İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAREKETLİ YÜKLERE MARUZ KÖPRÜLÜ KREN KİRİŞLERİNİN DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Cihan Oytun BULUT

Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği
Programı : Makine Dinamiği, Titreşim ve Akustiği

HAZİRAN 2011

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAREKETLİ YÜKLERE MARUZ KÖPRÜLÜ KREN KİRİŞLERİNİN DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Cihan Oytun BULUT
(503081403)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 02 Mayıs 2011
Tezin Savunulduğu Tarih : 10 Haziran 2011

Tez Danışmanı : Yrd. Doç Dr. İsmail GERDEMELİ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Erdem İMRAK (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Cüneyt FETVACI (İÜ)

HAZİRAN 2011

ÖNSÖZ

Tez çalışmalarım boyunca desteğini esirgemeyen tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. İsmail GERDEMELİ'ye, dinamik analiz konusunda yardımlarından dolayı Sayın Yrd. Doç. Dr. İsmail Esen'e, Makine Fakültesi'nin değerli mensupları hocalarıma, ayrıca eğitim ve öğretim hayatım boyunca maddi manevi desteklerini esirgemeyen her zaman yanımda olan annem ve babama teşekkürü bir borç bilirim.

Haziran 2011

Cihan Oytun BULUT
Makine Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ... **iii**
İÇİNDEKİLER ... **v**
KISALTMALAR ... **vii**
ÇİZELGE LİSTESİ ... **ix**
ŞEKİL LİSTESİ ... **xi**
SEMBOL LİSTESİ ... **xiii**
ÖZET ... **xv**
SUMMARY ... **xvii**
1. GİRİŞ ... **1**
2. KREN ÇEŞİTLERİ ... **3**
2.1 Giriş ... 3
2.2 Krenlerin Sınıflandırılması ... 3
2.2.1 Portal krenler ... 3
2.2.2 Jib krenler ... 4
2.2.3 Kablolu krenler ... 5
2.2.4 Kule krenler ... 5
2.2.5 Köprülü krenler ... 6
3. MATEMATİK MODELİN OLUŞTURULMASI ... **9**
3.1 Tek Kirişli Köprülü Kren Sisteminin Modellenmesi ... 9
3.2 Hareket Denkleminin Elde Edilmesi ... 10
3.2.1 Sınır değer problemi formülasyonu ... 10
3.2.2 Homojen çözüm ... 16
3.3 Kiriş Üzerinde Hareketli Kuvvet ... 21
3.4 Problemin Çözümü ... 24
4. SONLU ELEMANLAR METODU ... **31**
4.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Kısa Tarihi ... 31
4.2 Uygulama Alanları ... 32
4.3 Problemlerde Uygulanması ... 32
4.4 Sonlu Elemanlar Yöntemi Eleman Tipleri ... 33
4.5 Hareketli Yüklere Maruz Sistemlerin Dinamik Davranışını Belirlemede Sonlu Elemanlar Yönteminin Kullanılması ... 34
4.5.1 Tek bir kuvvetin kiriş üzerinde hareket etmesi ... 34
4.5.1.1 Denk düğüm kuvvetlerinin belirlenmesi ... 34
4.5.2 Hareketli kütle problemi ... 37
4.6 Nümerik İntegrasyon ile Dinamik Analiz ... 40
4.6.1 Newmark doğrudan integrasyon metodu ... 41
4.7 SAP2000 Programının Tanıtılması ... 44
4.7.1 Yapısal analiz ... 44
4.7.1.1 Birimler ... 44
4.7.1.2 Nesneler ve elemanlar ... 45

4.7.1.3 Gruplar..... 45
4.7.1.4 Koordinat sistemleri ve gridler.....45
4.7.1.5 Özellikler (kesit değerleri)..... 46
4.7.1.6 Yük durumları..... 46
4.7.1.7 Fonksiyonlar.....47
4.7.1.8 Analiz durumları..... 48
4.7.1.9 Kombinezonlar.....48
4.7.2 Grafik kullanıcı arayüzü.....49
4.7.2.1 SAP2000 ekranı..... 49
4.7.2.2 Çizim.....50
4.7.2.3 Düzenleme.....51
4.7.2.4 Atama..... 51
4.7.2.5 Tanımlama.....52
4.7.2.6 Analiz..... 53
4.7.2.7 Görüntüleme.....53
4.7.2.8 Boyutlama (Dizayn)..... 55
4.7.3 Veri tabloları.....56
4.7.3.1 Giriş.....56
4.7.3.2 Veri tablolarının sınıflandırılması..... 57
4.7.3.3 Tablolar ve alanlar.....58
5. TEK KİRİŞLİ KREN UYGULAMASI..... 61
5.1 Tek Kirişli Köprülü Kren Sistemi..... 61
5.2 Uygulama Sonuçları..... 62
5.2.1 Yer değiştirmelerin dinamik değişimi..... 64
5.2.2 Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü.....73
6. SONUÇ VE ÖNERİLER……..75
KAYNAKLAR..... 79
ÖZGEÇMİŞ..... 81

KISALTMALAR

SAP : Structural Analysis Program
FEM : Federation Europeenne De La Manutention
SEM : Sonlu Elemanlar Metodu

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1: Fourier sinüs sonlu integral dönüşümü 24
Çizelge 3.2: Laplace-carson integral dönüşümü.....26
Çizelge 4.1: Newmark doğrudan integrasyon metodunun özeti..... 43
Çizelge 5.1: Malzeme özellikleri..... 62
Çizelge 5.2: Çeşitli hızlardaki hız parametreleri 64

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Portal krenler 3
Şekil 2.2 : Portal kren şeması 4
Şekil 2.3 : Jib kren 4
Şekil 2.4 : Kablolu kren şeması 5
Şekil 2.5 : Kule kren 5
Şekil 2.6 : Gezer köprülü kren 6
Şekil 2.7 : Köprülü kren şeması 7
Şekil 2.8 : Köprülü kren çeşitleri 8
Şekil 3.1 : Tek kirişli kren modeli 9
Şekil 3.2 : Hareketli osilatör modeli 10
Şekil 3.3 : Eğilme titreşimleri yapan üniform olmayan çubuk[4]. 11
Şekil 3.4 : Birim eleman 12
Şekil 3.5: Kirişin ilk üç titreşim modu 21
Şekil 3.6 : Üzerinde $\boldsymbol{v}$ hızıyla hareket eden bir $\boldsymbol{P}$ kuvvetine maruz kiriş 22
Şekil 4.1 : Bir boyutlu bir sonlu eleman 33
Şekil 4.2 : Üçgen tipi sonlu eleman örneği 33
Şekil 4.3 : İki boyutlu değişik dörtgen geometri biçimli sonlu elemanlar 34
Şekil 4.4 : P kuvveti etkisindeki s elemanının kuvvetleri 34
Şekil 4.5 : Hareketli yüke maruz bir kirişin sonlu elemanlar modeli 36
Şekil 4.6 : Hareketli kütle etkisindeki kiriş 39
Şekil 4.7 : Yük durumlarını tanımlama penceresi 47
Şekil 4.8 : Yük kombinasyon tanımlama penceresi 49
Şekil 4.9 : Grafik kullanıcı ara yüzünün ana penceresi 50
Şekil 4.10 : Malzeme belirleme penceresi 52
Şekil 4.11 : Veri tablolarını görüntüleme ekranı 57
Şekil 4.12 : Veritabanı tablosu örneği 59
Şekil 5.1 : Tek kirişli uygulama kreninin modeli 61
Şekil 5.2 : m/*M*=0,2 için *v*=0,01 m/s, *v*=0,6 m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi. 65
Şekil 5.3 : m/*M*=0,2 için *v*=1,1 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi 66
Şekil 5.4 : *m/M*=0,2 için *v*=3 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi 66
Şekil 5.5 : *m/M*=0,2 için *v*=4,6 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi 67
Şekil 5.6 : *m/M*=0,2 için *v*=5,5 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi 68
Şekil 5.7 : *m/M*=0.2 için *v*=8 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi 68
Şekil 5.8 : Değişik araba hızlarındaki yer değiştirmeler 69
Şekil 5.9 : *m/M*=0,2 için değişik araba hızlarında maksimum yer değiştirmenin oluştuğu zaman esnalarında kirişin yer değiştirme şekilleri 70
Şekil 5.10 : *v*=8 m/s, *m/M*=0,2; 0,6; 0,9 için kirişin yer değiştirmesi 71
Şekil 5.11 : *v*=8 m/s; *t*=0,25; 0,5; 0,75; 1 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi ... 71
Şekil 5.12 : v=1,1 m/s; m/M=0,2; t=5.45 ve 9 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi 72
Şekil 5.13 : *m/M*=0,2 için *v*=15,5 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi 73
Şekil 5.14 : Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü 74

SEMBOL LİSTESİ

A	: Kesit alanı
a, b	: Sabit sayı
$a_m(t)$	: Kirişin anlık ivmelenmesi]
$b_1, b_2,.., b_6$	: İntegrasyon sabitleri
B	: Bant genişliği
$[C]$	: Sönümleme matrisi
c_n	: *n*. modun sönümleme değeri
E	: Elastisite modulü
f	: Serbestlik derecesi
f_i	: Kirişin *i* nci mod tabii titreşim frekansı
$\bar{f}_n(t)$	: *n*. modun genelleştirilmiş kuvveti
$\{F(t)\}$	: Dış kuvvet vektörü
$F_1(t),F_3(t)$	: Eleman serbest cisim kuvvetleri
$F_2(t),F_4(t)$	: Eleman serbest cisim momentleri
$H(x)$	: Heaviside birim fonksiyonu
I	: Atalet momenti
k	: Yay katsayısı
k_n	: *n*. modun direngenlik değeri
$[K]$	: Direngenlik matrisi
$[K]^e$	: Eleman direngenlik matrisi
L	: Kirişin uzunluğu
l	: Sonlu elamanın uzunluğu
m	: kütle
m_n	: *n*. modun kütle değeri
$M(x,t)$	: Zamana bağlı eğilme momenti
$[M]$	: Kütle matrisi
$N_1,..,N_4$	: Şekil fonksiyonları
μ	: Kirişin birim uzunluğunun kütlesi
ρ	: Kirişin yoğunluğu
$P,\ p(x,t)$	: Uygulanan dış kuvvet
$P(t)$	: Harmonik dış kuvvet

$\{P\}^e$: Eleman yük vektörü
Q : Harmonik kuvvetin genliği
$\{\ddot{q}\ (t)\}$: Kiriş sisteminin ivmelenme vektörü
$\{\dot{q}\ (t)\}$: Kiriş sisteminin hız vektörü
$\{q(t)\}$: Kiriş sisteminin yer değiştirme vektörü
Ω : Harmonik kuvvetin dairesel frekansı
$Q(x,t)$: Zamana bağlı kesme kuvveti
T_0 : Kiriş orta noktasındaki statik kuvvetin oluşturduğu kesme kuvveti
$T_{(i)}$: *i* nci mod serbest titreşim periyodu
t : Yükün kiriş üzerinde seyahat süresi, zaman
ω : Hareketli kuvvetin dairesel etkileme frekansı
ω_b : Kirişin sönümleme dairesel doğal frekansı
ω_i : Kirişin *i* nci mod dairesel titreşim frekansı
$\acute{\omega}_{(i)}$: Kirişin sönümlü *i* nci mod dairesel titreşim frekansı
$\delta(x-vt)$: Dirac delta fonksiyonu
V : *w* fonksiyonunun fourier integral dönüşümü
v : Kuvvetin ilerleme hızı
v_{kr} : Kritik hız
$w(x,t)$, $y(x,t)$: Kirişin zamana bağlı yerdeğişimi
α : Hız parametresi
γ : Newmark integrasyon sabiti gama
γ_c : Yükseltme katsayısı
β : Newmark integrasyon sabiti beta
θ : Kirişin sönümlemesinin logaritmik azalması
ξ : Kuvvetin sonlu elaman üzerindeki boyutsuz konumu *x/l*
$x_p(t)$: Herhangi bir *t* anında kuvvetin kirişin sol ucuna olan uzaklığı
x_f : Kiriş üzerindeki iki kuvvetin arasındaki mesafe
$x_m(t)$: Herhangi bir t anında kütlenin kirişin sol ucuna olan uzaklığı
$[\phi]$: Modal şekil matrisi
$\{u(t)\}$: Modal yer değiştirme vektörü
χ : Kiriş sönümlemesinin logaritmik azalması
$z(t)$: Osilatörün zamana bağlı yer değişimi
$\{\phi\}$: Sistemin yer değiştirme vektörü
$\psi(x,t)$: Eğilmeden kaynaklanan dönme açısı
$\beta(x,t)$: Kesmeden kaynaklanan kayma açısı
G : Kayma modülü
k' : Kesit şekline bağlı bir sabit katsayı
$\delta' W^a$: Aktif kuvvetlerin virtüel işleri toplamı
$J(x)$: Birim uzunluk başına kütlesel atalet momenti
$\delta' W_c^a$: Konservatif kuvvetlerin virtüel işleri
$\delta' W_{nc}^a$: Konservatif olmayan kuvvetlerin virtüel işleri
$V(t)$: Çubuğun potansiyel enerjisi
$T(t)$: Çubuğun kinetik enerjisi
M_0 : Kiriş orta noktasındaki statik kuvvetin oluşturduğu eğilme momenti
$i(x)$: Tarafsız eksene göre kesit atalet yarıçapı

HAREKETLİ YÜKLERE MARUZ KÖPRÜLÜ KREN KİRİŞLERİNİN DİNAMİK ANALİZİ

ÖZET

Bu tez çalışmasında, üzerinde hareketli yükler bulunan köprülü kren kirişlerinin dinamik davranışı incelenmiştir. Bu amaçla bir Berneuolli-Euler ince kirişi ele alınmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde kren çeşitleri genel olarak tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde köprülü kren sisteminin matematik modeli oluşturulmuş ve hareket denklemi elde edilmiştir. Dördüncü bölümde ise sonlu elemanlar metodu ile ilgili kısa bilgi verilmiş ve SAP 2000 programı tanıtılmıştır. Çalışmanın beşinci bölümünde analizler gerçekleştirilmiştir. Bilgisayar analizi SAP 2000 programında gerçekleştirilmiştir. Dinamik analizlerde Newmark doğrudan zaman integrasyonu metodu ve oransal sönümleme tercih edilmiştir. Yükün hareket hızının ve kiriş kütlesine olan oranının farklı değerleri için kirişin dinamik davranışı diyagramlarla verilmiştir. Kren kirişlerinin dinamik davranışı, üzerindeki hareket eden yükün hızına ve kütlesine bağlı olarak değişmektedir. Hareket eden yük kiriş sisteminin tabii titreşim frekansını değiştirmektedir. Yük kirişin farklı noktalarında iken sistem farklı titreşim yapmaktadır. Yükün hızı arttıkça maksimum yer değiştirmenin oluştuğu yer, kiriş orta noktasından ileriye gitmektedir. Hız ne kadar artarsa maksimum nokta da o kadar ileriye gitmektedir. Bazı hız değerleri için maksimum yer değiştirme orta noktanın gerisinde de olabilmektedir. Kirişin hareketi dinamik olduğundan bazı durumlarda, yük statik olarak maksimum yer değiştirme oluşturacak orta noktada iken, kirişin hareketinin zıt yönde olabilmesiyle orta noktada maksimum yer değiştirme oluşmamaktadır. Kirişin kendi ağırlığı ve kaldırılan yükün statik etkisinden dolayı oluşan yer değiştirmelerin yanında araba ile kirişin etkileşiminden oluşan dinamik yer değiştirmeler de oluşacaktır. Toplam yer değiştirme sadece statik yükten dolayı oluşan yer değiştirmeden çok büyük olabilecektir. Ağır şartlarda hızlı çalışacak krenlerin hizmet ömrünün belirlenmesi için tasarım aşamasında kren kiriş sisteminin dinamik davranışının hassas olarak belirlenmesi zorunludur. Kaldırılacak yükün miktarı ve arabanın hızı, taşıyıcı kiriş sisteminin dinamik özellikleri dikkate alınarak yapılacak hesapların daha doğru olacağı gösterilmiştir. Bu çalışmanın en sonunda ise analitik yöntemle elde edilen sonuçlarla SAP2000 'de yapılan analiz sonuçları karşılaştırılmış, sonuçların doğruluğu araştırılmıştır.

DYNAMIC ANALYSIS OF OVERHEAD CRANE BEAMS SUBJECTED TO MOVING LOADS

SUMMARY

In this thesis study, dynamic behaviour of overhead crane beams has been investigated. For this purpose, a Bernoulli-Euler thin beam has been studied. In second chapter, types of cranes are generally introduced. In third chapter, the mathematical model of overhead crane has been formed and equation of motion has been obtained. In fourth chapter, information regarding finite element method is briefly given and the program SAP 2000 has been introduced. In fifth chapter, analyses have been carried out. Computerized analyses have been carried out in SAP 2000. In dynamic analysis Newmark direct time integration method and proportional damping have been preferred. Dynamic response of the beam has been given depending on the mass ratio of the load to the mass of the beam and the velocity of the load. Dynamic response of crane beams depends on velocity and mass of moving load. Moving load changes the natural frequency of the system. The vibration of the system varies according to the position of the moving load.. Genarally, if the velocity of the load increases, the position of the maximum response on the beam occurs far from the midpoint. The higher the velocity increases the maximum point goes forward on the beam. For some values of the velocity, the maximum response may occur before the midpoint. In some cases, due to the dynamic motion of the beam, the maximum response does not occur if the motion of the beam in the opposite direction even when the load at midpoint. Besides own weight of beam and the static load, effects the interaction of the beams and carriage will create deflection too. Total deflection may be too higher than only static one. It is mandatory to determine dynamic behaviour of beam system of overhead cranes desired to use at heavy condition. It brings out results that are more accurate to take into account the mass and velocity of the moving load and properties of carrying system in dynamic analysis. In last chapter, the results obtained both analytically and by SAP 2000 have been compared and the accuracy of the results has been investigated.

1. GİRİŞ

Krenler, bir taşıma elemanına asılı olan (genellikle halata) yükü kaldıran ve çeşitli yönlerde hareket ettiren kaldırma ve taşıma makineleridir. Krenlerin birçok tipi bulunmakla birlikte çoğunlukla kullanılanları; portal krenler, köprü vinçleri, jib krenler ve kule vinçleridir.

Vinçler yükleri sadece kaldıran ve tek yöne çeken basit kaldırma makineleri, krenler ise üzerinde vinç donanımı da bulunan, öteleme ve dönme hareketlerini yapacak düzeneklere sahip, yükleri istenilen her yöne taşıyabilen kaldırma makineleridir [1]. Her biri özel bir kullanım alanı için yapılmış birçok kren çeşidi mevcuttur. Genellikle fabrika içlerinde kullanılan jib krenlerden, yüksek binaların yapımında kullanılan kule krenlere ve gemi ve petrol kulelerinin yapımı için kullanılan portal krenlere kadar değişik ebatlarda ve değişik amaçlar için kullanılan çok sayıda kren imal edilmektedir.

Bu çalışmada, köprülü krenler hakkında bilgi verilerek, sistemin modellenmesi ve analizi konusunda araştırma hedeflenmektedir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, kren çeşitleri genel olarak tanıtılmıştır.

Çalışmanın üçüncü bölümünde, köprülü kren sisteminin matematik modeli oluşturulmuş ve hareket denklemi elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde SEM'e kısaca değinilmiş ve SAP2000 programı tanıtılmıştır. Bu bölümde ayrıca SAP2000 programının analiz için gerekli olan temel özellikleri anlatılmıştır.

Çalışmanın beşinci bölümünde analizler gerçekleştirilmiştir. Dinamik analizlerde Newmark doğrudan zaman integrasyonu metodu ve oransal sönümleme tercih edilmiştir. Yükün hareket hızının ve kiriş kütlesine olan oranının farklı değerleri için kirişin dinamik davranışı diyagramlarla verilmiştir.

Altıncı bölümde analitik yöntemle elde edilen sonuçlarla SAP2000 'de yapılan analiz sonuçları karşılaştırılmış, sonuçların doğruluğu araştırılmıştır. Kaldırılacak yükün

miktarı ve arabanın hızı, taşıyıcı kiriş sisteminin dinamik özellikleri dikkate alınarak yapılacak hesapların daha doğru olacağı gösterilmiştir.

2. KREN ÇEŞİTLERİ

2.1 Giriş

Krenler, genellikle şantiyelerde, tersanelerde ve inşaat sahalarında kullanılan, sabit veya hareketli bir taşıyıcı üzerinde ağır yüklerin yatayda ve düşeyde taşınmasını sağlayan makinelerdir. Kren çeşitleri arasında portal krenler, köprülü krenler, döner krenler, jib krenler ve kablolu krenler sayılabilir[2]. Bu çalışmada kren çeşitleri genel olarak tanıtılmış, köprülü krenler üzerine yoğunlaşılmıştır.

2.2 Krenlerin Sınıflandırılması

Bu bölümde krenler sınıflandırılmış ve krenler hakkında genel bilgi verilmiştir.

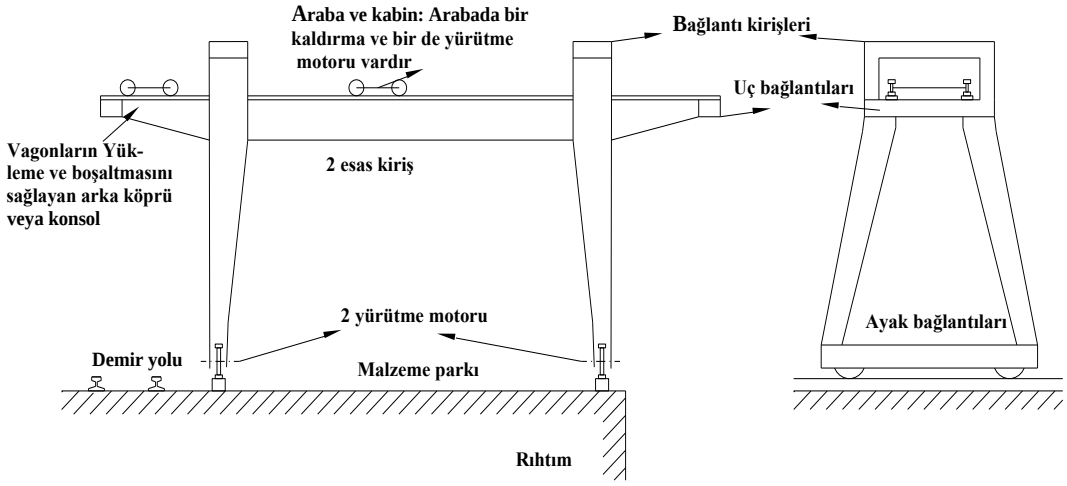
2.2.1 Portal krenler

Portal krenler zeminden destek bacaklar vasıtasıyla yükselirler. Köprü zemine monte edilen raylar üzerinde, yürüyüş grupları yardımıyla hareket eder. Tek ve iki köprülü olabilirler. Büyüklükleri kullanım alanlarına göre farklılık göstermektedir.

Tersanelerde, gemi yapımında ve birçok endüstride yüklerin taşınmasında kullanılırlar. Şekil 2.1'de portal krenler ve Şekil 2.2'de ise portal kren şeması gösterilmektedir.



Şekil 2.1 : Portal krenler



Şekil 2.2 : Portal kren şeması

2.2.2 Jib krenler

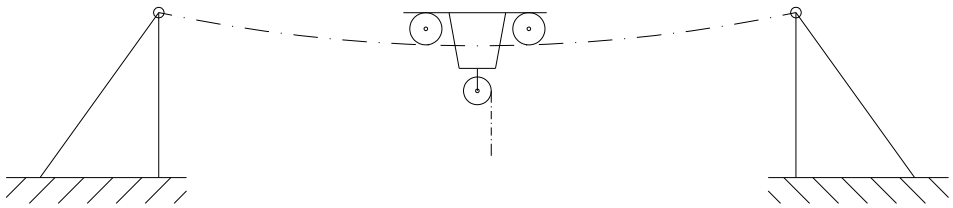
Jib krenler, yere monte edilen bir yapı ve buna bağlı, istenildiğinde açısal olarak hareket edebilen bir boma sahiptir. Endüstride parçaların taşınmasında, bina yapım işlerinde ve askeri araçların üretiminde kullanılırlar. Şekil 2.3'te tersanede gemi yapımında, nispeten ufak yüklerin taşınmasında kullanılan bir jib kren gösterilmektedir.



Şekil 2.3 : Jib kren

2.2.3 Kablolu krenler

Kablolu krenler, üzerinde arabanın hareket ettiği bir veya daha fazla tel halatlı (taşıma halatlı) krenlerdir. Şantiyelerde ve büyük depolarda sıklıkla kullanılır. Açıklık 1000 m'ye kadar yükselebilir. Halatlar iki devrilebilir (sabit, hareketli veya dönebilir) kule arasına gerilmiştir. Şekil 2.4'te kablolu kren şeması gösterilmektedir.



Şekil 2.4 : Kablolu kren şeması

2.2.4 Kule krenler

Kule krenler, kaldırma kapasitesi ve kaldırma yüksekliğinin en iyi kombinasyonuna sahip olup, yüksek binaların yakınında kullanılırlar. Dengeyi sağlayabilmek ve alandan tasarruf edebilmek için, krenin dikey parçası genellikle yapının orta kısmındaki bloğa sabitlenir. Kulenin üzerinde bulunan yatay bom asimetriktir. Bomun bir tarafında yük taşınırken, diğer kısmında dengeyi sağlayabilmek için beton bloklar (karşı ağırlık) bulunmaktadır. Montajları genellikle teleskobik krenler yardımıyla yapılmaktadır. Şekil 2.5'te kule kren resmi görülmektedir.



Şekil 2.5 : Kule kren

2.2.5 Köprülü krenler

Genellikle yarı ağır ve ağır endüstri ile ilgili fabrikalarda kullanılan köprülü krenler, yükseğe yerleştirilmiş iki kren yolu arasında bir köprü konstrüksiyondan oluşur.

Gezer köprülü krenler, kaldırma grubu, köprü yürüyüş grubu ve köprü olmak üzere üç ana parçadan oluşurlar. Portal krenler gibi tek veya çift kirişli olabilirler. Portal krenlerden farkları, rayların taşıyıcı kolonlar üzerinde bulunmasıdır. Bu nedenle destek bacaklara ihtiyaçları yoktur. Genellikle kapalı alanlarda, depolama, yükleme ve taşıma işlerinde kullanılırlar. Şekil 2.6'da gezer köprülü kren resmi görülmektedir.



Şekil 2.6 : Gezer köprülü kren

Köprülü kren tarafından gerçekleştirilen hareketler şunlardır (Şekil 2.7):

a) OZ ekseni boyunca düşey hareket, kaldırma ve indirme hareketi
b) OY ekseni boyunca yatay hareket, köprünün öteleme hareketi
c) OX ekseni boyunca yatay hareket, arabanın köprü üzerinde yaptığı öteleme hareketi

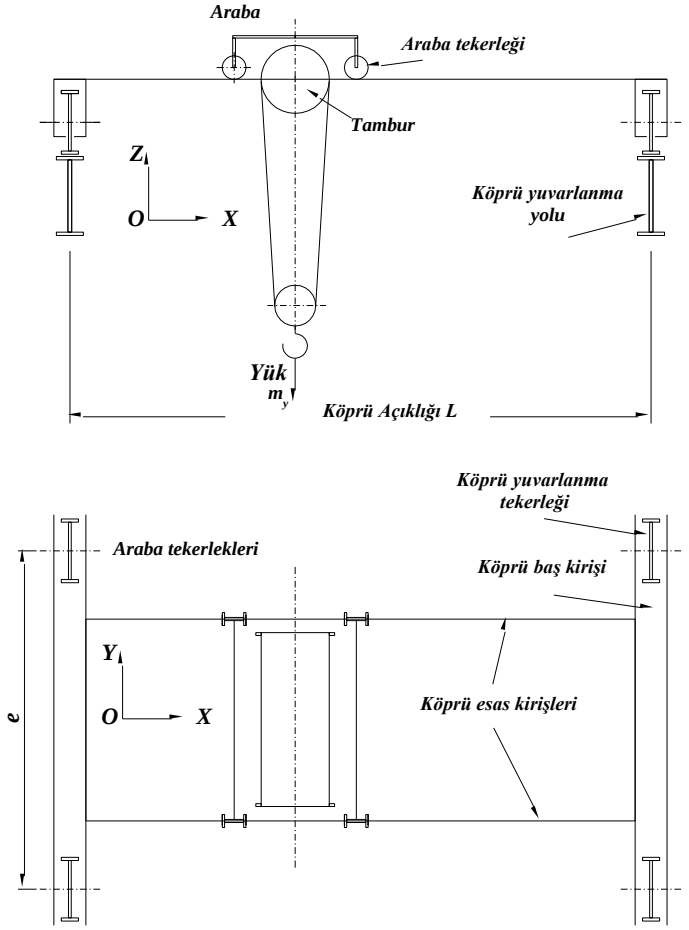
Bir köprülü krende aşağıdaki mekanizmalar bulunur:

a) Tamburlu kaldırma mekanizması
b) Araba öteleme mekanizması
c) Köprü yürütme mekanizması

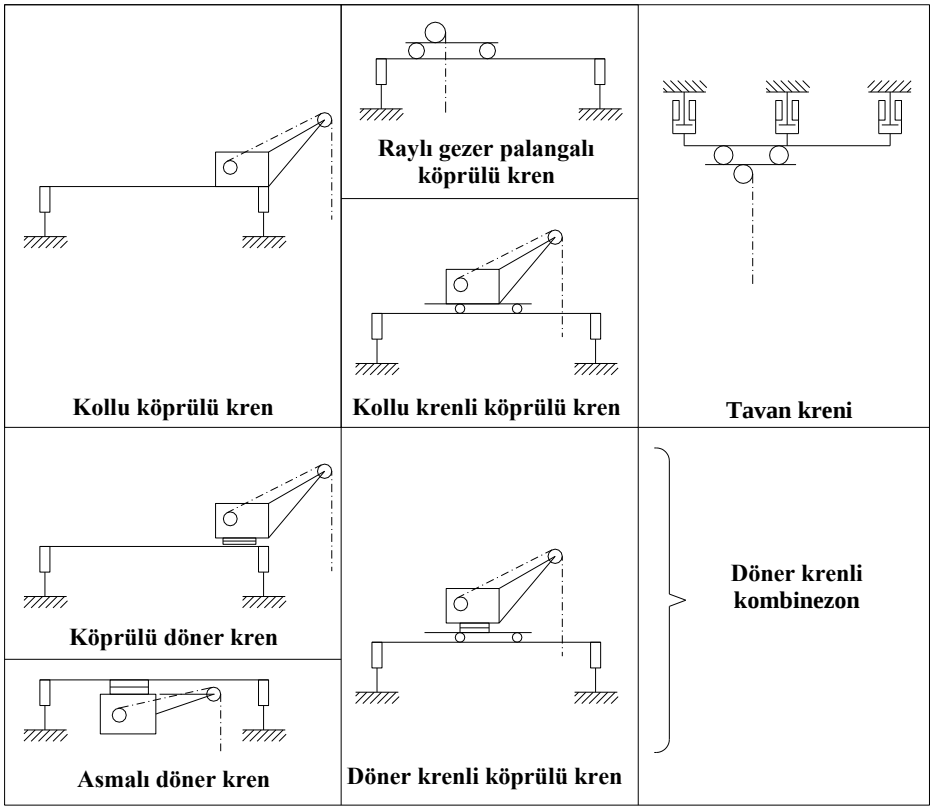
Bir köprülü kren, taşınacak yükün maksimum değeri, yani kaldırma kabiliyeti ve köprü açıklığı ile karakterize edilir. Köprülü krenin asıl karakterleri bunlardır. Ama bunların yanı sıra aşağıdaki özelliklerin de dikkate alınması gerekir:

a) Kaldırma hızı
b) Köprü öteleme hızı
c) Araba öteleme hızı
d) Kaldırma yüksekliği
e) Köprü gezinme mesafesi

Şekil 2.8'de köprülü kren çeşitleri toplu olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : Köprülü kren şeması

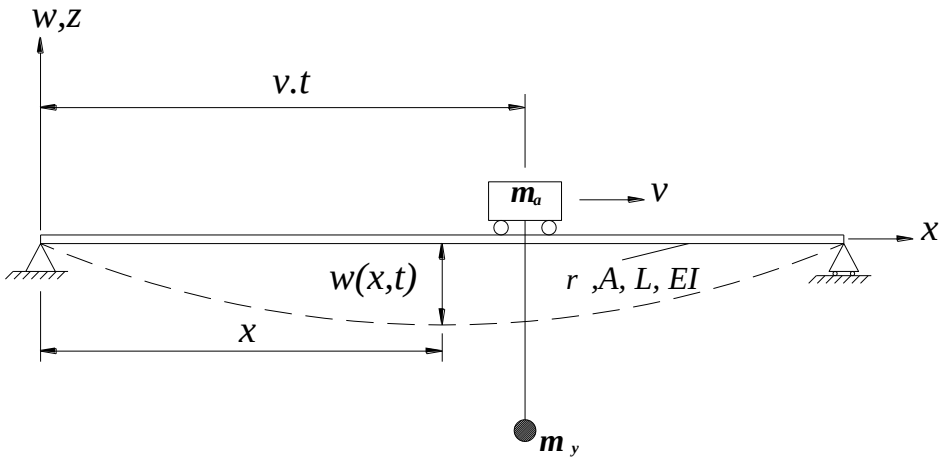


Şekil 2.8 : Köprülü kren çeşitleri

3. MATEMATİK MODELİN OLUŞTURULMASI

3.1 Tek Kirişli Köprülü Kren Sisteminin Modellenmesi

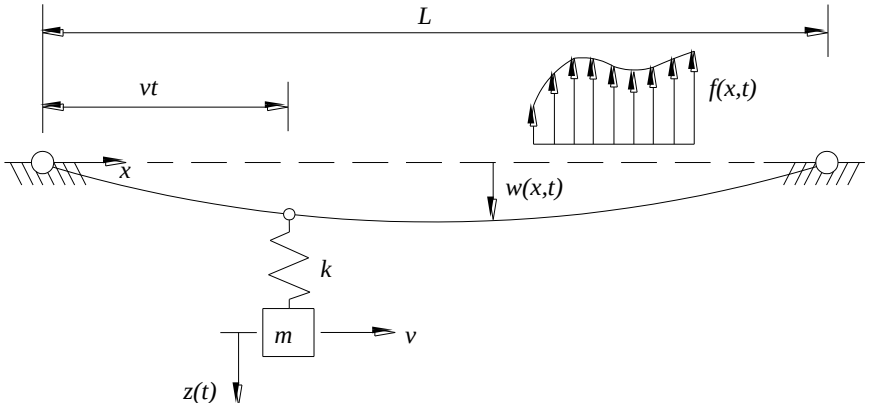
Tek kirişli bir köprülü kren sistemi temel olarak üç kısımdan oluşur.Bunlar; kiriş, kiriş üzerinde hareket eden araba ve arabaya bağlı halatların taşıdığı yüktür. Köprülü kren kirişleri Bernoulli-Euler kirişi olarak ele alınırlar, çünkü kiriş kesit boyutları boyuna oranla çok küçüktür. Köprülü kren kirişleri kiriş yürüme yolu üzerinde yürüyen tekerlekler üzerinde olduğundan dolayı basit mesnetli kiriş olarak analiz edilirler. Araba, üzerindeki yürütme ve kaldırma sistemi ile birlikte m_a kütlesine sahiptir. Arabadaki kaldırma sistemine bağlı halat veya halatların ucuna bağlı bir m_y yükü bulunmaktadır. Kiriş kesitinin dönme ataleti ve kayma çökmesi dikkate alınmamaktadır. Bu çalışmada hareket denklemi elde edilirken bu etkiler hesaba katılmış, daha sonra dönme ataleti ve kayma çökmesi sıfır alınarak bu etkiler ihmal edilmiştir. Şekil 3.1'de tek kirişli köprülü kren modeli gösterilmektedir.



Şekil 3.1 : Tek kirişli kren modeli

Şekil 3.2'de ise hareketli osilatör modeli gösterilmiştir. Kren sistemi gerçekte bu şekilde modellenebilir çünkü halatlar ne kadar rijit olsalar da belirli bir esnekliğe sahiptirler. Bu sistemde hareketli yük veya kütle yay katsayısı k olan bir yay ile kirişe bağlanmıştır. Yaya asılı hareketli kütlenin zamana bağlı yer değiştirmesi $z(t)$ fonksiyonuyla ifade edilebilir. Hareketli bir osilatör taşıyan bir kiriş sisteminde k yay

katsayısının sonsuza gitmesi halinde hareketli osilatör probleminin kareketli kütle problemine dönüştüğü bildirilmektedir[3].



Şekil 3.2 : Hareketli osilatör modeli

Yükü kaldıran halatların dinamik davranışları ve yükün titreşimi bu çalışmanın kapsamında değildir, bu nedenle kaldırılan yük doğrudan arabanın yüküne ilave edilerek kren kirişlerinin dinamik davranışı üzerinde durulmuştur. Bunun için öncelikle üniform olmayan bir çubuğun eğilme titreşimleri ele alınmış, teorik altyapı oluşturulduktan sonra elde edilen formüller köprülü kren kirişlerine uygulanmıştır.

3.2 Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Hareket denklemi Genelleştirilmiş Hamilton Prensibi ile elde edilmiştir.

3.2.1 Sınır değer problemi formülasyonu

Sınır değer problemini incelemek için, üniform olmayan bir çubuğun eğilme titreşimleri ele alınabilir: Şu notasyonlar kullanılsın:

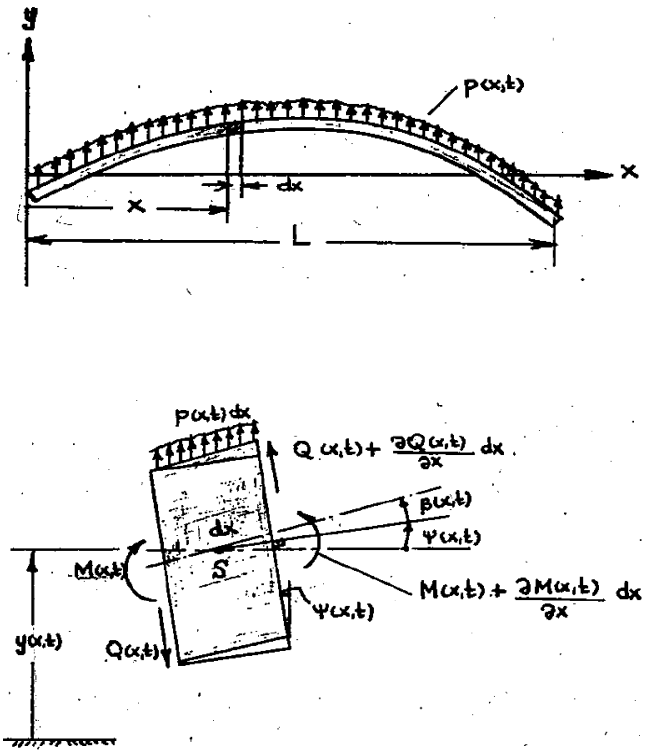
$\mu(x)$: bir x kesitinde birim uzunluk başına kütle

$A(x)$: bir x kesitinde kesit alanı

$I(x)$: bir x kesitinde tarafsız eksene göre kesit atalet momeri

$p(x,t)$: bir x kesitinde birim uzunluk başına dış yük

Şekil 3.3'te eğilme titreşimleri yapan üniform olmayan bir çubuk gösterilmektedir.



Şekil 3.3 : Eğilme titreşimleri yapan üniform olmayan çubuk[4].

Çubuğun herhangi bir x noktasındaki sehimi $w(x,t)$ biri eğilme, diğeri de kesmeden olmak üzere iki kısımdan oluşur. Burada . $w(x,t) = y(x,t)$ olarak ele alınmaktadır. Sadece yönlerde farklılık söz konusudur. Buna göre, elastik eğrinin x noktasındaki eğimi;

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = \psi(x,t) + \beta(x,t) \qquad \textbf{(3.1)}$$

şeklinde yazılır[4].

Burada,

$\psi(x,t)$: eğilmeden kaynaklanan dönme açısını

$\beta(x,t)$: kesmeden kaynaklanan kayma açısını

göstermektedir.

Eğilme momenti ile eğilme deformasyonu arasında,

Kesme kuvveti ile kayma deformasyonu arasında ise,

$$M(x,t) = EI(x)\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \qquad \textbf{(3.2)}$$

$$Q(x,t) = k'GA(x)\beta(x,t) \qquad \textbf{(3.3)}$$

ilişkileri vardır. Burada,

G: kayma modülü

k': kesit şekline bağlı bir sabit katsayıdır.

Sınır değer problemini formüle etmek üzere, Genelleştirilmiş Hamilton prensibinden yararlanalım:

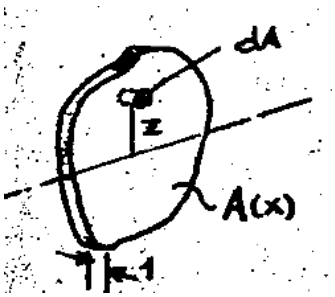
$\delta' W^a$ konservatif olsun veya olmasın tüm aktif kuvvetlerin virtüel işleri toplamını göstermektedir.

Çubuğun kinetik enerjisi,

$$T(t) = \frac{1}{2}\int_0^L \left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right]^2 \mu(x)dx + \frac{1}{2}\int_0^L \left[\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}\right]^2 J(x)dx \qquad \textbf{(3.4)}$$

şeklindedir.

$J(x)$, birim uzunluk başına kütlesel atalet momenti olup, Şekil 3.4'te gösterildiği üzere tarafsız eksene göre hesaplanmaktadır.



Şekil 3.4 : Birim eleman

$\rho(x)$, x kesitindeki yoğunluğu göstermek üzere;

$$J(x) = \int_{A(x)} \rho dA.1.z^2 = \rho \int_A z^2 dA = \rho I(x)$$

yazılabilir[4]. Bu ifade,

$$J(x) = \rho I_x = \frac{\mu(x)}{A(x)} I(x) = i^2(x)\mu(x) \quad \textbf{(3.5)}$$

şeklinde de düzenlenebilir. Burada $i(x)$, tarafsız eksene göre kesit atalet yarıçapını göstermektedir.

Kinetik enerjinin varyasyonunu yazalım:

$$\delta T = \int_0^L \mu \frac{\partial w}{\partial t} \delta(\frac{\partial w}{\partial t}) dx + \int_0^L i^2 \mu \frac{\partial \psi}{\partial t} \delta(\frac{\partial \psi}{\partial t}) dx \quad \textbf{(3.6)}$$

Şimdi virtüel iş ifadesine geçilebilir. Problemde hem konservatif hem de konservatif olmayan kuvvetlerin virtüel işleri söz konusudur:

$$\delta' W^a = \delta' W_c{}^a + \delta' W_{nc}{}^a = -\delta V(t) + \int_0^L p(x,t)\delta w(x,t) dx \quad \textbf{(3.7)}$$

Çubuğun $V(t)$ potansiyel enerjisi;

$$V(t) = \frac{1}{2}\int_0^L M(x,t) \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} dx + \frac{1}{2}\int_0^L Q(x,t)\beta(x,t) dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^L EI(x) \left[\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right]^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L k' GA(x)\beta^2(x,t) dx \quad \textbf{(3.8)}$$

şeklindedir. Şimdi bu ifadenin varyasyonunu alalım:

$$\delta V = \int_0^L EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \delta\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx + \int_0^L k' GA\beta\delta\beta dx$$

$$= \int_0^L EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \delta\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx + \int_0^L k' GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi)\delta(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) dx \quad \textbf{(3.9)}$$

δT ve $\delta' W^a$ 'yı Genelleştirilmiş Hamilton Prensibi' nde yerlerine koyalım[5]:

$$\int_{t1}^{t2} (\delta T + \delta' W^a) dt = \int_{t1}^{t2} [\int_0^L \mu \frac{\partial w}{\partial t} \delta(\frac{\partial w}{\partial t}) dx + \int_0^L i^2 \mu \frac{\partial \psi}{\partial t} \delta(\frac{\partial \psi}{\partial t}) dx$$

$$- \int_0^L EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \delta\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx - \int_0^L k' GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi)\delta(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) dx$$

$$+ \int_0^L p\delta w dx] dt = 0 \quad \textbf{(3.10)}$$

x ve t'ye göre integrasyonların sırasının değiştirilebildiğini ve ayrıca varyasyon ve türev operatörlerinin de kümütatif olduğunu göz önünde bulundurarak,daha sonra Genelleştirilmiş Hamilton Prensibi'nde yerlerine konmak üzere aşağıdaki ara işlemler yapılabilir:

$$\int_{t1}^{t2} \mu \frac{\partial w}{\partial t} \delta(\frac{\partial w}{\partial t}) dt = \int_{t1}^{t2} \mu \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial(\delta w)}{\partial t} dt = \mu \frac{\partial w}{\partial t} \delta w \Big|_{t1}^{t2} - \int_{t1}^{t2} \frac{\partial}{\partial t}(\mu \frac{\partial w}{\partial t}) \delta w dt$$

$$= -\int_{t1}^{t2} \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta w dt$$

$$\int_{t1}^{t2} i^2 \mu \frac{\partial \psi}{\partial t} \delta(\frac{\partial \psi}{\partial t}) dt = -\int_{t1}^{t2} i^2 \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \delta\psi dt$$

$$\int_0^L EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \delta\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) dx = \int_0^L EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial(\delta\psi)}{\partial x} dx = (EI \frac{\partial \psi}{\partial x}) \delta\psi \Big|_0^L$$

$$-\int_0^L \frac{\partial}{\partial x}(EI \frac{\partial \psi}{\partial x}) \delta\psi \delta x$$

$$\int_0^L k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) \delta(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) dx = \int_0^L k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) \frac{\partial}{\partial x}(\delta w) dx$$

$$-\int_0^L k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) \delta\psi dx = [k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) \delta w \Big|_0^L$$

$$-\int_0^L \frac{\partial}{\partial x}[k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi)] \delta\psi dx - \int_0^L k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) \delta\psi dx$$

Şimdi bu ara işlemlerin sonuçlarını denklem (3.10)' da yerlerine koyalım:

$$\int_{t1}^{t2} \{-\int_0^L \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dx - \int_0^L i^2 \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \delta\psi dx - (EI \frac{\partial \psi}{\partial x}) \delta\psi \Big|_0^L$$

$$+\int_0^L \frac{\partial}{\partial x}(EI \frac{\partial \psi}{\partial x}) \delta\psi \delta x - [k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi)] \delta w \Big|_0^L$$

$$+\int_0^L \frac{\partial}{\partial x}[k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi)] \delta w dx + \int_0^L k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi) \delta\psi dx$$

$$+\int_0^L p \delta w dx\} dt = \int_{t1}^{t2} [\int_0^L \{\frac{\partial}{\partial x}[k'GA(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi)] - \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p\} \delta w dx +$$

$$+\int_0^L \{\frac{\partial}{\partial x}(EI\frac{\partial \psi}{\partial x})+k'GA(\frac{\partial w}{\partial x}-\psi)-i^2\mu\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\}\delta\psi dx$$

$$-(EI\frac{\partial \psi}{\partial x})\delta\psi\Big|_0^L-[k'GA(\frac{\partial w}{\partial x}-\psi)]\delta w\Big|_0^L]dt=0 \qquad \textbf{(3.11)}$$

δw ve $\delta\psi$ virtüel deplasmanları keyfi ve de bağımsızdırlar. O halde örneğin $x=0$ ve $x=L$' de sıfır olarak, $0<x<L$ aralığında da keyfi olarak seçilebilir. Bu durumda denklem (3.11)' in sağlanabilmesi için bölge içerisinde,

$$\frac{\partial}{\partial x}[k'GA(\frac{\partial w}{\partial x}-\psi)]-\mu\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+p=0 \qquad \textbf{(3.12)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(EI\frac{\partial \psi}{\partial x})+k'GA(\frac{\partial w}{\partial x}-\psi)-i^2\mu\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=0 \qquad \textbf{(3.13)}$$

ifadeleri sağlanmak zorundadır.

Ayrıca sınırlarda,

$$(EI\frac{\partial \psi}{\partial x})\delta\psi\Big|_0^L=0 \qquad \textbf{(3.14)}$$

$$[k'GA(\frac{\partial w}{\partial x}-\psi)]\delta w\Big|_0^L=0 \qquad \textbf{(3.15)}$$

olmalıdır. Buradaki sınır şartları iki ucu serbest çubuk için yazılmış sınır şartlarıdır. Köprülü kren sistemi, iki ucu da basit mesnetli çubuk olarak ele alındığı için sınır şartlarını yeniden düzenleyelim. Buna göre iki ucu da basit mesnetli çubuk için;

$$w(0,t)=0,\quad w(L,t)=0 \qquad \textbf{(3.16)}$$

$$M(0,t)=EI\frac{\partial \psi}{\partial x}\Big|_{x=0}=0,\ M(L,t)=EI\frac{\partial \psi}{\partial x}\Big|_{x=L}=0 \qquad \textbf{(3.17)}$$

sınır şartları sağlanmalıdır. Bu sınır şartlarından ilk ikisi geometrik, son ikisi de dinamik sınır şartlarıdır.

Denklem (3.12) ve (3.13), hareketin diferansiyel denklemleridir. Denklem (3.14) ve (3.15) de sınır şartlarını temsil etmektedirler. Hepsi bir arada sınır değer problemini oluşturmaktadırlar.

3.2.2 Homojen çözüm

Buraya kadarki formülasyonlarda kayma deformasyonu ve dönme ataleti etkisini göz önüne aldık. Dönme ataleti etkisi ile çubuğun bir dx elemanının S kütle merkezinden geçen dik eksen etrafındaki dönmesinden kaynaklanan atalet etkisi kastedilmektedir. Kayma deformasyonu, potansiyel enerji ifadesindeki

$$\frac{1}{2}\int_0^L k'GA(x)\beta^2(x,t)dx \qquad \textbf{(3.18)}$$

integrali ile, dönme etkisi de kinetik enerji ifadesindeki,

$$\frac{1}{2}\int_0^L \left[\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}\right]^2 J(x)dx \qquad \textbf{(3.19)}$$

integrali ile temsil edilmektedir. Timoschenko, çubuğun kesit boyutlarının, boyuna oranla küçük olması halinde bu iki etkinin de ihmal edilebileceğini göstermiştir[4]. Bu kabuller altında ifadelerimizi yeniden düzenleyelim:

Önce denklem (3.12) ve (3.13)'ü eğilme momenti ve kesme kuvveti cinsinden olmak üzere yeniden yazalım:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - \mu\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p = 0 \qquad \textbf{(3.20)}$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} + Q - i^2\mu\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \qquad \textbf{(3.21)}$$

Dönme ataleti etkisini ihmal edince son denklemden,

$$\frac{\partial M}{\partial x} \approx -Q \qquad \textbf{(3.22)}$$

bulunur. Bunu bir kere türeterek,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \cong \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \qquad \textbf{(3.23)}$$

yazılır. Bunu denklem (3.21)'de yerine koyunca,

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - \mu\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p = 0 \qquad \textbf{(3.24)}$$

ifadesine gelinir. Şimdi dönme ifadesini ele alalım: Denklem (3.1)'den

$$\psi = \frac{\partial w}{\partial x} - \beta$$

şeklindeydi. Kayma deformasyonunu (β'yı) ihmal edince,

$$\psi \approx \frac{\partial w}{\partial x} \qquad \textbf{(3.25)}$$

olur.Böylece moment ifadesi için de denklem (3.2)'den

$$M = EI\frac{\partial \psi}{\partial x} \approx EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad \textbf{(3.26)}$$

yazılır. Son ifadeyi denklem (3.24)'te yerine koyarsak,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p$$

bulunur. Kesme kuvveti için de denklem (3.26)'nın denklem (3.22)'de göz önüne alınmasıyla,

$$Q = -\frac{\partial M}{\partial x} \approx -\frac{\partial}{\partial x}(EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \qquad \textbf{(3.27)}$$

elde edilir.

Bir dış kuvvetin mevcut olmadığını da kabul edip (p=0), kayma deformasyonu ve dönme ataleti etkilerinin ihmal edilmesi hallerinde formüller şu şekildedir:

Hareket denklemi:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(EI(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}) + \mu(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad \textbf{(3.28)}$$

Dönme açısı:

$$\psi(x,t) = \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \qquad \textbf{(3.29)}$$

Eğilme momenti:

$$M(x,t) = EI(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \qquad \textbf{(3.30)}$$

Kesme kuvveti:

$$Q(x,t) = -\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}(EI(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}) \quad \textbf{(3.31)}$$

Şimdi (3.28) diferansiyel denklemi için,

$$w(x,t) = W(x)\,f(t) \quad \textbf{(3.32)}$$

şeklinde biri yalnızca konumun, diğeri de yalnızca zamanın fonksiyonu olan iki fonksiyonun çarpımı şeklinde bir çözüm kabulü yapalım. Buna değişkenlerin ayrılması metodu denir ve bu metot kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır. (3.32) ifadesi x ve t'ye göre türevlendirip denklem (3.28)'de yerine konursa denklem (3.33) elde edilir.

$$EIW^{iv}(x)\,f(t) + W(x)\,\ddot{f}(t) = 0 \quad \textbf{(3.33)}$$

Burada (.) zamana göre türevi, $(')$ x'e göre türevi göstermektedir. Denklem (3.33) yeniden düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$EI\,\frac{W^{iv}(x)}{\mu W(x)} = -\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} \quad \textbf{(3.34)}$$

(3.34) eşitliğinin sol yanı yalnız x 'in; sağ yanı ise yalnız t'nin fonksiyonudur. Hem x'in, hem de t'nin bağımsız değişkenler olduğunu göz önünde bulunduracak olursak bunun, ancak her iki yanın da aynı bir sabite eşit olmasıyla mümkün olabileceği sonucuna varırız. Bu sabitin fiziksel düşünceler nedeniyle pozitif bir sabit olması gerekmektedir. Sabite $\omega_j{}^2$ diyelim.

$$EI\,\frac{W^{iv}(x)}{\mu W(x)} = -\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = \omega_j{}^2 \quad \textbf{(3.35)}$$

Bu sabit, sistemin öz frekansının karesine eşittir. Denklem (3.35)'ten biri x'e, diğeri t'ye bağlı iki adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$W^{iv}(x) - \frac{\mu\omega_i{}^2}{EI}W(x) = 0 \quad \textbf{(3.36)}$$

$$-\ddot{f}(t) + \omega_i{}^2 f(t) = 0 \quad \textbf{(3.37)}$$

Elde edilen bu iki adi diferansiyel denklemin, basit mesnetli kiriş için uç noktalarda yer değiştirmeler ve momentlerin sıfır sınır şartları ile çözümüyle kirişin dairesel

titreşim frekansları ve titreşim mod şekilleri elde edilir. İşlem kolaylığı sağlaması açısından aşağıdaki eşitliği yazalım.

$$a^2 = \frac{EI}{\mu} \tag{3.38}$$

Bu durumda diferansiyel denklemimiz,

$$W^{iv}(x) - \frac{\omega_j^{\,2}}{a^2} W(x) = 0 \tag{3.39}$$

şeklinde olur. Şimdi

$$W(x) = Ae^{rx} \tag{3.40}$$

şeklinde bir çözüm kabulü yapalım.

Denklem (3.39)'un karakteristik denklemi denklem (3.41)'de verilmiştir.

$$r^4 - \frac{\omega_j^{\,2}}{a^2} = 0 \tag{3.41}$$

Karakteristik denklemin kökleri

$r_1 = \sqrt{\omega / a}$, $r_2 = \sqrt{\omega / a}$, $r_3 = i\sqrt{\omega / a}$, $r_4 = -i\sqrt{\omega / a}$

şeklindedir. Böylece genel çözüm, denklem (3.42)'deki gibidir.

$$W(x) = A_1 e^{r_1 x} + A_2 e^{r_2 x} + A_3 e^{r_3 x} + A_4 e^{r_4 x} \tag{3.42}$$

Denklem (3.42),

$$W(x) = C_1 \cosh\sqrt{\omega / a}x + C_2 \sinh\sqrt{\omega / a}x +$$

$$+C_3 \cos\sqrt{\omega / a}x + C_4 \sin\sqrt{\omega / a}x \tag{3.43}$$

şeklinde de yazılabilir.

Basit mesnetli bir kiriş için sınır şartları kirişin uç noktalarında yer değiştirme ve moment sıfırdır.

$W(0) = 0$, $W(L) = 0$, $W''(0) = 0$, $W''(L) = 0$

$W(0) = 0$ için denklem (3.43)'ten $C_1 + C_3 = 0$ olur. İkinci türev alınıp denklem (3.43)'te yerine konursa,

$W''(0) = 0$ için $C_1 - C_3 = 0$ olur.

$W(L) = 0$ için,

$$C_2 \sinh\sqrt{\frac{\omega}{a}}L + C_4 \sin\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \qquad \textbf{(3.44)}$$

$W''(L) = 0$ için,

$$\frac{\omega}{a}C_2 \sinh\sqrt{\frac{\omega}{a}}L - C_4 \sin\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \qquad \textbf{(3.45)}$$

Denklem (3.44) ve denklem (3.45) toplandığında,

$C_2 = 0$ ve

$$W(L) = C_4 \sin\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \qquad \textbf{(3.46)}$$

Denklem (3.46)'da C_4 sabit olduğundan dolayı $\sin\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0$ olmalıdır. Buna göre,

$$\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = j\pi,\ j = 1,2,3,...$$

değerlerinde eşitlik sıfır olur.

$$\sin j\pi = 0,\ j = 1,2,3,... \qquad \textbf{(3.47)}$$

$\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = j\pi$ ise,

$$\omega_j = \frac{j^2\pi^2}{L^2}a$$

şeklindedir. Denklem (3.38)'den a yerine konursa kirişin dairesel frekansı ω_j ve titreşim mod şekli $W_j(x)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

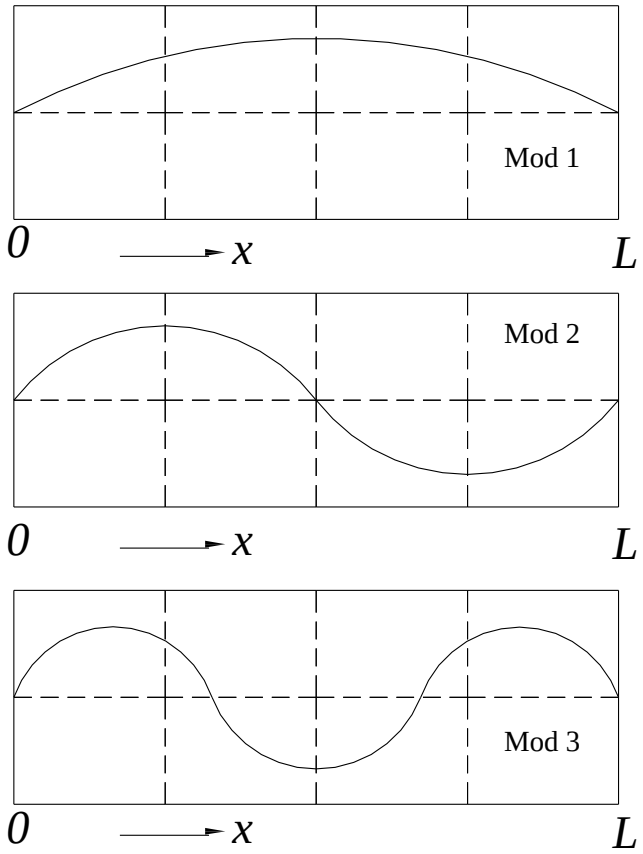
$$\omega_j^{\ 2} = \frac{j^4\pi^4 EI}{\mu L^4}a,\ J = 1,2,3,... \qquad \textbf{(3.48)}$$

$$W_j(x) = C\sin(j\pi x),\ j = 1,2,3,... \qquad \textbf{(3.49)}$$

Basit mesnetli kirişin doğal titreşim frekansları denklem (3.48)'den aşağıdaki gibi elde edilir.

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} = \frac{j^2\pi}{2L^2}\left(\frac{EI}{\mu}\right)^{1/2} \qquad \textbf{(3.50)}$$

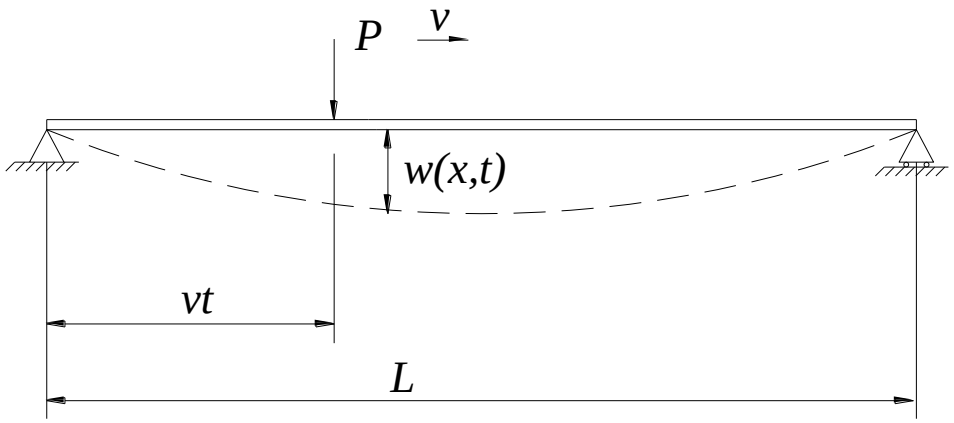
Denklem (3.49) bize titreşim mod şekillerini verir.Şekil 5'te basit mesnetli bir kirişin ilk üç titreşim modu görülmektedir.



Şekil 3.5: Kirişin ilk üç titreşim modu

3.3 Kiriş Üzerinde Hareketli Kuvvet

Üzerinde v hızıyla hareket eden bir P kuvvetine maruz kiriş Şekil 3.6'da gösterilmektedir. Tek kirişli bir köprülü kren sistemin modellemesi yapılırken bir takım kabuller yapılmıştır. Bunlar:



Şekil 3.6 : Üzerinde ***v*** hızıyla hareket eden bir ***P*** kuvvetine maruz kiriş

1) Kiriş üzerindeki toplam yük, arabanın ve kaldırılan yükün toplamına eşittir ve yük noktasal olarak etkimektedir.

2) Kiriş sabit kesitli ve sabit birim kütlelidir.

3) Yük arabaya kütlesiz ve rijit bir çubukla bağlanmıştır.

4) Yük kirişin üzerinde sabit hızla hareket etmektedir.

5) Hesaplama basit mesnetli kiriş için yapılmıştır, başlangıçta uç noktalarda yer değiştirme ve moment sıfır, kuvvetin harekete başlamasından önce kiriş hareketsizdir.

6) Kirişin davranışı, küçük yer değiştirmeler ve Hooke Kanunu dikkate alınarak Bernoulli-Euler diferansiyel eşitliği ile belirlenir.

Sistemin hareketini yöneten kısmi diferansiyel denklem, denklem (3.28) ile verilmişti. *P*' nin sıfır olmadığı durum için denklem yeniden düzenlenirse,

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = P(x,t) - \mu(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \qquad \textbf{(3.28a)}$$

elde edilir. Hareket denklemine titreşim sönümlemesini temsil eden ifadenin eklenmesi ve hareketli dış kuvvetin yerleştirilmesi ile denklem (3.51)'deki gibi elde edilir[6].

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = P\delta(x-vt) \qquad \textbf{(3.51)}$$

Burada, E Young modülü, I atalet momenti, μ birim uzunluğun kütlesi, x kiriş ekseni koordinatı, t zaman, $w(x,t)$ kirişin enine yer değiştirmesi, ω_b kirişin sönümleme dairesel frekansı, P uygulanan dış kuvvet, $\delta(x-vt)$ Dirac-delta fonksiyonudur.

Basit mesnetli bir kiriş için sınır şartları;

$w(0,t)=0$,

$w(L,t)=0$,

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}=0,\ x=0 \text{ ve } x=L \text{ 'de} \qquad \textbf{(3.52)}$$

Başlangıç şartları ise,

$$w(0,t)=\frac{\partial w(x,0)}{\partial t}=0,\ t=0 \text{ 'da} \qquad \textbf{(3.53)}$$

Mekanikte Dirac delta fonksiyonu $x=0$ noktasında etki eden birim konsantre kuvvet olarak düşünülebilir[6]. Dirac (darbe veya delta) fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\delta(x)=\frac{dH(x)}{dx} \qquad \textbf{(3.54)}$$

Burada $H(x)$ Heaviside birim fonksiyonu olup, aşağıdaki gibi belirlenir.

$$H(x)=0, x<0;\ H(x)=1, x\geq 0 \qquad \textbf{(3.55)}$$

Dirac (darbe veya delta) fonksiyonu kiriş üzerindeki hareketli kuvveti aşağıdaki gibi temsil eder[6].

$$p(x,t)=\delta(x)P \qquad \textbf{(3.56)}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x)dx=1 \qquad \textbf{(3.57)}$$

a, b, η sabit sayılar ve a, b aralığında $f(x)$ sürekli bir fonksiyon olmak üzere, dirac fonksiyonunun aşağıdaki ilişkileri mevcuttur.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(x-a)f(x)dx=f(a) \qquad \textbf{(3.58)}$$

$\eta<a<b$ için $\int_a^b \delta(x-\eta)f(x)dx=0$,

$a<\eta<b$ için $\int_a^b \delta(x-\eta) f(x)dx = f(\eta)$,

$a<b<\eta$ için $\int_a^b \delta(x-\eta) f(x)dx = 0$ **(3.59)**

3.4 Problemin Çözümü

Denklem (3.51)'in çözümü için denklemin her terimi $\sin j\pi x/L$ ile çarpılır ve x'e göre 0 ve L aralığında integral alınır. Fourier sinüs sonlu integral dönüşümü kuralını kullanarak aşağıdaki eşitlikler yazılır. Çizelge 3.1'de bazı fonksiyonların Fourier sonlu integral dönüşümleri verilmiştir.

$$V(j,t) = \int_0^L w(x,t) \sin \frac{j\pi x}{L} dx,\ j = 1,2,3,... \quad \textbf{(3.60)}$$

$$w(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{j=1}^{\infty} V(j,t) \sin \frac{j\pi x}{L} \quad \textbf{(3.61)}$$

Burada $V(j,t)$, orijinal $w(x,t)$'nin dönüşümüdür.

Çizelge 3.1: Fourier sinüs sonlu integral dönüşümü

Orijinal	Dönüşüm	Denk. No
$f(x) = \frac{2}{L}\sum_{j=1}^{\infty} F(j) sin \frac{j\pi x}{L}$	$F(j) = \int_0^L f(x) sin \frac{j\pi x}{L}$	(d1)
$\frac{d^4 f(x)}{dx^4}$, $(f(0) = f(L) = f''(0) = f''(L) = 0$ *için*	$\frac{j^4\pi^4}{L^4} F(i)$	(d2)
a f(x)	*a F(j)*	(d3)
$\delta(x-a)$	$sin \frac{j\pi a}{L}$	(d4)

(3.51)'deki sınır şartları, (3.58)'deki Dirac fonksiyonunun özellikleri kullanılıp, Çizelge 3.1'deki denklem (d1)'den (d4)'e kadar dönüşümler yapılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\frac{j^4\pi^4}{L}EIV(j,t)+\mu\ddot{V}(j,t)+2\mu\omega_b\dot{V}(j,t)=P\sin\frac{j\pi vt}{L} \qquad \textbf{(3.62)}$$

Basit mesnetli bir kirişin j-nci mod titreşiminin dairesel frekansı denklem (3.48)'den ve kirişin doğal frekansı denklem (3.50)'den aşağıdaki gibidir.

$$\omega_j{}^2=\frac{j^4\pi^4EI}{\mu L^4}a,\ J=1,2,3,\ldots \qquad f_j=\frac{\omega_j}{2\pi}=\frac{j^2\pi}{2L^2}\left(\frac{EI}{\mu}\right)^{1/2}$$

Hareketli yükün kirişi etkileme frekansı,

$$\omega=\frac{\pi v}{L} \qquad \textbf{(3.63)}$$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak denklem (3.62) aşağıdaki şekilde düzenlenir.

$$\ddot{V}(j,t)+2\mu\omega_b\dot{V}(j,t)+\omega_j{}^2V(j,t)=\frac{P}{\mu}\sin j\omega t \qquad \textbf{(3.64)}$$

Denklem (3.64)'ü çözmek için Laplace-Carson integral dönüşüm metodunu kullanarak eşitliği e^{-pt} ile çarpıp, her terimi t'ye göre sıfırdan sonsuza kadar integral alınıp p ile çarpılır. (p kompleks düzlemde bir değişkendir). Çizelge 3.2'de bazı Laplace-Carson integral dönüşümleri verilmiştir.

$$V^*(j,p)=p\int_0^\infty V(j,t)e^{-pt}$$

$$V(j,t)=\frac{1}{2}\int_{a_0-i\infty}^{a_0+i\infty}e^{pt}\frac{V^*(j,p)}{p}dp \qquad \textbf{(3.65)}$$

Denklem (3.65)'in ikinci eşitliğindeki a_0 integralin, kompleks değişken $e^{tp}\,V(j,p)/p$ 'nin fonksiyonunun bütün tekil değerlerinin sağ tarafında kalan imajiner eksene paralel düz bir çizgi boyunca alındığını ifade eder. (Bu nedenle bütün tekilliklerin gerçek argümanı a_0'dan küçüktür).

Çizelge 3.2: Laplace-carson integral dönüşümü

Dönüşüm	Orijinal	Denk. No
$F(p) = p\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt$	$f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{F(p)}{p} e^{tp}dp$	(d5)
a	a	(d6)
$\sum_j^n a_j F_j(p)$	$\sum_j^n a_j f_j(t)$	(d7)
$p^n F(p) - p^n f(0_+) - p^{n-1}\frac{df(0_+)}{dt} - .. .. - p\frac{d^{n-1}f(0_+)}{dt^{n-1}}$	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	(d8)
$\frac{p}{p^2+a^2}$	$\frac{1}{a}\sin at$	(d9)
$\frac{p}{(p^2+c^2)[(p+a)^2+b^2]}$	$\frac{1}{(a^2+b^2-c^2)^2+4a^2c^2}[\frac{a^2+b^2-c^2}{c}\sin ct - \frac{b^2-a^2-c^2}{b}e^{-at}\sin bt - 2a(\cos ct - e^{-at}\cos bt)]$	(d10)
$\frac{p}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}$	$\frac{1}{ab(a^2-b^2)}(a\sin bt - b\sin at)$	(d11)

Denklem (3.64)'ü denklem (3.65) Laplace-Carson integral dönüşümü ve başlangıç şartları denklem (3.53) ve Çizelge (3.2)'deki dönüşümler (d5)'ten (d10)'a kadar kullanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$p^2V^*(j,p) + 2\omega_b p\dot{V}(j,t) + \omega_j{}^2V^*(j,p) = \frac{Pj\omega}{\mu}\frac{p}{p^2+j^2\omega^2} \qquad \textbf{(3.66)}$$

Denklem (3.66)'dan $V^*(j,p)$ çekilerek aşağıdaki dönüşmüş çözüm elde edilir.

$$V^*(j,p)=\frac{Pj\omega}{\mu}\frac{p}{p^2+j^2\omega^2}\frac{1}{p^2 2\omega_b p+\omega_j{}^2} \tag{3.67}$$

Kompleks değişkenli fonksiyon olan denklem (3.67)'nin kutuplarının pozisyonuna bağlı olarak bazı farklı durumlar arasında ayırım yapılabilmesi için aşağıdaki iki boyutsuz parametreyi verelim.

Hız parametresi,

$$\alpha=\frac{\omega}{\omega_1}=\frac{v}{2f_1L}=\frac{T_1}{2T}=\frac{vL}{\pi}(\frac{\mu}{EI})^{1/2}=\frac{v}{v_{kr}} \tag{3.68}$$

Sönümleme parametresi,

$$\psi=\frac{\omega_b}{\omega_1}=\frac{\omega_b L^2}{\pi^2}(\frac{\mu}{EI})^{1/2}=\frac{\chi}{2\pi} \tag{3.69}$$

Birinci serbest titreşimin periyodu, $T_1=1/f_1$

Kuvvetin kiriş üzerinden geçiş süresi, $T=L/v$

Kritik hız,

$$v_{kr}=2f_1L=\frac{\pi}{L}(\frac{EI}{\mu})^{1/2} \tag{3.70}$$

Kiriş sönümlemesinin logaritmik azalması, $\chi=\omega_b/f_1$

Hafif sönümlemeli bir kirişin dairesel frekansı,

$$\omega'_j{}^2=\omega_j{}^2-\omega_b{}^2 \tag{3.71}$$

Ağır sönümlü kirişinki ise,

$$\omega'_j{}^2=\omega_b{}^2-\omega_j{}^2 \tag{3.72}$$

Hafif sönümleme durumunda denklem (3.67)'nin dört kutbu,

$j\omega,-ij\omega,-\omega_b+i\omega'_j,-\omega_b-i\omega'_j$, burada ω'_j denklem (3.71)'de verilmişti.

$p^2+2\omega_b p+\omega_j{}^2=(p+\omega_b)^2+\omega'_j{}^2$ olduğundan orijinal $V(j,t)$ Çizelge 3.2 denklem (d10) yardımıyla hesaplanabilir.

Böylece denklem (3.60) denklem (3.61)'de de yerine konulup ters Fourier dönüşümü yapılıp, $t\le T$ için bazı hesaplama ve düzenlemelerden sonra aşağıdaki denklem elde

edilir. Elde edilen denklem kirişin zamana bağlı yer değişiminin genel ifadesi olup, bazı özel durumlar açısından değerlendirilerek özel denklemler elde edilebilir.

$$w(x,t)=\frac{2PL^3}{\pi^4 EI}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{j^2[j^2(j^2-\alpha^2)^2+4\alpha^2\psi^2]}[j^2(j^2-\alpha^2)\sin j\omega t-$$

$$\frac{j\alpha[j^2(j^2-\alpha^2)-2\psi^2]}{(j^4-\psi^2)^{1/2}}e^{-\omega_b t}\sin\omega'_j t$$

$$-2j\alpha\psi(\cos j\omega t-e^{-\omega_b t}\cos\omega'_j t)]\sin\frac{j\pi x}{L} \qquad \textbf{(3.73)}$$

Denklemler (3.73) ve (3.67)'yi α ve ψ parametrelerinin bazı özel değerleri için inceleyelim. Statik durum ($\alpha = 0$). Denklem (3.53)'te ($\alpha = 0$) yerine konularak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$w(x,t)=\frac{2PL^3}{\pi^4 EI}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{j^4}\sin\frac{j\pi x}{L}\sin j\omega t \qquad \textbf{(3.74)}$$

Denklem (3.74) P kuvveti $v.t$ noktasında iken kiriş üzerindeki x noktasının statik yer değiştirmesini ifade eder.

Sönümsüz durum ($\psi = 0$)

$\alpha \neq j,\ \psi = 0$

Bu durum için denklem (3.73)'te $\psi = 0$ veya denklem (3.67)'de $\omega_b = 0$ denklem (d11) yardımıyla, kısaca denklem (3.52)'deki basit mesnetli kiriş sınır ve başlangıç şartları ve sönümsüz titreşim durumu için kirişin zamana bağlı yer değişimi aşağıdaki gibidir.

$$w(x,t)=\frac{2PL^3}{\pi^4 EI}\sum_{j=1}^{\infty}\sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right)\frac{1}{j^2(j^2-\alpha^2)}\left(\sin j\omega t-\frac{\alpha}{j}\sin\omega_{(j)}t\right),0\le x,vt\le L \qquad \textbf{(3.75)}$$

Denklem (3.63)'ten yükün kirişi etkileme frekansı $\omega=\pi v/L$ ve denklem (3.48)'den basit mesnetli kirişin dairesel titreşim frekansları, $\omega^2{}_j = j^4\pi^4 EI/L^4\mu$ 'dir. Hız parametresi denklem (3.68)'den $\alpha=\omega/\omega_j$ 'dir.

Denklem (3.51)'in çözümü için [7]'de dinamik bir Green fonksiyonu kullanılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$w(x,u) = \frac{2MgL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2(j^2-\alpha^2)} sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) sin\left(\frac{j\pi u}{L}\right) \quad , \quad 0 \le x,u \le L$$

(3.76)

Burada, M hareketli yükün kütlesi, u arabanın koordinatı, x kiriş ekseni koordinatıdır.

Denklem (3.76), kütle kiriş üzerinde u noktasında iken x noktasında oluşan yer değiştirmeyi göstermektedir. Burada α hız parametresidir. Denklemler (3.75) ve (3.76) yer değiştirmelerin zorlanmış kısımlarının farklı temsilleridir. Bu iki ifadenin denkliği nümerik olarak kanıtlanmıştır[7].

4. SONLU ELEMANLAR METODU

Çözülmesi uzun zaman alan karmaşık problemleri, daha basit ve kısa zamanda çözmek için, bu problemlere eşdeğer ancak daha basit hale getirilmiş problemlerin çözümüne gidilmesi sonlu elemanlar metodunun temelindeki fikirdir. Genellikle, basitleştirmeye gidilmesi sonucunda doğru sonuç yerine, yaklaşık bir sonuç bulunmaktadır. Günümüzde, sonlu elemanlar metodunun bilgisayarlarda uygulanması sonucunda hemen her problem için istenilen ölçüler arasında yaklaşık sonuçlar elde edilmektedir.

Sonlu elemanlar metodunda, çözüm bölgesi çok sayıda sonlu ve birbirine bağlı elemanlardan oluşmaktadır. Çözüme gidilirken, çeşitli teoriler kullanılarak, sınır koşul ve denge denklemlerinin tanımlanmasıyla yaklaşık sonuçlar bulunmaktadır.

4.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Kısa Tarihi

Günümüzde "Sonlu Elemanlar Metodu" şeklinde bilinen çözüm metotlarının arkasında bulunan temel fikirler yüzyıllar öncesine dayanmaktadır. Örneğin, yüzyıllar öncesinde bilim adamları çemberin çevre uzunluğunu bulmak için çemberin etrafından poligonlar çizerek bulmaktaydılar. Köşe sayısı arttırılan poligon, sonuca daha fazla yaklaştırmaktaydı.

Yakın tarihimizde, sonlu elemanlar metoduna benzer bir yöntem Courant tarafından 1943'te ilk kez ortaya atılmıştır. Bu yöntemde, üçgensel bölgeler üzerinde parçasal sürekli fonksiyonlar tanımlanmaktadır.

Günümüzde bilinen sonlu elemanlar metodu ise, 1956 yılında Turner, Clough, Martin ve Top tarafından sunulmuştur. Bu çalışmada, perçin bağlantılı profil ve üçgensel iç gerilmeli tabaka şeklindeki sonlu elemanların bir uçağın analizinde kullanımı ele alınmıştır.

Çağımızın en büyük teknolojik gelişmesi olarak bilinen bilgisayar teknolojisinin gelişmesi, bu yönteme çok büyük katkı sağlamıştır. Günümüzün bilgisayarları,

çözülmesi aylar bulan problemleri, en kısa zamanda çözmekte ve gerçek sonuçlara çok yakın yaklaşık sonuçlar verebilmektedirler.

4.2 Uygulama Alanları

Sonlu elemanlar metodunun uygulama alanları özdeğer (eigenvalue), denge ve yayılma problemleridir. Kısaca yukarıda bahsi geçen alanları tarifleri aşağıda açıklanmıştır.

Denge problemlerinin bir uzantısı olan özdeğer (eigenvalue) grubuna giren problemler arasında yapıların stabilitesi ve titreşimleri, lineer viskoelastik sönümleme, burkulma, katı ve esnek kaplarda akışkanların çalkalanması vs. gibi problemler en çok bilinenleridir.

Kararlı hal problemleri olarak bilinen denge problemlere makina ve inşaat yapılarının gerilme analizleri, katılarda ve sıvılarda kararlı sıcaklık dağılımları, sürekli akış problemleri gibi problemler örnek verilebilir.

Yayılma problemleri ise zamana bağlı olan problem grubuna giren problemler arasında yapılarda gerilme dalgaları, yapıların darbelere karşı davranışı, viskoelastik problemler, zeminlerden suyun geçişi, katılarda ve sıvılarda ısı geçişi, kararlı olmayan akış problemleri örnek verilebilir.

Mühendislik açısından sonlu elemanlar metodunun en geniş uygulama alanı gerilme analizi problemidir. Gerilme analizi problemlerinde yer değişim, kuvvet ve karma yöntem gibi üç yaklaşım dikkate alınmaktadır.

Yer değişim yönteminde yer değişimler, dönmeler ve deformasyonlar; kuvvet yöntemi yaklaşımında kuvvetler ve gerilmeler; karma yönteminde ise bilinmeyen veya serbest değişkenler işlenmektedir.

4.3 Problemlerde Uygulanması

Elastik ve sürekli ortamlara SEM'in uygulanmasında yapının parçalara ayrılması, uygun bir interpolasyon seçimi, rijitlik matrislerinin ve yük vektörlerin, eleman denklemlerinin birleştirilmesiyle toplam denge denklemlerin elde edilmesi, bilinmeyen düğümsel (nodal) yer değişimleri için çözüm yöntemlerinin kullanılması ve sonuçların bulunması adımları uygulanır.

4.4 Sonlu Elemanlar Yöntemi Eleman Tipleri

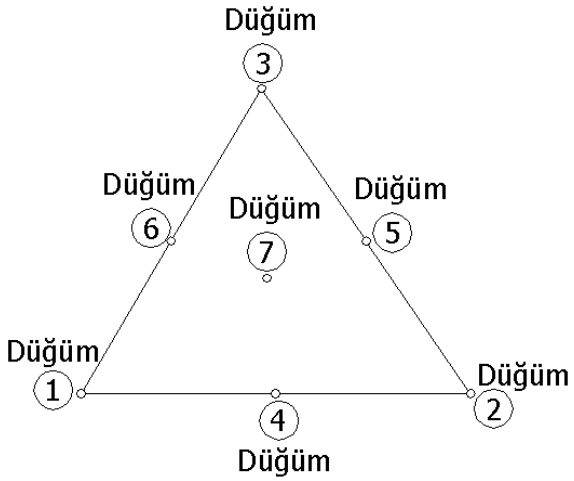
Analizi yapılacak bir parçada doğru sonuçlar alınabilmesi için parça en uygun bir şekilde sonlu elemanlara bölünmelidir. Sonlu elemanlara bölme işleminde sürekli ortamın boyutuna ve parçanın geometrisine en uygun elemanın şekli seçilmelidir. Seçilen sonlu elemanlar bir, iki veya üç boyutlu olabilirler. Genelde, sonlu elemanın sınırlarının düzgün olarak seçilmesinin yanısıra bazı durumlarda eğri sınırlı elemanların da kullanılması gerekebilir.

Ortam geometrisi, malzeme özellikleri, yükleri ve yer değişimleri bir bağımsız uzay koordinatı cinsinden ifade edilebiliyorsa bir boyutlu sonlu elemanlar tercih edilir.



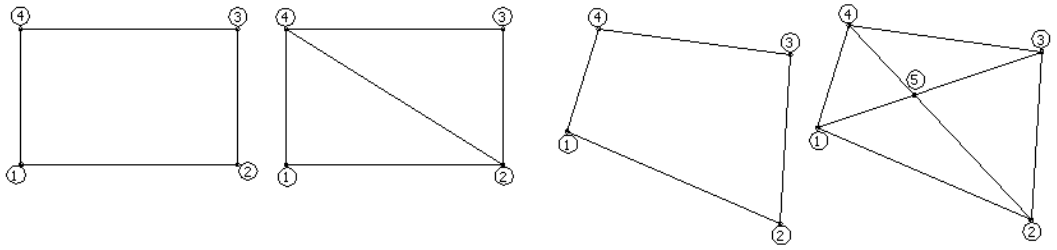
Şekil 4.1 : Bir boyutlu bir sonlu eleman

Birçok problem, yaklaşık olarak, iki boyutlu sonlu elemanlarla çözülebilir. İki boyutlu eleman tipleri arasında en basiti üçgen elemandır.



Şekil 4.2 : Üçgen tipi sonlu eleman örneği

Birçok problemlerde iki boyutlu dikdörtgen, iki üçgenli dikdörtgen, dörtgen elemanı ve dört üçgenli dörtgen elemanı tipi sonlu elemanlar da kullanılmaktadır. Şekil 4.3'te yukarıda bahsi geçen değişik iki boyutlu dörtgen sonlu eleman tiplerine örnekler soldan sağa doğru verilmiştir.



Şekil 4.3 : İki boyutlu değişik dörtgen geometri biçimli sonlu elemanlar

4.5 Hareketli Yüklere Maruz Sistemlerin Dinamik Davranışını Belirlemede Sonlu Elemanlar Yönteminin Kullanılması

Bu bölümde tek bir kuvvetin kiriş üzerindeki etkisi incelenmiştir.

4.5.1 Tek bir kuvvetin kiriş üzerinde hareket etmesi

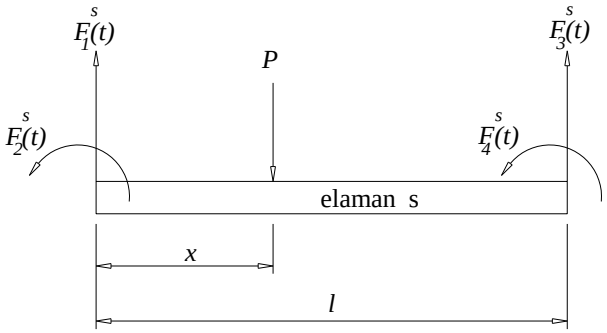
Denk düğüm kuvvetleri belirlendikten sonra hareketli kütle problemine geçilmiştir.

4.5.1.1 Denk düğüm kuvvetlerinin belirlenmesi

Çok serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi temsil edilebilir [8,9].

$$[M]\{\ddot{q}(t)\}+[C]\{\dot{q}(t)\}+[K]\{q(t)\}=\{F(t)\} \qquad \textbf{(4.1)}$$

Burada $[M]$ genel kütle, $[C]$sönümleme, $[K]$direngenlik matrisleridir. $\{\ddot{q}(t)\}$, $\{\dot{q}(t)\}$, $\{q(t)\}$ sırasıyla bütün sistemin ivmelenme, hız ve yer değiştirme vektörleridir. $\{F(t)\}$ise dış kuvvet vektörüdür. Şekil 4.4' te üzerinde *x* mesafesinde *P* kuvveti bulunan *l* uzunluğunda çubuk tipi bir sonlu elemanın serbest cisim diyagramı görünmektedir. Elemanın uç noktalarında düğüm kuvvetleri (kesme kuvveti ve moment) bulunmaktadır.



Şekil 4.4 : P kuvveti etkisindeki s elemanının kuvvetleri

Bir kiriş bir *P* kuvvetine maruz kaldığında kuvvetin uygulandığı elamanın düğümleri hariç bütün düğüm kuvvetleri sıfırdır.

$$\{F(t)\} = \{000.....F_1^s(t)F_2^s(t)F_3^s(t)F_4^s(t)....000\} \quad \textbf{(4.2)}$$

Burada, $F_i^s(t),(i=1-4)$ düğüm kuvvetleridir.

$$\{F^s(t)\} = \left[F_1^s(t)F_2^s(t)F_3^s(t)F_4^s(t)\right]^T = P\{N\} \quad \textbf{(4.3)}$$

$$\{N\} = \left[N_1 N_2 N_3 N_4\right]^T \quad \textbf{(4.4)}$$

N_i $(i=1-4)$'e kadar şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidirler[8].

$$N_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad \textbf{(4.5)}$$

$$N_2 = (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad \textbf{(4.6)}$$

$$N_3 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad \textbf{(4.7)}$$

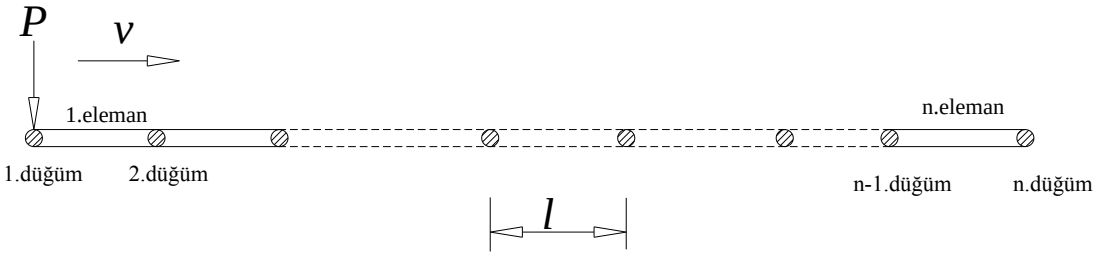
$$N_4 = (-\xi^2 + \xi^3)l \quad \textbf{(4.8)}$$

Burada,

$$\xi = \frac{x}{l} \quad \textbf{(4.9)}$$

Şekil 4.4'ten görüleceği üzere *l* eleman uzunluğu ve *x,* eleman üzerinde *P* kuvvetinin uygulandığı noktanın sol uca olan mesafesidir.

Hareketli yükü sisteme uygulamak için kuvvetler ve momentler zamanın fonksiyonu olarak bütün sistemin sonlu elemanlar modelindeki düğüm noktalarına uygulanır. Şekil 4.5'te görüldüğü üzere *P* kuvveti *n* düğümlü ve $n-1$ elemanlı kiriş üzerinde v hızı ile 1. düğümden *n.* düğüme ilerlemektedir. . Δt zaman aralığında *j* adet zaman adımı ele alalım ve toplam zaman t_{max} ,



Şekil 4.5 : Hareketli yüke maruz bir kirişin sonlu elemanlar modeli

$$t_{max} = j\Delta t \qquad \textbf{(4.10)}$$

Her zaman adımında kirişin her düğümüne ait kuvvet ve moment bilgilerini içeren kuvvet ve moment vektörleri

$$\left[F\right]^{i}_{j+1} = \left[F^{i}_{t=0}\ F^{i}_{t=\Delta t}\ F^{i}_{t=2\Delta t} \ldots\ldots F^{i}_{t=j\Delta t} \right]^{i}_{j+1} \qquad i = 1 \text{ den } n \text{ kadar} \qquad \textbf{(4.11)}$$

$$\left[M\right]^{i}_{j+1} = \left[M^{i}_{t=0}\ M^{i}_{t=\Delta t}\ M^{i}_{t=2\Delta t} \ldots\ldots M^{i}_{t=j\Delta t} \right]^{i}_{j+1} \qquad i = 1 \text{ den } n \text{ kadar} \qquad \textbf{(4.12)}$$

Burada, i düğüm numarasını temsil etmektedir. Şekil 4.4'te görüldüğü üzere $t = 0$ anında P kuvveti 1. düğümün üzerindedir.

$$F_{t=0}{}^{1} = P \ , \ F_{t=0}{}^{i} = 0 \ , i = 2 \text{ den } n \text{ kadar ve } M_{t=0}{}^{i} = 0 , i = 1 \text{ den } n \text{ kadar} \qquad \textbf{(4.13)}$$

Herhangi bir $t = r\Delta t$ (r=1 den j kadar) anında kirişin sol ucuna göre kuvvetin pozisyonu aşağıda verilmiştir.

$$x_p(t) = vr\Delta t \qquad \textbf{(4.14)}$$

Herhangi bir t anında uygulanan kuvvet şu şekilde bulunur.

$$s = (tamdeğer \frac{x_p(t)}{l}) + 1 \qquad \textbf{(4.15)}$$

s. elemanın $s = 1$'den $s = n - 1$'e kadar, iki düğümü s ve $s + 1$'dir. Böylece, P kuvveti s. elemanın ($s = 1$'den $s = n - 1$'e kadar), herhangi bir $t = r\Delta t$ (r =1 den j'ye kadar) anında üzerinde iken aşağıdaki düğüm kuvveti ve momenti bağıntıları oluşturulur.

$$F^{s}_{t=r\Delta t} = PN_1 \qquad \textbf{(4.16)}$$

$$F^{s+1}_{t=r\Delta t} = PN_3 \qquad \textbf{(4.17)}$$

$F^{i}_{t=r\Delta t} = 0$ (s ve $s+1$ hariç $i=1$den n e kadar) **(4.18)**

$M^{s}_{t=r\Delta t} = PN_2$ **(4.19)**

$M^{s+1}_{t=r\Delta t} = PN_4$ **(4.20)**

$M^{i}_{t=r\Delta t} = 0$ (s ve $s+1$ hariç $i=1$den n e kadar) **(4.21)**

Denklem (4.9), lokal x yerine genel $x_p(t)$ açısından yazılabilir:

$$\xi = \frac{x_p(t) - (s-1)l}{l} \quad \textbf{(4.22)}$$

ξ tamsayı olduğunda beklendiği gibi tek bir düğüm kuvveti vardır. Çünkü ξ tamsayı olduğunda P kuvveti bir düğümle çakışmaktadır. Böylece hareketli bir kuvvete maruz kirişin her düğümü için zamana bağlı kuvvet ve moment fonksiyonları belirlenmiştir. Yukarıda verilen prosedür çubuk (bar) elaman içindir. Diğer elaman tipleri için de aynı prensip uygulanabilir. Fakat şekil fonksiyonları elaman tipine uygun olmalıdır.

4.5.2 Hareketli kütle problemi

Normal mod analizi prosedürlerine göre herhangi bir düğümdeki yer değiştirme aşağıdaki gibidir [9].

$$\{q(t)\} = [\phi]\{u(t)\} \quad \textbf{(4.23)}$$

Burada $\{u(t)\}$ modal yer değiştirme vektörü, $[\phi]$ mod şekil matrisi olup, N adet bağımsız modal vektörlerden oluşur.

$$[\phi] = \left[\{\phi_1\}\ \{\phi_2\}.....\{\phi_N\}\right] \quad \textbf{(4.24)}$$

Denklem (4.23)'ün zamana göre birinci ve ikinci türevlerini alırsak,

$$\{\dot{q}(t)\} = [\phi]\{\dot{u}(t)\} \quad \textbf{(4.25)}$$

$$\{\ddot{q}(t)\} = [\phi]\{\ddot{u}(t)\} \quad \textbf{(4.26)}$$

Denklem (4.23), (4.25) ve (4.26) bütün sistemin hareket denklemi olan denklem (4.1)'de yerine konulup, oransal sönümleme kabulüyle normal mod analizi yapılırsa aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$m_n\ddot{u}_n(t)+c_n\dot{u}_n(t)+k_nu(t)=\bar{f}_n(t) \quad \textbf{(4.27)}$$

$$m_n=\{\phi_n\}^T[M]\{\phi_n\} \quad \textbf{(4.28)}$$

$$c_n=\{\phi_n\}^T[C]\{\phi_n\} \quad \textbf{(4.29)}$$

$$k_n=\{\phi_n\}^T[K]\{\phi_n\} \quad \textbf{(4.30)}$$

$$\bar{f}_n(t)=\{\phi_n\}^T[F(t)] \quad \textbf{(4.31)}$$

Burada m_n, c_n, k_n n. modun kütle, sönümleme ve direngenlik değerleri, $\bar{f}_n(t)$ n. modun genelleştirilmiş kuvvetidir.

Düğümler s ve $s+1$ arasındaki noktanın dikey ivmelenmesi lineer interpolasyon ile

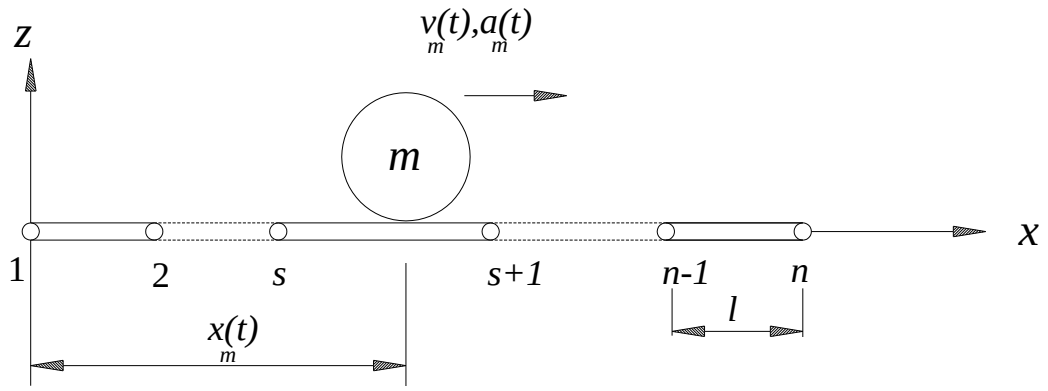
$$a_m(t)=a_s(t)+\frac{(x_m(t)-(s-1)l)(a_{s+1}(t)-a_s(t))}{l} \quad \textbf{(4.32)}$$

Burada, $a_s(t)$ denklem (4.26)'da verilen $\{\ddot{q}(t)\}$nin $(3(s-1)+2)$ nci elemanı, $a_{s+1}(t)$ ise $(3s+2)$ nci elemanıdır.

Hareketli kütle ve hareketli yük arasındaki fark hareketli yük formülünde kütlenin ivmelenmesinin ihmal edilmesidir. Bu yüzden hareketli yük formülünde kütlenin ivmelenmesi ilave edilerek hareketli kütle formülü elde edilir. Denklemler (4.1) ve (4.22) hareketli bir yüke maruz sistemin anlık denk düğüm kuvvetini hesaplamada kullanılmıştı. Hareketli bir kütle etkisindeki sistemin anlık düğüm kuvvetlerini belirlemek için ivmelenme etkisi denklem (4.3)'te denklem (4.33) ile dahil edilmelidir.

$$P(t)=m(g+a_m(t)) \quad \textbf{(4.33)}$$

Şekil 4.6'da görülen sistemin hareketli kütle için anlık dış kuvvet vektörünü belirlemek için $n-1$ düğüm, n elemandan oluşan ve 1. elemanından n elemanına v_m hızıyla ilerleyen kütleden oluşturulan bir model ele alalım. Herhangi bir t anında kirişin her bir düğümü için kuvvet ve moment vektörleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.6 : Hareketli kütle etkisindeki kiriş

$\{F_i\} = [F_1\ F_2\ F_3\ \ .....F_n]^T$,*i*=1den *n* e kadar **(4.34)**

$\{M_i\} = [M_1\ M_2\ M_3\ \ .....M_n]^T$, *i*=1den *n* e kadar **(4.35)**

Hareketli kütlenin $t = 0$ anında 1. düğümde durgun olduğu kabulü ile aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$F_1 = mg$, $F_i = 0$ *i*=2 den *n* e kadar, $M_i = 0$ *i*=1den *n* e kadar **(4.36)**

Herhangi bir $t(t \neq 0)$ anında hareketli kütlenin pozisyonu $x_m(t)$ aşağıdaki denklem (4.37)'den bulunabilir.

$$s = (tamdeğer\ kısmı \frac{x_m(t)}{l}) + 1 \quad \textbf{(4.37)}$$

Kirişin s nci elemanının düğümleri s ve $s+1$ dir. Hareketli kütle s nci eleman üzerinde iken aşağıdaki düğüm kuvvet ve momentleri oluşturulur.

$F_s = m(g + a_m(t))N_1$ **(4.38)**

$F_{s+1} = m(g + a_m(t))N_3$ **(4.39)**

$F_i = 0$ *i*=1 den *n* e kadar (*i*=*s*, *s+1* hariç) **(4.40)**

$M_s = m(g + a_m(t))N_2$ **(4.41)**

$M_{s+1} = m(g + a_m(t))N_4$ **(4.42)**

$M_i = 0$ *i=1* den *n* e kadar (*i*=*s*, *s+1* hariç) **(4.43)**

N_1, N_2, N_3, N_4 denklemler (4.5) - (4.8)'de verilen şekil fonksiyonlarıdır. Denklem (4.9) lokal x yerine global $x_m(t)$ olarak aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$\xi = \frac{x_m(t) - (s-1)l}{l} \tag{4.44}$$

Her düğümdeki anlık kuvvet ve moment vektörleri belirlendiğinden sistemin genel dış vektörü aşağıdaki gibi olur.

$$\{F(t)\} = [F_1\ M_1\ F_2\ M_2\ \ .....F_n\ M_n]^T \tag{4.45}$$

Kirişin s nci elemanının s ve $s+1$ nci düğümleri arasındaki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi lineer interpolasyonla aşağıdaki gibi bulunur.

$$w_m(t) = w_s(t) + \frac{(x_m(t) - (s-1)l)(w_{s+1}(t) - w_s(t))}{l} \tag{4.46}$$

Burada $w_s(t)$ ve $w_{s+1}(t)$ denklem (4.26)'da verilen $\{\ddot{q}(t)\}$'nin $(3(s-1)+1)$ ve $(3s+1)$ nci elemanlarıdır. $[M]$ genel kütle, $[C]$ sönümleme, $[K]$ direngenlik matrislerinin bulunuşu [10]'da verilmektedir.

4.6 Nümerik İntegrasyon ile Dinamik Analiz

Yapısal sistemlerin dinamik davranışını belirlemede kullanılan en genel yaklaşım dinamik denge eşitliklerinin doğrudan integrasyonu metodunun kullanılmasıdır. Bu yöntem dinamik denge eşitliğinin zamanın sıfır olduğu an için belirlendikten sonra zaman içindeki ayrı noktalar için de sağlanması girişimini içermektedir. Metotların çoğu eşit zaman aralıklarını kullanır. $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \ldots, N\Delta t$. Bütün metotlar genelde ya kesin ya da kesin olmayan metotlar olarak sınıflandırılabilir.

Kesin metotlar her zaman adımında lineer eşitliklerin çözümünü gerektirmez. Genellikle bu metotlar diferansiyel eşitlikleri 't' zamanında, '$t + \Delta t$' zamanındaki çözümü tahmin etmek için kullanırlar. Pek çok katı elemanlı gerçek sistemlerde stabil bir çözüm için çok küçük zaman adımı gereklidir. Bu yüzden kesin metotlar zaman adımının büyüklüğü açısından şartlı olarak stabildir.

Kesin olmayan metotlar '$t - \Delta t$' zamanındaki çözüm bulunduktan sonra 't' zamanı için diferansiyel eşitlikleri sağlamaya çalışırlar. Bu metotalr her zaman adımı için lineer eşitliklerin çözümünü gerektirir. Bununla birlikte büyük zaman adımları kullanılabilir. Bu metotlar şartlı veya şartsız olarak stabil olabilir[11].

4.6.1 Newmark doğrudan integrasyon metodu

1959'da Newmark [11] dinamik problemlerin çözümü için bir grup integrasyon metodunu sunmuştur. Bu zamandan beri Newmark Metodu pek çok pratik mühendislik yapılarının dinamik analizine uygulanmıştır. Bu metot bazı araştırmacılar tarafından geliştirilip modifiye de edilmiş ve geliştirlmiştir. Newmark doğrudan integrasyon metodu sonlu elemanlar yöntemiyle birlikte kullanılmakta olup metod hakkında temel bilgiler aşağıda verilmiştir. Metodun uygulanmasında başlangıç hesaplamaları ve herbir zaman adımı hesaplamaları olarak iki aşama mevcuttur. Çizelge 4.1'de bu aşamalar verilmektedir.

Sistemin hareket denklemi (4.1)'de verildiği üzere aşağıdaki kısa şekilde yazılabilir.

$$M\ \ddot{q}_t + C\ \dot{q}_t + K\ q_t = F_t \qquad \textbf{(4.47)}$$

Taylor serileri kullanılarak aşağıdaki bağıntılar elde edilir [11].

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t\ \dot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\ \ddot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^3}{6}\ \dddot{q}_{t-\Delta t} + \text{.....} \qquad \textbf{(4.48)}$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + \Delta t\ \ddot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\ \dddot{q}_{t-\Delta t} + \text{.....} \qquad \textbf{(4.49)}$$

Newmark bu serileri aşağıdaki gibi kesmiştir [11].

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t\ \dot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\ \ddot{q}_{t-\Delta t} + \beta\ \Delta t^3\ \dddot{q} \qquad \textbf{(4.50)}$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + \Delta t\ \ddot{q}_{t-\Delta t} + \gamma\ \Delta t^2\ \dddot{q} \qquad \textbf{(4.51)}$$

Eğer zaman adımı içinde ivmelenmenin lineer olduğu kabul edilirse aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\dddot{q} = \frac{(\ddot{q}_t - \ddot{q}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \qquad \textbf{(4.52)}$$

Denklem (4.52), denklem (4.50)'de yerine konulursa, Newmark eşitlikleri aşağıdaki standart formda elde edilir.

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t\dot{q}_{t-\Delta t} + (\frac{1}{2} - \beta)\Delta t^2\ddot{q}_{t-\Delta t} + \beta\Delta t^2\ddot{q}_t \qquad \textbf{(4.53)}$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + (1-\gamma)\Delta t\ddot{q}_{t-\Delta t} + \gamma\Delta t\ddot{q}_t \qquad \textbf{(4.54)}$$

Newmark, denklemler (4.47), (4.53), (4.54)'ü iteratif olarak her zaman adımı için yapısal sistemin her yer değiştirme serbestlik derecesi için kullanılır $\ddot{q}_t$ terimi denklem (4.47)'den,eşitliğin kütleye bölünmesiyle elde edilir.

Wilson 1962'de [11], (4.53) ve (4.54) eşitliklerini direngenlik, kütle oransal sönümleme ilave ederek matris formatında elde etti. Böylece denklemler (4.53) ve (4.54) aşağıdaki formda yeniden yazılır.

$$\ddot{q}_t = b_1(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_2\dot{q}_{t-\Delta t} + b_3\ddot{q}_{t-\Delta t} \quad \textbf{(4.55)}$$

$$\dot{q}_t = b_4(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_5\dot{q}_{t-\Delta t} + b_6\ddot{q}_{t-\Delta t} \quad \textbf{(4.56)}$$

Burada, $b_1, \ldots, b_6$ Çizelge 4.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.1: Newmark doğrudan integrasyon metodunun özeti

I. Başlangıç hesaplamaları	3.1.statik direngenlik **K**, kütle **M**, sönümleme **C** matrislerini oluştur. 3.2.integrasyon parametrelerini β *ve* γ belirle. 3.3.integrasyon sabitlerini hesapla. $b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}$, $b_2 = \frac{1}{\beta \Delta t}$, $b_3 = \beta - \frac{1}{2}$, $b_4 = \gamma \Delta t b_1$, $b_5 = 1 + \gamma \Delta t b_2$, $b_6 = \Delta t(1 + \gamma b_3 - \gamma)$ 3.4.efektif direngenlik matrisini oluştur. $\bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$ 3.5.efektif direngenlik matrisini üçgenleştir. $\bar{K} = LDL^T$ 3.6. q_0, $\dot{q}_0$, $\ddot{q}_0$ başlangıç şartlarını belirle.
II.Her zaman adımı için $t = \Delta t,\ 2\Delta t,\ 3\Delta t...$	A. efektif yük vektörünü hesapla $\bar{F}_t = F_t + M(b_1 q_{t-\Delta t} - b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}) + C(b_4 q_{t-\Delta t} - b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t})$ B. t zamanı için düğüm yerdeğiştirme vektörünü hesapla. $LDL^T q_t = \bar{F}_t$ C. t zamanı için düğüm hızlarını ve ivmelerini hesapla $\dot{q}_t = b_4(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t}$ $\ddot{q}_t = b_1(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}$ D. $t = t + \Delta t$ için II.a adıma git.

Denklemler (4.55) ve (4.56), denklem (4.47)'de yerine konursa, sistemin dinamik eşitliği t anında bilinmeyen q_t düğüm yer değiştirmeleri açısından aşağıdaki gibi yazılır.

$$(b_1 M + b_4 C + K) q_t = F_t + M(b_1 q_{t-\Delta t} - b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}) + C(b_4 q_{t-\Delta t} - b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t}) \quad \textbf{(4.57)}$$

4.7 SAP2000 Programının Tanıtılması

Bu bölümde SAP2000 programı genel olarak tanıtılmış, dinamik analiz için gerekli olan bilgilere değinilmiştir.

4.7.1 Yapısal analiz

SAP2000, grafik kullanıcı ara yüzü kullanarak tanımlanmış olan modele göre yapının analiz ve boyutlamasını yapar. Model, yapıyı temsil edecek aşağıdaki belli başlı birimlerden oluşur [12]:

- Birimler
- Nesneler
- Gruplar
- Koordinat sistemleri ve gridler
- Özellikler
- Yük durumları
- Fonksiyonlar
- Analiz durumları
- Kombinezonlar
- Boyutlama seçenekleri
- Çıktı ve görüntü seçenekleri tanımlama

4.7.1.1 Birimler

SAP2000 dört temel birimle çalışır ki bunlar; kuvvet, uzunluk, ısı ve zamandır. Program ‘Kip, inç, F’ veya ‘N, mm, C’ gibi çok sayıda birbiriyle uyumlu kuvvet, uzunluk ve ısı birim setleri içerir. SAP2000 de zaman; sünme, rötre ve yaşlanma etkileri hariç ki bunlar gün birimleriyle ölçülürler, hep saniyelerle ölçülür.

Yeni bir modele başlandığında, SAP2000 kullanıcıya hangi birimle çalışmak istediğini sorar. Bu birimler model için ‘esas birimler’ olur. Her ne kadar veri ve çıktı verileri herhangi farklı bir birim sisteminde sağlanabilse de bunlar program tarafından hep modelin esas birim sistemine dönüştürülürler.

Açısal ölçüler hep aşağıdaki birimleri kullanır;

- Geometri, mesela eksen konumu, her zaman derece ile ölçülür.

- Dönel deplasmanlar hep radyanla ölçülür.
- Frekans her zaman devir/sn (Hz) ile ölçülür.

4.7.1.2 Nesneler ve elemanlar

Model içerisindeki fiziksel yapı elemanları nesnelerle temsil edilirler. Bir nesnenin şeklini çizmek için 'çizim' arayüzü kullanılır, ardından bu fiziksel nesne modelini tanımlamak için atama menüleri kullanılarak bu nesneye özellikler ve yüklemeler atanır.

4.7.1.3 Gruplar

Grup, isimlendirilmiş bir nesne topluluğuna verilen addır. Bir grup farklı tip ve sayıda nesneler içerebilir. Bu grupların aşağıdaki gibi birçok kullanım alanı vardır:

- Değişiklik ve atama işlemleri için nesnelerin kolayca seçilmesi
- Aşamalı inşaat sürecinin tanımlanması
- Model üzerinde çoklu kesitlerin tanımlanması
- Aynı şekilde boyutlandırılacak nesnelerin gruplanması
- Seçimli çıktı alınabilmesi

Model içerisinde istenildiği kadar çok grup tanımlanabilir. Grupların özelliği çok büyük modellerin idare edilebilmesinde oldukça etkin araçtır.

4.7.1.4 Koordinat sistemleri ve gridler

Modeldeki bütün konumlar bir tek global (asal) koordinat sistemine göre eksiksiz olarak tanımlanır. Bu da üç boyutlu, sağ el kuralına uygun, karesel koordinat sistemidir. Üç eksende, X, Y ve Z birbirlerine göre dik ve sağ el kuralına uygundur.

SAP2000 global +Z yönünü yukarı –Z yönünü de aşağı yön kabul eder. Yerçekimsel etkiler program tarafından –Z yönünde kabul edilir.

Modeli geliştirmesine ve görüntülemesine yardımcı olması için ek koordinat sistemleri tanımlanabilir. Bu sistemler bir orijin noktası ve global eksene göre kıyaslanmış açılardan oluşur.

Her bir koordinat sistemi için (global ve tüm diğer ilave edilmiş sistemler dahil) nesnelerin model içerisindeki konumunu belirlemek için kullanılan kesişen 'konstrüksiyon' çizgilerinden oluşmuş üç boyutlu grid sistemleri tanımlanabilir. Her bir grid kartezyen (dikdörtgen), silindirik veya genel tipte olabilir.

Çizim operasyonları ‘kenetleme’ özelliği kapatılmadığı müddetçe eksen çizgilerini yakalama eğilimindedirler. Bu kenetleme seçeneği modelin doğru çizilmesini kolaylaştırır. Bir grid çizgisi kaydırıldığında model içerisindeki bir noktanın da onunla beraber kaydırılması olarak tanımlanabilir.

Modeldeki her nesne (nokta, çizgi, alan vb.) bunlara ait özellikleri, yükleri ve tepkileri tanımlamak için kendi yerel koordinat sistemine sahiptir. Yerel koordinatların eksenleri 1, 2 ve 3 olarak adlandırılır. Yerel koordinat sistemlerinin kendilerine ait grid sistemleri yoktur.

4.7.1.5 Özellikler (kesit değerleri)

Bir nesnenin model içerisindeki yapısal davranışını belirlemek için bu nesneye özellikler atanır. Bu özelliklerden bazıları, mesela malzeme ve kesit özellikleri, isimlendirilmiş şeyler olup bir nesneye atanmadan önce tanımlanmaları gerekir.

4.7.1.6 Yük durumları

Yüklemeler, yapı üzerindeki kuvvet, basınç, mesnet yer değiştirmesi, ısıl etkiler, zemin ivmesi ve buna benzer etkilerin bir ifadesidir. Yüklerin yapı üzerindeki üç boyutlu uzaysal dağılımı yükleme durumu olarak ifade edilir.

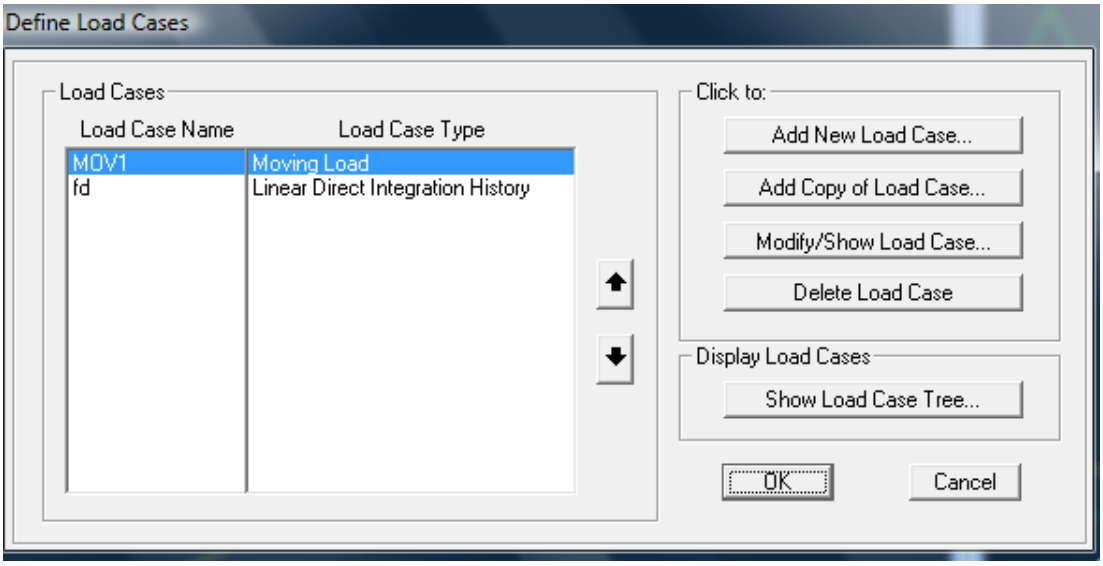
İsteğe bağlı olarak sınırsız sayıda yük durumu tanımlanabilir. Genelde hareketsiz yük, hareketli yük, rüzgar yükü, kar yükü, ısıl genleşme yükleri ve diğer yük türlerinin her biri için ayrı yük durumları tarif edilir. Uygulama şekillerinden kaynaklanan farklar veya boyutlama amacındaki farklılıklardan dolayı bağımsız olarak değişkenlik gösteren yükler için farklı yük durumları tarif edilmelidir.

Bir yük durumunu tarif ettikten sonra, nesnelere bu yük durumuna bağlı belirli yük değerleri girilir. Bir nesneye atanan yük değeri aynı zamanda bu yüklemenin yük tipini (kuvvet mi, yer değiştirme mi, ısı mı olduğunu), şiddetini ve yönünü (eğer uygulanabilirse) tanımlarlar. Farklı nesnelere tek bir yükleme durumuna ait farklı yükler atanabilir. Her bir nesneye birbirinden farklı birden fazla yük durumuna ait yüklemeler yapılabilir. Şekil 4.7’de yük durumlarını tanımlama penceresi gösterilmektedir.

Örneğin WIND, SNOW ve SUN15 olarak tarif edilmiş yük durumları olsun. WIND yüklemesi yapının birbirine zıt iki cephesindeki düşey nesnelere emme ve basınç değerleri olarak ayrı ayrı girilebilir. SNOW yükleme durumu sadece çatı nesnelerine

düşey yönde yük atanabilir. SUN15 yükleme durumunda öğleden sonra saat 3:00' te güneşin etkilerini dikkate almak için yapı içindeki farklı nesnelere farklı sıcaklık değerleri atanabilir.

Yapının herhangi bir yükleme durumuna tepkisini hesaplamak için analiz durumu tanımlanıp çalıştırılmalıdır. Bu aşamada yükleme durumunun nasıl uygulanacağı (statik mi yoksa dinamik mi?), yapının nasıl analiz edileceği (doğrusal olarak mı, doğrusal olmadığı kabul edilerek mi?) de tariflenir. Aynı yükleme durumu farklı analiz seçeneklerinde farklı şekillerde uygulanabilir.



Şekil 4.7 : Yük durumlarını tanımlama penceresi

Yukarıdaki kullanıcı tanımlı yük durumlarının yanı sıra SAP2000' de aynı zamanda üç adet yerinde oluşturulmuş ivme yüklemesi tanımlanabilir ki bunlardan her biri global yönlerin her birindeki birim zemin öteleme ivmesini temsil eder. Bu yükleme yapı içerisindeki kütlesi olan her şeye otomatik olarak etki eder.

4.7.1.7 Fonksiyonlar

Yüklemelerin zamanın veya periyodun bir fonksiyonu olarak değiştiği durumların tarifi için programda fonksiyon tanımlama seçenekleri mevcuttur. Bu fonksiyonlar belirli bazı analiz seçeneklerinde kullanılır. Örneğin statik analiz için kullanılmazlar. Bu fonksiyonlar sayılara dönüştürülmüş bir seri absis-ordinat veri çiftidir.

İhtiyaca göre istenen sayıda isimlendirilmiş fonksiyon tanımlanabilir. Fonksiyonlar nesnelere atanmazlar, ancak analiz durumların tanımlanmasında kullanılırlar.

4.7.1.8 Analiz durumları

Bir analiz durumu, bir yüklemenin yapıya nasıl etki ettirileceğini ve yapısal tepkinin nasıl hesaplanacağı konusunu belirler. Bir çok analiz durumu mevcuttur. Analiz tipleri kabaca yapının yüklemeye verdiği tepkiye bağlı olarak lineer veya nonlineer olarak sınıflandırılırlar. Lineer analiz sonuçları süperpoze edilebilirler yani; analiz sonrasında üst üste eklenebilirler. Aşağıdaki analiz tipleri mevcuttur:

- Statik
- Modal Analiz
- Tepki Spektrumu Analizi
- Zaman Alanında Hesap
- Burkulma/ Buruşma Analizi
- Yük Katarı (Moving Load) Analizi
- Düzenli Durağan Analiz
- Güç-Spektrum-Yoğunluğu Analiz

Non-lineer analiz sonuçları normal süperpoze edilmezler. Onun yerine yapı üzerine beraberce etkiyen yükler analiz durumlarında doğrudan kombine edilmelidirler.

Karmaşık yükleme silsilesini ifade etmek için nonlineer analiz durumları ardı ardına eklenebilirler. Aşağıdaki non-lineer analiz tipleri programda mevcuttur.

- Nonlineer Statik
- Nonlineer Aşamalı İnşaat
- Nonlineer Zaman Alanında Hesap Durumları

Herhangi bir tipte ve istenen sayıda isimlendirilmiş analiz durumu oluşturulabilir. Model analiz edildikten sonra, çalıştırılacak durumlar seçilmelidir. Herhangi bir analiz durumundan elde edilen veriler istendiğinde silinebilir.

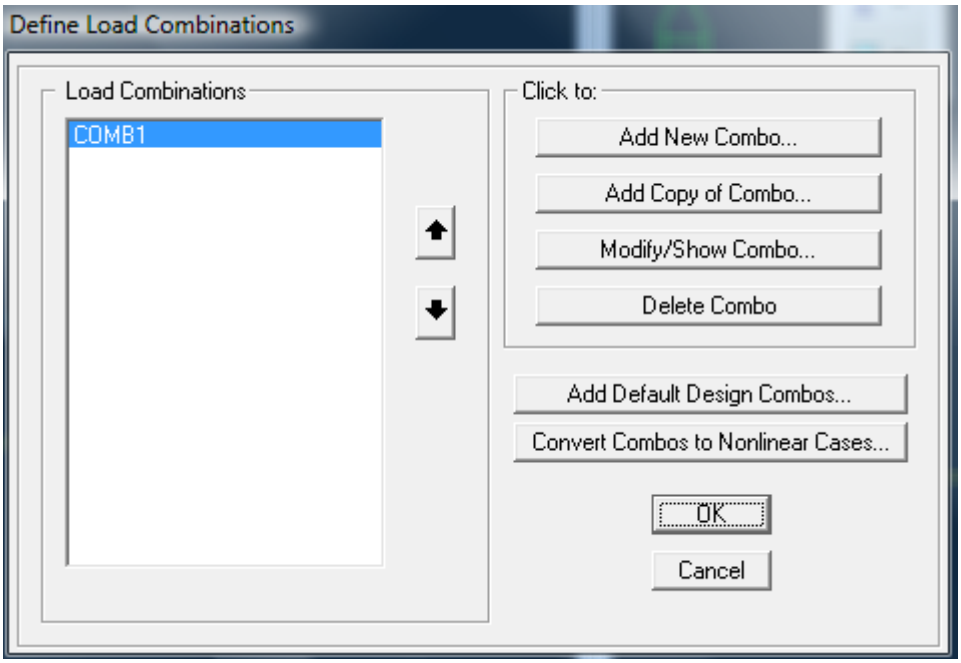
Analiz durumları modelin bir parçası olarak kabul edilebilirler. Dizayn aşamasında kullanılırlar.

4.7.1.9 Kombinezonlar

Bir SAP2000 kombinezonu ki ‘combo’ olarak da isimlendirilir, bir veya birden fazla analiz durumundan veya diğer kombinezonlardan elde edilen sonuçların isimli kombinezonudur. Tanımlanan bir kombinezon, elde edilen sonuçları model

içerisindeki her nesneye uygular. Şekil 4.8'de yük kombinasyonlarını tanımlayan pencere gösterilmektedir.

Dizayn doğrudan analiz durumlarına değil, her zaman kombinezonlara bağlı yapılır. Tek bir analiz durumu içeren kombinezonlar oluşturulabilir. Her bir dizayn algoritması kendi önceden tanımlı kombinezon grubunu oluşturur. Dizayn veya başka amaçlarla ilave kombinezonlar oluşturulabilir.



Şekil 4.8 : Yük kombinasyon tanımlama penceresi

4.7.2 Grafik kullanıcı arayüzü

SAP2000 grafik kullanıcı ara yüzü yapıyı modellemeye, analiz etmeye, dizayn yapmaya ve yapının sonuç çıktılarını görüntülemeye yarar.

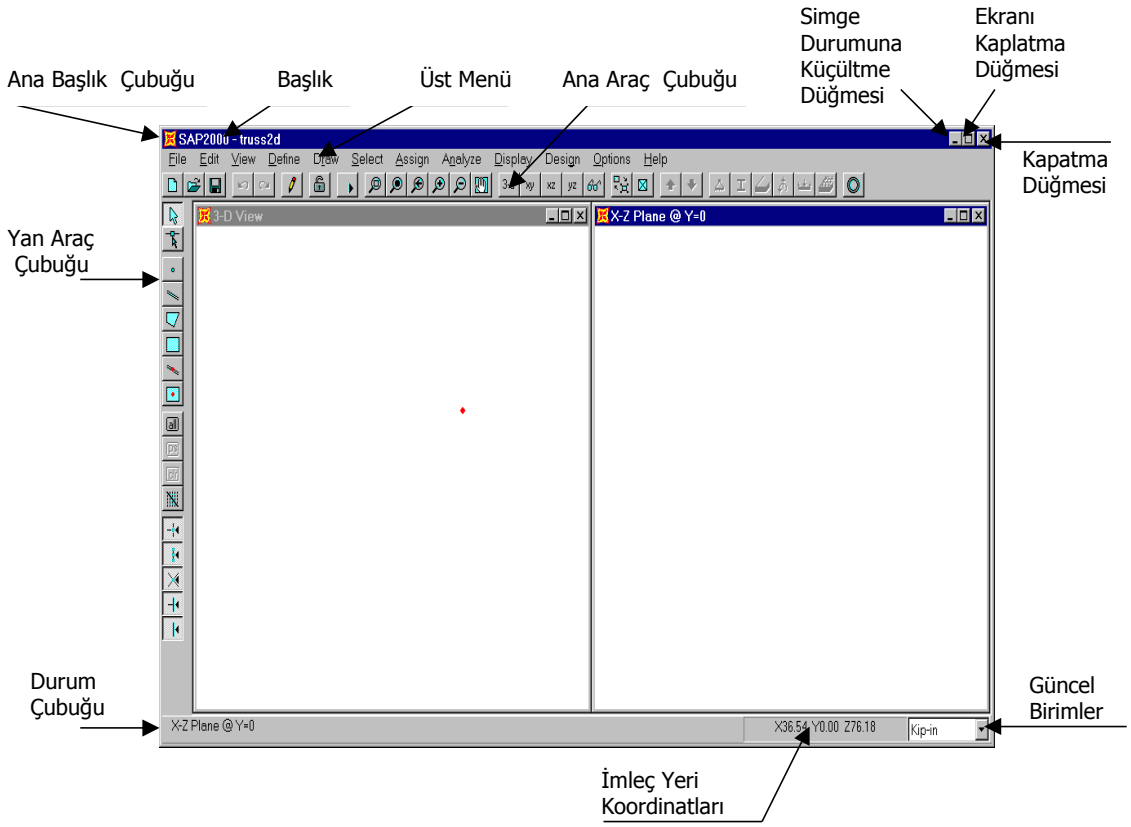
4.7.2.1 SAP2000 ekranı

Programı başlattıktan hemen sonra SAP2000 grafiksel kullanıcı ara yüzü ekranda belirir.

Ana pencere: Şekil 4.9 grafiksel kullanıcı ara yüzünün ana penceresini göstermektedir. Bu pencere standart windows işlemlerini kullanarak taşınabilir, yeniden boyutlandırılabilir, büyütülebilir, simge durumuna küçültülebilir veya

kapatılabilir. Pencerenin tepesindeki ana başlık çubuğu ise programın adını ve model dosyasının adını gösterir.

Menü çubuğu: Menü çubuğundaki komutlar SAP2000 ile yapabileceğiniz tüm işlemleri içerir. Bu işlemlere menü komutları veya kısaca komutlar denir. Her bir menü temel bir işleme karşılık gelir.



Şekil 4.9 : Grafik kullanıcı ara yüzünün ana penceresi

4.7.2.2 Çizim

Çizim esas olarak modele yeni nesneler eklemek veya bir nesneyi değiştirmek için kullanılır. Çizilebilen nesneler noktalardan (düğüm noktaları ve zemin bağlantıları), çizgilerden (çubuk nesneleri, kablolar, tendonlar ve bağlantı nesneleri) ve alan

nesnelerinden (kabuklar, düzlemler, asolidler) ibaret olabilir. Katılar (solid) çizilmezler ancak şişirme (extrusion) tekniği mevcut bir nesneden oluşturulurlar.

Düğüm noktaları bir çizginin ve bağlantı nesnesinin iki ucunda ve bir alan ve katı nesnesinin köşelerinde kendiliğinden oluşturulur. İlave düğüm noktaları modele dışarıdan eklenebilir. Aynı konuma denk gelecek nokta veya nesnelerden biri program tarafından otomatik olarak iptal edilir, ancak seçeneğe bağlı olarak bağlantı nesnelerinin aynı konuma denk gelmesine müsaade edilir.

Çizmek için, Çizim menüsündeki nesne çizim düğmelerinden birine tıklayarak çizim modunu aktif hale getirilir. Çizim yapılan süre boyunca görüntü ekranında çizilen nesnenin çizim ve nesne özelliklerini değiştirilebilmesine olanak sağlayacak bir de yüzer form belirir.

Seçim ve çizim modları seçildikleri anda biri diğerini devre dışı bırakır. Seçmek için, **Draw menüsü- Set Select Mode** komutunu kullanarak veya seçim menüsünden herhangi bir işlemi seçerek seçim modu aktif hale getirilir. Çizim hariç diğer tüm operasyonlar seçim modu aktif haldeyken kullanılabilr.

4.7.2.3 Düzenleme

Editing (Düzenleme) modelde değişiklikler yapmak için kullanılır. Çoğu düzenleme işlemi seçilen bir veya daha fazla nesnenin üzerinde uygulanır.

Modele ekleme veya yapıştırma işlemleri nesnelerin seçilmesiyle yapılmaz. İnteraktif tablo değiştirme ve marka düzenlemesi seçim veya tüm model üzerinde çalışır. Diğer bütün işlemler nesnelerin daha önce seçilmesini gerektirir.

4.7.2.4 Atama

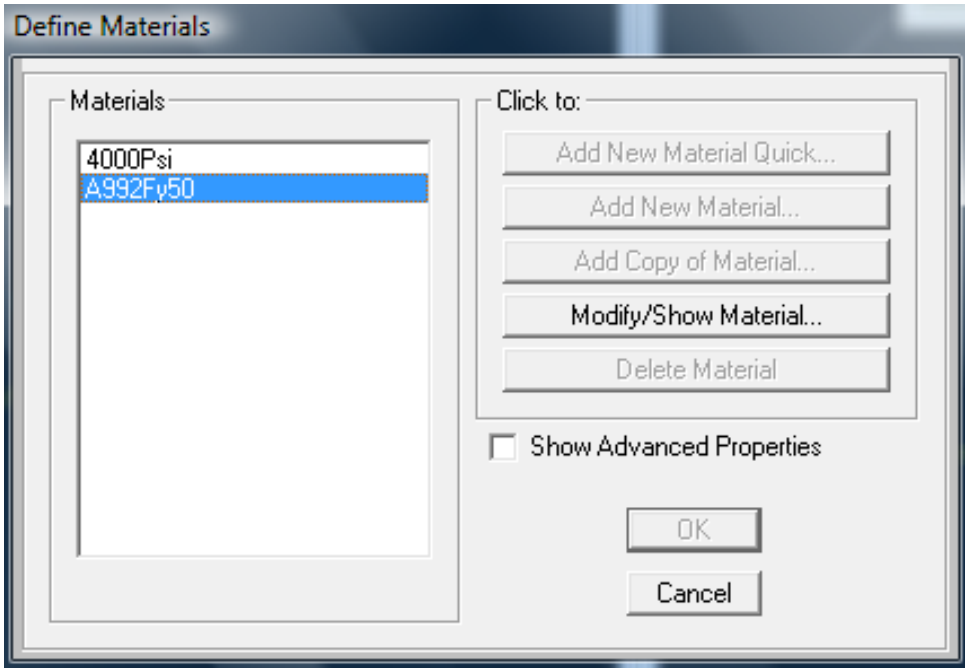
Atama özellikleri ve yükleri, seçilen nesne veya nesnelere uygulamak için kullanılır. Atama işlemleri atama menüsünden seçilirler ve bunlar:

- Düğüm noktalarına, mesnetler, sınır şartları, yaylar, kütleler ve yerel koordinat eksenleri atamak
- Çubuk/kablo/tendon nesnelerine kesit değerleri, uç serbestlikleri, yerel koordinat sistemleri, end offsetleri, saplam noktaları, çıktı adresleri, içsel öngerilme paternleri, halat özellikleri, nonlineer özellikler, otomatik bölümlendirme parametreleri

- Alan nesnelerine özellikler atamak; kesit özellikleri, yerel koordinat sistemleri, alan yayları ve kütleler, otomatik bölümlendirme seçeneği
- Katı nesnelere özellikler atamak; kesit özellikleri, yerel koordinat sistemleri, alan yayları, otomatik bölümlendirme seçeneği
- Bağlantı (link) nesnelerine özelliklerini ve yerel koordinat sistemlerini atamak
- Her bir nesneye farklı bir çok yük cinsi atamak
- Düğüm noktalarına ısı ve basınç yüklerini tanımlayacak örnek değerler atamak
- İlerideki seçme işlemlerine yardımcı olması için nesneleri gruplandırmak ve adlandırılmış gruplara yeni nesneler eklemek
- Seçili bir nesneye atanmış değerleri kopyalayarak, bir başka işlemde, aynı tip bir veya birden fazla nesneye bu atamaları yapıştırmak

4.7.2.5 Tanımlama

Tanımlama (Define) malzeme tanımlama, katı model özelliklerini belirleme, grup oluşturma gibi işlemleri yapmayı sağlayan bir bölümdür. Şekil 4.10' da malzeme belirleme penceresi gösterilmektedir.



Şekil 4.10 : Malzeme belirleme penceresi

4.7.2.6 Analiz

Bahsedilen işlemleri kullanarak tam bir model oluşturduktan sonra, analiz durumlarından uygulanan yüklemelerin etkisi altında meydana gelen sonuç deplasmanlarını, gerilmeleri ve reaksiyonları hesaplamak için analiz yapılır.

Analizden önce, analiz menüsünden analiz seçenekleri ayarlanır. Bu seçenekler:

- Analiz için programdaki serbestlik derecelerinin ayarlanması ki bu genellikle yapının düzlem çerçeve gibi davranmasını sağlamak için kısıtlamalar getirmeye yarar.
- Model tanımlamalarının ve analiz sonuçlarının, SAP2000 tablosal biçimiyle Access veritabanı dosyası oluşturmak için otomatik olarak kaydedilip edilmeyeceği ayarlanabilir.

Analizi başlatmak için, Analyze menüsünden Run (çalıştır) kullanılır ve hangi durumların çalıştırılması isteniyorsa buradan seçilir. Daha önce çalıştırılmış analiz durumlarının tekrar çalıştırılmasına gerek yoktur. Çalıştırılmamış durumlar daha sonra çalıştırılabilir.

Eğer analiz durumlarından herhangi biri çalışabilmek için seçilmiş durumlardan herhangi birinin sonuçlarına gereksinim duyacaksa ve bu durum henüz çalıştırılmamışsa ilk olarak gereken analiz çalıştırılır. Örneğin eğer tepki spektrum analizi çalıştırılacaksa, gerekiyorsa modları tanımlayan durumlar da çalıştırılacaktır.

SAP2000 çalıştırılmadan önce modeli kaydeder. Kontrol ve analiz işlemleri sırasında, ekrandan analiz motoru izlenebilir. Analiz tamamlandığında, ekrandaki kaydırma çubuğunu kullanarak mesajlar incelenebilir. Bu mesajlar aynı zamanda .log uzantılı bir dosya olarak kaydedilir ve daha sonra istendiğinde **File menüsü-Show/Output Text Files** komutuyla ulaşılıp incelenebilir.

4.7.2.7 Görüntüleme

Görüntüleme, modeli ve analiz sonuçlarını görmek için kullanılır. Grafiksel görüntüleme, tablosal görüntüleme ve fonksiyon çizimleri mevcuttur. Tüm görüntüleme tipleri görüntü (display) menüsünden seçilebilir, sadece boyutlama sonuçlarının görüntülenmesi boyutlama (design) menüsünden yapılır.

Grafiksel görüntüleme: Her bir görüntü penceresi için değişik bir grafiksel görüntüleme çeşidi seçilebilir. Her pencere kendi yerleşim ve görüntü seçeneklerine sahip olabilir.

Model tanımlarını görüntüleme: Modelin geometrisi **Display menüsü-Show Undeformed Shape** komutu kullanarak izlenebilir. Bu işlem sadece nesneleri ve **View menüsü-Set Display Options** kullanılarak seçilmiş atamaları gösterir. Nesnelere yapılan diğer tüm atamalar **Display menüsü-Show Load Assigns** ve **Display menü-Show Misc Assigns** komutları kullanılarak görüntülenebilir.

Modelin şekil değiştirmemiş görüntüsünü atamalar ile beraber veya onlarsız izlerken düğüm noktasına veya nesneye farenin sağ tuşu ile tıklanırsa ekranda bu nesneye ait geometri, bağlantı kriterleri, atamalar ile yüklere ait sonuçların detaylı bilgilerinin bulunduğu bir form belirir.

Analiz sonuçlarını görüntüleme: Çalıştırılmış her bir durum için analiz sonuçları grafiksel olarak görüntülenebilir. Hangi görüntülerin izlenebileceği aşağıda verilmiştir:

- Şekil değiştirmiş yapı
- Düğüm noktalarına ait yay veya reaksiyon yükleri
- Çubuk/kablo/bağlantılara ait kuvvet ve moment diyagramları
- Kabuk elemanlarındaki kuvvet ve momentten kaynaklanan stres sonuçlarının kontur çizgileriyle gösterimi
- Kabuk elemanları, düzlemler, asolidler ve katılara ait gerilme konturlarının gösterimi
- Betonarme kabuklar için boyutlama gerilmeleri
- Deplasmanlar, reaksiyonlar, yay kuvvetleri ve çubuk/kablo kuvvetleri ve momentlerinin oluşturduğu etki alanı çizgileri
- Tüm nesne tipleri için virtüel iş grafiğinin gösterilmesi

Şekil değiştirmiş model durum çubuğundaki kontrol araçları ile oynatılabilirler. Şekil değiştirmiş yapının oynatılması kullanıcının yapıyı daha iyi anlamasını sağlar.

Birkaç sonucu olan analiz durumları için (çok adımlı veya çok modlu) her bir sonucu adım adım incelemek için durum çubuğu üzerindeki kontrol imleci işaretleri kullanılabilir. Çoklu adımlarda en küçük ile en büyük değerleri basmaya yarayacak bir seçenek de mevcuttur.

Fonksiyonların çizimlerini görüntüleme: Fonksiyon çizimleri,bir değişkenin diğerine göre grafikleridir. Bunlar;

- Tepki spektrumu eğrileri: Bu eğriler yapının herhangi bir düğüm noktası için zaman alanı analiz durumu sonuçları esas alınarak üretilebilirler.
- Fonksiyon çizim izleri: Bunlar herhangi bir sayıda yapı tepki niceliklerinin (yer değiştirme, gerilme v.b.) zamana karşı veya başka bir yapı tepki niceliğine karşı çizilen genel grafikleridir. Bunlar herhangi bir zaman alanı durumu veya çoklu-adımlı nonlineer statik durum için mevcuttur.
- Statik-itme analizi: Bu fonksiyon tekil bir deplasman ölçümünün çok adımlı, deplasman kontrollü, nonlineer statik analiz durumundan elde edilen zemin tepki reaksiyon değerlerine karşı çizilen fonksiyondur.

Fonksiyon çizimleri özel bir çizim penceresinde görüntülenebilir ve bastırılabilir. Bu çizimlere ait değerler tablosu bastırılabilir veya dosya olarak kaydedilebilir.

Tablosal görüntüleme: Görüntüleme menüsündeki komutlar kullanılarak model tanımlamaları, analiz sonuçları ve dizayn (boyutlama) sonuçları tablo biçiminde görüntülenebilir.

Bu tabloların biçimlerini kontrol edebileceği, sadece belirtilen kriterleri sağlayan verileri görüntülemeyi sağlayan filtreler yaratmak gibi gelişmiş biçimlendirme seçenekleri mevcuttur. Örneğin bunlardan biri, dizayn gerilme oranlarının 0.9' un üstünde olduğu elemanların gösterilmesidir.

Bu tablosal veriler ekran metin penceresinden export edilebildiği gibi çıktı da alınabilir, ya da dosya menüsünden tablo biçimleri ile ilgili mevcut komutlar kullanılarak yapılır.

4.7.2.8 Boyutlama (Dizayn)

'Boyutlama' betonarme, çelik, soğuk çekme çelik ve alüminyum malzemeden çubuk nesnelerinin değişik boyutlama yönetmeliklerine göre kontrol edilmesi için kullanılır. Boyutlama, yapı analiz edildikten sonra uygulanabilir. Görüntüleme dahil, boyutlama işlemlerinin çoğu boyutlama (design) menüsünde mevcuttur.

Çelik, soğuk çekme çelik ve alüminyum malzemeden çubuk/halat nesneleri kullanıcı tarifli bir otomatik seçim listesinden ağırlıkça en hafifi olacak sekilde seçilebilir.

Betonarme çubuk nesneleri ise seçilen dizayn koduna göre otomatik olarak belirlenmiş boyuna donatı alanı ve kesme donatısı alanına sahip olabilirler.

Bağımsız elemanlar farklı kesitler denenerek ve sonuçları kontrol edilerek interaktif olarak da boyutlandırılabilirler. Bir kesit ister manuel olarak değiştirilsin, ister program tarafından optimum kesidi otomatik belirlensin fark etmez, boyutlama kesidi ile analiz kesidi aynı olana dek boyutlama işlemi tekrarlanır.

Gerilme oranlarının ve dizayn parametrelerinin grafiksel olarak görüntülenmesi mümkündür. İstendiğinde bir tek çubuk nesnesinin dizayn bilgilerine nesne üzerine sağ tuşla tıklanarak tablo halinde ulaşılabilir. İlave bir seçenek olarak tablo halindeki dizayn bilgileri Display menüsündeki komutlar kullanılarak gösterilebilir veya File menüsündeki komutlar kullanılarak yazdırılabilir.

Programda çubuk elemanlarına has yönetmeliklere bağlı boyutlama yapılabilmesine ek olarak betonarme kabuk elemanlarında yönetmelik dışı özel boyutlama gerilmeleri ve çekme donatıları da izlenebilir. Çubuklardan farklı olarak kabuk betonarme elemanlarında gelişmiş dizayn seçenekleri mevcut değildir. Bunun yerine bunlara ait boyutlama verileri görüntüleme menüsünde mevcuttur ve bu değerler kabuktaki çekme basınç kuvvet çifti ile kullanıcının tanımladığı donatı akma gerilmesine bağlı olarak hesaplanır.

4.7.3 Veri tabloları

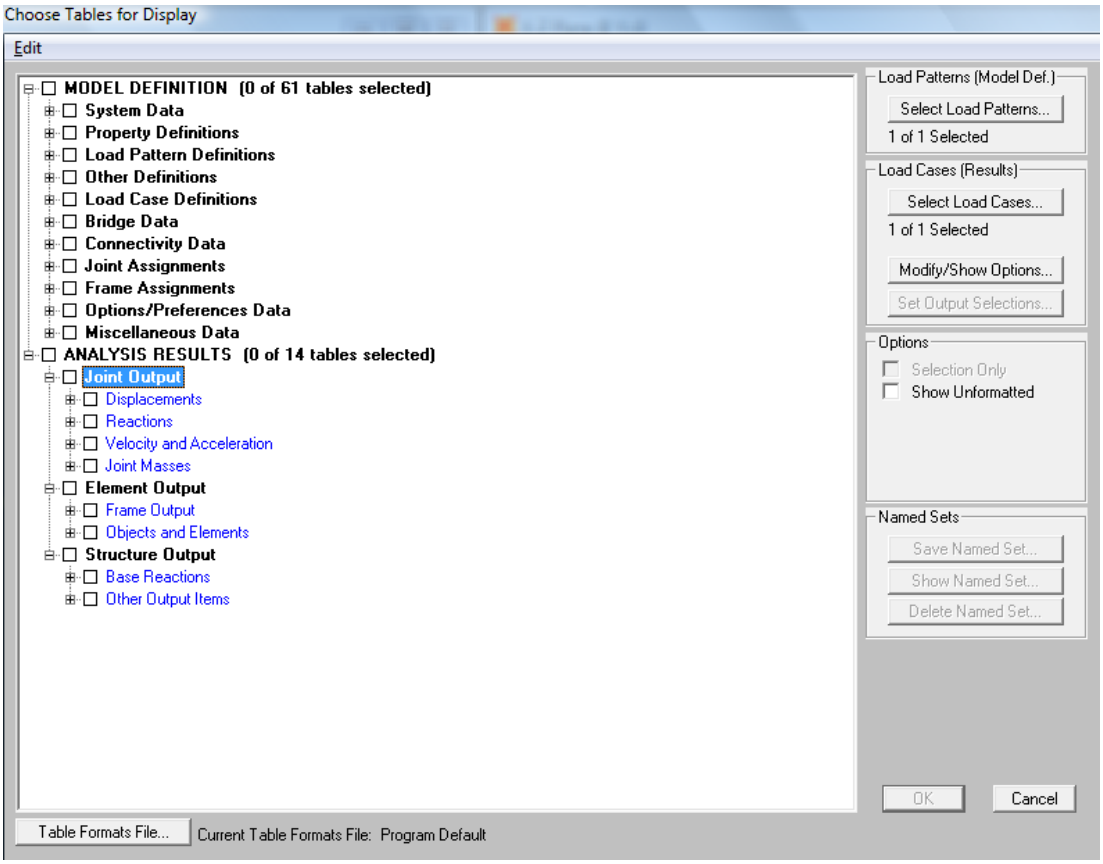
Bu bölümde veri tabloları gruplandırılmış ve genel bilgi verilmiştir.

4.7.3.1 Giriş

SAP2000 grafiksel kullanıcı arayüzü kullanılarak ulaşılabilen tüm verilere tablo verileri biçiminde de ulaşılabilir. Bunlar kolon başlıkları ve ilgili tablo verilerinin ismini taşıyan organize edilmiş bir grup veridir. Bu tablolar modele ait tanımlama bilgileri ile analiz ve dizayn sonuçlarını içerir. Bu tablo verileri grafiksel arayüzün değiştirilmesi ve görüntülenmesinde kullanılabildiği gibi diğer programlardan veri alıp göndermede ve çok çeşitli biçimlerde çıktı verisi oluşturmakta da kullanılabilir [12].

4.7.3.2 Veri tablolarının sınıflandırılması

SAP2000 tablo verileri üç farklı sınıfa ayrılır ki bunlar model tanımlama, analiz (hesaplama) sonuçları ve dizayn (boyutlama) sonuçlarıdır. Şekil 4.11'de veri tablolarını görüntüleme ekranı gösterilmektedir.



Şekil 4.11 : Veri tablolarını görüntüleme ekranı

Model tanımları: Model tanımlama verileri yapısal modelin tüm kısımlarını içerir ki bunlar; özellikler, nesneler, atamalar, yükler, analiz durumları, dizayn ayarları ve benzerleridir. Bunun yanında kullanıcı tanımlı seçenekler ve isimlendirilmiş sonuç tanımlamaları da yapısal model tanımlamanın bölümlerinden sayılır.

Analiz çalıştırılmış olsun veya olmasın, dizayn (boyutlama) yapılmış olsun olmasın model tanımlama verileri mevcuttur. Bu tablolar üzerinde değişiklik yapılabilir, görüntülenebilir, dışarı gönderilebilir, içeri taşınabilir ve çıktısı alınabilir.

Analiz sonuçları: Analiz sonuç bilgileri grafik ara yüzünde oluşturulabilen sehimleri, kuvvetleri, gerilmeleri, enerjileri ve diğer yapısal tepki niceliklerini içerir. Bu veriler halihazırda çalıştırılmış analiz durumları için oluşturulur. Analiz sonuç tabloları

görüntülenebilir, dışarı gönderilebilir ve çıktısı alınabilir, ancak üzerinde değişiklik yapılamaz ve içeri taşınamazlar.

Boyutlama (Dizayn) sonuçları: Dizayn sonuç bilgileri gerilmeleri, gerilme oranlarını, etkin boyları, optimum kesitleri, donatı alanlarını ve dizayn işleminden elde edilen tüm diğer nicelikleri içerir. Bu veriler sadece halihazırda boyutlamaya tabi tutulmuş nesneler için oluşturulur. Dizayn sonuç tabloları görüntülenebilir, dışarı gönderilebilir ve çıktısı alınabilir, ancak üzerinde değişiklik yapılamaz ve içeri taşınamazlar.

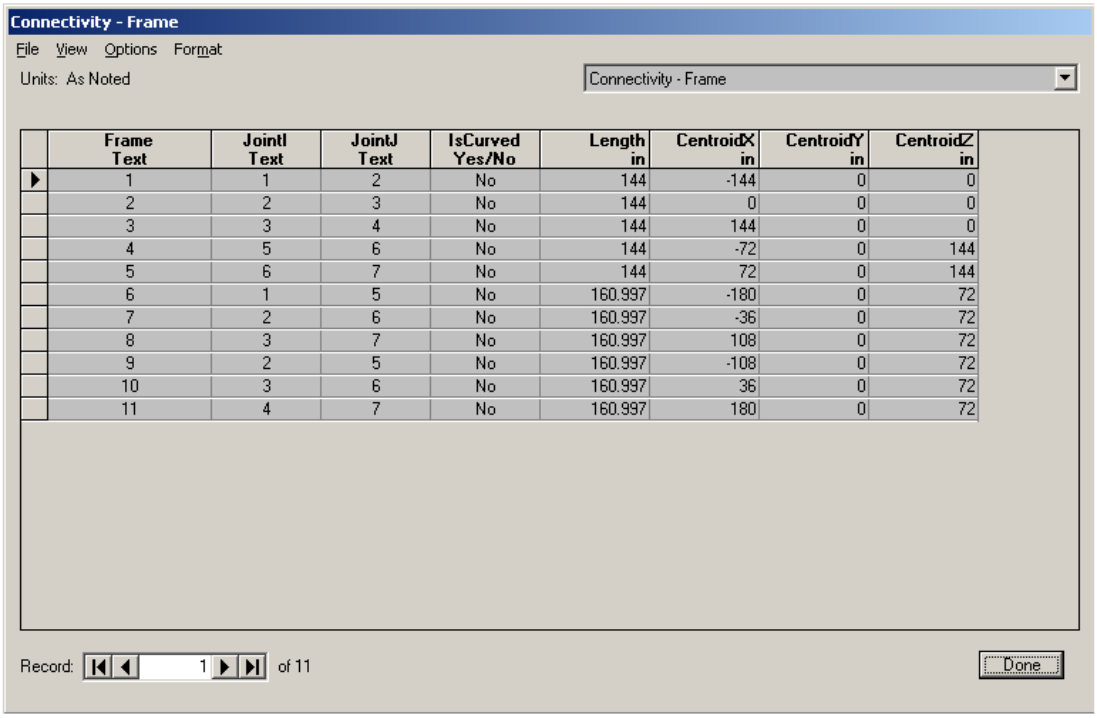
4.7.3.3 Tablolar ve alanlar

SAP2000 tablosal verileri daha önceden tanımlanmış bir grup veri tablosu biçiminde düzenler. Her üç farklı veri tipi için farklı bir tablo mevcuttur. Her bir tablonun önceden tanımlı bir adı vardır.

Model tanımlama tablolarına örnek olarak ‘düğüm noktaları koordinatları’ ve ‘çubuk ve halat elemanı bağlantı şekli’ örnek gösterilebilir. Hesaplama-sonuçlar tablosuna örnek olarak ‘düğüm noktası deplasmanları’ ve ‘eleman kuvvetleri-çubuk elemanları’ tabloları örnek verilebilir. Boyutlama-sonuçlar tablosuna örnek olarak ‘betonarme dizayn 1-kolon özet verileri- ACI 318-99’ ve ‘çelik boyutlama 3-kesme detayları- AISC-LRFD 93’ tabloları örnek verilebilir.

Her bir tablo için önceden tanımlı bir tek alan ismi kullanılabilir; alan isimleri tablolarda sütun başlığı olarak kullanılır. Kolonlar herhangi bir düzende sıralanabilir ve istenmeyen sütunlar kullanılmayabilir.

Şekil 4.12’ de ‘çubuk ve halat elemanı bağlantı şekli’ tablosu gösterilmektedir. Bu tabloda yedi alan mevcuttur. Bunlar, çerçeve, düğüm noktası I, düğüm noktası j, uzunluk, kütle merkezi X, kütle merkezi Y, kütle merkezi Z’ dir. Kolon başlığında gösterilen birimler kullanılmaktadır. Tabloya on bir satır veri girilmiş ve bu verilerde çubuk elemanları ile bunların bağlandığı iki uç noktasının isimleri verilmiştir. Aynı zamanda hesaplanmış eleman boyu ve kütle merkezi verilmiştir.



	Frame Text	JointI Text	JointJ Text	IsCurved Yes/No	Length in	CentroidX in	CentroidY in	CentroidZ in
▶	1	1	2	No	144	-144	0	0
	2	2	3	No	144	0	0	0
	3	3	4	No	144	144	0	0
	4	5	6	No	144	-72	0	144
	5	6	7	No	144	72	0	144
	6	1	5	No	160.997	-180	0	72
	7	2	6	No	160.997	-36	0	72
	8	3	7	No	160.997	108	0	72
	9	2	5	No	160.997	-108	0	72
	10	3	6	No	160.997	36	0	72
	11	4	7	No	160.997	180	0	72

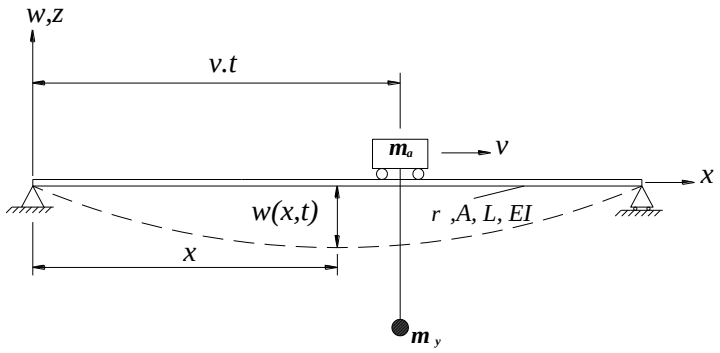
Şekil 4.12 : Veritabanı tablosu örneği

5. TEK KİRİŞLİ KREN UYGULAMASI

Bu uygulamada tek kirişli kren sistemi incelenmiş ve analiz gerçekleştirilmiştir.

5.1 Tek Kirişli Köprülü Kren Sistemi

Bilindiği gibi köprülü krenler tek veya çift kirişli olabilmektedir. Bu uygulamada tek kirişli köprülü kren sistemi incelenmiştir. Bu amaçla sonuçların net olarak alınabildiği ince kesitli esnek bir Berneuolli - Euler kirişi ele alınmıştr. Bu uygulamanın amacı; kiriş üzerinde hareket eden arabanın hızının kiriş sisteminin dinamik davranışına olan etkisini araştırmaktır. Bu incelemeyi yapabilmek için araba kiriş üzerinde v=0.01, 0.6, 1.1, 3, 4.6, 5.5, 8, 15.5 m/s hızlar ile hareket ettirilmiştir. Her durumda araba sabit hızla ilerlemektedir. İlk durumda kiriş titreşim yapmamakta ve şekil değiştirmemektedir. Uygulama kirişinin özellikleri Çizelge 5.1' de verilmiştir[13]. Burada ρ yoğunluk, E Elastisite modülü, L kirişin uzunluğu, A kesit alanı, I atalet momenti, g yerçekimi ivmesi, ρAL kirişin ağırlığı, μ birim uzunluğun kütlesidir. Şekil 5.1' de ise tek kirişli krenin modeli gösterilmektedir. Şekil 5.1'de w,z düşey eksen, x kiriş ekseni, t zaman, v arabanın hızı, $v.t$ araba koordinatı, m_a arabanın kütlesi, m_y kaldırılan yükün kütlesi, $w(x,t)$ kirişin zamana bağlı enine yer değiştirmesidir.



Şekil 5.1 : Tek kirişli uygulama kreninin modeli

Çizelge 5.1: Malzeme özellikleri

ρ	8000 kg/m^3
E	2,117 x 10^{11} N/m^2
L	12 m
A	16 x 10^{-4} m^2
I	2,133 x 10^{-7} m^4
G	9,81 m/s^2
ρAL	153,6 kg
μ	12,8 kg/m

5.2 Uygulama Sonuçları

Uygulama sonuçları grafikler halinde verilmiştir. Bu grafiklerde yatay eksen araba pozisyonunu, düşey eksen ise mm cinsinden yer değiştirmeyi göstermektedir. Yalnız dinamik yer değiştirmelerde maksimum yer değiştirme her zaman kiriş orta noktasında oluşmamaktadır. Bu nedenle grafikler zaman alan fonksiyonu içinde maksimum yer değiştirmenin oluştuğu kiriş noktasının yer değişimi şeklinde verilmiştir. Yer değiştirme diyagramlarında kirişin kendi ağırlığının oluşturduğu yer değiştirmeler gösterilmemiştir. Yatay eksen $v.t/L$ şeklinde verilmiş olup arabanın pozisyonunu göstermektedir. t=0 da araba kirişin başlangıç noktasında, t=L/v anında ise diğer uçtadır. Seyahat süresince v ve L sabit olduğu için yatay eksen aynı zamanda, t (zamanı) da temsil etmektedir. Analizlerde zaman alan fonksiyonu 200 adet zaman diliminde incelenmiştir. 200 adımlık zaman diliminde her adımda (t/200) elde edilen veriler Excel ortamına aktarılarak maksimum yer değiştirmenin oluştuğu zaman adımı tespit edilmiştir. Bir zaman adımı için, kirişin sonlu elamanlar modelinde her düğüm için oluşan yer değiştirmeler hesaplanarak maksimum yer değiştirmenin hangi düğümde oluştuğu veriler incelenerek tespit edilmiştir. Kiriş

üzerindeki düğümler 0,1 m aralıklarla düzgün dağıtılmıştır. Hangi düğümün mesafe olarak kiriş üzerinde nereye karşılık geldiği aşağıdaki formülle hesaplanabilmektedir.

$$x = (n_x - 1)\frac{L}{n-1}$$

x maksimum yer değiştirmenin oluştuğu noktanın kirişin sol ucundan olan uzaklığı, *n* toplam düğüm sayısı, n_x maksimum yer değiştirmenin oluştuğu düğüm numarasıdır. *x* belirlendikten sonra *v* ilerleme hızı ile maksimum yer değiştirmenin oluştuğu zaman adımı çarpılarak arabanın o anda kiriş üzerinde hangi noktada olduğu tespit edilmiştir.

Arabanın kiriş üzerindeki seyahat süresi $t=L/v$ dir. Hız arttıkça arabanın seyahat süresi kısalmaktadır. Zaman alan fonksiyonu grafiğinde farklı hızların sonuçlarını aynı grafikte gösterebilmek ve farklılıkların incelenebilmesi amacıyla yatay eksen değişkeni *t* yerine arabanın kiriş üzerindeki pozisyonunu gösteren $v.t/L$ olarak alınmıştır. Yer değiştirme diyagramlarında kirişin kendi ağırlığının oluşturduğu yer değiştirmeler gösterilmemiştir.

Kritik hız ve hız parametreleri denklemler (3.70) , ve (3.68)'de verildiği üzere,

$$v_{kr} = 2 f_{(1)} L = \frac{\pi}{L}\left(\frac{EI}{\mu}\right)^{1/2},\ \alpha = \frac{v}{v_{kr}},\ \alpha = \frac{vL}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{EI}}$$

Çizelge 5.1'deki değerler kullanılarak kritik hız: $v_{kr} = 15{,}5\ \ m/s$ olarak hesaplanır. Formülden de anlaşılacağı üzere kritik hız kirişin geometrisiyle ilgilidir. Kritik hız kirişin fiziksel özelliklerine bağlı olduğundan her farklı kiriş için farklı kritik hız değeri vardır. Hız parametresi arabanın hızının kirişin kritik hızına olan oranıdır. Bu oran bire yaklaştıkça kirişin dinamik yer değiştirmesi anormal büyümektedir. Arabanın *v* hızına göre α hız parametresinin değerleri Çizelge 5.2' de verilmiştir.

Çizelge 5.2: Çeşitli hızlardaki hız parametreleri

v (m/s)	α
0.6	0.039
1.1	0.071
3	0.193
4.6	0.296
5.5	0.354
8	0.515

Yükün kütlesinin kiriş kütlesine olan oranı, *m/M=0.2* alalım. Kirişin kütlesi Çizelge 5.1'den *M=153,6 kg* dır. Kiriş üzerindeki hareketli toplam yükün kütlesi arabanın kütlesi ile kaldırılan yükün kütlesinin toplamıdır. $m = m_a + m_y$,

$m = \frac{153,6}{5} = 30,72kg$ bulunur.

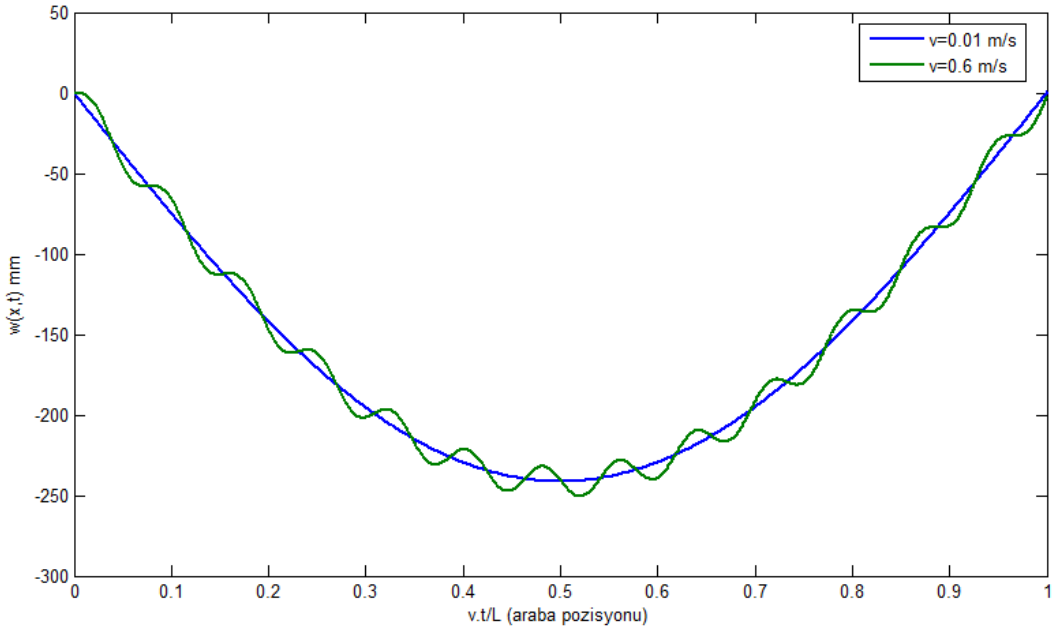
5.2.1 Yer değiştirmelerin dinamik değişimi

Analiz sonuçlarına göre, yükün hızına bağlı olarak kirişin yer değiştirmesi artmakta ve yer değiştirme şekli değişmektedir. Şekil 5.2' de *m/M*=0,2 için *v*=0,01 m/s, *v*=0,6 m/s hızlarında kirişin yer değiştirme grafiği gösterilmektedir. Araba hızının *v*=0,01 m/s değerinde oluşan dinamik yer değiştirme yük kirişin orta noktasında iken kirişin orta noktasında oluşturduğu statik yer değiştirmeye çok yakındır.

$w_{statik} = \frac{PL^3}{48EI} = 0,244913m$, $w_{dinamik_{v=0,01m/s}} = 0,243824m$

Araba hızının *v*=0.01 m/s olduğu durumda elde edilen dinamik yer değiştirme statik yer değiştirme eğrisi gibi düzgün ve simetriktir. Bu nedenle sonucun statik çözümle hemen hemen aynı olmasından dolayı diğer hızlardaki yer değiştirmeler ile karşılaştırma yapılması için statik yer değiştirme olarak ele alınmıştır. Buradan hızın sıfıra yaklaşmasıyla çözümün statik çözüme gittiği anlaşılır ki bu da yapılan

modellemenin ve analizin gerçeğe uygunluğunu ortaya koymaktadır. Analiz sonucunda maksimum yer değiştirme kirişin orta noktası x=6 m'de araba pozisyonu $v.t$=6 m'de olduğu zamanda oluşmaktadır.

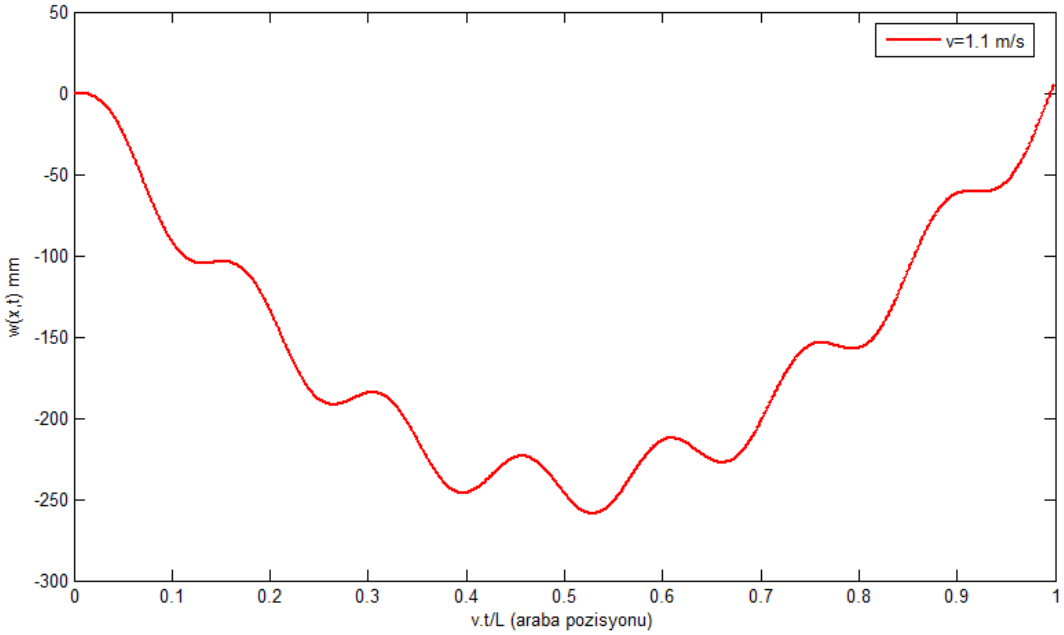


Şekil 5.2 : m/M=0,2 için v=0,01 m/s, v=0,6 m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi

Hızın v=0,6 m/s olduğu durumda ise maksimum yer değiştirme kirişin orta noktası x=6 m' de, araba $v.t$=6.25 m' de iken oluşmaktadır. Arabanın kiriş üzerinde ilerlemesi ile birlikte kiriş titreşime geçmekte ve yer değiştirme eğrisi statik yer değiştirme eğrisinin etrafında salınım yapmaktadır. Bu hız değerinde titreşime rağmen eğrinin kiriş orta noktasından geçen düşey doğruya simetrik olduğu görünmektedir.

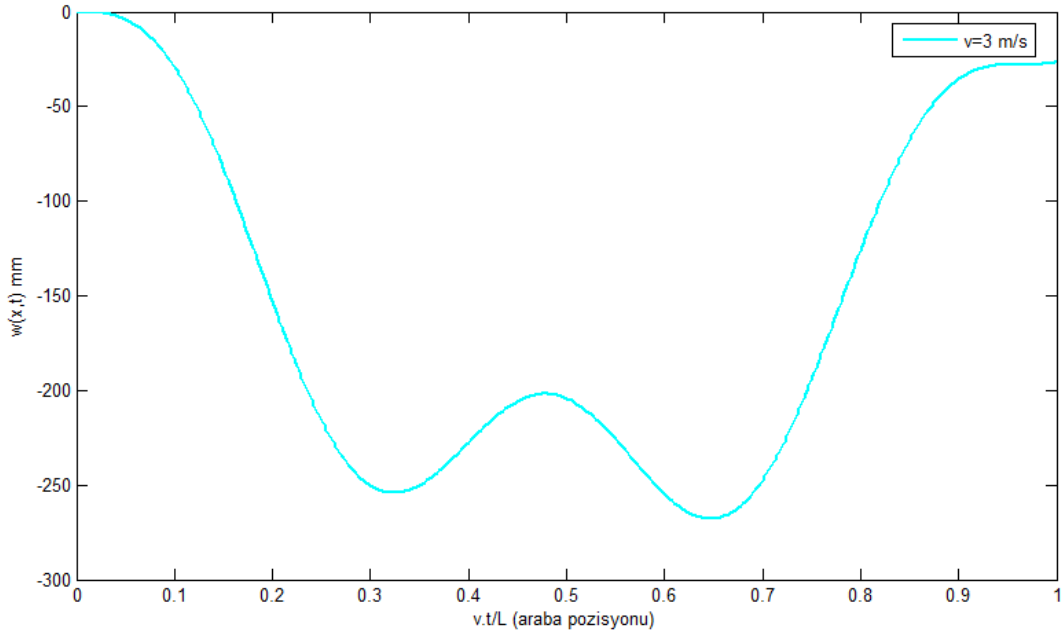
Şekil 5.3'te m/M=0,2 için v=1,1 m/s hızında kirişin yer değiştirme grafiği gösterilmektedir. Bu grafiğe bakılarak hızın artmasıyla kirişin titreşim genliğinin arttığı sonucu çıkarılabilir. v=1,1 m/s hızında maksimum yer değiştirme x=6,1 m' de, araba $v.t$=6,35 m' de iken oluşmaktadır.

Şekil 5.4'te m/M=0,2 için v=3 m/s hızında kirişin yer değiştirme grafiği gösterilmektedir. v=3 m/s hızında oluşan maksimum yer değiştirme x= 6,4 m' de araba $v.t$=7,7 m'de iken oluşmaktadır.



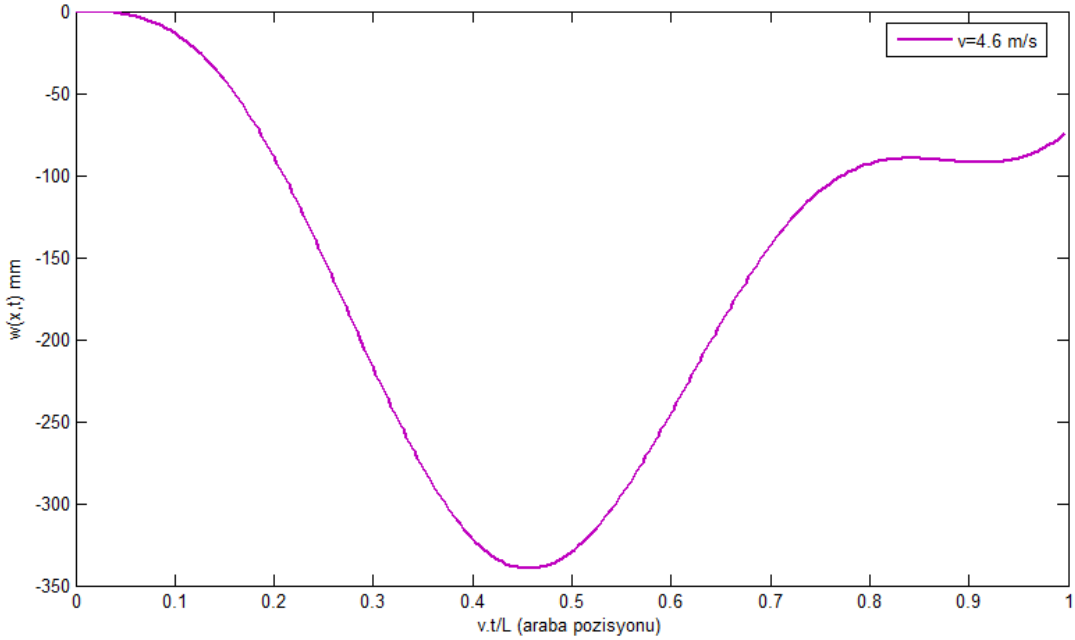
Şekil 5.3 : m/*M*=0,2 için *v*=1,1 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi

Şekil 5.4'teki grafikten çıkarılan sonuç şudur: Araba *v.t* =0,5 *L* civarında iken buradaki yer değiştirme araba *v.t*=0,3 *L* civarında iken oluşan yer değiştirme değerinden küçük ve araba ortada iken oluşan yer değiştirme statik yer değiştirme değerinden küçüktür. Bunun sebebi, kirişin hareketinin dinamik olması ve bu hız değeri için araba orta noktadan geçerken kiriş hareketinin yukarı doğru olmasıdır.



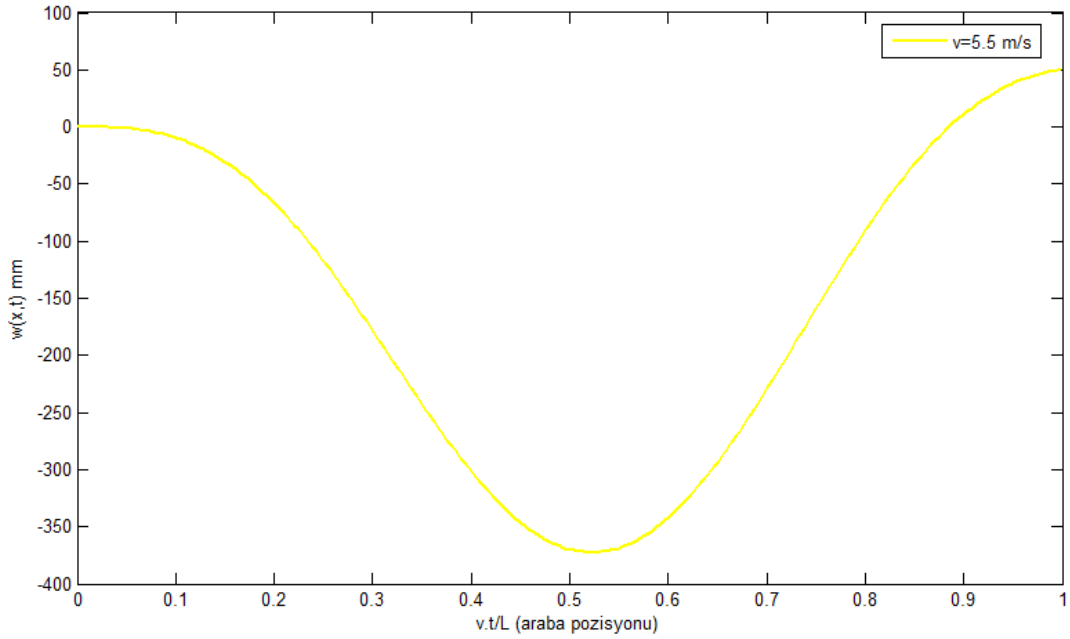
Şekil 5.4 : *m/M*=0,2 için *v*=3 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi

Şekil 5.5'te *m/M*=0,2 için, *v*=4,6 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi gösterilmektedir. Araba hızının *v*=4,6 m/s değerinde maksimum yer değiştirme *x*=5,7 m' de araba *v.t*= 5,474 m' de iken oluşmaktadır. Buradan çıkarılacak sonuç: Kiriş üzerinde oluşan maksimum yer değiştirme sadece kirişin orta noktasında veya ilerisinde değil gerisinde de oluşabilmektedir.



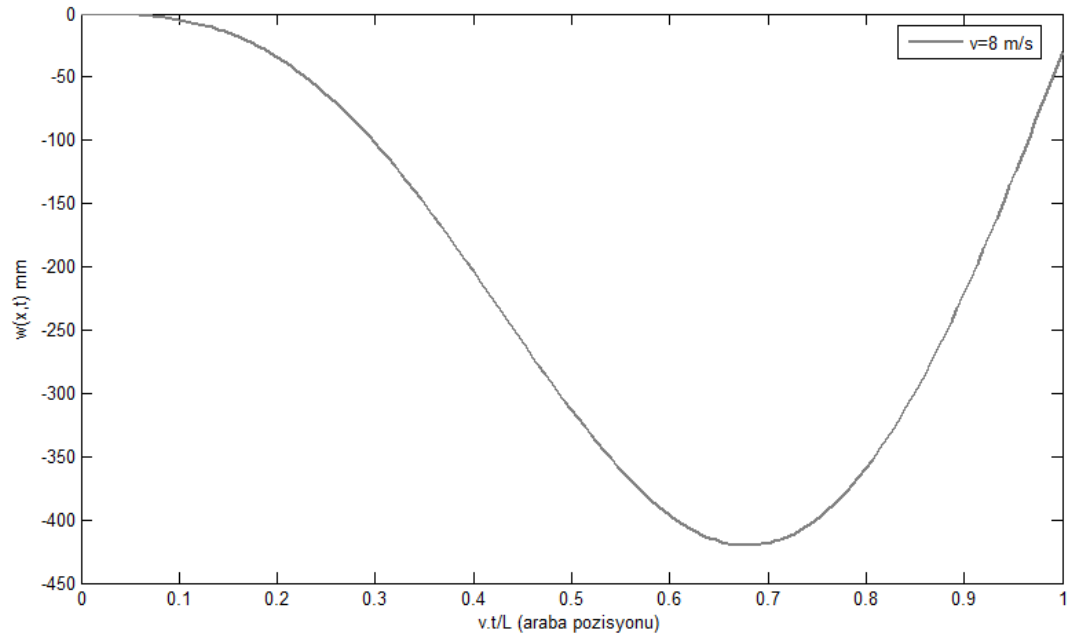
Şekil 5.5 : *m/M*=0,2 için *v*=4,6 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi

Şekil 5.6'da *m/M*=0.2 için v=5,5 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi görülmektedir. Maksimum yer değiştirme x=6,2 m' de, araba *v.t*=6,27 m' de iken oluşmaktadır. Araba hızının artmasıyla titreşim genliği de artmıştır.



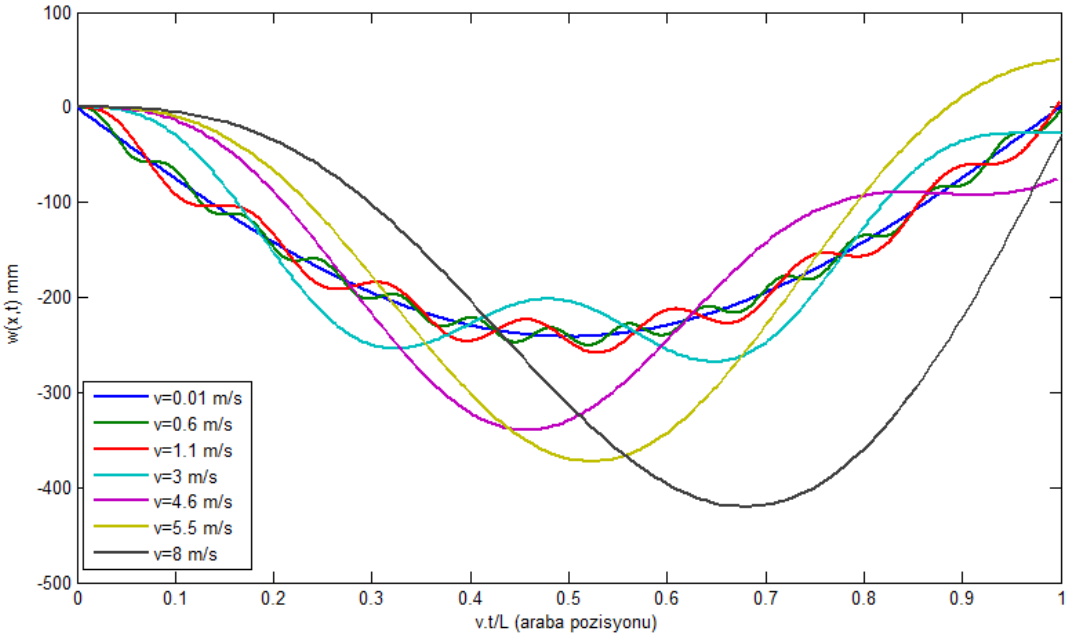
Şekil 5.6 : *m/M*=0,2 için *v*=5,5 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi

Şekil 5.7 ‘de *m/M*=0,2 için *v*=8 m/s hızında kirişin yer değiştirme grafiği verilmiştir. Arabanın *v*=8 m/s hızında maksimum yer değiştirme *x*=6,25 m’ de, araba kiriş üzerinde *v.t*= 8,16 m’ de iken oluşmaktadır.



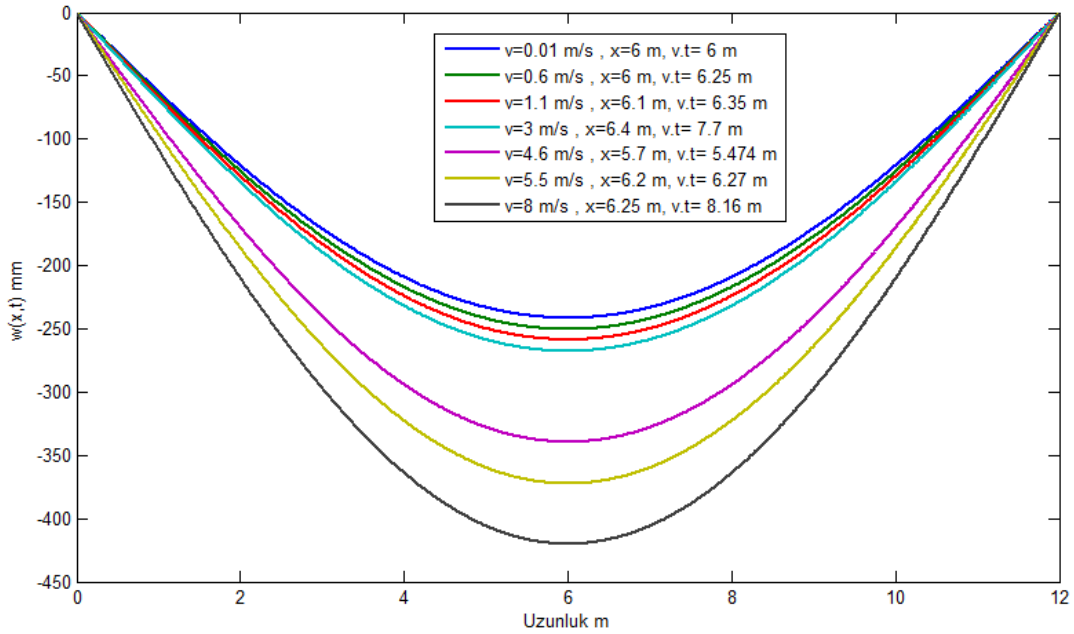
Şekil 5.7 : *m/M*=0.2 için *v*=8 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi

Şekil 5.8'de tüm hızlardaki yer değiştirmeler toplu olarak gösterilmektedir. Bu grafik dinamik yer değiştirmenin hıza bağlı olarak değişimini göstermekte olup, ref. [7] de verilen grafikler (3-5)'e karakteristik olarak benzemektedir.



Şekil 5.8 : Değişik araba hızlarındaki yer değiştirmeler

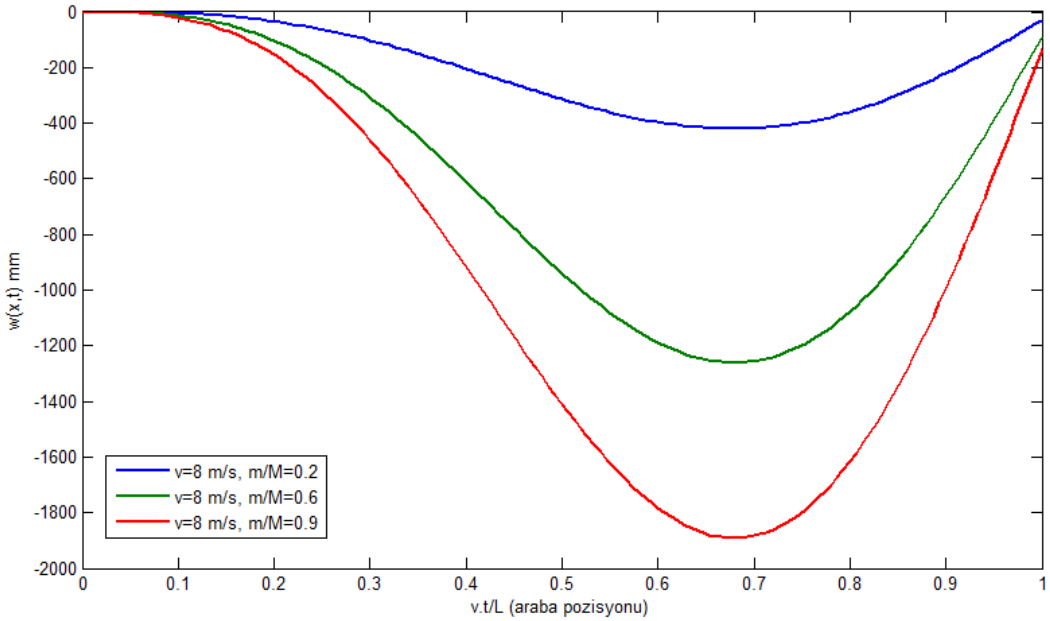
Şekil 5.9'da *m/M*=0,2 için değişik hızlardaki maksimum yer değiştirmenin oluştuğu zaman esnalarındaki kirişin anlık yer değiştirme şekilleri gösterilmektedir.



Şekil 5.9 : *m/M*=0,2 için değişik araba hızlarında maksimum yer değiştirmenin oluştuğu zaman esnalarında kirişin yer değiştirme şekilleri

Şekle bakılarak hız artışıyla kirişin dinamik yer değiştirmesi arttığı anlaşılabilir. Hızın farklı değerlerindeki yer değiştirme eğrisinin simetrik olmayıp bazı hız değerlerinde sola, bazılarında ise sağa yatıktır.

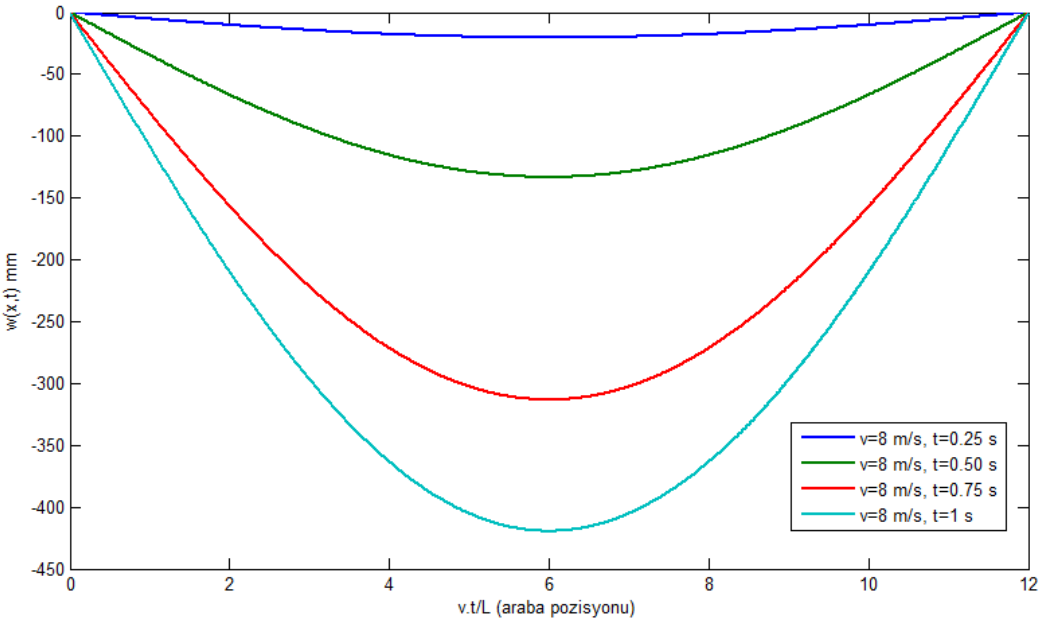
Şekil 5.10'da *v*=8 m/s, *m/M*=0,2; 0,6 ve 0,9 için kirişin yer değiştirmesi gösterilmektedir. *m/M* oranının artmasıyla artan yükle beklendiği gibi yer değiştirme miktarları artmaktadır. Artan kütle kiriş sisteminin doğal titreşim frekansını değiştirmektedir. Hızın artmasıyla yüksek hızın kirişin dinamik yer değiştirmesindeki etkisi kütle oranın artmasının etkisinden daha çok olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.



Şekil 5.10 : *v*=8 m/s, *m/M*=0,2; 0,6; 0,9 için kirişin yer değiştirmesi

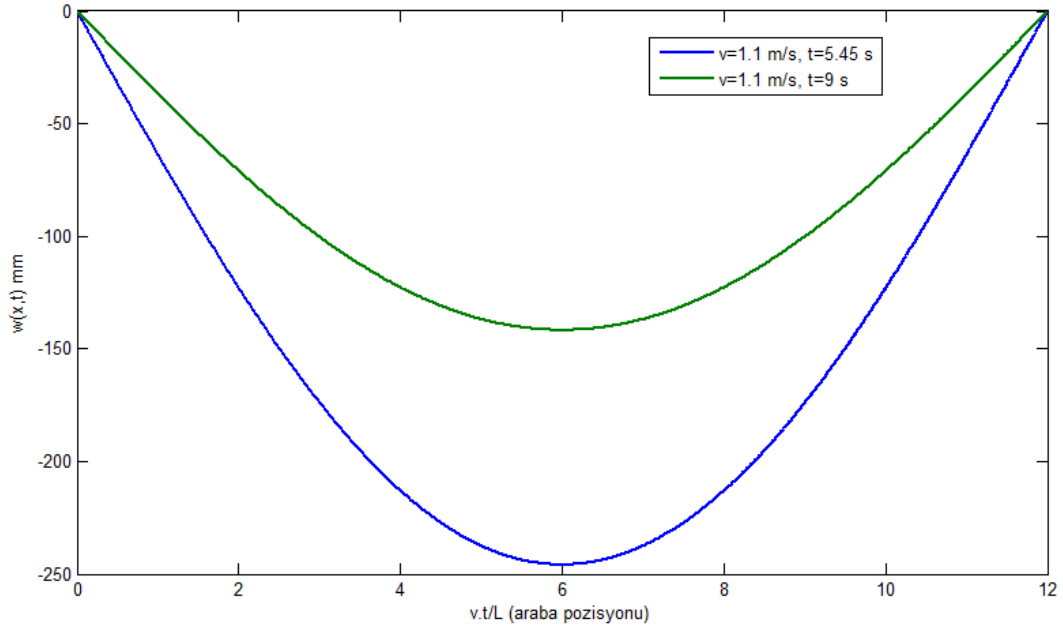
Şekil 5.11' de *v*=8 m/s hızla ilerleyen arabanın değişik zamanlarda kirişte oluşturduğu dinamik yer değiştirmeler görülmektedir. Arabanın kiriş üzerindeki seyahat süresi,

$$T = \frac{L}{v} = \frac{12}{8} = 1{,}5s \text{ dir.}$$



Şekil 5.11 : *v*=8 m/s; *t*=0,25; 0,5; 0,75; 1 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi

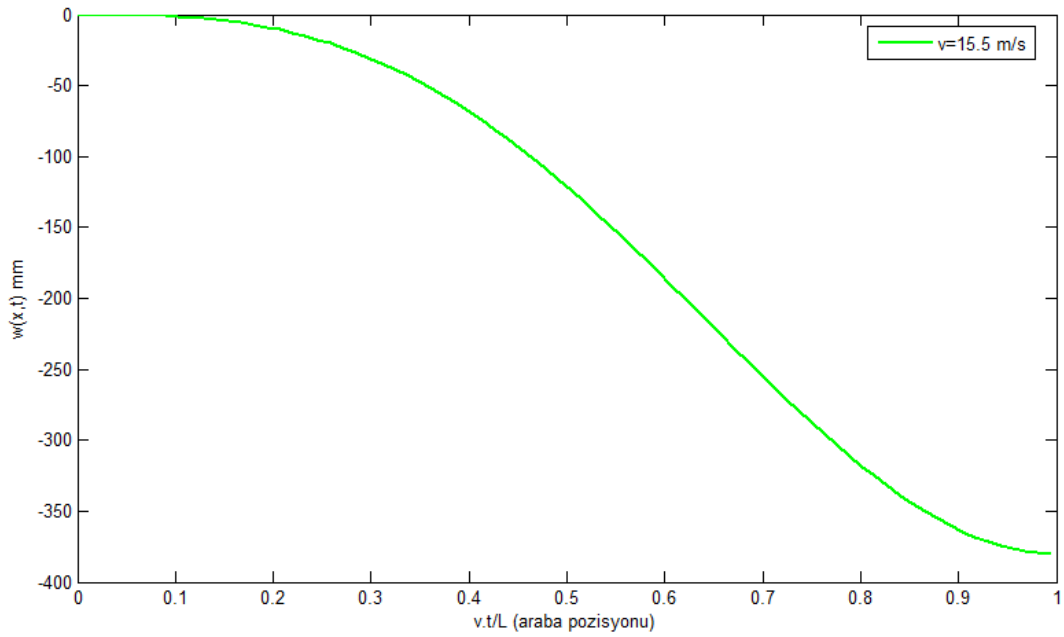
Araba 0,75 s'de orta noktadan geçmektedir ve bu zamanda oluşan yer değiştirme, grafikte görüldüğü gibi *t*=1 s'de oluşan yer değiştirmeden küçüktür. Şekil 5.12'de *v*=1,1 m/s; *m/M*=0,2; t=5.45 ve 9 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi verilmiştir. Bu hızda arabanın seyahat süresi 10,9 s dir ve araba 5.45 s' de kirişin orta noktasından geçmektedir.



Şekil 5.12 : v=1,1 m/s; m/M=0,2; t=5.45 ve 9 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi

Şekil 5.12'de Şekil 5.11'in aksine *t*=5.45 s' de iken oluşan yer değiştirme, araba *t*=9 s' de iken oluşan yer değiştirmeden büyüktür. Yüksek hızlarda oluşan maksimum yer değiştirme arabanın kirişin uç kısmına yaklaşması anında oluşmaktadır. Hız çok artarsa maksimum yer değiştirme arabanın uç kısma o kadar çok yakın mesafede olduğu zamanda oluşmaktadır. Bunun nedeni araba yüksek hızda ilerlerken kirişin tam bir titreşim bile yapacak zamanı bulamamasıdır. Düşük araba hızlarında ise kirişin birden çok titreşim yapacak zamanı bulunmaktadır.

Şekil 5.13 'te *m/M*=0,2 için *v*=15.5 m/s hızında kirişin yer değiştirme grafiği verilmiştir. Bu hız değeri daha önce de hesaplandığı gibi kritik hız değeridir.

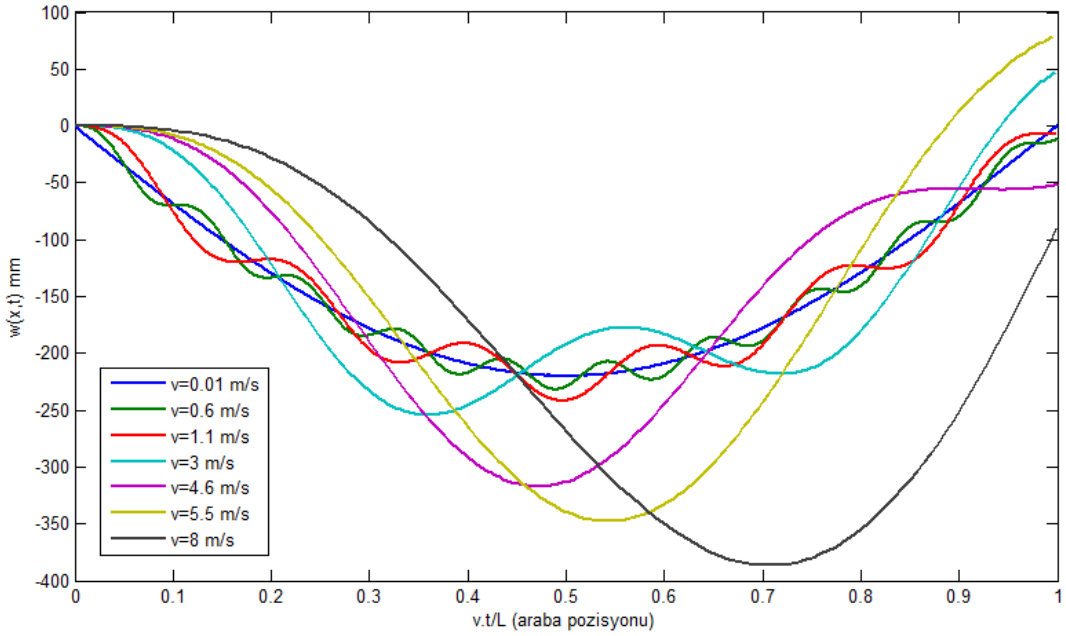


Şekil 5.13 : *m/M*=0,2 için *v*=15,5 m/s hızında kirişin yer değiştirmesi

Kritik hız değerinden daha küçük hız değerlerinde, yer değiştirme eğrisi en az bir kez yön değiştirmektedir. Yani bu hız değerleri için (+y) yönünde bir hareket söz konusudur. Halbuki kritik hız değerinde kiriş tam bir titreşim yapacak fırsatı bulamaz ve maksimum yer değiştirme, araba kirişin uç kısmında iken meydana gelir.

5.2.2 Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü

Şekil 5.14'te kirişin yaklaşık analitik yer değiştirme çözümü gösterilmektedir. Denklem (3.73)'te verilen yer değiştirme denklemi, sönümsüz durum sönümleme parametresi $(\psi = 0)$ ve hız parametreleri $\alpha \neq j$ $(j=1, 2, 3,\ldots)$ olması durumunda basit mesnetli bir kiriş için zamana bağlı yer değiştirme denklemi denklem (3.75)'te verilmişti. Bu denklemin analitik çözümü basit bilgisayar yazılımlarıyla elde edilebilir. Şekil 5.9'da nümerik çözüm verilmişti. Analitik hesaplamalarda elde edilen sonuçlar yaklaşık sonuçlardır ve bu çözümler gerçek modelleme çözümlerinden sapabilmektedir. Bu nedenle kompleks ve hassas sistemlerin analizinde analitik çözümlerle çok doğru sonuçlar elde edilemez. Yaklaşık çözümde hareketli yükün ve kirişin kütlesinin atalet etkisi ihmal edildiğinden şekilden görüleceği üzere titreşim tarzları nümerik çözüme göre biraz farklı ve genlikleri düşüktür.



Şekil 5.14 : Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında kirişin dinamik davranışının, üzerinde hareket eden yükün hızına ve kütlesine bağlı olarak değiştiği gösterilmiştir. Yük, kirişin farklı noktalarında iken kiriş sistemi farklı titreşim yapmaktadır. Yükün hızının ve kiriş kütlesine olan oranının farklı değerleri için kirişin davranışı grafiklerle verilmiştir. Yükün hızı arttıkça maksimum yer değiştirmenin oluştuğu yer, kiriş orta noktasından ileriye gitmektedir. Bazı hız değerleri için maksimum nokta, orta noktanın gerisinde de olabilmektedir. Yük kiriş üzerinde ilerlerken kiriş dinamik olarak titreşmektedir. Kirişin hareketi dinamik olduğundan bazı durumlarda, yük statik olarak maksimum yer değiştirme oluşturacak orta noktada iken kirişin hareketinin zıt yönde olabilmesiyle bu noktada maksimum yer değiştirme oluşmamaktadır. Kren kirişlerinin tasarımında verilen kiriş uzunluğuna göre kiriş orta noktasının yer değiştirme miktarının tasarım açısından yeterli olamadığı gösterilmiştir. Ağır şartlarda seri çalışan krenlerin hizmet ömrünün belirlenmesi için tasarım esnasında kren sisteminin dinamik davranışının da hassas olarak belirlenmesi zorunludur. Kaldırılacak yükün miktarı ve arabanın hızı ve taşıyıcı sistemin dinamik özellikleri dikkate alınarak yapılacak hesapların daha doğru olacağı gösterilmiştir.

Fiziksel model olarak teorik model incelenmiştir. Bu modelde esnek bir Bernoulli – Euler kirişi seçilerek farklı hız ve yükte analizler yapılarak sonuçlar grafik olarak verilmiştir.

Bilgisayar modeli köprü analizinde de kullanılan SAP2000 programında geliştirilmiştir. Hareketli yük veya yükler, kiriş geometrisine göre tayin edilebilen yük hareket yolu veya yolları (şerit) aracılığı ile kirişe uygulanabilmektedir. Çerçeve (frame) elamanlar için hareketli yükler, kiriş ekseninden geçen ve kirişin boyuna paralel yük yolu tanımlanarak uygulanmakta, kabuk (shell) , alan (area) ve katı (solid) elamanlar için ise hareketli yükler, kirişin üst kısmını oluşturan plakaların üzerinde yollar tayin edilerek uygulanabilmektedir. Program kirişin dinamik davranışını tayin etmede zaman alan fonksiyonu açısından istenilen küçüklükteki zaman aralığı için sonuçlar elde edilmesine imkân vermektedir. Bilgisayar

modelinde kiriş istenilen sayıda alt elamanlara ayrılabilmekte ve titreşim zaman alan fonksiyonu çok küçük zaman aralıklarında elde edilebilmektedir. Analitik çözümlerde atlanan küçük zaman aralıklarında titreşimin anlık değerleri bazen incelenememektedir.

Arabanın v=0,01 m/s hızında oluşan yer değiştirme, yük kirişin orta noktasında iken kirişin orta noktasında oluşturduğu statik yer değiştirmeye çok yakındır. $w_{statik} = 0{,}244913\ m, w_{dinamik_{v=0{,}01\ m/s}} = 0{,}243824\ m$ şeklindedir. Hızın v=0,6 m/sn değerinde ise maksimum yer değiştirme kirişin orta noktası x=6 m'de, araba $v.t$=6.25 m'de iken oluşmaktadır. Arabanın kiriş üzerinde ilerlemesinden dolayı kiriş titreşime geçmekte ve yer değiştirme eğrisi statik yer değiştirme eğrisinin etrafında salınım yapmaktadır. Hızın artmasıyla kirişin titreşim genliğinin arttığı görülmektedir. v=1,1 m/s hızında maksimum yer değiştirme x=6,1 m'de araba $v.t$=6,35 m'de iken oluşmaktadır. v=3 m/s hızda maksimum yer değiştirme x= 6,4 m'de araba $v.t$=7,7 m'de iken oluşmaktadır. Araba $v.t$ =0,5 L civarında iken buradaki yer değiştirme araba $v.t$=0.3 L' de iken oluşan yer değiştirme değerinden küçüktür. Bu hızda araba ortada iken oluşan dinamik yer değiştirme statik yer değiştirme değerinden küçüktür. Bunun nedeni kirişin hareketinin dinamik olması ve bu hız değeri için araba orta noktadan geçerken kiriş hareketinin yukarı doğru olmasıdır. v=4,6 m/s hız değerinde maksimum yer değiştirme x=5,7 m'de araba $v.t$= 5,474 m'de iken oluşmaktadır. Buradan anlaşılmaktadır ki, kiriş üzerinde oluşan maksimum yer değiştirme sadece orta noktada veya ilerisinde değil gerisinde de oluşabilmektedir. v=5,5 m/s hızda maksimum yer değiştirme x=6,2 m'de, araba $v.t$=6,27 m'de iken oluşmaktadır. Araba hızının artmasıyla titreşim genliği de artmıştır. v=8 m/s araba hızında maksimum yer değiştirme x=6,25 m'de, araba $v.t$= 8,16 m'de iken oluşmaktadır. Hız artışıyla kirişin dinamik yer değiştirmesi artmaktadır. Hızın farklı değerlerindeki yer değiştirme eğrisinin simetrik olmadığı bazı hız değerlerinde sola yatık, bazılarında ise sağa yatık olduğu görülmektedir . m/M oranının artmasıyla artan yükle beklendiği gibi yer değiştirme miktarları artmaktadır. Kirişin yer değiştirme şekli kütle oranından çok yükün hızına bağlı olarak değişmektedir.

v=8 m/s; *m/M*=0,2 için; araba 0,75 sn' de orta noktadan geçmektedir ve bu zamanda oluşan yer değiştirme, *t*=1s'de oluşan yer değiştirmeden küçüktür. *v*=1,1 m/s; *m/M*=0,2 için; toplam 10,9 saniyelik araba seyahati süresinde araba *t*=5.45 inci saniyede, yani *L/2'* de iken oluşan yer değiştirme, *t*=9 uncu saniyede oluşan yer değiştirmeden büyüktür. Yüksek hızlarda oluşan maksimum yer değiştirme arabanın kirişin uç kısmına yaklaşması anında oluşmaktadır. Hız çok artarsa maksimum yer değiştirme arabanın uç kısma çok yakın mesafede olduğu zamanda oluşmaktadır. Bunun nedeni araba yüksek hızda ilerlerken kiriş tam bir titreşim bile yapacak zamanı bulamamaktadır. Düşük araba hızlarında ise kirişin birden çok titreşim yapacak zamanı bulunmaktadır.

Bu çalışma hareketli yükler altındaki köprülü kren kirişlerinin dinamik davranışının belirlenmesinde gelecek çalışmalar için bir yol gösterici olacaktır. Kiriş üzerinde ilerleyen arabanın ani hızlanması, fren yapması ve kaldırılan yükün titreşmesinin kirişin dinamik davranışına olan etkilerinin araştırılması konu üzerine gelecekte yapılması gerekebilecek araştırma konuları olabilir.

KAYNAKLAR

[1] **Fetvacı, M. C.,** 1999. Sonlu Elemanlar Metodu ile Modellemede Temel Prensipler, *Mühendis ve Makina, Sayı: 470, Mart 1999*

[2] **Öztepe, H.,** 1999 *Transport Tekniği- Kaldırma ve Taşıma Makinaları,* İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul

[3] **Yang, B., Tan, C.A. and Bergman, L.A.,** 2000. Direct numerical procedure for solution of moving oscillator problems, *Journal Of Engineering Mechanics,* May, 462-469.

[4] **Gürgöze, M.,** 1984 *Analitik metotlarla Titreşimlerin Etüdü,* İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul

[5] **Pasin, F.,** 1994 *Mekanik Sistemler Dinamiği,* İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul

[6] **Fryba, L.,** 1999. *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*. Groningen: Noordhoff International.

[7] **Foda, M.A. and Abduljabbar, Z.,** 1998. A dynamic green functıon formulatıon for the response of a beam structure to a movıng mass, *Journal of Sound and Vibration*, 210,3, 295-306.

[8] **Wu, J.J., Whittaker, A.R. and Cartmell, M.P.,** 2000. The use of finite element techniques for calculating the dynamic response of structures to moving loads, *Computers and Structures*, 78 , 789-799.

[9] **Wu, J.J., Whittaker, A.R. and Cartmell, M.P.,** 2001. Dynamic responses of structures to moving bodies using combined finite element and analytical methods, *International Journal of Mechanical Sciences*, 43, 2555–2579.

[10] **Wu**, **J.J.,** 2004. Dynamic responses of a three-dimensional framework due to a moving carriage hoisting a swinging object, *Internatıonal Journal For Numerical Methods In Engineering*, 59, 1679–1702.

[11] **Wilson, E.L.,** 2002. *Static and dynamic analysis of structures,* Chapter 20: "Dynamic analysis by numerical integration",Computers and Structures Inc.

[12] **Url-1** <*http://www.com-engineering.com/SAPManT.htm*>, alındığı tarih 03.04.2011

[13] **Esen, İ.,** 2009, Hareketli Yükler Altındaki Köprülü Kren Kirişlerinin Dinamik Analizi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Cihan Oytun BULUT

Doğum Yeri ve Tarihi: Ankara, 01.06.1985

Adres: Fulyaderesi Sok. Abbasağa Mah. No: 19-21 D: 9 Beşiktaş/İSTANBUL

Lisans Üniversite: İstanbul Teknik Üniversitesi**,** Makine Mühendisliği Bölümü