İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAFİF TİCARİ BİR ARAÇ JANTININ, SONLU ELEMANLAR MODELİNİN OLUŞTURULMASI VE DOĞRULANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müslüm YAMAN

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustiği Programı

OCAK - 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAFİF TİCARİ BİR ARAÇ JANTININ, SONLU ELEMANLAR MODELİNİN OLUŞTURULMASI VE DOĞRULANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müslüm YAMAN
(503061412)

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustiği

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Vahit MERMERTAŞ

OCAK 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 503061412 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Müslüm YAMAN**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"HAFİF TİCARİ BİR ARAÇ JANTININ, SONLU ELEMANLAR MODELİNİN OLUŞTURULMASI VE DOĞRULANMASI "** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Prof. Dr. Vahit MERMERTAŞ** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Prof. Dr. Haluk EROL** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Yrd. Doç. Dr. Erdem UZUNSOY Yıldız Teknik Üniversitesi	.....
		.....

Teslim Tarihi : **19 Aralık 2011**
Savunma Tarihi : **25 Ocak 2012**

Bu tez, biricik eşim Zeynep YAMAN'a ithaf edilmiştir.

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hayat bulmasında en büyük katkıya sahip olan danışman hocam Prof. Dr. Vahit MERMERTAŞ'a, deneysel modal analiz konusundaki tecrübelerini benimle paylaşmaktan hiç tereddüt etmeyen aziz dostlarım Selçuk Çelikel, Cihan Orhan ve Murat Tüzel'e, sonlu elemalar analizleri konusundaki tecrübelerinden faydalandığım ve bana karşı çok fedakarlık gösteren değerli arkadaşlarım Özdemir Özden, Barış Demir, Murat Uslu, Umut Özcan, Cavit Çınar, Gökhan Çerezci ve Halil Elgün'e, manevi desteklerinden dolayı saygı değer mesai arkadaşlarım Sercan Macit ve Hasan Çiçek'e teşekkürü borç bilirim.

Ayrıca yüksek lisans eğitimim esnasında, gösterdikleri anlayıştan dolayı, yöneticilerim, İlker Yılmaz, Ömer Köktürk ve Özgür Arslan'a, desteklerinden dolayı, FORD OTOSAN NVH şefleri, Polat Şendur ve Alper Tekeli'ye teşekkürlerimi sunarım.

En büyük minnettarlığım ise; beni eğitimim için hep destekleyen ve bu süreçte çok ihmal ettiğim başta biricik eşim olmak üzere ailemedir.

Aralık 2011

Müslüm YAMAN
Makina Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **vii**
İÇİNDEKİLER ..... **ix**
TABLO LİSTESİ ..... **xi**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xiii**
KISALTMALAR ..... **xv**
SEMBOL LİSTESİ ..... **xvii**
ÖZET ..... **xix**
SUMMARY ..... **xxi**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 2
1.2 Jantın Yapısı 2
1.3 Literatür Araştırması 4
2. JANTIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ ile MODELLENMESİ **7**
2.1 Sonlu Elemanlar Formülasyonu 8
2.2 Sonlu Elemanlar Modelinin Dinamik Analizi 12
2.3 Çözüm Yöntemleri 15
2.4 Mod Şekillerinin Özellikleri 15
3. JANTIN DENEYSEL MODAL ANALİZİ **19**
3.1 Frekans Tepki Fonksiyonu Kavramı 19
3.2 Deneysel Modal Analiz Yöntemlerinin Sınıflandırılması 25
3.3 LMS Polymax Metodu 26
3.3.1 LMS polymax metod veri modeli 26
3.3.2 Kutuplar ve modal katılım faktörleri 27
3.3.3 Mod Şekilleri 27
4. SONLU ELEMANLAR MODELİNİN OLUŞTURULMASI ve DENEYSEL MODAL ANALİZ ile DOĞRULAMA SÜRECİ **29**
4.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Modelleme 29
4.2 Deneysel Modal Analiz Yaklaşımı-Titreşim Testleri 32
4.3 Karşılaştırma ve Korelasyon 32
4.4 Modelin Geliştirilmesi 33
5. JANTIN SERBEST SINIR KOŞULLARI ALTINDA SAYISAL SONUÇLARIN VERİLMESİ **35**
5.1 Jantın Serbest Sınır Koşulları Altında Modal Analizi 1. İterasyon Adımı 35
5.1.1 Sonlu elemanlar modelinin serbest sınır koşulunda analizi 35
5.1.2 Jantın serbest sınır koşullarında modal analizi 36
5.1.3 Sonlu elemanlar ve deneysel modal analizi sonuçlarının karşılaştırılması 41
5.2 Modelin Geliştirilmesi – Jantın Serbest Sınır Koşulu Altında Modal Analizi– 2. İterasyon Adımı 44
5.2.1 Sonlu elemanlar modelinin serbest sınır koşulunda analizi -2. iterasyon adımı 44

5.2.2 Jantın serbest sınır koşullarında deneysel modal analizi - 2. iterasyon adımı 46
5.2.3 Geliştirilmiş model- sonlu elemanlar modeli ve deneysel modal analizi sonuçlarının karşılaştırılması 51
6. JANTIN GÖBEK BÖLGESİNDEN SABİTLENMİŞ SINIR KOŞULLARI ALTINDA SAYISAL SONUÇLARIN VERİLMESİ..... 55
6.1 Jantın Göbek Bölgesinden Sabitlenmiş Sınır Koşulu Altında Modal Analizi 1.İterasyon Adımı..... 55
6.1.1 Sonlu elemanlar modelinin göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşulunda analizi..... 55
6.1.2 Jantın göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında deneysel modal analizi..... 57
6.1.3 Göbek bölgesinden sabitlenmiş sonlu elemanlar modeli ve deneysel modal analiz sonuçlarının karşılaştırılması 60
7. AĞIRLIK AZALTILMASINA YÖNELİK TASARIMSAL DEĞİŞİKLİK ÖNERİLERİ 65
7.1 Ağırlık Azalmasına Yönelik İlk Tasarımsal Değişiklik Önerisi..... 66
7.2 Ağırlık Azalmasına Yönelik İkinci Tasarımsal Değişiklik Önerisi..... 68
8. SONUÇLAR ve ÖNERİLER 71
KAYNAKLAR..... 73
EKLER 75
ÖZGEÇMİŞ..... 79

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1.1 : İncelenecek alüminyum alaşımlı jantın, malzeme özellikleri.....3
Tablo 3.1 : Transfer fonksiyonunun formları.. 21
Tablo 5.1 : Serbest sınır koşullarında, doğal frekansların karşılaştırılması 43
Tablo 5.2 : Serbest sınır koşullarında, doğal frekansların karşılaştırılması 53
Tablo 6.1 : Göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında, doğal frekansların karşılaştırılması.....64
Tablo 7.1 : İlk tasarımsal değişiklik önerisinin, ilk dört doğal frekansa etkisi. 67
Tablo 7.2: İkinci tasarımsal değişiklik önerisinin, ilk dört doğal frekansa etkisi.....69

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Jantın temel bileşenleri ve bazı bölgelerinin isimleri. 3
Şekil 1.2 : İncelenecek alüminyum alaşımlı jantın cad modeli.....4
Şekil 1.3 : Sınır kirişleri ile dairesel plaka modeli 4
Şekil 2.1 : Hypermesh programında, ağ örülmüş model 7
Şekil 2.2 : Yük altındaki genel rijit cisim 8
Şekil 3.1 : Tek serbestlik dereceli sistem.....19
Şekil 3.2 : Tek serbestlik dereceli sistem için FRF genlik çizimi 23
Şekil 3.3 : Tek serbestlik dereceli sistem için, FRF reel kısım çizimi 23
Şekil 3.4 : Tek serbestlik dereceli sistem için, FRF sanal kısım çizimi 23
Şekil 3.5 : 3 serbestlik dereceli sistem için, FRF çizimi.....24
Şekil 3.6 : Çok serbestlik dereceli sistemlere, tek serbestlik dereceli sistemlerin katılımı 24
Şekil 4.1 : Sistem modellemesinde kullanılan, belli başlı eleman tipleri 30
Şekil 5.1 : Birinci mertebe tetra elemanlarda düğüm noktalarının konumları.....35
Şekil 5.2 : 1. Mod, 564 Hz - birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında .35
Şekil 5.3 : 2. Mod, 1216 Hz- birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında 36
Şekil 5.4 : 3. Mod, 1951 Hz - birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında 36
Şekil 5.5 : 4. Mod, 1973 Hz - birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında 36
Şekil 5.6 : Serbest sınır şartları 37
Şekil 5.7 : Jantın üzerinde, konumu belirlenen, yüz noktanın görünümü 37
Şekil 5.8 : LMS'te oluşturulan, jant modeli ve konumu belirlenen yüz nokta 38
Şekil 5.9 : İvme ölçer pozisyonu.....38
Şekil 5.10: 100 FRF'lerin üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen, frekans-genlik grafiği.39
Şekil 5.11: 100 FRF'lerin ortalaması alınarak elde edilen, frekans-genlik grafiği....39
Şekil 5.12: 1. Mod, 425 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.....40
Şekil 5.13: 2. Mod, 916 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.....40
Şekil 5.14: 3. Mod, 1413 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.....40
Şekil 5.15: 4. Mod, 1683 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.....41
Şekil 5.16: 1. Modun karşılaştırılması.....41
Şekil 5.17: 2. Modun karşılaştırılması..... 42
Şekil 5.18: 3. Modun karşılaştırılması.....42
Şekil 5.19: 4. Modun karşılaştırılması.....43
Şekil 5.20: 4. İkinci mertebe tetra elemanlarda, düğüm noktalarının konumları.....44
Şekil 5.21: 1. Mod, 425 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında..44
Şekil 5.22: 2. Mod, 908 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında..45
Şekil 5.23: 3. Mod, 1398 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında45
Şekil 5.24: 4. Mod, 1670 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında45
Şekil 5.25: 1. ivme ölçer pozisyonu 46
Şekil 5.26: 2. ivme ölçer pozisyonu 46

Şekil 5.27: 14 numaralı yerel koordinat takımına karşılık gelen, ivme ölçer koordinatları 47
Şekil 5.28: 99 numaralı yerel koordinat takımına karşılık gelen, ivme ölçer koordinatları 48
Şekil 5.29: LMS Channel Setup sekmesinde, yönlerin tanımlanması 48
Şekil 5.30: 100 FRF'lerin üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen, frekans-genlik grafiği 49
Şekil 5.31: 100 FRF'lerin ortalaması alınarak elde edilen, frekans-genlik grafiği ... 49
Şekil 5.32: 1. Mod, 422 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında 50
Şekil 5.33: 2. Mod, 911 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında 50
Şekil 5.34: 3. Mod, 1413 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında 50
Şekil 5.35: 4. Mod, 1683 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında 51
Şekil 5.36: 1. Modun karşılaştırılması 51
Şekil 5.37: 2. Modun karşılaştırılması 52
Şekil 5.38: 3. Modun karşılaştırılması 52
Şekil 5.39: 4. Modun karşılaştırılması 53
Şekil 6.1 : 1. Mod, 442 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 55
Şekil 6.2 : 2. Mod, 485 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 56
Şekil 6.3 : 3. Mod,869 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında 56
Şekil 6.4 : 4. Mod, 908 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 56
Şekil 6.5 : 5. Mod, 1390 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.... 57
Şekil 6.6 : Jant bağlantı fikstürü 57
Şekil 6.7 : İvme ölçer, bağlantı noktaları 58
Şekil 6.8 : 100 FRF'lerin üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen, frekans-genlik grafiği..... 58
Şekil 6.9 : 100 FRF'lerin ortalaması alınarak elde edilen, frekans-genlik grafiği ... 59
Şekil 6.10: 1. Mod, 250 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 59
Şekil 6.11: 2. Mod, 436 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 59
Şekil 6.12: 3. Mod, 856 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 60
Şekil 6.13: 4. Mod, 914 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında..... 60
Şekil 6.14: 5. Mod, 1407 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.... 60
Şekil 6.15: 1. Modun karşılaştırılması 61
Şekil 6.16: 2. Modun karşılaştırılması 61
Şekil 6.17: 3. Modun karşılaştırılması 62
Şekil 6.18: 4. Modun karşılaştırılması 62
Şekil 6.19: 5. Modun karşılaştırılması 63
Şekil 6.20: 6. Modun karşılaştırılması 63
Şekil 7.1 : İlk tasarımsal değişiklik önerisinde, kalınlık azaltılan bölgeler..... 66
Şekil 7.2 : İlk tasarımsal değişiklik önerisinin, temel frekansa etkisi..... 67
Şekil 7.3 : İkinci tasarımsal değişiklik önerisinde, kalınlık azaltılan bölgeler..... 68
Şekil 7.4 : Her bir yüzeyin, üç ayrı adımda, translate komutu ile 1 mm ötelenmesi 68
Şekil 7.5 : İkinci tasarımsal değişiklik önerisinin, temel frekansa etkisi..... 69

KISALTMALAR

FRF : Frequency Response Function
IRF : Impulse Response Function
NVH : Noise Vibration Harshness
OPUS : Optimization Process Utility System
SDOF : Single Degree of Freedom
MDOF : Multi Degree of Freedom
SISO : Single Input Single Output
SIMO : Single Input Multi Output
MIMO : Multi Input Multi Output
LSFD : Least Square Frequency Domain

SEMBOL LİSTESİ

$\mathbf{r}$	:	Mod numarası
$\vec{b}$	:	Birim hacime etkiyen kuvvet
$\vec{T}$	:	Birim alana etkiyen kuvvet
$\overrightarrow{F_{ci}}$	:	i noktasındaki yoğunlaştırılmış kuvvet
$[\ \ ]$	:	Matris
$[\ \ ]^T$	:	Matrisin transpozu
$[\ \ ]^{-1}$	:	Matrisin tersi
$\{\ \ \}$	:	Sütun vektör
$\{\ \ \}^T$	:	Sütun vektörün transpozu
$\{\varepsilon\}$	:	Birim şekil değiştirme vektörü
$[\partial]$	:	Türev matrisi
$\{d\}$	:	Deplasman vektörü
$[D]$	:	Elastik katsayılar matrisi
$\{\sigma\}$	:	Gerilme vektörü
$[N]$	:	Şekil fonksiyonu matrisi
$\{q\}$	:	Nodal deplasman vektörü
$[B]$	:	Birim şekil değiştirme fonksiyonmatrisi
U_e	:	Bir elemanın birim şekil değiştirme enerjisi
$[k]$	:	Eleman rijitlik matrisi
W_e	:	Dış kuvvetler tarafından yapılan iş
$\mathbf{\Pi}$	:	Potansiyel enerji
$\{Q\}$	:	Nodal deplasmanlar vektörü
$[K]$	:	Global rijitlik matrisi
$\{F\}$	:	Global yük vektörü
V	:	Hacim
ρ	:	Yoğunluk
$[m]^e$	:	Eleman kütle matrisi
$\boldsymbol{\lambda}$	:	Özdeğer
$\mathbf{c}$	:	Viskoz sönüm katsayısı
c_{cr}	:	Kritik sönüm katsayısı
ζ	:	Viskoz sönüm katsayısı
$\mathbf{k}$	:	Yay rijitlik katsayısı
$[M]$	:	Kütle matrisi
$[C]$	:	Viskoz sönüm matrisi

$\boldsymbol{\alpha(\omega)}$	:	Reseptans frekans tepki fonksiyonu
$\{\boldsymbol{\Psi_r}\}$	:	r. modun mod şekli vektörü
$[\boldsymbol{\Psi}\ ]$	:	Mod şekli matrisi
$[\boldsymbol{\phi}]$	:	Normalize edilmiş mod şekli matrisi
$\boldsymbol{L}$	:	Lagranjian
$\boldsymbol{T}$	:	Kinetik enerji
$\boldsymbol{F(s)}$	:	Uygulanan kuvvetin Laplace transformu
$\boldsymbol{X(s)}$	:	Çıktı vektörünün Laplace transformu
$\boldsymbol{H(s)}$	:	Transfer fonksiyonu
$\boldsymbol{G(s)}$	:	Sistem matrisi
$\boldsymbol{A_r}$	:	Modal katsayılar
$[\boldsymbol{\beta_r}]$	:	Pay matrisi polinom katsayıları
$[\boldsymbol{\alpha_r}]$	:	Payda matrisi polinom katsayıları
$\boldsymbol{p}$	:	Modelin mertebesi
$\boldsymbol{z}$	:	Analiz alanı
$\boldsymbol{n}$	:	Modların sayısı
$\boldsymbol{H}$	:	Matrisin kompleks eşlenik olduğunu belirten işaret
$\{\mathbf{v_i}\}$	:	Mod şekilleri
$< \boldsymbol{l_i^T} >$	:	Modal katılım faktörü
$\boldsymbol{\lambda_i}$	:	Kutuplar

HAFİF TİCARİ BİR ARAÇ JANTININ, SONLU ELEMANLAR MODELİNİN OLUŞTURULMASI VE DOĞRULANMASI

ÖZET

Son yıllarda, yapıların dinamik davranışını modellemek için, ileri modelleme ve analiz yöntemleri mevcut olmasına rağmen, karmaşık yapıların, kabul edilebilir seviyede hassasiyete sahip teorik modelinin oluşturulması, hala büyük zorluklar içermektedir. Ayrıca, teorik modelin dinamik karakteristiğinin, gerçek yapıyı tasvir edip etmediği tespit edebilmek için teorik modelin doğrulanmasına ihtiyaç vardır. Deneysel modal analiz, yapıların teorik modellerinin doğrulanması için, oldukça güvenilir bir yaklaşım sunmaktadır.

Bu tezde, öncelikle, jantın yapısı tanıtılmış ve jant modellemesi ile ilgili literatür araştırması yapılmıştır. Literatürde yer alan çalışmaları incelersek; ilk olarak Stuart ve Carney, bir tekerlek modelini, ortada bulunan disk kısmını dairesel bir plaka ile göbek ve rim kısmını ise dairesel birer halka ile modelleyerek elde etmiştir. Literatürde bu tip dairesel halkalar sınır kirişleri olarak adlandırılmıştır. Srinivasan ve çalışma arkadaşları ise, kurdukları sonlu elemanlar modelini Stuart ve Carney'in sınır kiriş teorisi ile karşılaştırarak, düşük harmoniklerdeki doğal frekansları, daha iyi bir şekilde elde eden sonlu elemanlar modeli oluşturmuşlardır. Riesner ve Devrives ise makalelerinde jant modellemesi ile ilgili önemli bilgiler akmıştır. Ayrıca elde ettikleri sonlu elemanlar modelinde, jant ağırlığının azalması ile ilgili bir optimizasyon çalışması yapmıştırlardır.

Jantın sonlu elemanlar modeli, 39097 adet tetra sonlu eleman kullanılarak oluşturulmuştur. Serbest sınır koşullarında analiz edilen bu modelin, mod şekilleri ve doğal frekansları elde edilmiştir.Elde edilen sonlu elemanlar modeli Nastran programının Lanczos metodu ile çözdürülmüştür.

Sonlu elemanlar modelinin doğrulanması amacı ile, serbest sınır koşullarında, jantın deneysel modal analizi yapılmıştır. Modal testte serbest sınır koşulları elastik yaylar ile sağlanmıştır. Ölçüm ise modal çekiç ve ivme ölçer kullanımı ile yapılmıştır. Modal analiz esnasında LMS programı kullanılmıştır. LMS programı doğal frekans ve mod şekillerini belirlerken, diğer modal parametre tahmini yapan programlara karşı üstünlükleri bulunan polymax metodunu kullanmaktadır.

Daha sonra, sonlu elemanlar analizi ve deneysel modal analizden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. İlk denemede korelasyon sağlanamadığı için ikinci adıma geçilmiştir. İkinci adımda ise doğal frekanslar ve mod şekilleri arasında korelasyon sağlanmıştır. Yani gerçek sistemin dinamik karakteristiğini yansıtan bir sonlu elemanlar modeli elde edilmiştir. Artık bu model yardımı ile jant üzerinde yapılacak tasarımsal değişikliklerin etkilerini görmek mümkün olacaktır.

Ayrıca, jantın, aks bağlantısını simule etmek amacı ile, göbek bölgesinden bağlı sınır koşulunda, sonlu elemanlar modelinin analizi ve deneysel modal analizi yapılmıştır. Takibinde, göbek bölgesinden bağlı sınır koşulunda, sonlu elemanlar analizi ve deneysel modal analizden elde edilen doğal frekanslar ve mod şekillerinin karşılaştırılması verilmiştir.

Son olarak ise, jantın serbest sınır koşulunda, temel doğal frekansın 350 Hz altına düşmemesi koşulu ile, ağırlık azalmasına yönelik tasarımsal değişiklik önerileri verilmiştir. 300 Hz araç kabin içi gürültü açısından belirlenen limit değerdir. Bu tezde 50 Hz önlem alınarak, limit 350 Hz olarak kullanılmıştır.

FINITE ELEMENT MODELLING AND VALIDATION OF A LIGHT COMMERCIAL VEHICLE WHEEL

SUMMARY

In recent years, although modern tools are available for developing numerical models in order to predict the dynamic behaviour of structure, it is still quite difficult to obtain such models that will yield results with aceptable accuracy for complex structures. In addition, in order to determine whether we have representative finite element model, verification of the model is needed. Experimental modal analysis is quite suitable and valuable for validating theorical model of structures.

In this thesis, first of all, wheel structure is introduced and literature survey on modelling of wheel is given. We can find the three main study in the literature; as first study, Stuart and Carney has been modelled the wheel as annular plate with two circular rings that depicted rim and disc. They have also point out that the use of circular rings or edge-beams as they are usually called in the literature. Sirinivasan et al have been modelled a finite element model that gives better natural frequency estimation than Stuart and Carney's model in low harmonics. For aliminium wheels Riesner and Devrives has recommended the usage of three dimensional finite elements in their study. Also, Riesner and Devrives apply the weight optimization method to their finite element model in order to reduce total mass of wheels.

Finite element model of wheels composed of 39097 tetra finite element. Mode shapes and natural frequencies of this model has been obtained by using free-free boundry conditions.

Created finite element model has been solved using Nastran software's Lanczos method on free-free boundry condition. Lanczos method is widely used in the structural vibration aplications for solution of eigenvalue problem. It can be determine the required number of values and corresponding eigenvectors with minimum number of iterations. This method is a type of power methods in which iteration begins with an initial vector.

In order to verify attained finite element model, experimental modal analysis has been performed at free-free boundry condition. Free-free boundry condition has been attained by using elastic strings. Testing has been performed via using impact hammer and three axial accelerometer.

LMS software has been used during experimental modal analysis. LMS uses polymax method on determining mode shape and natural frequencies and this method has some advantages against the other modal parameter estimation methods:

The task of selection the correct model order and discriminating between spurious structural system poles is quite complex, in particular in the case of high-order and/or

highly damped structures. This inevitably results in highly operator-dependant results, and requires numerous iterations in the analysis procedure.

Whereas the quality of the current modal parameter estimation technology is satisfying for undamped or slightly damped structures, there is an increasing need for better modal parameters estimations for highly damped structures.

Instead of a variety of parameterestimation techniques, each optimized for a specific test situation, there is a need for a single reliable and robust method that can be used in a wide variety of applications.

As a primary objective of this study, the results obtained from finite element and experimental modal analysis have been compared. The correlation between these analysis couldn't be delivered at the first attempt. At the second attempt the natural frequencies and mode shapes have properly been correlated. Therefore, generated finite element model of a light commercial vehicle wheel is validated by experimental modal analysis on free-free boundry condition . As a result of this, a finite element model which is representing the dynamic characteristic of the real system is generated. Thanks to this model the effect of any design modification can be easily observed.

In order to simulate axle-wheel connection, wheel analyzed on clamped at the spindle boundry condition with finite element analysis and experimental modal analysis approach. Clamped at the spindle boundry condition is simulated by using wheel fixing fixture. Wheel fixing fixture consists of a I profile which has a rotating coupling on it. Clamped at the spindle boundry condition has been simulated fixing some of nodes in the finite element pre-processor programme. Afterwards, natural frequencies' and mode shapes' comparison is given between finite element and experimental modal analysis on clamped at the spindle boundry condition.

Vehicle weight is one of the most important factors affecting the fuel economy. Therefore, the manufacturers are created the department that called weight engineering to reduce weight of vehicles. Main responsibilityof the weight engineering is to track weight datas of vehicles and reduce the weight of vehicle components.

Wheel weight minimization is especially important because, due to the effect of rotational moment of inertia, weight eliminated in the wheels has a greater impact on fuel economy than weight eliminated elsewhere on the vehicles.

At the end, design modification suggestion is given provided that wheel have greater natural frequency than 350 Hz. Eventhough 300 Hz frequency is recommended as vehicle interior noise limit, in order to take the worst case into account the limit is determined as 350Hz. Design modification suggestions has been explained following two paragraphs.

The fundamental natural frequency of light commercial vehicle wheel representing the dynamic behaviour of real structure is 425 Hz. 15 Hz frequency has been sacrificed from fundemental natural frequency on the first design modification suggestion. By using this opportunitiy 200 gr per wheel and 1 kg per vehicle weight reduction have been gained. 800 gr of the total 1 kg weight reduction has been reduced from rotating wheels. Residual 200 gr weight reduction has been reduced

from spare wheel. Since the natural frequency decreased 410 Hz, still grater than 350 Hz which is interior noise limit, this suggestion is acceptable.

9 Hz frequency has been sacrificed from fundemental natural frequency on the second design modification suggestion. By using this opportunitiy 112 gr per wheel and 0,56 kg per vehicle weight reduction have been gained. 448 gr of the total 0,56 kg weight reduction has been reduced from rotating wheels. Residual 0,112 gr weight reduction has been reduced from spare wheel. Since the natural frequency decreased 416 Hz, still grater than 350 Hz which is interior noise limit, the second suggestion is also acceptable.

1. GİRİŞ

Jant temel olarak disk ve rim olmak üzere iki farklı yapının kalıcı veya sökülebilir birleştirilmesinden oluşmaktadır[1]. Jant çalışma koşullarında yüksek seviyeli tahrik kuvvetlerine maruz kalmaktadır. Başlıca tahrik kuvvetleri yoldan gelen ve aracın yaylanan kütlesinin oluşturduğu kuvvetlerdir. Söz konusu tahrik kuvvetleri sebebi ile, tasarım aşamasında, yapının titreşimleri ve oluşturduğu gürültü dikkat edilmesi gereken parametrelerdir. Bu yüzden, yüksek seviyeli titreşim seviyelerini ve gürültüyü tahmin etmek için, güvenilir bir modelin kurulması önem taşımaktadır.

Öte yandan, jantın dizaynı aşamasında, tek dikkat edilmesi gereken parametre titreşimler ve gürültü değildir. Jant dizaynında, önem taşıyan bir çok parametre bulunmaktadır. Jantın stili, aracın estetik görünümünü ve cazibesini belirgin bir şekilde etkilemektedir. Ayrıca, jantın dizaynı aşamasında, mukavemet ve geometrik uyumluluk, sağlanması zorunlu olan mühendislik özellikleridir. Jant dizaynı, büyük yükleri ve kırıcı çevresel etkileri tolere edecek kadar mukavemetli olmalıdır. Bunun yanında, jant ağırlığı ve maliyeti, yukarıda belirtilen özellikleri sağlayacak şekilde minimize edilmelidir. Araç jantlarının ağırlık minimizasyonu, özellikle önem taşımaktadır. Çünkü, dairesel atalet momenti etkisi nedeni ile jantlardaki ağırlık azalmasının yakıt ekonomisine yansıması, başka herhangi bir yerdeki ağırlık azaltmasından daha büyük bir etki gösterecektir[2].

Tez kapsamı içerisinde, güvenilir bir model kurulduktan sonra, jantın çeşitli tasarımsal değişiklik önerileri yapılarak, ağırlık azaltılmasına yönelik öneriler sunulacaktır.

Ancak, yapılması planlanan tasarımsal değişikliklerin, araç kabini içerisinde yol gürültüsüne neden olması ihtimali ve jantın yapısal özelliklerinden taviz vermemek söz konusu olduğu için, jantlarda ağırlık azaltması hassas bir konudur.

Özellikle, 300 Hz frekans civarında, kabin içerisinde, yol gürültüsünün arttığı bilinmektedir[3,6]. Bu yüzden, jantın ağırlık azaltılmasına yönelik tasarımsal

değişiklik önerileri, araç jantının temel doğal frekansının 300-350 Hz frekans bandından yukarısında kalması koşulunda sunulacaktır.

1.1 Tezin Amacı

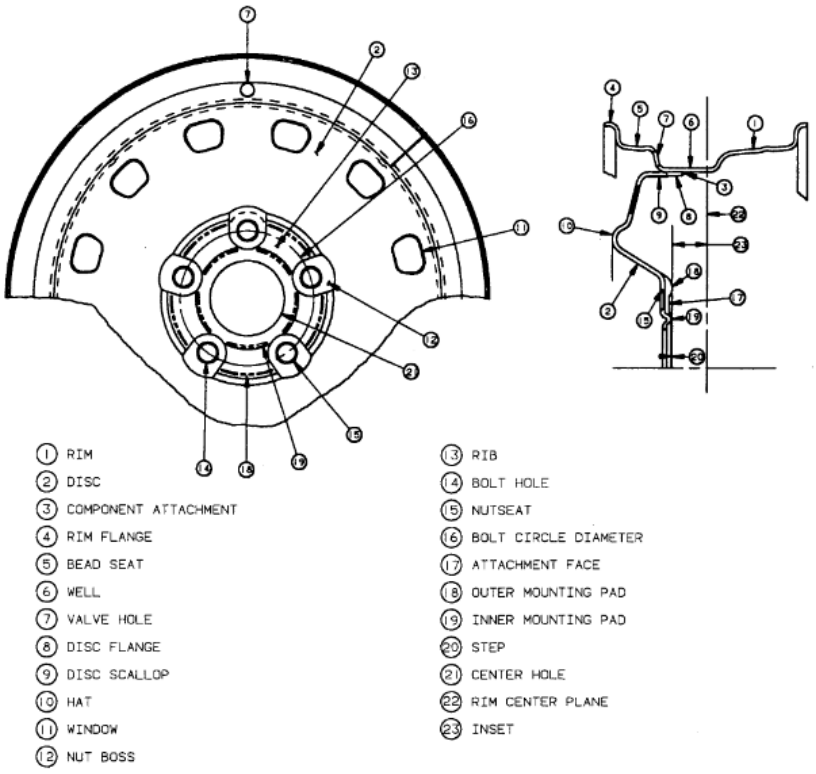
Bu tezde hafif ticari bir araç jantının, dinamik özlelliklerini, mümkün mertebe yansıtacak bir sonlu elemanlar modeli kurmak, hedef olarak alınmıştır.

Sonlu elemanlar modeli kurulduktan sonra, jantın deneysel modal analizi yapılarak, sonuçların karşılaştırılması yöntemi ile korelasyon sağlanılacaktır. Sağlanamaması durumunda ise, sonlu elemanlar modelinde, gerçek modelin özelliklerini yansıtacak gerekli modifikasyonlar yapılarak, benzer dinamik özellikleri sağlayacak model elde edilmeye çalışılacaktır. Sonuç olarak, doğrulanan bir sonlu elemanlar modeli elde edilecektir.

Model, yapılacak dizayn değişikliklerinin, yapının giriş kısmında belirtilen özelliklerinin üzerine olan etkilerini gözlemlemek ve gerekli önlemleri almak için bir referans olarak kullanılabilecektir. Deneysel yaklaşım ile tasarımsal değişikliklerin etkilerinin görülmesi pahalı bir yöntem olduğu için, elde edilen modelin kullanılması, maliyet açısından oldukça efektif bir yöntem olacaktır.

1.2 Jantın Yapısı

Lastik ve jant ikilisi, arabanın yönünü belirleyip ve gitmesini sağlayan bir eleman çiftidir. Jant, lastik ve göbek arasında dönen ve yük taşıyan bir yapı olarak tanımlanabilir. Temel olarak, disk ve rim olmak üzere, iki farklı yapının kalıcı olarak veya sökülebilir birleştirilmesinden oluşmaktadır. Jantın temel bileşenleri ve üzerinde bulunan bazı bölgelerin isimleri SAE J1982 DEC91'de ingilizce olarak, aşağıdaki gibi verilmiştir (Şekil 1.1)[1].

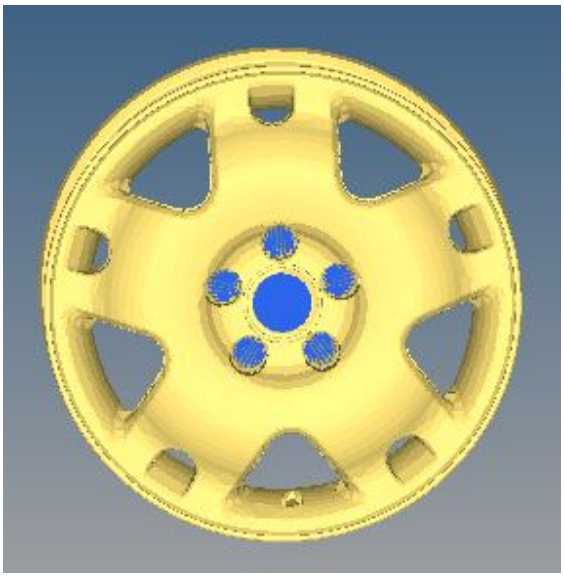


Şekil 1.1: Jantın temel bileşenleri ve bazı bölgelerinin isimleri[1].

Bu tezde incelenecek alüminyum alaşımlı jantın, malzeme özellikleri Tablo 1.1'de, cad modeli Şekil 1.2'de gösterilmiştir.

Tablo 1.1 : İncelenecek alüminyum alaşımlı jantın, malzeme özellikleri.

Elastisite Modülü	70 GPa
Poisson Oranı	0.30
Yoğunluğu	2623 kg/m^3
Ağırlık	8 kg

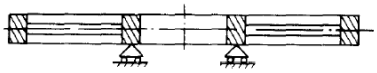


Şekil 1.2: İncelenecek alüminyum alaşımlı jantın cad modeli.

1.3 Literatür Araştırması

Literatürde, taşıt komponentlerinin tasarımı ile ilgili birçok kaynak bulunmasına rağmen, bir jantın modellenmesi ile ilgili sınırlı sayıda makale yayınlanmıştır.

Stuart ve Carney makalelerinde, bir tekerlek modelini, ortada bulunan disk kısmını dairesel bir plaka ile, göbek ve rim kısımlarını ise dairesel birer halka ile modelleyerek elde etmişlerdir[4]. Literatürde bu tür dairesel halkalar, sınır kirişleri olarak adlandırılmıştır. Stuart ve Carney'in sınır kirişleri ile birlikte dairesel plaka modeli Şekil 1.3'de gösterilmiştir[5].



Şekil 1.3: Sınır kirişleri ile dairesel plaka modeli[5].

Srinivasan ve çalışma arkadaşları ise, kurdukları sonlu elemanlar modelinin, basit mesnetli ve göbek bölgesinden sabitlenmiş olarak modal analizini yapıp, gerçek bir tekerlekte yapılan deneysel modal analiz ile karşılaştırmışlardır [5]. Bu çalışmanın sonucunda ise, Stuart ve Carney'in sınır kiriş teorisi ile karşılaştırarak, düşük harmoniklerdeki doğal frekansları, daha iyi bir şekilde elde eden bir sonlu elemanlar modeli kurduklarını göstermişlerdir. Karşılaştırma yapılırken, sınır kirişleri teorisi modelinin doğal frekansları, göbek bölgesinden basit mesnetli sınır koşulunda hesaplanmıştır.

Riesner ve Devries makalelerinde, yorulma ve NVH kısıtı bulunan jantların, seçilen parametrelerini optimize etmeye yarayan OPUS(Optimization Process Utility System) programını tanıtmıştır[2]. OPUS, Ford Motor Company içerisinde geliştirilmiş ve uygulanmış, NASTRAN arayüzlü bir programdır.

Program tanıtımından sonra, maximum gerilme limiti 80 N/mm2 olarak belirlenmiş alüminyum alaşımlı döküm jantın, disk bölgesinin kalınlığı değişken tutularak, OPUS programı yardımı ile, jant kütle minimizasyonu yapılmıştır. Optimizasyon başlangıç kütle değeri 7,126 kg alınmış ve optimizasyon süreci sonucunda, 6,8 kg'a azaltılmıştır. Optimizasyon esnasında, radyal rijitlik istenilen aralıkta kalmıştır. Ayrıca makale kapsamı içinde, sonlu elemanlar modelleri kurulurken, hangi tip sonlu elemanların kullanılması gerektiğine dair önerilerde bulunulmuştur. Jantlar genel olarak, çelik ve alüminyum alaşımlı olarak üretilmektedir. Bu iki jant tipinin, sonlu elemanlar modellemesi ile ilgili Riesner ve Devries'in makalesinde bulunan öneriler, kısaca şu şekilde sıralanabilir;

- Çelik jantlar, simetrik, ince cidarlı olduğu ve yapılarında keskin eğimlerin lokal bir şekilde bulunduğu düşünülürse, kabuk veya plaka sonlu elemanlar yardımı ile modellenmesi uygundur.

- Alüminyum alaşımlı jantların ise, daha büyük ve kalın cidarlı olması, disk kısmında çeşitli boşlukların bulunması ve ani kesit değişikliklerine sahip olması nedeni ile üç boyutlu ve katı sonlu elemanlar ile modellenmesi önerilmiştir.

Riesner ve Devries makalelerinde son olarak, sonlu elemanlar analizi ile elde etmiş olduğu sonuçları, test ile elde ettiği sonuçlarla karşılaştırarak doğrulama yapmıştır. Buradan hareketle, sonlu elemanlar analizinin, otomobil jantlarının dizayn ve geliştirilmesi için, doğru sonuçlar veren pratik mühendislik bir araç sunduğunu belirtmiştir[2].

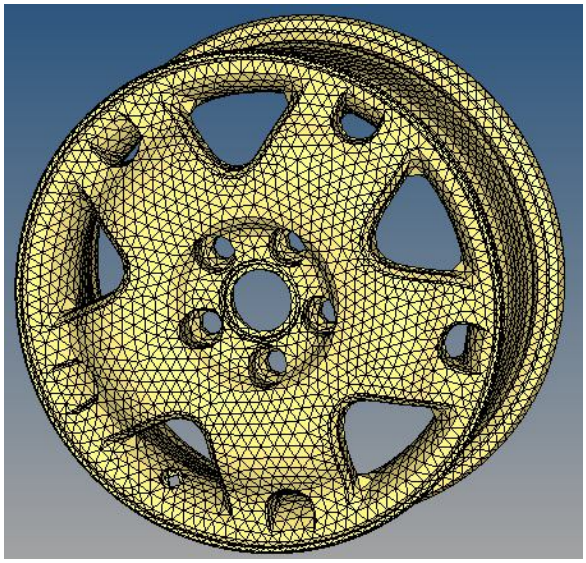
Kindt ve arkadaşları, 300 Hz'in üzeri frekanslarda geçerli bir jant-lastik ikilisinin sonlu elemanlar modelini oluşturmuş ve bu modeli deneysel modal analiz yöntemiyle doğrulamışlardır. Günümüzde, metropollerde oluşan gürültünün en önemli sebebi olarak yol-lastik temasının oluşturmuş olduğu gürültüyü göstermişlerdir. Aynı zamanda, bu temas, araç kabininin içinde de yüksek seviyelerde gürültüye neden olmaktadır. Kindt ve arkadaşları, makalelerinde vermiş oldukları jant-lastik sisteminin sonlu elemanlar modelinin, yapısal kaynaklı kabin içi

gürültünün tahmin edilmesinde uygun bir model olarak kullanılabileceğini göstermişlerdir [6].

Kuramori patentinde, aracın yaylanmayan kütlesinin, hafif metal jant-lastik kullanımıyla azaltılması sonucunda, yol gürültüsünün azaltılacağını keşfetmiştir[3]. Yasuhiro ise patentinde, aracın yaylanmayan kütlesinin azaltılmasının, sürüş konforunu iyileştireceği ve yakıt tüketimini azaltacağını belirtmiştir[7].

2. JANTIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ ile MODELLENMESİ

Sonlu elemanlar metodu, sürekli bir yapıyı, aralarındaki bağlantı düğüm noktaları yardımı ile tanımlanan, yeteri kadar küçük ve basit elemanlara ayırmaya dayanır. Bu yöntem ile yapının davranışını gerçeğe çok yakın bir şekilde hesaplamak mümkündür. Bu şekilde kompleks bir yapı, çok sayıda küçük elemanın bir araya getirilmesi ile modellenebilir. Jantın sonlu elemanlara ayrılmış modeli Şekil 2.1'de görülebilir.



Şekil 2.1: Hypermesh programında, ağ örülmüş model.

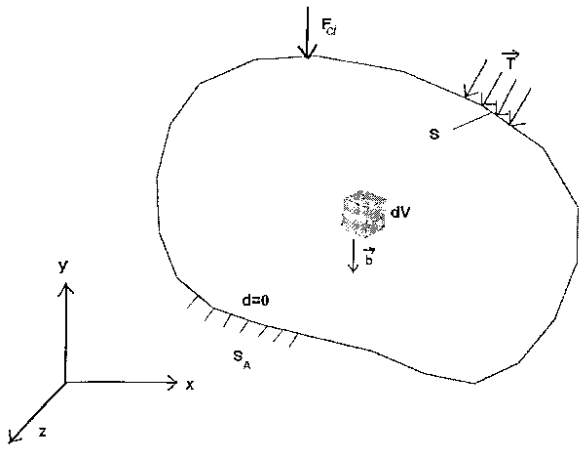
Elastisite teorisi kesin çözüm yöntemini vermesine rağmen, yapıların çoğunda, ilgili çözümü elde etmek oldukça zordur. Teorinin uygulanmasındaki zorluklardan dolayı, sonlu elemanlar metodunu kullanımı daha yaygındır. Sonlu elemanlar metodu, integral ve diferansiyel denklemlerin yaklaşık çözümlerinin bulunmasına dayanır. Çözüm yaklaşımı, diferansiyel denklemlerin elimine edilmesi veya kısmi diferansiyel denklemlerin, adi diferansiyel denklemlerine dönüştürülmesi ve bu denklemlerin standart çözüm teknikleri ile çözülmesine dayanır.

Sonlu elemanlar metodunun yapısal mekanikte geliştirilmesi, genellikle enerji prensibine dayanır. Buna örnek olarak virtüel işler prensibi veya minimum toplam potansiyel enerji prensibi verilebilir.

2.1 Sonlu Elemanlar Formülasyonu

Yapısal mekanikte sonlu elemanlar prosedürü, belirli yük ve sınır şartları altında, deplasman ve gerilme dağılımı elde etmeyi amaçlar. Sonlu elemanlar yöntemini kullanarak, matematik modeli geliştirmek için, yapısal analizin temel eşitliklerini anlamak önemlidir.

Şekil 2.2'de yer alan keyfi şekillendirilmiş üç boyutlu katı cismi dikkate alalım.



Şekil 2.2 : Yük altındaki genel rijit cisim.

Katı cisim uzayda bir noktaya sabitlenmiş ve kuvvet etkisi altındadır. Burada;

$\vec{b}$: Birim hacime etkiyen kuvvet

$\vec{T}$: Birim alana etkiyen kuvvet

$\overrightarrow{F_{ci}}$: Yoğunlaştırılmış kuvvettir.

Kuvvet etkisi altındaki cisimde deformasyon, gerilme ve şekil değiştirmeler meydana gelecektir. Birim şekil değiştirme ve deplasman arasındaki ilişki **(2.1)** numaralı denklemdeki gibidir.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,x) \\ w(x,y,z) \end{Bmatrix} = [\partial]\{d\} \quad \textbf{(2.1)}$$

Burada $\{\varepsilon\}$, $[\partial]$ ve $\{d\}$ sırasıyla, birim şekil değiştirme vektörü, türev matrisi ve deplasman vektörüdür. Lineer elastik ve izotropik üç boyutlu bir katıda gerilme-birim şekil değiştirme ilişkisi **(2.2)**'deki gibi yazılabilir.

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & 1-v & 0 & 0 & 0 \\ v & v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2v) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2v) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2v) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = [D]\{\varepsilon\} \quad \textbf{(2.2)}$$

Burada $[D]$ ve $\{\sigma\}$ sırası ile elastik katsayılar matrisi ve gerilme vektörüdür. Sonlu elemanlar formülasyonunda, önemli olan düğüm deplasmanlarıdır ve aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{Bmatrix} = [N]\{q\} \quad \textbf{(2.3)}$$

Burada $[N]$ ve $\{q\}$ sırasıyla şekil fonksiyonu matrisi ve düğüm deplasman vektörüdür. Bu yüzden, birim şekil değiştirme ve gerilme vektörü **(2.3)**'ten yararlanılarak, **(2.4)** ve **(2.5)**'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\{\varepsilon\} = [\partial]\{d\} = [\partial][N]\{q\} = [B]\{q\} \quad \textbf{(2.4)}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{q\} \quad \textbf{(2.5)}$$

Burada $[B]$, deplasmanı, birim şekil değiştirmeye dönüştüren transformasyon matrisidir.

Denge denklemini tesis etmek amacıyla, virtüel işler ve minimum potansiyel enerji örnek olmak üzere bir çok metod kullanılabilir. Burada, minimum potansiyel enerji prensibinden faydalanılacaktır. Bir eleman için potansiyel enerji ifadesi, dış kuvvetin yaptığı işin oluşturduğu birim şekil değiştirme enerjisinin toplamıdır. Birim şekil değiştirme enerjisi U_e, bir eleman için, **(2.6)**'daki gibi geliştirilebilir.

$$U_e = \frac{1}{2}\int_{V_e} \{\varepsilon\}^T [D]\{\varepsilon\}\mathrm{dV} \tag{2.6}$$

$$U_e = \frac{1}{2}\int_{V_e} \{q\}^T [B]^T[D][B]\{q\}\mathrm{dV} \tag{2.7}$$

$$U_e = \frac{1}{2}\{q\}^T \int_{V_e} [B]^T[D][B]\, dV\{q\} \tag{2.8}$$

$$U_e = \frac{1}{2}\{q\}^T[k]\{q\} \tag{2.9}$$

Burada $[k]$ **(2.10)**' da tanımlanan rijitlik matrisidir.

$$[k]\int_{V_e} [B]^T[D]\,[B]dV \tag{2.10}$$

Uygulanan dış kuvvetin yaptığı iş W_e, benzer şekilde, **(2.11)** numaralı denklemde görüldüğü gibi yazılabilir.

$$W_e = -\int_{V_e} \{d\}^T\{b\}\, dV - \int_s \{d\}^T\{T\}\, dS \tag{2.11}$$

$$W_e = -\int_{V_e} \{q\}^T[N]^T\{b\}\, dV - \int_s \{q\}^T[N]^T\{T\}\, dS \tag{2.12}$$

$$W_e = -\{q\}^T\int_{V_e} [N]^T\{b\}\, dV - \{q\}^T\int_s [N]^T\{T\}\, dS \tag{2.13}$$

$$W_e = -\{q\}^T\{f_B\} - \{q\}^T\{f_s\} \tag{2.14}$$

(2.14) numaralı denklemde, $\{f_B\}$ eleman kuvvet vektörü ve $\{f_s\}$ eleman yüzey yükü vektörüdür, **(2.15)** ve **(2.16)** numaralı denklemlerdeki gibi gösterilebilir.

$$\{f_B\} = \int_{V_e} [N]^T \{b\}\, dV \tag{2.15}$$

$$\{f_s\} = \int_{S} [N]^T \{T\}\, dS \tag{2.16}$$

Ayrıca, bir elemanın potansiyel enerjisi, **(2.17)** görüldüğü gibi yazılabilir.

$$\Pi_e = U_e + W_e = \frac{1}{2}\{q\}^T [k]\{q\} - \{q\}^T \{f_B\} - \{q\}^T \{f_s\} \tag{2.17}$$

Burada Π_e bir elemanın potansiyel enerjsidir. Belirtilmelidir ki, sonlu elemanlar modeli, çok sayıda eleman içermektedir ve tüm modelin potansiyel enerjisi, bütün elemanların toplamının potansiyel enerjisidir. Tüm modelin potansiyel enerjisi, aşağıda görülen, **(2.18)** eşitliğindeki gibi ifade edilebilir.

$$\Pi = \sum_{e=1}^{E} \Pi_e - \{Q\}^T \{F_c\} \tag{2.18}$$

Burada, $\boldsymbol{\Pi}$ toplam modelin potansiyel enerjisidir. $\{\boldsymbol{Q}\}$ ise, tüm modelin düğüm deplasmanlarının vektörüdür ve aşağıdaki şekilde gösterilir**.**

$$\{Q\}^T = \{Q_1 \quad Q_2 \quad . \quad . \quad Q_n\} \tag{2.19}$$

Böylece, tüm modelin potansiyel enerjisi, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Pi = \frac{1}{2}\sum_{e=1}^{E} \{q\}^T [k]\, \{q\} - \sum_{e=1}^{E} \{q\}^T \{f_B\} - \sum_{e=1}^{E} \{q\}^T \{f_s\} - \{Q\}^T \{F_c\} \tag{2.20}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}\{Q\}^T [K]\{Q\} - \{Q\}^T (\{F_B\} + \{F_s\} + \{F_c\}) \tag{2.21}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}\{Q\}^T [K]\{Q\} - \{Q\}^T \{F\} \tag{2.22}$$

Burada, $[K]$ global rijitlik matrisi, $\{F\}$ ise global yük vektörüdür. Bunlar, yapı içerisindeki küçük eleman parçacılarından hareketle, **(2.23)** ve **(2.24)** denklemlerindeki gibi toplamlar şeklinde elde edilebilir.

$$[K] = \sum_{e=1}^{E} k_e \tag{2.23}$$

$$\{F\} = \sum_{e=1}^{E} (\{f_B\} + \{f_S\} + \{F_c\} \tag{2.24}$$

(2.23) ve **(2.24)** denklemlerindeki toplam operatörü, montaj sırasını göstermektedir. Sonuç olarak, tüm modelin statik denge denklemi, minimum potansiyel enerji prensibini kullanarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q_i} = 0 \qquad i = 1,2,3, \ldots . N \tag{2.25}$$

Bunun sonucu olarak, **(2.22)**'yi **(2.23)** 'de yerine koyarsak, tüm modelin denklemi elde edilir .Statik çözüm, **(2.26)** numaralı deklemde görüldüğü gibidir.

$$\{Q\} = [K]^{-1}\{F\} \tag{2.26}$$

2.2 Sonlu Elemanlar Modelinin Dinamik Analizi

Yapılar üzerindeki analizler, temel olarak, statik ve dinamik analizler olmak üzere ikiye ayrılabilir. Uygulanan yüklerin, zamandan bağımsız veya çok yavaş bir şekilde uygulandığı durumda, statik analiz kullanılmaktadır. Yüklerin zamana bağlı olması durumunda, kütle ve ivme etkisi önem kazanmaktadır. Dinamik analizde, kütle ve ivme etkisini göz önünde bulundurmak koşulu ile, sonlu elemanlar kütle matrisleri gereklidir. Bu tez kapsamında, temel olarak modal analiz ele alınacaktır. Bu yüzden sonraki bölümde, sonlu elemanların kütle matrislerinin ve tüm yapının kütle matrisinin nasıl elde edildiği açıklanacaktır. Sonlu elemanlar hareketinin genel denklemi, genelleştirilmiş özdeğer probleminden elde edilmiştir.

Mekanik problemlerinin formülasyonu için, Hamilton prensibinden faydalanılabilir. Konservatif bir sistemde, keyfi seçilen bir t_1 ve t_2 zaman aralığında, cismin hareketini ekstremize eden Lagrange fonksiyonunun t_1 ve t_2 aralığındaki zaman integrali aşağıdaki gibidir.

$$I = \int_{t_1}^{t_2} Ldt : Extremum \tag{2.27}$$

(2.27) ifadesinin varyasyonu**, (2.28)**'deki gibi sıfırdır.

$$I = \delta \int_{t_1}^{t_2} Ldt = 0 \tag{2.28}$$

Buradaki L Lagranjian olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi tarif edilir.

$$L = T - \Pi \tag{2.29}$$

Burada, T kinetik enerji, Π potansiyel enerjidir. Lagranjian, genelleştirilmiş değişkenler yardımı ile ifade edilir. Bu değişkenler, genellikle $q_1, q_2, \ldots . q_n$, $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots \ldots \dot{q}_n$ ile gösterilir. **(2.28)** formu, n-serbestlik dereceli ayrık sistemler için, **(2.30)** şeklinde yazılır.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \qquad \text{i =1,2,…..,n} \tag{2.30}$$

Burada, $\dot{q}_i = dq/dt$ dir.

Hacmi V, yoğunluğu ρ olan bir katı eleman için kinetik enerji ifadesi, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T = \frac{1}{2}\int_v \{\dot{d}\}^T \{\dot{d}\}\, \rho dV \tag{2.31}$$

Burada $\{\dot{d}\}$ kütlesi homojen olarak dağılmış noktanın hız vektörüdür ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\{\dot{d}\} = \{\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}\}^T \tag{2.32}$$

Sonlu elemanlar metodunda, yapı bölüm 4.1'de olduğu gibi sonlu elemanlara bölünür. $\{d\}$ vektörü her eleman için düğüm deplasmanları ve şekil fonksiyonları üzerinden denklem **(2.33)**'deki gibi ifade edilir.

$$\{d\} = [N]\{q\} \tag{2.33}$$

Dinamik analizde, q zaman bağımsızdır ve **(2.33)**'ü **(2.31)**'de yerine yazarsak, sonlu elemanın kinetik enerjisi, **(2.34)** denkleminde görüldüğü gibi yazılabilir.

$$T^e = \frac{1}{2}\{\dot{q}\}^T[m]^e\{\dot{q}\} \tag{2.34}$$

(2.34) denkleminde bulunan $[m]^e$, aşağıdaki gibi ifade edilen eleman kütle matrisidir.

$$[m]^e = \int_{V^e} \rho\{N\}^T\{N\}dV \tag{2.35}$$

Tek tek bütün elemanların kinetik enerjilerinin toplamı, yapının toplam kinetik enerjisini verir. Yapının toplam kinetik enerjisi, **(2.36)** formunda yazılabilir.

$$T = \sum_e^E T^e = \sum_e^E \frac{1}{2}\{\dot{q}\}^T[m]^e\{\dot{q}\} = \frac{1}{2}\{\dot{Q}\}^T[M]\{\dot{Q}\} \tag{2.36}$$

Kinetik ve potansiyel enerji bulunduğunda, Lagranjian yazılabilir. **(2.30)** ifadesinden yararlanarak, hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{F\} \tag{2.37}$$

$\{F\}$ vektörünün sıfır oması durumunda, ifade aşağıdaki şekle dönüşür.

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{0\} \tag{2.38}$$

(2.38)'de $\{Q\}$ vektörü yerine, $\{X\}sinwt$ yazılırsa, **(2.39)**'daki özdeğer probleminin genel formu elde edilir.

$$[K]\{X\} = \omega^2[M]\{X\} \tag{2.39}$$

Burada, $\omega^2 = \lambda$ özdeğerdir. **(2.39)**'dan özdeğerler(λ) ve özdeğerler ile uyuşan ilgili mod şekilleri($\{X\}$) elde edilebilir.

(2.39) denklemi, D'alambert's prensibi ve virtüel işler prensibi ile çözülebilir. Elastik cismin hareket denklemine, Gallerkin yaklaşımı uygulanırsa, aynı denklem takımı elde edilebilir.

Yukarıdaki sonlu elemanlar formülasyonunda, bütün malzemelerin belirli bir sönümü olmasına rağmen, sönüm dikkate alınmamıştır. Ancak, sık kullanılan çelik ve alüminyum gibi malzemeler, az miktarda yapısal sönüm içerirler. Pratikte, modal analiz genellikle yapısal sönümün olmadığı varsayımı ile yapılır ve bu önemli basitleştirmeler sağlar. Buna rağmen, serbest ve belirli sınır şartları altındaki viskoelastik kompositlerin sönüm seviyeleri yüksektir. Benzeri bir durumda yapısal sönümlü model çözümü önem kazanır.

2.3 Çözüm Yöntemleri

Bir önceki bölümde verilen özdeğer probleminin çözülmesi için, alt uzay iterasyonu ve Lanczos metodu da dahil olmak üzere çok sayıda metod bulunmaktadır. Bu tezin kapsamında, Lanczos metodu kullanılmıştır. Lanczos metodu, yapısal titreşim uygulamalarının özdeğer probleminin çözümü için, yaygın bir şekilde kullanılan bir yöntemdir. Metod, minimum sayıda iterasyon ile gerekli sayıda özdeğer ve bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörleri belirleyebilir. Bu metod, iterasyonun bir başlangıç vektörü ile başladığı bir güç metodu tipidir.

2.4 Mod Şekillerinin Özellikleri

2.2 numaralı bölümde elde edilen kütle matrisi simetrik ve pozitif definittir. $\{X\}$ vektörünün sıfır olamayan seçimlerinde, matris her zaman pozitif definittir.

$$\{X\}^T[M]\{X\} > 0 \qquad \textbf{(2.40)}$$

Rijitlik matrisi, örnek olarak "gerilme sertleşmesi" gibi büyük deplasman etkileri içeren durumlarda, pozitif definit ve simetrik olmayabilir. Fakat özdeğer problemi, rijitlik matrisini simetrik kabul ederek, simetrikleştirilebilir. Burada dikkate alınan simetrik problemler için rijitlik matrisi, pozitif yarı-definit olarak kabul edilebilir. Sonuç olarak, özdeğer probleminin çözümü; doğal frekanslar $\omega_{r1}, \omega_{r2}, \omega_{r3}, \ldots\ldots, \omega_{rN}$ ve mod şekilleri $\{\psi_1\}, \{\psi_2\}, \{\psi_3\}, \ldots\ldots \{\psi_N\}$ olarak elde edilir ve mod şekillerinin bazı önemli özellikleri bulunmaktadır.

(2.39)'da verilen özdeğer probleminin bir an için $\omega_r, \{\psi\}^r$ ve $\omega_s, \{\psi_s\}$ olmak üzere iki çözümü olduğunu düşünelim,

$$([K] - \omega_r^2[M])\{\psi\}_r = \{0\} \quad \textbf{(2.41)}$$

$$([K] - \omega_s^2[M])\{\psi\}_s = \{0\} \quad \textbf{(2.42)}$$

olacak şekilde iki denklem elde edilebilir.

(2.41) denklemini soldan $\{\psi\}_s^T$ ile çarpar ve **(2.42)** denkleminin transpozunu aldıktan sonra sağdan $\{\psi\}_r$ ile çarpılırsa, aşağıda gösterilen **(2.43)** ve **(2.44)** denklemleri elde edilir.

$$\{\psi\}_s^T([K] - \omega_r^2[M])\{\psi\}_r = \{0\} \quad \textbf{(2.43)}$$

$$\{\psi\}_s^T([K]^T - \omega_s^2[M]^T)\{\psi\}_r = \{0\} \quad \textbf{(2.44)}$$

$[K]$ ve $[M]$ matrislerinin simetrik ve transpozları ile identiktir. **(2.44)**'ten **(2.43)**'ü çıkrarak **(2.45)**'te görülen denklem elde edilir.

$$(\omega_r^2 - \omega_s^2)\{\psi\}_s^T[M]\{\psi\}_r = \{0\} \quad \textbf{(2.45)}$$

Şimdi ω_r ve ω_s olan öz frekansların birbirinden farklı olduğunu düşünelim. Bu durumda aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$\{\psi\}_s^T[M]\{\psi\}_r \neq \{0\};\ \mathrm{r} \neq \mathrm{s} \quad \textbf{(2.46)}$$

Bu ifade "orthogonalite özelliği" olarak adlandırılır. **(2.43)** ve **(2.44)** orthogonalite özelliği, aynı zamanda, aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$\{\psi\}_r^T[K]\{\psi\}_r = \omega_r^2(\{\psi\}_r^T[M]\{\psi\}_r) \quad \textbf{(2.47)}$$

$[\omega_r^2] = [m_r]^{-1}[k_r]$ ifadesi **(2.47)**'de yerine yazılırsa, **(2.48)** ve **(2.49)** ifadeleri elde edilir.

$$[\Psi]^T[M][\Psi] = [m_r] \quad \textbf{(2.48)}$$

$$[\Psi]^T[K][\Psi] = [k_r] \quad \textbf{(2.49)}$$

Burada, $[m_r]$ ve $[k_r]$ sırası ile modal kütle ve modal rijitlik matrisleri olarak adlandırılır ve diagonal matrislerdir. Bunlar, tek değer olmamakla birlikte, modal kütle ile, bu modal kütle ile uyuşan her modal rijitlik arasındaki oran aynıdır. Bu oran, özdeğer veya doğal frekansın karesini verir. Çoğunlukla, mod şekilleri

normalize edilmiştir. Bu nedenle normalize edilmiş mod şekilleri **(2.50) ve (2.51)** ifadelerini karşılar niteliktedir.

$$[\phi]^T[M][\phi] = [I] \tag{2.50}$$

$$[\phi]^T[K][\phi] = [\omega^2] \tag{2.51}$$

Bu yüzden, normalize edilmiş mod şekli, keyfi olarak ölçeklendirilmiş mod şekilleri ve modal kütle ile **(2.52)**'deki gibi yazılabilir.

$$[\phi] = [\Psi]\left[m_r^{-1/2}\right] \tag{2.52}$$

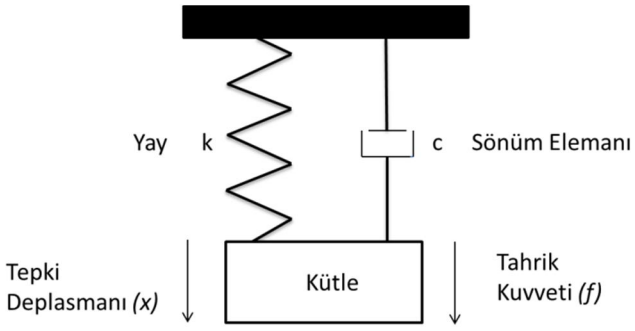
Burada, $[\phi]$ normalize edilmiş mod şekli matrisidir.

3. JANTIN DENEYSEL MODAL ANALİZİ

Bu bölümde, öncelikle titreşim testlerinin temelini oluşturan, "Frekans Tepki Fonksiyonu(FRF)" kavramı anlatıldıktan sonra, deneysel modal analiz yöntemlerinin sınıflandırılması hakkında bilgiler verilecektir. Daha sonra, deney için kullanılan LMS programının doğal frekansları ve mod şekillerini elde etmek amacıyla kullandığı, polymax yöntemi anlatılacaktır.

3.1 Frekans Tepki Fonksiyonu (Frequency Response Function) Kavramı

FRF kavramını anlayabilmek için, tek ve çok serbestlik dereceli indirgenmiş modelleri kullanmak elverişlidir. Şekil 3.1'de gösterilen, tek serbestlik dereceli(SDOF) lineer sistemde, kütle keyfi bir kuvvete maruz kaldığında, zamana bağlı bir hareketle sonuçlanır. Bu hareket, ikinci mertebe adi bir diferansiyel denklem ile ifade edilebilir.



Şekil 3.1: Tek serbestlik dereceli sistem.

$$m.\ddot{x} + c.\dot{x} + k.x = f(t) \tag{3.3}$$

(3.3) ile gösterilen hareket denkleminde,

$f(t)$: Uygulanan kuvvet

x : Meydana gelen deplasman

$\dot{x}$: Meydana gelen hız

$\ddot{x}$: Meydana gelen ivmedir

Çok serbestlik dereceli sistemde(MDOF), sistemdeki tüm kütlelerin hareketleri, Newton'un ikinci kanunundan yararlanarak elde edilir. Genel olarak, n-serbestlik dereceli sistemin denklemi, matris formunda, aşağıdaki gibi verilebilir:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad \textbf{(3.4)}$$

(3.4) hareket denkleminde,

$[M]$: nxn boyutunda kütle matrisi

$[C]$: nxn boyutunda sönüm matrisi

$[K]$: nxn boyutunda rijitlik matrisi'dir.

Karmaşık dinamik bir sistemin zaman alanındaki davranışı önemli bir bilgidir ve n-serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi ile gösterilebilir. Buna rağmen, frekans alanındaki bilgi, çoğu durumda, daha değerli bir bilgi haline gelir. Transfer fonksiyonu temel mesele olduğunda, tek serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi daha açıklayıcıdır. Aşağıdaki formül kullanılarak, zamanın fonksiyonu, kompleks değişken "s" in fonksiyonuna dönüştürülebilir.

$$F(s) = \int_0^\infty f(t).e^{-s.t}.dt \quad \textbf{(3.5)}$$

Başlangıç hız ve deplasmanını sıfır alarak, hareket denkleminin Laplace transformu aşağıdaki şekli alır.

$$[m.s^2 + c.s + k].X(s) = F(s) \quad \textbf{(3.6)}$$

Uygulanan kuvvetin sonucu ortaya çıkan değişken, yani deplasman, Laplace alanında, yukarıdaki denklemden çözülür ve sonucu aşağıdaki gibi olur:

$$X(s) = \frac{F(s)}{m.s^2 + c.s + k} \quad \textbf{(3.7)}$$

Payda denklemi "karakteristik denklem" olarak adlandırılır ve denklemin kökleri sistemin "kutupları" olarak adlandırılır. Pay fonksiyonunun kökleri ise, sistemin "sıfırları" olarak adlandırılır.

Sistemin transfer fonksiyonu, Laplace alanında, çıktının girdiye oranı olarak tanımlanır.

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} \tag{3.8}$$

(3.8) formunda verilen bir transfer fonksiyonu, tek serbestlik dereceli bir sistem için aşağıdaki şekilde formüle edilebilir.

$$H(s) = \frac{1}{m.s^2 + c.s + k} \tag{3.9}$$

Çıktı değişkenine göre transfer fonksiyonu, farklı olarak isimlendirilebilir. Örneğin, yukarıda verilen transfer fonksiyonu, reseptans olarak adlandırılır. Tüm transfer fonksiyonları, Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1: Transfer fonksiyonunun formları.

Definition	**Response**	**Variable**
Accelerance	Acceleration	$\frac{Acceleration}{Force}$
Mobility	Velocity	$\frac{Velocity}{Force}$
Receptance	Displacement	$\frac{Displacement}{Force}$

Fourier transform, "*s*" yerine "*jw*" koyarak elde edilir. Transfer fonksiyonunun bu özel durumu, "Frekans Tepki Fonksiyonu (FRF)" olarak adlandırılır. Frekans tepki fonksiyonu, basitçe *jw* ekseni boyunca ölçülen ve aşağıdaki gibi formüle edilen transfer fonksiyonudur. *"s"* yerine *"jw"* koyduğumuzda, transfer fonksiyonu **(3.10)** formunda elde edilir.

$$H(w) = \frac{1}{-m.w^2 + j.c.w + k} \tag{3.10}$$

Belirtilen tanım kullanıldığında, tek serbestlik dereceli sistemin frekans tepki fonksiyonu, klasik formda aşağıdaki gibi açılabilir:

$$H(w) = \frac{1}{k.\left[1 + 2.\xi.j.\left(\frac{w}{w_n}\right) - \left(\frac{w^2}{w_n^2}\right)\right]} \quad \textbf{(3.11)}$$

Burada,

$w_n^2 = \frac{k}{m}$; $\xi = \frac{c}{c_{kritik}} = \frac{c}{2.\sqrt{k.m}}$ dir.

Çok serbestlik dereceli sistem için, hareketin denklemi, **(3.12)** ile verilen matris formundadır:

$$[G(s)].\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad \textbf{(3.12)}$$

(3.12) hareket denkleminde,

$\{F(s)\}$:Uygulanan kuvvetin Laplace transformu

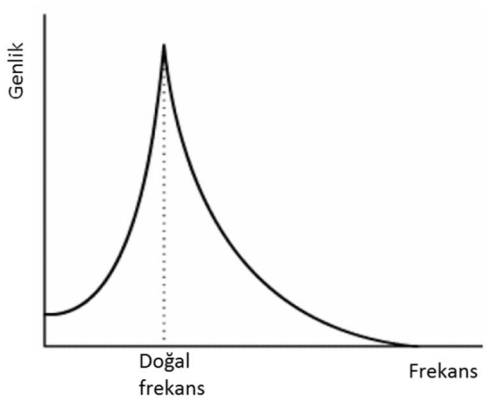
$\{X(s)\}$:Çıktı vektörünün Laplace transformu

$[G(s)]$: $[Ms^2 + Cs + K]$:Sistem matrisidir.

Yani transfer matrisi H(s), sistem matrisinin tersi olarak tanımlanır. H(s) transfer matrisinin her bir elemanı transfer fonksiyonudur.

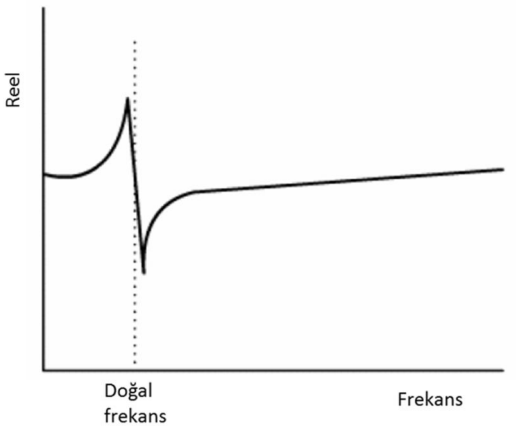
$$H(s) = [M.s^2 + C.s + K]^{-1} \quad \textbf{(3.13)}$$

Frekans tepki fonksiyonunun yaygın gösterim şekli x ve y eksenlerinde sırasıyla frekans ve genliğin gösterildiği çizimdir. Açıklanan tek serbestlik dereceli sistem için FRF genlik-frekans çizimi Şekil 3.2 gösterilmiştir. Rezonans anında, cevabın genliği maksimumdur ve sistemdeki sönümün miktarı ile limitlenir.

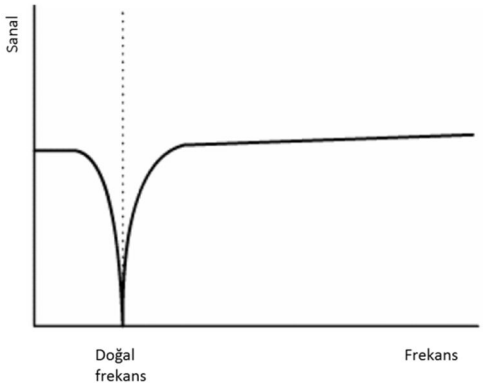


Şekil 3.2: Tek serbestlik dereceli sistem için FRF genlik çizimi.

Şekil 3.3 ve 3.4'de frekans cevap gösteriminin diğer formları gösterilmektedir. FRF'in gerçek ve sanal kısımları ve frekans çizimi görülmektedir. Orantılı bir şekilde sönümlenmiş bir sistem için, rezonans anında sanal kısım maksimum, reel kısım sıfırdır.



Şekil 3.3: Tek serbestlik dereceli sistem için, FRF reel kısım çizimi.



Şekil 3.4: Tek serbestlik dereceli sistem için, FRF sanal kısım çizimi.

Çok serbestlik dereceli sistem için, her farklı frekansa karşılık gelen bağımsız deplasman vektörü, mod şekli olarak adlandırılır. "Modal Katsayılar" cevabın belirli

bir noktasındaki her modun katılım payını tanımlar. Lineer ve kararlı bir sistem varsayarsak, farklı tek serbestlik dereceli metodlardan faydalanılarak modal katsayılar tahmin edilebilir. n-serbestlik dereceli FRF'in genel formu **(3.14)**' deki gibi verilebilir.

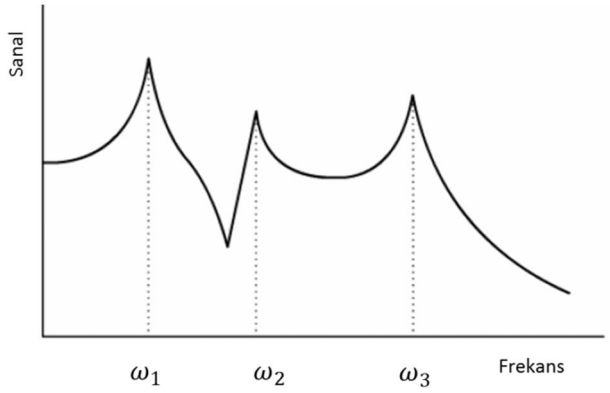
$$H(w) = \sum_{r=1}^{n} \frac{A_r}{(w_{nr}^2 - w^2) + j.(2.\xi.w.w_r)} \qquad \textbf{(3.14)}$$

Burada;

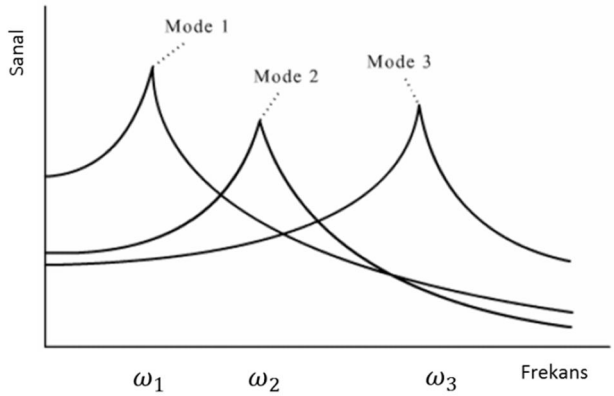
w_n: Sönümlenmemiş doğal frekans

A_r: Modal katsayılardır.

Çok serbestlik dereceli bir sistemin frekans tepki fonksiyonu, tek serbestlik dereceli sistemlerin süperpozisyonu olarak sunulabilir. Üç serbestlik dereceli sistemin cevabı, Şekil 3.5'de gösterilebilir. Tek serbestlik dereceli sistemlerin cevaplarını eklerken, belirli bir noktada toplam cevaba her bir modun katkısının miktarı dikkate alınır. Her serbestlik derecesinin bağımsız katılımı Şekil 3.6'da görülebilir.



Şekil 3.5: 3 serbestlik dereceli sistem için, FRF çizimi.



Şekil 3.6: Çok serbestlik dereceli sistemlere, tek serbestlik dereceli sistemlerin katılımı.

3.2 Deneysel Modal Analiz Yöntemlerinin Sınıflandırılması

Deneysel modal analiz veya modal test, bir yapının dinamik özelliklerini tasvir etmek amacıyla ölçülen verilerden faydalanılarak, matematik modelin elde edilmesidir[9]. Modal analiz metodu farklı kategorilerde sınıflandırılabilir. Veri alanı göz önünde bulundurulduğunda sınıflandırma ikiye ayrılır:

- Frekans alanı metodları
- Zaman alanı metodları

Frekans alanı metodu modal parametreleri FRF'lerden çıkarmaya, zaman alanı metodu ise modal parametreleri İmpuls Tepki Fonksiyonları (IRF)'ndan çıkarmaya dayanır.

İlgili frekans aralığında bir modu veya tüm modları çıkarmaya göre sınıflandırma yapıldığında modal analiz metodları ikiye ayrılır:

- Tek serbestlik dereceli (SDOF) metodlar
- Çok serbestlik dereceli (MDOF) metodlar

Tek serbestlik dereceli metodlarda, sistem modlarından birinin modal özellikleri bu moda ait rezonans frekansından faydalanarak bir seferde çıkarılır. Frekans aralığındaki bütün modlar bu şekilde tek tek analiz edilir. Çok serbestlik dereceli metodlarda ise, çok sayıda moda ait parametreler bir seferde çıkarılabilir. Çok serbestlik dereceli metodlar daha pratiktir ve tek serbestlik dereceli metodlar ile karşılaştırılınca, çok sayıda avantaja sahiptir. Örneğin, birbirine çok yakın olarak bulunan modları kesin bir şekilde analiz etmek için daha hassastır[9].

Bir diğer sınıflandırma, bir analiz içinde faydalanılan FRF sayısı ile ilgilidir :

- Tek FRF metodları
- Çok FRF metodları

İsimlerinden de anlaşıldığı gibi tek FRF metodlarında, tek FRF'ten, çok FRF modlarında ise, çok sayıda FRF'ten faydalanılarak modal parametreler çıkarılır. Çok FRF metodları iki ayrı gruba daha ayrılır:

- Tek Input, Çok Output (SIMO) metodları
- Çok Input, Çok Output (MIMO) metodları

SIMO'da cevaplar yapıya tek noktadan tahrik uygulanarak, MIMO'da ise cevaplar yapıya birden fazla noktadan tahrik uygulanarak ölçülür.

Modal parametreleri tahmin eden programlar, belirli metodlar kullanırlar. Bu metodlar başlıca aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Peak-Peacking metod
- Circle-Fit metod
- Line-Fit metod
- Polymax metod

FRF ölçümlerini aldığımız ve modal parametreleri belirlediğimiz LMS programı polymax metodunu kullanmaktadır. Bu nedenle, bu bölümde, yalnızca polymax metodu detaylandırılacaktır.

3.3 LMS Polymax Metod

Deneysel modal analiz yapılırken, kullanmış olduğumuz LMS programı, modal parametreleri belirlerken, yeni bir yöntem olan, polymax metodu kullanmaktadır.

Polymax yeni bir modal parametre tahmin yöntemidir ve yöntem, bu alanda, bir devrim sayılabilir. Çünkü, kompleks verilerde dahi yüksek kaliteli modal parametre tahmini yaparak, operatöre bağlı karar vermeyi azaltır ve yüksek sönüm seviyeli yapılarda daha iyi sonuçlar vermektedir.

Tez kapsamında, yalnızca doğal frekanslar ve bu doğal frekanslar ile uyuşan mod şekilleri bulunduğu için, bu bölümde, sadece bu iki parametrelerin teorik olarak elde edilişi gösterilecektir.

3.3.1 LMS polymax metod veri modeli

Polymax temel veri olarak ölçülen FRF'leri kullanmaktadır. LMS polymax metodunda, ölçülen FRF'lerin aşağıda gösterilen sağ matris bölümü tarafından tasvir edildiği varsayımı yapılır.

$$[H(w)] = \sum_{r=0}^{p} z^r\,[\beta_r].\left(\sum_{r=0}^{p} z^r[\alpha_r]\right)^{-1} \qquad \textbf{(3.15)}$$

Burada,

$[H(\omega)]$: m inputları ile I outputları arasında FRF'leri içeren matris

$[\beta_r]$:Pay matrisi polinom katsayıları

$[\alpha_r]$:Payda matrisi polinom katsayıları

p :Modelin mertebesi

$z = e^{-j\omega\Delta t}$ olmak üzere analiz alandır ve buradaki Δt örnekleme zamanıdır.

(3.15) denklemi, FRF verisinin frekans eksenine yazılan ω'nın tüm değerleri için, aşağıdaki gibi yazılabilir. Temel olarak, bilinmeyen model katsayıları $[\alpha_r], [\beta_r]$ denklemin lineerleştirmesinden sonra, en küçük kareler çözümü ile bulunabilir.

3.3.2 Kutuplar ve modal katılım faktörleri

Payda katsayıları $[\alpha_r]$ belirlendiğinde, kutuplar ve modal katılım faktörleri **(3.16)** denkleminde gösterilen, onlara ait matrisin özdeğer ve öz vektörleri olarak elde edilir.

$$\begin{bmatrix} 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I \\ -[\alpha_0^T] & -[\alpha_1^T] & \cdots & -[\alpha_{p-2}^T] & -[\alpha_{p-1}^T] \end{bmatrix} . V = V\,\Lambda \qquad \textbf{(3.16)}$$

Modal katılım faktörleri, V' nin son m satırıdır. Λ matrisi, diagonalinde yer alan $e^{-\lambda_i \Delta t}$ kutuplarını içerir. Bu kutuplar, **(3.17)**'de görülen özfrekanslar (ω_i) ve sönüm oranları (ξ_i) ile ilgilidir.

$$\lambda_i, \lambda_i^* = -\xi_i \omega_i + j\sqrt{1 - \xi_i^2 \omega_i} \qquad \textbf{(3.17)}$$

* işareti kompleks eşlenik olduğunu belirtmektedir.

3.3.3 Mod şekilleri

Mod şekilleri, teorik olarak, model katsayıları olan $[\alpha_r]$ ve $[\beta_r]$'den hareketle elde edilebilir olmasına rağmen, LMS, farklı bir yöntem ile elde etmektedir.

Mod şekilleri, aşağıdaki, kutup-arta kalan model göz önünde bulundurularak elde edilir.

$$[H(\omega)] = \sum_{i=1}^{n} \frac{\{v_i\} < l_i^T >}{j\omega - \lambda_i} + \frac{\{v_i^*\} < l_i^H >}{j\omega - \lambda_i^*} - \frac{[LR]}{\omega^2} + [UR] \qquad \textbf{(3.18)}$$

Burada,

n : Modların sayısı

H : Matrisin kompleks eşlenik transpoz olduğunu belirten işaret

$\{v_i\}$: Mod şekilleri

$< l_i^T >$: Modal katılım faktörü

λ_i : Kutuplar

$[LR]$ ve $[UR]$: İlgili band dışında kalan modların etkilerini yansıtan, sırası ile alt ve üst arta kalan modellemedir.

Stabilizasyon diyagramının yorumu, bir takım kutuplar (λ_i) ve bu kutuplar ile uyuşan katılım faktörleri($< l_i^T >$) ile sonuçlanır. Artık bilinmeyenler, yalnızca mod şekilleri ($\{v_i\}$) , alt ve üst arta kalanlarıdır ve bunlar, **(3.18)** numaralı denklemden en küçük kareler yaklaşımı ile kolayca elde edilebilir. Bu ikinci adım, yaygın bir şekilde, en küçük kareler frekans alanı (LSFD) olarak adlandırılır.

4. SONLU ELEMANLAR MODELİNİN OLUŞTURULMASI ve DENEYSEL MODAL ANALİZ ile DOĞRULAMA SÜRECİ

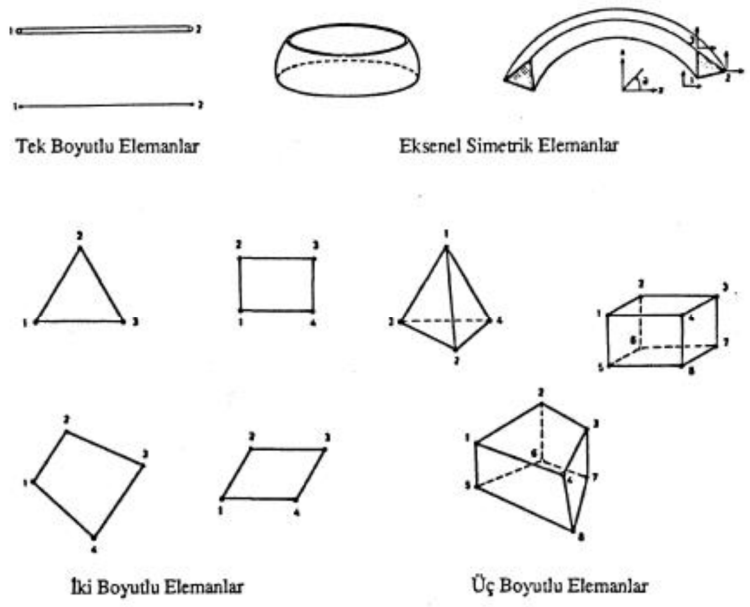
Sonlu elemanlar modelinin oluşturulması ve bu modelin deneysel yöntem ile doğrulanması, dört aşamadan oluşmaktadır. Bu dört aşama sırası ile: "sonlu elemanlar modelinin oluşturulması", "deneysel modal analiz", "karşılaştırma, korelasyon ile doğrulama" ve "model geliştirme" aşamalarıdır. Bu aşamalar sırası ile anlatılacaktır.

Bu bölümde, öncelikle, jantın sonlu elemanlar modeli oluşturulacak ve model serbest sınır koşullarında analiz edilip, doğal frekans ve mod şekilleri elde edilecektir. İkinci adımda ise, janttan deneysel yöntemle veri toplanacaktır. Deneysel yöntem ile elde edilen doğal frekans ve mod şekilleri, sonlu elemanlar modelinden gelen doğal frekans ve mod şekilleri ile arasında karşılaştırma yapılacaktır. Korelasyon sağlanamaması durumunda ise, iterasyonlar sonunda elde edilecek sonlu elemanlar modeli korelasyonu sağlanana kadar, iterasyonlar adım adım devam ettirilecektir.

4.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Modelleme

Sonlu Elemanlar Yöntemi ya da Sonlu Elemanlar Metodu, kısmi diferansiyel denklemlerle formüle edilebilen problemleri çözmek için kullanılan bir sayısal yöntemdir. Metod, günümüzde karmaşık mühendislik problemlerinin hassas olarak çözülmesinde etkin olarak kullanılan bir sayısal metoddur. İlk defa 1956 yılında uçak gövdelerinin gerilme analizi için geliştirilmiş olan bu metodun, daha sonraki on yıl içerisinde uygulamalı bilimler ve mühendislik problemlerinin çözümünde de başarı ile kullanılabileceği anlaşılmıştır. Daha sonraki yıllarda ise, sonlu elemanlar metodu ve çözüm teknikleri hızlı gelişmeler kaydetmiş ve günümüzde bir çok pratik problemin çözümü için kullanılan en iyi metodlardan birisi olmuştur. Metodun değişik mühendislik alanları için bu kadar popüler olmasının ana nedenlerinden birisi, genel bir bilgisayar programının, sistemde yalnızca giriş verilerini değiştirerek herhangi bir özel problemin çözümünü kolayca yapabilmesidir. Sonlu elemanlar metodundaki temel düşünce, karmaşık bir problemi, basite indirgeyerek bir çözüm

bulmaktır. Esas problemin daha basit bir probleme indirgenmiş olması nedeni ile, kesin sonuç yerine, yaklaşık bir sonuç elde edilmekte, ancak bu sonucun çözüm için daha fazla çaba harcayarak iyileştirilmesi ve kesin sonuca çok yaklaşılması, hatta bazı durumlarda kesin sonuca ulaşılması mümkün olmaktadır [8]. Sonlu elemanlar metodunda, çözüm bölgesi çok sayıda basit, küçük, birbirine bağlı, sonlu eleman adı verilen alt bölgelere ayrılmaktadır (Şekil 4.1). Sistemi elemanlara ayırarak, ağ yapısı oluşturma işlemine, ağ yapısı örme(mesh) işlemi denmektedir. Yapılan çalışma aslında; sistemin fiziksel modelinden, matematiksel modele geçiştir. Elemanlar birbirlerine düğüm noktası (node) adı verilen özel noktalardan bağlanmışlardır. Düğüm noktaları, genellikle, elemanların birbirine bağlandıkları yerler olan eleman sınırlarında bulunmaktadır. Ağ yapısı oluşturma işlemini yapan ön-işlemci (pre-processor) düğüm noktalarının her birine eleman tipine göre birer şekil fonksiyonu atar. Çözücü (processor), bu denklemleri kullanarak sistemin temel matrislerini elde edecektir.



Şekil 4.1: Sistem modellemesinde kullanılan, belli başlı eleman tipleri[8].

Modelin ağ yapısı örülerek hazırlanmasından sonra sisteme (genellikle) bir sınır şartı ve analiz girdisi (kuvvet, basınç, sıcaklık vb.) yüklenir. Sınır şartı girerek, sistemimizin serbestlik derecesini belirleriz. Bu sınır şartıyla, sistemin [K] rijitlik matrisi elde edilir.

Sisteme yüklediğimiz analiz girdisi ise, dağılıma ve genliğe bağlı olarak $\{F\}$ matrisini belirleyecektir. Böylece sistem ana denklemi çözülerek (Gauss-Elimination Yöntemi) $\{u\}$ yer değiştirme vektörü elde edilir.

Çözücü buradan elde edilen $\{u\}$ yer değiştirme vektöründen, istenen analiz çıktısına göre hız, ivme, gerilim, gerinim vb. değerlere geçer.

Yukarıda bahsedilen nümerik çözümlemeleri, bilgisayarlarımızda gerçekleştirebilmemiz için genel olarak üç araca ihtiyacımız vardır:

1) Pre-Processor(ön işlemci): Sistemin matematiksel modelinin hazırlanması, sınır şartlarının belirlenmesi, sistem girdilerinin atanması işlemlerini gerçekleştirir. Bu tezde, ön işlemci olarak, Hypermesh programı kullanılmıştır.

Hypermesh programında, jantın yüzeyi, önce tria elemanlar seçilerek kabuk olarak modellenmiştir. Daha sonra ise, yüzeyi ağ örülmüş elemanlar üç boyutlu modelleme yardımı ile üç boyutlu tetra elemanlara dönüştürülerek, modelin sadece yüzeyi değil, içi de katı, üç boyutlu ve tetra elemanlarla doldurulmuştur. Simetrik olmayan, kesiti değişken ve disk bölgesinde boşluklar bulunan jantların katı ve üç boyutlu elemanlar ile modellenmesinin daha iyi sonuçlar verdiği bilgisine Riesner ve Devries'in yayınlamış olduğu makaleden ulaşılmıştır[2]. Eleman boyutu olarak hypermesh programındaki ölçülere göre 10 eleman büyüklüğündeki elemanlar kullanılmış, elemanların boyutlarının daha küçük olması gerektiği yerlerde ise, eleman boyutları yerel olarak uygun boyutlar kullanılmıştır.

2) Processor (çözücü): Hazırlanan modelin kısmi diferansiyel denklemlerini çözerek, istenen çıktıları hazırlar. Analiz girdilerinde hata varsa, hata dosyasını oluşturur. Bu tezde çözücü olarak Nastran programı kullanılmıştır. Nastran programında ise, Lanzcos metodu kullanılarak çözüm yapılmıştır.

3) Post-Processor (son işlemci): Sonuçları hazırlanmış olan analizin, kullanıcının tercihlerine göre bilgisayar ekranına yansıtılması işlemini gerçekleştirir. Son işlemci olarak Hyperview programı kullanılmıştır.

Bazı paket programlar, tek bir yazılımın içinde bu üç aracı sunuyor olsa da, genelde bu üçlü tek bir pakette ayrı ayrı yazılımlar olarak veya tamamen farklı paketlerin farklı yazılımları olarak kullanılırlar.

4.2 Deneysel Modal Analiz Yaklaşımı

Titreşim Testleri

Yapısal dinamik testinin bir alanı da titreşim testidir. Titreşim test ve analizi, elastik bir yapının dinamik özelliklerini, doğal frekanslarını ve titreşiminin modlarını tanımlayarak karakterize eden bir yöntemdir. Her mod belirli bir doğal frekansa sahiptir. Hatta her mod için, yapı üzerinde modu tanımlayan karakteristik bir mod şekli bulunmaktadır. Yapının dinamik özellikleri önceden tanımlanabildiği için, çalışma koşullarındaki yapının davranışı tahmin ve kontrol edilebilir.

Bir yapının titreşim modlarını, ölçülen transfer fonksiyonları yardımı ile tanımlamaya yarayan teknikler geliştirilmiştir. Ölçümle alınan frekans tepki fonksiyonları yardımı ile, yapının mod şekilleri ve doğal frekansları elde edilebilir. Bu tez kapsamında frekans tepki fonksiyonlarının ve mod şekillerinin deneysel yöntemle elde edilmesi için LMS programı kullanılmıştır.

4.3 Karşılaştırma ve Korelasyon

Teorik ve deneysel veri gruplarının karşılaştırması için, literatürde çok sayıda karşılaştırma ve korelasyon yöntemi bulunmaktadır [9,10,11]. Bu yöntemlerin bazıları, görsel olarak iki veri gurubunun karşılaştırılmasına, bazıları ise daha detaylı olarak veri guruplarının matematik yöntemler ile karşılaştırılmasına dayalıdır. Görsel karşılaştırmaya mod şekillerinin görsel olarak karşılaştırılması veya FRF'lerin üst üste çizdirilmesi örnektir. Matematiksel yöntemler ile karşılaştırmaya ise, titreşim modlarının tutarlılık derecesini tesis etmeye yarayan modal güvenilirlik kriteri metodu örnek olarak verilebilir.

Bu konuda çok farklı yöntemler kullanılmakla birlikte, modelin doğrulaması temel olarak aşağıda sıralanmış veri ve özellikler üzerinden karşılaştırma yolu ile yapılabilir:

- Doğal frekansların karşılaştırılması
- Mod şekillerinin karşılaştırılması
- FRF'lerin karşılaştırılması
- Ortoganalite özelliğinin karşılaştırılması.

4.4 Modelin Geliştirilmesi

Açıktır ki karşılaştırma ve korelasyon aşamasında, sonlu elemanlar modeli ve deneysel model arasında uyumluluk gözükmüyor ise, sonlu elemanlar modeli doğrulanamamıştır. Bu durumda, yapılması gereken öncelikle, sonlu elemanlar ile modelleme esnasında kullandığımız özellikleri kontrol etmektir. Kontrol edilmesi gereken başlıca hususlar aşağıda sıralanmıştır:

- Kullanılan sonlu eleman tipleri gerçek modelin özelliklerini mümkün mertebe yansıtmaya yeterli mi?
- Sonlu elemanların mertebeleri, yani üzerinde bulunan düğüm noktası sayısı, gerçek modeli mümkün mertebe yansıtmaya yeterli mi?
- Kullanılan sonlu eleman sayısı ve elemanların büyüklüğü uygun olarak seçilmiş mi?
- Ağırlık, yoğunluk, poisson oranı, elastisite modülü gibi malzeme özellikleri doğru olarak seçilmiş mi?

Aşikardır ki, korelasyonun sağlanamaması ve doğrulamanın yapılamamasının sebebi, testlerde meydana gelebilecek, olası hatalardan kaynaklanması da muhtemeldir. Bu yüzden, kullanılan ölçüm aletlerinin kalibrasyonunu ve diğer hataya yol açabilecek parametreleri kontrol ederek, deneyi tekrarlamak da gerekebilir.

Belirtilen hususlara dikkat edilerek iterasyonlar yapılıp, nihai olarak deneyden ve sonlu elemanlar modelinden elde edilen sonuçlar, mümkün mertebe birbiri ile ilişkilendirilebilir olduğu iterasyon adımında, modelin geliştirilmesi fazı tamamlanmış demektir. Yani, sonlu elemanlar modeli doğrulanmıştır ve artık bu model yardımı ile gerekli tasarımsal değişikliklerin etkilerini görmek mümkün hale gelmiştir.

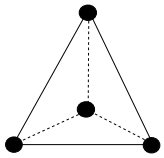
Daha önce de tezin amacı bölümünde belirtildiği gibi, yapılacak dizayn değişikliklerinin, yapının özelliklerinin üzerine olan etkilerini gözlemlemek ve gerekli önlemleri almak için bir referans olarak kullanılabilecektir. Deneysel yaklaşım ile tasarımsal değişikliklerin etkilerinin görülmesi, pahalı bir yöntem olduğu için, elde edilen modelin kullanılması, maliyet açısından oldukça efektif bir yöntem olacaktır.

5. JANTIN SERBEST SINIR KOŞULLARI ALTINDA SAYISAL SONUÇLARIN VERİLMESİ

5.1 Jantın Serbest Sınır Koşulu Altında Modal Analizi 1. İterasyon Adımı

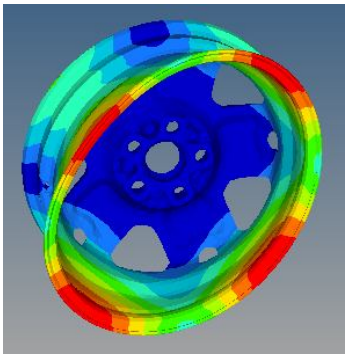
5.1.1 Sonlu elemanlar modelinin serbest sınır koşulunda analizi

Serbest sınır koşullarında yapılacak ilk analizde, elemanların mertebesi olarak, birinci mertebe seçilmiştir. Birinci mertebe tetra elemanda dört adet düğüm noktası bulunmaktadır. Birinci mertebe tetra elemanının düğüm noktalarının konumları Şekil 5.1'de gösterilmiştir.

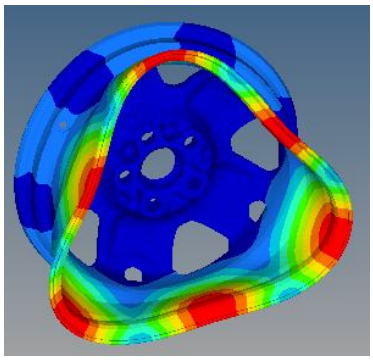


Şekil 5.1: Birinci mertebe tetra elemanlarda düğüm noktalarının konumları.

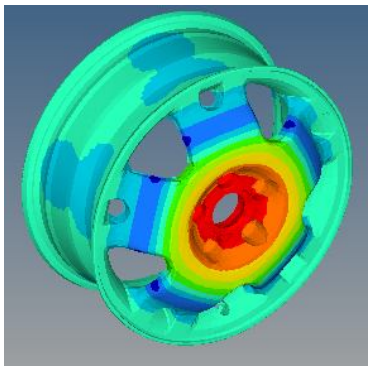
Birinci mertebe sonlu eleman kullanılarak modellenmiş yapının, elde edilen ilk dört mod şekli ve bu mod şekliyle uyuşan doğal frekanslar, Şekil 5.2, Şekil 5.3, Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'de gösterilmiştir.



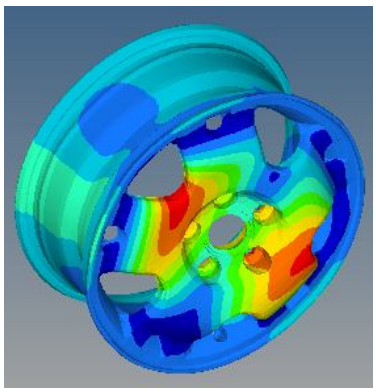
Şekil 5.2: 1. Mod, 564 Hz - birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.



Şekil 5.3: 2. Mod, 1216 Hz- birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.



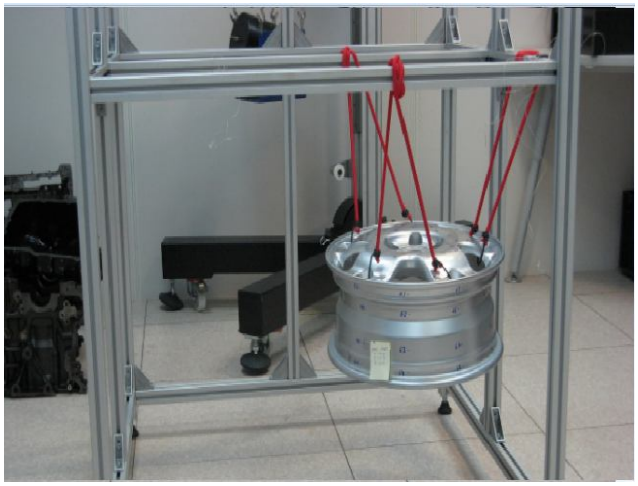
Şekil 5.4: 3. Mod, 1951 Hz - birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.



Şekil 5.5: 4. Mod, 1973 Hz - birinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.

5.1.2 Jantın serbest sınır koşullarında deneysel modal analizi

Deneysel olarak, yapının modal analizi için LMS programı kullanılacaktır. Serbest sınır şartları, jant metal konstrüksiyon bir kafes sistemine elastik askılar ile bağlanarak sağlanmıştır. Sınır şartları Şekil 5.6'da görülebilir.

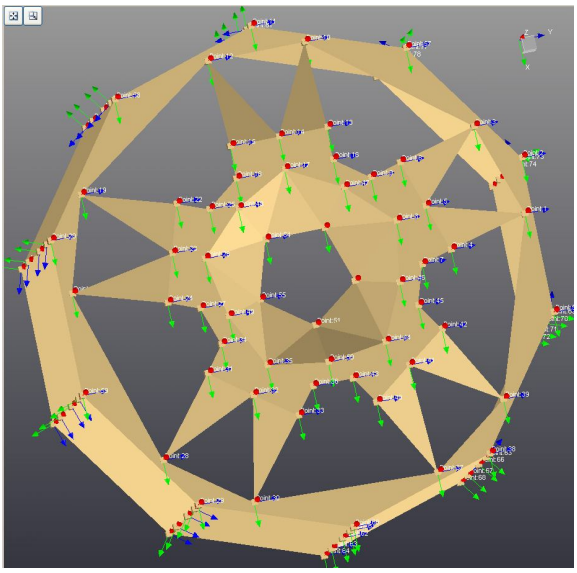


Şekil 5.6: Serbest sınır şartları.

Jant üzerine, mümkün mertebe, homojen dağıtılmış toplam yüz nokta işaretlenerek bu noktalar LMS'de tanımlanmıştır. Noktaların sayısının fazlaca seçilmesinin sebebi, hiç bir mod şeklinin kaçırılmamasını sağlayabilmektir. Bu yüz noktanın konumları Şekil 5.7'de görülebilir. LMS programına ise, bu yüz nokta tanımlanmış , noktaların arasında bulunan boşluklara yüzey örülüp, her bir noktanın üzerine bir eksen takımı yerleştirilmiştir. LMS'te oluşturulan model Şekil 5.8'de gösterilmiştir.



Şekil 5.7: Jantın üzerinde, konumu belirlenen, yüz noktanın görünümü.



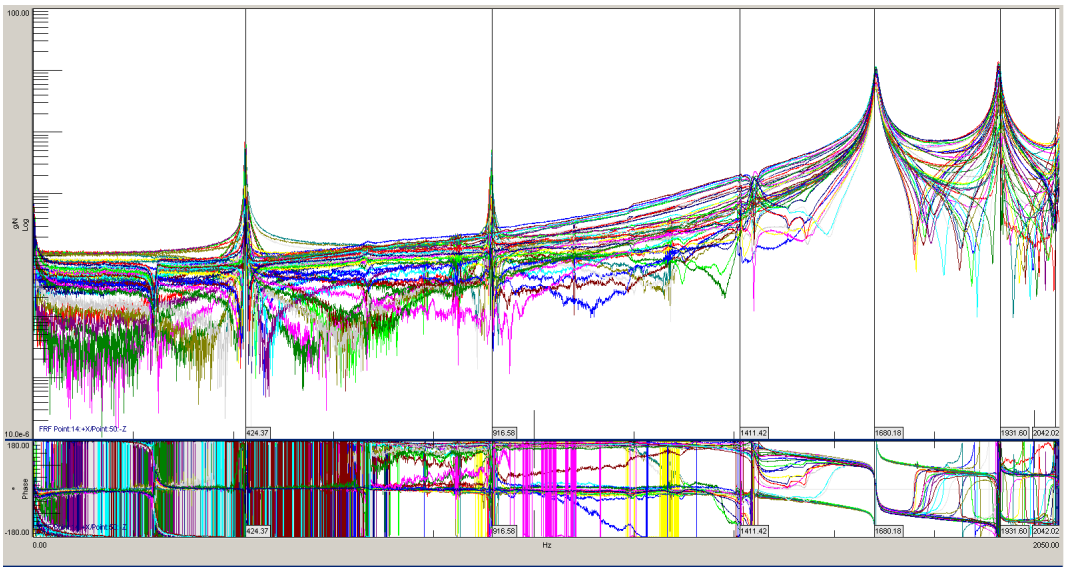
Şekil 5.8: LMS'te oluşturulan, jant modeli ve konumu belirlenen yüz nokta.

Konumu belirlenen yüz nokta üzerinde, tek tek modal çekiç gezdirilecek ve toplam yüz FRF alınacaktır. Yüksek frekansların tahrik edilmesi gerekli olduğu için, çekiçte metal uç kullanılmıştır. Çekiç ile her seferinde başka bir noktaya darbe vurulurken, ivme ölçer her seferinde 14 numaralı noktada bulunacak, yani hep aynı noktadan ivme verisi toplanacaktır. İvme ölçerin balmumu ile yapıştırıldığı 14 numaralı nokta Şekil 5.9'da görülebilir.

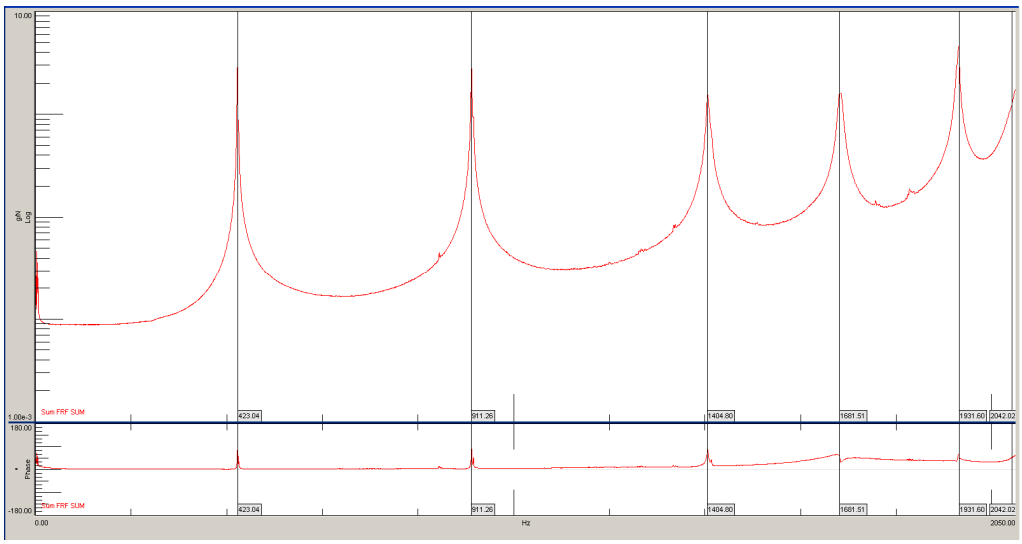


Şekil 5.9: İvme ölçer pozisyonu.

Modal test yapılırken üç eksenli ivme ölçer kullanılmıştır. Alınan toplam yüz FRF'in üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen frekans-genlik grafiği Şekil 5.10'da gösterilmiştir. Şekil 5.11'de ise, bu 100 FRF'in ortalaması alınarak çizilen frekans-genlik grafiği gösterilmiştir.

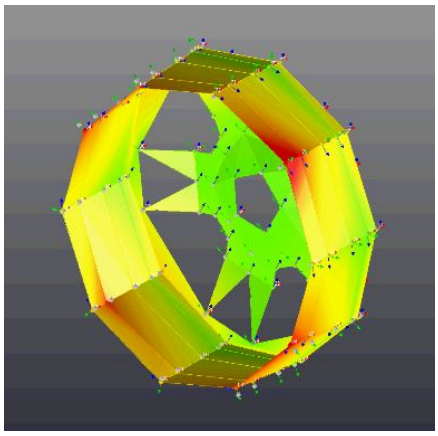


Şekil 5.10: 100 FRF'lerin üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen, frekans-genlik grafiği.

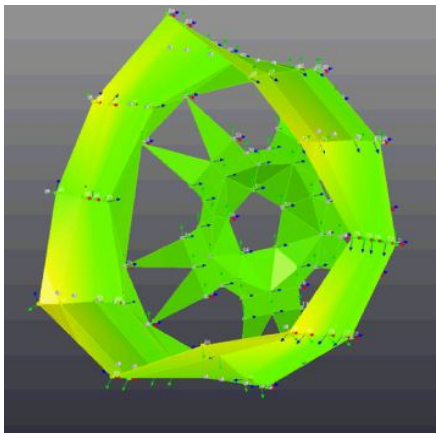


Şekil 5.11: 100 FRF'lerin ortalaması alınarak elde edilen, frekans-genlik grafiği.

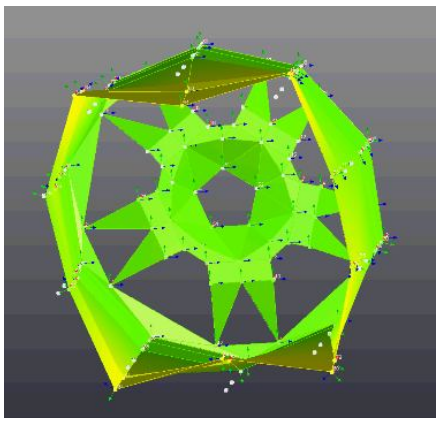
FRF'lerin genliklerinin tepe oluşturdukları bölgeler, doğal frekanslara denk gelmektedir. Grafiklerde görüldüğü gibi ilk dört tepe 425 Hz, 916 Hz, 1413 Hz ve 1683 Hz bölgelerinde meydana gelmiştir. Yani, eğer ölçümler doğru olarak yapılmış ise serbest sınır koşullarında alüminyum alaşımlı jantın ilk dört doğal frekansı 425 Hz, 916 Hz, 1413 Hz ve 1683 Hz'dir. Bu doğal frekanslarla uyuşan mod şekilleri Şekil 5.12, Şekil 5.13, Şekil 5.14 ve Şekil 5.15'da gösterilmiştir.



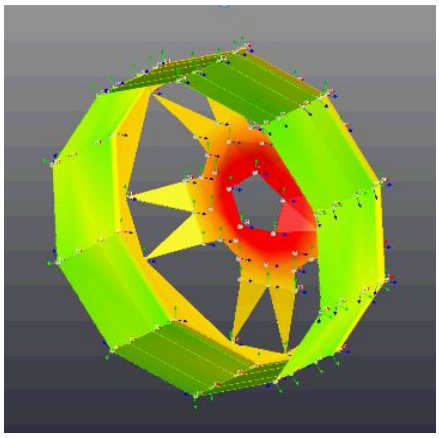
Şekil 5.12: 1. Mod, 425 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.



Şekil 5.13: 2. Mod, 916 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.



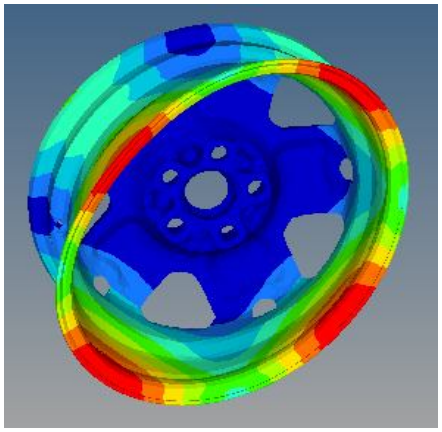
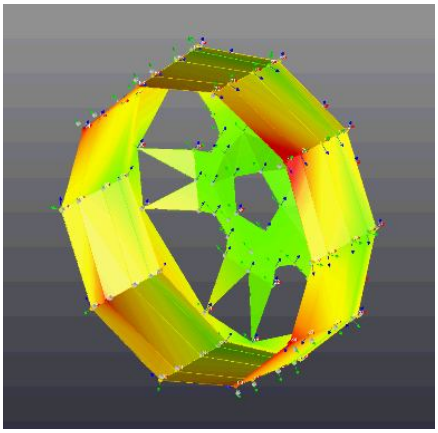
Şekil 5.14: 3. Mod, 1413 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.



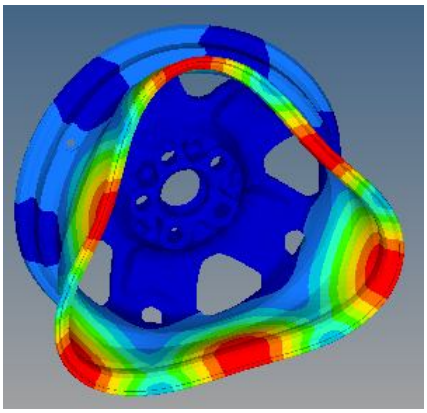
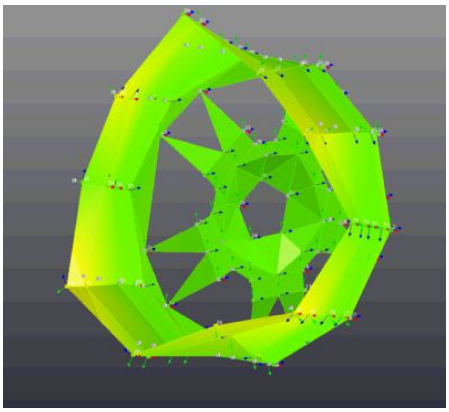
Şekil 5.15: 4. Mod, 1683 Hz – tek ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.

5.1.3 Sonlu elemanlar ve deneysel modal analiz sonuçlarının karşılaştırılması

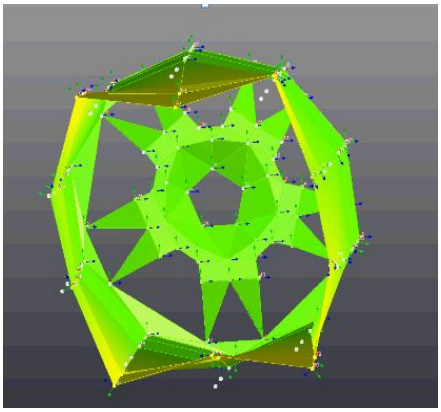
Bu bölümde, sonlu elemanlar modelinden elde edilen doğal frekanslar ve mod şekilleri ile, modal testten elde edilen doğal frekans ve mod şekilleri görsel olarak karşılaştırılacaktır. Doğal frekansların, birbiri ile benzemesi ve aynı zamanda mod şekillerinin görsel olarak benzemesi durumunda, gerçek yapıyı temsil eden bir sonlu elemanlar modeli elde ettiğimiz söylenebilir. İlişkinin sağlanamaması durumunda ise, model geliştirme safhasına geçmek zaruri olacaktır. İlk dört doğal frekansın ve bu doğal frekanslar ile uyuşan mod şekillerinin karşılaştırması, Şekil 5.16, Şekil 5.17, Şekil 5.18 ve Şekil 5.19'da, doğal frekansların karşılaştırılması Tablo 5.1'de gösterilmiştir.

	
564Hz	**425 Hz**

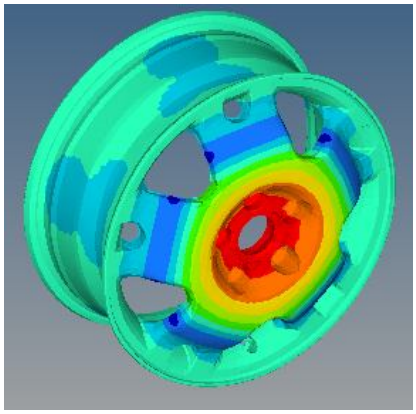
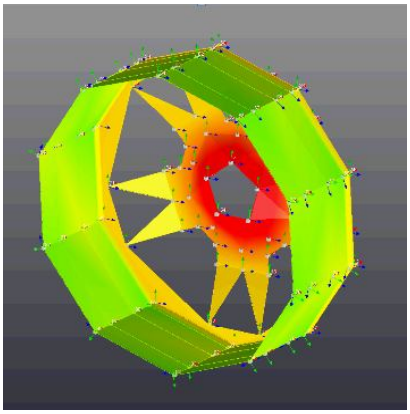
Şekil 5.16: 1. Modun karşılaştırılması.

	
1216 Hz	**916 Hz**

Şekil 5.17: 2. Modun karşılaştırılması.

3. Mod Sonlu Elemanlar Modelinden Elde Edilememiştir.	
	1413 Hz

Şekil 5.18: 3. Modun karşılaştırılması.

	
1951 Hz	**1683 Hz**

Şekil 5.19: 4. Modun karşılaştırılması.

Tablo 5.1'de birinci mertebe eleman kullanılarak yapılan sonlu elemanlar analizi ve tek ivme ölçer kullanılarak yapılan modal test ile elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması bulunabilir.

Tablo 5.1 : Serbest sınır koşullarında, doğal frekansların karşılaştırılması.

	Sonlu Elemanlar Analizi (1. Mertebe Sonlu Eleman Kullanımı ile)	Deneysel Modal Analiz (Tek İvme Ölçer Kullanımı ile)
1. Mod	564 Hz	425 Hz
2. Mod	1216 Hz	916 Hz
3. Mod	-	1413 Hz
4. Mod	1951 Hz	1683 Hz

Doğal frekansların karşılaştırması sonucu, sonlu elemanlar modeli ile 3. mod elde edilememiştir. Ayrıca, sonlu elemanlar modeli ve deneysel modal analiz ile elde edilen mod şekillerine ait doğal frekanslar arasındaki fark, çok büyük mertebelerde olduğu için , korelasyon sağlanamadığı ve doğrulamanın yapılamadığı görülmektedir.

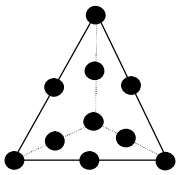
Sonlu elemanlar modeli, gerçek jantı temsil etmediği için, modelin geliştirilmesi gerekliliği görülmektedir.

5.2 Modelin Geliştirilmesi - Jantın Serbest Sınır Koşulu Altında Modal Analizi - 2. İterasyon Adımı

Birinci iterasyon adımında, korelasyon sağlanamadığı için, ikinci adımda sonlu elemanlar analizi ve deneysel modal test tekrarlanarak, hangisinde hata yapıldığı tespit edilecektir. Bu adımda, sonlu elemanlar analizi ikinci mertebe eleman, modal test ise bu iki ivme ölçer kullanılarak yapılacaktır.

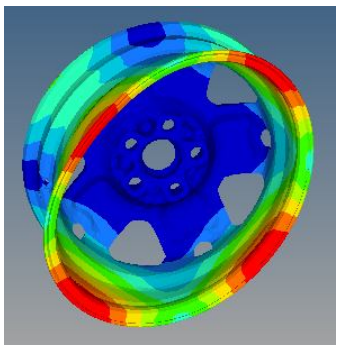
5.2.1 Sonlu elemanlar modelinin serbest sınır koşulunda analizi - 2. Iterasyon adımı

İkinci iterasyon adımında, birinci mertebe yerine ikinci mertebe eleman kullanılacaktır. İkinci mertebe tetra elemanda, on adet düğüm noktası bulunmaktadır. Bu nedenle ikinci mertebe elemanın hareket kabiliyeti daha iyidir. İkinci mertebe tetra elemanın düğüm noktalarının konumları, Şekil 5.20'de gösterilmiştir.

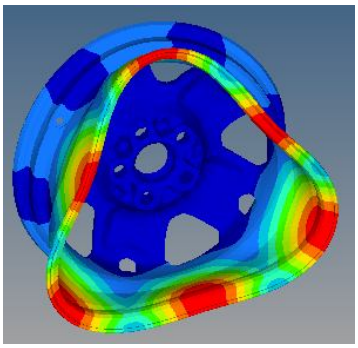


Şekil 5.20: İkinci mertebe tetra elemanlarda, düğüm noktalarının konumları.

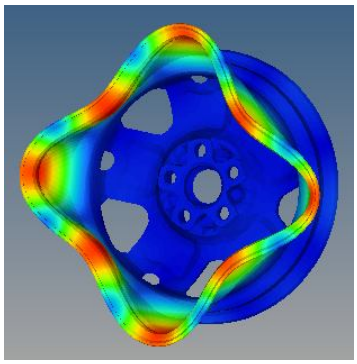
İkinci mertebe sonlu eleman kullanılarak modellenmiş yapının, ilk dört mod şekli ve bu mod şekliyle uyuşan doğal frekansları, Şekil 5.21, Şekil 5.22, Şekil 5.23 ve Şekil 5.24'de gösterilmiştir.



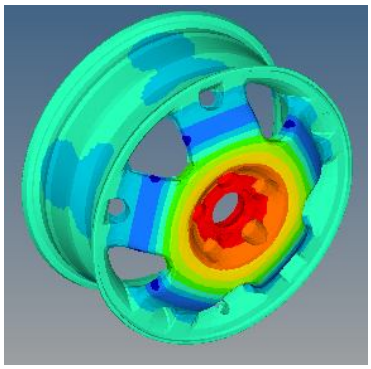
Şekil 5.21: 1. Mod, 425 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.



Şekil 5.22: 2. Mod, 908 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.



Şekil 5.23: 3. Mod, 1398 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.



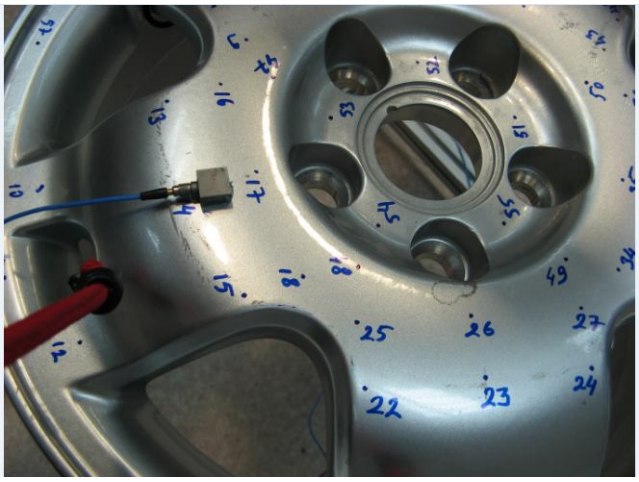
Şekil 5.24: 4. Mod, 1670 Hz – ikinci mertebe eleman ile, serbest sınır koşullarında.

İkinci mertebe sonlu elemanlar analizinin sonuçlarına bakılarak, modal test sonuçlarına, daha yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Bu analizden, ikinci mertebe eleman kullanımının, oval veya dairesel yapılar için, daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Çünkü birinci mertebe elemanların hareket kabiliyetleri, dairesel yapıların hareketlerini tasvir etmek için yeterli değildir.

5.2.2 Jantın serbest sınır koşullarında deneysel modal analizi - 2. iterasyon adımı

İterasyonun ikinci adımında, iki ivme ölçer kullanılarak, yanılsama olup olmadığı kontrol edilecektir. Böylelikle, mevcut olan herhangi bir modu, kaçırıp kaçırmadığımız ortaya çıkacaktır.

Bu iterasyon adımında, bir önceki testte kullanılan sınır şartları, çekiçle vurulan tahrik noktaları ve diğer parametreler değiştirilmemiştir. Tek değiştirilen, her vurulan çekiç darbesinde, iki adet ivme ölçerden, aynı anda ivme verisi toplanmasıdır. Şekil 5.25 ve Şekil 5.26'da, ivme ölçerlerin konumları gösterilmiştir. Birinci ivme ölçer, ilk testteki konumu 14 noktasında, ikinci ivme ölçerde, şekilde gösterildiği gibi 99 noktasında konumlandırılmıştır.



Şekil 5.25: 1. ivme ölçer pozisyonu.

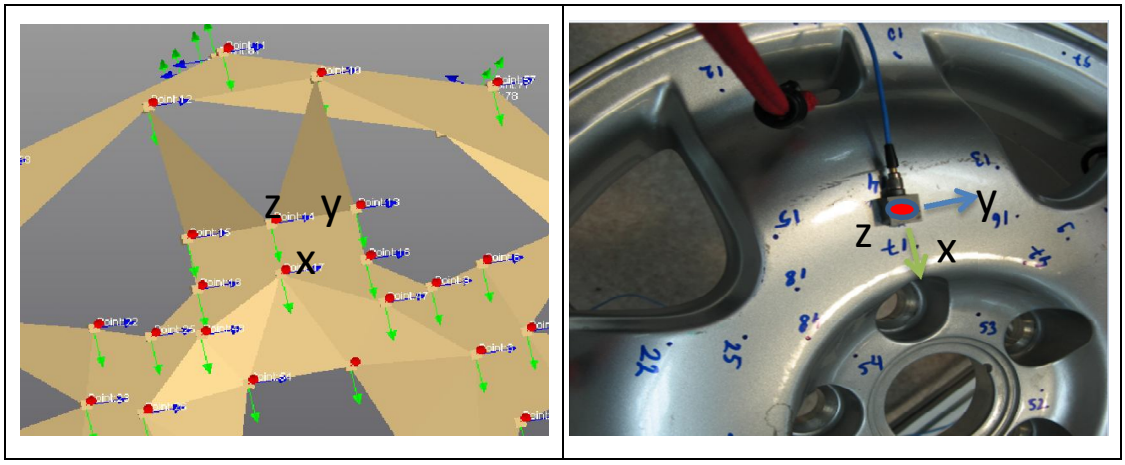


Şekil 5.26: 2. ivme ölçer pozisyonu.

İki ivme ölçer kullanılması nedeni ile, ikisi ivme ölçerler, biri modal çekiç olmak üzere, toplam üç kanaldan, ivme ve kuvvet verisi toplanmıştır. Bu nedenle, darbe ve ivmelerin alındığı yönler doğru olarak tanımlanmalıdır.

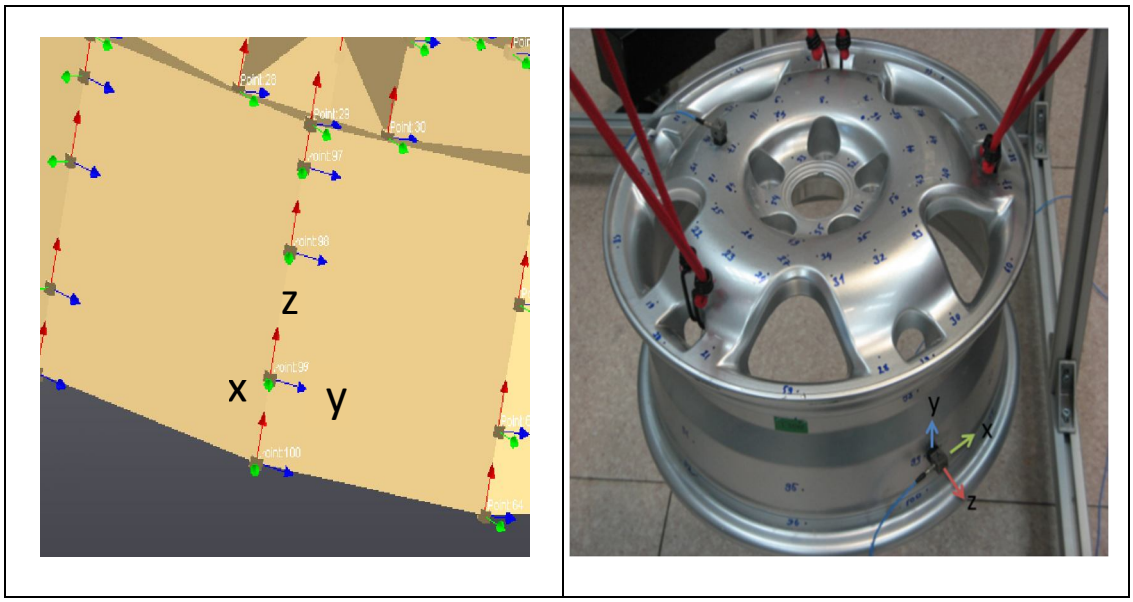
LMS programında, yapının üzerinde bulunan her noktada, bir yerel koordinat ekseni bulunmaktadır. İvme ölçerin, üç boyutlu ivme ölçerler olduğu için, aynı anda üç eksenden veri toplarlar. Yönlerin belirlenmesinde, dikkat edilmesi gereken, ivme ölçerin veri topladığı yöne denk gelen, LMS'te programında tanımlı, yerel koordinat ekseninin belirlenmesi ve programa tanıtılmasıdır.

Şekil 5.27'de görüldüğü üzere, 14 noktası üzerinde konumlanmış ivme ölçer koordinatları ile yerel eksen takımının koordinatları üst üste gelmiştir. Bu nedenle 14 numaralı nokta için, programa yönler, sırası ile X,Y ve Z olarak tanımlanabilir



Şekil 5.27: 14 numaralı yerel koordinat takımına karşılık gelen, ivme ölçer koordinatları.

99 noktası için, Şekil 5.28'de görüldüğü gibi, yerel koordinat takımı ile ivme ölçerin koordinat takımı üst üste gelmemiştir. İvme ölçerin, sırası ile, X, Y ve Z koordinatlarına, yerel eksen takımının, sırası ile, Y, Z ve X koordinatları denk gelmektedir. Bu yüzden programa 99 noktası için, yönler, Y, Z ve X sıralaması ile tanımlanacaktır.



Şekil 5.28: 99 numaralı yerel koordinat takımına karşılık gelen, ivme ölçer koordinatları.

Kuvvetin yönü ise, disk kısmından darbeler vurulurken, –Z olarak seçilir ve disk yüzeyinde, çekiç darbeleri, yerel eksen takımlarına, –Z yönünde vurulur . Rim bölgesine geçildiği zaman ise, LMS programı, otomatik olarak, kuvvet yönünü –X olarak seçer ve rim bölgesinde, yerel eksen takımlarına, –X yönünde yani jant merkezi doğrultusunda, darbeler vurularak, FRF'ler alınır.

Yönlerin tanımlandığı, LMS channel set-up sekmesi, Şekil 5.29'da gösterilmiştir.

Jant

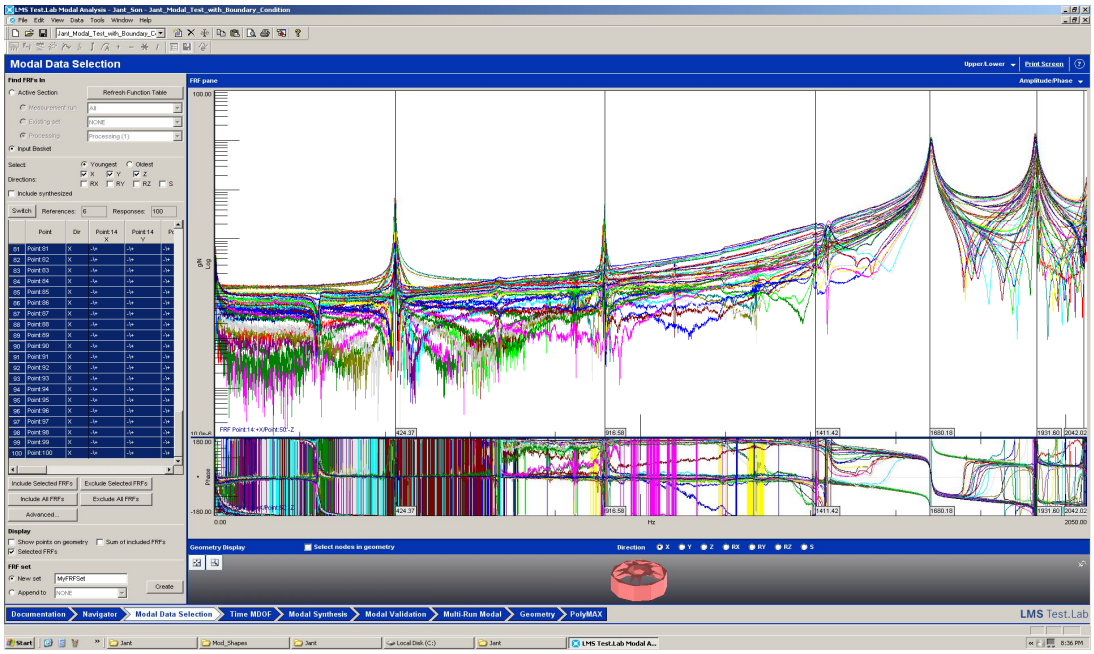
Channel Setup

Status: Verification OK

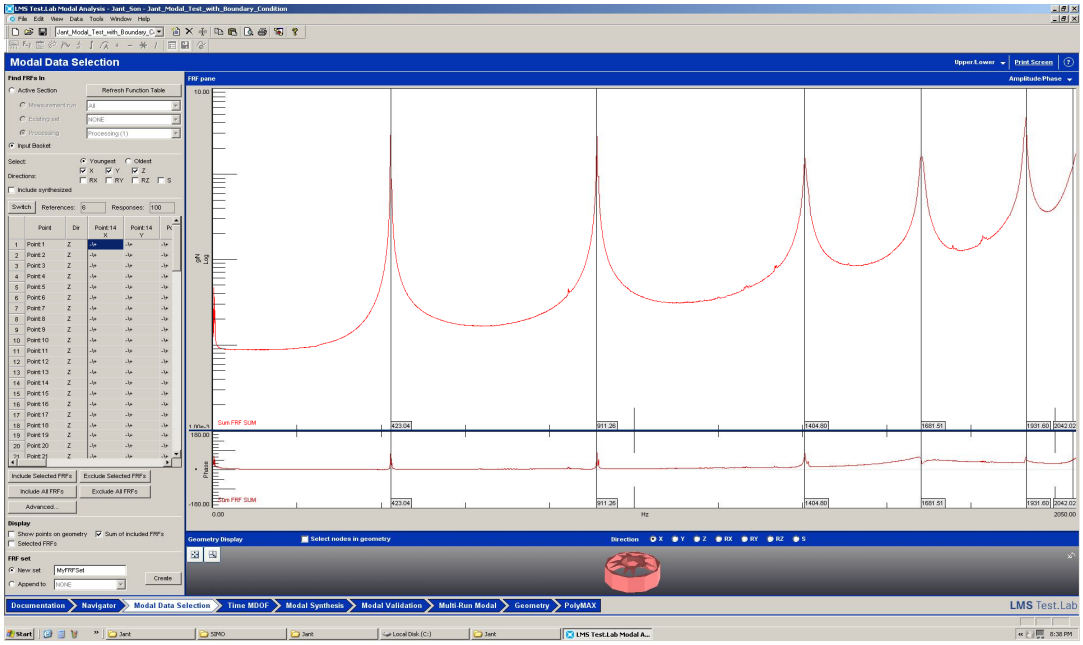
	PhysicalChannelId	OnOff	Reference	UserChannelId	ChannelGroupId	Point	Direction	InputMode	Measured Quantity	Electrical Unit	Actual Sensitivity
1	Input1	☑	☐		Vibration	Point:14	+X	ICP	Acceleration	mV	102.7501 mV/g
2	Input2	☑	☐		Vibration	Point:14	+Y	ICP	Acceleration	mV	101.0842 mV/g
3	Input3	☑	☐		Vibration	Point:14	+Z	ICP	Acceleration	mV	104.3631 mV/g
4	Input4	☑	☐		Vibration	Point:99	+Y	ICP	Acceleration	mV	103.1763 mV/g
5	Input5	☑	☐		Vibration	Point:99	+Z	ICP	Acceleration	mV	101.5892 mV/g
6	Input6	☑	☐		Vibration	Point:99	+X	ICP	Acceleration	mV	101.1042 mV/g
25	Input25	☑	☑		Vibration	Point:101	-X	ICP	Force	mV	2.319 mV/N

Şekil 5.29: LMS Channel Setup sekmesinde, yönlerin tanımlanması.

Üç eksenli iki ivme ölçer kullanılarak, alınan toplam yüz FRF'in, üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen frekans-genlik grafiği, Şekil 5.30'da gösterilmiştir. Şekil 5.31'de ise bu 100 FRF'in ortalaması alınarak çizilen, frekans-genlik grafiği gösterilmiştir.

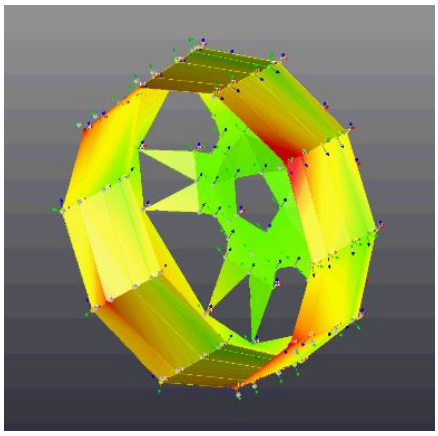


Şekil 5.30: 100 FRF'lerin üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen, frekans-genlik grafiği.

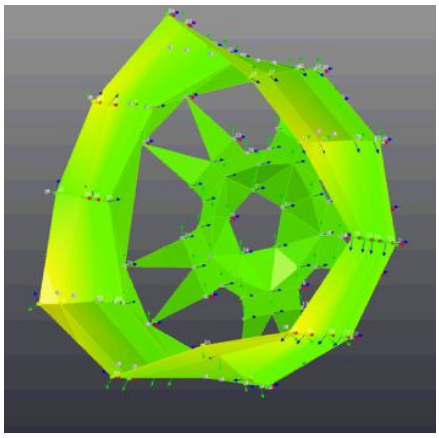


Şekil 5.31: 100 FRF'lerin ortalaması alınarak elde edilen, frekans-genlik grafiği.

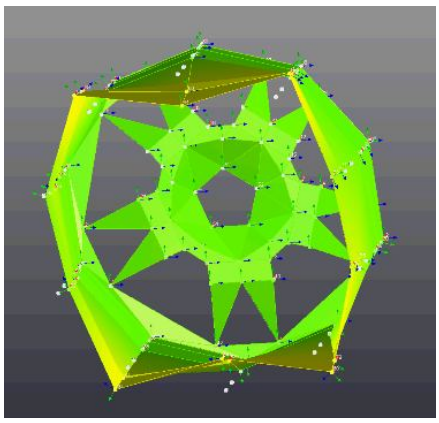
FRF'lerin genliklerinin, tepe oluşturdukları bölgeler, doğal frekanslara denk gelmektedir. Grafiklerde görüldüğü gibi, ilk dört tepe, 422 Hz, 911 Hz, 1413 Hz ve 1683 Hz bölgelerinde meydana gelmiştir. Bu doğal frekanslarla uyuşan mod şekilleri, Şekil 5.32, Şekil 5.33, Şekil 5.34 ve Şekil 5.35'de gösterilmiştir.



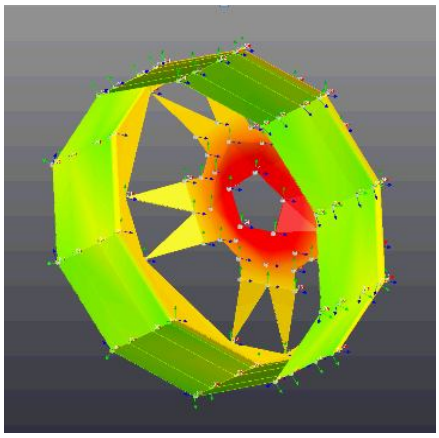
Şekil 5.32: 1. Mod, 422 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.



Şekil 5.33: 2. Mod, 911 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.



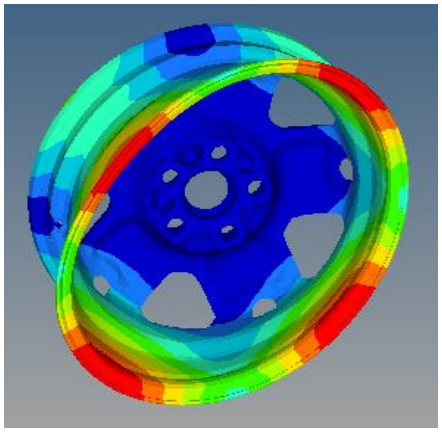
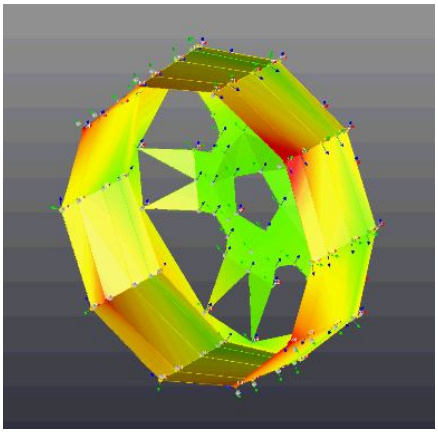
Şekil 5.34: 3. Mod, 1413 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.



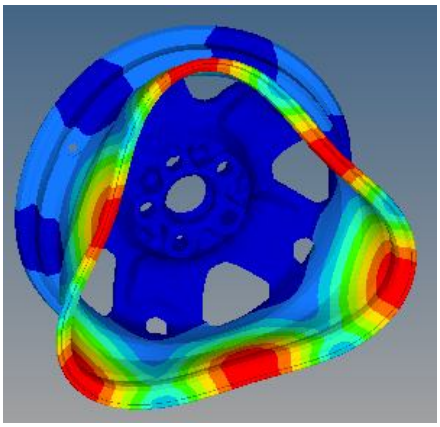
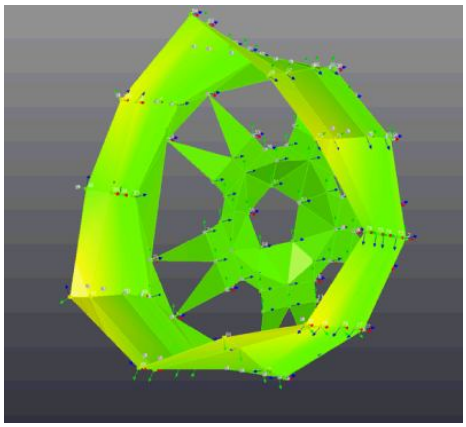
Şekil 5.35: 4. Mod, 1683 Hz – iki ivme ölçer ile, serbest sınır koşullarında.

5.2.3 Geliştirilmiş model – sonlu elemanlar modeli ve deneysel modal analiz sonuçlarının karşılaştırılması

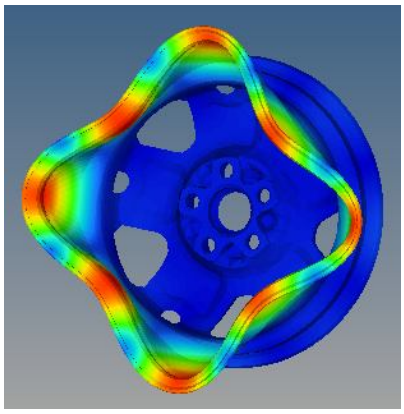
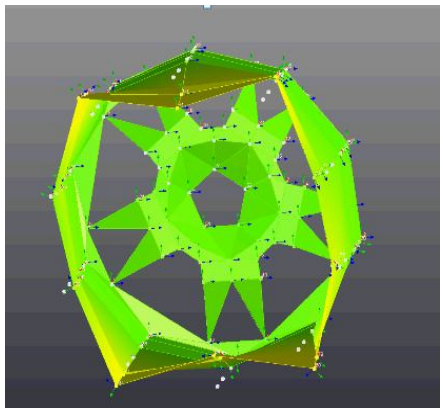
Bir önceki bölümde olduğu gibi, bu defa, geliştirilmiş sonlu elemanlar modelinden elde edilen, doğal frekanslar ve mod şekilleri ile iki ivme ölçer kullanılarak yapılan, modal testten elde edilen, doğal frekans ve mod şekilleri, görsel olarak karşılaştırılacaktır. Doğal frekansların, birbirine, yakın olması ve aynı zamanda mod şekillerinin görsel olarak benzemesi durumunda, gerçek yapıyı temsil eden bir sonlu elemanlar modeli, elde ettiğimiz söylenebilir. İlk dört doğal frekansın ve bu doğal frekanslar ile uyuşan mod şekillerinin karşılaştırılması, Şekil 5.36, Şekil 5.37, Şekil 5.38 ve Şekil 5.39'da gösterilmiştir.

	
425 Hz	**422 Hz**

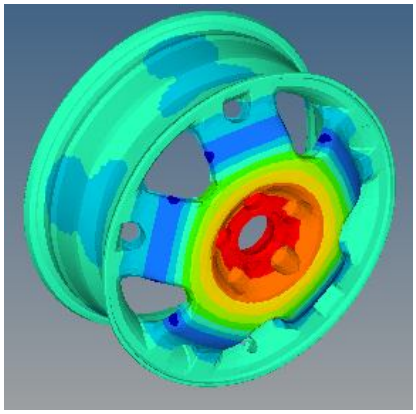
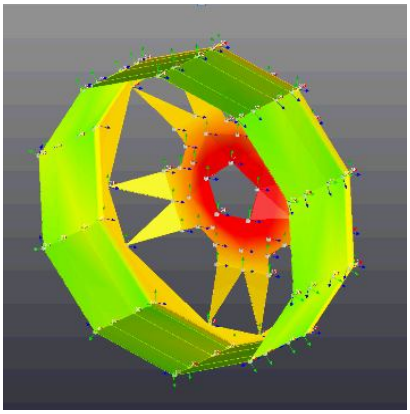
Şekil 5.36: 1. Modun karşılaştırılması.

	
908 Hz	**911 Hz**

Şekil 5.37: 2. Modun karşılaştırılması.

	
1398 Hz	**1413 Hz**

Şekil 5.38: 3. Modun karşılaştırılması.

	
1670 Hz	**1683 Hz**

Şekil 5.39: 4. Modun karşılaştırılması.

Tablo 5.2'de, ikinci mertebe elemanlar kullanılarak yapılan sonlu elemanlar analizi ve iki ivme ölçer kullanılarak yapılan modal testle elde edilen, doğal frekansların karşılaştırılması bulunabilir.

Tablo 5.2 : Serbest sınır koşullarında, doğal frekansların karşılaştırılması.

	Sonlu Elemanlar Analizi (2. Mertebe Sonlu Eleman Kullanımı ile)	Deneysel Modal Analiz (İki İvme Ölçer Kullanımı ile)
1. Mod	425 Hz	422 Hz
2. Mod	908 Hz	911 Hz
3. Mod	1398 Hz	1413 Hz
4. Mod	1670 Hz	1683 Hz

Karşılaştırmalarda, ilk dört mod şekillerinin, görsel olarak birbirlerine benzedikleri ve uyuşan doğal frekansların ise, birbirine çok yakın olduğu, açıkça görülmektedir. O halde sonlu elemanlar modeli ile deneysel modal analiz arasında, korelasyon sağlandığı ve sonlu elemanlar modelinin doğrulandığı söylenebilir.

Modelin geliştirilmesi aşamasından, aşağıdaki yorumlar çıkarılabilir;

- Oval veya dairesel yapılarda, ikinci mertebe sonlu elemanların kullanılması, modelin karakteristiğini yansıtmak için, daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.
- Serbest sınır koşullarında, tek ve iki ivme ölçer ile yapılan testlerin sonuçları arasında, belirgin farklılıklar bulunmamaktadır. Tek ivme ölçer kullanımı ile

yapılan test, ilgilenilen frekans aralığında, doğal frekans ve mod şekillerini yakalama konusunda yeterlidir.

Elde edilen sonlu elemanlar modelinden faydalanılarak, farklı sınır şartlarındaki sistemin, dinamik davranışları hakkında fikir edinilebilir . Hatta bu sonlu elemanlar modeli yardımı ile, tasarımsal değişikliklerin, titreşim karakterine etkilerini de görmek mümkündür. Tezin bundan sonraki bölümlerinde, bu modelden faydalanılarak, jant, aks üzerinde bağlı iken, titreşim karakteristiği incelenecektir. Ayrıca, jantın üzerinde, tasarımsal değişiklik önerileri, temel doğal frekansın, 350 Hz değerinin altına düşmemesi göz önünde bulundurularak yapılacaktır. Bu sınır, kabin içindeki yol gürültüsünün, belirgin artış gösterdiği sınır değerden gelmektedir.

6. JANTIN GÖBEK BÖLGESİNDEN SABİTLENMİŞ SINIR KOŞULLARI ALTINDA SAYISAL SONUÇLARIN VERİLMESİ

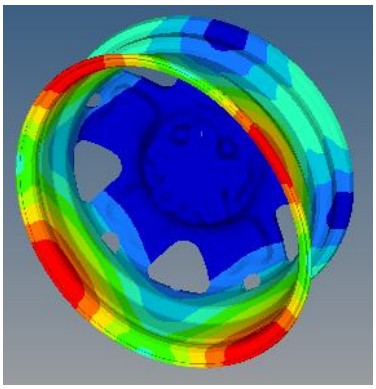
6.1 Jantın Göbek Bölgesinden Sabitlenmiş Sınır Koşulu Altında Modal Analizi 1. İterasyon Adımı

Bu bölümde jantın aks üzerindeki bağlantısı simüle edilmeye çalışılacaktır. Bu amaçla bağlantı sonlu elemanlar analizinde sınır koşulları verilerek, modal testte ise jant bağlantı fikstürü kullanılarak yapılacaktır.

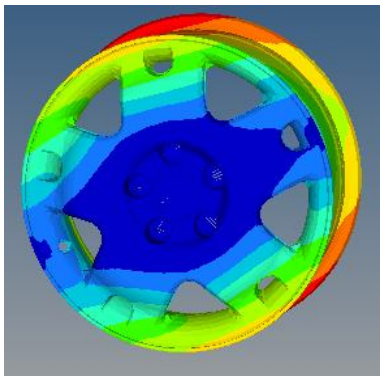
6.1.1 Sonlu elemanlar modelinin göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşulunda analizi

Serbest sınır koşullarında yapılan ilk analizde çıkan sonuçlar dikkate alındığında, analiz yapılırken ikinci mertebe tetra eleman kullanılması gerekliliği açıktır. Göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında sonlu elemanlar analizi, jantın bijonlarının bağlandığı bölgeler ve jant ile knuckle (jantın aksa bağlanırken kullanılan bağlantı parçası) arasındaki bağlantı sabitlenmiş koşullarda yapılacaktır.

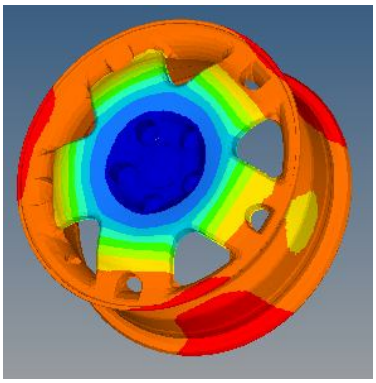
İkinci mertebe tetra sonlu eleman kullanılarak modellenmiş ve göbek bölgesinden sabitlenmiş yapının, ilk dört mod şekli ve bu mod şekliyle uyuşan doğal frekanslar Şekil 6.1, Şekil 6.2, Şekil 6.3, Şekil 6.4 ve Şekil 6.5'de gösterilmiştir.



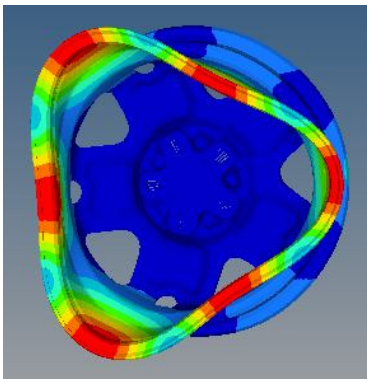
Şekil 6.1: 1. Mod, 442 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



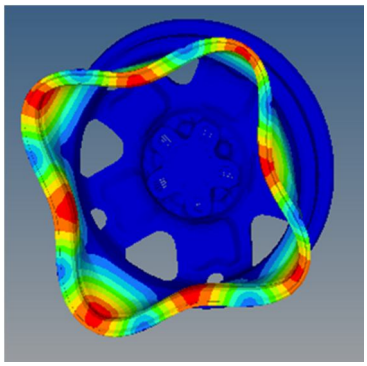
Şekil 6.2: 2. Mod, 485 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



Şekil 6.3: 3. Mod,869 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



Şekil 6.4: 4. Mod, 908 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



Şekil 6.5: 5. Mod, 1390 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.

6.1.2 Jantın göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında deneysel modal analizi

Jantın, aks üzerine knuckle ile bağlantısı, Şekil 6.6'te gösterilen, I profil üzerine bağlanmış, kendi ekseni etrafında dönebilen yatakla sağlanmıştır. Bijon bağlantıları ise gerçek aks-jant bağlantısında kullanılan bijonlar ile sağlanmıştır. Serbest sınır koşullarında olduğu gibi, aynı yüz noktadan çekiç darbesi vurulacak, 14 ve 99 noktalarından, ivme ölçerle veri toplanacaktır. İvme ölçer bağlantı noktaları, Şekil 6.7'den görülebilir.

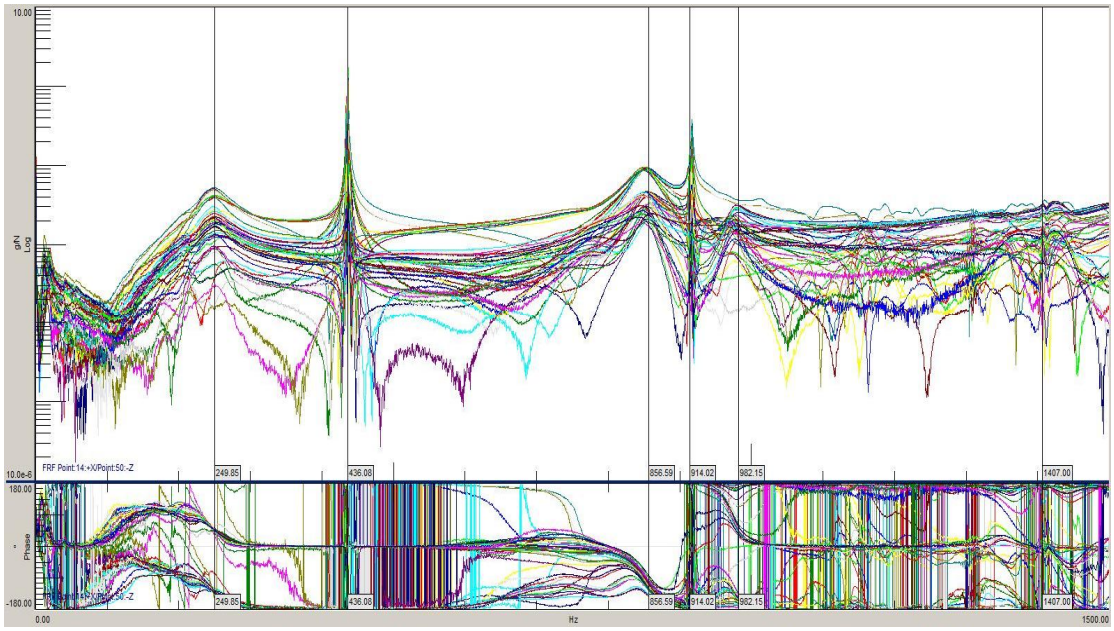


Şekil 6.6: Jant bağlantı fikstürü.

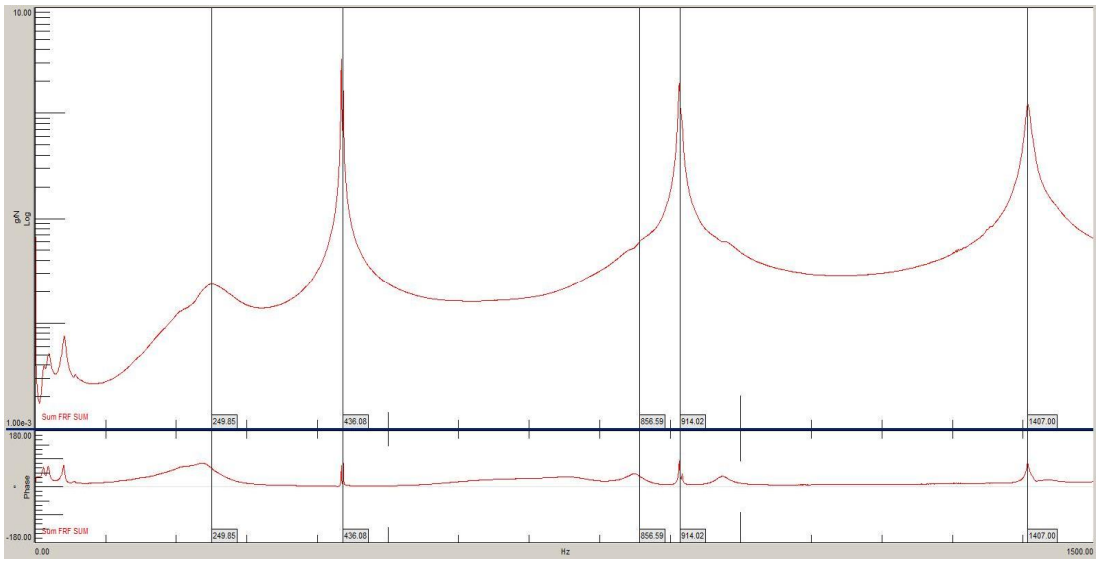


Şekil 6.7: İvme ölçer, bağlantı noktaları.

Üç eksenli iki ivme ölçer kullanılarak alınan toplam yüz FRF'in üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen frekans-genlik grafiği Şekil 6.8'de gösterilmiştir. Şekil 6.9'de ise bu 100 FRF'in ortalaması alınarak çizilen frekans-genlik grafiği gösterilmiştir.

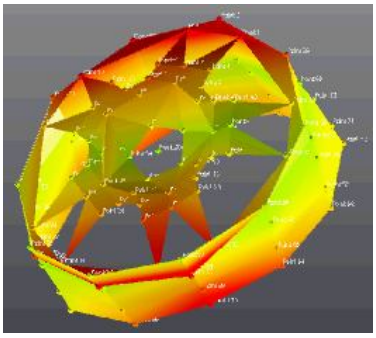


Şekil 6.8: 100 FRF'lerin üst üste çizdirilmesi sonucu elde edilen, frekans-genlik grafiği.

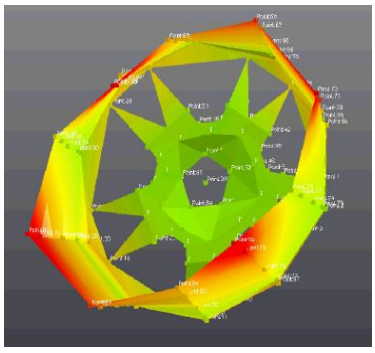


Şekil 6.9: 100 FRF'lerin ortalaması alınarak elde edilen, frekans-genlik grafiği.

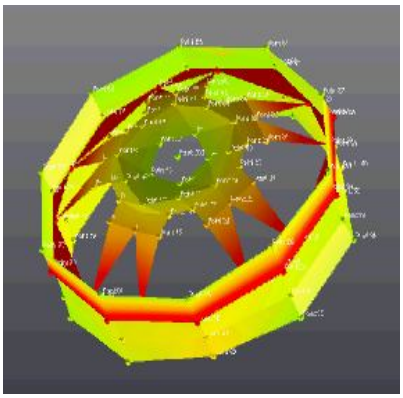
FRF'lerin genliklerinin tepe oluşturdukları bölgeler doğal frekanslara denk gelmektedir. Grafiklerde görüldüğü gibi ilk beş tepe 250 Hz, 436 Hz, 856 Hz, 914 Hz ve 1407 Hz bölgelerinde meydana gelmiştir. Bu doğal frekanslarla uyuşan mod şekilleri, Şekil 6.10, Şekil 6.11, Şekil 6.12, Şekil 6.13 ve Şekil 6.14'de gösterilmiştir.



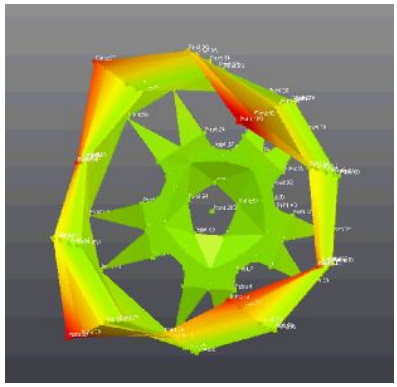
Şekil 6.10: 1. Mod, 250 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



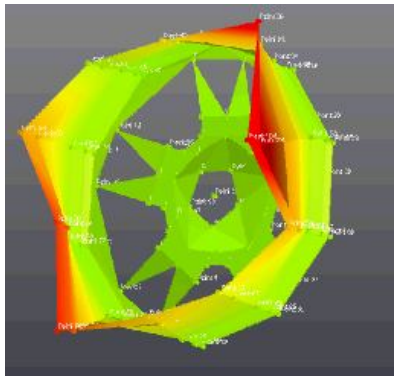
Şekil 6.11: 2. Mod, 436 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



Şekil 6.12: 3. Mod, 856 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.



Şekil 6.13: 4. Mod, 914 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.

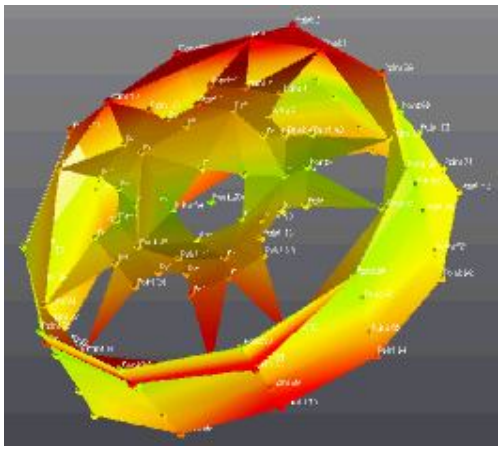


Şekil 6.14: 5. Mod, 1407 Hz – göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında.

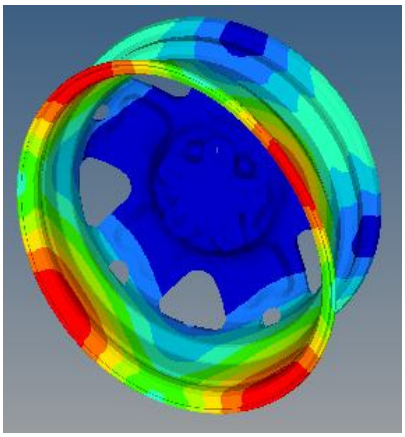
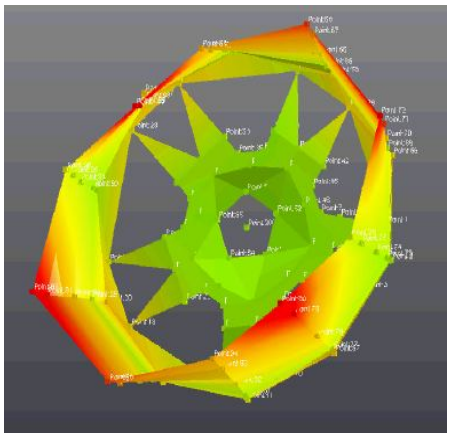
6.1.3 Göbek bölgesinden sabitlenmiş sonlu elemanlar modeli ve deneysel modal analiz sonuçlarının karşılaştırılması

Bu bölümde, sonlu elemanlar modelinden elde edilen doğal frekanslar ve mod şekilleri ile iki ivme ölçer kullanılarak yapılan, modal testten elde edilen doğal frekans ve mod şekilleri, görsel olarak karşılaştırılacaktır. Doğal frekansların, birbirine yakın olması ve aynı zamanda, mod şekillerinin görsel olarak benzemesi durumunda, gerçek yapıyı temsil eden, bir sonlu elemanlar modeli elde ettiğimiz söylenebilir. İlk dört doğal frekansın ve bu doğal frekanslar ile uyuşan mod

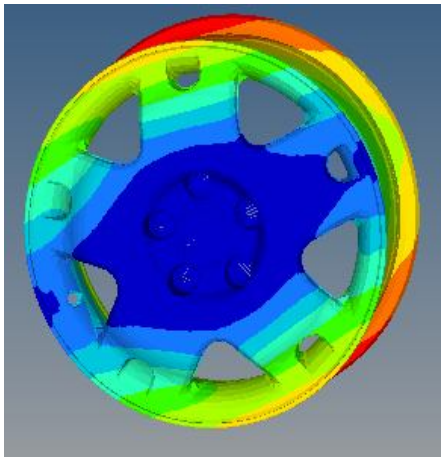
şekillerinin karşılaştırması, Şekil 6.15, Şekil 6.16, Şekil 6.17, Şekil 6.18, Şekil 6.19 ve Şekil 6.20'de gösterilmiştir.

Bu Doğal Frekansta, Sonlu Elemanlar Analizinde, Mod Bulunamamıştır.	
	250 Hz

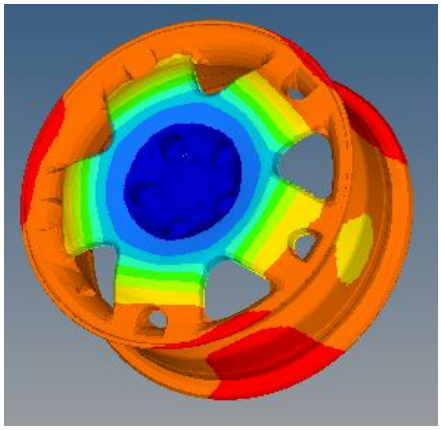
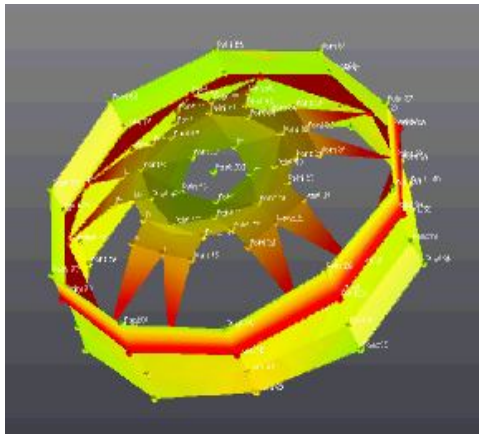
Şekil 6.15: 1. Modun karşılaştırılması.

	
442 Hz	**436 Hz**

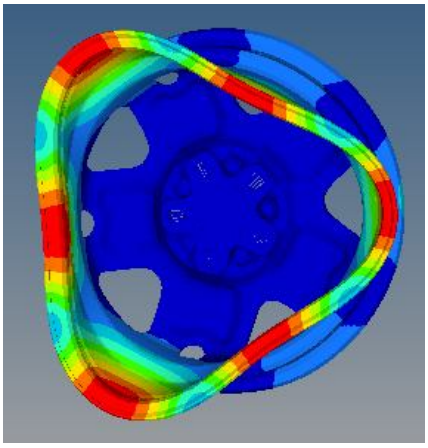
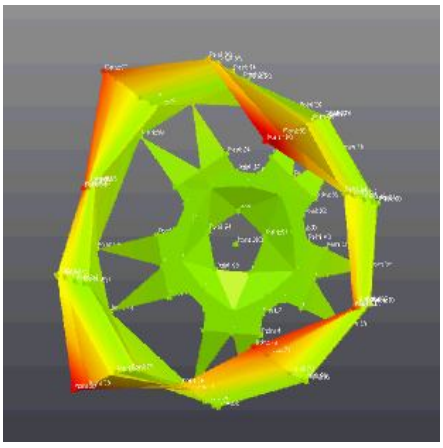
Şekil 6.16: 2. Modun karşılaştırılması.

	**Bu Doğal Frekansta, Deneysel Modal Analizde, Mod Bulunamamıştır.**
485 Hz	

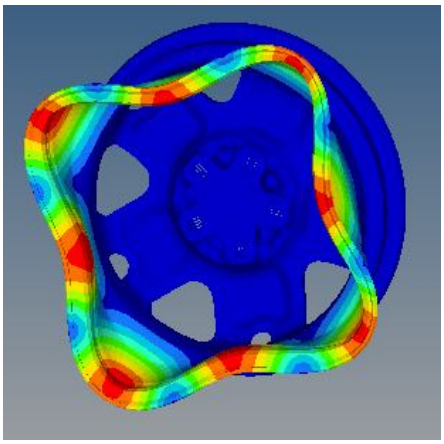
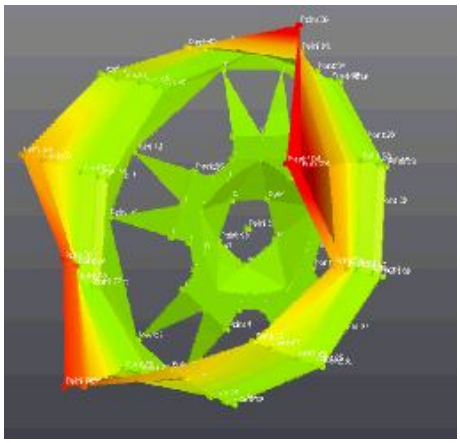
Şekil 6.17: 3. Modun karşılaştırılması.

	
869 Hz	**856 Hz**

Şekil 6.18: 4. Modun karşılaştırılması.

	
908 Hz	**914 Hz**

Şekil 6.19: 5. Modun karşılaştırılması.

	
1390 Hz	**1407 Hz**

Şekil 6.20: 6. Modun karşılaştırılması.

Tablo 6.1'de ikinci mertebe eleman kullanılarak yapılan sonlu elemanlar analizi ve iki ivme ölçer kullanılarak yapılan modal test ile elde edilen, doğal frekansların karşılaştırılması bulunabilir.

Tablo 6.1 : Göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında, doğal frekansların karşılaştırılması.

	Sonlu Elemanlar Analizi (2. Mertebe Sonlu Eleman Kullanımı ile)	Deneysel Modal Analiz (İki İvme Ölçer Kullanımı ile)
1. Mod	-	250 Hz
2. Mod	422 Hz	436 Hz
3. Mod	485 Hz	-
4. Mod	869 Hz	856 Hz
5. Mod	908 Hz	914 Hz
6. Mod	1390 Hz	1407 Hz

Karşılaştırmalarda, mod şekillerinin, görsel olarak birbirlerine benzedikleri açıkça görülmektedir. 1. ve 3. modlar dışında kalan dört doğal frekans birbirine oldukça yakındır. Deneysel analizden elde edilen 1. mod ve sonlu elemanlar analizinden elde edilen 3. mod şekillerinin ise, birbirine çok benzemesine rağmen, doğal frekansları uyuşmamaktadır. Bunun nedeni, sonlu elemanlar analizinde kullanılan sınır koşullarının, deneysel modal analizde sağlanamamış olmasıdır . Daha açık bir ifade ile, modal analiz ve sonlu elemanlar ile elde edilen bu modlar, aynı mod şeklidir ancak modal analizde ortaya çıkan mod şekli, konsol-jant ikilisinin ortak hareketinden meydana gelmektedir. Eğer I profilin orta kısmı daha kısa olup, yere rijit olarak bağlanmış olsaydı, 1. ve 3. modun doğal frekansları da aynı olacaktır.

7. AĞIRLIK AZALTILMASINA YÖNELİK TASARIMSAL DEĞİŞİKLİK ÖNERİLERİ

Uluslar arası alanda yaşanan sorunların, yakıt fiyatlarında oluşturduğu artış ve otomobil üretici firmaları arasındaki rekabet sebebi ile yakıt ekonomisi, araç satışlarında, en önemli parametrelerden biri olarak değerlendirilmektedir.Hafif ticari araç satışlarında ise yakıt ekonomisinin önemi, daha da belirgin hale gelmektedir.

Aracın ağırlığı, yakıt ekonomisini etkileyen en önemli faktörlerden bir tanesidir. Bu nedenle, üretici firmalar, araç ağırlığını azaltmak ve ağırlıkla ilgili diğer parametreleri takip edebilmek için, Araç Enerji Mühendisliği'ne bağlı Ağırlık Mühendisliği adı altında birimler oluşturmuştur. Bu birimler, ağırlık azaltma konusundaki çalışmalarını, gün geçtikçe, daha yeni teknoloji malzemeler kullanarak arttırmaktadırlar.

Araç jantlarının ağırlık minimizasyonu, özellikle önem taşımaktadır. Çünkü, dairesel atalet momenti etkisi nedeni ile, jantlardaki ağırlık azalmasının, yakıt ekonomisine yansıması, başka herhangi bir yerdeki ağırlık azaltmasından, daha büyük bir etki gösterecektir[2]. Ancak, yapılması planlanan tasarımsal değişikliklerin, araç kabini içerisinde, yol gürültüsüne neden olması ihtimali ve jantın yapısal özelliklerinden taviz vermemek söz konusu olduğu için, jantlarda ağırlık azaltması, hassas bir konudur. Ayrıca jantların temel görevi moment iletimi olması nedeni ile de gerekli görürlür ise ağırlık azaltılmasından vazgeçilebilir.

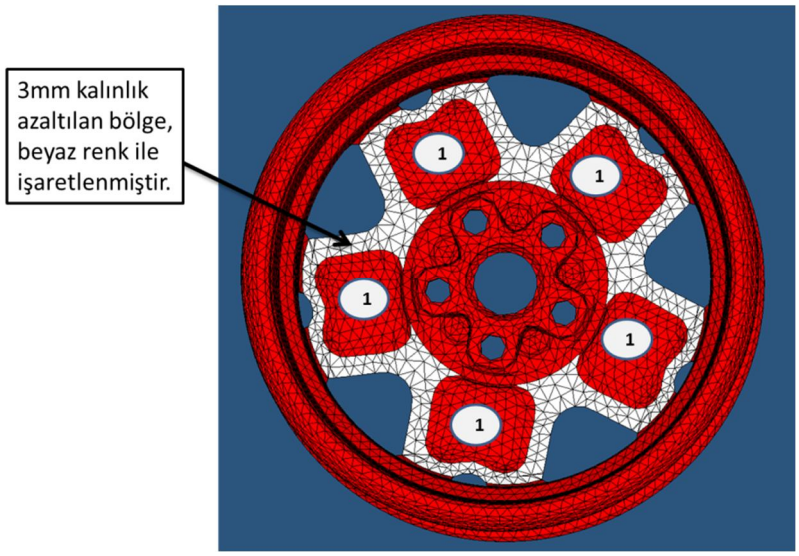
Tezin bu bölümünde, hafif ticari bir aracın jantlarının ağırlıklarını azaltarak, performans ve yakıt ekonomisini arttırmak hedef alınmıştır.

Özellikle, 300 Hz frekans civarında, kabin içerisinde, yol gürültüsünün arttığı bilinmektedir[3,6]. Yol gürültüsünden kaçınmak amacı ile, araç jantının temel doğal frekansının 300-350 Hz frekans bandından yukarıda yer alması, elzem bir koşul olarak konulmuştur.

7.1 Ağırlık Azalmasına Yönelik İlk Tasarımsal Değişiklik Önerisi

Yol gürültüsünü, etkileyen bir kısıt olduğu için, serbest sınır koşullarında, temel frekansın 350 Hz'in altına düşmemesi, bir kriter olacaktır. Birinci doğal frekans ile uyuşan mod şeklinde, disk bölgesinde, büyük genlikli deplasmanlar oluşmayıp, büyük genlikli deplasmanlar, rim bölgesinde oluşmaktadır. Rim bölgesinde yapılacak, herhangi bir malzeme kalınlığı azaltılması, temel frekansta, büyük değişimler meydana getirileceği tahmin edilmektedir. Bu nedenle, önerilerde, tasarımsal değişiklik yapılacak bölge, disk bölgesi olarak seçilecektir.

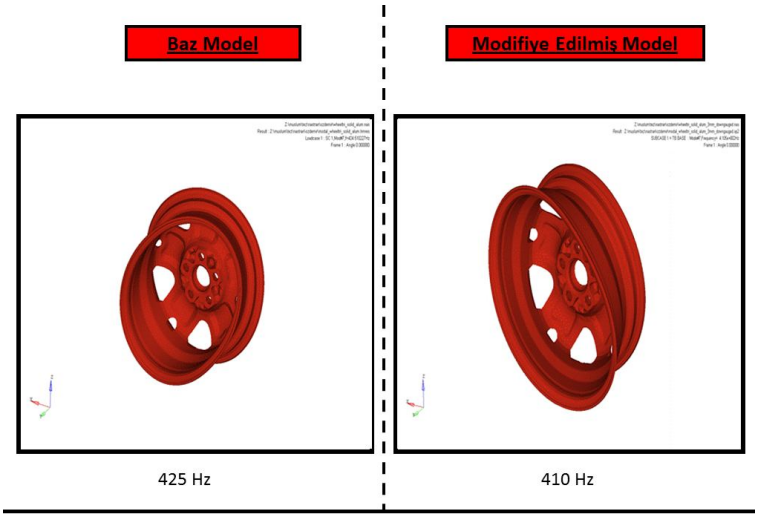
İlk tasarımsal değişiklik önerisinde, Şekil 7.1'de görülen, beyaz renk ile işaretlenen, diskin iç kısmında, 3mm kalınlık inceltilmesi yapılacaktır.



Şekil 7.1 : İlk tasarımsal değişiklik önerisinde, kalınlık azaltılan bölgeler.

Şekil 7.1'de 1 numara ile işaretlenen bölgeler ile, 3mm kalınlık azaltılan, beyaz ile renklendirilmiş bölgeler arasında, 10mm kalınlık farkı bulunmaktadır. Beyaz ile renklendirilmiş yüzeyler, hypermesh programında bulunan, "translate" komutu ile, 3mm sayfa düzlemine dik eksende kalınlık azaltılarak, iki bölge arasında, yaklaşık olarak 7mm kot farkı bırakılmıştır. Tasarım değişikliği yapılırken, disk ile rim arasında bulunan birleşim bölgesinde, malzeme azaltılması yapılmamıştır. Bunun sebebi, bu bölgedeki kalınlık azaltmasının, birinci doğal frekansta önemli değişiklikler oluşturabileceği öngörüsüdür.

Tasarım değişikliğinin, temel doğal frekansa etkisi, Şekil 7.2'de gösterilmiştir.



Şekil 7.2 : İlk tasarımsal değişiklik önerisinin, temel frekansa etkisi.

Yapılan değişiklik sonucu sağlanan ağırlık değişimi, jant başına 200 gr, araç başına toplam 1 kg olup, 800 gr'ı dönen kütlelerden 200 gr'ı yedek tekerden azalmadır. Bu değişim temel frekansta 15 Hz azalmaya neden olmuştur. Doğal frekanstaki azalma, kabin içerisinde oluşan gürültünün kritik sınırı olan, 350Hz frekans bölgesinin, hala çok üzerindedir. Bu nedenle, yapılan tasarımsal değişiklik önerisi, yol gürültüsü açısından, herhangi bir problem teşkil etmeyeceği varsayımı yapılabilir.

Yapılan değişikliklerin, ilk dört doğal frekansa etkisi, Tablo 7.1'de görülebilir.

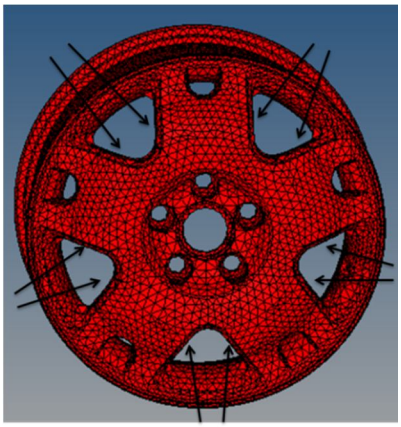
Tablo 7.1 : İlk tasarımsal değişiklik önerisinin, ilk dört doğal frekansa etkisi.

	Baz Model Doğal Frekansları	Modifiye Edilmiş Model Doğal Frekansları	Fark
1. Doğal Frekans	425 Hz	410 Hz	15 Hz
2. Doğal Frekans	908 Hz	905 Hz	3 Hz
3. Doğal Frekans	1398 Hz	1388 Hz	10 Hz
4. Doğal Frekans	1670 Hz	1563 Hz	107 Hz

Sonuç olarak, dönen kütlelerden 800 gr, yedek tekerden 200 gr olmak üzere, araç başına 1 kg ağırlık kazancı, temel frekanstan 15 Hz kayıpla sağlanmıştır.

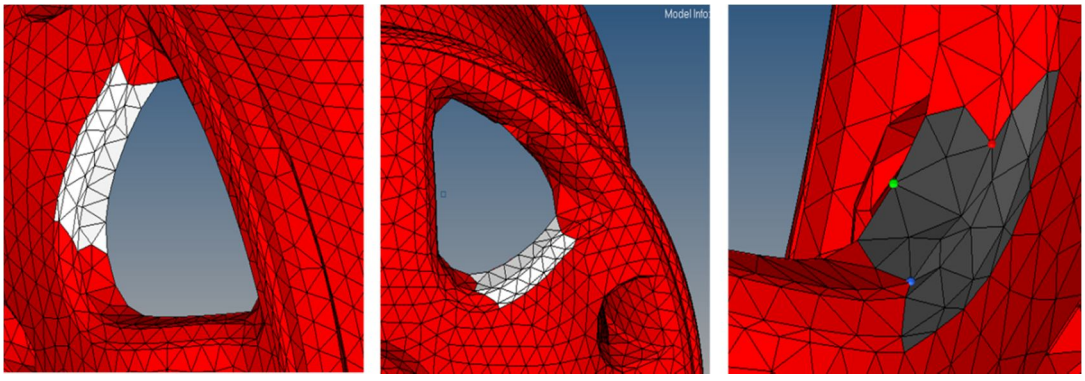
7.2 Ağırlık Azalmasına Yönelik İkinci Tasarımsal Değişiklik Önerisi

İkinci tasarımsal değişiklik önerisi olarak ise, Şekil 7.3'te gösterilen yüzeylerin, 1 mm ötelenmesi yani bu yüzeylerden malzeme boşaltılması verilecektir. Gösterilen beş ayrı yüzeyde de, rim ve disk birleşim bölgesi hariç tutulmak üzere, malzeme azaltılacaktır.



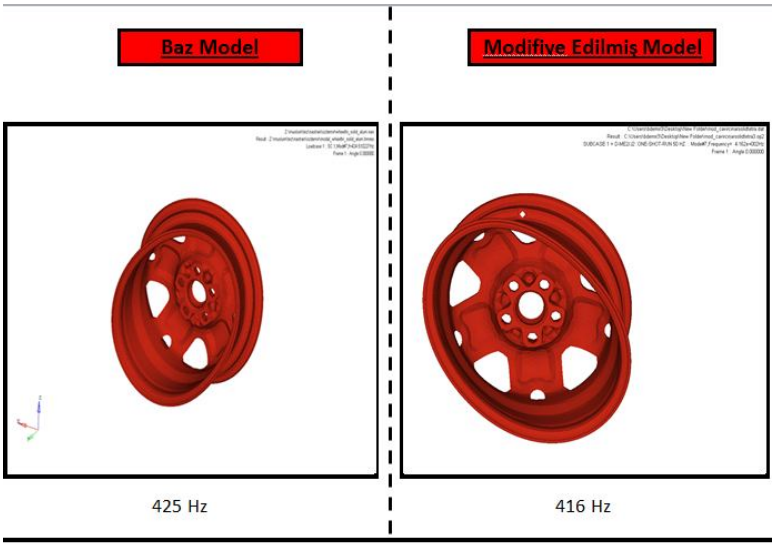
Şekil 7.3 : İkinci tasarımsal değişiklik önerisinde, kalınlık azaltılan bölgeler.

Her bir yüzey, Şekil 7.4'te görüldüğü gibi, üç ayrı bölge olarak seçilip, hypermesh programındaki "translate" komutu yardımı ile, 1 mm, yüzeylerin kendisine, paralel bir şekilde ötelenecektir.



Şekil 7.4 : Her bir yüzeyin, üç ayrı adımda, translate komutu ile 1 mm ötelenmesi.

Tasarım değişikliğinin, temel doğal frekansa etkisi, Şekil 7.5'de gösterilmiştir.



Şekil 7.5 : İkinci tasarımsal değişiklik önerisinin, temel frekansa etkisi.

Yapılan değişiklik sonucu sağlanan ağırlık değişimi, jant başına 112 gr, araç başına 0,56 kg olup, 448 gr'ı dönen kütlelerden, 112 gr'ı yedek tekerden azalmadır. Bu değişim temel frekansta 9 Hz azalmaya neden olmuştur. Doğal frekanstaki azalma, kabin içerisinde oluşan gürültünün, kritik sınırı olan, 350Hz frekans bölgesinin, hala çok üzerindedir. Bu nedenle, yapılan tasarımsal değişiklik önerisi, yol gürültüsü açısından herhangi bir problem teşkil etmeyeceği düşünülebilir.

Ayrı ayrı gösterilen beş yüzeyde de yapılan malzeme azaltılmasının, ilk dört doğal frekansa etkisi, Tablo 7.2'de görülebilir.

Tablo 7.2 : İkinci tasarımsal değişiklik önerisinin, ilk dört doğal frekansa etkisi.

	Baz Model Doğal Frekansları	Modifiye Edilmiş Model Doğal Frekansları	Fark
1. Doğal Frekans	425 Hz	416 Hz	9 Hz
2. Doğal Frekans	908 Hz	901 Hz	7 Hz
3. Doğal Frekans	1398 Hz	1381 Hz	17 Hz
4. Doğal Frekans	1670 Hz	1603 Hz	67 Hz

Sonuç olarak dönen kütlelerden 448 gr, yedek tekerden 112 gr olmak üzere, araç başına 560 gr ağırlık kazancı, temel frekanstan 9 Hz kayıpla sağlanmıştır.

8. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tezde, öncelikle hafif ticari bir aracın jantının, bir sonlu elemanlar modeli elde edilip, bu model serbest sınır koşullarında analiz edilerek, doğal frekans ve mod şekillerine ulaşılmıştır. Daha sonra ise, gerçek jantın, serbest sınır koşullarında deneysel modal analizi yapılarak, doğal frekans ve mod şekilleri elde edilmiştir. İlk iterasyon adımında, sonlu elemanlar analizi ve deneysel modal analiz sonuçları karşılaştırılmış ancak korelasyon sağlanamadığı görülmüştür. Korelasyon sağlanamaması nedeni ile, ilk adımda birinci mertebe eleman kullanılarak yapılan sonlu elemanlar analizi, model geliştirme adımında, ikinci mertebe eleman kullanılarak yapılmıştır. Nihai olarak model geliştirme (ikinci iterasyon adımı) sonucu elde edilen jantın sonlu elemanlar modeli, serebest sınır koşullarında, deneysel modal test ile doğrulanmıştır.

İkinci olarak ise, araç üzerindeki jantın bağlantısını simule etmek amacı ile, deneysel modal analiz, bölüm 6.1.2'de gösterilen jant bağlantı fikstürü üzerinde yapılmıştır. Sonlu elemanlar modeli ise, bijon bağlantı bölgeleri sabitlenmiş şekilde, analiz edilmiştir. Göbek bölgesinden sabitlenmiş sınır koşullarında, jantın sonlu elemanlar analizi ve deneysel modal analizi sonucu elde edilen doğal frekans ve mod şekilleri karşılaştırılmıştır. Jant-aks bağlantısı tam olarak simule edilemediği için, bazı mod şekilleriyle uyuşan doğal frekanslar doğrulanamamıştır. Bunun nedeni modal analizde, jant-konsol ikilisinin yapmış olduğu ortak harekettir. Konsolun orta kısmının daha kısa olması ve yere daha rijit bir bağlantı yapılması durumunda ise korelasyon, ilgili modda da sağlanabilecektir.

Bu tez kapsamı içinde, tasarımsal değişiklik önerileri, yalnızca serbest sınır koşullarında, temel doğal frekansın 350 Hz değerinin altına düşmemesi göz önünde bulundurularak yapılmıştır. Bu sınır, kabin içindeki yol gürltüsünün, belirgin artış gösterdiği sınır değerden gelmektedir. Serbest sınır koşulundaki temel doğal frekans ile uyuşan mod şekli göz önünde bulundurularak, tasarımsal değişiklik önerileri disk bölgesinde yapılmıştır. Bölüm 7.1'de açıklanan tasarımsal değişiklik önerisinde, 425 Hz olan temel doğal frekanstan 15 Hz feragat edilerek, araç başına 1 kg ağırlık

azalması sağlanmıştır. Bu ağırlık azalmasının 800 gr'ı dönen kütlelerden, 200 gr'ı ise yedek tekerden yapılmıştır. Bölüm 7.2'de açıklanan tasarımsal değişiklik önerisinde de, 425 Hz olan temel doğal fekanstan 9 Hz feragat edilerek, araç başına 0,56 kg ağırlık azalması sağlanmıştır. Bu ağırlık azalmasının ise 448 gr'ı dönen kütlelerden, 112 gr'ı yedek tekerden yapılmıştır.

Tasarımsal değişiklik önerileri, yalnızca serbest sınır koşullarında, temel doğal frekansın 350 Hz değerinin altına düşmemesi göz önünde bulundurularak yapılmış olsa da, üreticiler açısından önemli olan bir diğer parametre de mukavemettir. Üreticiler mukavemeti kontrol etmek amacı ile jantlarda çeşitli dayanım testleri yapmaktadır. İleride yapılacak çalışmalarda, jantın mukavemeti ve temel doğal frekansın 350 Hz değerinin altına düşmemesi kriteri birlikte değerlendirilerek, ağırlık azaltılma çalışmaları yapılabilir.

KAYNAKLAR

[1] **SAE J1982 DEC91,** (1991). Wheels for passenger cars, light trucks, and multipurpose vehicles, ***31***, 1-6, USA.

[2] **Riesner, M. ve Devrives, R. I.** (1983). Finite element analysis and structural optimization of vehicle wheels, *Society of Automotive Engineers,**830133**,*1-18.

[3] **Akira Kuramori, H.** (2009). Tire/Wheel assembly body, *United States Patent*, No: US 7,614,437 B2 tarih: 10.11.2009.

[4] **Stuart, R. J. ve Carney, J. F.** (1974). Vibration of annular plates with edge-beams, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, **12,** 5-6.*

[5] **Srinivasan, V. , Swarnamani, S. ve Ramamurti, V.** (1980). Free vibration of a wheel*, Journal of Sound and Vibration*, ***70(3)***, 461-462.

[6] **Kindt, P. , Sas, P. ve Desmet , W.** (2009). Free vibration of a wheel, *Journal of Sound and Vibration*, ***326***, 852-869.

[7] **Yasuhiro, K.** (2002). Aluminium wheel for vehicle, *Japanese Application Publication*, No: JP 2002-274103 tarih: 25.09.2002.

[8] **Arıkan, A.S.** (1994). Sonlu Elemanlar Yönteminin Mühendislikte Uygulamaları, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Yayınları, Ankara.

[9] **Ewins, D.J.,** (2000). *Modal Testing: Theory, Practice and Application.* Second Edition, Research Studies Press, London, England.

[10] **Imamovic, N.,** (1998). Validation of Large Structural Dynamics Models Using Modal Test Data, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology & Medicine, London, U.K.

[11] **Fotsch, D.W.,** (2001). Development of Valid FE Models for Structural Dynamic Design, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology & Medicine, London, U.K.

EKLER

EK A.1 : Üç Eksenli İvme Ölçer Kataloğu

EK A.2 : Modal Çekiç Kataloğu

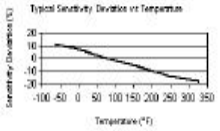
EK A.3 : Analizör Özellikleri Tablosu

EK A.1

Model Number 356B11	ACCELEROMETER, ICP®, TRIAXIAL	Revision E ECN #: 32784

Performance	ENGLISH	SI	
Sensitivity (±10 %)	10 mV/g	1.02 mV/(m/s²)	
Measurement Range	±500 g pk	±4905 m/s² pk	
Frequency Range (±5 %) (y or z axis)	2 to 10000 Hz	2 to 10000 Hz	
Frequency Range (±5 %) (x axis)	2 to 7000 Hz	2 to 7000 Hz	
Resonant Frequency	≥55 kHz	≥55 kHz	
Broadband Resolution (1 to 10000 Hz)	0.004 g rms	0.04 m/s² rms	[1]
Non-Linearity	≤1 %	≤1 %	[3]
Transverse Sensitivity	≤5 %	≤5 %	
Environmental			
Overload Limit (Shock)	±10000 g pk	±98100 m/s² pk	
Temperature Range (Operating)	-65 to +250 °F	-54 to +121 °C	[2]
Temperature Response	See Graph	See Graph	[1][2]
Electrical			
Excitation Voltage	18 to 30 VDC	18 to 30 VDC	
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA	
Output Impedance	≤200 ohm	≤200 ohm	
Output Bias Voltage	7 to 11 VDC	7 to 11 VDC	
Discharge Time Constant	0.3 to 1.0 sec	0.3 to 1.0 sec	
Settling Time (within 10% of bias)	<3 sec	<3 sec	
Spectral Noise (1 Hz)	1000 µg/√Hz	9810 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise (10 Hz)	300 µg/√Hz	2943 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise (100 Hz)	100 µg/√Hz	981 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise (1 kHz)	50 µg/√Hz	490 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Physical			
Sensing Element	Ceramic	Ceramic	
Sensing Geometry	Shear	Shear	
Housing Material	Titanium	Titanium	
Sealing	Hermetic	Hermetic	
Size (Height x Length x Width)	0.4 in x 0.4 in x 0.4 in	10.2 mm x 10.2 mm x 10.2 mm	
Weight (without cable)	0.14 oz	4 gm	[1]
Electrical Connector	Integral Cable	Integral Cable	
Electrical Connection Position	Side	Side	
Cable Termination	1/4-28 4-Pin Jack	1/4-28 4-Pin Jack	
Cable Length	5 ft	1.5 m	
Cable Type	034 4-cond Shielded	034 4-cond Shielded	
Mounting Thread	5-40 Female	5-40 Female	
Mounting Torque	4 to 5 in-lb	45 to 56 N-cm	

CE[4]



Optional Versions (Optional versions have identical specifications and accessories as listed for standard model except where noted below. More than one option maybe used.)

A - Adhesive Mount		
Supplied Accessory: Model 034G05 4-conductor, shielded cable, 5 ft, 4-pin plug to (3) BNC plugs		
Supplied Accessory: Model 080A109 Petro Wax		
Supplied Accessory: Model 080A90 Quick bond Gel (for use with accelerometer adhesive mtg bases to fill gaps on rough surfaces)		
HT - High temperature, extends normal operation temperatures		
Temperature Range (Operating)	-65 to +325 °F	-54 to +163 °C
J - Ground Isolated		
Frequency Range (+5 %)	7000 Hz	7000 Hz
Electrical Isolation (Base)	>10^8 ohm	>10^8 ohm
Size (Height x Length x Width)	0.44 in x 0.40 in x 0.44 in	11.2 mm x 10.2 mm x 11.2 mm
Weight	0.16 oz	4.5 gm
Mounting	Adhesive	Adhesive

Supplied Accessory: Model 034G05 4-conductor, shielded cable, 5 ft, 4-pin plug to (3) BNC plugs
Supplied Accessory: Model 080A109 Petro Wax
Supplied Accessory: Model 080A90 Quick bond Gel (for use with accelerometer adhesive mtg bases to fill gaps on rough surfaces)

W - Water Resistant Cable		
Electrical Connector	Sealed Integral Cable	Sealed Integral Cable

Notes

[1] Typical.
[2] 250° F to 325° F data valid with HT option only.
[3] Zero-based, least-squares, straight line method.
[4] See PCB Declaration of Conformance PS023 for details.

Supplied Accessories

034G05 4-cond. shielded cable, 5 ft (1.5M), 4-pin plug to (3) BNC plugs (1)
080A Adhesive Mounting Base (1)
080A109 Petro Wax (1)
081A27 Mounting Stud (5-40 to 5-40) (1)
081A90 Mounting stud, 10-32 to 5-40 (1)
ACS-1T NIST traceable triaxial amplitude response, 10 Hz to upper 5% frequency. (1)
M081A27 Metric mounting stud, 5-40 to M3 x 0.50 long (1)

Entered: LLH	Engineer: AJA	Sales: WDC	Approved: EB	Spec Number:
Date: 04/21/2010	Date: 04/20/2010	Date: 04/20/2010	Date: 04/20/2010	15203

PCB PIEZOTRONICS VIBRATION DIVISION
3425 Walden Avenue
Depew, NY 14043
UNITED STATES
Phone: 888-684-0013
Fax: 716-685-3886
E-mail: vibration@pcb.com
Web site: www.pcb.com

EK A.2

Model Number 086C03	ICP® IMPACT HAMMER	Revision L ECN #: 32387

Performance	ENGLISH	SI	
Sensitivity (±15 %)	10 mV/lbf	2.25 mV/N	
Measurement Range	±500 lbf pk	±2224 N pk	
Resonant Frequency	≥22 kHz	≥22 kHz	
Non-Linearity	≤1 %	≤1 %	
Electrical			
Excitation Voltage	20 to 30 VDC	20 to 30 VDC	
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA	
Output Impedance	<100 ohm	<100 ohm	[1]
Output Bias Voltage	8 to 14 VDC	8 to 14 VDC	
Discharge Time Constant	≥2000 sec	≥2000 sec	[1]
Physical			
Sensing Element	Quartz	Quartz	
Sealing	Epoxy	Epoxy	
Hammer Mass	0.34 lb	0.16 kg	
Head Diameter	0.62 in	1.57 cm	
Tip Diameter	0.25 in	0.63 cm	
Hammer Length	8.5 in	21.6 cm	
Electrical Connection Position	Bottom of Handle	Bottom of Handle	
Extender Mass Weight	2.6 oz	75 gm	
Electrical Connector	BNC Jack	BNC Jack	

CE[2]

All specifications are at room temperature unless otherwise specified.
In the interest of constant product improvement, we reserve the right to change specifications without notice.
ICP® is a registered trademark of PCB group, Inc.

Optional Versions (Optional versions have identical specifications and accessories as listed for standard model except where noted below. More than one option maybe used.)
T - TEDS Capable of Digital Memory and Communication Compliant with IEEE P1451.4
TLD - TEDS Capable of Digital Memory and Communication Compliant with IEEE 1451.4

Notes
[1] Typical.
[2] See PCB Declaration of Conformance PS068 for details.

Supplied Accessories
081B05 Mounting Stud (10-32 to 10-32) (2)
084A08 Extender - Steel, 0.6" Diameter (1)
084B03 Hard Tip- Hard (S.S) (1)
084B04 Hammer Tip- Medium (White Plastic) (1)
084C05 Hammer Tip- Soft (Black) (2)
084C11 Hammer Tip- Supersoft (Red) (2)
085A10 Vinyl Cover For Medium Tip (Blue) (2)
HCS-2 Calibration of Series 086 instrumented impact hammers (1)

Entered: LLH	Engineer: DJS	Sales: JJM	Approved: EB	Spec Number:
Date: 02/24/2010	Date: 12/08/2009	Date: 02/17/2010	Date: 02/17/2010	15273

PCB PIEZOTRONICS VIBRATION DIVISION
3425 Walden Avenue
Depew, NY 14043
UNITED STATES
Phone: 888-684-0013
Fax: 716-685-3886
E-mail: vibration@pcb.com
Web site: www.pcb.com

EK A.3

MORE ON THE SCADAS INPUT MODULES

Specifications

	LMS SCADAS 316	LMS SCADAS 317S	LMS SCADAS 310	LMS SCADAS 302VB
	mainframe	slave frame	mainframe	mainframe
Number of slots	16	17	10	3
Max. number of channels per frame	64 (192 with V12 modules)	68 (204 with V12 modules)	40 (120 with V12 modules)	8
Max. total channel coun	1920 (5760 with V12 modules)	n.a.	1840 (5520 with V12 modules)	n.a.
Dimensions (W x H x D)	448 x 183 x 461 mm	448 x 183 x 461 mm	336 x 183 x 461 mm	336 x 183 x 461 mm
Weight	20 kg (fully equipped)	20 kg (fully equipped)	13 kg (fully equipped)	8 kg (fully equipped)
AC power input	88 to 264VAC	88 to 264VAC	88 to 264VAC	88 to 264VAC
Max. power consumption	220W	220W	160W	55W
Host interface	Ethernet	n.a.	Ethernet	Ethernet
Master/Slave interface	Optical	Optical	Optical	n.a.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Müslüm YAMAN

Doğum Yeri ve Tarihi: NİĞDE - 1983

Adres: Konaklar Mah. Şebboy Sk. No: 10 A Blok Daire :4 YENi LEVENT/BEŞİKTAŞ/ İST.

E-Posta: myaman3@ford.com

Lisans: İstanbul Üniversitesi, Makina Mühendisliği (2005)

Mesleki Deneyim: FORD OTOSAN, Ürün Geliştirme Mühendisi – 1,5 yıl