İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TESİR ÇİZGİLERİNİN VE TESİR YÜZEYLERİNİN MEVCUT BİR YAPI ANALİZİ PROGRAMIYLA DOĞRUDAN ELDE EDİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gizem TÜRKMEN

Anabilim Dalı : İnşaat Mühendisliği

Programı : Yapı Mühendisliği

EYLÜL 2011

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TESİR ÇİZGİLERİNİN VE TESİR YÜZEYLERİNİN MEVCUT BİR YAPI ANALİZİ PROGRAMIYLA DOĞRUDAN ELDE EDİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Gizem TÜRKMEN
(501081034)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 09 Eylül 2011
Tezin Savunulduğu Tarih : 13 Eylül 2011

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Engin ORAKDÖĞEN (İTÜ)

Diğer Jüri Üyeleri : Y. Doc. Dr. Mecit ÇELİK (İTÜ)
Doc. Dr. Canan GİRGİN (YTÜ)

EYLÜL 2011

Değerli Aileme,

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans tez çalışmalarım esnasında değerli fikir ve yardımlarını esirgemeyen sayın danışman hocam Prof. Dr. Engin ORAKDÖĞEN`e ve hayatım boyunca her türlü desteğiyle yanımda olan annem Servet BAYSAL`a teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2011

Gizem Türkmen

(İnşaat Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **v**
İÇİNDEKİLER ..... **vii**
KISALTMALAR ..... **ix**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **xi**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xiii**
ÖZET ..... **xv**
SUMMARY ..... **xvii**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı ve Kapsamı 1
1.2 Konu ile ilgili Yapılan Çalışmalar 2
2. ÖLÜ VE HAREKETLİ YÜKLER **5**
2.1 Ölü Yükler 5
2.2 Hareketli Yükler 5
2.2.1 1.tip hareketli yükler 6
2.2.2 2.tip hareketli yükler 6
2.2.3 3.tip hareketli yükler 6
2.2.4 4.tip hareketli yükler 7
3. TESİR ÇİZGİSİ KAVRAMI **9**
3.1 Tesir Çizgisi Tanımı 10
3.2 Tesir Çizgilerinin Genel Özellikleri 11
3.3 Tesir Çizgilerinin Kullanılması 11
3.4 İzostatik Sistemlerin Tesir Çizgilerinin Çizim Yöntemleri 13
3.4.1 Fonksiyonlar ile mesnet tepkileri, momentler ve kesme kuvvetleri tesir çizgilerinin çizilmesi 13
3.4.2 Muller-Breslau Prensibi ile izostatik sistemlerin tesir çizgilerinin çizilmesi 14
3.5 Hiperstatik Sistemlerin Tesir Çizgilerinin Çizimi 17
3.5.1 Kuvvet Yöntemi ile hiperstatik tesir çizgilerinin çizilmesi 17
3.5.1.1 Hiperstatik bilinmeyenlere ait tesir çizgileri ordinatlarinin elde edilmesi……...20
3.5.2 Açı Yöntemi ile hiperstatik tesir çizgilerinin çizilmesi 21
4. TESİR ÇİZGİLERİNİN VE TESİR YÜZEYLERİNİN ÇİZİLMESİ İÇİN GENEL BİR YÖNTEM **27**
4.1 Çerçeve ve Kabuk Elemanların Düğüm Noktası Deplasman Bileşenlerinin Tesir Fonksiyonu Ordinatları 27
4.2 Gerilme Bileşenleri Tesir Katsayılarının Elde Edilmesi için Eleman Yükleme Matrisleri ..…….…….....….....28
4.3 Deplasman ve Şekildeğiştirme Bileşenlerinin Tesir Katsayıları 29
4.4 İç kuvvetlerin Tesir Katsayılarının Elde edilmesi İçin Eleman Yükleme Matrisleri 30

5. TESİR ÇİZGİLERİNİN VEYA TESİR YÜZEYLERİNİN SAP 2000 PROGRAMI İLE ELDE EDİLMESİ 33
6. SAYISAL ÇÖZÜMLER 37
6.1 Düzlem Kafes Sistemde İç kuvvet Tesir Çizgisi 37
6.2 Üç Açıklıklı Sürekli Kirişte İç Kuvvet Ve Mesnet Tepkisi Tesir Çizgileri 39
6.3 Hiperstatik Çerçeve Sistemde Plastik Dönme (θ_p) Tesir Çizgisi 44
6.4 Kare Plak Örneği Tesir Yüzeyleri 47
6.5 L Şeklindeki Basit Mesnetli Kare Plak Örneği Tesir Yüzeyleri 52
7. SONUÇLAR 59
KAYNAKLAR 61
EKLER 63
ÖZGEÇMİŞ 67

KISALTMALAR

B : Şekil Fonksiyonları
E : Elastisite Modülü
I : Atalet Momenti
[k] : Birim Deplasman Matrisi
[K] : Sistem Rijitlik Matrisi
l : Eleman boyu
L : Türev Operatörü
M : Moment
$\mathbf{M_p}$: Plastik Moment
N : Normal Kuvvet
T : Kesme Kuvveti
ε : Şekildeğiştirme bileşenleri
$\boldsymbol{\theta_p}$: Plastik Dönme
σ : Gerilme bileşenleri

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 6.1 : Plastik dönme tesir çizgisi ordinatları 46
Çizelge 6.2 : Eleman yükleme matrisleri..... 49
Çizelge 6.3 : Kare plak düğum noktaları tesir yüzey ordinatları..... 50
Çizelge 6.4 : Eleman yükleme matrisleri..... 53
Çizelge 6.5 : L şeklinde kare plak düğüm noktaları tesir yüzey ordinatları..... 57

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : 1.tip hareketli yük 6
Şekil 2.2 : 2.tip hareketli yük 6
Şekil 2.3 : 3.tip hareketli yük 7
Şekil 2.4 : 4.tip hareketli yük 7
Şekil 3.1 : Basit mesnetli kiriş ve A noktasındaki mesnet tepkisi tesir çizgisi 12
Şekil 3.2 : A büyüklüğüne ait tesir çizgisi 12
Şekil 3.3 : A,B mesnet tepkisi ve m noktasındaki moment ve kesme kuvveti tesir Çizgileri 13
Şekil 3.4 : Basit kirişe ait mesnet ve iç kuvvet tesir çizgileri 15
Şekil 3.5 : m kesiti verilen hiperstatik sistem 18
Şekil 3.6 : Basit kirişe ait moment tesir çizgisi 20
Şekil 3.7 : Birim yük altında hiperstatik sisteme ait iki durum 22
Şekil 3.8 : Birim yer değiştirme verilen çubuk 23
Şekil 3.9 : Birim yer değiştirmeler verilen çubuğa ait elastik eğriler 23
Şekil 3.10 : Ankastre çubukta birim kuvvet yüklemesi ve çubuğun elastik eğrisi 24
Şekil 5.1 : Düzlem bir çubuğun uç kuvvetleri 34
Şekil 5.2 : Düzlem bir çubuğun uç deplasmanları 34
Şekil 5.3 : Düzlem bir çubukta uç kuvvet doğrultuları 35
Şekil 6.1 : Düzlem kafes sistemi 37
Şekil 6.2 : 3-9 Çubuğuna ait uç kuvvetleri 38
Şekil 6.3 : Yükleme altındaki düzlem Kafes sistem 38
Şekil 6.4 : Düğüm noktası deplasmanları 38
Şekil 6.5 : Çubuk 3-9'a ait normal kuvvet tesir çizgisi 39
Şekil 6.6 : Sonlu çubuk elemanlarına ayrılmış sürekli kiriş 39
Şekil 6.7 : Yükleme altındaki sürekli kiriş 40
Şekil 6.8 : Düğüm noktası deplasmanları 40
Şekil 6.9 : Sürekli kirişe ait M_8 tesir çizgisi 41
Şekil 6.10 : Yükleme altındaki sürekli kiriş 41
Şekil 6.11 : Düğüm noktası deplasmanları 42
Şekil 6.12 : Sürekli kirişe ait T_7 tesir çizgisi 42
Şekil 6.13 : Yükleme altındaki sürekli kiriş 43
Şekil 6.14 : Düğüm noktası deplasmanları 44
Şekil 6.15 : Sürekli kirişe ait R_3 tesir çizgisi 44
Şekil 6.16 : Çerçeve sistem 45
Şekil 6.17 : Çerçeve sisteme ait düğüm noktası yükleri 45
Şekil 6.18 : Plastik Dönme Tesir Çizgisi. 46
Şekil 6.19 : Kare Plak Sonlu Elemanları ve geometrik karakterleri 47
Şekil 6.20 : 12 serbestlikli kare plak sonlu elemanı 47
Şekil 6.21 : 28 nolu elemanın d_1=1 deplasman yüklemesi altında M_{11} değeri 48
Şekil 6.22 : Eleman gerilme vektörü yüklemesi 50
Şekil 6.23 : 1 kN`luk yükleme altında kare plak tesir yüzey diyagramı 51
Şekil 6.24 : Gerilme vektörleri yükü altında sistem şekildeğiştirme diyagramı 51

Şekil 6.25 : L şeklinde kare plak, sonlu elemanları ve geometrik karakterleri 52
Şekil 6.26 : 26 nolu elemanın d_3=1 deplasman yüklemesi altında M_{11} değeri 53
Şekil 6.27 : Eleman gerilme vektörü yüklemesi 55
Şekil 6.28 : Gerilme vektörleri yükü altında sistem şekildeğiştirme diyagramı 56
Şekil 6.29 : 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatı 56
Şekil 6.30 : Gerilme vektörleri yükü altında sistem şekildeğiştirme diyagramı. 58
Şekil 6.31 : 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatı 58

TESİR ÇİZGİLERİNİN VE TESİR YÜZEYLERİNİN MEVCUT BİR YAPI ANALİZİ PROGRAMIYLA DOĞRUDAN ELDE EDİLMESİ

ÖZET

Bu çalışmada; farklı yapı sistemlerine ait tesir çizgisi ve tesir yüzeylerinin mevcut bir yapı analizi programıyla doğrudan elde edilmesi sağlanmıştır. Literatürde çeşitli yöntemlerle oluşturulmuş tesir çizgi ve tesir yüzeylerinin araştırıldığı örneklerin sonuçlarıyla, yapı analiz programı SAP 2000` den elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yöntemin geçerliliğinin ortaya konması açısından kafes sistemler, çerçeve sistemler ve plaklar olmak üzere çeşitli yapı sistemlerine ait örnekler seçilmiştir.

Çalışma yedi bölüm halinde incelenmiş olup ilk bölümde çalışmanın amacı ve literatürde çalışma ile ilgili bulunan diğer çalışmalar verilmiştir.

Çalışma kapsamındaki ikinci bölümde, yapının maruz kalabileceği yükler ölü ve hareketli yükler olarak iki alt kategoride incelenmiş olup, hareketli yüklerin çeşitleri hakkında bilgi verilmiştir.

Çalışma kapsamındaki üçüncü bölümde tesir çizgilerinin genel tanımı verilmiştir. Ayrıca tesir çizgilerinin yapı sistemlerinde uygulanışı ve tesir çizgilerinin özelliklerinden bahsedilmiştir. Ardından izostatik ve hiperstatik sistemlere ait tesir çizgilerinin belirlenmesi için yararlanılan yöntemler verilmiştir. Tesir çizgisi; genel tanımına göre; herhangi bir büyüklüğe ait fonksiyonun çizimi olmasından dolayı ilk başta fonksiyonlar ile çizim yöntemi açıklanmıştır. Tesir çizgilerinin şekillerinin pratik bir şekilde belirlenmesini sağlayan ve tez çalışmasında temel olarak alınan Muller-Breslau prensibi de bu bölüm kapsamında incelenmiştir. Hiperstatik sistemlerin temel analiz yöntemlerinden kuvvet ve deplasman yöntemleri, tesir çizgilerinin çiziminde hiperstatik sistem analizi yapılmasının gerekliliği nedeniyle açıklanmıştır ve sözkonusu yöntemler kullanılarak hiperstatik sistemlerin tesir çizgilerinin çizilme aşamaları verilmiştir.

Çalışmaya ait dördüncü bölümde tesir çizgileri ve yüzeylerinin çizilmesi için genel bir yöntem açıklanmıştır. Yöntemde klasik yapı sistem metodlarının aksine Muller-Breslau prensibini modern matris yöntemleri ve sonlu eleman denklemleri ile uygulayarak eleman yükleme matrisleri elde edilmiştir.

Beşinci bölümde, eleman yükleme matrisleri matris deplasman yöntemi ile verilen birim deplasman matrisinden çıkarılmıştır. Tesir çizgileri ve tesir yüzeylerini doğrudan elde etmek için çıkarılan denklemlerden birim deplasman matrisleri çubuk sistemlerde, gerilme matrisleri ise plak sistemlerde düğüm noktası yükü olarak sistemlere eklenmiştir. Tesir çizgilerinin ve tesir yüzeylerinin sözkonusu denklemlerle doğrudan belirlenmesinin piyasada yaygın olarak kullanılan yapı analizi programlarından biri ile yapılabileceği konusunda bilgi verilmiştir.

Altıncı bölümde literatürde daha önce tesir çizimlerinde kullanılan klasik yöntemlerle veya matris metodlarıyla çözülen örnekler ele alınmış ve yapı analizi için kullanılan SAP 2000 programı ile elde edilen sonuçlarla uyumluluğu incelenmiştir. Sayısal çözümleri elde etmek amacıyla analiz programında izlenen çözüm aşamaları doğrudan program çıktısı olarak sunulmuş ve yapılan kabuller açıklanmıştır.

Son bölümde sayısal sonuçlar irdelenmiştir ve çıkarılan sonuçlar açıklanmıştır.

DIRECT DETERMINATION OF INFLUENCE LINES AND SURFACES BY A STRUCTURAL ANALYSIS SOFTWARE

SUMMARY

Our goal in this study is to be able to determine influence lines and influence surfaces of various structural systems directly by using a commercial structural analysis software. The results of influnce lines and influence surfaces which were determined by various methods already in the literature; were compared with the results obtained by the use of SAP 2000 program. Various systems including trusses, frames, beams and plates were selected as examples in order to verify effectiveness of the method described in this thesis.

The study consists of seven chapters, the first of which summarizes the goal of this study together with a detailed literature survey on the thesis subject.

The second chapter is dedicated to investigating the two different types of loads structures may subjected to. Descriptions on the different types of live load were given.

General definition and characteristics of the influence lines as well as their applications were explained in the third chapter. Then, various methods for determination of the influence lines of determinate and indeterminate structures were given. Since influence lines, according to the general description; are diagrams of the response function, construction of influence lines by function method were explained at first. Muller-Breslau principle, which serves as basis of the study of this thesis, is also investigated as a method that helps to determine the shape of influence lines easily . Among the various analysis methods of indeterminate structures , force methods and displacements methods were used for the determination of influence lines and steps of the methods as well as the related equations were explained.

At fourth chapter, another general method of determination of influence lines and influence surfaces was presented. Unlike classical methods modern matrix methods such as finite element equations were used. Loading matrices were derived from governing equations of finite element method.

In the fifth chapter, element loading matrices were derived from unit displacement matrix by matrix displacement methods. Both unit displacement matrices at frame elements and stress matrices at shell elements were added as nodal loadings in order to obtain influence lines and surfaces directly. Using a commercial structural analysis software is practical in determining the influence lines and surfaces.

The sixth chapter consists of examples which were solved by classical methods and matrix methods used for obtaining influence lines in the literature and compatibility of the results of the structural analysis software was examined. Assumptions were explained in order to present numerical solutions, stages of solving at programme were presented by adding direct programme display to the figures of the study.

The conclusion chapter is devoted to evaluation of numerical results and outputs of the software together with presentation of the results.

1. GİRİŞ

Yapı sistemlerinin, işlevsel özelliklerini yerine getirdikleri ömürleri süresince uğrayacakları maksimum gerilme değerlerinin araştırılması, söz konusu yapı elemanlarının tasarımında büyük önem taşır. Dış kuvvet ve dış yükler etkisindeki bir yapıya ait gerilme şiddetleri yapı analizleri sonucu hesaplanan mesnet tepkilerinden, çubuk uç kuvvetlerinden ve eğilme momentlerinden belirlenebilir.

Yapının maruz kalabileceği yükler; güvenlik hesaplarında kullanılmalarından ve karmaşık sistemlerde analizleri kolaylaştırma açısından iki grup altında toplanabilirler.

Hareketli yükler altındaki özellikle karayolu köprüleri, demiryolu köprüleri başta olmak üzere birçok yapıda hareketli yüklerin oluşturduğu etkiler ile ilgili araştırmalar yapılmaktadır.

Günümüzde yaygın olarak kullanılan yapı analiz programları ile tasarım ve boyutlandırma çalışmaları kısa sürede ve istenen emniyet seviyelerinde yapılabilmektedir. Bu durum, hem akademik hem de profesyonel çalışmalarda tasarım ve sonuçları üzerinde daha çok araştırma yapılmasına imkan vermektedir.

1.1 Tezin Amacı ve Kapsamı

Çalışma kapsamında tesir çizgilerinin ve tesir yüzeylerinin mevcut bir yapı analizi programı kullanarak doğrudan elde edilmesi amaçlanmıştır. Herhangi bir sisteme ait moment, kesme kuvveti veya mesnet tepkisi tesir çizgilerinin ve tesir yüzeylerinin belirlenmesi için Muller-Breslau prensibini temel alan, sonlu eleman formülleri ile hesaplanan değerlerin programa girilmesi ve elde edilen değerlerin literatürde yer alan çalışmaların sonuçlarıyla uyumluluk göstermesi çalışmanın temel amacıdır. Böylece çalışmada ilk başta; yapı sistemlerinin maruz kaldığı dış etkilerden biri olan yükler açıklanmış ve hareketli yüklere bağlı çizilen tesir çizgilerinin genel tanımı ortaya konmuştur.

İzostatik ve hiperstatik sistemlere ait tesir çizgilerinin çizim yöntemlerinden, tesir çizgilerinin ve tesir yüzeylerinin doğrudan elde edilmesi için sonlu eleman denklemlerini kullanan genel bir yöntemden ve mevcut bir yapı analizi programıyla elde edilmesi için gereken hesaplamalardan bahsedilmiştir. SAP 2000 programı ile analizi yapılan sisteme ait elde edilen tesir çizgileri ve tesir yüzeyleri literatürde yer alan çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılarak yöntemin geçerliliği ve uygulanması araştırılmıştır.

1.2 Konu İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Tesir çizgilerini ve tesir yüzeylerini elde etmek için birçok klasik yöntem literatürde mevcuttur. Farklı konumlardaki birim dış yüklerin etkisi altında sistemi analiz etmek klasik yöntemler arasındadır. Bu gibi yöntemlerin zaman alması nedeniyle Muller-Breslau kuralına dayanan; izostatik ve hiperstatik sistemli yapılarda yapıya etki eden herhangi bir tepkinin tesir fonksiyonu, sisteme etki eden tepkinin yönünde uygulanan yer değiştirme sonucu elde edilen şekil değiştirme diyagramıyla doğru orantılı olduğu ile ilgili yöntem kullanılmıştır [1].

Tesir yüzey ordinatları için düğüm noktalarına rölatif deformasyon eklenerek, eşdeğer yük vektörü tanımlanmıştır [2]. Rölatif deformasyon ile herhangi bir tepki için birim deplasman, bir kesme kuvveti için bağıl birim deplasman, bir moment için birim dönme kastedilmiştir. Fakat bu metodun uygulanması için, elemanların kenarlarındaki ortalama şekil değiştirmelerden dolayı bir düzeltme vektörü oluşturulması gerekir. Ayrıca sayısal örnek çözümleri sonucu yöntem çözümünün doğruluğunun meshlerin büyüklüğüne bağlı olduğu anlaşılmıştır.

Muller-Breslau kuralına dayanan çerçeve ve kabuklarda da uygulanabilen bir algoritma geliştirilmiştir [3]. Örnek giriş datası ayrıca MSC/NASTRAN sonlu eleman kodları için de verilmiştir. Fakat bu yöntemde, giriş datasının revize edilmesi gerekir çünkü Muller-Breslau kuralına göre birim deplasman verebilmek için sistemde fazladan düğüm noktaları ve kısıtlamalar tanımlanması gerekir.

Adjoint yönteminde bitişik denklemler kullanılarak bitişik değişken eleman vektörü hesaplanır daha sonra da tesir çizgisi ordinatları denge denklemleri ile çözülerek elde edilir [4].

Birleşik değer vektörleri için bir düzeltme ortaya konmuştur [5]. Bu düzeltme sistemdeki serbestlik dereceleri yönünde bir tepki fonksiyonu araştırıldığında gereklidir.

Eleman yükleme matrisleri Betti Kuralına uygun olarak tanımlanmıştır ve sonlu eleman denklemleriyle tesir çizgi ve yüzeyleri doğrudan elde edilmiştir [6]. Mevcut sonlu eleman denklemleri kullanıldığı için herhangi bir yapı sistemine ait tesir çizgi ve yüzeyleri bu yöntemle elde edilebilmiştir.

Bu çalışma kapsamında da, çubuk ve plak sistemlerde tesir çizgi ve yüzeylerini elde etmek amacıyla inşaat mühendisliği alanında yaygın olarak kullanılan ve sonlu elemanlar yöntemi ile çözüm yapan bir yapı analiz programı yardımı ile çözümleme yapılmıştır [10]. Sistemlerde düğüm noktalarına birim deplasman ve birim gerilme matrisleri yüklenerek aranan büyüklüğe ait tesir çizgileri ve tesir yüzeyleri bulunmuştur. Böylece, çubuk sistemlerin ve yüzeysel taşıyıcı sistemlerin tesir çizgileri ve yüzeyleri sözkonusu programı yaygın olarak kullanan mühendisler tarafından da kolaylıkla ve hızlı bir şekilde elde edilebilecektir.

2. ÖLÜ VE HAREKETLİ YÜKLER

2.1 Ölü Yükler

Herhangi bir yapının ölü veya sabit yükleri, yapının kendi ağırlığından ve diğer tüm sabit büyüklükte olup hareket etmeyen, yapıya daimi olarak bağlı yüklerden oluşur. Ölü yükün, yapı elemanlarının boyutlandırılmasında kullanılmasına rağmen, yapı elemanlarının boyutlarının belirlenmesinden sonra ancak kesin olarak hesaplanabilir. Ölü yükün tahmini değerine göre yapı elemanları tasarlanır. Tüm yapı elemanlarının tasarımından ve mimari detayların da sonlandırılmasından sonra ölü yükün değeri kesin olarak hesaplanabilir. Hesaplanan ölü yükün değeri ilk baştaki tahmini değerle yaklaşık olarak aynı veya kısmen daha az ise yapı elemanlarının boyutlandırılması tamamlanır. Eğer tahmini ve hesaplanan ölü yük değerleri arasında büyük farklar mevcut ise boyutlandırmalar tekrarlanır. Boyutlandırılan her elemanın ağırlığı bir sonraki boyutlandırılacak elemanın ölü yükünün bir bölümünü oluşturur. Bu nedenle en uygun ve elverişli tasarım için, belirli bir sıra izlenerek yapı elemanları boyutlandırılır. Örneğin; bir karayolu köprüsü tasarımında öncelikle yol döşemesi ardından döşeme yüklerini taşıyan boyuna kirişleri ve bu kirişlerin yükünü ana kiriş ve kafeslere taşıyan döşeme kirişleri, son olarak da ana kiriş ve kafesler boyutlandırılır. Tüm boyutlandırmalar tamamlandıktan sonra yapının ölü yükü kesin olarak hesaplanabilir. Bu değere göre gerilme analizleri ve tasarım üzerine çalışmalar yapılır.

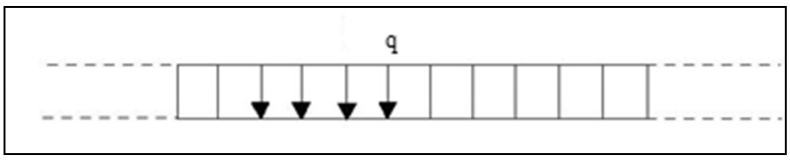
2.2 Hareketli Yükler

Yapı üzerinde; değerleri ve konumları aynı olan, ölü yüklerin aksine konumlarını değiştiren yükler hareketli yük olarak tanımlanır. Herhangi bir yapıya etkiyen hareketli yükler dört farklı grup altında toplanabilir.

2.2.1 1.tip hareketli yükler

Sistemin bir bölümüne ya da tümüne etkiyen, boyu değişken ve uzun zaman aralıklarında hareket eden düzgün yayılı yüklerdir. Bir binadaki eşya ve insan

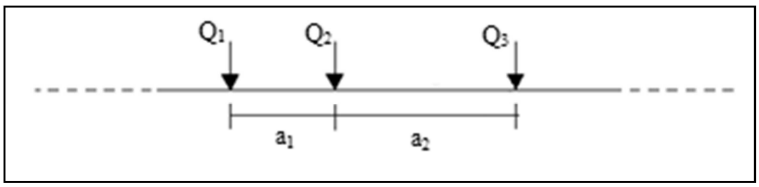
yükleri, bir ambarda depolanan malzemeler ve hafif araç yükleri 1.tip hareketli yük olarak tanımlanabilirler. Şekil 2.1`de 1.tip yük şiddeti gösterilmiştir.



Şekil 2.1 : 1.tip hareketli yük [7].

2.2.2 2.tip hareketli yükler

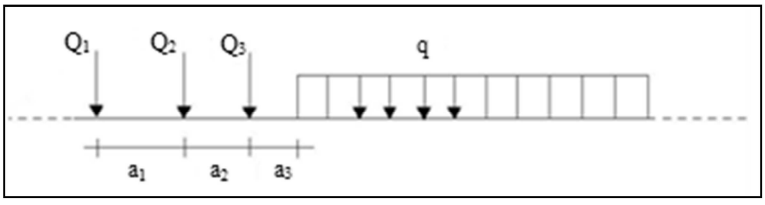
Sistem üzerinde şiddetleri ve ara uzaklıkları sabit kalacak şekilde hareket eden ve tekil yük grubundan oluşan yüklerdir. Bir köprü üzerindeki hafif araç yükleri, bir fabrika içinde kullanılan vinçler 2.tip hareketli yük olarak tanımlanabilirler. Şekil 2.2`de 2.tip yük şiddeti gösterilmiştir.



Şekil 2.2 : 2.tip hareketli yük [7].

2.2.3 3.tip hareketli yükler

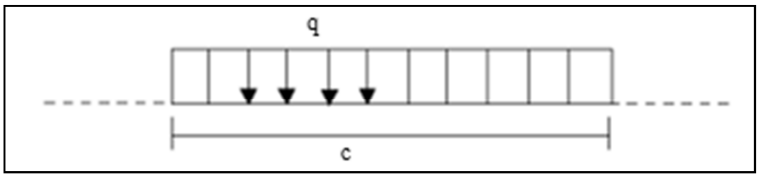
Sistem üzerinde şiddetleri ve ara uzaklıkları sabit kalacak şekilde hareket eden tekil yük grubu ile boyu değişken, düzgün yayılı yükten oluşan yüklerdir. Düzgün yayılı yük tekil kuvvet grubunun tek tarafında veya her iki yanında da bulunabilir. Kara yolu üzerindeki sıralı büyük araç ve küçük araç yükleri 3.tip hareketli yük olarak tanımlanabilir. Şekil 2.3`de 3.tip yük şiddeti gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : 3.tip hareketli yük [7].

2.2.4 4.tip hareketli yükler

Sistem üzerinde boyutları sabit olup hareket eden düzgün yayılı yüklerdir. Paletli iş makineleri 4.tip hareketli yük olarak tanımlanabilir. Şekil 2.4`de 4.tip yük şiddeti gösterilmiştir.



Şekil 2.4 : 4.tip hareketli yük [7].

Hareketli yükün konumu yapı üzerinde değişebilir. Bu nedenle her bir eleman, maksimum gerilmeye neden olan hareketli yükün konumuna göre tasarlanmalıdır. Farklı yapı elemanları maksimum gerilme değerlerine hareketli yükler farklı konumlarda iken ulaşabilir. Örneğin, herhangi bir taşıt aracı bir karayolu köprüsü üzerinden geçerken, aracın geçtiği konumlar değiştikçe köprünün kafes elemanlarındaki gerilmelerde değişiklik gösterir. Kafesin X elemanı maksimum gerilmeye araç köprü üzerinde bir A noktasında iken ulaşırken; kafesin başka bir Y elemanı ise maksimum gerilmeye araç köprü üzerindeki bir B noktasından geçerken ulaşabilir. Her bir yapı elemanının boyutlandırılması, elemanın maruz kalabileceği maksimum yük göz önüne alınarak yapılır [7].

3. TESİR ÇİZGİSİ KAVRAMI

Herhangi bir yapı kesitinde genel bir konum üzerinde bulunan tekil bir yük çeşitli etkilere neden olur. Eğilme momenti, kesme kuvveti, kesitte oluşan yer değiştirme veya herhangi bir mesnet tepkisi bu yükten meydana gelebilir. Yük kesit üzerinde hareket ettikçe geçtiği her noktadaki iç kuvvetlerde farklılık gösterir.

Bir yapı sisteminin herhangi bir bölümünün tasarım aşamasında, yapı ömrü süresince maruz kalacağı maksimum gerilmeye dayanabilecek yeterli kuvvete sahip olması göz önüne alınır. Maksimum gerilmeyi belirlemek için ise hareketli yüklerin toplam tasarım gerilmesine olan katılımının belirlenmesi gerekir. Seçilen yapı elemanında hareketli yükün oluşturduğu gerilmeler hareketli yükün konumuna göre değişiklik gösterir.

Hareketli yükün yapı üzerinde bulunduğu konumlardan daima biri yapının belirli bir bölümünde oluşan maksimum gerilmeye neden olur. Maksimum gerilmeler, yapı analizleri sonucu hesaplanan mesnet tepkilerinden, çubuk uç kuvvetlerinden, yapı kesitlerinin kesme kuvvetlerinden ve eğilme momentlerinden belirlenebilir.

Kesitlerdeki maksimum tasarım gerilmelerini hesaplamak için genellikle tesir çizgileri kullanılır. Tesir çizgisi, kesit açıklığı boyunca, uzaklık fonksiyonu olarak çizilen bir diyagram olup, ordinatı 1 kN’luk birim yükün yapının üzerinde hareket ettiğinde belirli bir noktada oluşan iç kuvveti, mesnet tepkisini veya yer değiştirmeyi verir.

Herhangi bir fonksiyon için çizilen tesir çizgisi, kesme kuvveti, normal kuvvet ve moment diyagramlarından farklıdır. Herhangi bir sistemin kesme kuvveti diyagramı uygulanan sabit yükler altında sistem üzerindeki her noktanın kesme kuvveti değerlerini verir. Ancak bir sistemin tesir çizgisi diyagramı birim yükün sistem üzerinde hareket etmesiyle sistem üzerindeki bir noktada oluşan kesme kuvveti değişimini verir.

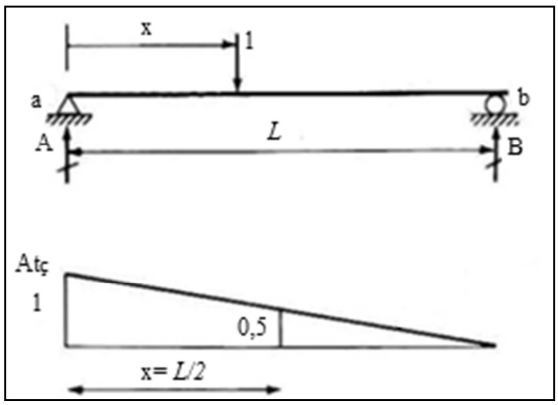
Bir tesir çizgisi oluşturulduğunda;

* Çizilen tesir çizgisinde herhangi bir kuvveti (kesme kuvveti, moment vs.) maksimize etmek için hareketli yükün yapı üzerinde nereye yerleştirileceği belirlenebilir.

* Hareketli yükün oluşturduğu, çizilen tesir çizgisi tarafından temsil edilen bir kuvvetin büyüklüğü hesaplanır.

3.1 Tesir Çizgisi Tanımı

Şekil 3.1' de gösterilen basit mesnetli bir kiriş üzerinde a dan b ye hareket eden 1 birimlik yük bulunmaktadır. 1 birimlik hareketli yükün oluşturduğu A`daki mesnet tepkisinin tesir çizgisi çizilecek olsun.



Şekil 3.1 : Basit mesnetli kiriş ve A noktasındaki mesnet tepkisi tesir çizgisi [8].

A noktasındaki mesnet tepkisini; tesir çizgisi tanımını esas alıp kiriş açıklığına bağlı bir fonksiyon olarak yazmak için, 1 birimlik yük A noktasından x kadar uzaklıkta iken B noktasına göre moment alınır. Böylece Denklem 3.1 elde edilir.

$$A = \frac{(L-x)(1)}{L} \qquad \textbf{(3.1)}$$

Burada A, tesir çizgisi çizilecek büyüklüğün fonksiyonunu gösterir. Denklem 3.1`de hareketli yükün bulunduğu x uzaklığına 0, L/2, L değerleri verilirse A' da ki mesnet tepkisi değerleri sırasıyla 1, 0,5 ve 0 olur. Bu değerler bir diyagram üzerine yerleştirildiğinde A' da ki mesnet tepkisinin tesir çizgisi çizilmiş olur.

Çizilen tesir çizgisindeki tüm ordinatlar A noktasındaki mesnet tepkisinin değerlerini temsil eder.1 birimlik yükün oluşturduğu A noktasındaki mesnet tepkisinin değerleri yükün bulunduğu konumun altına gelecek şekilde tesir çizgisi oluşturulur.

3.2 Tesir Çizgilerinin Genel Özellikleri

* Tesir çizgisi diyagramı; 1 birimlik yükün hareket ettiği açıklık boyunca ve hareketli yüke dik doğrultuda çizilir.

* Tesir çizgisi ordinatları seçilen bir işaret kuralına göre çizilirler, sisteme etkiyen tekil yük ile pozitif tesir ordinatları aynı yöndedir. Bu nedenle yatay elemanlara etkiyen ağırlık yükleri için çizilen tesir çizgileri aşağıya doğru pozitif olarak çizilir. Bazı kaynaklarda ise pozitif tesir çizgisi ordinatları yukarı doğru çizilir. Şekil 3.1' deki çizimde de pozitif tesir çizgisi ordinatı yukarı doğrudur.

* Eğer sistemdeki hareketli yükün ölçü birimi yoksa mesnet tepkisini temsil eden tesir çizgisi ordinatlarının da birimi yoktur. Eğer hareketli yük Newton, pound vb. gibi kuvvet birimlerine sahipse tesir çizgisi ordinatları da aynı kuvvet ölçü birimlerine sahiptir. Tesir çizgisi ordinatlarının ölçü birimleri uygulanan kuvvete başka bir kuvvet ölçüsü oranlandığında tesir ordinatları ölçüsüz olur ve genellikle tesir katsayısı adını alırlar [9].

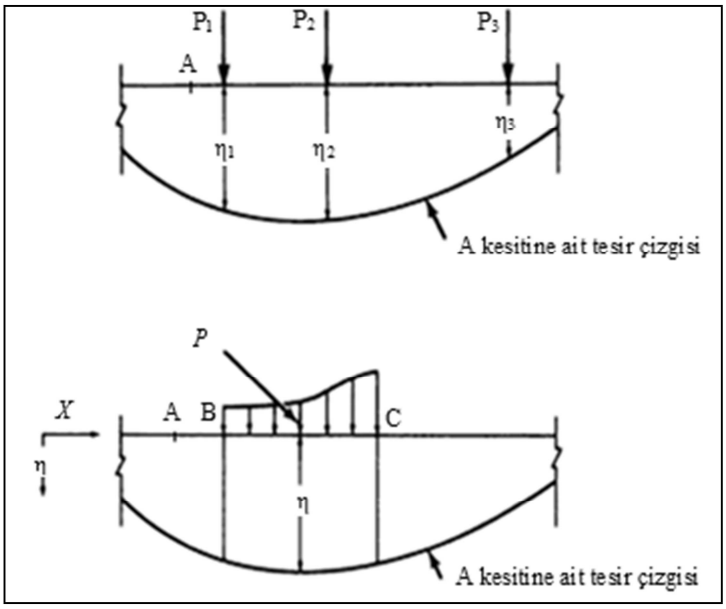
* Tesir çizgisi çizilecek büyüklükler (moment, kesme kuvveti, vb.) denge denklemleri ile mesnet tepkileri cinsinden yazılabilir. Bu nedenle önce mesnet tepkisi tesir çizgilerinin çizilmesi diğer büyüklüklerin çiziminde kolaylık sağlar.

3.3 Tesir Çizgilerinin Kullanılması

Tesir çizgileri verilen hareketli düşey yüklerin sisteme olan etkilerini saptamak için de kullanılabilir. Hareketli yükler yüzünden oluşan mesnet tepkilerinin veya iç kuvvetlerin maksimum değerleri hesaplanır.

Herhangi bir A kesitindeki bir kesit tesirine ait tesir çizgisini çizmek için; Şekil 3.2' de gösterildiği gibi birim tekil yükün sisteme etkidiği noktaların ordinatlarının A kesit zorunun değerleri olarak çizilmesi gerekir.

P değerleri sabit tekil yükleri, η değerleri tesir çizgisi ordinatını temsil eder.



Şekil 3.2 : A büyüklüğüne ait tesir çizgisi [1].

Verilen P_1,P_2-----,P_n sabit tekil yük grubu altında A'daki kesit zorunun büyüklüğü;

$$A = \eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + - - - - + \eta_n P_n \quad \textbf{(3.2)}$$

veya

$$A = \sum_{i=1}^{\eta} \eta_i P_i \quad \textbf{(3.3)}$$

ile hesaplanır.

Şekil 3.2`de verilen BC arasında tanımlı, *p* şiddetinde düzgün yayılı yük altında A'daki kesit zorunun büyüklüğü;

$$A = \int_B^C \eta p dx \quad \textbf{(3.4)}$$

ile hesaplanır. *p*` nin düzgün yayılı yükün şiddeti olmasından dolayı,

$$A = p \int_B^C \eta dx \quad \textbf{(3.5)}$$

şeklinde düzenlenebilir.

Denklem 3.5`te verilen integral, tesir çizgisi altında B ile C arasındaki alanı verir.

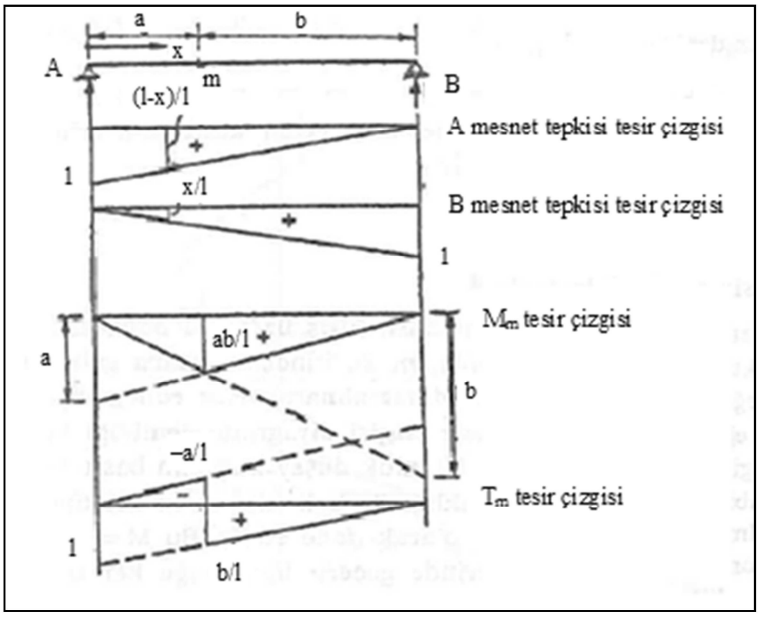
3.4 İzostatik Sistemlerin Tesir Çizgilerinin Çizim Yöntemleri

Denge denklemleri ile dış etkiler sonucu oluşan bütün mesnet tepkileri, kesit tesirleri, şekildeğiştirme ve yerdeğiştirmeleri hesaplanabilen sistemlere izostatik sistemler denir.

3.4.1 Fonksiyonlar ile mesnet tepkileri, momentler ve kesme kuvvetleri tesir çizgilerinin çizilmesi

Tesir çizgisi çizilmek istenen büyüklük sisteme uygulanan yükün konumuna bağlı olarak ifade edilir. Örneğin; sistem üzerindeki bir noktada hareketli birim yükten dolayı başka bir noktaya etki eden kesme kuvveti, moment veya normal kuvvetin konuma bağlı fonksiyonu yazılabilir.

Şekil 3.1`de verilen basit kirişte A mesnet tepkisinin x`e bağlı fonksiyonu $A_{tç}$ olarak çizilmiştir. Şekil 3.3`teki basit kiriş üzerinde 1 knluk yükün konumuna bağlı olarak, m kesitinde meydana gelen kesme kuvveti ve moment değerleri de x`e bağlı olarak yazılabilir.



Şekil 3.3 : A, B mesnet tepkisi ve m noktasındaki moment ve kesme kuvveti tesir çizgileri [7].

Sistem üzerindeki hareketli yük sabit bir noktadan x uzaklığına yerleştirilmiştir.

Sistem üzerinde tanımlanan $a \leq x \leq l$ bölgesi için, A ve B mesnet tepkileri sırasıyla;

$$A = \frac{(L-x)(1)}{L};\ \ B = \frac{x}{L}(1) \qquad \textbf{(3.6)}$$

olur.

Kesme kuvveti ve moment değerleri A ve B mesnet tepkilerine bağlı olarak yazıldığında;

$$T_m(x) = A = \frac{L-x}{L}\ ;\ M_m(x) = A = \frac{L-x}{L}.a \qquad \textbf{(3.7)}$$

elde edilir.

Sistem üzerinde tanımlanan $0 \leq x \leq a$ bölgesi için; A ve B mesnet tepkileri sırasıyla;

$$A = \frac{(L-x)(1)}{L};\ \ B = \frac{x}{L}(1) \qquad \textbf{(3.8)}$$

olur.

Kesme kuvveti ve moment değerleri A ve B mesnet tepkilerine bağlı olarak tekrar yazıldığında;

$$T_m(x) = -B = \frac{-x}{L}\quad ; M_m(x) = B.(l-a) = \frac{x}{L}(l-a) \qquad \textbf{(3.9)}$$

elde edilir.

Denklem 3.6, 3.7, 3.8 ve 3.9 ile verilen A ve B mesnet tepkileri ve m kesitindeki M_m ve T_m değerleri x`e bağlı olarak bulunmuştur. Bulunan $T_m(x)$ ve $M_m(x)$ fonksiyonları tanımlı oldukları bölgelerde çizildiğinde, Şekil 3.3` te gösterilen M_m ve T_m tesir çizgileri elde edilir [7].

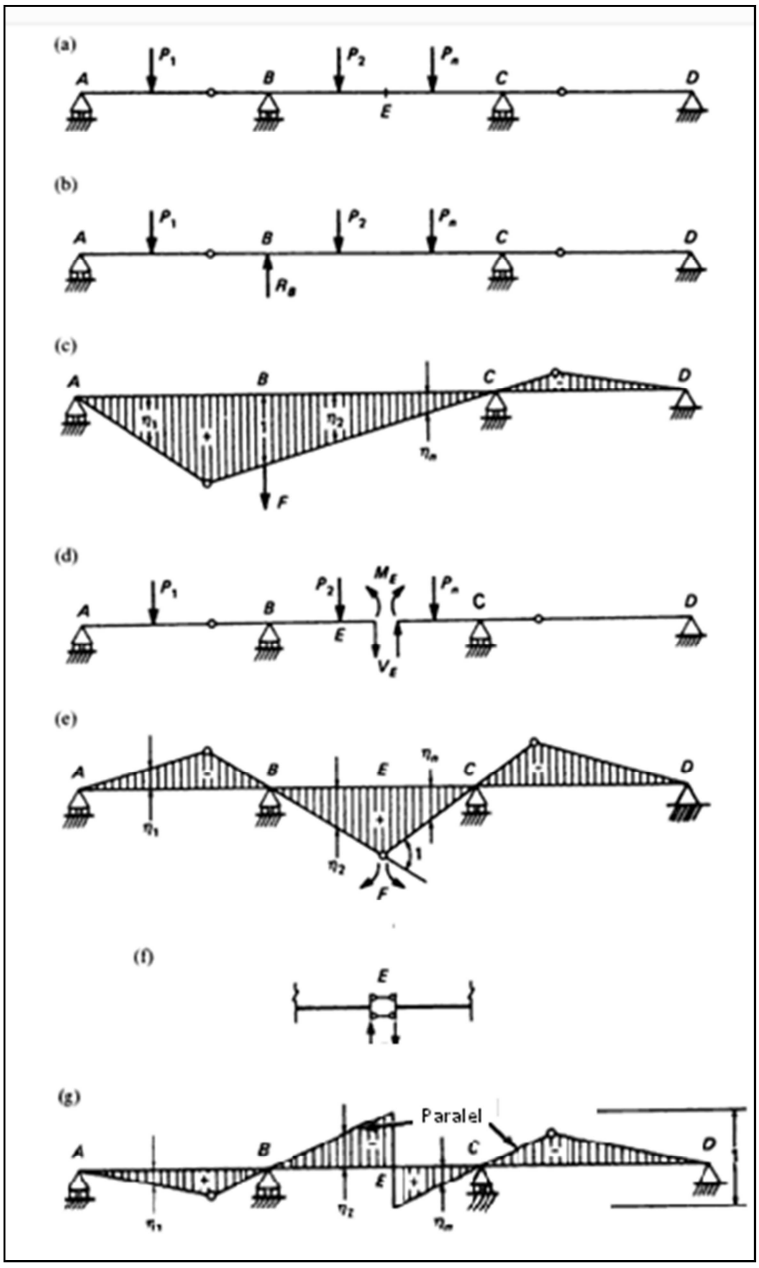
3.4.2 Muller-Breslau Prensibi ile izostatik sistemlerin tesir çizgilerinin çizilmesi

Muller-Breslau prensibi, izostatik sistemlerde ve hiperstatik sistemlerde farklı fonksiyonlar için tesir çizgilerini oluşturmaya yarayan alternatif yöntemlerden bir tanesidir.

Birim yükün yapı üzerinde farklı konumlarda hareket ederken oluşturduğu belli bir noktadaki herhangi bir moment veya kesme kuvveti fonksiyonlarının değeri, birim yükün olduğu konumdaki aşağı doğru eğilme eğrisinin ordinatıyla aynı değerdedir. Muller-Breslau prensibine göre; bu elastik eğrinin kuvvet uygulanan noktadaki ordinatı moment veya kesme kuvveti fonksiyonuna karşılık gelen direnci kaldırıp

yerine pozitif yönde birim deplasmana neden olacak bir kuvvet uygulayarak elde edilir.

Şekil 3.4`te sabit tekil yük grubunun etkidiği bir basit kirişin mesnet tepkileri ve iç kuvvet tesir çizgileri Muller-Breslau kuralı ile oluşturulabilir.



Şekil 3.4 : Basit kirişe ait mesnet ve iç kuvvet tesir çizgileri [1].

B noktasındaki mesnedi kaldırıp yerine B tepki kuvvetinin yerleştirilmesi ile Şekil 3.4b elde edilir. B noktasında birim deplasmana neden olacak bir F kuvveti uygulandığında kirişin şekil değiştirme diyagramı Şekil 3.4c`de gösterilmiştir.

Muller-Breslau prensibi Şekil 3.4a` da verilen kirişte bir takım büyüklüklere ait tesir çizgilerini oluşturmak için kullanıldığında öncelikle Betti teoremi baz alınır. Betti teoremine göre iki takım yük grubu etkitilen lineer elastik bir sistemde; ilk yük grubunun ikinci yük grubundaki yerdeğiştirmelerde yaptığı iş, ikinci yük grubunun ilk yük grubundaki yerdeğiştirmelerde yaptığı işe eşittir. Bu durumda Şekil 3.4b ve Şekil 3.4c'de verilen iki yük grubuna Betti teoremi uygulanırsa,

$$\eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + - - - - + \eta_n P_{n-1} - 1 \text{ x } R_B = F \text{ x } 0 \qquad \textbf{(3.10)}$$

elde edilir.

Denklem 3.10 ile Şekil 3.4b'deki yük grubunun Şekil 3.4c`deki yerdeğiştirmeler ile çarpımı, Şekil 3.4c'deki F kuvvetinin Şekil 3.4b'deki yerdeğiştirmeler ile çarpımına eşit olduğu gösterilmiştir. Ancak sistemin izostatik olmasından dolayı Şekil 3.4b`de herhangi bir yerdeğiştirme oluşmaz. Bu nedenle denklemde yerine 0 yazılır.

Denklem 3.10,

$$B = \sum_{i=1}^{n} n_i \ P_i \qquad \textbf{(3.11)}$$

şeklinde de yazılabilir.

Denklem 3.11 ile B'deki mesnet tepkisinin büyüklüğü elde edilir. Böylece Şekil 3.4a'da gösterilen B mesnet tepkisini kaldırıp, yerine bir birimlik yerdeğiştirmeye neden olacak ters yönde bir kuvvet etkitildiğinde B mesnet tepkisinin tesir çizgisi elde edilir.

Muller-Breslau prensibi Şekil 3.4d'deki bir sistem üzerinde seçilen bir E kesitindeki moment ve kesme kuvveti tesir çizgilerini oluşturmak içinde kullanılabilir.

E noktasındaki momenti kaldırmak için aynı noktaya mafsal yerleştirip, birim dönmeye neden olacak iki eşit ters yönlü F kuvveti E noktasına etkitilir. Şekil 3.4d ve Şekil 3.4e üzerinde Betti teoremi uygulanırsa,

$$\eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + - - - - + \eta_n P_{n-1} - 1 \text{ x } M_E = F \text{ x } 0 \qquad \textbf{(3.12)}$$

veya

$$M_E = \sum_{i=1}^{n} n_i \ P_i \qquad \textbf{(3.13)}$$

elde edilir.

Aynı şekilde E noktasına Şekil 3.4f`deki gibi birim yerdeğiştirmeye neden olacak kesme kuvvetleri uygulandığında;

$$\eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + - - - - + \eta_n P_{n-1} - 1 \text{ x } V_E = F \text{ x } 0 \qquad \textbf{(3.14)}$$

veya

$$V_E = \sum_{i=1}^{n} n_i \; P_i \qquad \textbf{(3.15)}$$

elde edilir.

Böylece Şekil 3.4e ve Şekil 3.4f'de gösterilen yerdeğiştirme diyagramları M_E ve V_E tesir çizgileridir.

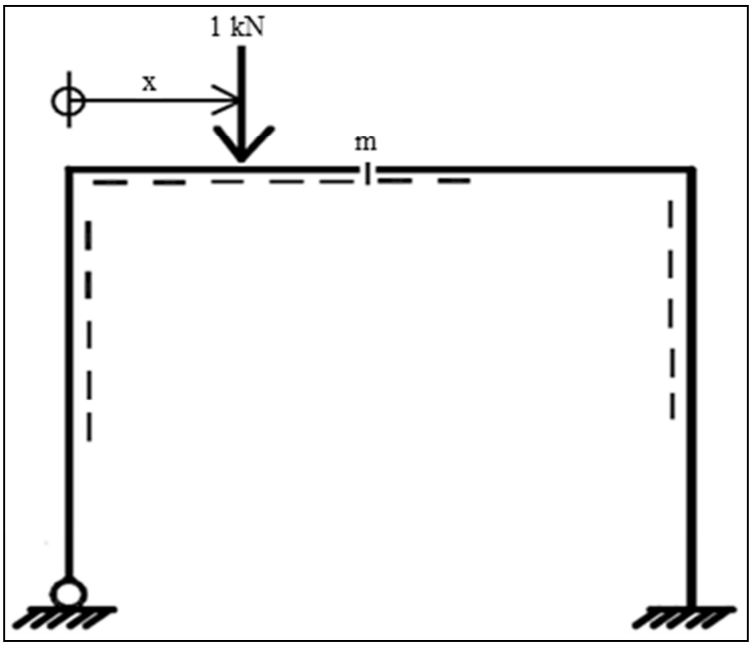
3.5 Hiperstatik Sistemlerin Tesir Çizgilerinin Çizimi

Sadece denge denklemlerinin, sisteme ait bütün iç kuvvetlerin, şekildeğiştirmelerin ve yerdeğiştirmelerin hesaplanması için yeterli olmadığı sistemlere hiperstatik sistemler denir.

Hareketli yük altındaki izostatik sistemlerin analiz yöntemleri hiperstatik sistemlerde de kullanabilir. Hareketli yükün davranışı altındaki sistemde, herhangi bir büyüklüğün yükün hareketine bağlı olarak değişimini veren grafikler tesir çizgileridir. Tesir çizgileri izostatik sistemlerde kritik ordinat değerleri arasında sadece lineer çizgilerden oluşurken, hiperstatik sistemli kiriş ve çerçevelerde ise eğri parçalarından oluşur.

3.5.1 Kuvvet yöntemi ile hiperstatik tesir çizgilerinin çizilmesi

Sistem üzerindeki bir kesite ait herhangi bir büyüklüğün (mesnet tepkisi, moment, kesme kuvveti vs.) tesir çizgisinin kuvvet yöntemi ile çizilebilmesi için önce hiperstatik bilinmeyenlerin tesir çizgileri çizilir. Tesir çizgisi çizilecek büyüklüğün tesir çizgisi hiperstatik bilinmeyenlerin tesir çizgileri cinsinden süperpozisyon ile elde edilir.



Şekil 3.5 : m kesiti verilen hiperstatik sistem.

Şekil 3.5 ile gösterilen hiperstatik sistemin herhangi bir m noktasında ki eğilme momenti, kesme kuvveti ve normal kuvvet tesir çizgileri;

$$M_m = (M_0)_m + \sum_{i=1}^{n} (M_i)_m (X_i)$$

$$N_m = (N_0)_m + \sum_{i=1}^{n} (N_i)_m (X_i) \qquad \textbf{(3.16)}$$

$$T_m = (T_0)_m + \sum_{i=1}^{n} (T_i)_m (X_i)$$

denklemleri ile elde edilir. Bu denklemlerde,

$(M_0)_m, (N_0)_m, (T_0)_m$ izostatik esas sistemde (m) kesitine ait eğilme momenti, normal kuvvet ve kesme kuvveti tesir çizgisini, $(M_i)_m, (N_i)_m, (T_i)_m$ i sayılı birim yüklemeye ait moment diyagramının (m) kesiti hizasındaki ordinatını, X_i i sayılı hiperstatik bilinmeyenin tesir çizgisini temsil eder.

$(M_0)_m$, 1 kN'luk yükten meydana gelen eğilme momenti diyagramını gösterir. Buradan izostatik esas sistemin tesir çizgisi elde edilmiş olur.

X_1, X_2, ------, X_n hiperstatik bilinmeyenleri;

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \text{------} + \delta_{1n}X_n + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \text{------} + \delta_{2n}X_n + \delta_{20} = 0 \qquad \textbf{(3.17)}$$

$$\begin{array}{cccc} - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{array}$$

$$\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \text{------} + \delta_{nn}X_n + \delta_{n0} = 0$$

süreklilik denklemleri ile elde edilir.

3.17 denklemlerindeki δ_{ij} katsayıları, hiperstatik sistemde elimine edilen kesit zorları yönündeki bir birimlik kuvvet veya moment yüklemelerinden oluşan çubuk uç deplasmanlarını göstermektedir.

δ_{ij} j yönünde birim kuvvet yüklemesi nedeniyle i yönünde oluşan deplasmanı temsil eder. Buna dayanarak δ_{ij} dış yüklere ve tesir çizgisinin çizilmesi hususunda bakılırsa, birim yükün konumuna bağlı değildir.

3.17 denklemlerindeki δ_{i0} katsayıları sisteme uygulanan yüklerin neden olduğu, elimine edilen kesit zorları yönünde ki deplasmanları temsil eder. Sisteme uygulanan yük 1 kN`luk düşey yük olduğu için yükün dolaştığı alandaki çubuk uç deplasmanlarının birim yükün konumuna bağlı oldukları görülür. Bu durumda δ_{i0} değerlerine ait tesir fonksiyonları yazılabilir.

Böylece X_1, X_2, ------, X_n hiperstatik bilinmeyenleri de δ_{i0} `in tesir çizgileri ile elde edilir.

Açık süreklilik denklemleri matris formunda;

$$[\delta]_{ij}\{X\} = -\{\delta_{i0}\} \qquad \textbf{(3.18)}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan;

$$\{X\} = -[\delta]_{ij}{}^{-1}\{\delta_{i0}\} \qquad \textbf{(3.19)}$$

Denklem 3.18` de, $\beta = -[\delta]_{ij}{}^{-1}$ matrisi yazılırsa,

$$\{X\} = [\beta]\{\delta_{i0}\} \qquad \textbf{(3.20)}$$

veya matris yerine açık yazılımı,

$$X_1 = \beta_{11}\delta_{10} + \beta_{12}\delta_{20} + \ldots\ldots\ldots + \beta_{1n}\delta_{n0}$$

$$X_2 = \beta_{21}\delta_{10} + \beta_{22}\delta_{20} + \ldots\ldots\ldots + \beta_{2n}\delta_{n0}$$

$$\text{-} \quad \text{-} \quad \text{-} \quad \text{-} \qquad \textbf{(3.21)}$$

$$\text{-} \quad \text{-} \quad \text{-} \quad \text{-}$$

$$X_n = \beta_{n1}\delta_{10} + \beta_{n2}\delta_{20} + \ldots\ldots\ldots + \beta_{nn}\delta_{n0}$$

elde edilir.

X_1, X_2, ------, X_n hiperstatik bilinmeyenlerinin tesir çizgileri de Denklem 3.21 ile belirlenmiş olur. Sonuç olarak Denklem 3.16` ya göre bilinmeyenlere ait tesir çizgilerinin belirlenmesi ile hiperstatik sistemde ki büyüklüklüklere (moment, kesme kuvveti vb.) ait tesir çizgileri de belirlenir.

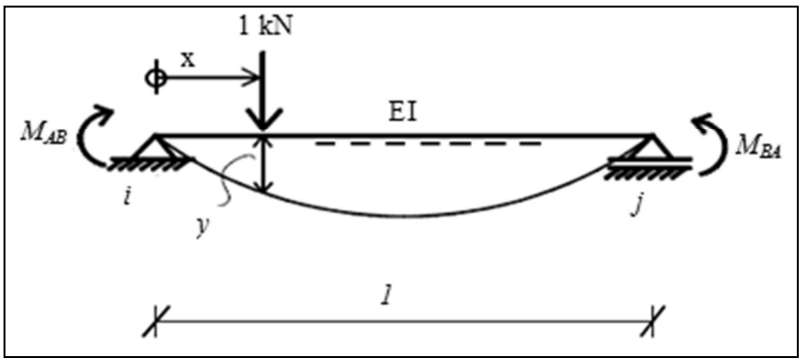
3.5.1.1 Hiperstatik bilinmeyenlere ait tesir çizgileri ordinatlarının elde edilmesi

Tesir çizgisi ordinatları elde edilecek Şekil 3.6`da verilen bir kirişin her iki ucundaki uç deplasmanlarının sıfır olması ve eğilme momenti diyagramının doğrusal olması durumunda tesir çizgisi ordinatları çubuğun uçlarındaki eğilme momentine bağlı olarak;

$$y = \frac{l^2}{6EI}[M_{AB}(2\varepsilon - 3\varepsilon^2 + \varepsilon^3) - M_{BA}(2\varepsilon - 3\varepsilon^2 + \varepsilon^3)] \qquad \textbf{(3.22)}$$

ile elde edilir.

Denklem 3.22`de; $\varepsilon = x/L$ olup, x; A noktasından aranan tesir çizgisi ordinatına kadar olan uzaklığı, l kirişin uzunluğunu, EI ise çubuğun eğilme rijitliğini gösterir.



Şekil 3.6 : Basit kirişe ait moment tesir çizgisi.

Tesir çizgisi çizilecek çubuğun uç deplasmanlarının sıfır olmaması durumunda tesir çizgisi ordinatlarını hesaplamak için önce Virtuel iş teoremi ile ;

$$\delta = \int M\ (\bar{M})_0\ \frac{ds}{EI} \qquad \textbf{(3.23)}$$

eşitliğinden çubuk uç deplasmanları elde edilir.

Burada M,

$$\mathrm{M} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{M_i}\beta_{\mathrm{ij}} \qquad \textbf{(3.24)}$$

şeklinde olup, süperpozisyonla hesaplanan ve birim deplasman yüklemesi durumuna karşı gelen eğilme momenti diyagramını,

$(\bar{M})_0$ ise seçilen izostatik esas sistemde, tesir çizgisi çizilecek çubuk ucuna yapılan birim yüklemeden meydana gelen eğilme momenti diyagramını göstermektedir.

Çubuk uçlarındaki doğrusal uç deplasmanlarının bulunması ile çubuk uçlarındaki çubuk uç deplasmanlarının sıfır olması durumundaki tesir çizgisi ordinatları ile toplanarak toplam tesir çizgisi ordinatları elde edilir.

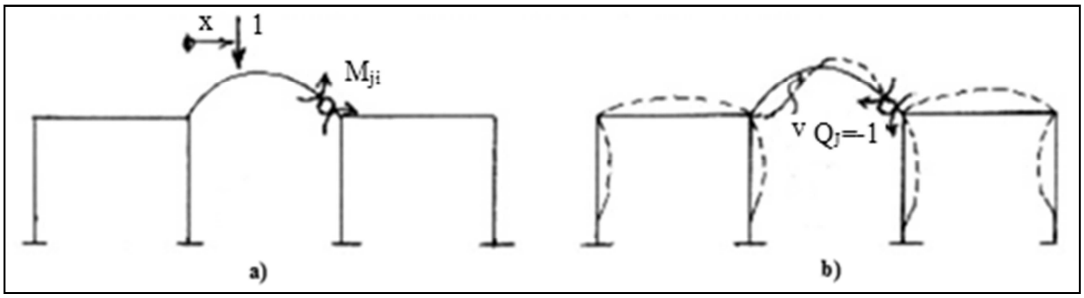
3.5.2 Açı yöntemi ile hiperstatik sistemlerin tesir çizgilerinin çizilmesi

Hiperstatik sistemlerin tesir çizgilerini çizmek için hiperstatik sistemlerin hesaplama metotlarından yararlanılır. Hiperstatik sistemlerin hesabında kullanılan deplasman yöntemlerinden biri olan açı yöntemine Muller-Breslau prensibi uygulanarak sistemin bir kesitindeki herhangi bir büyüklüğün tesir çizgileri bulunabilir.

Muller-Breslau prensibi izostatik ve hiperstatik sistemlerin tesir çizgilerinin şekillerini hızlı bir şekilde elde etmek için kullanılan bir yöntemdir. Muller-Breslau prensibine göre herhangi bir büyüklüğün tesir çizgisi, sistemde o büyüklüğü kaldıran bir kesim yapılması ve kesim yapılmış sisteme o büyüklüğe karşı gelen negatif birim bir yerdeğiştirmeye neden olacak bir etki sonucu, sistemin birim kuvvetin dolaştığı alandaki elastik eğrisinin bulunması ile elde edilebilir.

Açı yöntemi ile tesir çizgilerinin çiziminde çubuk uç deplasmanlarının birim değerlerine karşı gelen çubuk elastik eğrilerinin lineer kombinezonu ile başlangıçta çubuk uç kuvvetlerinin ve momentlerinin tesir çizgileri çizilir, daha sonra çubuk üzerindeki herhangi bir kesitteki kesit zoruna ait tesir çizgisi süperpozisyon prensibi kullanılarak elde edilir.

Şekil 3.7’de gösterilen sistemde i-j çubuğunun j ucundaki uç momenti tesir çizgisini elde etmek için, M_{ji} uç momentini kaldırıp i-j çubuğunun ucuna mafsal yerleştirilir. Bu mafsala birim bir rölatif dönme verilir ve bu etki altında sistemin elastik eğrisi çizilir. Çizilen elastik eğri aranan uç momenti tesir çizgisini verir. Betti karşıtlık teoremi uygulanarak sistemin elastik eğrisinin tesir çizgisine özdeş olduğu elde edilir.



Şekil 3.7 : Birim yük altında hiperstatik sisteme ait iki durum.

Sistemde herhangi bir yere birim dış yük yüklenip, Şekil 3.7a’da ki asıl sistemin çözümü yapılarak bulunan M_{ji} uç momenti mafsallı sisteme dış yük olarak etkitilirse, $\Delta\theta$=-1 rölatif dönme verilmiş sistem Şekil 3.7b’de ki gibi olur. Bu sistemde herhangi bir dış yük olmayıp mesnet tepkileri ile dengede bir iç kuvvet durumu olarak istenen koşul gerçekleşmiştir. Bu iki sistem üzerinde Betti teoremi uygulanırsa;

$$1 \times V = M_{ji}\,(-1) = 0 \qquad \textbf{(3.25)}$$

ve

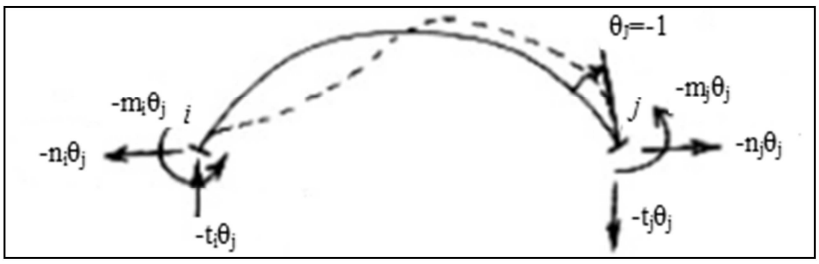
$$M_{ji} = V \qquad \textbf{(3.26)}$$

elde edilir.

Birim kuvvet farklı konumlar da iken, $\Delta\theta$=-1’ den dolayı oluşacak elastik eğrinin v ordinatları, aranan M_{ji} tesir çizgisinin ordinatları olacaktır.

Birim rölatif yerdeğiştirmeye karşı gelen sistem bilinmeyenleri Şekil 3.8`de verilmiştir. Şekil 3.8`deki i-j çubuğuna birim negatif uç deplasman verilmesi halinde oluşacak uç kuvvetleri, çubuğun birim deplasman sabitlerinin eksi işaretlisidir. Bu uç kuvvetleri ve uç momentleri açı yöntemi denklem takımına yükleme sabitleri olarak eklenip, denklem takımı çözülür ve bağımlı uç deplasmanları bağımsızlar cinsinden

ifade edilirse, birim yerdeğiştirme etkisi altında sistemde ki bütün elemanlarda oluşacak uç deplasmanları elde edilir.



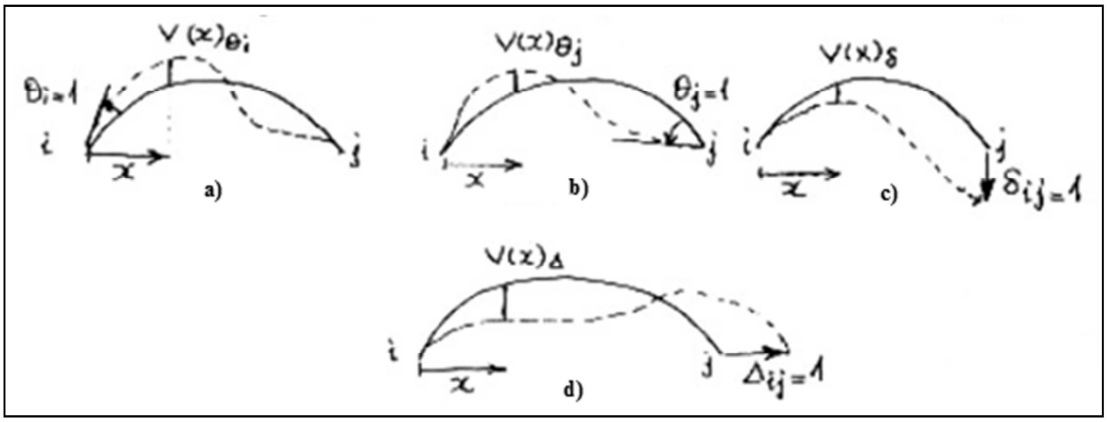
Şekil 3.8 : Birim yerdeğiştirme verilen çubuk.

Bu uç kuvvetleri ve uç momentleri açı yöntemi denklem takımına yükleme sabitleri olarak koyulur ve denklem takımı çözülür. Bağımlı uç deplasmanları bağımsızlar cinsinden ifade edilirse, bu etki nedeniyle bütün çubuklarda oluşacak uç deplasmanları belirlenmiş olur.

Uç deplasmanları belirlenen bir çubuğun elastik eğrisinin çizilmesi icin sozkonusu çubukta uç deplasmanlarının birim değerleri için çubuğun elastik eğrileri Şekil 3.8 `de gösterilmiştir. Böylece bir çubuğun rölatif deplasman matrisi;

$$\Delta = \begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \\ \Delta_{ij} \\ \delta_{ij} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.27)}$$

şeklinde de yazılabilir.



Şekil 3.9 : Birim yerdeğiştirmeler verilen çubuğa ait elastik eğriler.

Çubuk elastik eğrisinin x`e bağlı fonksiyonları belirli ise veya belirli aralıklardaki noktaların ordinatları o fonksiyonlara ait önceden hesaplanmış tablolardan alınırsa,

süperpozisyon prensibi ile genel bir uç deplasman durumu ve başlangıç V_i çökmesi için elastik eğri elde edilebilir. Şekil 3.9`da yer alan birim yerdeğiştirmeler ile,

$$V(x) = \theta_i V(x)_{\theta_i} + \theta_j V(x)_{\theta_j} + \delta_{ij} V(x)_{\delta} + \Delta_{ij} V(x)_{\Delta} + V_i \qquad \textbf{(3.28)}$$

denklemi elastik eğrinin fonksiyonu olarak elde edilir.

Doğru eksenli ve sabit enkesitli çubuklarda genellikle uç deplasmanı şekil fonksiyonları basit kübik fonksiyonlardır. Örneğin;

$$V(x)_{\theta i} = -x + \frac{2x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}$$

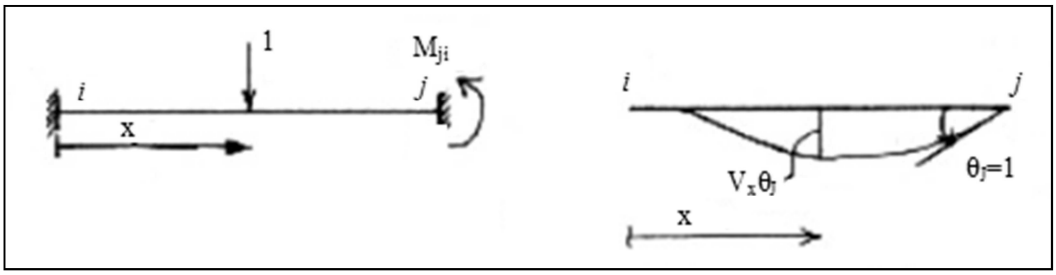
$$V(x)_{\theta j} = \frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2} \qquad \textbf{(3.29)}$$

$$V(x)_{\delta} = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}$$

$$V(x)_{\Delta} = 0$$

denklemleri elastik eğri fonksiyonlarıdır.

Doğru eksenli çubuklar ve parabolik kemerlerin çeşitli atalet momenti değişimleri için ise, bu çubuklara ait ankastrelik momenti tesir çizgileri tablolarından belirli aralıktaki konumlarda bulunan tekil kuvvetler için ankastrelik momentleri hesaplanabilmektedir.



Şekil 3.10 : Ankastre çubukta birim kuvvet yüklemesi ve çubuğun elastik eğrisi.

Sözkonusu tesir çizgisi tablolarında verilen ordinatlar ters işaretle birim uç dönmelerinden aynı noktalarda oluşan çökme ordinatlarına eşittir. Şekil 3.10`da verilen iki yük durumu için Betti teoremi uygulanırsa,

$$1 \text{ x } v(x)_{\theta j} + M_{ji}(x) \text{ x } 1 = 0 \qquad \textbf{(3.30)}$$

ve

$$M_{ji}(x) = -v(x)_{\theta j} \qquad \textbf{(3.31)}$$

elde edilir.

Buradan iki ucu ankastre çubukların birim tekil kuvvet altında, ankastrelik momenti tesir çizgisi ordinatlarının uç deplasmanı şekil fonksiyonu ordinatlarının ters işaretlisine eşit olduğu görülür.

M_{ij} ve M_{ji} uç kuvvetlerinin tesir çizgileri çizildikten sonra çubuk üzerinde herhangi bir kesite ait eğilme momenti tesir çizgisi çubuk denge denklemi;

$$M_m = M_{om} - \left(1 - \frac{x}{L}\right) M_{ij} + \frac{x}{L} M_{ji} + y \; x \; N_{ij} \qquad \textbf{(3.32)}$$

ile elde edilir. Buradan M_m tesir çizgisi uç kuvvetleri ve uç momentleri tesir çizgilerine ve aynı açıklıklı basit kirişin tesir çizgilerine bağlı olarak çizilebilir. Aynı şekilde kesme kuvveti ve normal kuvvete ait tesir çizgileri de uç kuvvetleri ve uç momentleri tesir çizgilerine bağlı olarak elde edilir.

4. TESİR ÇİZGİLERİNİN VE TESİR YÜZEYLERİNİN ÇİZİLMESİ İÇİN GENEL BİR YÖNTEM

İzostatik ve hiperstatik sistemlerin tesir çizgilerinin klasik yöntemler ile elde edilmesi haricinde, Muller-Breslau prensibinin sonlu elemanlar yönteminde uygulanması ile de sisteme ait herhangi bir büyüklüğün tesir çizgileri veya tesir yüzeyleri doğrudan belirlenebilir.

Bu yöntemde, klasik Muller-Breslau prensibini sonlu elemanlar yönteminde uygulamak için önce eleman yükleme matrisleri tanımlanır. Yükleme matrisleri; Betti karşıtlık teoremi ve sonlu elemanlar yönteminin ana denklemleri kullanılarak var olan eleman matrislerinden çıkarılır. Tesir çizgileri; fonksiyon yöntemi, kuvvet yöntemi ya da Muller-Breslau prensibini baz alarak deplasman yöntemlerinden açı yöntemindeki birim deplasman yüklemeleri yerine eleman yükleme matrisleri ile kolaylıkla elde edilebilir [6].

4.1 Çerçeve ve Kabuk Elemanların Düğüm Noktaları Deplasman Bileşenlerinin Tesir Fonksiyonu Ordinatları

Betti karşıtlık teoremine göre; lineer elastik kabul edilen bir sistemde herhangi bir deplasman bileşeninin tesir fonksiyonu ordinatı, söz konusu deplasman bileşenleri yönünde birim yükleme sonucu oluşan deplasman ordinatları ile elde edilir.

Çerçeve veya kabuk sistemler sonlu elemanlarına ayrılırsa **d** deplasman vektörü,

$$\mathbf{S\,d = q} \qquad \textbf{(4.1)}$$

ardışık denklemleri ile elde edilir. Denklem 4.1 ile elde edilen deplasman vektörü düğüm noktalarındaki tesir fonksiyon ordinatlarını ya da başka bir deyişle tesir katsayılarını temsil eder. Burada S, sistem rijitlik matrisini, q ise elemanın deplasman bileşeni yönünde 1 diğer yönlerde 0 olan sistem yük vektörünü temsil eder.

Denklem 4.1, elemanda tüm düğüm noktalarının deplasman bileşenlerinin tesir katsayıları için yazılırsa,

$$\mathbf{S\,D = Q} \qquad \textbf{(4.2)}$$

elde edilir. Burada D, her bir kolonu bağımsız uç deplasman bileşenlerinin tesir katsayılarından oluşan bir matrisi, Q ise her bir kolonu, söz konusu elemanın bağımsız uç deplasman bileşenleri yönünde ki birim yüklemelerden dolayı elde edilen q global yük vektörlerinden oluşan bir matrisi ifade eder.

Denklem 4.2`de S ve Q matrisleri elemanın düğüm noktaları ardarda gelecek şekilde tekrar düzenlenirse Q birim matrisi barındırır.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Elemanın düğüm noktası deplasman bileşenlerinin tesir katsayılarını belirlemek için oluşturulan eleman yükleme matrisleri R olarak adlandırılırsa;

$$\mathbf{R = I} \tag{4.4}$$

elde edilir.

4.2 Gerilme Bileşenlerinin Tesir Katsayılarının Elde Edilmesi İçin Eleman Yükleme Matrisleri

Eleman üzerindeki herhangi bir noktadaki gerilme bileşenlerinin tesir katsayıları, sonlu elemanlar yönteminin temel denklemleri ile düğüm noktası deplasman bileşenlerinin tesir katsayıları cinsinden elde edilebilir.

$$\boldsymbol{\sigma = E\ B\ D}, \tag{4.5}$$

Denklem (4.5)`de, $\boldsymbol{\sigma}$; eleman üzerinde belirli bir noktadaki gerilme bileşenlerinin tesir katsayılarını içeren matrisi,
E elemanın elastisite matrisini,
B lokal noktasal koordinatları cinsinden şekil fonksiyonlarının türevlerini,
D ise elemanda belirlenen düğüm noktalarının deplasman bileşenlerinin tesir katsayılarını içeren matrisi temsil eder.

G matrisini denklem [4.5] içine eklersek $\mathbf{G = E\ B}$ ` den

$$\boldsymbol{\sigma = G\ D} \tag{4.6}$$

veya

$$\boldsymbol{\sigma^T = D\ G^T} \tag{4.7}$$

elde edilir.

Burada G elemanın gerilme matrisini temsil etmektedir. Denklem 4.5 ile gerilme bileşenlerinin tesir katsayıları, düğüm noktası deplasman bileşenlerinin tesir katsayıları cinsinden matris çarpımıyla elde edilir. Ayrıca Denklem 4.7`de yükleme matrisi

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}\,\mathbf{G}^{\mathbf{T}} = \mathbf{G}^{\mathbf{T}} \qquad \textbf{(4.8)}$$

alındığında deplasman matrisi $\mathbf{D}\ \mathbf{G}^{\mathbf{T}}$ veya $\boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{T}}$ olarak Denklem 4.2 ve 4.7`de ki eleman üzerinde belirli noktalarda ki gerilme bileşenlerinin tesir katsayılarını ifade eder.

Bu durumda gerilme bileşenlerinin tesir katsayılarını elde etmek için, eleman gerilme matrisi **G**`nin transpozu eleman yükleme matrisi **R** olarak alınır. Ayrıca global yükleme matrisi **Q**`yu kurmak için eleman yükleme matrisi **R**` nin lokal eksenlerden sistemin global eksenine dönüştürülmesi gerekir. Herhangi bir gerilme bileşeninin tesir yüzey katsayılarının ayrı olarak belirlenmesi için $\mathbf{G}^{\mathbf{T}}$ matrisinin gerilme bileşenine karşılık gelen kolonu eleman yükleme vektörü r olarak alınmalıdır. Ancak ortalama gerilme bileşenlerinin tesir yüzey katsayılarının elde edilmesi için düğüm noktasında birleşen ortalama gerilme vektörleri birim yükleme durumu için sisteme beraber etkitilmelidir.

4.3 Deplasman ve Şekildeğiştirme Bileşenlerinin Tesir Katsayıları

Gerilme bileşenlerinin tesir katsayılarının belirlenmesinde olduğu gibi çubuk deplasman ve şekil değiştirme fonksiyonları bileşenlerinin tesir katsayıları da sonlu elemanlar denklemleri ile elde edilebilir.

Sonlu eleman denklemlerinde;

u yerdeğiştirmeleri;

$$\mathbf{u}^{\mathbf{T}} = \mathbf{D}\,\mathbf{N}^{\mathbf{T}} \qquad \textbf{(4.9)}$$

şeklinde elde edilir.

Şekildeğiştirme ile deplasmanlar arasındaki kinematik ilişki matris formunda,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\,\mathbf{u} \qquad \textbf{(4.10)}$$

olarak yazılabilir. Burada L lineer kinematik operatör olup iki boyutlu sistemde matris formunda,

$$L=\begin{bmatrix} \frac{\partial(\dots)}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial(\dots)}{\partial y} \\ \frac{\partial(\dots)}{\partial y} & \frac{\partial(\dots)}{\partial x} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(4.11)}$$

olarak yazılır.

Denklem 4.5`te verilen B`nin tanımına göre B= L. N olarak yazılırsa,

4.9, 4.10 ve 4.11 denklemleri kullanılarak,

$$\boldsymbol{\varepsilon^T = D\,B^T} \qquad \textbf{(4.12)}$$

elde edilir.

Denklem 4.9 ve Denklem 4.12`de; **u** eleman üzerinde belirli bir noktadaki deplasman bileşenlerinin tesir katsayılarını içeren matrisi, **ε** eleman üzerinde belirli bir noktadaki şekil değiştirme bileşenlerinin tesir katsayılarını içeren matrisi, **N** lokal nokta koordinatları cinsinden yazılan şekil fonksiyonlarını içeren matrisi temsil eder.

4.4 İç Kuvvetlerin Tesir Katsayılarının Elde Edilmesi İçin Eleman Yükleme Matrisleri

Çerçeve sistemlerde iç kuvvetlerin tesir katsayıları düğüm noktası deplasman bileşenleri cinsinden ,

$$\boldsymbol{P = K\,D} \qquad \textbf{(4.13)}$$

veya

$$\boldsymbol{P^T = D\,K^T} \qquad \textbf{(4.14)}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada; **P** çubuk elemanın iç kuvvetlerinin tesir katsayılarını içeren matrisi, **K** elemanın rijitlik matrisini, **D** ise düğüm noktası deplasman bileşenlerinin tesir katsayılarını içeren matrisi temsil eder.

Gerilme bileşenlerinin tesir katsayılarının elde edilmesi için tanımlanan **R** vektörü iç kuvvetlerin tesir katsayıları için sistem rijitlik matrisine tekabül eder. Eğer herhangi bir iç kuvvet katsayısı ayrı olarak hesaplanacaksa sistem iç kuvvet bileşenine karşılık

gelen rijitlik matrisinin tersi eleman yükleme vektörü **r** olarak sisteme yüklenir. Sözkonusu **r** yükleme vektörü literatürde adjoint yükleme vektörü olarak tanımlanır [6].

5. TESİR ÇİZGİLERİNİN VEYA YÜZEYLERİNİN SAP 2000 PROGRAMI İLE ELDE EDİLMESİ

Hareketli yüklere maruz kalan bir yapının deplasman ve iç kuvvet tesir fonksiyonlarının elde edilmesi mühendislik mekaniğinde önemli bir yere sahiptir. Yapının herhangi bir noktasının tesir fonksiyonu yapı üzerinde hareket eden birim dış kuvvetin oluşturduğu deplasman ve iç kuvvetlerin varyasyonunu temsil eder. Tesir fonksiyonu şekillerinin hızlı bir şekilde oluşturulması hareketli yüklerin meydana getirdiği tepkilerin maksimum ve minimum değerlerini saptamada büyük kolaylık sağlar.

Bölüm 4 kapsamında açıklanan yöntemde; Muller-Breslau prensibinin sonlu elemanlar denklemlerini kullanarak uygulanmasıyla tesir çizgilerinin doğrudan elde edilebileceği açıklanmıştır. Bu bölümde tez çalışması kapsamında; herhangi bir sisteme ait analizin yapılması ve tesir çizgisinin doğrudan elde edilmesi için kullanılan mevcut yapı analiz programı SAP 2000 ile hesaplanacaktır. Mevcut olan bu yapı analiz programı sonlu elemanlar yöntemi ile çözüm yaparak çeşitli yapıların analizini ve boyutlandırılmasını sağlar.

Şekil (5.1)`de verilen düzlemi içindeki kuvvetlerin etkisi altında bulunan düzlem bir çubukta uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının doğrultuları verilmiştir. i ve j düğüm noktalarındaki uç kuvvetlerine ait matrisler,

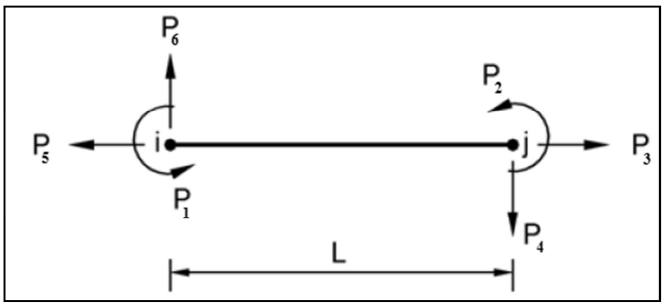
$$[P]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} \qquad [P]_i = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} \qquad [P] = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(5.1)}$$

şekillerinde gösterilebilir.

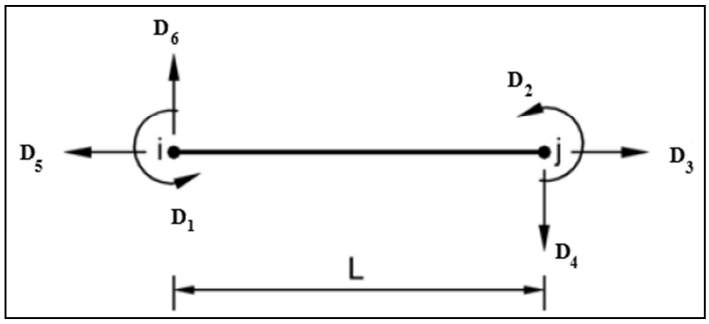
P_1,P_2,P_3,P_4,P_5,P_6 ankastrelik uç kuvvetleri ile aynı doğrultuda pozitif kabul edilen uç deplasmalarına ait matrisler,

$$[d]_i = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} \qquad [d]_j = \begin{bmatrix} D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} \qquad [d] = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

şekillerinde gösterilebilir.



Şekil 5.1 : Düzlem bir çubuğun uç kuvvetleri.



Şekil 5.2 : Düzlem bir çubuğun uç deplasmanları.

Şekil 5.1'de gösterilen çubuğun tüm uç kuvvetlerini uç deplasmanlarına bağlayan [k] birim deplasman matrisi Denklem (5.3) ile gösterilmiştir.

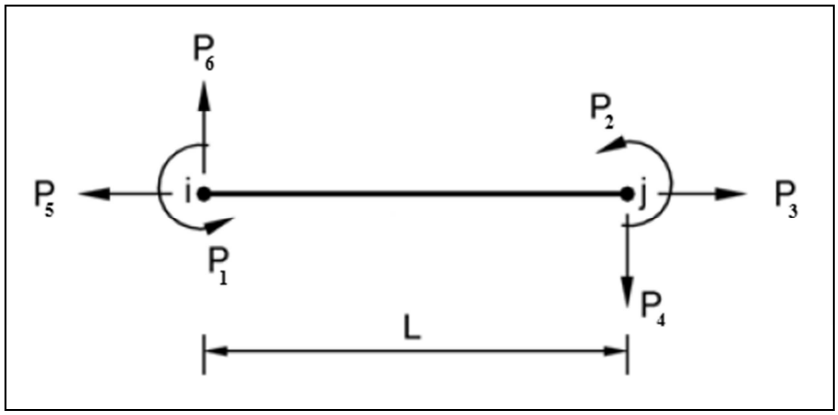
$$[K] = \begin{array}{c} \\ P_1: \\ P_2: \\ P_3: \\ P_4: \\ P_5: \\ P_6: \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} D_1{=}1 & D_2{=}1 & D_3{=}1 & D_4{=}1 & D_5{=}1 & D_6{=}1 \end{array} \\ \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \end{array} \tag{5.3}$$

[K] birim deplasman matris elemanları k_{11}, k_{12},-------,k_{66} olmak üzere birim deplasman sabitleridir. kij indisleri ile gösterilirse, J doğrultusundaki birim deplasmandan dolayı i doğrultusunda meydana gelen kuvveti göstermektedir.

Bu durumda birim deplasman sabitlerinden oluşan birim deplasman matrisinde satırlar sıra ile P_1, $P_{2,}$ $P_{3,}$ P_4, $P_{5,}$ P_6 uç kuvvetlerini göstermektedirler.

Kolonlarda da deplasman doğrultularından birine bir birim deplasman verilip diğerlerinin ise 0 olduğu kabul edilir. Böylece sıra ile ilk kolon D_1=1, D_2=0, D_3=0, D_4=0, D_5=0, D_6=0 uç deplasmanlarından meydana gelen P_1, $P_{2,}$ $P_{3,}$ P_4, $P_{5,}$ P_6 uç kuvvetlerini ve diğer kolonlarda sıra ile deplasman doğrultularından birine bir birim deplasman verip hesaplanan uç kuvvetlerini barındırır.

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EF}{L} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(5.4)}$$



Şekil 5.3 : Düzlem bir çubukta uç kuvvet doğrultuları.

$$[K] = \begin{array}{c} \begin{matrix} \underline{1} & \underline{5} & \underline{6} & \underline{2} & \underline{3} & \underline{4} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{EF}{L} & 0 & 0 & \frac{EF}{L} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} \\ \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{EF}{L} & 0 & 0 & \frac{EF}{L} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(5.5)}$$

Birim deplasman matrisinden elde edilen uç kuvvetleri birim deplasmanlar sonucu oluşan uç kuvvetleridir ve herhangi bir büyüklüğe ait tesir çizgisi o büyüklüğün olduğu noktaya ters yönde birim deplasman verilmesiyle elde edilir. Bu iki hususdan yola çıkarak aranan büyüklüğün olduğu noktada bir kesimle ters yönde bir birim

deplasman olduğunda meydana gelen uç kuvvetlerini sistemde seçilen sonlu elemana düğüm noktası yükü olarak etkittiğimizde aranan durum gerçekleşmiş olur.

Seçilen elemana yüklenen düğüm noktası yükleri altında sistem çözümlenirse sistemin şekil değiştirme diyagramı (elastik eğrisi) sözkonusu noktadaki büyüklüğe ait tesir çizgisini verir. Tesir çizgisi aranan büyüklük iç kuvvet moment veya mesnet tepkisi olabilir. Elde edilen sistem analizinden sonra hesaplanan iç kuvvet veya deplasmanların asıl değerleri hesaplanır. Sisteme baştan etkitilen düğüm noktası yüklerini sistem çözümlendikten sonra elde edilen uç kuvvetlerinden çıkartarak eleman üzerindeki asıl iç kuvvetleri elde edilir. Ayrıca uç kuvveti tesir çizgisi çizilecek çubuk elemanın uç kuvveti doğrultusundaki asıl deplasmanı, ters yönde verilen birim uç deplasmanı ile sistemin SAP 2000 ile analizinden sonra hesaplanan aynı doğrultudaki uç deplasmanının toplanması ile elde edilir.

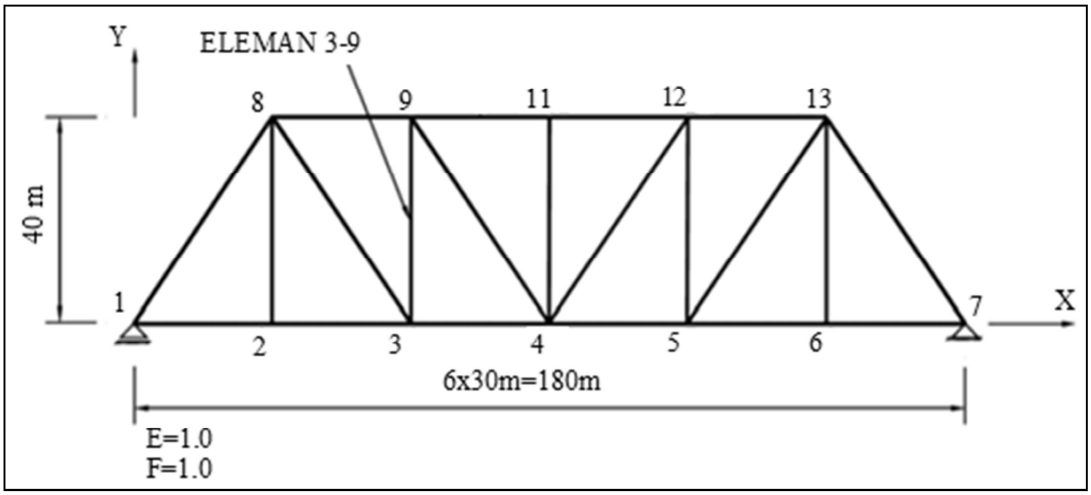
Sonlu eleman bir çerçeve veya kafes sisteme ait olduğunda sistemdeki elemanlara uç kuvvetleri düğüm noktası yükü olarak etkitilir. Sonlu eleman iki boyutlu bir kabuğa ait ise düğüm noktalarına gerilme matrisleri yüklenir.

6. SAYISAL ÇÖZÜMLER

Bu bölümde literatürde örneklenen çeşitli çerçeve ve kabuk sistemlere ait tesir çizgi ve yüzeyleri elde edilmiş ve bulunan sonuçlar üzerinde karşılaştırma yapılmıştır.

6.1 Düzlem Kafes Sistemde İç Kuvvet Tesir Çizgisi

Şekil 6.1`deki düzlem kafes sistem örneği literatürde yer alan çalışmalardan alınmıştır [3]-[4]. Verilen düzlem kafes üzerinde 3-9 çubuğuna ait normal kuvvet tesir çizgisi araştırılmıştır.

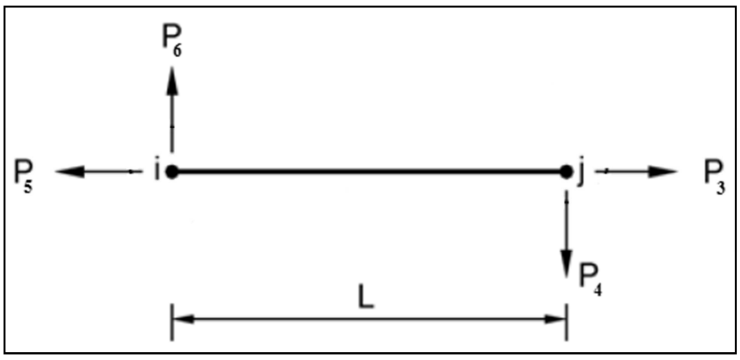


Şekil 6.1: Düzlem Kafes Sistemi [6].

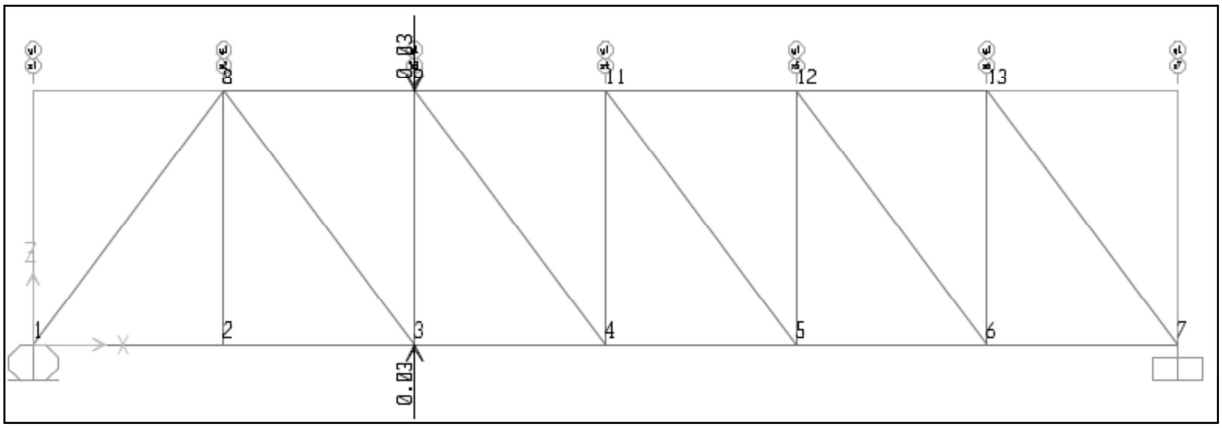
Çubuk eleman 3-9`a düğüm noktası yükü olarak yüklenecek kuvvetler, birim deplasman matrisi Denklem 6.1`deki P_3 yönünde bir birim deplasman verildiğinde oluşacak uç kuvvetlerinin ters işaretlisi olarak yüklenecektir. Yükleme matrisi ve sayısal değerleri Denklem 6.2 ile verilmiştir.

$$K = \begin{matrix} P_5 & P_6 & P_3 & P_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} & 0 & \frac{EF}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EF}{L} & 0 & \frac{EF}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(6.1)}$$

$$\begin{matrix} P_5 \\ P_6 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix} K = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L} \\ 0 \\ \frac{EF}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.025 \\ 0 \\ 0.025 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(6.2)}$$



Şekil 6.2 : 3-9 Çubuğuna ait uç kuvvetleri



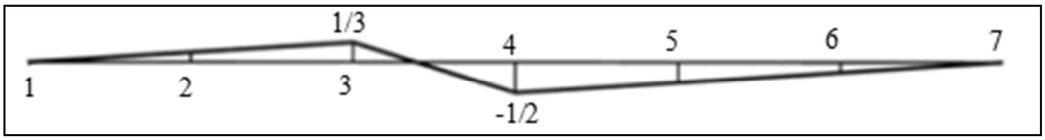
Şekil 6.3 : Yükleme altındaki düzlem kafes sistem [10].

Şekil 6.3, Denklem 6.2`de ki yükleme matrisinin sisteme etkitilmesini göstermektedir. Yükleme altındaki sistem analizi yapıldığında düğüm noktası tesir ordinatları program çizelge gösterimi olarak Şekil 6.4`te verilmiştir.

Sistem analizi ile elde edilen 3-9 çubuğundaki normal kuvvete ait tesir ordinatları literatürde yer alan çalışmada elde edilen Şekil 6.5`teki tesir çizgisi ile eşdeğerdir [2].

Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
1	DEAD	LinStatic	-7.637E-16	0	0.000	0	0	0
2	DEAD	LinStatic	-7.008E-16	0	0.167	0	0	0
3	DEAD	LinStatic	-6.176E-16	0	0.333	0	0	0
4	DEAD	LinStatic	-4.441E-16	0	-0.500	0	0	0
5	DEAD	LinStatic	-2.429E-16	0	-0.333	0	0	0
6	DEAD	LinStatic	-6.939E-17	0	-0.167	0	0	0
7	DEAD	LinStatic	0	0	0.000	0	0	0

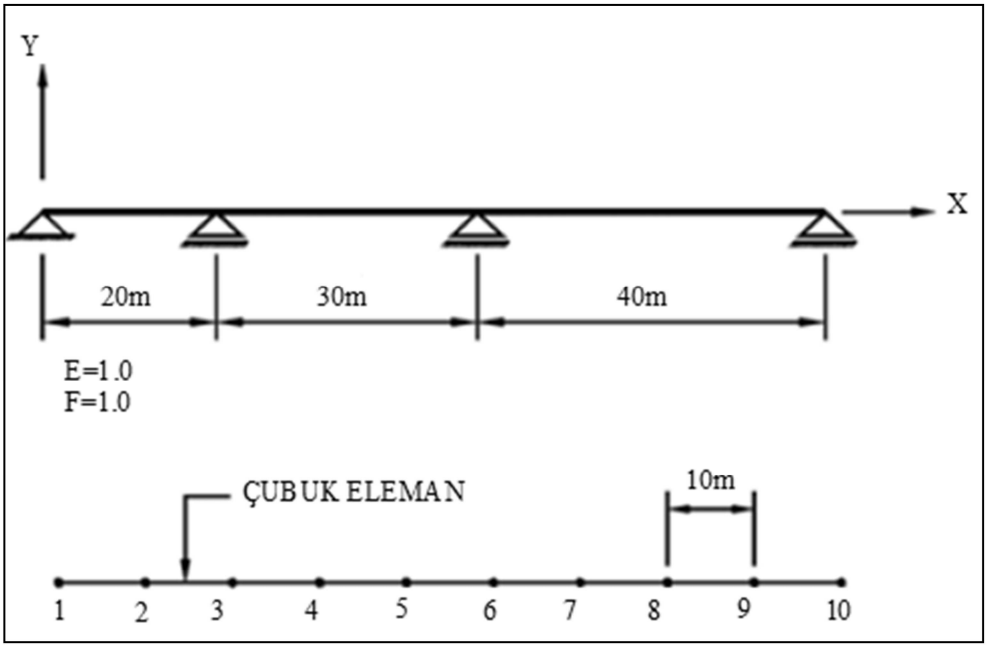
Şekil 6.4 : Düğüm noktası deplasmanları [10].



Şekil 6.5 : Çubuk 3-9`a ait normal kuvvet tesir çizgisi [6].

6.2 Üç Açıklıklı Sürekli Kirişte İç Kuvvet Ve Mesnet Tepkisi Tesir Çizgisi

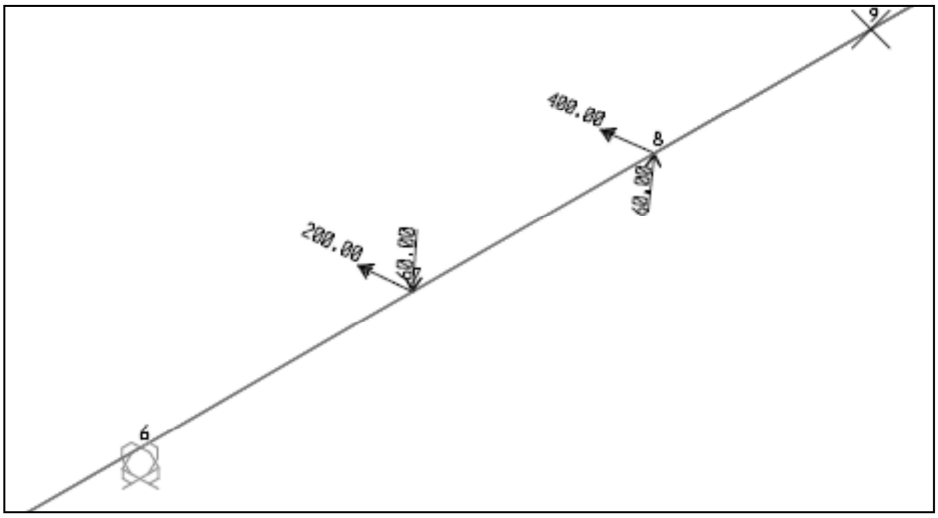
Literatürde yer alan bir çalışmada incelenen sürekli kiriş örneği Şekil 6.6`da verilmiştir [3]. Verilen örnekte $M_{8,}$ T_7 ve R_3 tesir çizgileri araştırılmıştır.



Şekil 6.6: Sonlu çubuk elemanlarına ayrılmış sürekli kiriş [6].

M8 tesir çizgisini elde etmek için Denklem 5.4`te ki birim deplasman matrisinde P2`ye ait kolon Denklem 6.3`te verilmiş olup, 7-8 çubuğu düğüm noktalarına yükleme vektörünün ters işaretlisi olarak Şekil 6.6`daki doğrultularda yüklenir.

$$\begin{matrix} P_1 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix} \quad K = \begin{bmatrix} \frac{2EI}{L} \\ 0 \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{4EI}{L} \\ 0 \\ \frac{6EI}{L^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 \\ 0 \\ 60 \\ 40 \\ 0 \\ 60 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(6.3)}$$

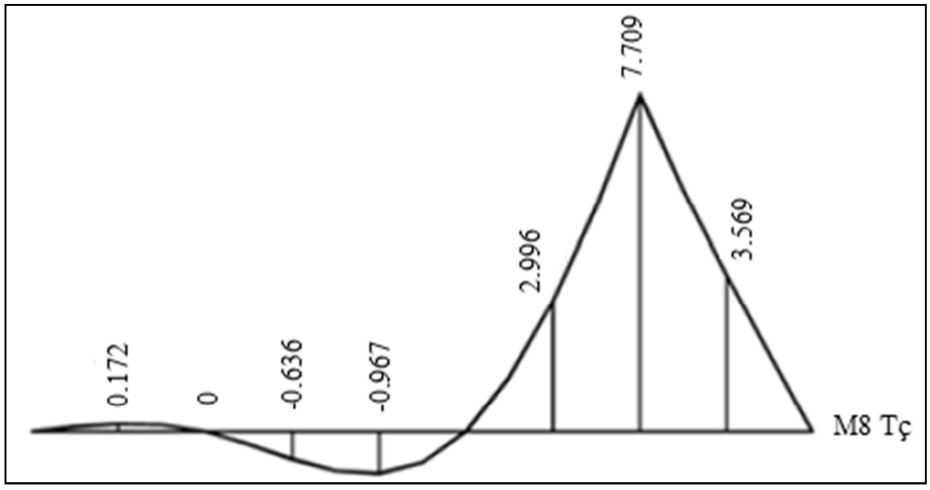


Şekil 6.7: Yükleme altındaki sürekli kiriş [10].

Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
1	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.023	0.000
2	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.172	0.000	-0.006	0.000
3	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	0.046	0.000
4	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	-0.636	0.000	0.065	0.000
5	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	-0.967	0.000	-0.015	0.000
6	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.195	0.000
7	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	2.996	0.000	-0.395	0.000
8	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	7.710	0.000	0.462	0.000
9	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	3.569	0.000	0.376	0.000
10	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	0.347	0.000

Şekil 6.8: Düğüm noktası deplasmanları [10].

Üç açıklıklı sürekli kirişe ait sistemin düğüm noktası yükleri altında SAP 2000 ile analizinden sonra elde edilen tesir ordinatları Şekil 6.8`de verilmiştir. [4] çalışmasından alınan Şekil 6.9`da verilmiş 8 noktasındaki momente ait tesir çizgisi ile yapı analizi ardından bulunan sonuçlar uyumluluk göstermiştir.

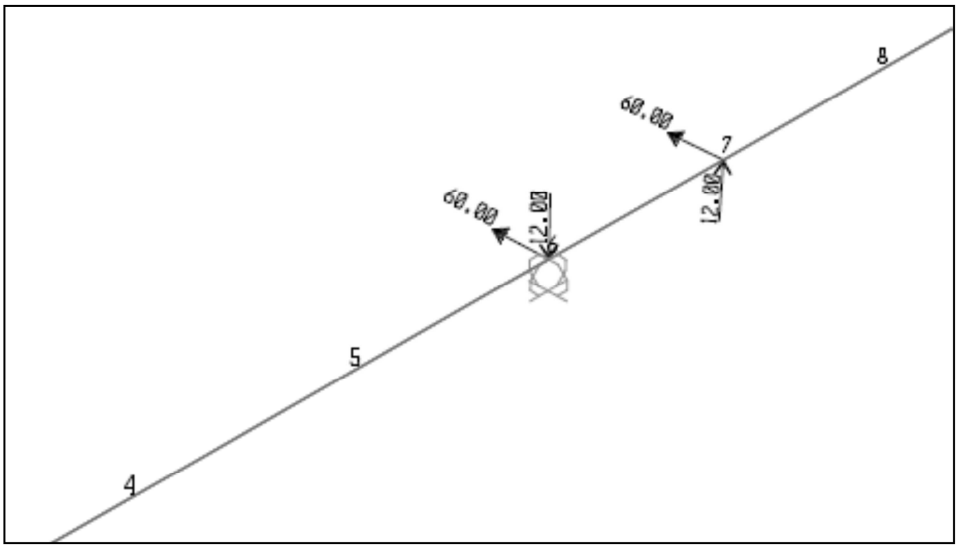


Şekil 6.9: Sürekli kirişe ait M_8 tesir çizgisi [10].

T7 kesme kuvveti tesir çizgisini elde etmek için Denklem 5.4`teki birim deplasman matrisinde P4`e ait kolon Denklem 6.3`te verilmiş olup, 6-7 çubuğu düğüm noktalarına yükleme vektörünün ters işaretlisi olarak Şekil 6.9`daki gibi yüklenir.

$$\begin{matrix} P_1 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix} \quad K = \begin{bmatrix} \frac{6EI}{L^2} \\ 0 \\ \frac{12EI}{L^3} \\ \frac{6EI}{L^2} \\ 0 \\ \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \\ 12 \\ 60 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(6.4)}$$

Üç açıklıklı sürekli kirişe ait sistemin düğüm noktası yükleri altında SAP 2000 ile analizinden sonra elde edilen tesir ordinatları Şekil 6.11`de verilmiştir.



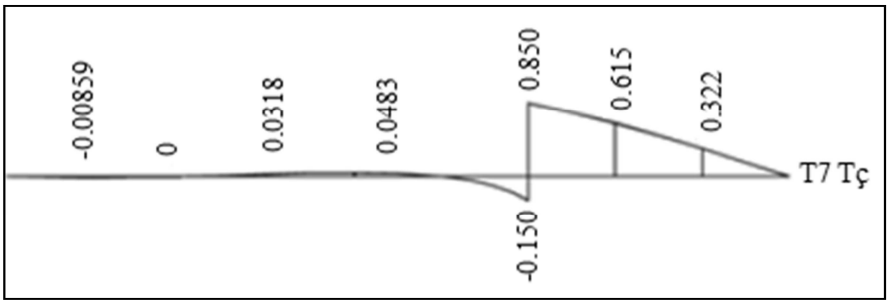
Şekil 6.10: Yükleme altındaki sürekli kiriş [10].

Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
						Radians	Radians	Radians
Text	Text	Text	m	m	m			
1	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
2	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.009	0.000	0.000	0.000
3	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	0.000
4	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.032	0.000	-0.003	0.000
5	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.048	0.000	0.001	0.000
6	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	0.010	0.000
7	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.850	0.000	0.020	0.000
8	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.615	0.000	0.027	0.000
9	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.322	0.000	0.031	0.000
10	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	0.033	0.000

Şekil 6.11: Düğüm noktası deplasmanları [10].

Literatürde yer alan çalışmadan alınan Şekil 6.12`de verilmiş 7 noktasındaki kesme kuvvetine ait tesir çizgisi ile bulunan sonuçlar uyumluluk göstermiştir [5]. Ancak yükleme matrisi birim düşey deplasmana karşılık geldiği için, 7 düğüm noktasındaki asıl düşey deplasman ters yönde verilen birim uç deplasmanla bulunan düşey deplasmanın toplamıyla elde edilir. Böylece analiz sonucu 7 düğüm noktasında 0,850 çıkan deplasman Denklem 6.5 ile elde edilir.

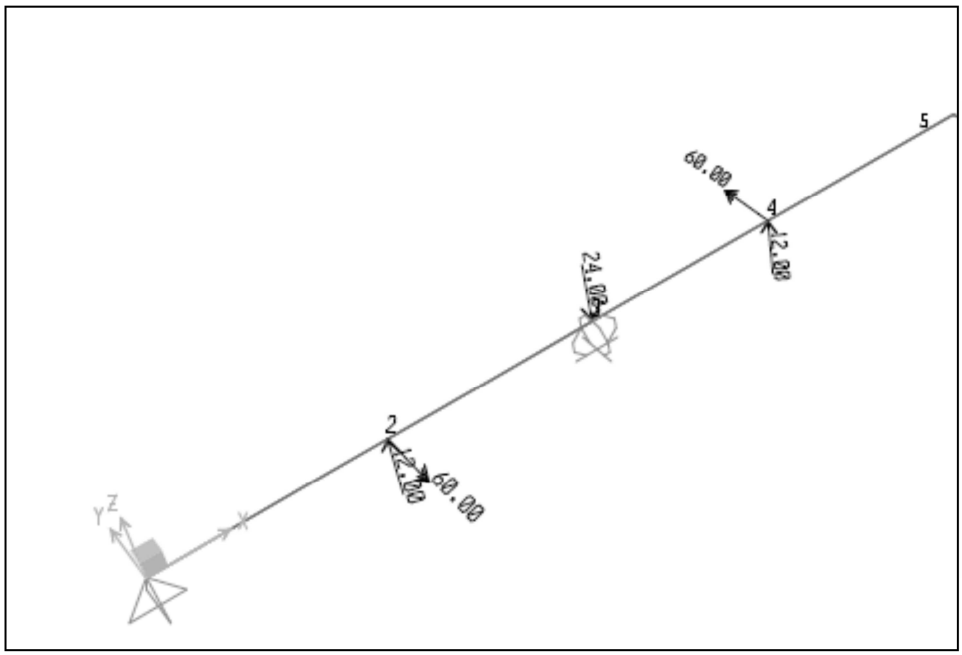
$$0.850-1=-0.150 \qquad \textbf{(6.5)}$$



Şekil 6.12: Sürekli kirişe ait T_7 tesir çizgisi [6].

R3 mesnet tepkisine ait tesir çizgisi 2-3 çubuğuna ait kesme kuvveti ile 3-4 çubuğuna ait kesme kuvveti farkı ile elde edilir. Bu nedenle sistemde 2-3 çubuğunun kesme kuvvetini Denklem 5.4`te ki birim deplasman matrisinde P4`e ait kolon, 3-4 çubuğunun kesme kuvvetini Denklem 5.4`te ki birim deplasman matrisinde P6`ya ait kolon, yükleme vektörleri olarak alınır.

$$\begin{matrix} & \text{P4} & \text{P6} \\ \text{P}_1 & & \\ \text{P}_5 & & \\ \text{P}_6 & & \\ \text{P}_2 & & \\ \text{P}_3 & & \\ \text{P}_4 & & \end{matrix} \quad \text{K} = \begin{bmatrix} \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & 60 \\ 0 & 0 \\ 12 & 12 \\ 60 & 60 \\ 0 & 0 \\ 12 & 12 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(6.6)}$$

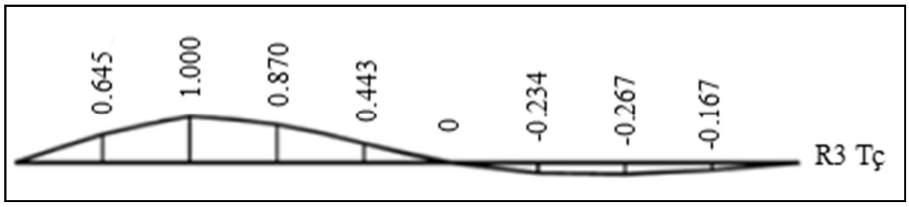


Şekil 6.13: Yükleme altındaki sürekli kiriş [10].

Üç açıklıklı sürekli kirişe ait sistemin düğüm noktası yükleri altında SAP 2000 ile analizinden sonra elde edilen tesir ordinatları Çizelge 6.4`te verilmiştir. $R_3$`e ait tesir çizgisi. Literatürde yer alan çalışmadan alınan Şekil 6.6`da verilmiş 3 noktasındaki mesnet tepkisine ait tesir çizgisi ile bulunan sonuçlar uyumluluk göstermiştir [5]. Ancak sistem analiz edildikten sonra 3 noktasında mesnet olduğundan dolayı deplasman 0 olarak hesaplanmıştır. 3 noktasına ait asıl tesir ordinatı sisteme ilk başta verilen birim deplasmanla toplandığında elde edilir. Böylece Şekil 6.15`de gösterildiği gibi 3. düğüm noktasına ait tesir ordinatı 1 olur.

Joint	OutputCase	CaseType	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
1	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.069	0.000
2	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.645	0.000	-0.055	0.000
3	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.011	0.000
4	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.870	0.000	0.033	0.000
5	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.443	0.000	0.048	0.000
6	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	0.036	0.000
7	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	-0.234	0.000	0.012	0.000
8	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	-0.267	0.000	-0.004	0.000
9	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	-0.167	0.000	-0.014	0.000
10	DEAD	LinStatic	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.018	0.000

Şekil 6.14: Düğüm noktası deplasmanları [10].



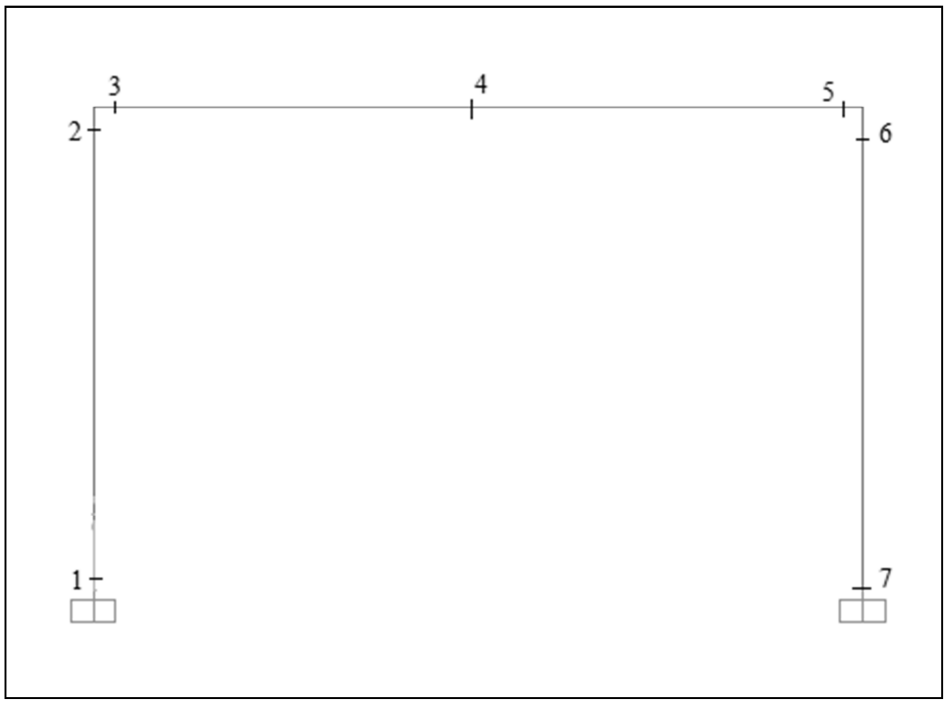
Şekil 6.15: Sürekli kirişe ait R_3 tesir çizgisi [6].

6.3 Hiperstatik Çerçeve Sistemde Plastik Dönme (θ_p) Tesir Çizgisi

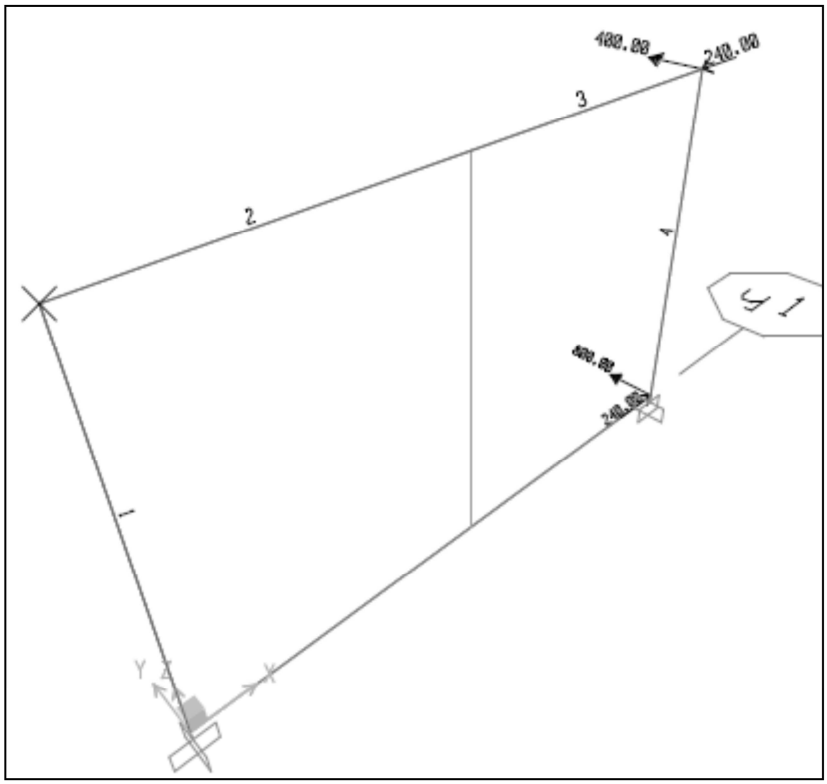
Literatürde örneklenen bir çerçeve sistem üzerindeki bir kesitin plastik dönme tesir çizgisi araştırılmıştır.

Şekil 6.16` da verilen bir çerçeve sistemde 7 noktasındaki kesite birim dönmeden oluşan ankastrelik uç kuvvetleri düğüm noktası yükleri olarak ters yönde etki ettirilir.

SAP 2000`de düğüm noktası yükleri etkilen sisteme ait analiz yapılmıştır. Düğüm noktası yüklerinin yönleri belirtilerek Şekil 6.17'de programdaki görüntüsü verilmiştir. Sisteme ait analiz sonucunda elde edilen eğilme momenti değerleri, Bölüm 4.1'de açıklanan Betti Karşıtlık Teoremi uyarınca 7 noktasındaki plastik dönme tesir çizgilerinin ordinatlarını verir. Bu durumda 7 kesitine ait plastik dönme tesir çizgisi elde edilmiş olur.



Şekil 6.16: Çerçeve sistem [10].



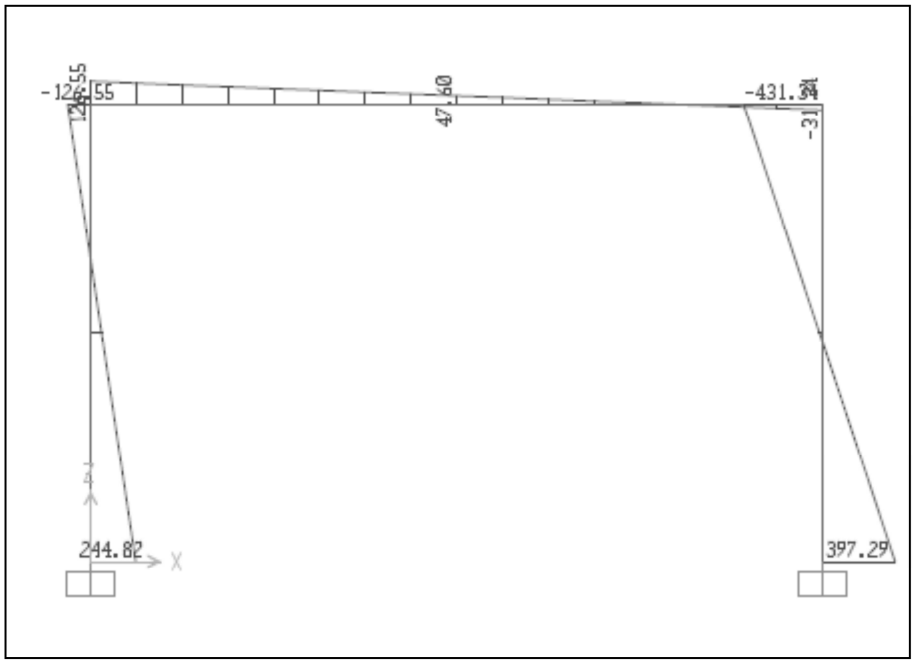
Şekil 6.17: Çerçeve sisteme ait düğüm noktası yükleri [10].

Literatürde örneklenen çerçeve sisteme ait 7 kesitinde mafsala birim dönme vermek suretiyle elde edilen eğilme momenti değerleriyle ankastrelik uç kuvvetleriyle programda çözülen sistemde elde edilen değerler birbirleriyle Çizelge 6.1'de karşılaştırılmıştır. Çalışma sonuçlarıyla literatür sonuçları uyumluluk göstermiştir. Sadece 5 ve 7 nolu kesitlerde yani yüklü çubukta sisteme başta verilen ankastrelik uç kuvveti değerlerinin pozitif işaret kuralına göre eklenmesi ya da çıkarılmasıyla asıl plastik dönme tesir çizgisi elde edilmiş olur. +400 kN ve -800 kN değerlerinin eklenmesiyle 5 ve 7 nolu kesitlere ait ordinatlar düzeltilmiş olup, literatür değerleriyle uyumluluk göstermiştir. Şekil 6.18'de SAP 2000 programıyla elde edilen tesir çizgisi ordinatları gösterilmiştir.

Plastik dönme tesir çizgileri yapıların minimum ağırlıklı olarak optimum boyutlandırılmasında etkin olarak kullanılmaktadır [16].

Çizelge 6.1: Plastik dönme tesir çizgisi ordinatları.

Kesit #	Plastik dönme tesir çizgisi ordinatları- Tez çalışması [SAP 2000][10]	Plastik dönme tesir çizgisi ordinatları - [16]
1	244,82 kN	244,46 kN
2	126,55 kN	126,36 kN
3	-126,55 kN	-126,36 kN
4	47,60 kN	47,45 kN
5	-431,34 kN	-31,46 kN
6	-31,34 kN	-31,46 kN
7	397,29 kN	-402,28 kN

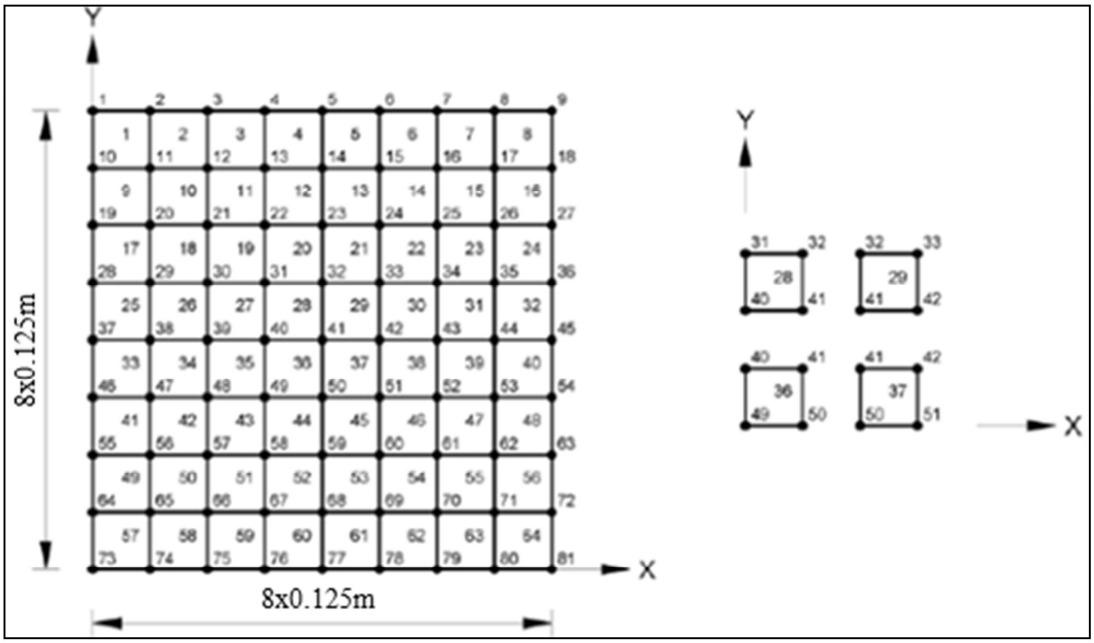


Şekil 6.18: Plastik dönme tesir çizgisi [10].

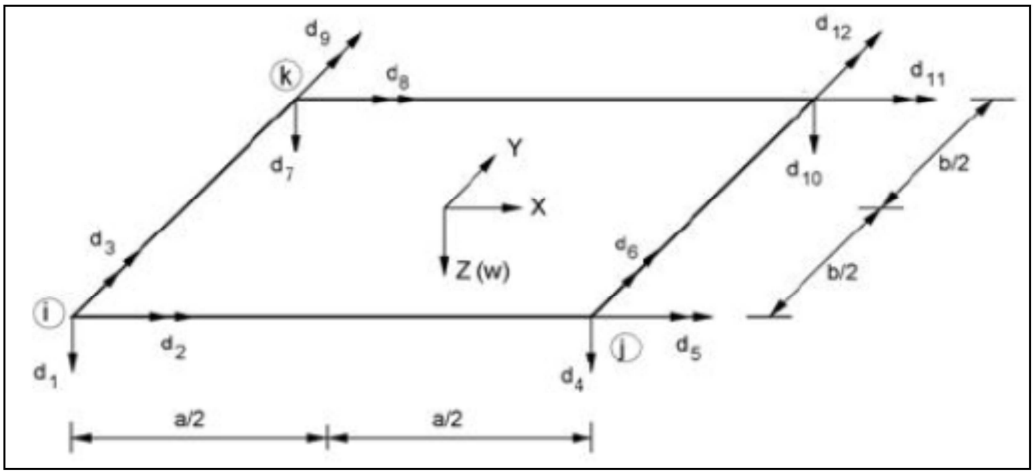
6.4 Kare Plak Örneği Tesir Yüzeyleri

Şekil 6.19'da yer alan kare plak örneği ve kare plağa ait sonlu eleman meshi literatürde yer alan çalışmadan alınmıştır [3]. Sistem rijitlik ve gerilme matrisleri, Şekil 6.20'de gösterilen 16 serbestlik dereceli kare plak sonlu elemanıyla uyumlu olarak literatürde yer alan diğer çalışmalardan alınmıştır [6]. Ancak tez çalışması kapsamında SAP 2000'de tesir yüzeyleri araştırılacak olan kare plak örneği 12 serbestlik dereceli olacaktır. Burulma dönmelerine karşı gelen gerilme değerleri

literatürde yer alan makale de 0 çıkmaktadır [6]. Bu nedenle SAP 2000`de elde edilen kare plak örneği tesir yüzey katsayıları ve ordinatları literatürde yer alan ve benzer olan 16 serbestlikli kare plak örneğinin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.



Şekil 6.19: Kare Plak Sonlu Elemanları ve geometrik karakterleri [6].



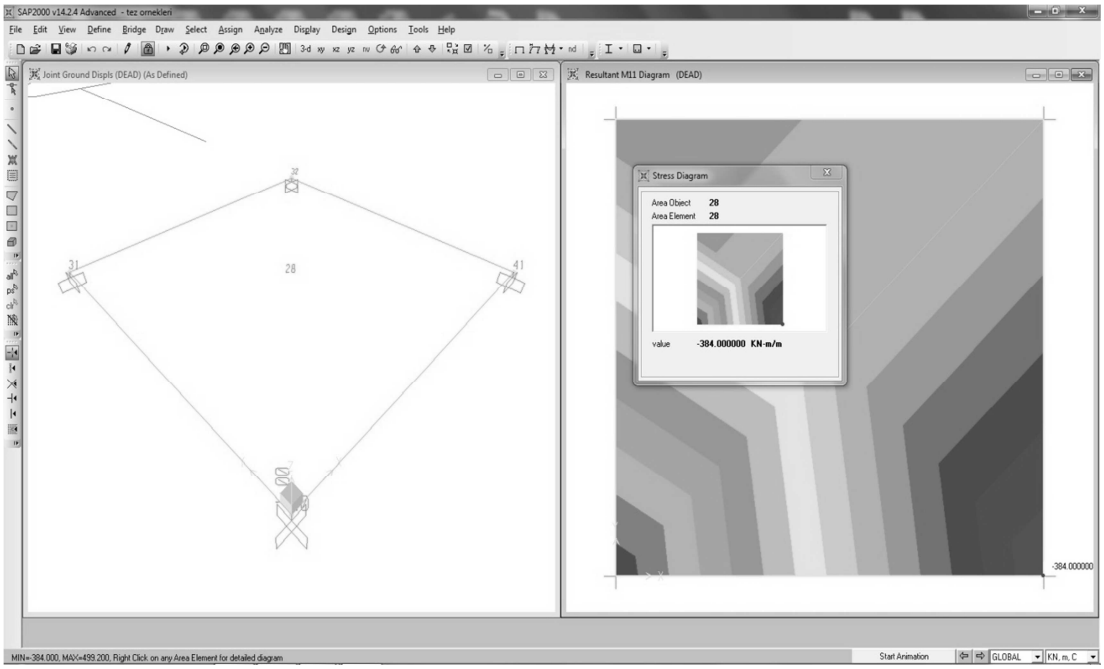
Şekil 6.20: 12 serbestlikli kare plak sonlu elemanı [6]

Basit mesnetli kare plağın 41 No`lu düğüm noktasına ait M_x tesir yüzey katsayısı incelenmiştir. Öncelikle; kare plak sistemine yüklenecek olan eleman gerilme vektörlerini elde etmek için, tek elemana birim yüklemeler yapılmıştır.

Sistem modelinin oluşturulması sırasında, kare plak sisteminin SAP 2000'de tanımlanan Malzeme Özellikleri, Kesit özellikleri ve mesnet koşulları Şekil EK. A.1, A.2 ve A.3` te program görüntüsü olarak verilmiştir.

SAP 2000'de tek elemanın birim deplasman yüklemelerle tek tek analizi yapılıp 41 no'lu düğüm noktasındaki M_{11} değerleri okunmuştur.

Örneğin 28 nolu elemana ait d_1=1 deplasman yüklemesinden okunan M_{11} değeri -384 olup, birebir program görüntüsü Şekil 6.21' de verilmiştir. 28, 29, 36 ve 37 no'lu sonlu elemanlara ait SAP 2000' de birim deplasman yüklemeleri ile 41 noktasında okunan gerilme değerleri Çizelge 6.2' de verilmiştir.



Şekil 6.21: 28 nolu elemanın d_1=1 deplasman yüklemesi altında M_{11} değeri [10].

41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatlarının üç boyutlu görüntüsü EK. A.4`te gösterilmiştir.

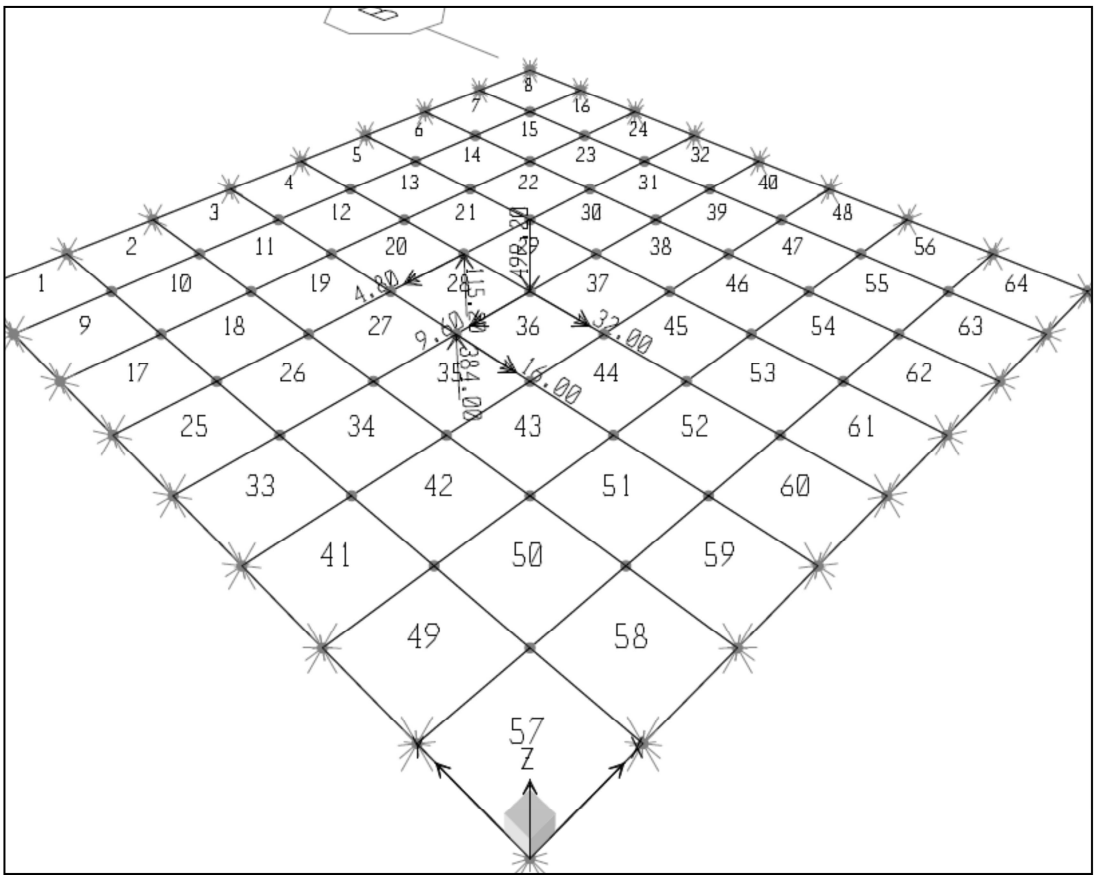
Çizelge 6.2: Eleman yükleme matrisleri.

Serbestlik#	r^{29}	r^{28}	r^{37}	r^{36}
d_1	499,2 kN	-384 kN	-115,2 kN	0
d_2	-9,6 kN	0	-4,8 kN	0
d_3	32 kN	-16 kN	0	0
d_4	-384 kN	499,2 kN	0	-115,2 kN
d_5	0	-9,6 kN	0	4,8 kN
d_6	16 kN	-32 kN	0	0
d_7	-115,2 kN	0	499,2 kN	-384 kN
d_8	-4,8 kN	0	9,6 kN	0
d_9	0	0	32 kN	-16 kN
d_{10}	0	-115,2 kN	-384 kN	499,2 kN
d_{11}	0	-4,8 kN	0	9,6 kN
d_{12}	0	0	16 kN	-32 kN

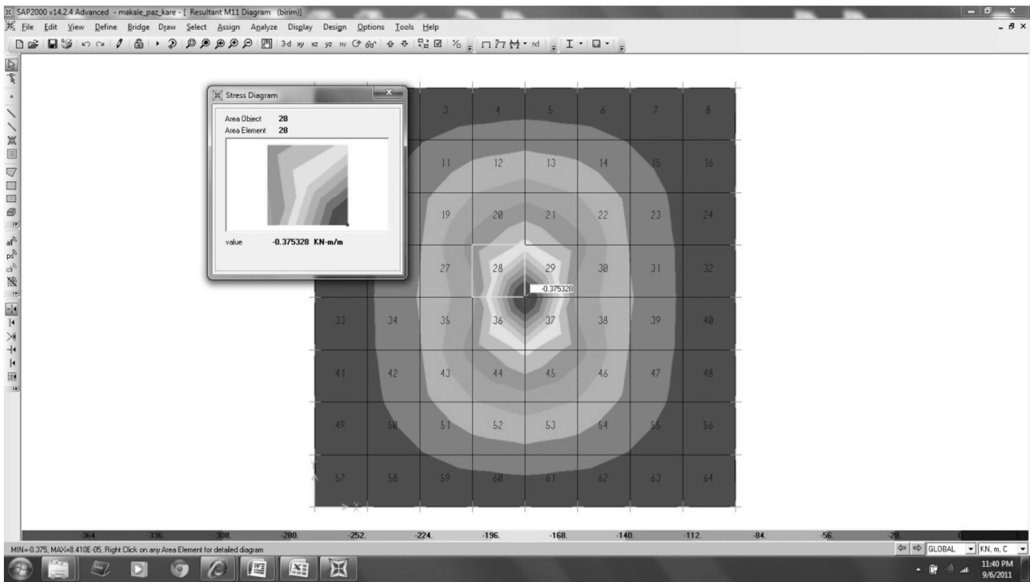
Şekil 6.19`da verilen kare plağın 28 nolu sonlu elemanına yüklenecek olan eleman gerilme vektörleri $r^{28`}$ de verilmiştir. Eleman gerilme vektöründeki deplasman değerleri kare plak sisteminde 28 nolu elemanın 31, 32, 40 ve 41 no'lu noktalara düğüm noktası yükü olarak atanmıştır. Şekil 6.22'de sistemdeki düğüm noktası yükleri gösterilmiştir. Düğüm noktalarına yüklenen yükler altında sistem analizi yapılmıştır. Böylece seçilen düğüm noktalarına ait tesir yüzey ordinatları SAP 2000 de elde edilmiştir. Örneğin 41. düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatı -0,37533 kN olarak bulunmuştur. Diğer seçilen düğüm noktası tesir yüzey ordinatları değerleri ile diğer çalışmadan alınan M_x değerleri Çizelge 6.3` te karşılaştırılmıştır [6]. Elde edilen sonuçların literatürle yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Sadece işaret kuralı dolayısıyla değerler ters işaretli bulunmuştur. Ayrıca 39 nolu düğüm noktasının literatürde yer alan çalışmada bulunan değeri -0,06 kN olup aynı düğüm noktası için tez çalışmasında elde edilen sonuç -0,0573 kN` dur [3]. Bu sonucun da literatürle uyumlu olduğu ortaya çıkmıştır.

12 serbestlikli kare plak örneğinde 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatının değerinin doğruluğunu göstermek amacıyla, tesir çizgisi tanımı esas alınarak 41 nolu düğüm noktasına bir birimlik [1kN] yükleme yapılıp sistem analizi yapılmıştır. Tanıma göre; sistemde 1 kN'luk yükün bulunduğu noktadaki elde edilen M11 değeri tesir yüzey ordinatı değerini verir. Analiz sonucu elde edilen sistemin

şekildeğiştirme diyagramında 41 nolu düğüm noktasında okunan M11 değeri -0,37533 kN olup Şekil 6.23`te program görüntüsü olarak verilmiştir.



Şekil 6.22: Eleman gerilme vektörü yüklemesi [10].

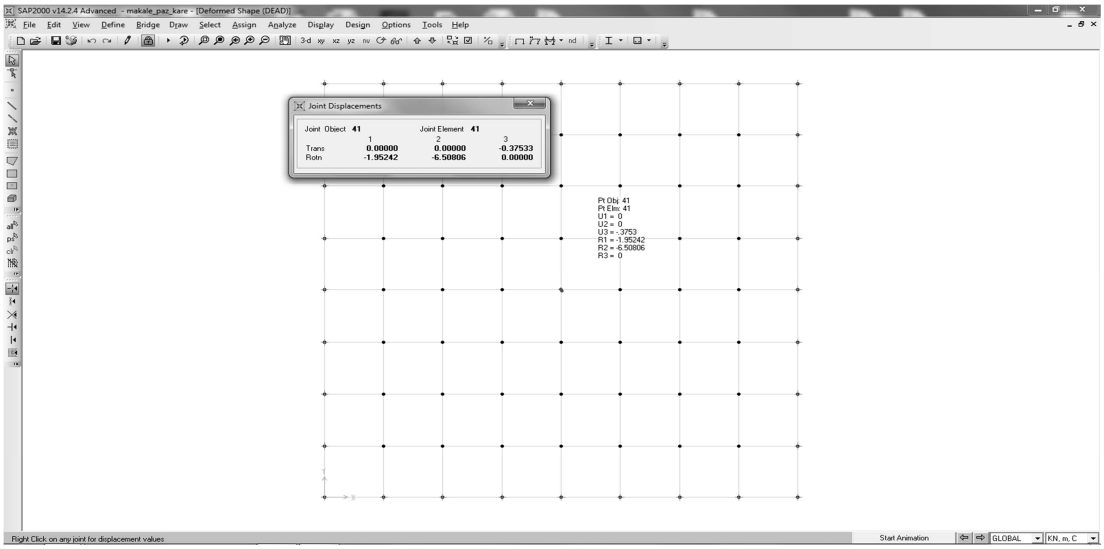


Şekil 6.23: 1 kN`luk yükleme altında kare plak tesir yüzey diyagramı [10].

Çizelge 6.3: Kare plak düğüm noktaları tesir yüzey ordinatları.

Düğüm Noktası #	Tesir yüzey ordinat değerleri (M_x) [6]	Tesir yüzey ordinat değerleri (M_x) Tez çalışması [SAP 2000] [10]
11	0,01077 kN	-0,0115 kN
17	0,01077 kN	-0,0115 kN
21	0,04447 kN	-0,0473 kN
25	0,04447 kN	-0,0473 kN
31	0,11645 kN	-0,1235 kN
33	0,11645 kN	-0,1235 kN
39	0,05777 kN	-0,0573 kN
41	0,34609 kN	-0,3753 kN
49	0,11645 kN	-0,1235 kN
51	0,11645 kN	-0,1235 kN
57	0,04447 kN	-0,0473 kN
61	0,04447 kN	-0,0473 kN
65	0,01077 kN	-0,0115 kN
71	0,01077 kN	-0,0115 kN

Eleman gerilme vektörü yüklemesiyle analizi yapılan sistemde elde edilen deplasman değeri -0.3753 kN' dur. SAP 2000 analizi sonucu elde edilen kare plak deplasman değeri Şekil 6.24' te program görüntüsü olarak verilmiştir.



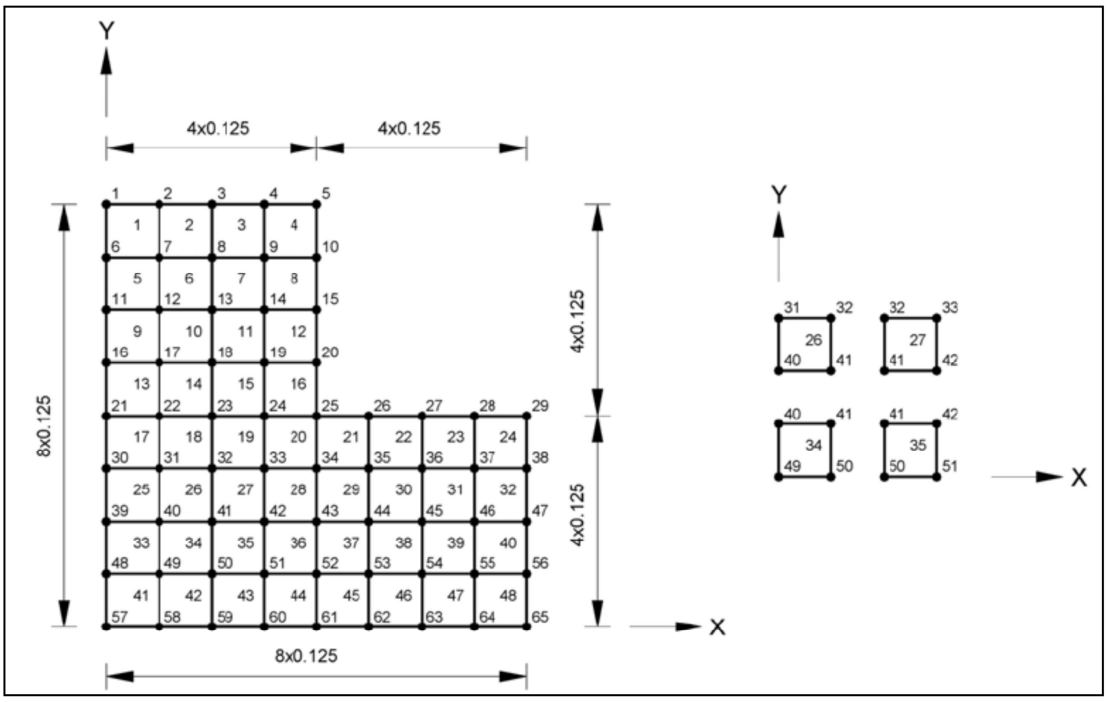
Şekil 6.24: Gerilme vektörleri yükü altında sistem şekildeğiştirme diyagramı [10].

28 nolu sonlu eleman gerilme vektörlerinin yüklenmesiyle sistem analizi sonucu oluşan deplasman değeriyle 41 nolu düğüm noktasına 1 kN'luk yükleme yapılarak sistem analizi sonucu elde edilen M_{11} değeri birbirine çok yakın olup, iki değerde 41 nolu düğüm noktasındaki tesir yüzey ordinatını verir. Buradan 12 serbestlikli kare plak sistem örneğinde tesir yüzey ordinatlarının doğru olduğu sonucuna varılmıştır.

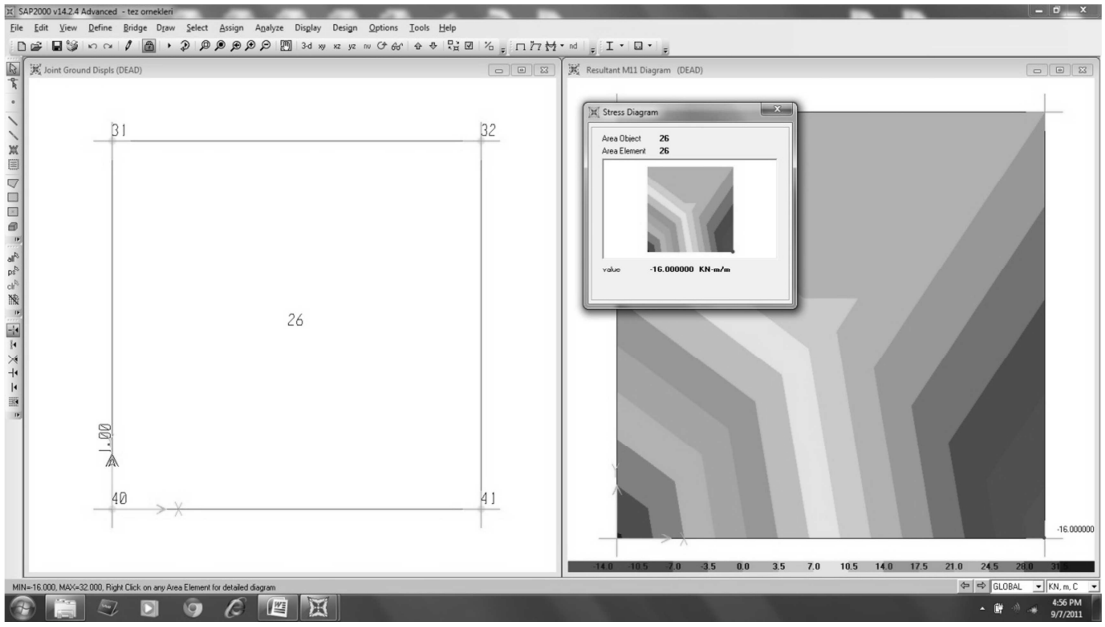
6.5 L Şeklindeki Basit Mesnetli Kare Plak Örneği Tesir Yüzeyleri

Şekil 6.25' te verilmiş olan basit mesnetli L şeklinde plak ve sonlu elemanları literatürde yer alan bir makaleden alınmıştır [6]. Plak sistemin 41 nolu düğüm noktasına ait M_x ve M_{xy} gerilmelerinin tesir yüzey katsayıları araştırılmıştır.

Kare plak sistemine yüklenecek olan eleman gerilme vektörlerini elde etmek için, tek elemana birim yüklemeler yapılmıştır. SAP 2000'de tek elemanın birim deplasman yüklemelerle tek tek analizi yapılıp 41 nolu düğüm noktasındaki M_{11} değerleri okunmuştur. Örneğin; 26 nolu sonlu elemanda 40. düğüm noktasına d_3 yönünde birim deplasman verildiğinde 41 nolu düğüm noktasında okunan M_x değeri -16 olup, Şekil 6.26'da program görüntüsü olarak verilmiştir. 26, 27, 34 ve 35 no'lu sonlu elemanlara ait SAP 2000 de birim deplasman yüklemeleri ile 41 noktasında okunan gerilme değerleri Çizelge 6.3' te verilmiştir.



Şekil 6.25: L şeklinde kare plak, sonlu elemanları ve geometrik karakterleri [6].



Şekil 6.26: 26 nolu elemanın d_3=1 deplasman yüklemesi altında M_{11} değeri [10].

M_{xy}'ye ait gerilmeleri elde etmek için, M_{xy} eleman yükleme vektörleri ise ince plaklarda dikdörtgen elemanlara ait 12 serbestlikli plak gerilme matrisinden hesaplanmıştır. Denklem 6.1 ile hesaplanan M_{xy} değerleri de Çizelge 6.4' te gösterilmiştir. Ancak deplasmanlar, Denklem 6.1 ile verilen kare plakta ki deplasman yönlerinde alınacaktır.

Çizelge 6.4: Eleman yükleme matrisleri.

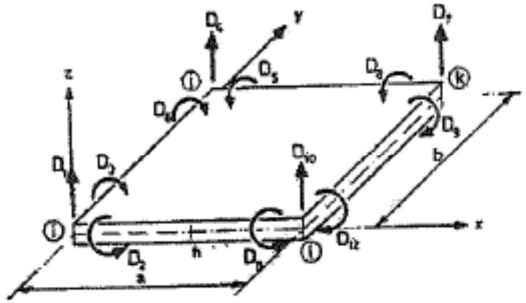
Serbestlik#	r^{27}		r^{26}	
	M_x	M_{xy}	M_x	M_{xy}
d_1	499,2 kN	44,8 kN	-384 kN	44,8 kN
d_2	-9,6 kN	-1,4 kN	0	-1,4 kN
d_3	32 kN	1,4 kN	-16 kN	1,4 kN
d_4	-384 kN	-44,8 kN	499,2 kN	-44,8 kN
d_5	0	1,4 kN	-9,6 kN	1,4 kN
d_6	16 kN	-1,4 kN	-32 kN	-1,4 kN
d_7	-115,2 kN	-44,8 kN	0	-44,8 kN
d_8	-4,8 kN	1,4 kN	0	1,4 kN
d_9	0	-1,4 kN	0	-1,4 kN
d_{10}	0	44,8 kN	-115,2 kN	44,8 kN
d_{11}	0	-1,4 kN	-4,8 kN	-1,4 kN
d_{12}	0	1,4 kN	0	1,4 kN

$$[\sigma] = \frac{\varepsilon h^3}{12(1-\nu^2)}$$

$\frac{6}{a^2}(1-2\xi)(1-\eta)+\frac{6\nu}{b^2}(1-\xi)(1-2\eta)$	$\frac{2\nu}{b}(1-\xi)(2-3\eta)$	$-\frac{2}{b}(1-\xi)(2-3\eta)$	$\frac{6}{a^2}(1-2\xi)\eta-\frac{6\nu}{b^2}(1-\xi)(1-2\eta)$	$\frac{2\nu}{b}(1-\xi)(1-3\eta)$	$\frac{-2}{a}(2-3\xi)\eta$	$-\frac{6}{a^2}(1-2\xi)\eta-\frac{6\nu}{b^2}(1-2\eta)\xi$	$\frac{2\nu}{b}(1-3\eta)\xi$	$\frac{-2}{a}(1-3\xi)\eta$	$-\frac{6}{a^2}(1-2\xi)(1-\eta)+\frac{6\nu}{b^2}(1-2\eta)\xi$	$\frac{2\nu}{b}(2-3\eta)\xi$	$\frac{-2}{a}(1-3\xi)(1-\eta)$
$\frac{6\nu}{a^2}(1-2\xi)(1-\eta)+\frac{6}{b^2}(1-\xi)(1-2\eta)$	$\frac{2}{b}(1-\xi)(2-3\eta)$	$-\frac{2\nu}{a}(2-3\xi)(1-\eta)$	$\frac{6\nu}{a^2}(1-2\xi)\eta+\frac{6}{b^2}(1-\xi)(1-2\eta)$	$\frac{2}{b}(1-\xi)(1-3\eta)$	$\frac{-2\nu}{a}(2-3\xi)\eta$	$-\frac{6\nu}{a^2}(1-2\xi)\eta-\frac{6}{b^2}(1-2\eta)\xi$	$\frac{2}{b}(1-3\eta)\xi$	$\frac{-2\nu}{a}(1-3\xi)\eta$	$-\frac{6\nu}{a^2}(1-2\xi)(1-\eta)+\frac{6}{b^2}(1-2\eta)\xi$	$\frac{2}{b}(2-3\eta)\xi$	$\frac{-2\nu}{a}(1-3\xi)(1-\eta)$
$\frac{1-\nu}{ab}[1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]$	$\frac{1-\nu}{a}(1-3\eta)(1-\eta)$	$\frac{\nu-1}{b}(1-3\xi)(1-\xi)$	$\frac{\nu-1}{ab}[1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]$	$\frac{\nu-1}{a}(2-3\eta)\eta$	$\frac{1-\nu}{b}(1-3\xi)(1-\xi)$	$\frac{1-\nu}{ab}[1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]$	$\frac{1-\nu}{ab}(2-3\eta)\eta$	$\frac{\nu-1}{b}(2-3\xi)\xi$	$\frac{\nu-1}{ab}[1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]$	$\frac{\nu-1}{a}(1-3\eta)(1-\eta)$	$\frac{1-\nu}{b}(2-3\eta)\eta$

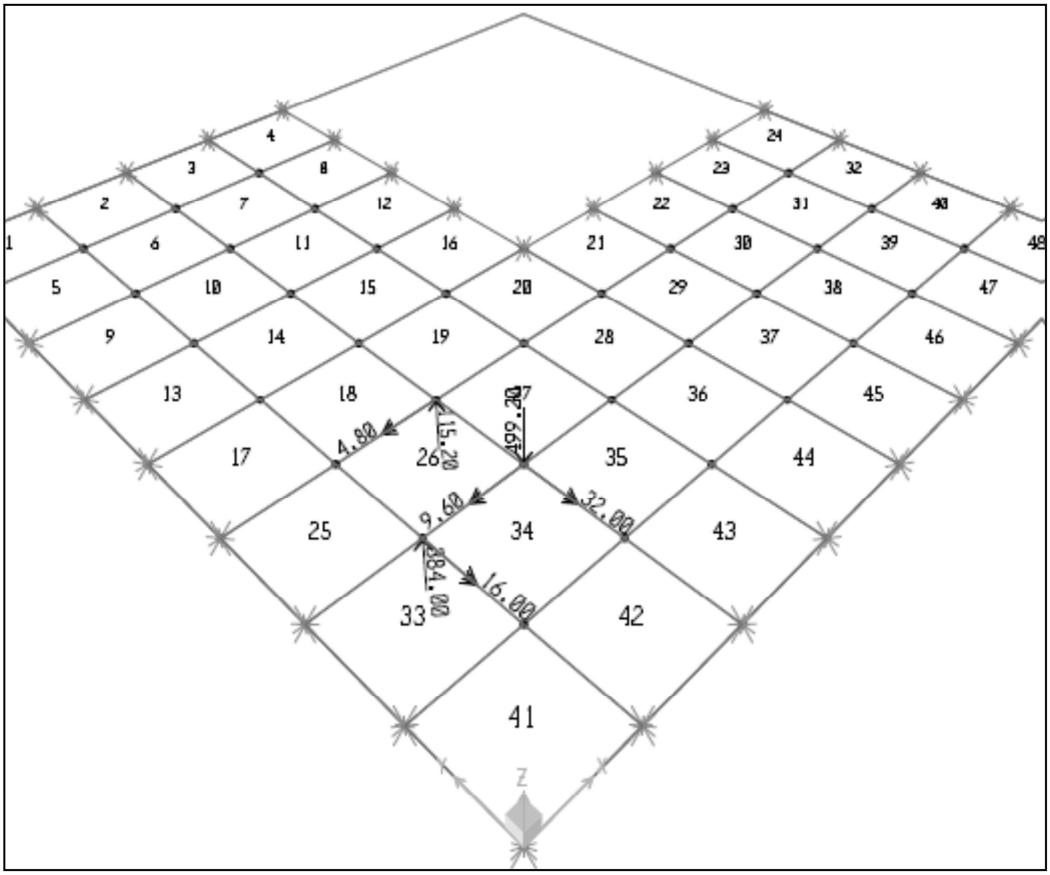
$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \\ D_7 \\ D_8 \\ D_9 \\ D_{10} \\ D_{11} \\ D_{12} \end{bmatrix}$$

$\xi = \frac{\bar{x}}{a} \quad \eta = \frac{\bar{y}}{b}$



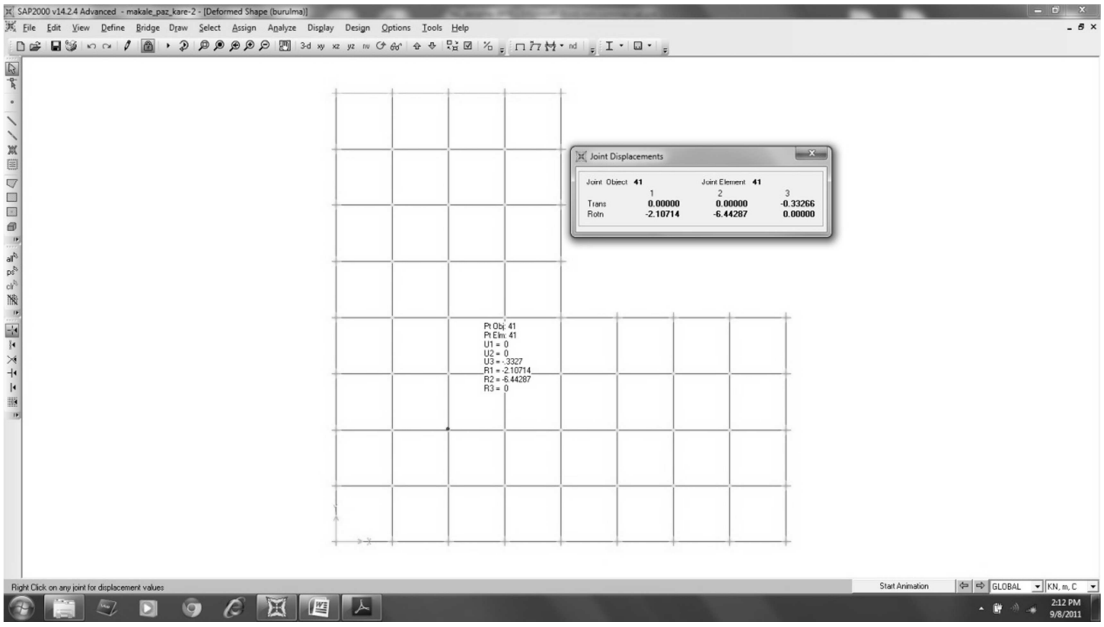
[11] (6.1)

Şekil 6.27'de 26 nolu elemana, birim deplasman yüklemeleriyle elde edilen yükleme vektörleri düğüm noktası yükü olarak yüklenmiştir. Sistem analizi yapıldıktan sonra elde edilen M_x değerleri Çizelge 6.5'te verilmiş olup, değerlerin doğruluğunu göstermek amacıyla 41 nolu düğüm noktasına 1 kN'luk yük etkitilip elde edilen gerilme değerleri karşılaştırılmıştır. Bulunan gerilme değerleri tesir yüzey ordinatlarıdır.



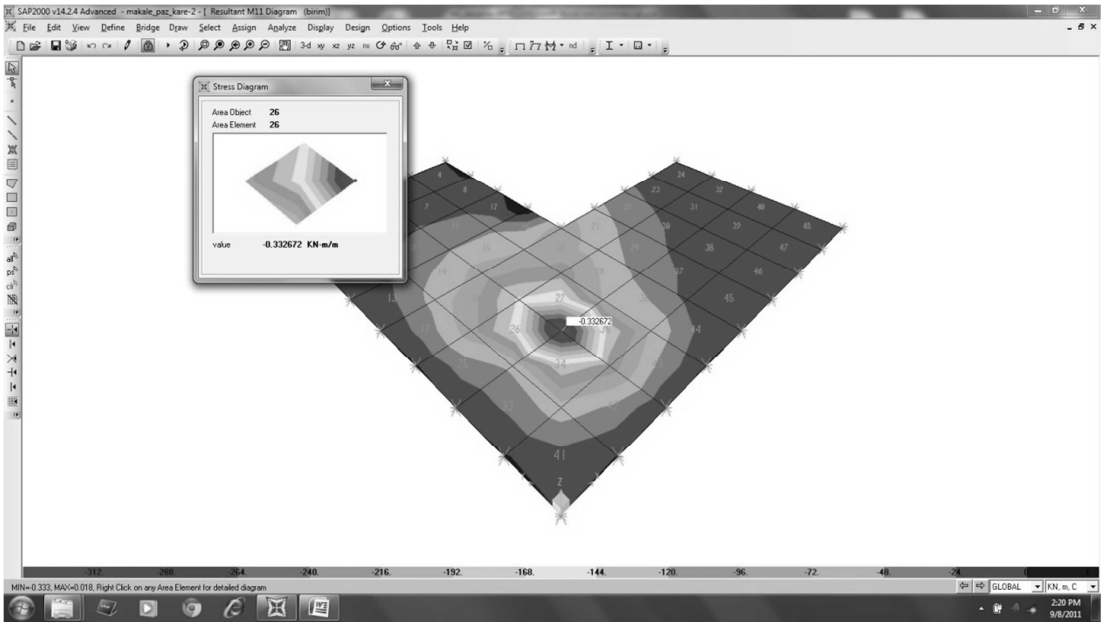
Şekil 6.27: Eleman gerilme vektörü yüklemesi [10].

Şekil 6.28'de 41 nolu düğüm noktasına ait eleman yüklemeleriyle elde edilen tesir yüzey katsayısı -0,33266 kN'dur. Aynı düğüm noktasına etkitilen 1 kN'luk yük ile çözülen sistemde elde edilen değer -0,33267 kN'dur. Bulunan M_x değerlerinin birbirine eşit olması SAP 2000 de çözülen sistemin tesir yüzeylerinin doğru olarak elde edildiğini göstermiştir.



Şekil 6.28: Gerilme vektörleri yükü altında sistem şekildeğiştirme diyagramı [10].

1 kN'luk yük altında çözülen sistemde M_x tesir yüzeyleri Şekil 6.29'da gösterilmiştir. Tesir yüzeylerinin simetrik olarak dağılımı birebir program görüntüsünde verilmiştir.



Şekil 6.29: 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatı [10].

Çizelge 6.5' te gösterilen Mxy değerleri ile çalışmadan elde edilen Mxy tesir yüzey ordinatları çok yakın değerler çıkmamıştır [6]. Bunun nedeni ise; çalışmada yer alan 16 serbestlikli sistemde burulmaya ait bilinmeyenler sistem çözümünde denklemlere katılmıştır [6].

Ancak SAP 2000 kullanımında sistem 12 serbestlikli plak eleman olarak çözülmüş olup burulma değerleri bilinmeyen olarak hesaplanamamıştır.

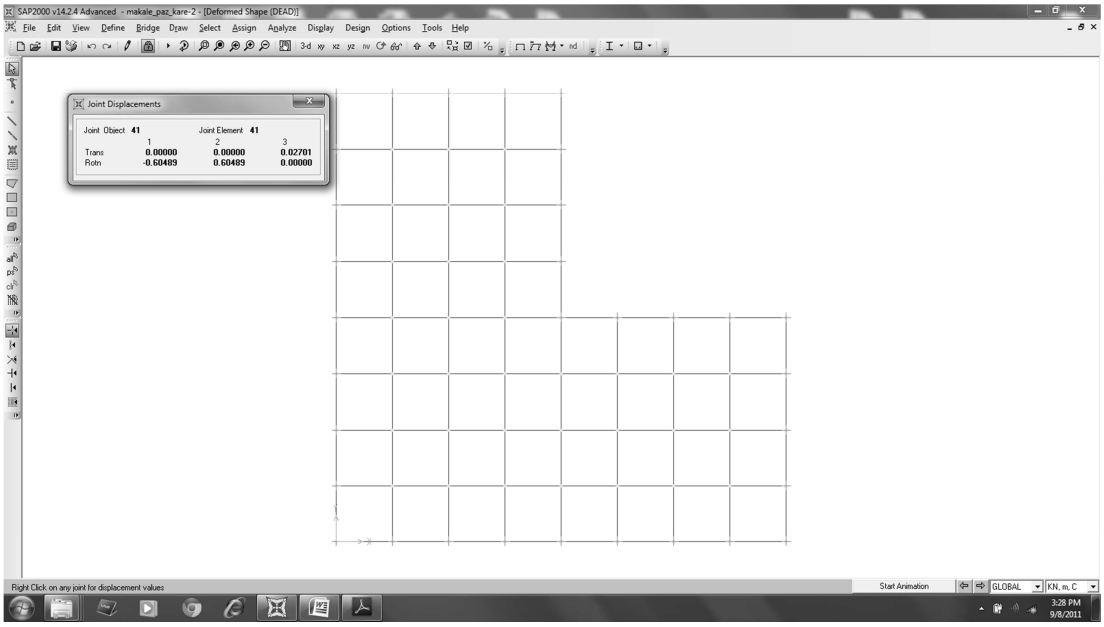
SAP 2000'de 12 serbestlikli plak eleman olarak çözümü yapılan sistemde 41 nolu düğüm noktasına 1 kN'luk yük etkittirildiğinde elde edilen M_{12} değeri Çizelge 6.5' te gösterilen ordinatlarla uyumluluk göstermiştir.

Çizelge 6.5: L şeklinde kare plak düğüm noktaları tesir yüzey ordinatları.

Düğüm noktası#	M_x [SAP 2000] [10]	M_{xy} [SAP 2000] [10]
7	-0,00947 kN	0,00559 kN
9	-0,01860 kN	0,01880 kN
17	-0,03650 kN	0,00991 kN
19	-0,59770 kN	0,04860 kN
31	-0,09076 kN	-0,00680 kN
33	-0,10745 kN	0,07023 kN
35	-0,02061 kN	0,04862 kN
37	-0,00240 kN	0,01880 kN
38	0,00000 kN	0,00000 kN
39	0,00000 kN	0,00000 kN
41	-0,33266 kN	0,02701 kN
49	-0,06310 kN	0,01922 kN
51	-0,06616 kN	-0,00680 kN
53	-0,00537 kN	0,00991 kN
55	-0,00274 kN	0,00559 kN

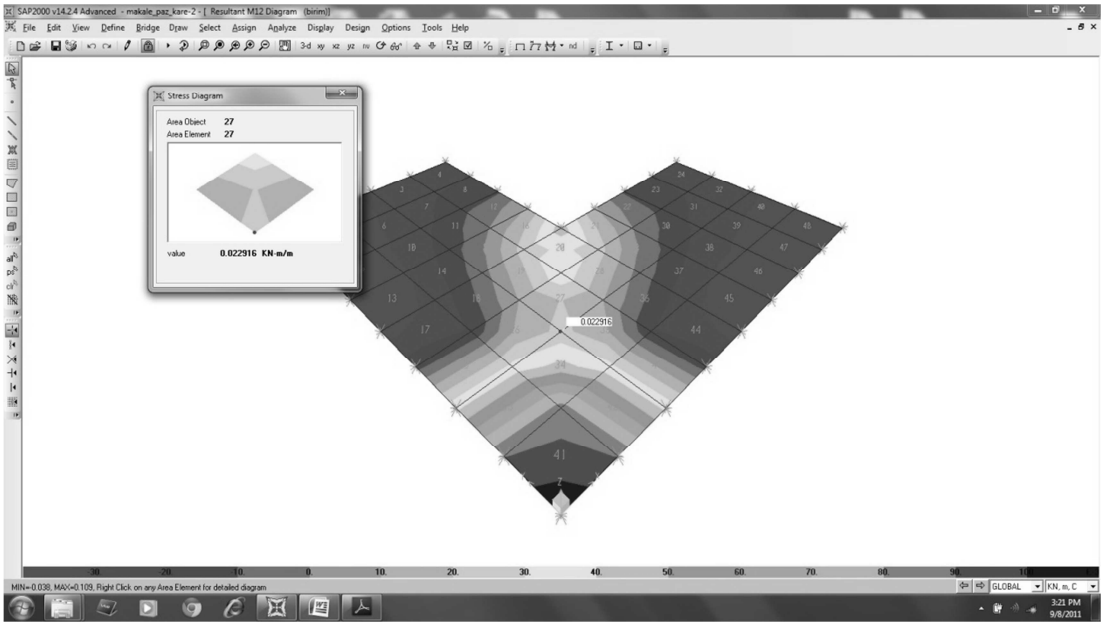
Şekil 6.30, gerilme vektörleri matris deplasman matrisinden hesaplanan değerlerin SAP 2000 programına girilmesiyle 41 nolu düğüm noktasında elde edilen deplasman değerini göstermektedir.

41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzeylerinin üç boyutlu çizimi EK. A.5 `te gösterilmiştir.



Şekil 6.30: Gerilme vektörleri yükü altında sistem şekildeğiştirme diyagramı [10].

1 kN'luk yükleme altındaki yüzeysel plak sistemde hesaplanan 41 nolu düğüm noktasının deplasman değeri Şekil 6.31' de verilmiş olup L şeklindeki plak sistemin simetri eksenine göre gerilme dağılımı gösterilmiştir.



Şekil 6.31: 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzey ordinatı [10].

7. SONUÇLAR

Herhangi bir iç kuvvet, moment, plastik dönme veya gerilme tesir ordinatları, doğrudan yapı analizi paket programı SAP 2000 kullanılarak elde edilmiştir.

SAP 2000 programı ile analizi yapılan sisteme ait elde edilen tesir çizgileri ve tesir yüzeyleri literatürde yer alan çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlarla literatürde yer alan sonuçlar birbiriyle uyumlu çıkmıştır. Bu sonuçlardan yola çıkarak çözülen yöntemin geçerliliği ve doğruluğu anlaşılmıştır. Çıkan sonuçların eşdeğer olması; yapı analiz programına girilen değerlerin ve buna bağlı olarak çıkan sonuçlar, programı kullanma aşamalarında doğru bir yol izlenerek sistemin oluşturulduğunu ve denklemlerin programa doğru bir şekilde girildiğini göstermektedir.

Analiz sonucu elde edilen deplasman değerleri ile moment tesir çizgileri ve gerilme yüklemeleriyle tesir yüzeyleri oluşturulmuştur. Buna ek olarak plastik dönme tesir çizgilerinin de bu yöntemle doğrudan elde edilebileceği sayısal çözümlerin sonuçlarıyla anlaşılmıştır. Ayrıca seçilen örneklerdeki farklı yapı sistemlerinden yola çıkarak herhangi bir yapı sisteminin tesir çizgilerinin ve tesir yüzeylerinin bu yöntemle elde edilebileceği gösterilmiştir. Klasik yöntemler arasındaki kuvvet yöntemlerinin ve deplasman yöntemlerinin karmaşık yapılarda uzun hesaplamalar sonucu elde edilen tesir çizgileri ve yüzeyleri, matris yöntemleriyle ve yaygın olarak kullanılan bir yapı analizi programıyla doğrudan ve kolay bir şekilde hesaplanmıştır.

KAYNAKLAR

[1] **Ghali, A. and Neville, A. M.**, 1978. *Structural Analysis,* Chapman and Hall, London, U.K.

[2] **Fu, H.,** 1973. Indirect structural analysis by finite element method., *Journal of Structural Division*, 2th edition, ASCE, **112**(ST1), 91-111.

[3] **Cifuentes, A. and Paz, M.,** 1991. A note on the determination of influence lines and surfaces using finite elements, *Finite Elements in Analysis and Design*, **7**, 299-305.

[4] **Belegundu, A. D.,** 1988. The adjoint method for determining influence lines, *Computers and Structures*, **29**(2), 345-350.

[5] **Memari, A. M. and West, H. H.**, 1991. Computations of bridge design forces from influence surfaces, *Computers and Structures*, **38** (5/6), 547-556.

[6] **Orakdöğen, E. and Girgin, K.**, 2005. Direct Determination of influence lines and surfaces by F.E.M., *Structural Engineering and Mechanics,* **20**(3), 279-292.

[7] **Çakıroğlu, A. ve Çetmeli, E.**, 1960. *Yapı Statiği*, Beta Basım, İstanbul.

[8] **Sack, R. L.**, 1984. *Structural Analysis*, McGraw-Hill, London, New York, USA.

[9] **West, H. H.**, 1980. *Analysis of Structures*, John Wiley and Sons, New York, USA.

[10] **SAP 2000 V14**. *Integrated Software for Structural Analysis and Design*, Computers and Structures Inc.

[11] **Çakıroğlu, A., Özden, E. ve Özmen, G.,** 1970. *Yapı Sistemlerinin Hesabı için Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları*, Dizerkonca Matbaası, İstanbul.

[12] **Mc Cormac, J. C.,** 1984. *Structural Analysis*, Harper&Row, New York, USA.

[13] **Todd, J. D.** , 1974. *Structural Theory and Analysis*, McGraw-Hill, London, UK.

[14] **Norris, C. H. and Wilbur, J. B.**, 1960. *Elementary Structural Analysis*, McGraw-Hill, London, U.K.

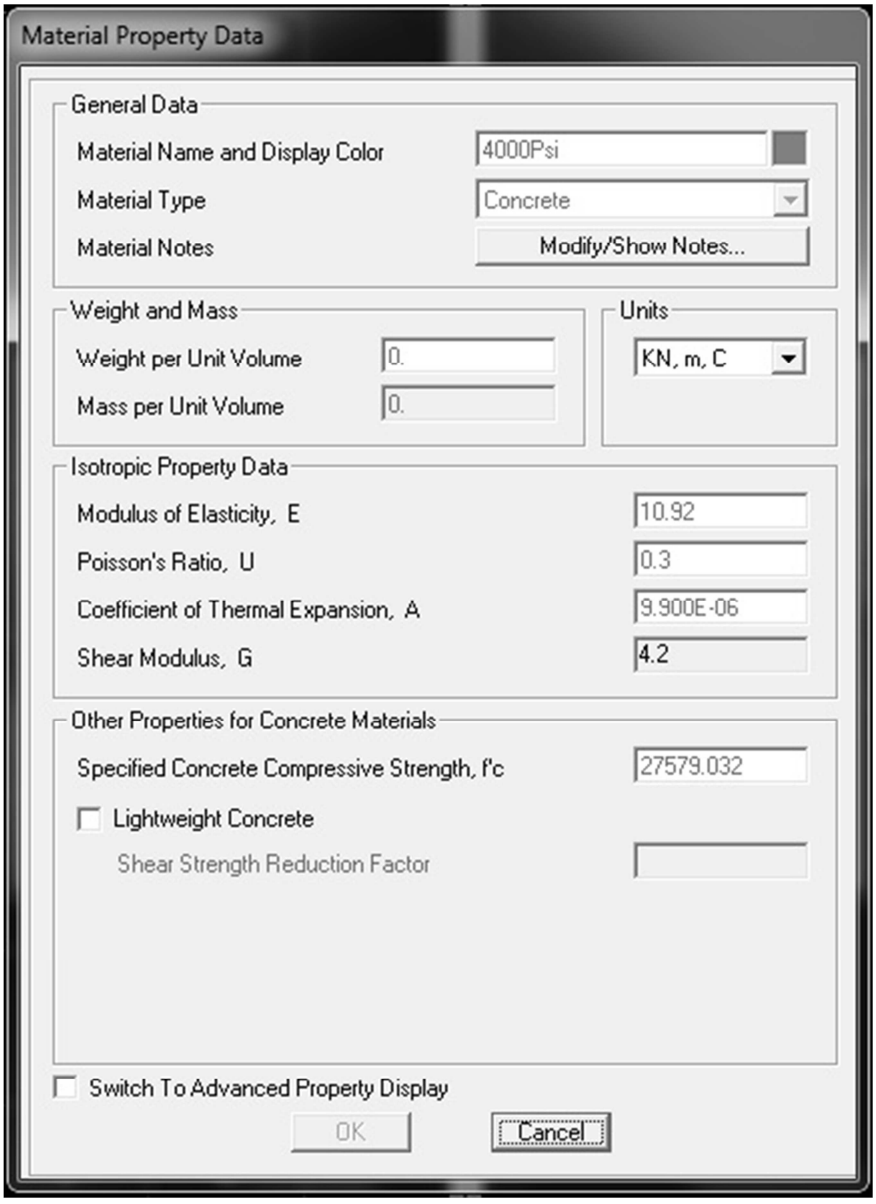
[15] **Özmen, G., Orakdöğen, E. ve Darılmaz, K.,** 2009. *Örneklerle SAP 2000*, Birsen Yayınevi, İstanbul.

[16] **Orakdöğen, E.,** 2002. A Matrix Displacement Formulation for Minimum Weight Design of Frames, *Structural Engineering and Mechanics*, **14**(4), 473-489.

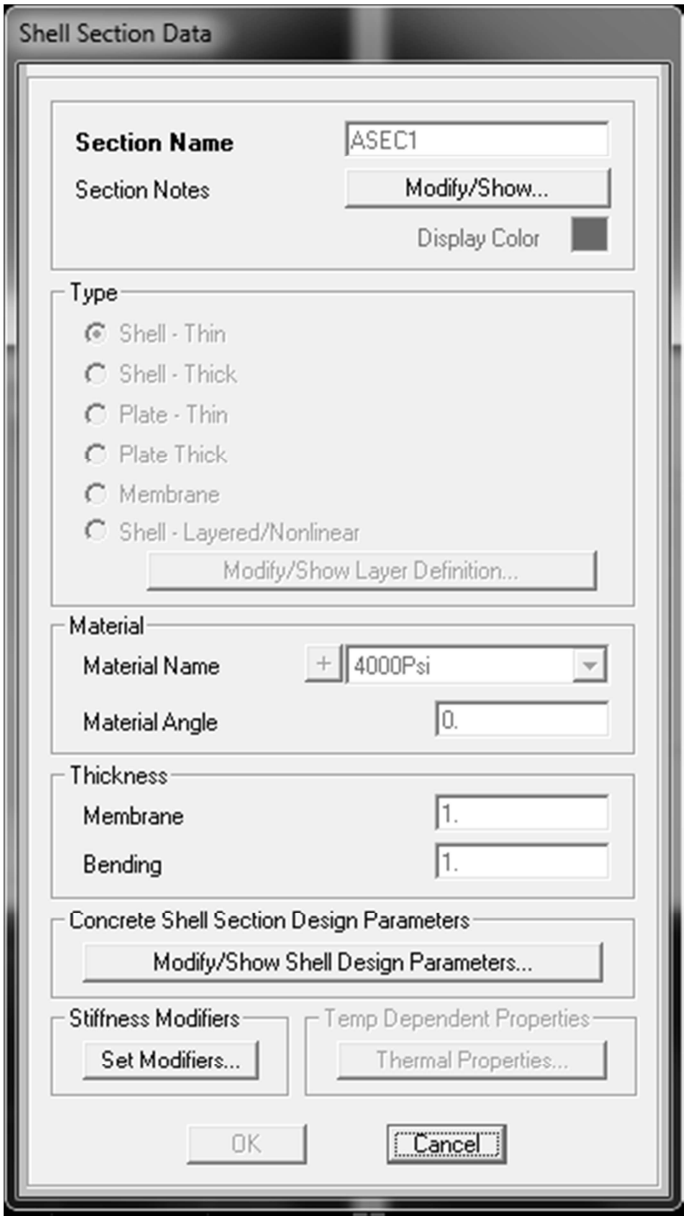
EKLER

EK A.1: Plak sisteme ait SAP 2000’ de tanımlanan malzeme özellikleri, kesit özellikleri, mesnet koşulları ve 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzeylerinin üç boyutlu çizimleri

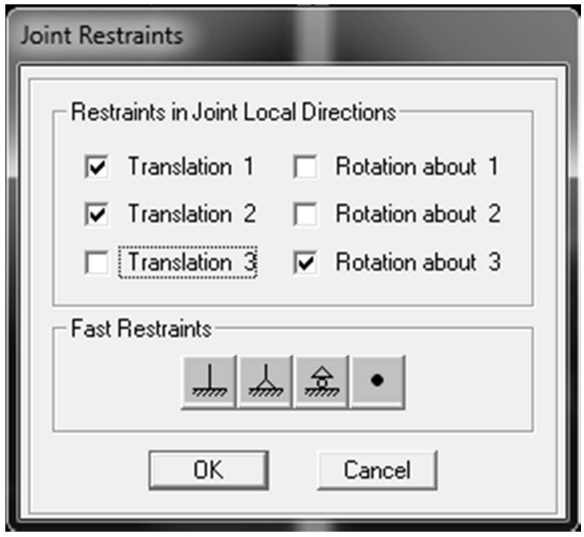
EK A.1



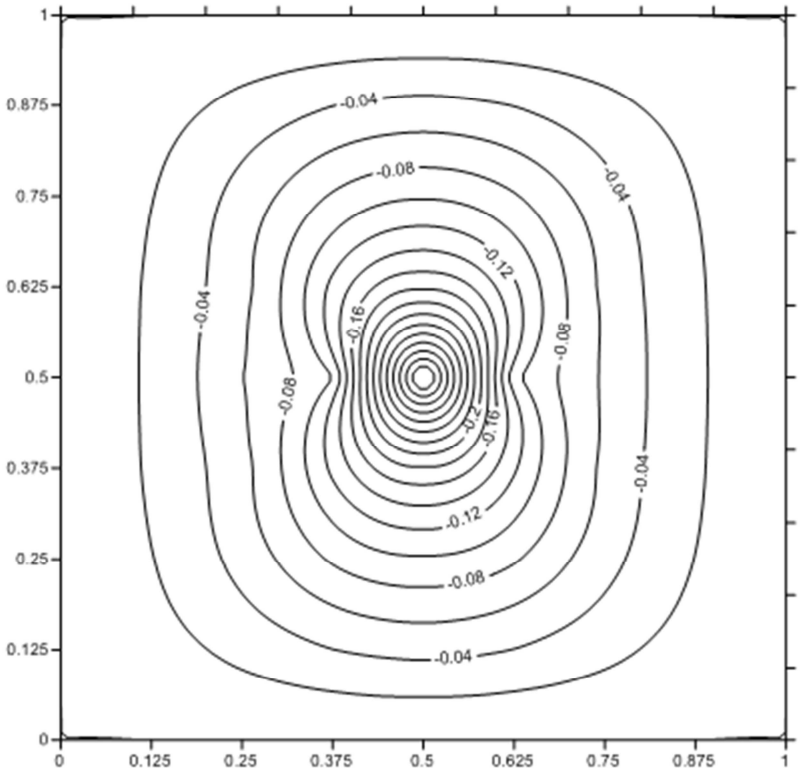
Şekil A.1. : Plak sistem malzeme özellikleri [10].



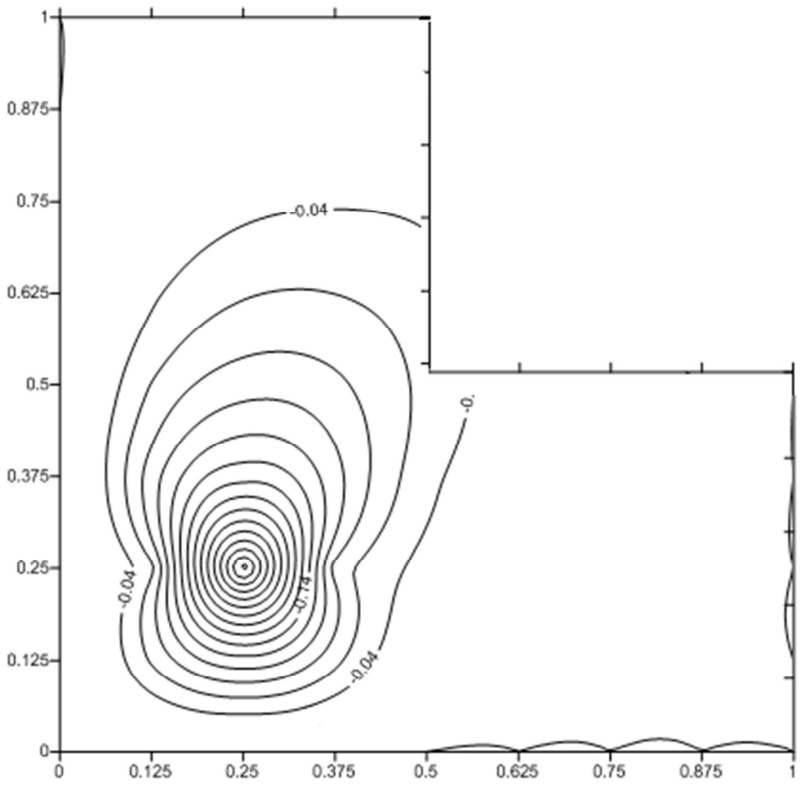
Şekil A.2. : Plak sistem kesit özellikleri [10].



Şekil A.3. : Plak sistem mesnet koşulları [10].



Şekil A.4. : 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzeyleri



Şekil A.5. : 41 nolu düğüm noktasına ait tesir yüzeyleri

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Gizem TÜRKMEN

Doğum Yeri ve Tarihi: ANKARA, 24.10.1986

Adres: Demirci Faik Sokak Tüfekçi Apt. No:12 D:4 Kadıköy/İSTANBUL

Lisans Üniversite: İTÜ, İnşaat Fak., İnşaat Müh. Bölümü, SUNY programı

Yayın Listesi: