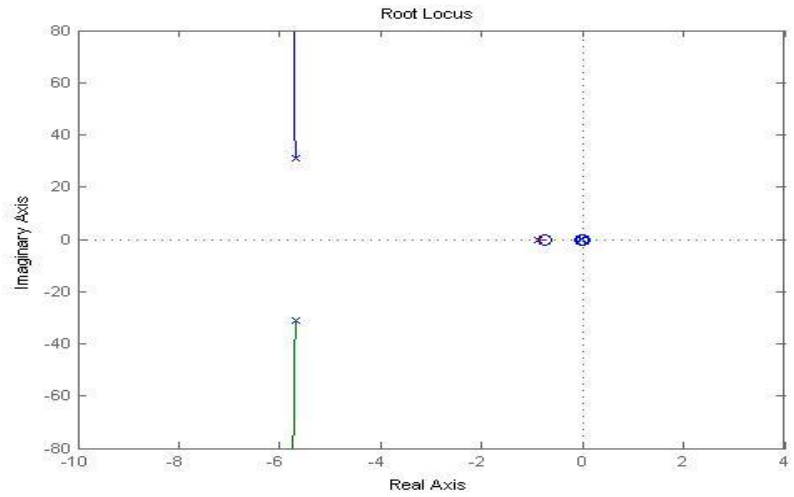


Şekil 3.14 : Yunuslama açısı için iç çevrim-dış çevrim kontrolcü şeması.

Açık döngü transfer fonksiyonu:

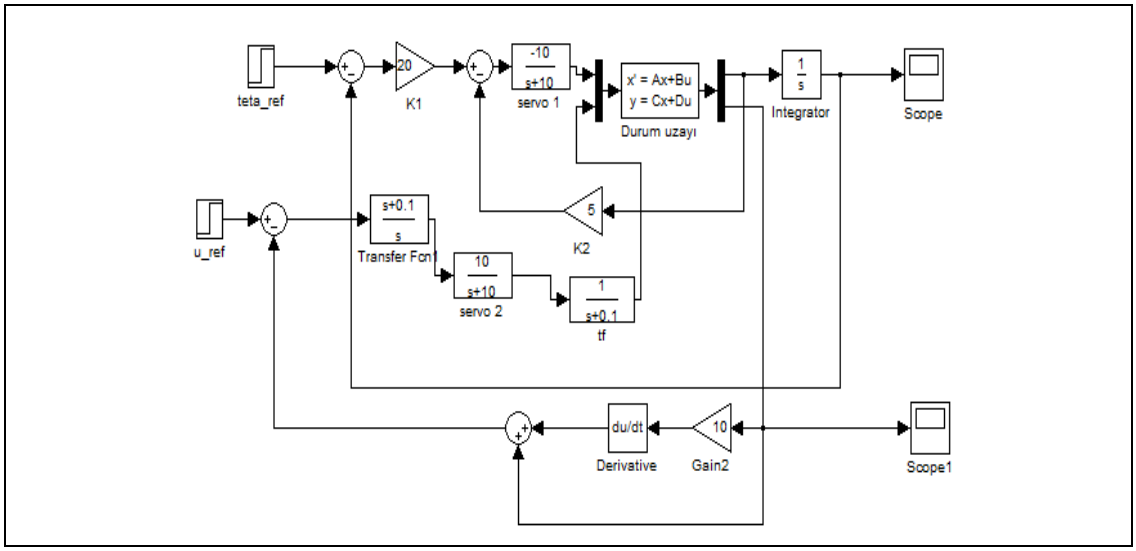
$$\frac{\theta(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{194.2\,s^3 + 150.2\,s^2 + 1.985s}{s^5 + 12.25\,s^4 + 1007\,s^3 + 886.9\,s^2 + 11.23\,s + 0.5404}$$

Köklerin yer değişimi eğrisi:



Şekil 3.15 : İleri besleme K_t katsayısı seçimi için kök yer değiştirme eğrisi.

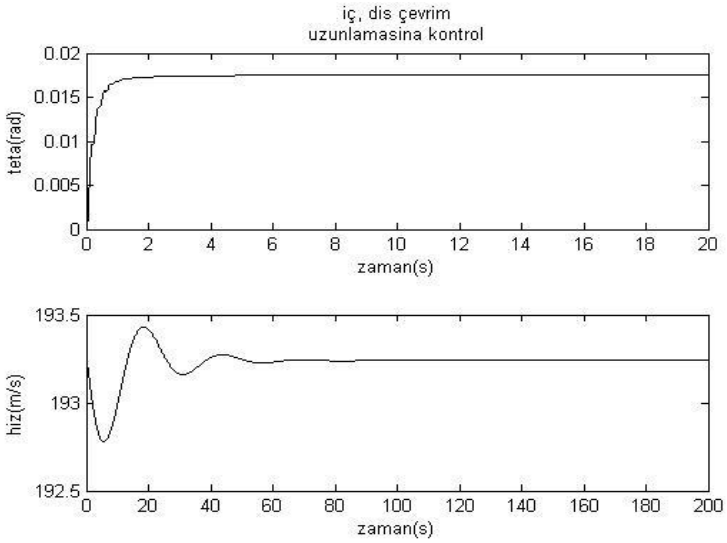
Grafikten hareketle K_t yükseltici değeri 20 seçilir. Yunuslama açısı kontrolü tamamlandıktan sonra boylamsal hızı kontrol edecek iç-dış çevrim tasarımı yapılmalıdır.



Şekil 3.16 : İç çevrim-dış çevrim uzunlamasına hareket kontrol şeması.

Hız çevriminde throttle ile kontrol girişi sağlanmış, geri besleme fonksiyonu 10s+1 şeklinde seçilmiş ve çevrim kapatılmıştır. Ayrıca ileri yönde yükseltici kullanımının hız cevabında aşımı azaltıp, oturma süresini kısalttığı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda gerekli itki ihtiyacını da azalttığı gözlemlenmiştir.

Yukarıda gösterilen blok diyagramına göre 1 derecelik Θ referans girişine ve hızı sabit tutacak u referans girişine karşılık uçağın verdiği cevap, oturma süresi ve aşım olarak tatmin edici olmaktadır.

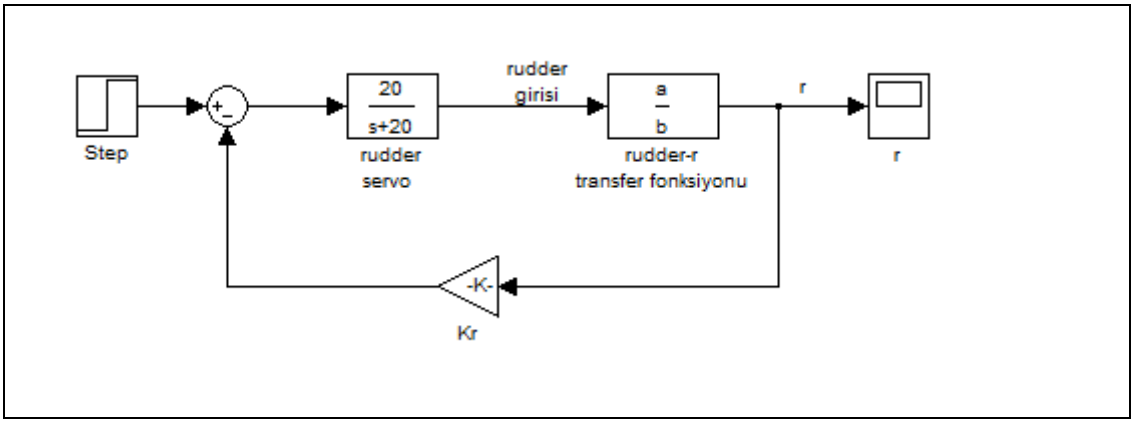


Şekil 3.17 : İç çevrim-dış çevrim referans giriş cevabı.

3.3.2 Yanlamasına hareket

Yanlamasına hareketin iç-dış çevrim kontrolcü tasarımında sapma açısının referans girişe karşılık istenilen değerde tutulmasına çalışılacaktır. Bu amaçla sapma oranının kalıcı durumda sıfıra ulaşması gerekmektedir. Tasarımda böylece dutch roll modu sönümlenecektir. Sonraki adım yana kayma açısını geri besleyerek minimize etmektir. Son olarak ise sapma ve yuvarlanma oranları iç ve dış çevrim ile geri beslenip matematiksel integrasyon işlemi yapılıp aileron girişi olarak sunulmuştur.

İlk olarak sapma oranının sönümlenmesi amaçlanırsa, blok diyagramı aşağıdaki gibi olur:



Şekil 3.18 : Sapma oranı sönümleyici blok diyagramı.

Rudder girişi, sapma oranı çıkışı transfer fonksiyonu önceden elde edildiği gibi:

$$\frac{r(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-0.5524s^3 + 0.1537s^2 + 0.9641s^1 + 8.4665}{s^4 + 2.3077s^3 + 19.9817s^2 + 28.9613s + 0.1719}$$

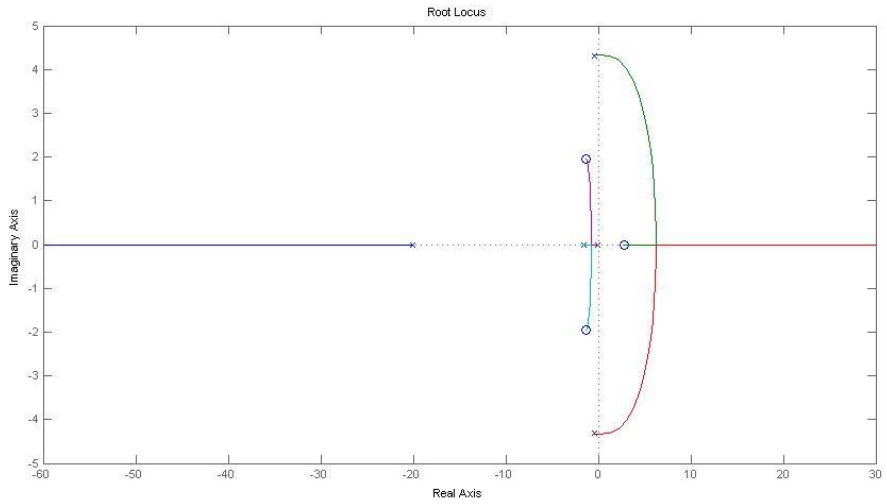
Rudder servosu transfer fonksiyonu:

$$TF_{servo_r} = \frac{20}{s+20} \qquad \textbf{(3.6)}$$

İki transfer fonksiyonunun çarpımı servo giriş, sapma oranı çıkış transfer fonksiyonunu verecektir.

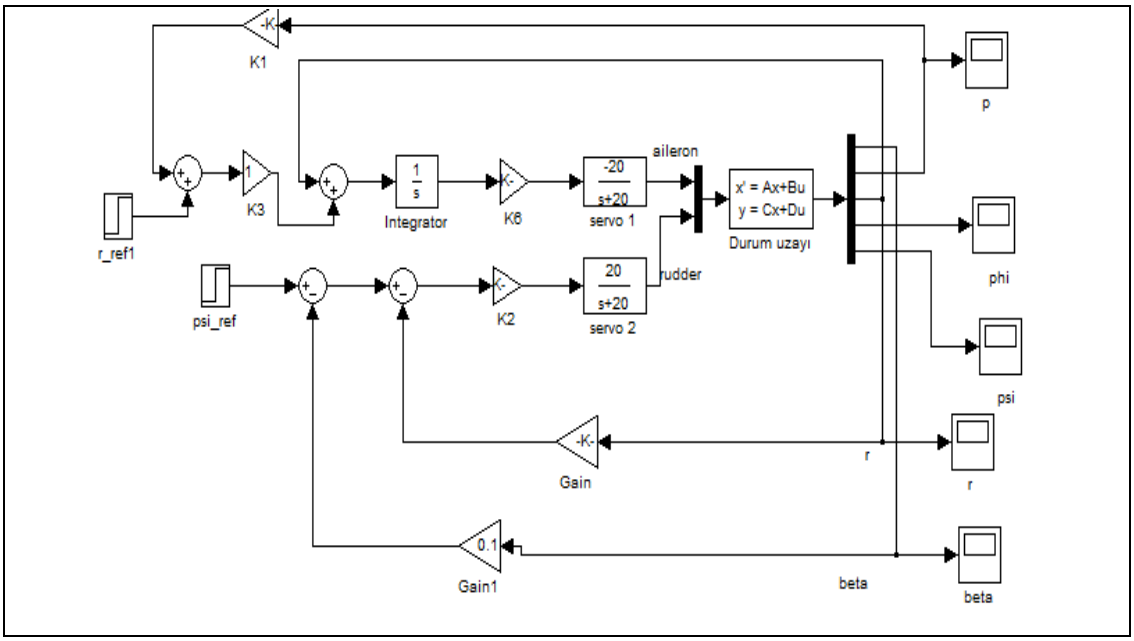
$$\frac{\theta(s)}{\delta_{s_r}(s)} = \frac{-11.05\,s^3 + 3.074\,s^2 + 19.28\,s + 169.3}{s^5 + 22.31\,s^4 + 66.14\,s^3 + 428.6\,s^2 + 579.4\,s + 3.438}$$

Bulunan transfer fonksiyonunun kök yer değişimi eğrisi çizilirse K_r geri besleme katsayısı belirlenebilir.

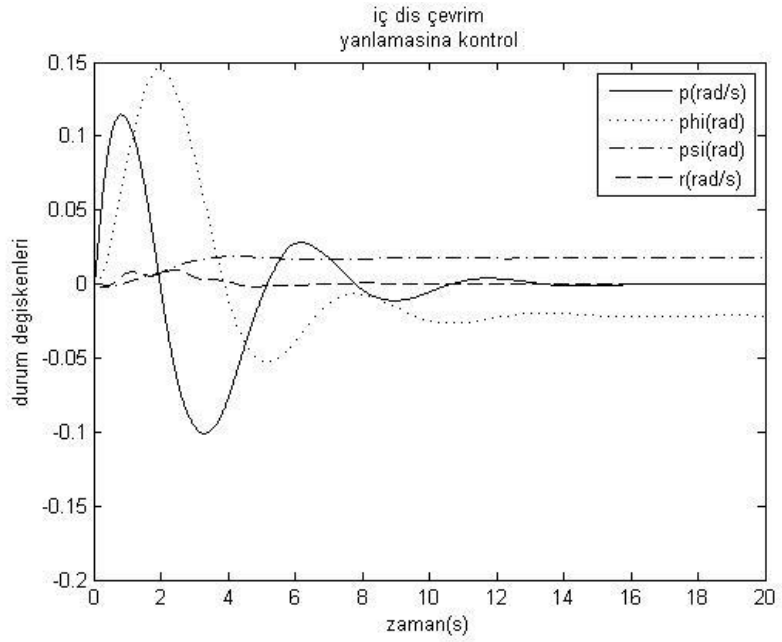


Şekil 3.19 : K_r geri besleme katsayısı seçimi için kök yer değiştirme eğrisi.

Buradan kararlılığı sağlayacak ve sönümleme oranını belirleyecek K_r katsayısı 0.1 seçilir. Kökler imajiner eksene çok yakın olduğundan, sistemin küçük kazanç değerlerinden itibaren kararsız duruma geçtiği gözlenmektedir. Bu yüzden belirlenen K_r aralığı ufak bir aralıkta bulunur ve sönümlenme oranı düşük olur.



Şekil 3.20 : İç çevrim-dış çevrim yanlamasına hareket kontrol şeması.



Şekil 3.21 : İç çevrim-dış çevrim yanlamasına hareket referans giriş cevabı.

Uzunlamasına hareketin kontrolü için yunuslama açısının 1^0 (0.174 rad)'de, hızın ise sabit tutulması amaçlanmış ve şekil 7. de başarım gösterilmiştir. Yanlamasına kontrolde ise iç çevrim ile sapma oranı (r) sıfıra getirilmiş, dış çevrimle yana kayma açısı istenilen seviyede(0.174 rad) tutulmuş ve yuvarlanma oranı, yuvarlanma açısının sabit tutulması için sıfıra getirilmiştir. Gerekli geri besleme katsayıları yer-kök eğrisi grafikleri üzerinden elde edilmiştir.

4. MODERN KONTROL TEORİSİ

4.1 Kontrol Edilebilirlik ve Gözlemlenebilirlik

Gelecek bölümlerdeki kontrol tasarımına başlamadan önce sistemin gözlemlenebilirliği ve kontrol edilebilirliğinin bilinmesi gerekmektedir[1,3]. Bir transfer fonksiyonunun denominatör polinomunun kökleri ve A sistem matrisinin özdeğerleri, sistemin davranışını belirleyen kökleridir. Durum geri besleme (state feedback) veya kutup yerleştirme (pole placement) yöntemleri ile kapalı döngü köklerini istenilen noktaya yerleştirmek için sistemin tamamen gözlemlenebilir ve kontrol edilebilir olması gerekmektedir. Riccati denkleminin çözümü için sistemin tamamen kontrol edilebilir olması gerekmektedir. Gözlemleyici tasarımında ise sistemin gözlemlenebilir olduğunun bilinmesi gerekmektedir.

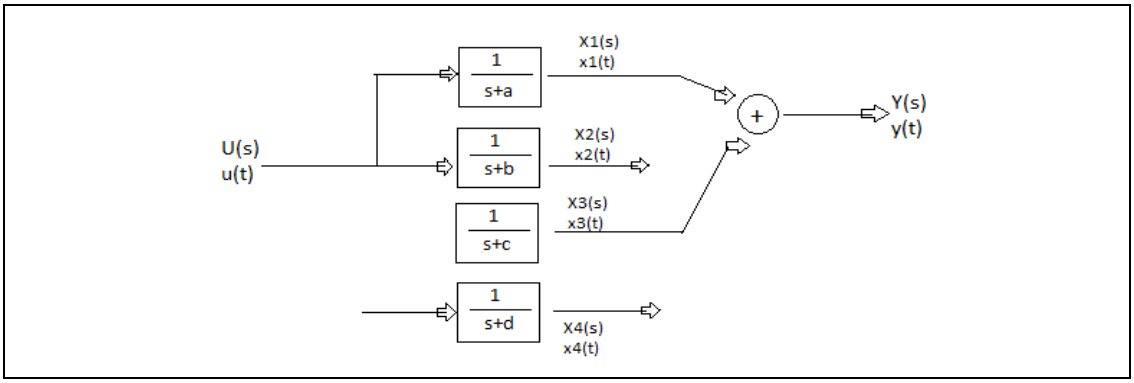
Gözlemlenebilirlik ve kontrol edilebilirliği fiziksel olarak tanımlamak amacıyla bazı yöntemler kullanılır. Doğrusal dinamik sistemimiz aşağıdaki gibi tanımlanmış olsun.

$$x(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) \tag{4.1}$$

Durum uzayında, modal forma dönüştürülmüş halde aşağıdaki gibi gösterilen bir sistem ele alalım.

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

Belirlenen durum uzayının şemasal gösterimi aşağıdaki gibi gösterilir.



Şekil 4.1 Kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirliği açıklayıcı blok diyagramı.

Şemadan anlaşılacağı üzere

x_1 hem kontrol edilebilir hem gözlemlenebilir.

x_2 kontrol edilebilir ama gözlemlenemez.

x_3 kontrol edilemez ama gözlemlenebilir.

x_4 ne kontrol edilebilir ne gözlemlenebilir.

Sistemin kontrol edilebilir olduğunu anlamak için diğer bir yöntem aşağıdaki gibi A ve B matrislerinin oluşturduğu kontrol edilebilirlik matrisinin bulunması ile uygulanır.

$$C_o = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.3)}$$

C_o matrisinin rank değeri sistemin kontrol edilebilir veya edilemez olduğunu tayin eder.

Eğer

$$\text{Rank}(C_o)=n \quad \textbf{(4.4)}$$

ise sistem kontrol edilebilirdir. Sistemin kontrol edilemez modlarının sayısı ise

$$n-\text{Rank}(C_o) \quad \textbf{(4.5)}$$

formülü ile belirlenir.

Uzunlamasına harekette elevatör girişi ile elde edilen kontrol edilebilirlik matrisi

$$C_{o_e} = \begin{bmatrix} 0 & -0.102 & 168.19 & -232.84 \\ -17.34 & -3738.5 & 8622.6 & 31339 \\ -19.42 & 28.73 & 198.85 & -835.98 \\ 0 & -19.42 & 28.73 & 198.85 \end{bmatrix}$$

Uzunlamasına harekette itki girişi ile elde edilen kontrol edilebilirlik matrisi

$$C_{o_T} = \begin{bmatrix} 0.0013 & -0.0000 & -0.0011 & 0.0015 \\ 0 & 0.0252 & -0.0569 & -0.2135 \\ 0.0001 & -0.0002 & -0.0013 & 0.0056 \\ 0 & 0.0001 & -0.0002 & -0.0013 \end{bmatrix}$$

Yanlamasına harekette aileron girişi ile elde edilen kontrol edilebilirlik matrisi

$$C_{o_a} = \begin{bmatrix} -0.0037 & -0.5040 & 0.7439 & 9.0955 \\ 21.3022 & -31.7192 & 66.0732 & -135.6131 \\ 0.5049 & 0.4525 & -10.8753 & 22.5354 \\ 0 & 21.3022 & -31.7192 & 66.0732 \end{bmatrix}$$

Yanlamasına harekette rudder girişi ile elde edilen kontrol edilebilirlik matrisi

$$C_{o_r} = \begin{bmatrix} 0.0396 & 0.5434 & -1.0469 & -9.3280 \\ 9.9574 & -16.9577 & 7.9792 & 32.0516 \\ -0.5524 & 1.4285 & 8.7058 & -24.1696 \\ 0 & 9.9574 & -16.9577 & 7.9792 \end{bmatrix}$$

Benzer şekilde gözlemlenebilirlik tayini için

$$O_o = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & (A^T)^2 C^T & \dots & (A^T)^{n-1} C^T \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.6)}$$

Uzunlamasına harekette Θ yunuslama açısı için gözlemlenebilirlik matrisi

$$O_{o_\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ -0.0011 & -0.0641 & -1.4225 & 0 \\ 0.0081 & 0.1437 & -10.3679 & 0.0484 \end{bmatrix}$$

Uzunlamasına harekette boylamsal hız bileşeni için gözlemlenebilirlik matrisi

$$O_{o_u} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0127 & 0.0059 & 0 & -9.7927 \\ -0.0004 & -0.0049 & -8.6565 & 0.1206 \\ 0.0103 & 0.5591 & 11.4905 & 0.0071 \end{bmatrix}$$

Yanlamasına harekette β sapma açısı için gözlemlenebilirlik matrisi

$$O_{o_\beta} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2280 & 0 & -1.0000 & 0.0508 \\ -18.6338 & 0.0129 & 0.7919 & -0.0116 \\ 18.5960 & -0.0011 & 18.1985 & -0.9460 \end{bmatrix}$$

Yanlamasına harekette Φ yuvarlanma açısı için gözlemlenebilirlik matrisi

$$O_{o_\phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -34.9134 & -1.5158 & 0.8724 & 0 \\ 77.1837 & 2.3307 & 33.0991 & -1.7724 \end{bmatrix}$$

Matrisi oluşturulur. Eğer

$\text{Rank}(O_o)=n$ **(4.7)**

ise sistem gözlemlenebilirdir. Aksi durumda sistemin en az bir gözlemlenemez modunun bulunduğu belirlenir ve sistem gözlemlenemezdir. Yukarıdaki 8 matrisin rank değeri incelendiğinde sistemin tamamen kontrol edilir ve gözlemlenir olduğu belirlenmiştir.

4.2 Bir Durum Uzayından Kontrol Edilebilir Forma Geçiş

Kontrol edilebilir bir sistemin kökleri s-düzleminde limitler dâhilinde istenilen noktalara yerleştirilebilir. Böyle bir sistemin durum matrisi kontrol edilebilir forma dönüştürülebilir[1,2,3].

Yeni bir durum vektörü T dönüşüm matrisi ile belirlenir

$$\hat{x} = Tx \tag{4.8}$$

M kontrol edilebilirlik matrisi

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

W karakteristik denklemin katsayılarının oluşturduğu

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ : & : & & : & : \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

matris olmak üzere, dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi bulunur.

$$T = MW \tag{4.11}$$

Eğer M matrisinin rank değeri n ise sistem kontrol edilebilirdir. Bu durumda T matrisinin tersi de bulunabilir. Böylece yeni durum uzayı gösterimi aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$\dot{\hat{x}} = T^{-1}AT\hat{x} + T^{-1}Bu \tag{4.12}$$

Genel hali ile, kontrol edilebilir formdaki yeni sistem matrisi:

$$T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ : & : & : & & : \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Giriş matrisi:

$$T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ : \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

SISO bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilsin.

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_0 s^n+b_1 s^{n-1}+\ldots+b_{n-1}s+b_n}{s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n} \qquad \textbf{(4.15)}$$

Bu durumda kontrol edilebilir form:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ :\\ \dot{x}_{n-1}\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \ldots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0\\ : & : & : & & :\\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1\\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots & -a_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ :\\ x_{n-1}\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ :\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u \qquad \textbf{(4.16)}$$

Uçağın başlangıç durumu için kontrol edilebilir formdaki durum matrisleri:

Uzunlamasına hareket:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -2.2532 & -13.5793 & -0.1261 & -0.0542\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_4\\ b_3\\ b_2\\ b_1\end{bmatrix}u$$

Yanlamasına hareket:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -2.3077 & -19.9817 & -28.9613 & -0.1719\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_4\\ b_3\\ b_2\\ b_1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}b_n & b_{n-1} & \ldots & b_2 & b_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ :\\ x_{n-1}\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}u \qquad \textbf{(4.17)}$$

Gözlemlenebilir form genel hali ile:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ :\\ :\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \ldots & 0 & -a_n\\ 1 & 0 & \ldots & 0 & -a_n\\ : & & & & :\\ : & & & & :\\ 0 & 0 & \ldots & 1 & -a_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ :\\ x_{n-1}\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_n\\ b_{n-1}\\ :\\ :\\ b_1\end{bmatrix}u \qquad \textbf{(4.18)}$$

Uzunlamasına hareket:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & -0.0542\\ 1 & 0 & 0 & -0.1261\\ 0 & 1 & 0 & -13.5793\\ 0 & 0 & 1 & -2.2532\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_4\\ b_3\\ b_2\\ b_1\end{bmatrix}u$$

Yanlamasına hareket:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & -0.1720\\ 1 & 0 & 0 & -28.9617\\ 0 & 1 & 0 & -19.9817\\ 0 & 0 & 1 & -2.3077\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_4\\ b_3\\ b_2\\ b_1\end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ : \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + [0]u \qquad \textbf{(4.19)}$$

4.3 Gözlemleyici Tasarımı

Durum geri besleme problemlerinde bütün durum değişkenlerinin bilinmesi gerekmektedir. Fakat bazı durumlarda bütün durum değişkenleri ölçülemeyebilir. Bu durumda ölçülemeyen durum değişkenlerinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu tahmin işlemi için gözlemleyici kullanılmaktadır. Bir bilgisayar programı olan gözlemleyici, ölçülemeyen durum değişkenlerini tahmin eder ve bulunan değerler geri besleme amacıyla kullanılabilir.

Sistem durum uzayı aşağıdaki gibi belirlenmiş olsun

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx \qquad \textbf{(4.20)}$$

Gözlemleyici matematiksel modeli ana sistemin modeli ile aynı şekilde oluşturulur. Farklı olarak, gözlemleyici hatası yani ölçülen çıkış ile tahmin edilen çıkışın farkının gözlemleyici kazancı ile çarpımının eklenmesi gösterilebilir. Buna göre gözlemleyici matematiksel modeli aşağıdaki gibi olur[1,3,10].

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + L(y - \tilde{y})$$
$$\tilde{y} = C\tilde{x} \qquad \textbf{(4.21)}$$
$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + LCx + Bu$$

Gözlemleyici hatası şu şekilde bulunur:

$$\dot{x} - \dot{\tilde{x}} = Ax - A\tilde{x} - L(Cx - C\tilde{x})$$
$$= (A - LC)(x - \tilde{x}) \qquad \textbf{(4.22)}$$

Hata vektörünü e olarak tanımlarsak,

$$e = x - \tilde{x} \qquad \textbf{(4.23)}$$

olarak belirlenir.

$$\dot{e} = (A - LC)e \qquad \textbf{(4.24)}$$

Bu fonksiyondan hatanın dinamik davranışı kolayca belirlenebilir. Eğer $(A-LC)$ özdeğerleri incelenirse, bu değerlerin negatif olduğu ve dolayısıyla e hata değerinin sıfıra yaklaştığı görülecektir. Bu demektir ki, belirli bir süre sonra gözlemleyicinin tahmin ettiği çıkış değeri ile gerçek çıkış değeri arasındaki fark sıfıra indirgenecektir.

4.3.1 Uzunlamasına Hareket İçin Gözlemleyici Tasarımı:

Boylamsal hareketin kökleri:

$s_{1,2}$=-1.1209 ± 3.5069i $s_{3,4}$= -0.0057 ± 0.0632i

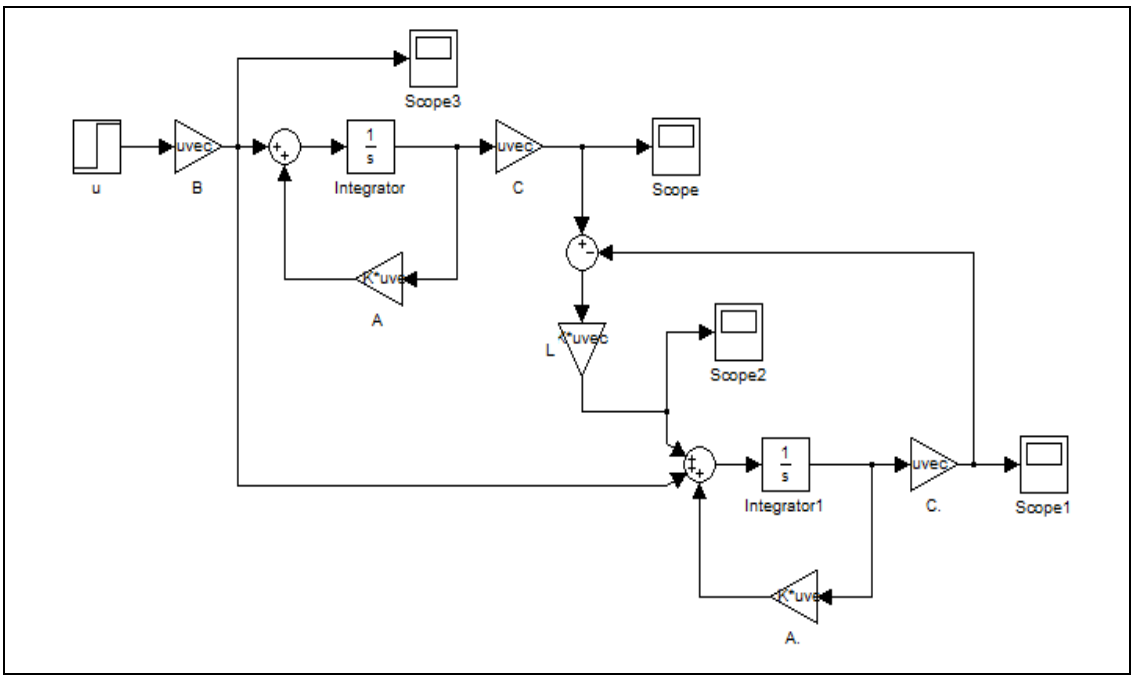
Gözlemleyici kökleri hareketin köklerinin 7 katı olarak seçilirse:

$s_{1,2}$= -7.8464 ± 24.5481i $s_{3,4}$= -0.0397 ± 0.4425i

Buna göre gözlemleyici kazancı:

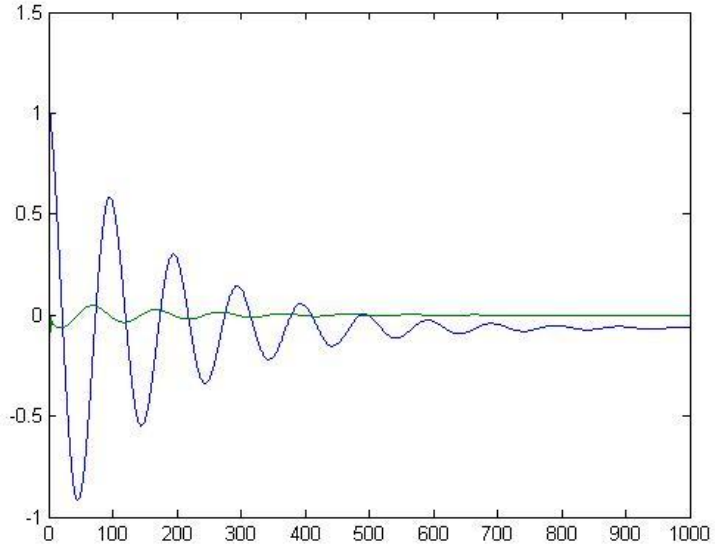
$$L = \begin{bmatrix} -950.7229 & 997.4339 \\ -321.1645 & 312.8577 \\ -28.6104 & 10.8777 \\ 2.6412 & 23.0026 \end{bmatrix}$$

olacak şekilde bulunur.



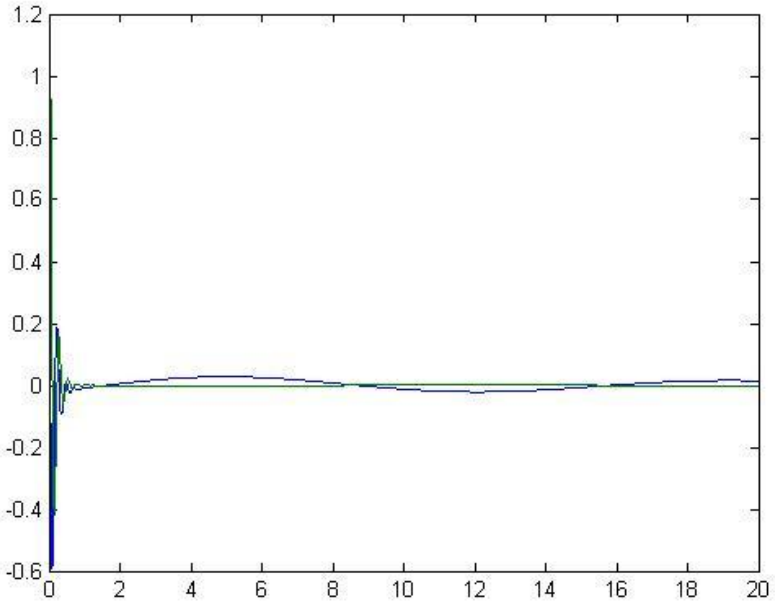
Şekil 4.2 : Uzunlamasına hareketin gözlemleyici şeması.

Elevatör açısının 1derecelik değişiminin, uçağın yunuslama açısına ve boylamsal hızına etkisi :



Şekil 4.3 : Uzunlamasına hareket birim basamak giriş cevabı.

İlk 20 saniye süresince gözlenen hata:



Şekil 4.4 : Uzunlamasına hareket gözlemleyici hatası.

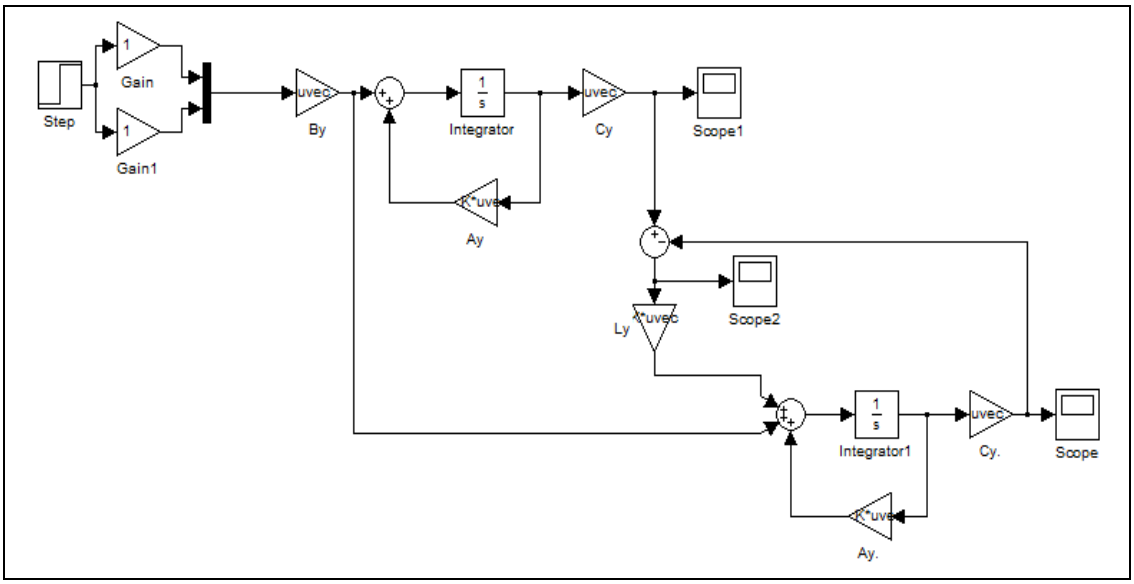
4.3.2 Yanlamasına Hareket İçin Gözlemleyici Tasarımı

Sistem kökleri:

$s_{1,2}$= -0.3834 ± 4.3179i, s_3= -1.5349, s_4= -0.006

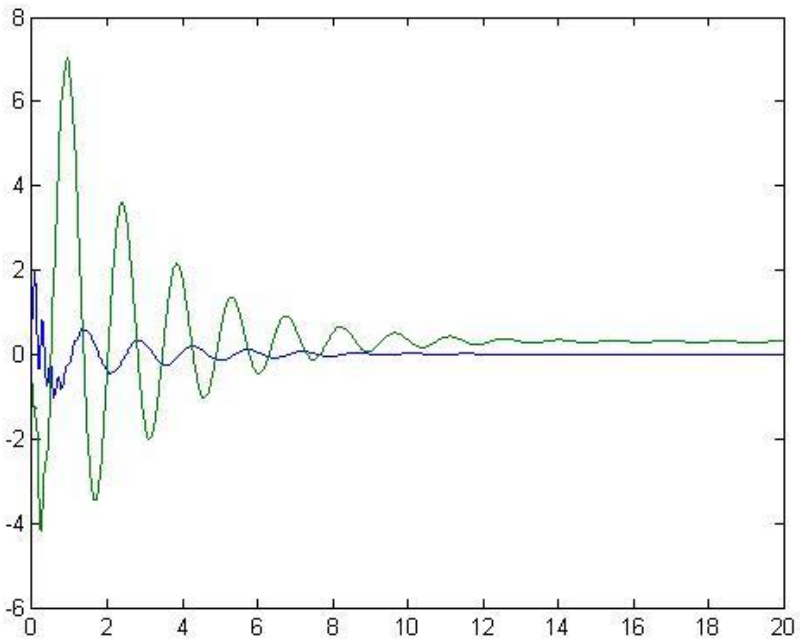
gözlemleyici kökleri:

$s_{1,2}$ =-2.6840 ± 30.225i, s_3= -10.7443, s_4= -0.0417



Şekil 4.5 : Yanlamasına hareketin gözlemleyici şeması.

1 derecelik aileron ve rudder değişiminin uçağın beta açısı ve p açısal hızına etkisi:



Şekil 4.6 : Yanlamasına hareket gözlemleyici hatası.

4.4 Lti Sistemlerin Kararlılaştırılması

Önceki bölümlerde birim basamak girişe karşılık durum değişkenlerinin zaman cevabı incelenmişti. Yanlamasına hareketin kararlı olmadığı, uzunlamasına hareketin ise kararlı olmasına rağmen oturma süresinin çok uzun olduğu gösterilmişti. İleriki

bölümlerde riccati denklemi çözümü ve kök yerleştirme (pole placement) yöntemleri ile durum geri besleme matrisi hesaplanıp sistem kararlılaştırılacak ve maksimum aşım ve oturma süreleri istenilen seviyeye ulaştırılacaktır.

A,B,C,D doğrusal, zaman değişkenli sistemin durum uzayı matrisleri olsun.

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t),\ y = Cx(t) + Du(t) \quad \textbf{(4.25)}$$

Durum geri besleme[1,2,3,10,21]:

$$-Kx(t) \quad \textbf{(4.26)}$$

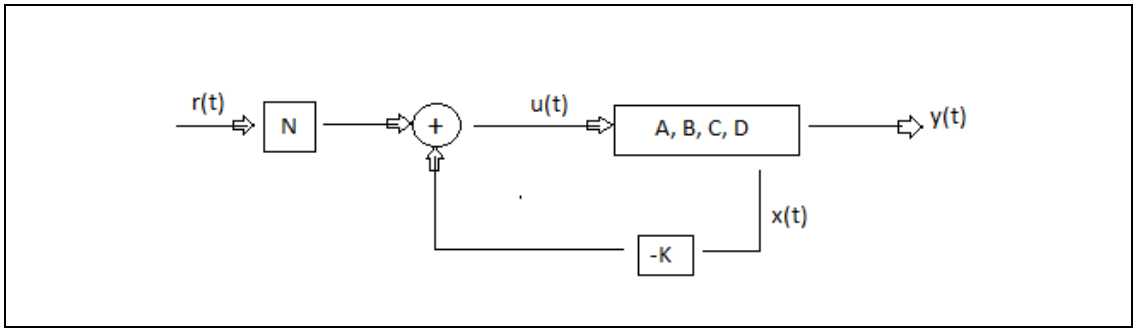
İstenilen kalıcı durum davranışı

$$Nr(t) \quad \textbf{(4.27)}$$

Kontrol girişi:

$$u(t) = -Kx(t) + Nr(t) \quad \textbf{(4.28)}$$

Böyle bir sistemin şemasal gösterimi:



Şekil 4.7 : Temel hali ile durum geri besleme kontrolcü şeması.

Kontrol girişi ve geri besleme matrisi durum uzayı denklemine sokulduğunda

$$\dot{x} = Ax(t) + B(-Kx(t) + Nr(t)) \quad \textbf{(4.29)}$$

$$\dot{x} = (A - BK)x(t) + BNr(t) \quad \textbf{(4.30)}$$

$$y = Cx(t) \quad \textbf{(4.31)}$$

Denklemlerde gözüken N matrisi çıkış ile giriş arasındaki orandır.

$$TF(s) = C(sI - A + BK)^{-1}BN \quad \textbf{(4.32)}$$

$t \to \infty$ $s \to 0$

kalıcı durum transfer fonksiyonu, çıkış-referans giriş oranını bire yakınsar.

$$TF(0) = \frac{CBN}{-A + BK} = 1 \quad \textbf{(4.33)}$$

4.5 Durum Geri Besleme

Durum geri beslemeli kontrolcü tasarımında temel problem durum değişkenlerinin geri besleme katsayılarının hesaplanmasıdır. Sistemin tamamen kontrol edilebilir ve tamamen gözlemlenebilir olması gerekmektedir. Eğer sistem tamamen gözlemlenebilir değil ise gözlemleyici tasarımı ile durum değişkenlerinin tahmin hesaplanması yapılması gerekir. Bu tür kontrolcü tasarımında sistemin istenilen dinamik davranışı göstermesi amacıyla öncelikle kapalı döngü kökleri belirlenir.

Tek giriş tek çıkış (SISO) olarak indirgenmiş bir sistemde, (A,B) kontrol edilebilir durum ve giriş matrisleri olsun.

Kontrol edilebilir forma dönüştürülmüş A ve B matrisleri:

$$\hat{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix},\quad \hat{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

Karakteristik polinom

$$p_{\hat{A}}(s)=a_0+a_1 s+a_2 s^2+a_3 s^3+s^4 \tag{4.35}$$

Durum geri besleme matrisi

$$K=\begin{bmatrix} k_0 & k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

Durum geri besleme ile A matrisi:

$$\hat{A}_{sf}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0-k_0 & -a_1-k_1 & -a_2-k_2 & -a_3-k_3 \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

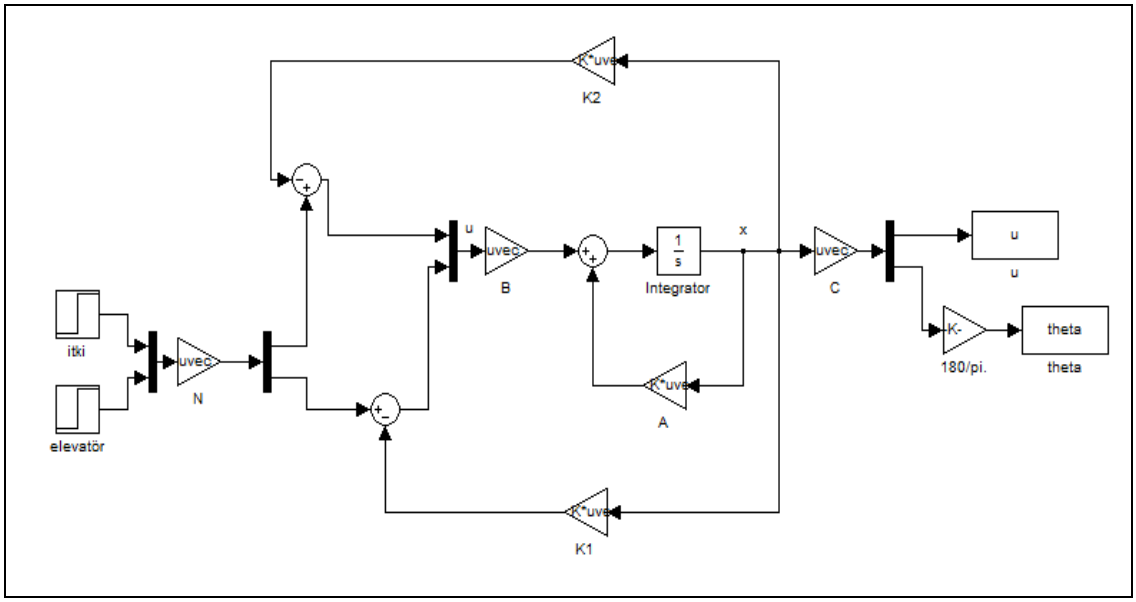
Kapalı döngü sistemin karakteristik denklemi:

$$p_{\hat{A}_{sf}}(s)=\bar{a}_0+\bar{a}_1 s+\bar{a}_2 s^2+\bar{a}_3 s^3+s^4 \tag{4.38}$$

Bulunanlar dahilinde geri besleme matrisi K

$$K=\begin{bmatrix} \bar{a}_0-a_0 & \bar{a}_1-a_1 & \bar{a}_2-a_2 & \bar{a}_3-a_3 \end{bmatrix}T \tag{4.39}$$

4.5.1 Uzunlamasına hareket



Şekil 4.8 : Uzunlamasına hareketin durum geri besleme kontrolcü şeması.

LQR kontrolcü tasarımında elde edilen sistem köklerinin nasıl bir davranışa yol açacağı ileriki bölümde gösterildi. Bu nedenle elde edilen sistem köklerini geliştirilerek bu tasarımda kullanmak faydalı olacaktır. Hız değişkeni u uzun sürede sönümlenmişti. Hızın kısa sürede sönümlenmesi amacıyla 1. kök sola kaydırılıp, hızlı cevap vermesi beklenmiştir. Bu beklenti ile köklerin aşağıdaki gibi yerleştirilmesi uygun olacaktır.

p_1= -2

p_2=-0.7405

$p_{3,4}$=-5.0834±6.096i

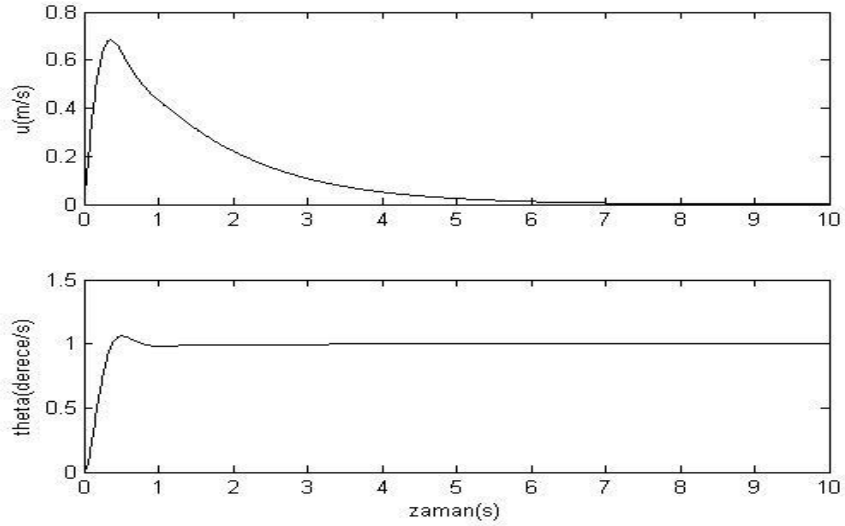
Geri besleme matrisi aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$K = \begin{bmatrix} 0.0065 & 0.0022 & -0.5146 & -2.2910 \\ 10^5(0.0175 & -0.003 & -0.1150 & 1.3954) \end{bmatrix}$$

Çıkış ile referans giriş oranını aşağıdaki matris belirler:

$$N = \begin{bmatrix} 0.0067 & -2.2366 \\ 10^5(0.0180 & 1.4789) \end{bmatrix}$$

Hız referans girişi sıfır, yunuslama açısı 1 derece olarak arzulanmış. Yapılan tasarım ile aşağıdaki grafik elde edilmiştir.



Şekil 4.9 : Uzunlamasına hareketin durum geri besleme ile sistem cevabı.

Aşım, oturma süresi ve hata olmaması bakından beklentiler karşılanmıştır.

4.5.2 Yanlamasına hareket

Uzunlamasına harekette olduğu gibi LQR tipi kontrolcüden elde edilen kökler incelenmiş ve sapma ile yuvarlanma hareketlerinin hızlı cevap vermesi için 2. ve 3. kökler sola kaydırılmıştır. Ayrıca salınım hareketi yok edilmiştir.

İstenen kökler:

$p_1 = -8.0664$

$p_{2,3} = -1.5636 \mp 4.0965i$

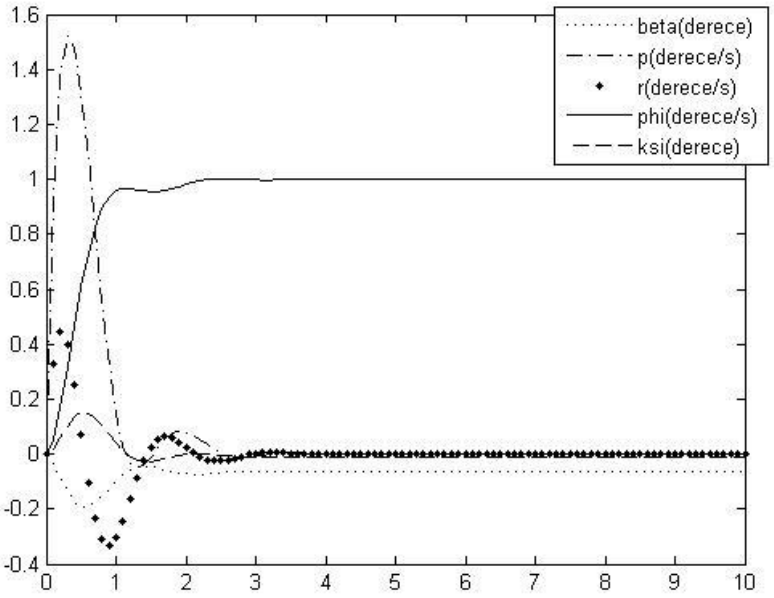
$p_4 = -2.2984$

Geri besleme matrisi:

$$K = \begin{bmatrix} 0.4060 & 0.5800 & 1.4691 & 2.4919 \\ -0.7529 & -0.3926 & -3.6688 & -3.7743 \end{bmatrix}$$

Çıkış ile referans giriş oranı:

$$N = \begin{bmatrix} -10.6646 & 3.1047 \\ 26.9325 & -5.3183 \end{bmatrix}$$



Şekil 4.10 : Yanlamasına hareketin durum geri besleme ile sistem cevabı.

Sapma ve yuvarlanma oranları LQR tasarımdan daha kısa sürede sıfıra ulaşmış bu nedenle yuvarlanma açısı kısa sürede referans değere ulaşmıştır.

5. RİCCATİ DENKLEMİ ÇÖZÜMÜ

Dinamik, zaman değişkenli bir sistem aşağıdaki gibi birinci derece bir diferansiyel denklem şeklinde gösterilebilir.

$$f(x,t) = \dot{x}(t)$$
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \textbf{(5.1)}$$

Yukarıdaki formda verilen bir f(x,t) fonksiyonu için, riccati denklemi optimal doğrusal kuadratik kontrol çözümünü bulur[1,3]. Bu denklemi kullanmak için (A,B) matris çiftinin tamamen kontrol edilebilir olması gerekmektedir.

5.1 Riccati Denklemi Çözüm Teorisi

Sistemin durum uzayı gösterimi:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du \quad \textbf{(5.2)}$$

Kontrol kuralı: K geri besleme katsayılarının oluşturduğu vektör.

$$u = -Kx \quad \textbf{(5.3)}$$

Bulunacak olan K vektörü aşağıda gösterilen performans indeksini minimize edecektir.

$$J = \int_0^\infty (xQx + u^T Ru)dt \quad \textbf{(5.4)}$$

f(x) elde edilen yeni formu: $\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x$ **(5.5)**

Lyapunov (V) fonksiyonu:

$$V = \frac{1}{2} x^T Px \quad \textbf{(5.6)}$$

Lyapunov fonksiyonunun zaman türevi:

$$\dot{V} = \frac{-1}{2} \dot{x}(Q + K^T RK)x \quad \textbf{(5.7)}$$

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) + Q + K^T RK = 0 \quad \textbf{(5.8)}$$

Bu denklemde R determinant değeri pozitif olan bir matristir. R matrisi tekil olmayan

bir Γ matrisi cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$R = \Gamma^T \Gamma \tag{5.9}$$

R matrisi yukarıdaki gibi denkleme katılırsa, denklemin yeni hali aşağıdaki gibi olur.

$$(A^T - K^T B^T)P + P(A - BK) + Q + K^T \Gamma^T \Gamma K = 0 \tag{5.10}$$

Denklemin daha detaylı gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$A^T P + PA + [\Gamma K - (\Gamma^T)^{-1} B^T P]^T [\Gamma K - (\Gamma^T)^{-1} B^T P] - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \tag{5.11}$$

J performans indeksinin kısıtlandırılmamış minimize edilmiş hali için aşağıdaki denklem geçerli olur:

$$\frac{d}{dk_{ij}} [\Gamma K - (\Gamma^T)^{-1} B^T P]^T [\Gamma K - (\Gamma^T)^{-1} B^T P] = 0 \tag{5.12}$$

Aşağıdaki denklem kullanılıp riccati denklemi düzenlenirse

$$\Gamma K = (\Gamma^T)^{-1} B^T P \tag{5.13}$$

Geri besleme matrisi K aşağıdaki formda elde edilir:

$$K = \Gamma^{-1} (\Gamma^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \tag{5.14}$$

Elde edilenler dahilinde u kontrol girişi şu hali alır:

$$u = -R^{-1} B^T P x \tag{5.15}$$

Tüm bilinen eşitsizlikler denklemde yerleştirilir ve aşağıdaki denklem elde edilir:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) + K^T R K + Q = 0 \tag{5.16}$$

Gerekli düzenlemelerden sonra Riccati denklemi aşağıdaki formda elde edilir:

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \tag{5.17}$$

5.2 Riccati Denklemi İçin Bazı Kurallar ve Uygulaması

Riccati denkleminin çözümü ile asimptotik kararlılığı sağlayan bir tasarım için bazı kurallara uyulması gerekmektedir. Bu kurallar şu şekilde sıralanabilir:

Q negatif olmayan bir matris olmalıdır. Q matrisi pozitif kesinlikli veya pozitif yarı kesinlikli olarak belirlenebilir.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Yukarıdaki gibi bir Q matrisi bu tanımlamaya uyabilir.Bu kurallara uygun olarak seçilen Q matrisi Lyapunov fonksiyonunun zaman türevini negatif yapacaktır. Fonksiyonun zaman türevinin negatif olması sistemin sönümleneceği ve durum değişkeninin kararlılık noktasına erişeceği (veya belirli bir noktaya yakınsayacaktır) anlamına gelmektedir. Bu da optimal geri besleme sisteminin asimptotik kararlı olduğunu gösterir. P, pozitif kesinlikli, reel, simetrik ve sabit değerli bir matris olarak seçilmelidir. Bu seçim Lyapunov fonksiyonunun değerinin zamanla büyümesini sağlar. P matrisinin çözümü bu koşullar altında aranır.

5.2.1 Uzunlamasına hareket

Giriş elevatör açısı, çıkış ise uçağın yunuslama açısı olmak üzere, sistemin gözlemlenebilir formda durum uzayı gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.0546 \\ 1 & 0 & 0 & -0.1580 \\ 0 & 1 & 0 & -13.5840 \\ 0 & 0 & 1 & -2.2532 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.1981 \\ -14.9926 \\ -19.3884 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + [0]u$$

Kontrol edilebilirlik matrisi:

$$O_c = \begin{bmatrix} -0.19 & 0 & 1.05 & -1.56 \\ -14.99 & -0.19 & 3.06 & -3.47 \\ -19.38 & -14.99 & 263.17 & -386.69 \\ 0 & -19.38 & 28.69 & 198.52 \end{bmatrix}$$

O_c kontrol edilebilirlik matrisinin rank değeri:

$$rank(O_c) = 4$$

Tam rank olduğundan dolayı sistem kontrol edilebilirdir. Bir sonraki adım R ve Q ağırlık matrislerini belirleme işlemidir. Bu değerler kararlılığı sağlayacak kurallara uygun olarak seçilip, simülasyon testleri ile geliştirilmiştir.

$$R = 10^7 \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^8 \end{bmatrix}$$

Simülasyon sonuçlarından görülmüştür ki R değerinin artması oturma süresini arttırmaktadır. Q matrisinin dördüncü satır ve sütun elemanının en çok yunuslama

açısı üzerine etkisi olduğu bulunmuş, bu elemanın artışı ile oturma süresinin kısaldığı gözlemlenmiş ve bu gözlemler sonucunda Q ve R değerleri istenen sonuç elde edilene kadar değiştirilip optimum değerler saptanmıştır.

Seçilen Q matrisi ve R değeri ile hesaplanan geri besleme matrisi katsayıları:

$$K = [0.0000 \quad 0.0029 \quad -0.4489 \quad -3.1622]$$

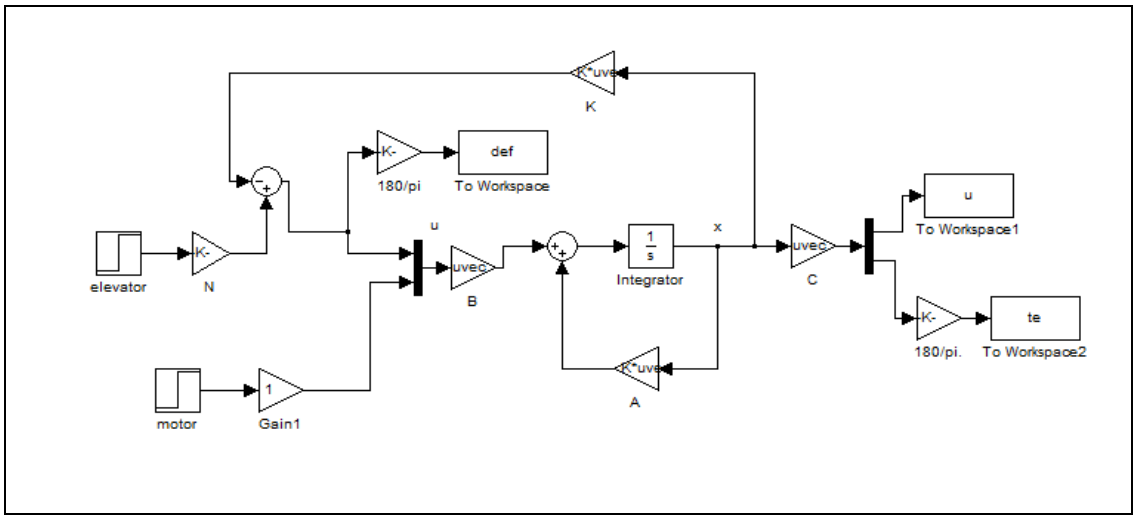
K matrisinin birinci elemanının sıfıra çok yakın olmasının nedeni u hız bileşeninin yunuslama üzerindeki etkisinin diğer değişkenlere oranla daha az olmasından kaynaklanmıştır. Bu nedenle u hız bileşeni geri besleme katsayısı çok düşük oranlarda tutulmuştur.

İleri besleme N sayısı: -3.1825

Geri besleme sonucunda karakteristik denklemin özdeğerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur:

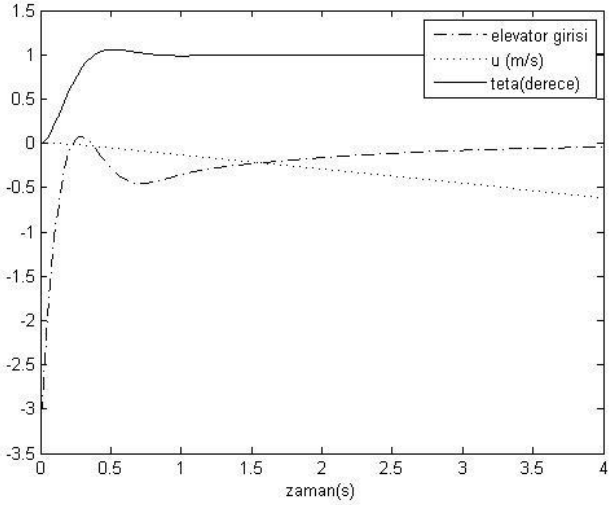
$s_1 = -0.0135 \quad s_2 = -0.7405 \quad s_{3,4} = -5.0834 \pm 6.0960i$

Simülasyon için tek giriş ile kontrol sağlanmaya çalışılmıştır. Giriş olarak elevatör seçilmiş, yunuslama açısı kontrolü sağlanmış, hız ise kararlı hale getirilmiştir.



Şekil 5.1 : Riccati denklemi çözümü ile durum geri besleme kontrolcü şeması.

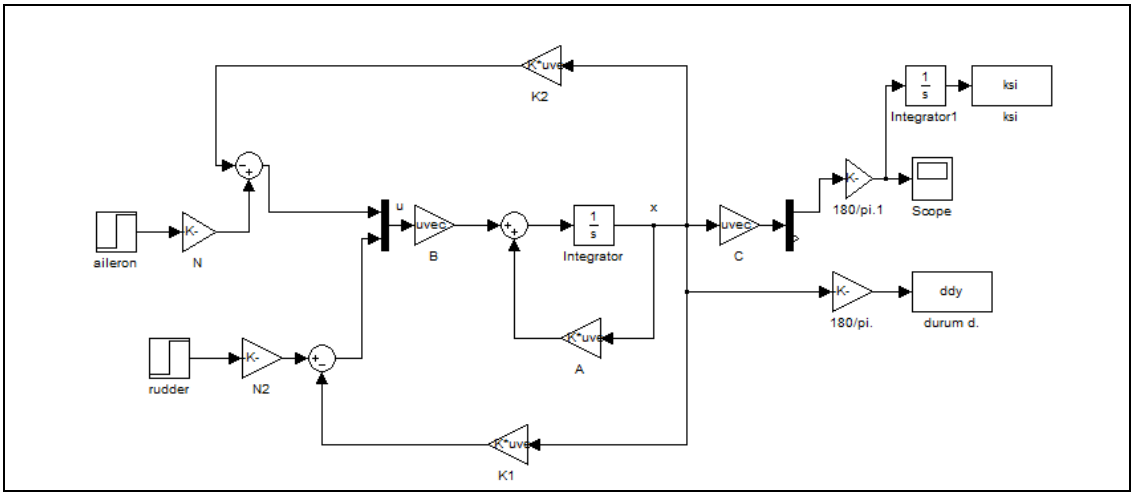
Yukarıdaki simülink diyagramınının simülasyonu gerçekleştirildiğinde yunuslama açısının kısa süre içinde birim basamak, 1 derecelik referans girişe eriştiği, hız bileşeninin kararlılık noktasına geç erişmesinden dolayı yunuslama açısı üzerinde hataya sebebiyet verdiği görülmüştür. Ancak hız bileşeninin açı üzerindeki hata etkisi kabul edilebilir %2'lik seviyeyi geçmediği tespit edilmiştir.



Şekil 5.2 : Riccati denkleminin çözümünün sistem çıkışı ve kontrolcü girişi cevapları.

5.2.2Yanlamasına hareket

LQR kontrolcü ile yanlamasına hareket kontrolünde sapma ve yuvarlanma hareketlerini kararlılaştırılmaya çalışılmıştır. Sapma oranı sıfıra getirilmeye çalışılmış, böylece sapma açısı kararlılaştırılmış, ayrıca yuvarlanma açısı referans girişe kısa sürede ulaşmıştır.



Şekil 5.3 : Yanlamasına hareketin riccati denklem çözümü kontrolcü şeması.

Çıkış durumu aşağıdaki matrisler aracılığı ile belirlenir:

$$y = Cx + Du \qquad \textbf{(5.19)}$$

C matrisi aşağıdaki gibi seçilir ise çıkış değişkenleri sapma oranı ve yuvarlanma açısı olur.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} r \\ \phi \end{bmatrix}$$

Q ağırlık matrisi ve R matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$Q=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 14.3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 5\end{bmatrix} \quad R=\begin{bmatrix}100 & 0\\ 0 & 1.5\end{bmatrix}$$

R matrisinin 2x2 olması sistemin MIMO olmasının bir gerekliliğidir.

Aynı sebeple K matrisinin satır sayısı birden çok olarak bulunur.

$$K=\begin{bmatrix}-0.0102 & 0.0233 & 0.0946 & 0.0438\\ 2.6125 & 0.8482 & -0.1627 & 1.7701\end{bmatrix}$$

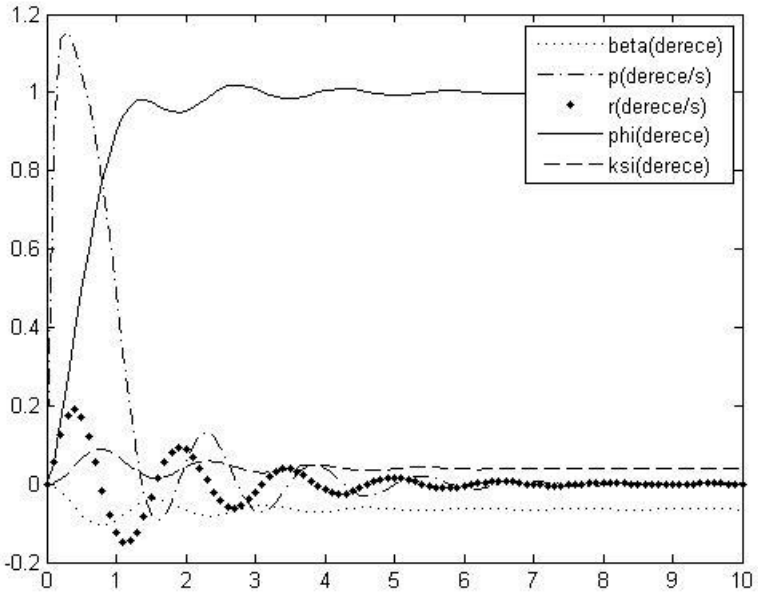
Durum geri besleme ile oluşan durum matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\text{A-BK}=\begin{bmatrix}-0.3315 & -0.0335 & -0.9932 & -0.0192\\ -60.7103 & -10.4590 & 0.4777 & -18.5579\\ 20.1342 & 0.4947 & -0.7015 & 0.9558\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Durum matrisinin özdeğerleri kapalı döngü transfer fonksiyonu karakteristik polinomunun köklerini verecektir. Bu kökler aşağıdaki gibidir:

$$eig(\text{A-BK}) = [-8.0664 \quad -0.5636 + 4.0965i \quad -0.5636 - 4.0965i \quad -2.2984]$$

Yuvarlanma açısı birim basamak referans girişine kısa süre oturmuş, açısal oranlar sıfır değerlerine getirilmiş ve yana kayma ve sapma açıları kararlı tutulmuştur.



Şekil 5.4 : Riccati denkleminin çözümünün yanlamasına hareket sistem çıkışı.

6. DAYANIKLI ANALİZ YÖNTEMLERİ

6.1 Dayanıklı Kararlılık Analizi

Önceki bölümlerde incelenen doğrusal kontrol tasarımı, A durum matrisini oluşturan kararlılık türevleri sabit olarak ele alınıp geliştirilmiştir. Bu katsayılar belirli bir uçuş şartının değerleridir. Gerçek uçuşta ise kararlılık türevleri sürekli olarak değişim halindedir. Her uçuş koşulunda farklı değerler oluşacağından dolayı sonsuz sayıda uçuş koşulunu değerlendirmek mümkün değildir. Bu yüzden, katsayıların değişim aralıklarının bütün uçuş koşullarını kapsayacak şekilde bulunup, kararlılık analizi yapılması gerekliliği doğar. İncelenen kaynaklarda kararlılık türevlerinin genel olarak %20 ile %60 arasında belirsizlik içerdiği belirtilmiş[26], ancak bazı türevlerin daha geniş aralıklar değişebildiği de görülmüştür. Özellikle uçuş hızının kritik mach sayısı etrafındaki değerlerinde kararlılık türevlerinin çok hızlı olarak değiştiği görülmüştür. Uzunlamasına hareketin karakteristik polinomu aşağıdaki matris determinantı olarak ifade edilir.

$$\begin{vmatrix} s-X_u & -X_w & g\cos(\theta_0) \\ -Z_u & s-Z_w & -U_0 s+g\sin(\theta_0) \\ -(M_u+Z_u M_{\dot{w}}) & -(M_{\dot{w}}Z_w+M_w) & s(s-(M_q+U_o M_{\dot{w}})) \end{vmatrix} \quad \textbf{(6.1)}$$

Bu analizde öncelikle Z_u ve M_q türevlerinin %50 oranında belirsizlik içerdiğini varsayıp kararlılık analizini gerçekleştirelim. Belirsiz katsayılarla birlikte determinant aşağıdaki hali alır.

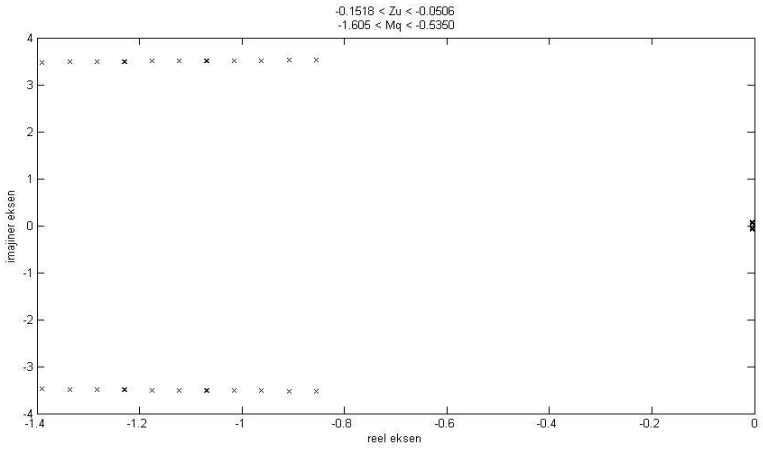
$$\begin{vmatrix} s+0.0127 & -0.00588 & 9.7927 \\ Z_u & s-0.8180 & -193.24s+0.5818 \\ -0.0013-Z_u\,0.0018 & 0.0641 & s(s-(M_q-0.2512)) \end{vmatrix} \quad \textbf{(6.2)}$$

İki kararlılık türevinin aşağıda belirtilen aralıkta değiştiği varsayımı yapılmıştır.

$-0.1518 < Zu < -0.0506$

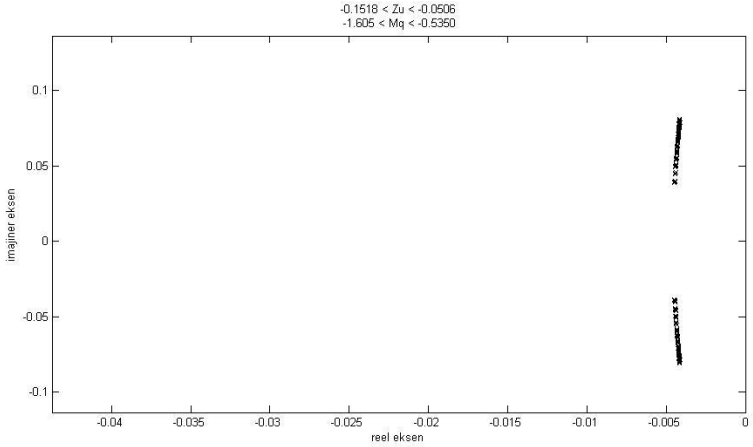
$-1.605 < Mq < -0.5350$ **(6.3)**

Bu aralıkta değişen katsayılarla oluşan her bir polinomun kökleri bulunmuş ve aşağıdaki grafik elde edilmiştir.



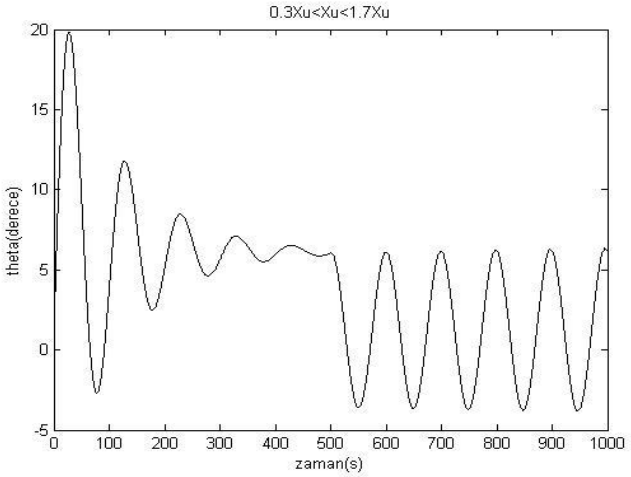
Şekil 6.1 : Kararlılık türevlerinin kök eğrisi üzerine etkisi.

Grafikten hareketle kısa periyod köklerinin büyük bir değişime uğradığı ve sağ yarı düzleme yaklaştığı görülmektedir. Uzun periyod köklerine yakından incelersek:



Şekil 6.2 : Uzun periyod köklerin yer değişimi.

Köklerin sol yarı düzlemde kaldığı ve çoğunlukla imajiner eksende yer değiştirdiği, bu sebeple salınımların büyüklüğünü değiştiğirdiği söylenebilir. Ancak iki kararlılık türevinin de belirsizlik dahilinde uçağı kararsız duruma getirmediği gözüküyor. X_u değişkeninin ise uçağı kararsız rejime sokabildiği karakteristik denklemin çözümü ile bulunmuştur. X_u değişkeni aşağıdaki aralıkta bulunmak üzere $0.3X_u<X_u<1.7X_u$ 0 ile 500. Saniye aralığında kademeli olarak değiştirildiğinde ve birim basamak elevatör girişi ile sistem cevabı aşağıdaki gibi gözükür.

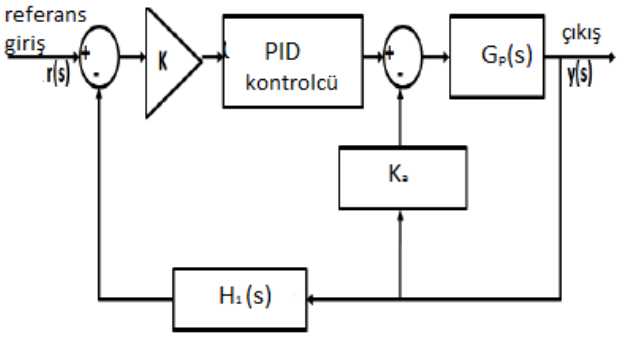


Şekil 6.3 : X_u kararlılık türevinin ani değişiminin sistem cevabına etkisi.

X_u' nun 500. saniyeye yakın sürelerde uçağı kararsız duruma getirmiştir ve bu saniyeden itibaren yunuslama açısı büyüyerek devam etmektedir.

6.2 Dayanıklı PID Kontrolcü Tasarımı

Önceki bölümde kararlılık türevlerinin uçuş kondisyonunun değişmesi ile farklılık gösterdiği belirtildi. Bu bölümde dayanıklı PID kontrolcü tasarımının yapısı gösterilecek ve kararlılık türevlerinin değişiminin dayanıklı kontrolcü tasarımı üzerinde nominal sisteme göre farklılığı incelenecektir. Aşağıda şemasal gösterimi verilen kontrolcü tasarımı değişen uçuş koşullarında sistemi referans girişte tutacak dayanıklı bir kontrolcüdür[15,16].



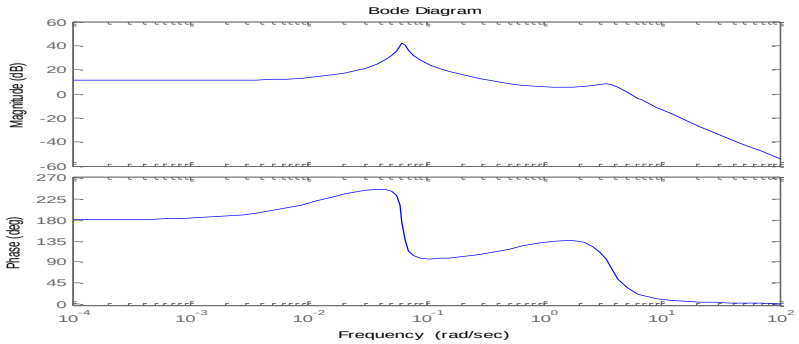
Şekil 6.4 : Dayanıklı PID kontrolcü şeması.

K_a sabit bir katsayı, $H_1(s)$ transfer fonksiyonuna bağlı olarak değişen bir polinom, PID kontrolcü ise önceki bölümlerde gösterildiği şekilde türevsel, oransal ve integral katsayılardan oluşan bir transfer fonksiyonudur. $G_p(s)$ uçak dinamiğini temsil eder. Bu tarz bir tasarımı gerçekleştirmek için, katsayılar, istenen karakteristik polinomun

bulunmasına yetmediğinden dolayı açık döngü transfer fonksiyonunun derecesinin düşürülmesi gerekmektedir. Elevatör-yunuslama açısı transfer fonksiyonu:

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{\text{-19.42s}^2\text{-15.0189s-0.1985}}{s^4 + 2.2532s^3 + 13.584s^2 + 0.167s + 0.0546} \quad \textbf{(6.4)}$$

Bode diyagramı:

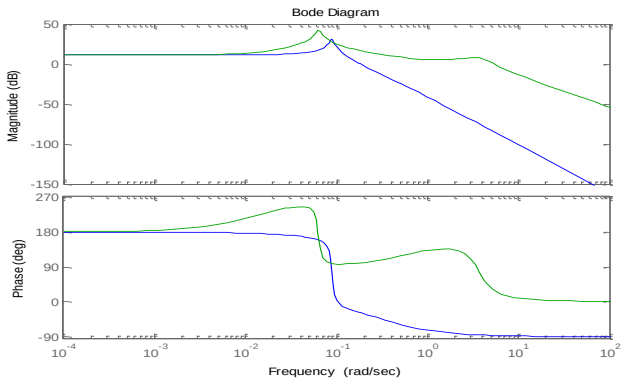


Şekil 6.5 : Elevatör-yunuslama açısı bode diyagramı.

Bode diyagramı ve sistemin birim basamak cevabını incelemek daha detaylı bilgiye ulaşmak bakımından yardım edecektir. Yukarıdaki bode diyagramına göre 0.06 rad/s ve 4 rad/s frekansları civarında ikinci dereceden ikişer kökü olduğu ve bu köklerin sönümlenme katsayıları hakkında yaklaşık bir bilgiye sahip olabiliyoruz. Birim basamak cevabı incelendiğinde ise yunuslama açısının oturma noktası bulunabiliyor. Birim basamak simülasyonları ve bode diyagramı testleri sonucu, basamak cevabın oturma noktası ve genliği bakımından en uygun cevabı veren aşağıda ki 3. derece transfer fonksiyonuna indirgenilmiştir.

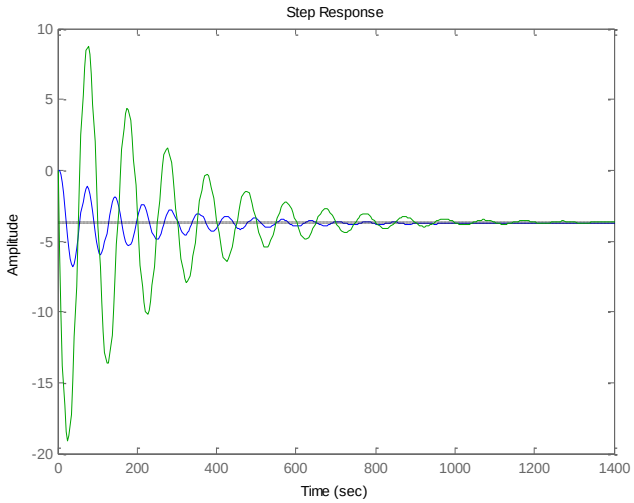
$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{\text{-0.009}}{s^3 + 0.309s^2 + 0.0108s + 0.0024} \quad \textbf{(6.5)}$$

İndirgenmiş transfer fonksiyonunun bode diyagramı:



Şekil 6.6 : İndirgenmiş sistemin nominal sistem ile bode diyagramı karşılaştırması.

Birim basamak elevatör girişine karşılık nominal ve indirgenmiş transfer fonksiyonları cevapları:



Şekil 6.7 : İndirgenmiş ve nominal sistem birim basamak cevabı karşılaştırması.

Bode diyagramları ve basamak cevaplar incelendiğinde yaklaşık bir transfer fonksiyonuna indirgenildiği söylenebilir.

Dayanıklı kararlılık analizi yapmanın bir yöntemi de karakteristik polinomun belirsizliğine dayanmaktadır. Uçuştaki belirsizlikler bu polinomun katsayılarına yansımaktadır. Bu belirsizliğe göre aşağıdaki 4 polinomu incelemek yeterli olacaktır.

$$\begin{aligned} q_1 &= s^3 + \alpha_2 s^2 + \beta_1 s^1 + \beta_0 \\ q_2 &= s^3 + \beta_2 s^2 + \alpha_1 s^1 + \alpha_0 \\ q_3 &= s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s^1 + \alpha_0 \\ q_4 &= s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s^1 + \beta_0 \end{aligned} \quad \textbf{(6.6)}$$

Her bir katsayıda %50 belirsizlik olabileceği varsayımı ile katsayıların bulunabileceği aralıklar aşağıda hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} 0.0012 < a_0 < 0.0036 &\Rightarrow \alpha_0 = 0.0012, \beta_0 = 0.0036 \\ 0.0054 < a_1 < 0.0162 &\Rightarrow \alpha_1 = 0.0054, \beta_1 = 0.0162 \\ 0.1545 < a_2 < 0.4635 &\Rightarrow \alpha_2 = 0.1545, \beta_2 = 0.4635 \end{aligned} \quad \textbf{(6.7)}$$

Bu durumda oluşacak 4 karakteristik polinom bulunur.

$$\begin{aligned} q_1 &= s^3 + 0.1545 s^2 + 0.0162 s^1 + 0.0036 \\ q_2 &= s^3 + 0.4635 s^2 + 0.0054 s^1 + 0.0012 \\ q_3 &= s^3 + 0.4635 s^2 + 0.0162 s^1 + 0.0012 \\ q_4 &= s^3 + 0.1545 s^2 + 0.0054 s^1 + 0.0036 \end{aligned} \quad \textbf{(6.8)}$$

Belirsizlikten kaynaklanabilecek bir kararsızlık durumunun belirlenmesi için polinomların kökleri incelenir. Aşağıda gösterildiği gibi %50 belirsizlik durumunda

uçak kararsız bir yapıya sahip olabiliyor. Bundan dolayı şekil 6.7 deki kontrol şeması uygulanıp belirsizlik durumunda da sistemin kararlılaştırılması hedeflenecektir.

$$\begin{array}{lll} -0.2997, & -0.0047 + 0.0894i, & -0.0047 - 0.0894i \\ -0.1775, & 0.0115 + 0.1419i, & 0.0115 - 0.1419i \\ -0.4574, & -0.0030 + 0.0511i, & -0.0030 - 0.0511i \\ -0.4325, & -0.0155 + 0.0503i, & -0.0155 - 0.0503i \\ -0.2103, & 0.0279 + 0.1278i, & 0.0279 - 0.1278i \end{array} \quad \textbf{(6.9)}$$

Kontrolcü tasarımı ile elde edilmesi istenilen karakteristik polinom gereksinimleri karşılaması bakımından aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$p = s^4 + 12.91s^3 + 92.4564s^2 + 188.5351s + 94.5246 \quad \textbf{(6.10)}$$

Geri besleme ve PID kontrolcü, sistem derecesine uygun olarak seçilmelidir:

$$H_1(s) = K_1 s + K_2 \qquad \text{PID kontrolcü} = \frac{s^2 + Xs + Y}{s} \quad \textbf{(6.11)}$$

Bu durumda, kapalı çevrim transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$TF_{KD} = \frac{\dfrac{G_p(s)}{1 + G_p(s)K_a} K \dfrac{s^2 + Xs + Y}{s}}{\left(1 + \dfrac{G_p(s)}{1 + G_p(s)K_a}\right) K \left(\dfrac{s^2 + Xs + Y}{s}\right)(K_1 s + K_2)} \quad \textbf{(6.12)}$$

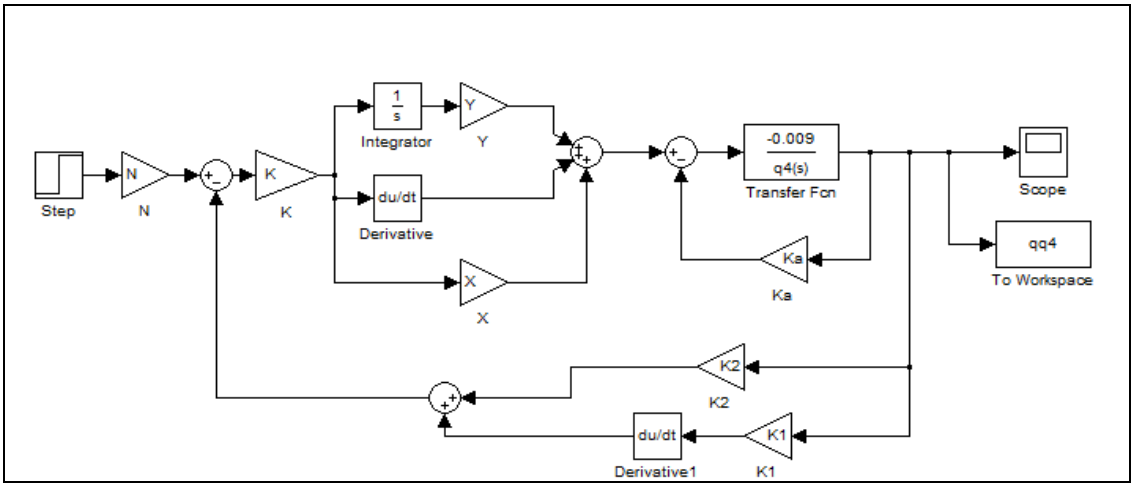
Karakteristik polinomun dördüncü derece olması istenildiğinden dolayı H_1 polinomu birinci dereceden seçilmiştir. Bu polinomun ikinci dereceden seçilmesi durumunda karakteristik polinomların eşitlik denklemi kurulamaz. Yukarıdaki transfer fonksiyonunun payda kısmı arzu edilen karakteristik polinoma eşitlenip belirsiz katsayılar bulunmalıdır. Bilinmeyen sayısı ve denklem sayısı eşitsizliğinden K katsayısına çözüme başlanmadan uygun bir atanır. Denklemlerin çözümü PID kontrolcü katsayıları H_1 polinomu ve K_a reel katsayısı aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Çizelge 6.1 : Dayanıklı PID kontrolcü katsayıları.

K= -0.1	X=5,336
K_1=14001	Y=3,75
K_2=28002	K_a= -753.68

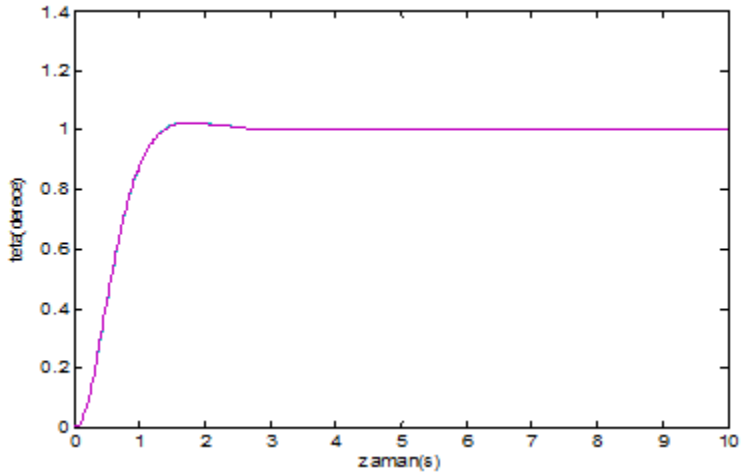
Uçuş kondisyonuna bağlı parametre değişmelerinde kararlılığın bozulmaması öngörülen sistemin bütün kontrolcü katsayıları bulunmuştur.

Şekil 6.8 Matlab Simulink ortamında modellenip simülasyonu gerçekleştirilmiştir.



Şekil 6.8 : Ayrıntılı dayanıklı PID kontrolcü şeması.

Simülasyon sonucu SISO sistemin birim basamak girişe cevabı aşağıdaki gibidir:



Şekil 6.9 : Nominal ve %50 belirsiz sistemlerin yunuslama açısı cevabı.

Grafikten anlaşılacağı üzere dayanıklı kontrolcü tasarımı hem nominal hem de belirsiz sistem için istenilen cevabı vermiştir. Sonuç olarak, nominal sistem ve uçuşta oluşabilecek dört olası karakteristik denkleme göre simülasyon gerçekleştirilmiştir. Beş simülasyonda da oturma süresi, aşım oranı ve hata miktarı bakımından başarım sağlanmıştır . Ayrıca, katsayıların %50 belirsizlik durumunda dahi nominal sistem cevabına çok yakın cevaplar gözlemlenmiştir.

6.3 Kayma Kipli Kontrolcü Tasarımı

6.3.1 Sistem Tanımlaması ve Formülasyon

Belirsizlik içeren uçak dinamiğinin durum uzayı gösterimi aşağıdaki gibi olsun[24].

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + Dw(t) \quad \textbf{(6.13)}$$

Bu gösterimde ΔA ve ΔB, sistem ve giriş matrisindeki belirsizlikleri, w(t) ise uçağa etki eden harici bozuntuları simgelemektedir. Belirsizlikleri aşağıdaki gibi, giriş matrisi cinsinden yazmak mümkündür.

$\Delta A = BH$, $\Delta B = BE$, $D = BF$. Ayrıca bu belirsizlik matrislerinin öklidyen normları aşağıdaki gibi kullanılacaktır.

$$\mu = \|E\|,\ h = \max\|H\|,\ f = \max\|F\|,\ \gamma = \max\left\|B^T P\right\|,\ b = \max\|B\|,\ \|w(t)\| \le \theta \quad \textbf{(6.14)}$$

Bir matrisin normunun matematiksel ifadesi şu şekildedir:

$$\|x\| = \sqrt{x^T x} \quad \textbf{(6.15)}$$

Bu durumda durum uzayı gösterimi aşağıdaki şekli alır.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(Hx(t) + u(t) + Eu(t) + Fw(t)) \quad \textbf{(6.16)}$$

Kontrol kuralı, durum geri besleme ve kayma kipli olmak üzere iki tip kontrolcü içermektedir. Durum geri besleme belirsizlik içermeyen sistemi kararlılaştırırken, kayma kipli kontrolcü ise belirsizlikten kaynaklanan kararsızlığı giderecektir. Kontrol kuralı aşağıdaki gibi ayrılırsa[21,22,24],

$$u(t) = u_l(t) + u_n(t) \quad \textbf{(6.17)}$$

doğrusal kısmın geri besleme matrisi, önceki bölümlerde gösterildiği gibi, kök yerleştirme veya Riccati denkleminin çözümü ile bulunabilir.

$$u_l(t) = -Kx(t) \quad \textbf{(6.18)}$$

Kayma kipli kontrolcü aşağıdaki gibi belirlenirse belirsizlik içeren sistemin kararlılaştırılacağı öngörülmüştür.

$$u_n = \begin{cases} -\rho \dfrac{B^T Px}{\left\|B^T Px\right\|} & ,\left\|B^T Px\right\| \neq 0 \\ 0 & ,\left\|B^T Px\right\| = 0 \end{cases} \quad \textbf{(6.19)}$$

İspat:

Durum geri besleme ile yeni sistem matrisi belirlenmiş olsun.

$$\bar{A} = A - BK \quad \textbf{(6.20)}$$

Tüm belirsizlikler bir değişkende toplanıp, bu değişken sistem girişi olarak ifade edilebilir.

$$\eta(x,t) = Hx(t) - EKx(t) + Eu_n(t) + Fw(t) \quad \textbf{(6.21)}$$

Aşağıdaki ifade belirsizlikler ile beraber kayma kipli kontrolcü kapalı döngü sistemin diferansiyel denklem olarak ifadesini belirtmektedir.

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + B(u_n(t) + \eta(x,t)) \quad \textbf{(6.22)}$$

Belirsizliğin öklidyen normu aşağıdaki limit ile gösterilmelidir.

$$\|\eta(x,t)\| \le \rho(x,t) \quad \textbf{(6.23)}$$

Durum uzayı gösterimi açık forma getirilir ve kararlılık analizi yapılması gerekmektedir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + B(u_n(t) + \eta(x,t)) \\ &= \bar{A}x(t) + B(u_n(t) + Hx(t) + Eu_n(t) - EKx(t) + Fw(t)) \\ &= \bar{A}x(t) + B(u_n(t)(E+I) + Hx(t) - EKx(t) + Fw(t))\end{aligned} \quad \textbf{(6.24)}$$

Q pozitif değerli ve P pozitif simetrik matrisler olsun, Lyapunov fonksiyonu çözümü sonrası simetrik P matrisi bulunur.

$$\bar{A}^T P + P\bar{A} = -Q \quad \textbf{(6.25)}$$

Lyapunov kararlılık analizine göre, dinamik bir sistemin kararlı olabilmesi için, belirlenmiş V fonksiyonu pozitif, fonksiyonun türevi ise negatif değerli olmalıdır.

$$\begin{aligned}V &= x^T Px > 0 \\ \dot{V} &= \dot{x}^T Px + x^T P\dot{x} < 0\end{aligned} \quad \textbf{(6.26)}$$

Türev fonksiyonuna, önceden açık formu yazılmış durum uzayı formülasyonu yerleştirildiğinde yukarıdaki eşitsizlik sağlanmak zorundadır.

$$\dot{x} = \bar{A}x + B(u_n + \eta) \quad \textbf{(6.27)}$$

Bu durumda aşağıdaki fonksiyon negatif olmak zorundadır.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= x^T \bar{A}^T Px + (u_n + e)^T B^T Px + x^T P\bar{A}x + x^T PB(u_n + e) \\ &= -x^T Qx + 2x^T PB(u_n + e)\end{aligned} \quad \textbf{(6.28)}$$

Q pozitif belirlendiğinden dolayı aşağıdaki fonksiyon negatif değerliklidir.

$$-x^T Qx \le 0 \quad \textbf{(6.29)}$$

Böylece kararlılığı sağlayan şart şu şekilde bulunabilir:

$$\begin{aligned}2x^T PB(u_n + e) &= 2x^T PB(u_n + Hx + Eu_n - EKx + Fw) \\ &= -2\rho x^T PB(I+E)\frac{B^T Px}{\|B^T Px\|} + 2x^T PBHx - 2x^T PBEKx + 2x^T PBFw \\ &\le -2\rho(1+\mu)\gamma\|x\| + 2\|x\|^2 \gamma h - 2\|x\|^2 \gamma\mu\|K\| + 2\|x\|\gamma f\theta\end{aligned} \quad \textbf{(6.30)}$$

Yukarıdaki denklem $\|x\|$ ve $\|x\|^2$ parantezlerinde toplanırsa denklem sadeleşip kararlılık şartı kolayca bulunmuş olur.

$$= 2\gamma\|x\|[f\theta - \rho(1+\mu)] + 2\gamma\|x\|^2[h - \mu\|K\|] \le 0 \quad \textbf{(6.31)}$$

Bu denklemlerde $\|x\|$ ve $\|x\|^2$ pozitif değerliklidir. Bu durumda yukarıdaki eşitsizliğin sağlanması için her iki parantezin negatif veya sıfır olması gerekmektedir.

$$\rho \ge \frac{f\theta}{1+\mu}, \qquad h - \mu\|K\| \le 0 \quad \textbf{(6.32)}$$

Bu iki denklem ile kararlılık şartı sağlanmış olup, kayma kipli kontrolcü katsayısının seçimi de gerçekleştirilebilir. Bu katsayının atanması için diğer bir yol ise denklem 6.24'te belirtilen kontrol girişinin sıfıra yakınsaması durumudur. Çözümde $\|u_n(t)\|$ normu ile $\|\eta(x,t)\|$ normu büyüklükleri kıyaslanır ve kayma kipli katsayısının normunun belirsizlik normundan büyük veya eşit olması gerekir. Bu eşitlikle, belirsizlikten kaynaklanan kararsızlık giderilmiş olur.

$$\begin{aligned}\|\eta(x,t)\| &\le \|H\|\|x(t)\| + \|E\|\|K\|\|x(t)\| + \|E\|\|u_n(t)\| + \|F\|\|w(t)\| \\ &\le \|x(t)\|(h + \mu\|K\|) + \mu\rho + f\theta = \rho \quad \textbf{(6.33)} \\ \rho &= \frac{\|x(t)\|(h+\mu\|K\|) + f\theta}{1-\mu}\end{aligned}$$

Bu denklem ile kayma kipli kontrolcü tasarımı tamamlanmış, doğrusal model için gerekli tüm katsayı hesapları gösterilmiştir. Bu tasarımın doğruluğunun ve geçerliliğinin kanıtlaması için uçağın uzunlamasına doğrusal denklemleri kullanılarak bir örnekleme gerçekleştirilebilir. Elevatör sistem girişi, yunuslama açısı sistem çıkışı olmak üzere SISO bir sistem ele alınmıştır. Tezin bu bölümünün amacı dahilinde sistem, belirsizlik matrisleri ile niyetli olarak kararsız bir yapıya ulaştırılmıştır ve atmosfer koşullarında oluşabilecek bozuntular eklenmiştir. Bu bozuntu bir sınır dahilinde rastgele reel sayılardan oluşur. Ayrıca böyle bir sistemin sadece durum geri besleme kontrolcü kullanılarak da kararlılaştırılamayacağı belirtilebilir. Örnek olarak, ideal durum için durum geri besleme kontrolcü ile sistem, s^4 -16.613s^3 + 137.886s^2 -392.797s + 412.1615 kararlı forma ulaşmasına rağmen, ileriki örnekte modellenmiş belirsizlik ile sistem

s^4 + 10.697 s^3 -612.1115 s^2 + 455.2213s + 478.5181

gibi kararsız bir duruma ulaşmıştır. Kayma kipli kontrolcü bu kararsızlığı gidermek

amacı ile tasarlanmıştır. Simülasyonda kullanılan belirsizlik ve kontrolcü parametreleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Çizelge 6.2 : Kayma kipli kontrolcü tasarım değerleri.

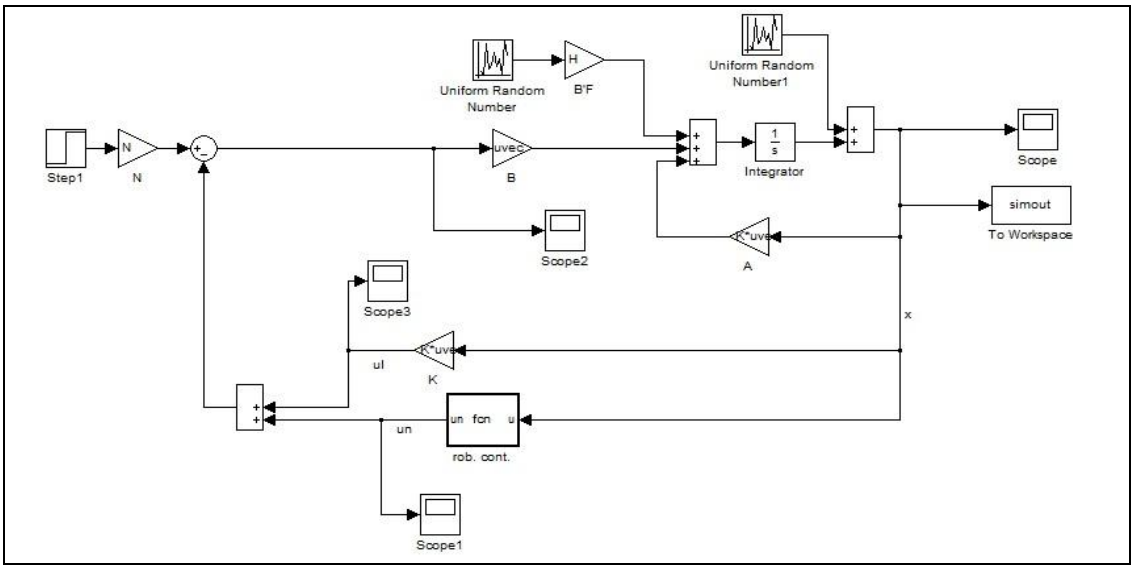
$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.468 & 3.468 & 3.468 & 3.468 \\ 3.468 & 3.468 & 3.468 & 3.468 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.734 \\ -1.942 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.2 \\ -0.2 \\ -0.2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 28.2555 & 1.9168 & -1.7106 & -382.5325 \\ 1.9168 & 0.4788 & -0.4027 & -91.2005 \\ -1.7106 & -0.4027 & 0.5352 & 86.2319 \\ 383.53 & 91.2 & 86.23 & 18091 \end{bmatrix}$$

F=0.5, E=0.1, -0.2<w<0.2, Θ=0.2

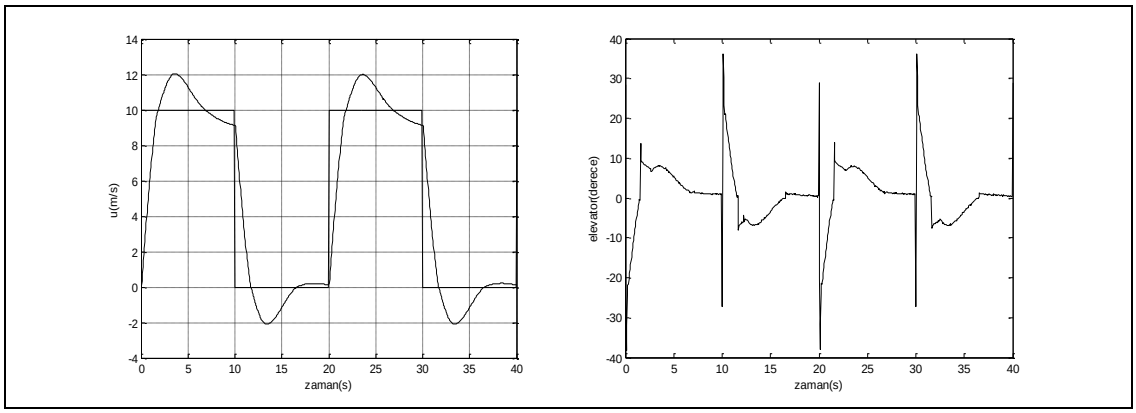
K=[2.8473 -0.0603 -0.6856 5.8386]

Durum geri besleme metodunun belirsizlik içeren dinamiğin kararlılığını sağlamada yetersiz olduğu görülmektedir. Kayma kipli kontrolcü ile bu kararsızlık ortadan kaldırılacaktır. Simülasyon şeması:



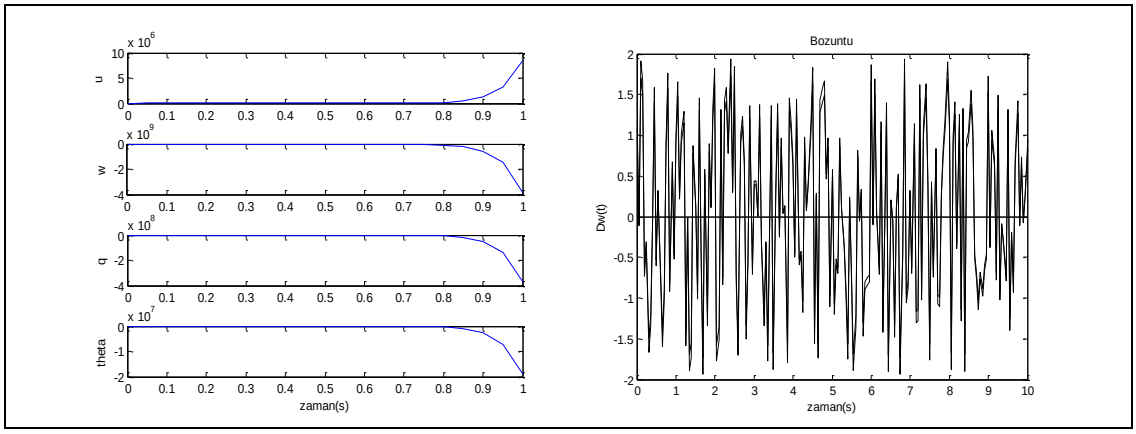
Şekil 6.11 : Durum geri beslemeli kayma kipli kontrolcü şeması.

Şemayı açıklarsak, K matrisi ile geri besleme sağlanmış ve kayma kipli kontrolcü simulink "function" komut kutucuğu ile oluşturulmuştur. Referans giriş olarak birim basamak kullanılabileceği gibi karesel referans da kullanılabilir. Belirsizlik matrisleri A ve B matrisleri ile toplanıp, bozuntu sinyalleri de eklenince şema tamamlanmıştır. Simülasyon sonuçlarının gösterdiği gibi çıkış sinyali referans girişi izlemiş, elevatör limitler dahilinde bulundurulmuştur.



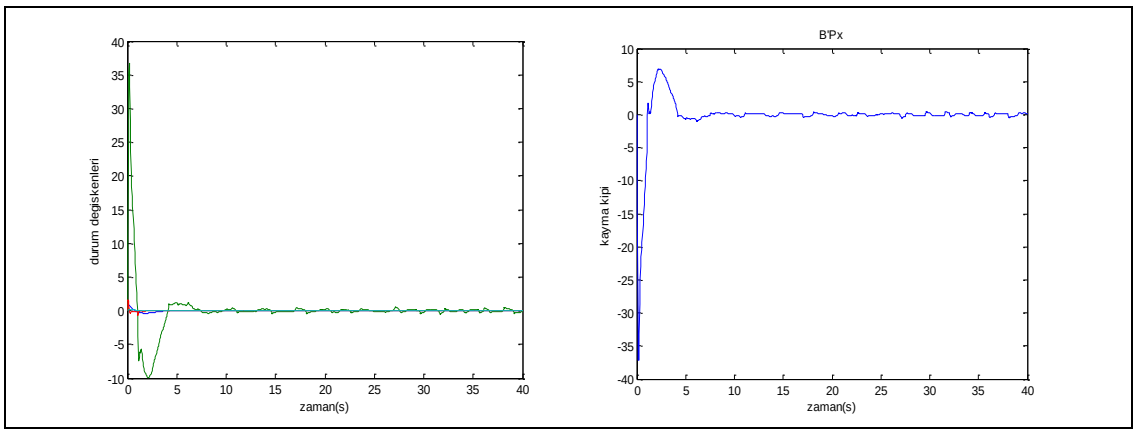
Şekil 6.12 : Referans girişe karşılık sistem cevabı ve kontrol girişi.

Aşağıdaki grafikler kayma kipli kontrolcü uygulanmadığında sistemin kararsızlığını ve bozuntu sinyalini göstermektedir.



Şekil 6.13 : Kayma kipli kontrolcü olmaksızın sistem cevabı ve bozuntu girişi.

Kayma kipli kontrolcünün testi için başka bir yöntem de bir hareket modunun sıfır durumuna getirilmesi olabilir. Başlangıç durumunda x durum vektörünü [1;0;0;0] olarak belirleyelim ve bu durum değişkenlerinin sıfır kararlılık noktasına varmasını bekleyelim. Böyle bir tasarım gerçekleştirildiğinde aşağıdaki grafik elde edilmiştir.



Şekil 6.14 : Durum değişkenleri ve kayma kipi.

Şekil görüleceği üzere durum değişkenleri ve kayma kipi sıfıra yakınsamıştır.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Ele alınan insansız savaş uçağının doğrusal olmayan, 6 serbestlik dereceli hareket denklemleri ve elde edilen denklemlerden belirli varsayımlar ile doğrusallaştırılan denklemlerin çözümü karşılaştırıldığında görülmüştür ki euler açılarının küçük değişimleri için sistem cevabı her iki durumda yakın olmaktadır. Fakat şekil.2 den anlaşılacağı üzere elevatör açısının büyük değişimlerinde oturma açısında ve sönümlenme süresinde büyük farklılıklar ortaya çıktığı gözlemlenmektedir. Doğrusallaştırılmış denklemlerin belirli açıdan sonra istenilen cevabı veremediği açıkça gösterilmiştir. Çalışmanın devamında, uzunlamasına harekette uzun süreli salınım yapan, yanlamasına harekette uzun oturma süresine sahip modların kontrolü için PID, LQR, iç-dış çevrim ve kök yerleştirme kontrolcü tasarımları istenilen cevaba ulaştırabilmiştir.

Gerçekleştirilen tasarımlar nominal ölçütlerde düşünülmüştür. Ancak uçak kararlılık türevlerinin uçuş kondisyonuna bağlı olarak değiştiği bilinmektedir. Gerçekleştirilen simülasyonlarla da bu kararlılık türevlerinin uçağı kararsızlaştırabilecek etkilerde bulunabileceği gözlemlenmiştir. Buradan hareketle dayanıklı (robust) bir kontrolcü tasarımı gereksinimi saptanmıştır. Kayma kipli kontrolcü ve dayanıklı PID kontrolcü tasarımları gerçekleştirilmiştir. Bu tasarımların parametrik belirsizliklere ve bozuntulara rağmen kararlı davranış sergilediği görülmüştür.

Çizelge 7.1 : Kontrolcü tasarımları karşılaştırması.

	Oturma süresi	Hata miktarı	Aşım miktarı	Eyleyici limiti
PID	2.8 s	0	%15	√
İç-dış çevrim	1.7 s	0	%0	√
LQR	0.9 s	0	%5	√
Dur.geri bes.	1.3 s	0	%7	√

KAYNAKLAR

[1]**Dimirovski G. M.** (2011), Fundamentals of Automation and Control Systems Engineering: A Brief Illustrated Overview, Theory and Application of Optimal Control Lecture, ITU.

[2]**Dorf R. C., Bishop R. H.** (2008), Modern Control Systems, Pearson International Edition, (11. Sürüm), New York, NY: Wiley.

[3]**Ogata K.** (2002), Modern Control Engineering, Fourth Edition, University of Minnesota, New Jersey : Prentice Hall.

[4]**Cook M. V.** (2007), Flight Dynamics Principles, Jordan Hill, Oxford, Burlington, USA.

[5]**Etkin B., Reid L. D.** (1996), Dynamics of Flight Stability and Control (3. sürüm).

[6]**Graham D.** (1973), Ashkenas I., Mcruer D., Aircraft Dynamics and Automatic Control, Princeton University Press.

[7]**John H. Blakelock** (1991), Automatic control of aircraft and missiles, New York : Wiley.

[8]**Nelson R. C.** (1998), Flight Stability and Automatic Control, Second Edition, McGrow- Hill, Boston, USA.

[9]**Durham W. C.** (2002), Aircraft Dynamics & Control, Virginia Polytechnic Institute & State University Blacksburg, Virginia.

[10]**Anderson J. P.** (2009), State-Space Modeling, System Identification And Control Of A 4th Order Rotational Mechanıcal System (yüksek lisans tezi), Naval Postgraduate School, Aralık.

[11]**Choi J.W.** (2005), Aircraft Dynamic Model for Variable Stability Flight Simulator (yüksek lisans tezi), Department of Aeronautical / Aerospace Engineering, The University of Sydney, Kasım

[12]**Türkoğlu K.** (2007), Aircraft Stability Analysis and Control Systems Design: An Adaptive Approach (yüksek lisans tezi), ITU Institute of Science and Technology, Haziran

[13]**Vural S. Y.** (2008), Küçük Bir İnsansız Hava Aracı İçin Otopilot Sistemi Tasarımı (yüksek lisans tezi), İTÜ, 28 Ocak

[14]**Özdemir, U.** (2009), Flight Simulation and Control of Fixed-Wing Aircraft (yüksek lisans tezi), ITU Institute of Science and Technology, Haziran

[15]**Dawes J., Ng L., Dorf R., Tam C.** (1994), Design Of Deadbeat Robust Systems, Electrical Engineerıng Department Unıversıty Of California, Davıs, IEEE

[16]**Kada B., Ghazzawi Y.** (2011), Robust PID Controller Design for an UAV Flight Control System, Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2011 Vol II, San Francisco, USA WCECS 2011, October 19-21

[17]**Sadraey M. H.** (1995), Design of a Nonlinear Robust Controller for a Complete Unmanned Aerial Vehicle Mission (doktora tezi), RMIT, Australia

[18]**Üre, N. K.** (2010), Design of a Multimodal Planning and Control Framework for Agile Maneuvering UCAVs (yüksek lisans tezi) , ITU Institute of Science and Technology, Haziran

[19]**Ng A., Hu Y. R.** (2005), Active Robust Vibration Control of Flexible Structures, Journal of Sound and Vibration, vol. 288, sf 43-56

[20]**Pai M. C.** (2010), Sliding Mode Control of Vibration in Uncertain Time-delay Systems, *Journal of Vibration and Control* 2010 16: 2131

[21]**Park K., Park T.** (2009), Sliding Mode Control Based on Pole- Placement Method for Position Control of Linear Stage, ICROS-SICE International Joint Conference, Ağustos 18-21, Fukupka International Congress Center, Japan

[22]**Tang G. Y., Pang H.P.** (2008), Global Robust Optimal Sliding Mode Control for a Class of Uncertain Linear Systems, IEEE

[23]**Suzuki S., Pan Y., Furuta K., Hatakeyama S.** (2004), VS-Control with Time-Varying Sliding Sector – Design and Application to Pendulum-, Asian Journal of Control, vol. 6, no.3, pp. 307-316, Eylül

[24]**Albay G., Uçar A.** (2006), Belirsizlik İçeren Uçak Dinamiğinin Boylamsal Kontrolü, I. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı, ODTÜ, Ankara, 21-23 Eylül

[25]**Jafarov E. M.** (2005), Design Modification of Sliding Mode Observers for Uncertain MIMO Systems Without and With Time-Delay, Asian Journal of Control, vol. 7, no. 4, Aralık, pp. 380-392

[26]**Jafarov E. M.** (2005), Robust Sliding Mode Controllers Design Techniques for Stabilization of Multivariable Time – Delay Systems with Parameter Perturbations and External Disturbances, International Journal of Systems Science, vol. 36, no. 7, 10 Haziran, pp. 433-444

[27]**Abdülhamitbilal E., Jafarov E. M.** (2012), Robust Sliding Mode Speed Hold Control System Design for Full Nonlinear Aircraft Model with Parameter Uncertainties: A Step Beyond, 12th IEEE Workshop on Variable Structure Systems, VSS' 12 January, Mumbai

[28]**Jafarov E. M., Taşaltın R.** (2000), Robust Sliding-Mode Control for the Uncertain MIMO Aircraft Model F-18, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems vol. 36, no. 4 Ekim

[29]**Jafarov E. M., Taşaltın R.** (2001), Design of Robust Autopilot-Output Integral Sliding Mode Controllers for Guided Missile Systems With Parameter Perturbations, Aircraft Engineering and Aerospace Technology, vol. 73, Iss:1, pp. 16-26

[30]**İnalhan G.**, Lecture 11-12 Longitudinal and lateral linearized equations of motion and characteristic modes.

[31]**Mansor S.** (t.y.) Development Of A Flight Dynamics Engineering Simulator (Fdes) At Universiti Teknologi Malaysia: An Overview, Department Of Aeronautical Engineering, Universiti Technologi Malaysia

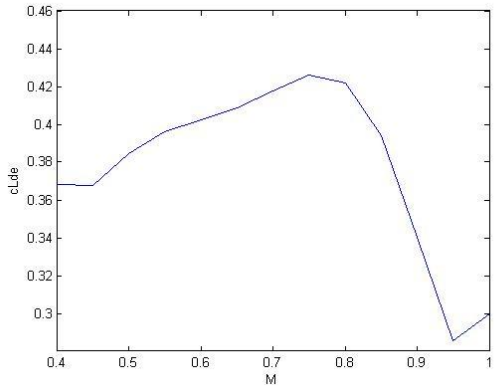
[32]**Ortner P., Re L.** (2009), Autopilot Design Comparison and Flight Experiments for a Small UAV, Proceedings of the 7th Asian Control Conference, Hong Kong, China, August 27-29

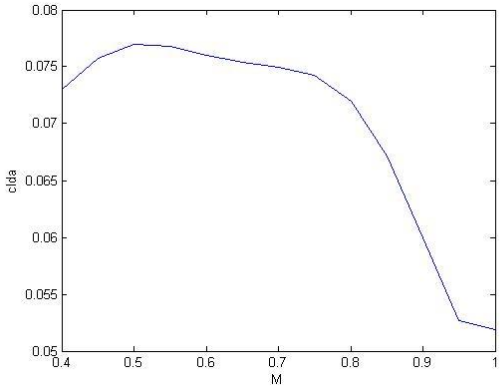
[33]**Türkoğlu K., Caferov E.** (2006), "Hezarfen insansız hava aracının yanlamasına hareket modeli ve yer kök eğrisi yöntemi ile kontrol sistemi tasarımı:iç ve dış döngü yaklaşımları" I. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı, ODTÜ, Ankara, 21-23 Eylül

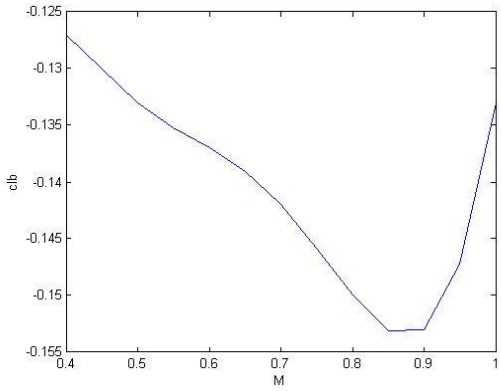
[34]**Erickson M. S.** (1991), Development Of A Personal Computer Based Approach To Aircraft Parameter Identification, Department Of The Air Force Air University Air Force Institute Of Technology, Yüksek Lisans Tezi ,Mart

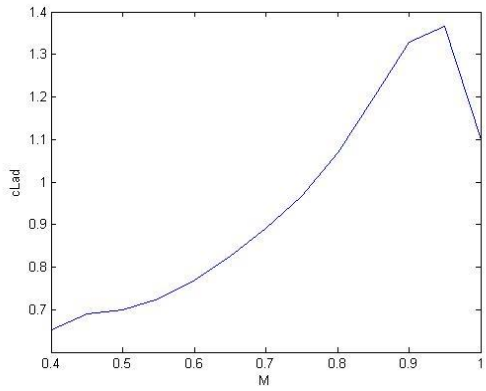
[35] <http://www.digitaldutch.com/atmoscalc/table.htm>, alındığı tarih : 02.27.2012

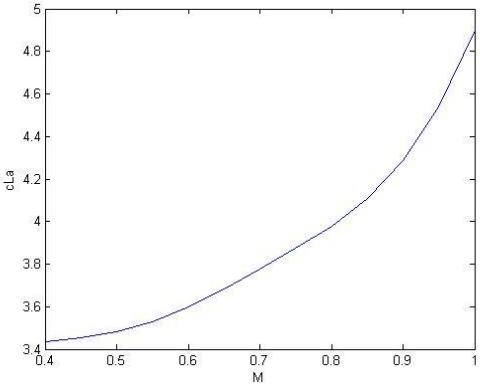
EKLER

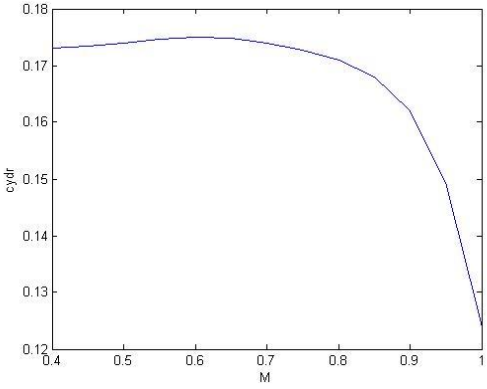


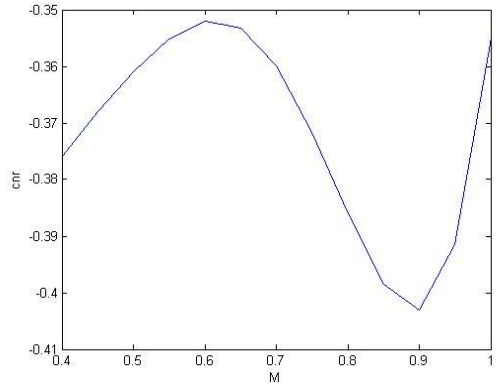


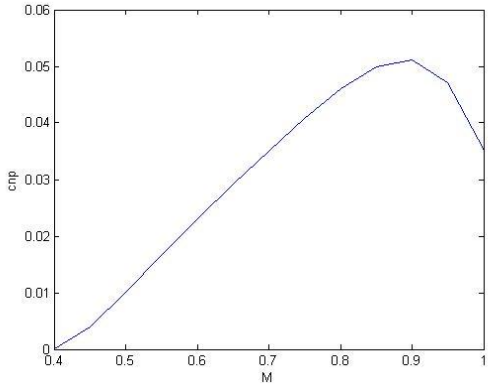


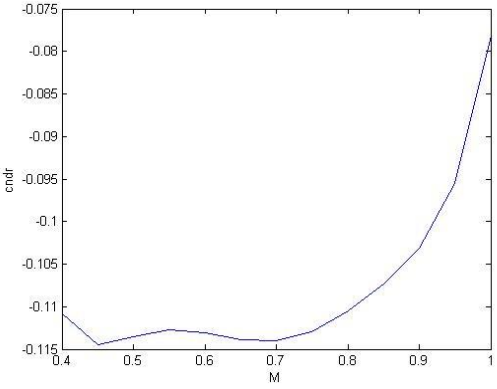


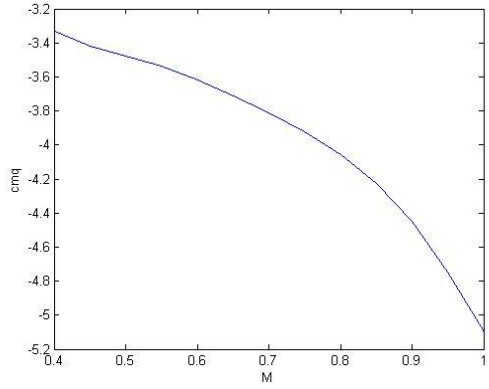


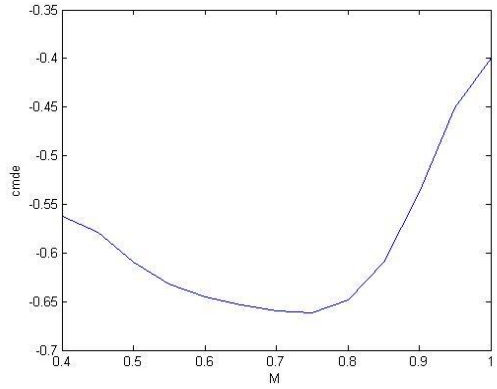


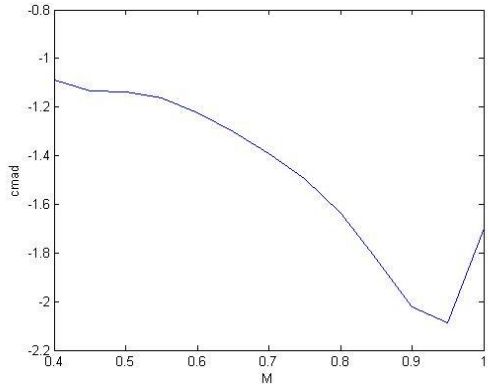

cnr
M

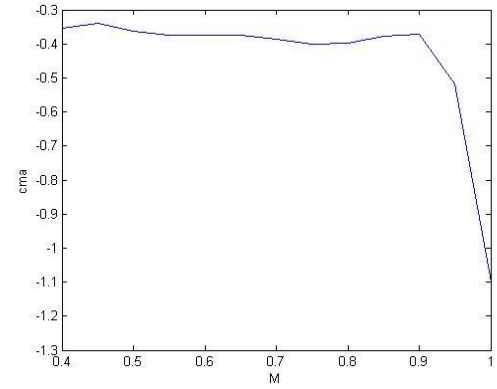

cnp
M

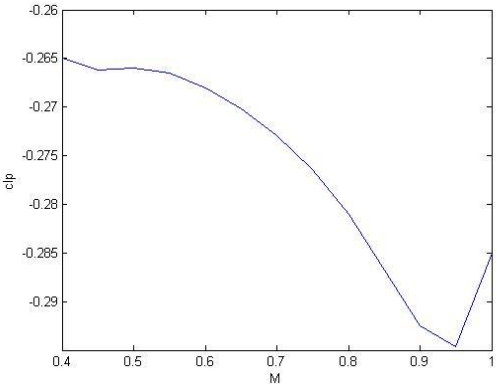

cndr
M

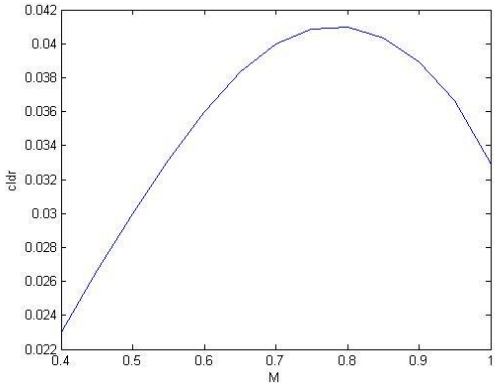

cmq
M


cmde
M


cmad
M


cma
M


clp
M



Şekil A.1 : Karalılık türevleri mach sayısı değişim grafikleri.

Çizelge A.1 : Yükseklik değişkenli hava kondisyonu [35].

Altitude [m]	**Temperature** [Kelvin]	**Pressure** [pascal]	**Density** [kg/m3]	**Speed of sound** [m/s]
0	288.15	101325	1.225	340.294065
1000	281.65	89874.570502	1.111643	336.434048
2000	275.15	79495.215511	1.00649	332.529226
3000	268.65	70108.54467	0.909122	328.578003
4000	262.15	61640.235304	0.819129	324.578683
5000	255.65	54019.912104	0.736116	320.529467
6000	249.15	47181.027568	0.659697	316.428439
7000	242.65	41060.743191	0.589501	312.273557
8000	236.15	35599.811423	0.525168	308.062644
9000	229.65	30742.45842	0.466348	303.793367
10000	223.15	26436.267594	0.412707	299.463233

ÖZGEÇMİŞ



İsim ve soyadı: İbrahim Can Karagöz

Doğum yeri ve tarihi: İstanbul – 29 Ekim 1988

Eğitim:

Eylül 2006-Haziran 2007, İstanbul Teknik Üniversitesi, İngilizce hazırlık sınıfı

Eylül 2007-Şubat 2011, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak Mühendisliği Lisans Programı

Şubat 2012-Eylül 2012, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Mühendisliği Disiplinler Arası Programı

Ağustos 2011- Ocak 2012, ISAE-ENSMA, Erasmus Öğrenci Değişim Programı

Eylül 2012 -, ENS Cachan, Automatic Control and Signal and Image Processing

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

Karagöz İ. C., Caferov E. (2012), A4 Askeri Uçağının Hareket Modları Ve Durum Uzayında Karşılaştırmalı Pid, Lqr, İç-Dış Çevrim, Kök Yerleştirme Ve Dayanıklı Kontrolcü Tasarım Uygulamaları, Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı, Hava Harp Okulu, İstanbul, 12-14 Eylül