**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# DÖRT TEKERLEKTEN TAHRİK EDİLEN YANAL KAYMA İLE YÖNLENDİRİLEN BİR MOBİL ROBOTUN TASARIMI VE DAYANIKLI HAREKET KONTROLÜ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Sercan ARSLAN**

**Anabilim Dalı : Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği**

**Programı : Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği**

**HAZİRAN 2011**

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# DÖRT TEKERLEKTEN TAHRİK EDİLEN YANAL KAYMA İLE YÖNLENDİRİLEN BİR MOBİL ROBOTUN TASARIMI VE DAYANIKLI HAREKET KONTROLÜ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**
**Sercan ARSLAN**
**(504081140)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 05 Mayıs 2011**
**Tezin Savunulduğu Tarih : 09 Haziran 2011**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Hakan TEMELTAŞ (İTÜ)**
**Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Metin GÖKAŞAN (İTÜ)**
**Yrd. Doç. Dr. Erdinç ALTUĞ (İTÜ)**

**HAZİRAN 2011**

*Aileme ve arkadaşlarıma,*

## ÖNSÖZ

Bu çalışmada, araç tasarımında katkıları bulunan Kontrol Mühendisi Emre TEKELİ ve Kontrol Mühendisliği Bölümü son sınıf öğrencisi Ender YOLAL'a, bana yol gösteren, fikirlerini paylaşan tez danışmanım Prof. Dr. Hakan TEMELTAŞ'a ve bu süreçte Robotik Laboratuvarı'nda bana sıcak bir arkadaşlık ortamı sağlayan herkese teşekkür ederim.

Haziran 2011

Sercan Arslan

(Kontrol ve Otomasyon Mühendisi)

**İÇİNDEKİLER**

**Sayfa**

**ÖNSÖZ** ..... **v**
**İÇİNDEKİLER** ..... **vii**
**KISALTMALAR** ..... **ix**
**ÇİZELGE LİSTESİ** ..... **xi**
**ŞEKİL LİSTESİ** ..... **xiii**
**SEMBOL LİSTESİ** ..... **xvii**
**ÖZET** ..... **xix**
**SUMMARY** ..... **xxi**
**1. GİRİŞ** ..... **1**
1.1 Tezin Amacı ..... 2
1.2 Literatür Özeti ..... 3
1.3 Hipotez ..... 4
**2. TEKERLEKLİ MOBİL ROBOTLARIN MATEMATİK MODELİ** ..... **5**
2.1 Kinematik Model ..... 5
2.1.1 Diferansiyel sürüşlü bir mobil robotun kinematik modeli ..... 8
2.1.2 Araba tipi bir mobil robotun kinematik modeli ..... 9
2.2 Dinamik Model ..... 11
2.2.1 Diferansiyel sürüşlü bir mobil robotun dinamik modeli ..... 13
**3. BİLGİSAYAR DESTEKLİ MOBİL ROBOT TASARIMI** ..... **19**
3.1 Mobil Robotun Bilgisayar Destekli Tasarım Modeli ..... 19
3.2 Mobil Robotun Hareket Analizi ve Simülasyonu ..... 21
3.3 Mobil Robotun Donanımı ..... 24
3.3.1 Motor ve motor sürücüsü seçimi ..... 29
3.3.2 Mobil robotun güç besleme sistemi ..... 32
**4. MOBİL ROBOTUN MATEMATİK MODELİ** ..... **37**
4.1 Kinematik Modeli ..... 37
4.2 Dinamik Modeli ..... 40
**5. MOBİL ROBOTUN HAREKET KONTROLÜ** ..... **47**
5.1 Kontrol Problemi Tanımı ..... 47
5.2 Yörünge Takibi ..... 50
5.3 VFO ile Yörünge Takibi ..... 52
5.4 Hesaplanmış Tork Yöntemi ile Hız Kontrolü ..... 58
5.5 Kayma Kipli Kontrol Yöntemi ile Dayanıklı Hız Kontrolü ..... 60
**6. SİMÜLASYON** ..... **67**
6.1 İdeal Hareket Kontrol Sistemi ..... 68
6.2 Dayanıklı Hareket Kontrol Sistemi ..... 70
6.3 BDT Modelinin Dayanıklı Hareket Kontrolü ..... 73
**7. SONUÇLAR** ..... **85**
**KAYNAKLAR** ..... **87**
**EKLER** ..... **89**

## KISALTMALAR

**WMR** : Wheeled Mobile Robot
**4WD** : Four Wheel Drive
**DDV** : Differentially Driven Vehicle
**SSMR** : Skid-Steered Mobile Robot
**CAD** : Computer Aided Design
**4TT** : Dört Tekerlekten Tahrik Edilen
**2TT** : İki Tekerlekten Tahrik Edilen
**YKYMR** : Yanal Kayma ile Yönlendirilen Mobil Robot
**ADM** : Ani Dönme Merkezi
**KM** : Kütle Merkezi
**GM** : Geometrik Merkez
**TMR** : Tekerlekli Mobil Robot
**DSMR** : Diferansiyel Sürüşlü Mobil Robot
**ATMR** : Araba Tipi Mobil Robot
**BDT** : Bilgisayar Destekli Tasarım
**3B** : Üç Boyutlu
**SAE** : Otomotiv Mühendisleri Topluluğu
**CAN** : Kontrolcü Alan Ağı
**LIDAR** : Lazerli Mesafe ve Nesne Algılama
**EZKH** : Eş Zamanlı Konum Belirleme ve Haritalama
**GKF** : Genişletilmiş Kalman Filtresi
**MCU** : Mikro Kontrolcü Birimi
**CPU** : Merkezi İşlemci Birimi
**GPU** : Grafik İşlemci Birimi
**FPU** : Kayan Nokta Birimi
**DSP** : Sayısal Sinyal İşlemcisi
**IMU** : Eylemsizlik Ölçme Birimi
**SLA** : Bakımsız Kurşun Asit
**LED** : Işık Yayan Diyot
**CTM** : Hesaplanmış Tork Yöntemi
**SMC** : Kayma Kipli Kontrol
**VFO** : Vektör Alanı Yönlendirmesi
**GPS** : Küresel Konumlandırma Sistemi

## ÇİZELGE LİSTESİ

**Sayfa**

**Çizelge 3.1 :** Mobil robot platformunun boyutlarıyla ilgili detaylı bilgiler..... 21

## ŞEKİL LİSTESİ

**Sayfa**

**Şekil 1.1 :** 4TT YKYMR tipi mobil robotlar: (a)Pioneer 2AT. (b)RobuROC4. ..... 4
**Şekil 2.1 :** Tekerlekli bir mobil robotun kinematik modeli blok diyagramı. ..... 6
**Şekil 2.2 :** 2TT DSMR'nin kinematik modeline ilişkin grafik gösterimi. ..... 8
**Şekil 2.3 :** ATMR'nin kinematik modeline ilişkin grafik gösterimi. ..... 9
**Şekil 2.4 :** 2TT DSMR'nin dinamik modeline ilişkin grafik gösterimi. ..... 13
**Şekil 3.1 :** 4TT YKYMR tipi mobil robotun BDT modeli. ..... 19
**Şekil 3.2 :** Aracın boyutlarıyla ilgili çizimler: (a)Üstten görünüm. (b)Yandan görünüm. ..... 20
**Şekil 3.3 :** Mobil robot için tanımlı hareket çeşitleri: (a)Geri gidiş. (b)İleri gidiş. (c)Sola dönüş. (d)Sağa dönüş. (e)Kendi ekseni etrafında dönüş. ..... 22
**Şekil 3.4 :** Sağ ve sol tork eşit ve aynı yönde olduğunda aracın izlediği yol. ..... 22
**Şekil 3.5 :** Sağ tork sol torktan büyük olduğunda araç yöneliminin değişimi. ..... 23
**Şekil 3.6 :** Sağ ve sol tekerleklere eşit ve ters yönde tork uygulanması durumunda araç yöneliminin zamanla değişimi. ..... 23
**Şekil 3.7 :** Sağ ve sol tekerleklere eşit ve ters yönde tork uygulandığında araç pozisyonunun zamanla değişimi. ..... 24
**Şekil 3.8 :** Mobil robotun eyleyici, sensör ve kontrol mimarisi donanım şeması. ..... 25
**Şekil 3.9 :** Mobil robotun güç besleme sistemi donanım şeması. ..... 26
**Şekil 3.10 :** SICK LMS511 lazerli mesafe algılama sensörü. ..... 26
**Şekil 3.11 :** Xsens MTI-28A53G35 IMU sensörü. ..... 27
**Şekil 3.12 :** Spectrum Digital eZdsp F28335 DSP geliştirme kartı. ..... 28
**Şekil 3.13 :** Zotac H67-ITX ve GT440 bilgisayar bileşenleri. ..... 29
**Şekil 3.14 :** Araç yükü tasarım senaryosu. ..... 29
**Şekil 3.15 :** Maxon Motor EC-60 400 Watt. ..... 32
**Şekil 3.16 :** Maxon Motor sürücüsü EPOS2 70/10. ..... 32
**Şekil 3.17 :** Harmonic Drive CSG-25-80-2UH dalga dişli mekanizması. ..... 32
**Şekil 3.18 :** Araç aküleri: (a)BB EB50-12 SLA akü (b)BB EB24-12 SLA akü. ..... 34
**Şekil 3.19 :** VICOR Micro, Mini ve Maxi güç çevirici modülleri. ..... 34
**Şekil 3.20 :** Vicor micro ve mini modüllerden oluşan soğutuculu güç çevirici plakası. ..... 35
**Şekil 3.21 :** Vicor güç çevirici modülleri ayrıntılı devre şemaları: (a)Micro (b)Mini. ..... 35
**Şekil 4.1 :** 4TT YKYMR'nin kinematik modeline ilişkin şematik gösterim. ..... 37
**Şekil 4.2 :** 4TT YKYMR'nin dinamik modeline ilişkin şematik gösterim. ..... 41
**Şekil 4.3 :** (a)Yuvarlanma sürtünme katsayısı ($\mu$) ile yuvarlanma kayması ($\lambda$) arasındaki ilişki. (b)$\mu$-$\lambda$ ilişkisine doğrusal bir yaklaşım. ..... 43
**Şekil 5.1 :** Mobil robot hareket kontrol sistemi blok şeması. ..... 49
**Şekil 5.2 :** Yerel yörünge takip hatası geometrik gösterimi. ..... 51
**Şekil 5.3 :** VFO ile yörünge takibi geometrik gösterimi. ..... 53
**Şekil 5.4 :** Hesaplanmış tork yöntemi ile hız kontrol sistemi blok şeması. ..... 59

**Şekil 5.5 :** Kayma kipli kontrol yöntemi ile hız kontrol sistemi blok şeması. ..... 62
**Şekil 5.6 :** Kayan mod kontrol sinyalinin (a) süreksiz işaret fonksiyonu ile (b) sürekli doyma fonksiyonu ile gerçeklenmesi. ..... 65
**Şekil 6.1 :** Mobil robot Simulink modeli. ..... 67
**Şekil 6.2 :** CTM tabanlı hareket kontrol sistemi Simulink modeli. ..... 68
**Şekil 6.3 :** Test yörüngesine CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin ideal durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları..... 69
**Şekil 6.4 :** Test yörüngesine hareket kontrol sisteminin idealliğin bozulduğu durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları. ..... 70
**Şekil 6.5 :** SM kontrol tabanlı dayanıklı hareket kontrol sistemi Simulink modeli... 71
**Şekil 6.6 :** Test yörüngesine dayanıklı hareket kontrol sisteminin idealliğin %15 bozulduğu durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları. ..... 72
**Şekil 6.7 :** Test yörüngesine dayanıklı hareket kontrol sisteminin idealliğin %87.5 bozulduğu durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları. ..... 72
**Şekil 6.8 :** Mobil robotun MD ADAMS modeli. ..... 73
**Şekil 6.9 :** Mobil robot MD ADAMS - MATLAB/Simulink modeli. ..... 74
**Şekil 6.10 :** MD ADAMS tabanlı dayanıklı hareket kontrol sistemi Simulink modeli ..... 74
**Şekil 6.11 :** Çember test yörüngesine VFO ve CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde ideal durumda cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 75
**Şekil 6.12 :** Çember test yörüngesine VFO ve CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %30 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 76
**Şekil 6.13 :** Çember test yörüngesine $k_2$=1 için VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 77
**Şekil 6.14 :** Çember test yörüngesine $k_2$=5 için VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 78
**Şekil 6.15 :** Sola dönüş test yörüngesine VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 79
**Şekil 6.16 :** Sağa dönüş test yörüngesine VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları,

komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 80
**Şekil 6.17 :** S-eğrisi test yörüngesine VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. ..... 81
**Şekil 6.18 :** Özel yörünge takibi: (a)Simülasyon sırasında çekilen ekran görüntüleri. (b)Yörünge takibi ve yörünge takip hataları. ..... 82
**Şekil A.1 :** VFO tabanlı yörünge kontrol sistemi ayrıntılı Simulink modeli. ..... 90
**Şekil A.2 :** SMC tabanlı hız kontrol sistemi ayrıntılı Simulink modeli: (a)Genel şeması. (b)Kayan kip terimine ait şema. ..... 91

## SEMBOL LİSTESİ

$q$ : konfigürasyon vektörü
$Q$ : konfigürasyon uzayı
$\eta$ : hız vektörü
$v$ : çizgisel hız
$w$ : açısal hız
$A$ : kısıt matrisi
$S$ : kinematik alt sistem matrisi
$M$ : kütle matrisi
$C$ : koriolis matrisi
$R$ : direnç matrisi
$B$ : giriş matrisi
$\tau$ : tork vektörü
$\tau_d$ : bozucu vektörü
$m$ : kütle
$I$ : eylemsizlik
$r$ : tekerlek yarıçapı
$a$ : kütle merkezi ile ön aks arası mesafe
$b$ : kütle merkezi ile arka aks arası mesafe
$c$ : sol ve sağ tekerleklerin yere temas noktalarının merkeze dik uzaklığı
$d$ : kütle merkezinin geometrik merkeze uzaklığı
$N$ : tekerleğe yere temas noktasında etkiyen yere dik kuvvet
$\mu$ : sürtünme katsayısı
$e$ : hata vektörü
$u$ : kontrol yasası
$K$ : kazanç matrisi
$h$ : yakınsama vektör alanı
$\sigma$ : kayan kip terimi
$\rho$ : kayan kip kazancı
$s$ : kayma yüzeyi

## DÖRT TEKERLEKTEN TAHRİK EDİLEN YANAL KAYMA İLE YÖNLENDİRİLEN BİR MOBİL ROBOTUN TASARIMI VE DAYANIKLI HAREKET KONTROLÜ

## ÖZET

Bu çalışmada, İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Elektronik Fakültesi Kontrol Mühendisliği Bölümü Robotik Laboratuvarı tarafından yürütülmekte olan, Eş Zamanlı Konum Belirleme ve Haritalama (EZKH) probleminin çözümüne yönelik 110E194 numaralı TÜBİTAK destekli bir bilimsel araştırma projesi kapsamında dış ortamlarda kullanılmak üzere geliştirilen dört tekerlekten tahrik edilen yanal kayma ile yönlendirilen bir mobil robotun (4TT YKYMR) tasarımı ve dayanıklı hareket kontrolü ele alınmıştır. YKYMR'ler diferansiyel sürüşlü mobil robotlar (DSMR) olarak bilinirler, mekanik bir yönlendirme sistemleri yoktur ve dayanıklı yapıları sayesinde dış ortamlarda, özellikle yumuşak ve engebeli arazi koşullarında kullanılmaya uygundurlar. Genellikle mobil robotların hareket kontrolü sadece kinematik düzeyde ele alınmakta ve aracın dinamik özellikleri tamamen ihmal edilmektedir. Holonomik olmayan bir takım kısıtlar altında elde edilen kinematik model tabanlı bir yaklaşım ile kontrol, kısıtlar bozulduğunda geçerliliğini kaybetmektedir. Bu durumda izlenecek iki yol vardır. Birincisi kısıtların bozulması durumunu ele alınan uyarlamalı bir yaklaşım diğeri ise araç dinamiklerinin göz önünde bulundurulduğu mobil robotun dinamik modeli tabanlı bir yaklaşım. Bu çalışmada, araç kinematiği ve dinamiğinin bir arada ele alındığı bir yaklaşım üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda dayanıklı bir hareket kontrol sistemi geliştirilmiştir. Geliştirilen bu hareket kontrol sistemi tipik bir servo motor kontrol sistemine benzer yapıda iki alt sistemden oluşturulmuştur. Kinematik seviyede, aracın holonomik olmayan kısıtlarını sağlayan sürekli tahrik edilen kabul edilebilir referans yörüngeleri için yörünge takip hatasını orijinde asimptotik kararlılaştıran vektör alanı yönlendirmesi (VFO) yöntemi tabanlı bir yörünge kontrolcüsü bulunmaktadır. VFO en genel haliyle yöneltme ve itme olmak üzere iki alt süreçten oluşan geometrik bir yaklaşımdır. Burada tek parametreli yönelten kontrol yerine PID+ çok parametreli yönelten kontrol kullanılması önerilmiştir. Bu sayede aracın daha yumuşak ve düzgün bir yörünge izleyebilmesi mümkün olmuştur. Dinamik seviyede ise, görevi yörünge kontrolcüsünden gelen yardımcı hız referansını takip etmek olan model tabanlı dayanıklı bir hız kontrol sistemi bulunmaktadır. Dinamik kontrolcü olarak ta adlandırılan bu alt kontrol sisteminde kayma kipli kontrol (SMC) yöntemi kullanılmıştır. SMC bozuculardan, parametreye bağımlı ve parametreden bağımsız değişimlerden ve modelleme hatalarından kaynaklanan etkilere karşı iyi performansı ile bilinen yüksek frekansta anahtarlama gerektiren bir dayanıklı kontrol yöntemidir. Bahsedilen kinematik kontrolcü ve dinamik kontrolcü alt sistemlerinin bir araya gelmesiyle meydana gelen yapıya mobil robotun hareket kontrol sistemi adı verilmektedir. Hareket kontrol sistemi mobil robotun istenen yörüngeyi takip etmesini sağlayan sistemdir. Ayrıca geliştirilmekte olan 4TT YKYMR platformunun güç ve kontrol sistemlerinin tasarımına katkıda bulunulmuştur. Mobil robot

platformunda kullanılacak olan çeşitli sensör ve tahrik elemanlarının seçimi yapılmıştır. Bu çalışmada ayrıca tasarlanan mobil robotun dinamik modeline üç boyutlu (3B) bir bilgisayar programı ortamında benzetim yapılmıştır. Bu benzetim modeline, önerilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin uygulaması yapılmıştır. Kontrol sisteminin kararlılığı ve dayanıklılığı simülasyon sonuçlarıyla da ortaya konmuştur. Geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin, hesaplanmış tork yöntemi (CTM) tabanlı hız kontrolü yapılan bir hareket kontrol sistemi ile karşılaştırması yapılmıştır. CTM yönteminin model bağımlı olduğu ve aşırı parametre değişimlerinde iyi sonuç vermediği gösterilmiştir. Hız kontrol yasasına ilave edilen SMC teriminin bahsedilen bu etkilere karşı dayanıklı kontrol sağladığı gösterilmiştir. Ayrıca önerilen PID+ yönelten kontrol ile aracın daha düzgün bir yörünge izlediği simülasyon sonuçlarıyla da gösterilmiştir.

## DESIGN AND ROBUST MOTION CONTROL OF A FOUR WHEEL DRIVE SKID-STEERED MOBILE ROBOT


## SUMMARY

In this study design and robust motion control of a four wheel drive (4WD) skid-steered mobile robot (SSMR) is presented. A 4WD SSMR platform is being developed at the Robotics Laboratory of the Department of Control Engineering in the Faculty of Electrical and Electronics Engineering of Istanbul Technical University, under a scientific research project supported by the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TÜBİTAK) with grant number 110E194. The scientific direction of this thesis is based on the robust motion control of an underactuated nonholonomic wheeled mobile robot (WMR) that is 4WD SSMR. SSMRs do not have a mechanical steering system so they are well-known for their robust structure on soft rough terrains. SSMRs have to skid in lateral direction in order to change the orientation of the vehicle. Because of their nature they are also known as differentially driven vehicles (DDVs). The structure of the motion control system developed within the scope of this study consists of two sub-systems which is similar to a typical servo motor control system. In kinematic level, the so-called trajectory tracking controller calculates an auxiliary velocity control signal to asymptotically stabilize persistently exciting admissible reference trajectories. In other words, kinematic trajectory tracking controller directs the actual vehicle to the reference vehicle with velocity commands. In dynamic level, the so-called velocity controller which is based on the dynamic model of the system, tracks the reference velocities considering the dynamic properties of the system such as mass, inertia, friction etc. The kinematic trajectory tracking controller is based on the Vector Field Orientation (VFO) method. VFO is a geometric approach consisting of orienting and pushing sub-processes. Here we propose a multi parameter PID+ orienting control strategy instead of the original single parameter one. The dynamic velocity controller is based on the conventional Computed Torque Method (CTM) and the Sliding Mode Control (SMC) technique. SMC method has a good reputation for its fast transient response and is a robust nonlinear control technique which deals with the uncertainties and fully rejects the disturbances. However it has negative side effects such as chattering and may excite high frequency dynamics possibly available in the system due to the fact that it requires high frequency switching. The motion control system is constructed by combining the two aforementioned sub-systems, the kinematic trajectory tracking controller and the dynamic velocity controller. Another aspect of this study is to contribute to the computer aided design (CAD) of a 4WD SSMR platform. In this context, contributions are made to the design of power and control systems of the vehicle. The CAD model of the mobile robot is simulated in a 3D realistic dynamic environment. Then the proposed robust motion control system is applied to the dynamic simulation model together with other motion control systems constructed of different control methods such as VFO, CTM and SMC. Simulation results are compared to analyze the control system performances. It is

shown that the model dependent CTM performs well under uncertainties up to 25% but it has unacceptable performance after 30% parameter perturbations. Simulation results proved the stability and robustness of the motion control system which consists of the VFO based trajectory tracking controller and the SMC based velocity controller and the proposed multi parameter orienting control strategy has the advantage of smoother trajectory tracking.

# 1. GİRİŞ

Yanal kayma ile yönlendirilen mobil robotlar (YKYMR) dış ortam robotları olarak bilinirler. Mekanik bir yönlendirme sistemlerinin olmamasından dolayı dayanıklı bir yapıya sahiptirler ve engebeli pürüzlü zeminlerde kullanılmaya çok elverişlidirler [1]. Bu sebeple savaş tanklarında ve inşaatlarda kullanılan çeşitli iş makinalarında bu tip bir yönlendirme sistemi kullanılmaktadır. Bu saydığımız örnekler kullanılan tahrik elemanları düşünüldüğünde tekerlekli ve paletli olmak üzere ikiye ayrılabilir. Ancak bu çalışmada tekerlekli YKYMR türü mobil robotlar ele alınacaktır. Bu tip mobil robotlara örnek olarak Şekil 1.1a'da verilen Pioneer-2AT modeli gösterilebilir. Tekerlekli YKYMR tipi mobil robotlar, başta toprak engebeli zeminler olmak üzere her türlü zeminde kullanılabilirler. Ancak aracın yön değiştirirken tekerleklerin kaymak zorunda olması sonucu tekerlekler ile yer arasında oluşan sürtünme kuvvetlerinin etkisinden dolayı sürtünme katsayısı yüksek sert zeminlerde kullanılmaları uygun değildir. Bunun nedeni olarak yüksek sürtünme kuvvetleriyle beraber tahrik motorlarının aşırı zorlanmasına bağlı yüksek güç tüketimi gösterilebilir. Ayrıca sürtünmeden dolayı tekerlek lastiklerinin tahrip olmaları kaçınılmaz bir durumdur. Bu tip bir mobil robotun sert zeminlerde güç tasarrufuna yönelik bir çalışma [2]'de görülebilir.

YKYMR tipi mobil robotlar yönelimlerini sağ ve sol tekerleklerin diferansiyel sürülmesi ile değiştirirler. Bu özelliklerinden dolayı diferansiyel sürüşlü mobil robotlar sınıfına girerler. Sol ve sağ tekerleklere verilen tork veya hız girişleri arasında bir fark oluştuğunda tekerlekler yanal yönde kayma yaparlar. Bu nedenle diğer tip tekerlekli mobil robotlar (TMR) için yanal kayma istenmeyen bir durum iken YKYMR türü mobil robotlar için yanal kayma yön değiştirmek için bir zorunluluktur. Yanal kayma ile yönlendirilmelerinden dolayı tekerlekler ile yer arasındaki temel olarak kayma sürtünmesinden kaynaklanan etkileşim kuvvetleri aracın dinamik modeli üzerinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Gerçek mobil robot sisteminde parametre değişimleri, dışarıdan etki eden bozucular, matematik modelin elde edilişinde yapılan varsayımlar veya gözden kaçan modelleme hatalarından

kaynaklanan etkiler, en önemlisi tekerlekler ile yer arasındaki etkileşim modelindeki belirsizlikler ve aracın nasıl bir zemin üzerinde hareket ettiğinin bilinmemesi gibi durumlar düşünüldüğünde YKYMR tipi mobil robotların dinamik model tabanlı kontrolü zor ve uğraştırıcı bir konu halini almaktadır.

Mobil robotların hareket kontrolü çoğu zaman mükemmel hız takibi varsayımlarına dayanılarak sadece tekerlek hızları giriş robot hareketi çıkış kinematik model tabanlı ele alınmakta ve sistemin dinamik özellikleri tamamen göz ardı edilmektedir. Bunun temel sebebi dinamik model tabanlı kontrol probleminin hem teoride hem pratikte çok daha zor ve uğraştırıcı olmasıdır. Ancak tekerlek torkları giriş robot hareketi çıkış dinamik modelin bir mobil robot sisteminin tam modeli olduğu unutulmamalıdır. Kinematik model kullanıldığında aracın holonomik olmayan kısıtlarının mükemmel bir şekilde sağlandığı varsayımı yapılmaktadır. Kinematik model tabanlı yaklaşımda tekerlek hızları giriş araç hareketi çıkış ileri kinematik model elde edilir ve bunun tersi kullanılarak istenilen araç hızı için tekerleklere verilmesi gereken dönme hızları hesaplanır. Gerçekte bu varsayımların bozulmasından dolayı takip hataları kaçınılmaz olmaktadır. Ancak literatürde bu fenomenin bozulduğu durumları ele alan çalışmalar da mevcuttur. Dinamik model tabanlı yaklaşımda ise araç tekerleklerine tork girişleri uygulanmaktadır. Bu yaklaşımla birlikte araç hızı kapalı çevrim kontrol altına alınmakta ve mobil robot sistemine etki eden bozucuların, parametreye bağımlı, parametreden bağımsız modeldeki belirsizliklerin ve modellenmemiş sistem dinamiklerinin etkilerinin dinamik model kullanılarak oluşturulan bir kontrol sistemi ile dayanıklı bastırılması mümkün hale gelmektedir. İşte tüm saydığımız nedenlerden dolayı bu tez çalışmasında dört tekerlekten tahrik edilen (4TT) bir YKYMR için dinamik model tabanlı dayanıklı bir hareket kontrol sistemi tasarlamak istenmektedir.

## 1.1 Tezin Amacı

Bu tezin amacı en kısa ve en genel haliyle, bir 4TT YKYMR platformunun bilgisayar destekli tasarımını (BDT) yapmak ve bu mobil robot için uygun, robotun dinamik modeli tabanlı dayanıklı bir hareket kontrol sistemi yapısı geliştirmektir. Ayrıca değişik kontrol yöntemleri kullanılarak oluşturulan hareket kontrol sistemlerinin performanslarını tasarlanan mobil robot platformunun matematik modeli ve 3B gerçekçi bir ortamda kurulan BDT benzetim modeli üzerinde test

ederek karşılaştırmalı analiz yapmak, modellenmemiş sistem dinamiklerine, bozucalara ve parametre değişimlerine karşı dayanıklılıkları bakımından incelemek bu tez çalışmasının hedefleri arasında bulunmaktadır.

## 1.2 Literatür Özeti

Fierro ve Lewis 1997 yılında yayınladıkları bir makale ile holonomik olmayan mobil robotların kontrolüne ilişkin araç dinamiğinin araç kinematiğine katıldığı birleşik bir kontrol çerçevesi ortaya koydular [3]. 1999 yılında Caracciolo ve arkadaşlarının yayınladığı bir makalede 4TT YKYMR sınıfı mobil robotların dinamik modeli ilk defa ele alındı [1]. Bu çalışmaya göre aşırı yanal kayma YKYMR türü mobil robotların hareket kararlılığını (hareket öngörülebilirliğini) kaybetmesine neden olmaktadır. Bu sorunu gidermek amacıyla aynı çalışmada mobil robotun hareketini sınırlandırmak üzere operasyonel kısıt adını verdikleri mobil robotun ani dönme merkezi (ADM) üzerinde tanımlı holonomik olmayan ek bir kısıt önerilmektedir. Bu kısıt sayesinde mobil robotun yanal kayması kontrol altına alınmış olmaktadır. Daha sonra 4TT YKYMR tipi mobil robotlarla ilgili Krzystof Kozlowski ve arkadaşları çeşitli yıllarda, kullanılan dinamik modelin Caracciolo'nun modeline benzediği çalışmalar yaptılar [4-6]. Michałek ve Kozlowski, vektör alanı yönlendirmesi olarak Türkçe'ye tercüme edebileceğimiz, İngilizcesi Vector Field Orientation (VFO) olan, yörünge takip kontrol yöntemini ilk defa 2005 yılında Polonyaca dilinde yayınlanan yerel bir makale ile yayınladılar [7]. 2010 yılında yayınladıkları bir makale ile VFO yönteminin matematik formulasyonunu kurdular ve bir 2TT DSMR'ye uygulamasını yaptılar [8]. Yine aynı yıl içerisinde yayınladıkları bir makale ile aracın kayması (holonomik olmayan kısıtın bozulması) durumunu da hesaba katarak VFO yönteminin matematik formulasyonunu yeniden yazdılar [9]. Paris6 Üniversitesi (UPMC), Robotik Enstitüsü (ISIR) ve Robosoft şirketi işbirliğiyle 2007-2008 yıllarında yürütülen bir projede geliştirilen Şekil 1.1b'de fotoğrafı verilen RobuROC4 adındaki 4TT YKYMR türü bir mobil robot için kayma kipli kontrol (SMC) tekniğini kullanılarak araç yönelimi kontrolü ile hız kontrolünü birbirinden ayrıştıran yeni bir kontrol stratejisi ortaya koyuldu ve yapılan bu çalışma 2008 yılında Tokyo'da düzenlenen ROMANSY sempozyumunda yayınlandı [10]. Daha sonra bu çalışmanın benzeri RobuROC6 adındaki altı tekerlekli YKYMR türü mobil robota uygulanarak 2009 yılı içerisinde ICRA09'da ve IROS09'da yayınlandı

[11,12]. Ayrıca, 1999 yılında holonomik olmayan tekerlekli mobil robotların SMC tabanlı yörünge kontrolü [13]'te, hesaplanmış tork yöntemi (CTM) ile H-sonsuz optimal kontrol tekniğiyle dayanıklı bir yaklaşım [14]'te ve uyarlamalı bir yaklaşımla yörünge kontrolü [15]'te ele alındı.



**(a)** **(b)**

**Şekil 1.1 :** 4TT YKYMR tipi mobil robotlar: (a)Pioneer 2AT. (b)RobuROC4.

### 1.3 Hipotez

Tekerlekli mobil robotların hareket kontrolü tipik bir servo motor kontrol sistemine benzer şekilde bir hız kontrol sitemi önünde yörünge kontrol sistemi kurularak oluşturulabilir. Bunun için genel hareket kontrol sisteminin kinematik ve dinamik kontrolcü alt sistemlerinden oluşturulması düşünülmektedir. Dinamik model tabanlı hız kontrol sistemi kinematik kontrolcüden gelen yardımcı hız kontrol referansını takip etmekle görevlendirilmiştir. Kinematik seviyedeki kontrolcü ise mobil robotu hayali bir referans araca yönlendiren yardımcı hız kontrol işaretini hesaplamakla görevlendirilmiştir. Dinamik seviyede mobil robot hızı dayanıklı bir biçimde kontrol edilebilirse kinematik seviyedeki kontrolcünün mobil robotun istenen yörüngeyi takip etmesini sağlaması kolaylaşacaktır. Bunun için dinamik kontrol sisteminde parametre belirsizliklerine, modelleme hatalarına ve bozuculara karşı dayanıklı kontrol sağlayan kayma kipli kontrol (SMC) yönteminin kullanılması düşünülmektedir. Kinematik seviyede mobil robotun referans yörüngeyi takip etmesini sağlamak için ise geometrik bir yaklaşım olan VFO kontrol stratejisi kullanılabilir.

# 2. TEKERLEKLİ MOBİL ROBOTLARIN MATEMATİK MODELİ

Bu bölümde tekerlekli mobil robotların matematik modelinin elde edilmesinde mevcut yaklaşımlar üzerinde durulacaktır. TMR'lerin matematik modelinin elde edilmesinde iki farklı yaklaşım vardır. Bunlardan biri kinematik tabanlı diğeri ise dinamik tabanlı yaklaşımdır. Kinematik tabanlı modellemede sistem davranışının dinamik özellikleri göz ardı edilir. Araç hızının ve araç üzerindeki eyleyicilerin (servo motorların) verilen referansları kabul edilebilir miktarlarda küçük hatalarla takip ettikleri varsayılır. Dinamik model ise bir sistemin tam modelini verir. Bu nedenle dinamik model tabanlı yaklaşım avantajlıdır. Fakat kinematik modelle çalışmak daha kolaydır, dinamik model tabanlı bir kontrol sistemi tasarlamak ise en zor yoldur. Bu çalışmada dinamik model tabanlı yaklaşım benimseneceğinden kinematik model gerektiği kadar incelenecektir.

## 2.1 Kinematik Model

Bu alt bölümde TMR'lerin kinematik modelinin çıkarılışı verilecek ve birkaç örnek ile anlatılmaya çalışılacaktır. Verilecek olan kinematik model aşağıda verilen varsayımlara dayanmaktadır.

- Araç planar bir düzlemde hareket etmektedir.
- Araç tekerlekleri yer düzlemine her zaman diktir.
- Araç tekerlekleri kaymadan yuvarlanmaktadırlar.
- Aracın esnek parçaları yoktur.
- Araç anlık olarak bir dönme merkezi etrafında hareket etmektedir.
- Araç katı bir cisim olarak düşünülmektedir. Tekerlekler dışında hareket edebilen bir parçası bulunmamaktadır.

Bu varsayımlar altında TMR'lerin kinematik modelini vermeye başlayalım. Aracın konfigürasyon vektörü ve tanımlı olduğu konfigürasyon uzayı denklem (2.1)'deki gibi olsun.

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \in Q \tag{2.1}$$

Konfigürasyon vektörüne aracın pozu adı da verilmektedir. TMR'ler karakterlerini sahip oldukları integrali alınamayan hız kısıtlarından alırlar. Bu kısıtlar genellikle tekerleklerin kaymadan yuvarlanma ve savrulmadan hareket etme varsayımından kaynaklanırlar [4]. Bu kısıtlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\alpha_j(q)\dot{q} = 0 \tag{2.2}$$

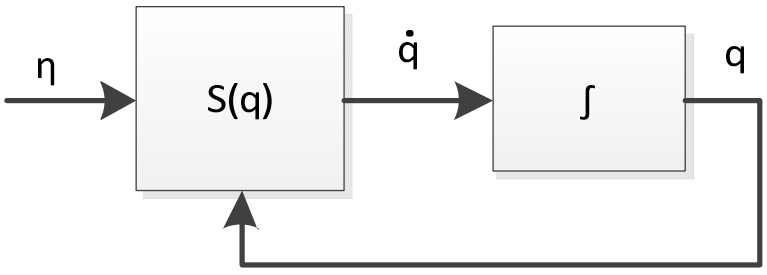
Yukarıda tanımlanan kısıt denklemi görüldüğü gibi konum dışında hız durumunu da içermektedir. Bu tip kısıtlara holonomik olmayan kısıt adı verilmektedir. Tekerlekli mekanik sistemler holonomik olmayan kısıtlara sahip olduklarından dolayı holonomik olmayan sistemler olarak da adlandırılırlar.

Mobil robot sisteminin *r*-tane kısıtı olduğunu düşünelim. Bu *r*-tane kısıt denklemleri matris formunda yazıldığında oluşan matrise kısıt matrisi adı verilmektedir.

$$A(q) = \begin{bmatrix} \alpha_1(q) \\ \alpha_2(q) \\ \vdots \\ \alpha_r(q) \end{bmatrix}_{r \times n} \tag{2.3}$$

$$A(q)\dot{q} = 0 \tag{2.4}$$

TMR'lerin kinematik modeli ADM kavramı ve holonomik olmayan kısıtlar üzerinden elde edilen denklemlerin düzenlenmesiyle oluşturulur. Kısıtlar içeriyor olması nedeniyle mobil robot kinematiğine kısıtlı kinematik adı da verilmektedir.




**Şekil 2.1 :** Tekerlekli bir mobil robotun kinematik modeli blok diyagramı.

En genel haliyle tekerlekli bir mobil robotun kinematik modeli blok diyagramı Şekil 2.1'de verilmiştir. Bu blok diyagrama ilişkin matematik denklem ise (2.5)'te verilmiştir.

$$\dot{q} = S(q)\eta \tag{2.5}$$

Bu denklemde tanımlı olan değişkenler ve açıklamaları ise aşağıda verilmiştir. Burada $\eta \in \mathbb{R}^m$ aracın yerel eksen takımında tanımlı hızlarından oluşan giriş vektörü ve $S(q) \in \mathbb{R}^{nxm}$ aracın hız giriş vektörü ile genel eksen takımında tanımlı hız vektörü arasındaki dönüşüm matrisidir.

Yukarıda genel formda verilen TMR'nin kinematik modelinde robot eksen takımındaki hız, genel eksen takımındaki hız veya aracın genel konfigürasyon vektörlerinden herhangi biri çıkış olarak alınabilmekle beraber, kontrol açısından uygunluğu düşünüldüğünde araç yerel eksen takımında tanımlı hız giriş vektörünün kontrol girişi vektörü olarak alınması doğru olandır. Bu durumda TMR'lerin kinematik modeli aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^{m} u_i s_i(q) \tag{2.6}$$

Burada $u_i$ terimleri kontrol girişleridir ve $s_i$ terimleri ise ilgili kontrol girişlerinin yönünü tayin eden vektör alanlarıdır. Bunları matris formda yazacak olursak aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$S(q) = \begin{bmatrix} s_1(q) & s_2(q) & \dots & s_m(q) \end{bmatrix}_{n \times m} \tag{2.7}$$

$$\eta = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}_{m \times 1} \tag{2.8}$$

Yukarıda denklem (2.8)'de verilen $s_i$ vektörü $\alpha_i$ vektörüne ortogonaldir. Bu nedenle aşığadaki matematik ifadeler yazılabilmektedir. İlerleyen bölümlerde dinamik model çıkartılırken kullanılacağından denklem (2.10) çok önemlidir.

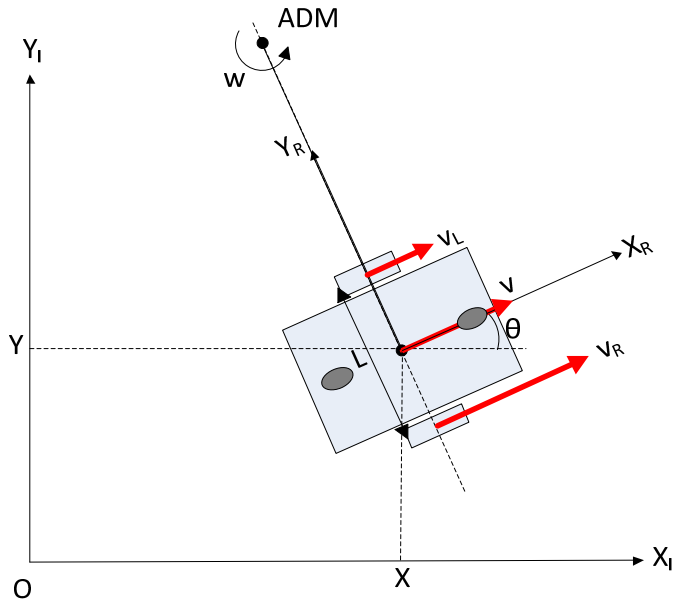
$$s_i^T \alpha_i^T = 0 \tag{2.9}$$

$$S^T A^T = 0 \tag{2.10}$$

Ayrıca $dim(\eta) < dim(q)$ olduğundan tekerlekli mobil robotlar eksik tahrikli sistemler olarak da adlandırılırlar. Eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde holonomik olmayan kısıtların önemli bir yeri vardır.

### 2.1.1 Diferansiyel sürüşlü bir mobil robotun kinematik modeli

Bu kısımda iki tekerlekten tahrik edilen diferansiyel sürüşlü bir mobil robotun (2TT DSMR) kinematik modeli verilecektir. Aracın solunda ve sağında iki adet standart tahrik tekerleği ile ön ve arkasında iki adet pasif kastor tekerleği bulunmaktadır. Bu tip bir aracın kinematik modeline ilişkin grafik gösterimi Şekil 2.2'de verilmiştir.




**Şekil 2.2 :** 2TT DSMR'nin kinematik modeline ilişkin grafik gösterimi.

Bu aracın konfigürasyon vektörü aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$q = \begin{bmatrix} X & Y & \theta \end{bmatrix}^T \tag{2.11}$$

DSMR konfigürasyonunda $X$, $Y$ aracın genel eksen takımındaki konumunu ve $\theta$ aracın genel eksen takımındaki yönelimini temsil etmektedir. Aşağıdaki denklemlerde ise tekerlekli mobil robotların kinematik modeli için daha önceden tanımlanan değişken ve matrislerin DSMR tipi bir araç için açık ifadeleri verilmiştir.

$$\dot{q} = S(q)\eta \tag{2.12}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$\eta = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

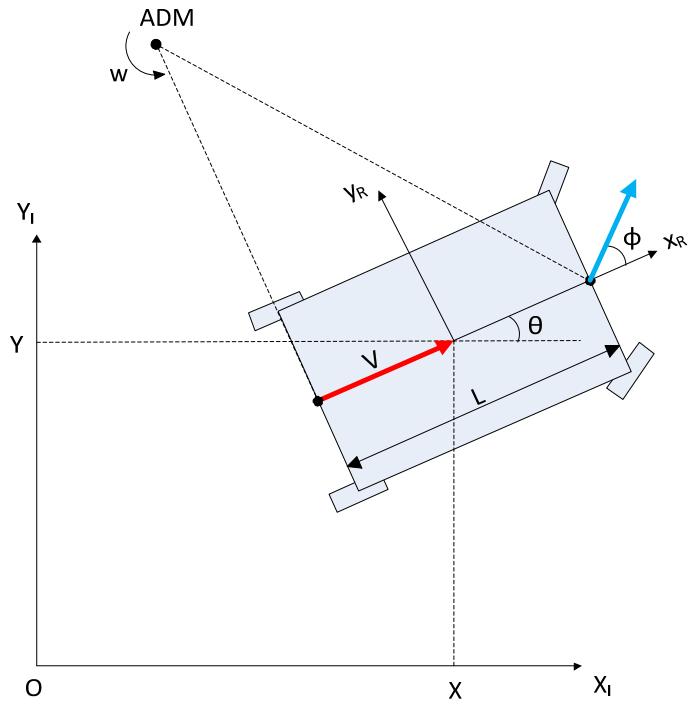
DSMR'nin bir adet holonomik olmayan kısıtı olduğu için sahip olduğu kısıt matrisi bir satır vektöründen başka bir şey değildir. Bu kısıt aracın yerel eksen takımındaki hız vektörünün araca göre yanal yöndeki bileşeninin sıfır olması koşulundan gelmektedir. Diğer bir ifadeyle bu kısıt esasında araç tekerleklerinin yanal kayma yapmaması koşulundan gelmektedir. DSMR tipi bir araç için tanımlı kısıt matrisi aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

(2.15) ve (2.16)'ya bakarak, daha önceden de belirtildiği gibi $S^T A^T$ çarpımının gerçekten de sıfıra eşit olduğu açıkça görülebilmektedir.

### 2.1.2 Araba tipi bir mobil robotun kinematik modeli

Bu kısımda ise araba tipi bir mobil robotun (ATMR) kinematik modeli verilecektir. Bu tip bir aracın kinematik modeline ilişkin grafik gösterimi Şekil 2.3'te verilmiştir.




**Şekil 2.3 :** ATMR'nin kinematik modeline ilişkin grafik gösterimi.

Araca ilişkin genel konfigürasyon vektörü denklem (2.17)'de verilmiştir. Burada $X$, $Y$ aracın konumunu, $\theta$ yönelim açısını ve $\varphi$ ise direksiyon açısını göstermektedir.

$$q = \begin{bmatrix} X & Y & \theta & \phi \end{bmatrix}^T \tag{2.17}$$

Aracın kontrol vektörü ile konfigürasyon vektörünün zaman göre türevi arasındaki bağlantıyı veren denklem takımı matris formunda aşığada verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ \dfrac{\tan\phi}{L} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

Bir önceki örnek DSMR'ye göre ATMR tipi bir araçta kontrol ve konfigürasyon vektörlerinde farklılıklar göze çarpmaktadır. DSMR ile kıyaslandığından ATMR'de konfigürasyon vektörüne ek olarak direksiyon açısı gelmekte ve araç yöneliminin değişim hızı $d\theta/dt$, araç hızı $V$ ve direksiyon açısı $\varphi$ ile bağlantılı olmaktadır. Bu sebeple kontrol vektörü, aracın hızı ve direksiyon açısının değişim hızı olarak karşımıza çıkmaktadır.

$$\eta = \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$$W = \dot{\phi} \tag{2.20}$$

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ \dfrac{\tan\phi}{L} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

ATMR tipi bir araca ilişkin iki adet holonomik olmayan kıst mevcuttur. Birincisi aracın arka aksı (arka tekerleklerin merkezinden geçen tekerleklerin dönme ekseni) boyunca alınan herhangi bir noktanın araca göre yanal hızının sıfıra eşit olmasından kaynaklanan kısıt ve ikincisi ise araç yöneliminin değişim hızının, araç hızı ve direksiyon açısı ile bağlantılı olmasından kaynaklanan kısıttır. İkinci kısıtın temel sebebi ADM noktasının oluşabilmesi için tüm tekerleklerin aynı noktaya yönelmek zorunda olmalarıdır. Bu kısıtlar ve kısıtlardan oluşturulan kısıt matrisi aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

$$\alpha_1(q)\dot{q} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = 0 \tag{2.22}$$

$$\alpha_2(q)\dot{q} = \begin{bmatrix} \dfrac{\tan\phi\cos\theta}{L} & \dfrac{\tan\phi\sin\theta}{L} & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = 0 \tag{2.23}$$

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ \dfrac{\tan\phi\cos\theta}{L} & \dfrac{\tan\phi\sin\theta}{L} & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

## 2.2 Dinamik Model

Bu alt bölümde TMR'lerin dinamik modeline ilişkin tanımlar verilecek ve DSMR'ler için dinamik modelin elde edilişi adım adım anlatılacaktır. Araç dinamik modeli [3] ve [4]'te verilen varsayımlar altında çıkarılacaktır. Bu varsayımlar ile birlikte dinamik modelin çıkarılışı basitleşecektir. Bu varsayımlar aşağıda verilmiştir.

- Araç iki-boyutlu bir düzlemde hareket etmektedir.
- Aracın kütle merkezi (KM), ADM ekseninden (veya geometrik merkezden) d mesafe uzaklıkta, aracın ön tarafına daha yakın bir noktada ve araç boyunca geometrik merkezden (GM) geçen bir eksen üzerinde bulunmaktadır.
- Araç tekerlekleri özdeştir ve yarı çapları aynıdır.
- Araç tekerlekleri yere tek bir noktadan ve her zaman temas etmektedir.
- Araç tekerlekleri yere her zaman diktir.
- Aracın her bir tekerleği için yere temas noktasında yüzeye dik etki eden kuvvetler sabittir.
- Araç tekerleklerinin enerjileri (dolayısıyla dinamik modele etkileri) ihmal edilmektedir.

Şimdi yukarıda bahsedilen varsayımlar altında çıkarılacak olan TMR'lerin dinamik modeline ilişkin vektör ve matris tanımlarını vermeye başlayalım.

İlk olarak mobil robotun konfigürasyon vektörü ile başlayalım. Konfigürasyon uzayı *n*-boyutlu olan bir mobil robot için konfigürasyon vektörü aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \in Q \qquad \textbf{(2.25)}$$

Bu konfigürasyona sahip bir TMR'nin dinamik modeli en genel haliyle matris formunda aşağıdaki gibidir [16].

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + R(\dot{q}) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \qquad \textbf{(2.26)}$$

Burada $M(q) \in \mathbb{R}^{nxn}$ simetrik, kesin pozitif kütle matrisi, $C(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^{nxn}$ merkezcil kuvvetler ve koriolis etkilerinden gelen matris, $R(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ sürtünme kuvvetlerinden oluşan sürtünme matrisi, $\tau_d \in \mathbb{R}^n$ sınırlı ve bilinmeyen, modellenmemiş sistem dinamiklerini içeren bozucu vektörü, $B(q) \in \mathbb{R}^{nxp}$ sistem tork girişi dönüşüm matrisi, $\tau \in \mathbb{R}^p$ sistem tork giriş vektörü, $A(q) \in \mathbb{R}^{rxn}$ sistem kısıt matrisi ve $\lambda \in \mathbb{R}^n$ kısıt kuvvetleri vektörüdür.

TMR'lerin dinamik modeli iki değişik yolla elde edilebilir. Bunlardan birincisi sistemin enerjisinden (kinetik ve potansiyel) faydalanarak aracın dinamik denklemlerini Euler-Lagrange prensibini uygulayarak elde etmek, diğeri ise doğrudan fizik yasalarını ve kısıt denklemlerini kullanarak aracın dinamik modelini elde etmektir. Tekerlek enerjileri ihmal edildiğinden ve genel olarak uğraştığımız TMR'lerin yapısı basit olduğundan dolayı daha çok ikinci yol tercih edilebilir. Fakat daha sistematik ve doğru olan tabiki Euler-Lagrange prensibini uygulamak olmalıdır.

Şimdi TMR'lerin Euler-Lagrange formulasyonu ile dinamik modelinin elde edilişini vermeye başlayalım.

KE sistemin toplam kinetik enerjisi ve PE sistemin toplam potansiyel enerjisi olmak üzere sistemin Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir [16].

$$L = KE - PE \qquad \textbf{(2.27)}$$

Euler-Lagrange hareket denklemi ise aşağıda verilmiştir.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i + \psi_i \qquad \textbf{(2.28)}$$

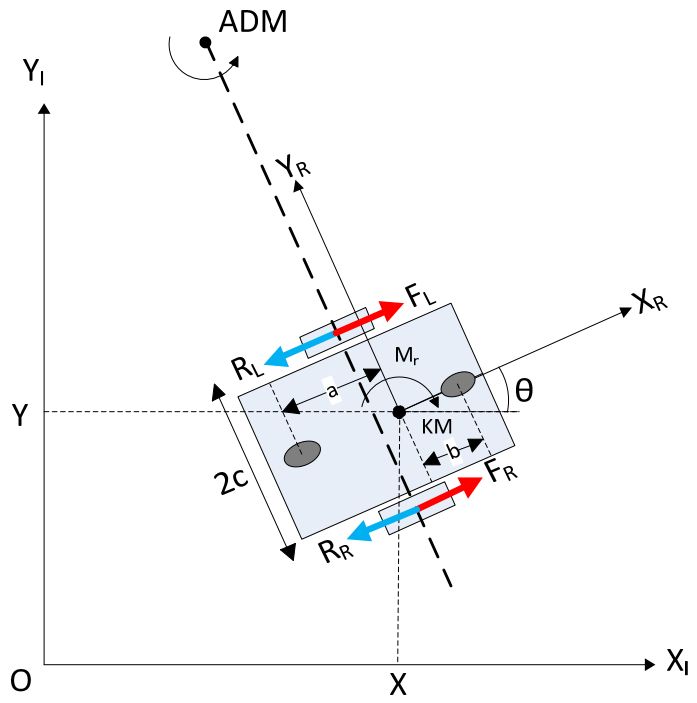
Burada $q_i$ genelleştirilmiş konfigürasyon vektörünün *i.* elemanı, *Qi* genelleştirilmiş kuvvetin *i.* koordinat ekseni boyuncaki bileşeni, $v_i$ ve $w_i$ kütle merkezinin genel eksen takımında tanımlı açısal ve çizgisel hızları, $F$ kütle merkezine etki eden kuvvet, $M$ kütle merkezine etki eden moment, $\Psi_i$ kısıt kuvveti vektörünün *i.* koordinat ekseni boyunca bileşeni, $A$ kısıt matrisi ve $\lambda$ lagrange çarpanlarıdır.

$$Q_i = F\frac{\partial v_i}{\partial \dot{q}_i} + M\frac{\partial w_i}{\partial \dot{q}_i} \tag{2.29}$$

$$\psi = A^T\lambda \tag{2.30}$$

### 2.2.1 Diferansiyel sürüşlü bir mobil robotun dinamik modeli

Bu kısımda 2TT DSMR tipi bir aracın dinamik modeli verilecektir. Aracın dinamik modeline ilişkin grafik gösterimi Şekil 2.4'te verilmiştir.




**Şekil 2.4 :** 2TT DSMR'nin dinamik modeline ilişkin grafik gösterimi.

Aracın konfigürasyon vektörü denklem (2.11)'deki gibidir. Bunun dışında 2TT DSMR'nin dinamik modeline ilişkin tanımlar ise aşağıda verilmiştir.

$(O_IX_IY_I)$ genel koordinat sistemi, $(O_RX_RY_R)$ mobil robot üzerinde tanımlı yerel koordinat sistemi, $R_L$ ve $R_R$ sırasıyla sol ve sağ tekerlek ile yer arasındaki sürtünme kuvvetleri (direnç kuvvetleri), $F_L$ ve $F_R$ sol ve sağ tekerleğe etki eden tahrik kuvvetleri, $2c$ sol ve sağ tekerlek merkezleri arası dik mesafe (kütle merkezinin

tekerleklere eşit mesafede olduğu varsayılıyor), *d* kütle merkezinin ADM eksenine dik uzaklığı, *M* aracın kendi etrafında dönmesini sağlayan moment, $M_r$ araç eylemsizliğinden kaynaklanan harekete ters yönde oluşan direnç momentidir.

Enerji denklemleri ifadeleri ise aşağıda verilmiştir.

$$KE = \frac{1}{2} m V^T V + \frac{1}{2} I w^2 \tag{2.31}$$

$$PE = sbt. \tag{2.32}$$

Yukarıdaki denklemlerde, *V* ve *w* araç kütle merkezinin çizgisel ve açısal hızları, *m* aracın kütlesi, *I* aracın kendi ekseni etrafındaki dönme eylemsizlik momentidir.

Aracın düzlem üzerinde hareket ettiği varsayıldığından potansiyel enerjisi hareket boyunca sabit kalmaktadır. Bu nedenle potansiyel enerji bileşeninden dinamik modele herhangi bir katkı gelmemektedir.

$$V = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$V^T V = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 \tag{2.34}$$

$$w = \dot{\theta} \tag{2.35}$$

Lagrange fonksiyonu aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$L = \frac{1}{2} m \left( \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 \right) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 - PE \tag{2.36}$$

Euler-Lagrange hareket denklemleri ise aşağıdaki denklemlerde ifade edilmiştir.

$$\frac{d}{dt}\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial L}{\partial X} = F_X - R_X - \psi_X \tag{2.37}$$

$$\frac{d}{dt}\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y} = F_Y - R_Y - \psi_Y \tag{2.38}$$

$$\frac{d}{dt}\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = M - M_r - \psi_\theta \tag{2.39}$$

$$F_X = \left( F_L + F_R \right) \cos\theta \tag{2.40}$$

$$F_Y = \left( F_L + F_R \right) \sin\theta \tag{2.41}$$

$$M = \left(-F_L + F_R\right)c \tag{2.42}$$

$$\tau_L = \frac{F_L}{r} \tag{2.43}$$

$$\tau_R = \frac{F_R}{r} \tag{2.44}$$

Burada $r$ tekerlek yarı çapıdır (tekerleklerin özdeş ve aynı yarı çapa sahip olduğu varsayımı).

$$R_X = \left(R_L + R_R\right)\cos\theta \tag{2.45}$$

$$R_Y = \left(R_L + R_R\right)\sin\theta \tag{2.46}$$

$$M_r = \left(-R_L + R_R\right)c \tag{2.47}$$

$$R_L = \mu_L N_L \operatorname{sgn}\left(V_L\right) \tag{2.48}$$

$$R_R = \mu_R N_R \operatorname{sgn}\left(V_R\right) \tag{2.49}$$

Burada önemli bir noktaya değinmek gerekiyor. Pasif tekerlekler için sürtünme kuvvetleri ihmal edilmektedir.

Yukarıdaki denklemlerde $N_L$ ve $N_R$ sol ve sağ tekerleğe yere dik yönde yer tarafından etki eden kuvvetler, $g$ yer çekimi ivmesi, $V_L$ ve $V_R$ sol ve sağ tekerleklerin yere temas noktalarının çizgisel hızlarıdır.

$$N_L = N_R = \frac{mg}{2}\frac{b}{\left(b+d\right)} \tag{2.50}$$

$$V_L = V_x - c\dot{\theta} \tag{2.51}$$

$$V_R = V_x + c\dot{\theta} \tag{2.52}$$

Burada $V_x$ araç çizgisel hızının yerel x koordinatında tanımlı bileşenidir.

$$V_x = \dot{X}\cos\theta + \dot{Y}\sin\theta \tag{2.53}$$

Denklem (2.37), (2.38) ve (2.39) yukarıda verilen denklemler kullanılarak, denklem (2.26)'daki matris formunda yazıldığında elde edilen 2TT DSMR'nin genel koordinat takımında tanımlı dinamik modeli aşağıdaki denklemde verilmiştir. Bu ifade aracın genelleştirilmiş dinamik modeli olarak ta adlandırılmaktadır.

$$M(q)\ddot{q} + R(\dot{q}) + \tau_d = B(q)\tau - A^T\lambda \quad \textbf{(2.54)}$$

Yukarıdaki denklemde bulunan kütle matrisi, direnç kuvveti vektörü, bozucu vektörü, giriş matrisi, giriş vektörü ve kısıt matrisi aşağıdaki denklemde açıkça ifade edilmiştir.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix},\ R(\dot{q}) = \begin{bmatrix} R_X \\ R_Y \\ M_r \end{bmatrix},\ B(q) = {}^{1}\!/_{r} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ -c & c \end{bmatrix},\ \tau = \begin{bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.55)}$$

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & -d \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.56)}$$

Burada $\lambda$ kısıt kuvveti ve $\tau_d$ bilinmeyen ve modellenmemiş sistem dinamiklerinden kaynaklanan kuvvet ve torklardan oluşan bozucu vektörüdür. Denklem (2.54)'te verilen dinamik modeli kontrol açısından daha uygun bir hale getirmek için sistem modelinin aracın yerel eksen takımında ifade edilmesi gerekmektedir [4]. Bunun için denklem (2.5) ile ifade edilen aracın kinematik modeli ve denklem (2.10) ilişkisi kullanılmaktadır. Denklem (2.10)'un zamana göre türevi alındığında aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\ddot{q} = S(q)\dot{\eta} + \dot{S}(q)\eta \quad \textbf{(2.57)}$$

$$q = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ \theta \end{bmatrix},\ S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -d\sin\theta \\ \sin\theta & d\cos\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ \eta = \begin{bmatrix} V \\ w \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.58)}$$

Denklem (2.57) denklem (2.54)'te yerine konur, denklemin her iki tarafı $S^T$ ile soldan çarpılır ve gerekli basitleştirmeler yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$S^T MS\dot{\eta} + S^T M\dot{S}\eta + S^T R + S^T\tau_d = S^T B\tau - S^T A^T\lambda \quad \textbf{(2.59)}$$

Burada açıkça görülmektedir ki mobil robotun dinamik modelinde bulunan, sistemin holonomik olmayan kısıtlarından kaynaklanan parçası denklem (2.10)'dan dolayı sıfır olmaktadır. Sonuç olarak araç dinamiği denklem (2.59)'un basit bir formda yazılmasıyla aşağıdaki gibi yeniden elde edilir. Burada elde edilen ifade ise aracın yerelleştirilmiş dinamik modeli olarak adlandırılmaktadır.

$$\overline{M}\dot{\eta} + \overline{C}\eta + \overline{R} + \overline{\tau_d} = \overline{B}\tau \quad \textbf{(2.60)}$$

Buradaki matris ve vektörlerin açık ifadeleri aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$\overline{M} = S^T M S \,,\ \overline{C} = S^T M \dot{S} \,,\ \overline{R} = S^T R \,,\ \overline{\tau_d} = S^T \tau_d \,,\ \overline{B} = S^T B \qquad \textbf{(2.61)}$$

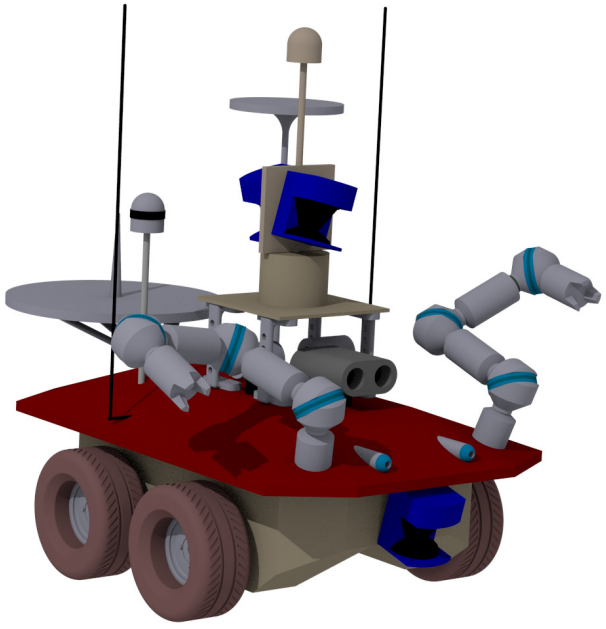
Sonuç olarak 2TT DSMR tipi bir mobil robotun dinamik modelini elde ederek teoriyi pekiştirmiş olduk. Bu bölümünün amacı temel olarak TMR'lerin dinamik modelinin nasıl elde edileceğinin gösterilmesi ve bu çalışma boyunca sadık kalınacak olan notasyonun verilmesiydi. Bu bölümde özel olarak 2TT DSMR'nin dinamik modelinin verilmesinin sebebi basit olmasının yanısıra 4TT YKYMR tipi bir aracın dinamik modeli ile aralarında bir çok benzerlik bulunmasıdır.

# 3. BİLGİSAYAR DESTEKLİ ROBOT TASARIMI VE HAREKET ANALİZİ

İstanbul Teknik Üniversitesi Kontrol Mühendisliği Bölümü Robotik Laboratuvarı bünyesinde TÜBİTAK tarafından desteklenen 110E194 numaralı eş zamanlı konum belirleme ve haritalama (EZKH) probleminin çözümüne yönelik bir bilimsel araştırma projesi yürütülmektedir. Bu projede test platformu olarak kullanılmak üzere 4TT YKYMR tipi araç geliştirilmektedir. İşte bu bölümde geliştirilen mobil robot platformunun tasarımına yapılan katkılar anlatılmıştır.

## 3.1 Mobil Robotun Bilgisayar Destekli Tasarım Modeli

Araç tasarımı CATIA, MD ADAMS ve MATLAB/Simulink bilgisayar programı paketleri kullanılarak yapılmıştır. Tasarım sürecinde CATIA aracın üç boyutlu (3B) çiziminde ve katı modellenmesinde, MD ADAMS aracın dinamik modellenmesinde ve hareket analizinde, MATLAB/Simulink ise aracın hareket kontrolünde kullanılmıştır. Bilgisayar programları kullanılarak yapılan tasarım sürecine *bilgisayar desktekli tasarım* (BDT) adı verilmektedir.

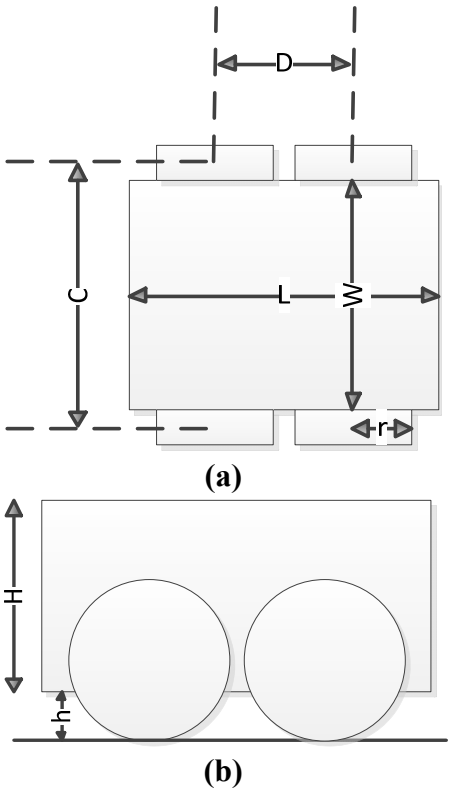


**Şekil 3.1 :** 4TT YKYMR tipi mobil robotun BDT modeli.

Kontrol Mühendisi Emre Tekeli ve Kontrol Mühendisliği Bölümü son sınıf öğrencisi Ender Yolal tarafından CATIA programı ortamında bir araç çizimi yapılmıştır. Tasarımda gelinen son nokta Şekil 3.1'de verilmiştir. Burada verilen konsept tasarımdır. Katı tasarımı yapılan mobil robot CATIA programından Siemens NX6 programı vasıtasıyla MD ADAMS dinamik modelleme programına aktarılmıştır. Bu aşamadan sonra MD ADAMS modelinde kontak, sürtünme, eklem, tork girişleri, sensör çıkışları gibi sistem durumları tanımlaması kendi tarafımdan yapılmıştır. Ayrıca MD ADAMS/Tire ve Road modülleri kullanılarak gerçekçi bir zeminde ve gerçekçi tekerlekler ile araç modellenmiştir.

MD ADAMS programından kontrol amaçlı aracın dinamik model parametreleri elde edilmiş ve MD ADAMS/View Control eklentisi kullanılarak MATLAB/Simulink programı ile arayüz oluşturulmuştur. Oluşturulan bu arayüz ile MATLAB/Simulink programında mobil robotun BDT modeli üzerinde hareket kontrol metodları uygulanmış ve geliştirilen kontrol sistemlerinin performansları test edilmiştir.

Şekil 3.2'de tasarlanan mobil robot platformunun boyutlarına ilişkin blok çizimi verilmiş ve Çizelge 3.1'de bu şekilde kullanılan sembollerle ilgili detaylı bilgiler verilmiştir.




**Şekil 3.2 :** Aracın boyutlarıyla ilgili çizimler: (a)Üstten görünüm. (b)Yandan görünüm.

**Çizelge 3.1 :** Mobil robot platformunun boyutlarıyla ilgili detaylı bilgiler.

| Sembol | Değer | Açıklama |
|---|---|---|
| L | 120 cm | Aracın kasa uzunluğu |
| W | 80 cm | Aracın kasa genişliği |
| C | 90 cm | Sağ-sol tekerlek arası dik mesafe |
| D | 50 cm | Ön-arka tekerlek arası dik mesafe |
| r | 20 cm | Tekerlek yarıçapı |
| H | 40 cm | Aracın kasa yüksekliği |
| h | 15 cm | Aracın yerden yüksekliği |

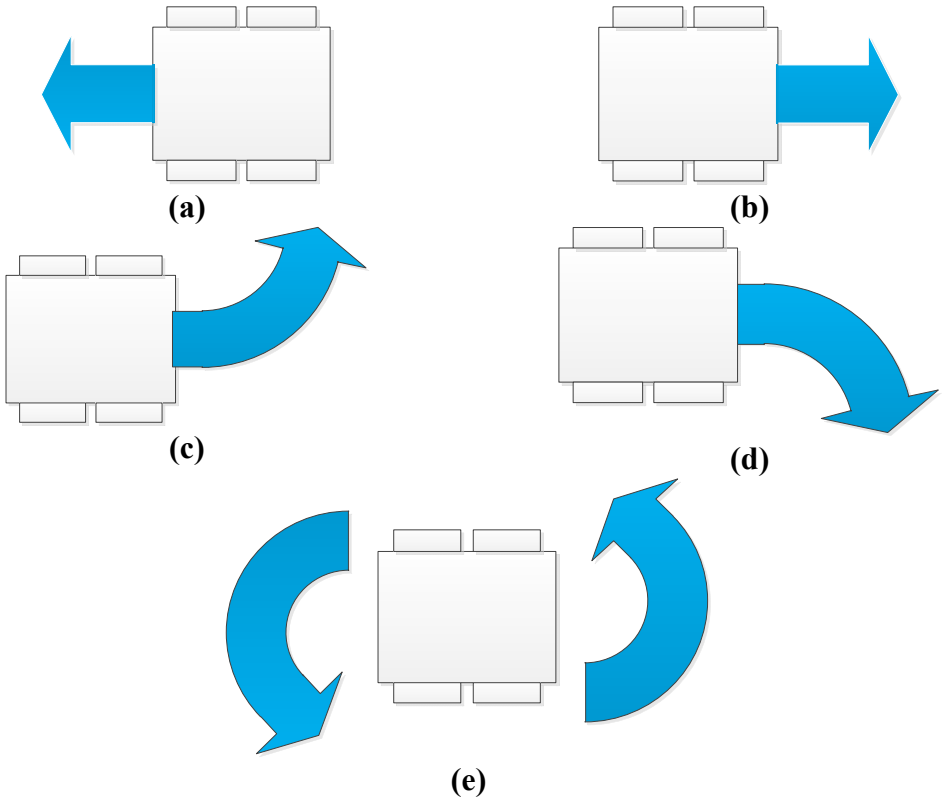
Araç tasarımında arka ve ön tekerlekler arası mesafe, tekerlekler ile yer arasındaki dinamik etkileşim kuvveti olan kayma sürtünme kuvvetlerinin etkisi düşünülerek mümkün olduğunca yakın tutulmaya çalışılmıştır. Ancak platform üzerine monte edilecek olan robot kolları, ağır sensör ve diğer bileşenlerin kütle merkezini yukarıya doğru kaydırması sonucu muhtemel bir yokuşu çıkma veya yokuştan aşağıya inme senaryosunda aracın takla atmasını engellemek maksadıyla bu mesafe yeterince uzun tutulmaya çalışılmıştır. Aracın takla atma riskini azaltırken aynı zamanda kayma sürtünme kuvvetlerinin etkisini en aza indirilmesinde bir anlamda optimizasyon yapılmıştır. Ayrıca aracın taban yüksekliği engebeli arazi şartlarına uygun olması amacı ile mümkün olduğunca yüksek tutulmaya çalışılmıştır. Bunun için araç kasası altında bir oyuk açılmıştır.

### 3.2 Mobil Robotun Hareket Analizi ve Simülasyonu

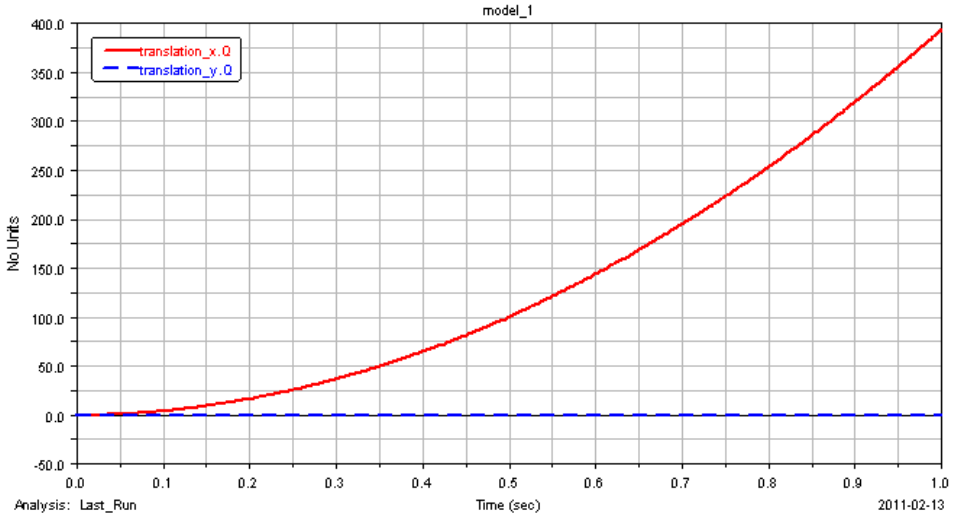
Burada 4TT YKYMR tipi mobil robotun yapabileceği hareket tipleri incelenmiştir. Bu yapıdaki bir mobil robot için temel olarak beş tip hareket tanımlanabilir. Bunlar ileri gidiş, geri gidiş, saga dönüş, sola dönüş ve kendi ekseni etrafında dönüş hareketleri olarak sıralanabilir. Şekil 3.3'te bahsedilen bu hareket tipleri görselleştirilmiştir.

Şimdi tek tek bu hareket tiplerini aracın hangi şartlar altında yaptığını görelim. Burada amaç aracın konumunu ve yönelimini değiştirmesi için tekerleklere uygulanması gerek motor torkları hakkında bir fikir edinmektir. İlk olarak çizgisel hareketle başlayalım. Şekil 3.4'te tüm tekerleklere aynı yönde eşit miktarlarda tork

uygulandığında genel eksen takımlarında tanımlı ($X$,$Y$) araç pozisyonunun bir saniye boyunca izlediği yörünge verilmiştir.



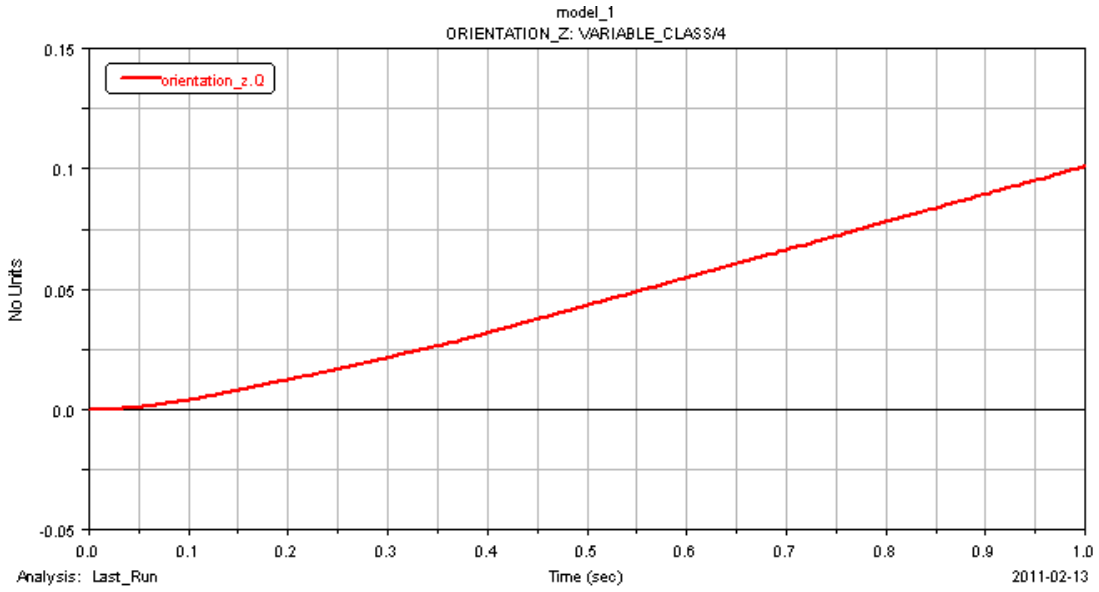

**Şekil 3.3 :** Mobil robot için tanımlı hareket çeşitleri: (a)Geri gidiş. (b)İleri gidiş. (c)Sola dönüş. (d)Sağa dönüş. (e)Kendi ekseni etrafında dönüş.




**Şekil 3.4 :** Sağ ve sol tork eşit ve aynı yönde olduğunda aracın izlediği yol.

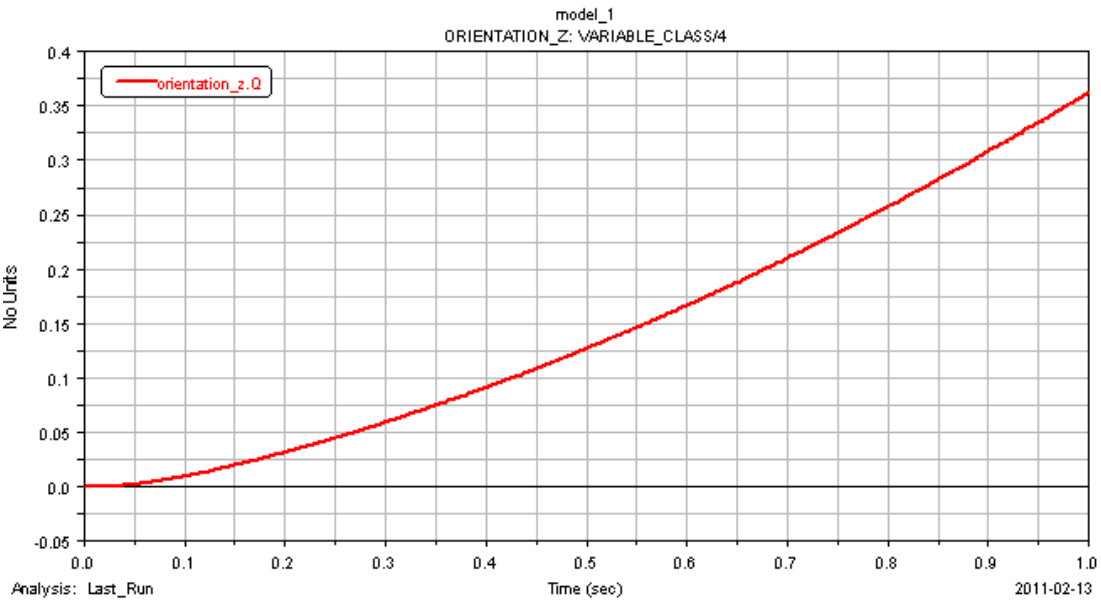
Aracın sol ve sağ tekerleklerine eşit miktarlarda sabit tork uygulandığında düzgün bir ivmeyle hızlandığı ve yönelimini değiştirmeden x-ekseni boyunca çizgisel bir hareket izlediği yukarıdaki grafikten açıkça görülmektedir. Şimdi ise aracın yönelimini değiştirmesi için oluşması gereken durumu inceleyelim. Şekil 3.5'te sol

ve sağ tekerleklere uygulan torklar arasında bir fark oluşturulduğunda araç yöneliminin bir saniye boyunca değişimi görülebilir.

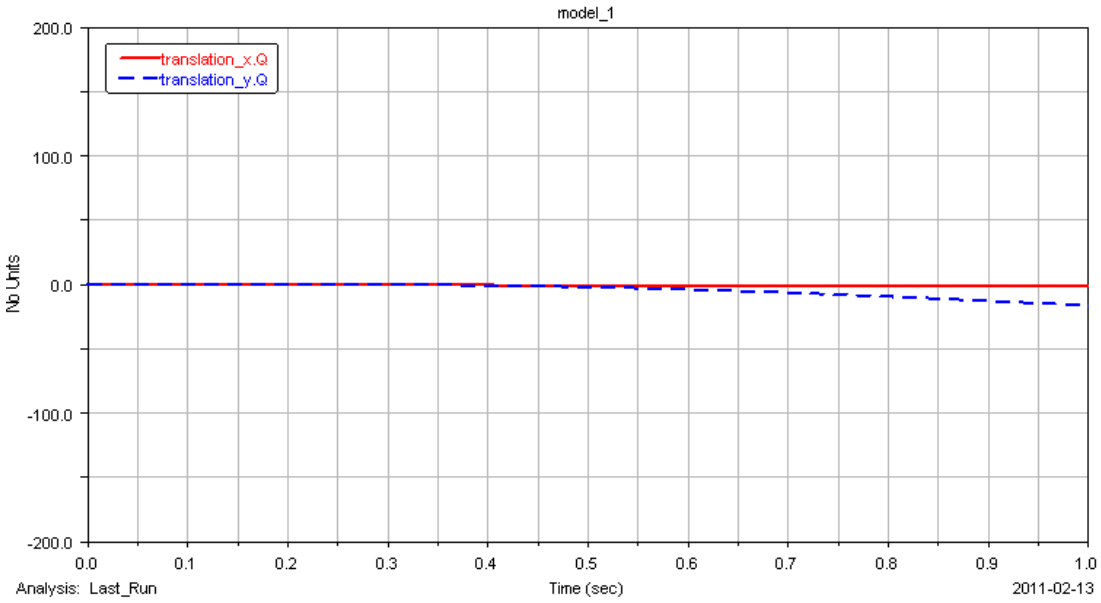



**Şekil 3.5 :** Sağ tork sol torktan büyük olduğunda araç yöneliminin değişimi.

Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi aracın yönelimini değiştirmesi için sol ve sağ taraftaki tekerleklere uygulanan torklar arasında bir fark oluşturulması gerekmektedir. Aracın sola dönmesi için sağ torkun sol torktan büyük olması ve yine aynı şekilde aracın sağa dönmesi için ise sol torkun sağ torktan büyük olması gerekmektedir. Şekil 3.6 ve Şekil 3.7'de ise aracın kendi ekseni etrafında dönmesi için gerekli koşul incelenmiştir.




**Şekil 3.6 :** Sağ ve sol tekerleklere eşit ve ters yönde tork uygulanması durumunda araç yöneliminin zamanla değişimi.




**Şekil 3.7 :** Sağ ve sol tekerleklere eşit ve ters yönde tork uygulandığında araç pozisyonunun zamanla değişimi.

Yukarıdaki şekillerden aracın kendi ekseni etrafında dönmesi için sağ ve sol taraftaki tekerleklere eşit ve ters yönde tork uygulanması gerektiği görülmektedir. Son olarak buradan elde edilen simülasyon sonuçlarına dayanarak bu yapıdaki bir mobil robotun diferansiyel sürüşlü bir mobil robot olduğunu söyleyebiliriz.

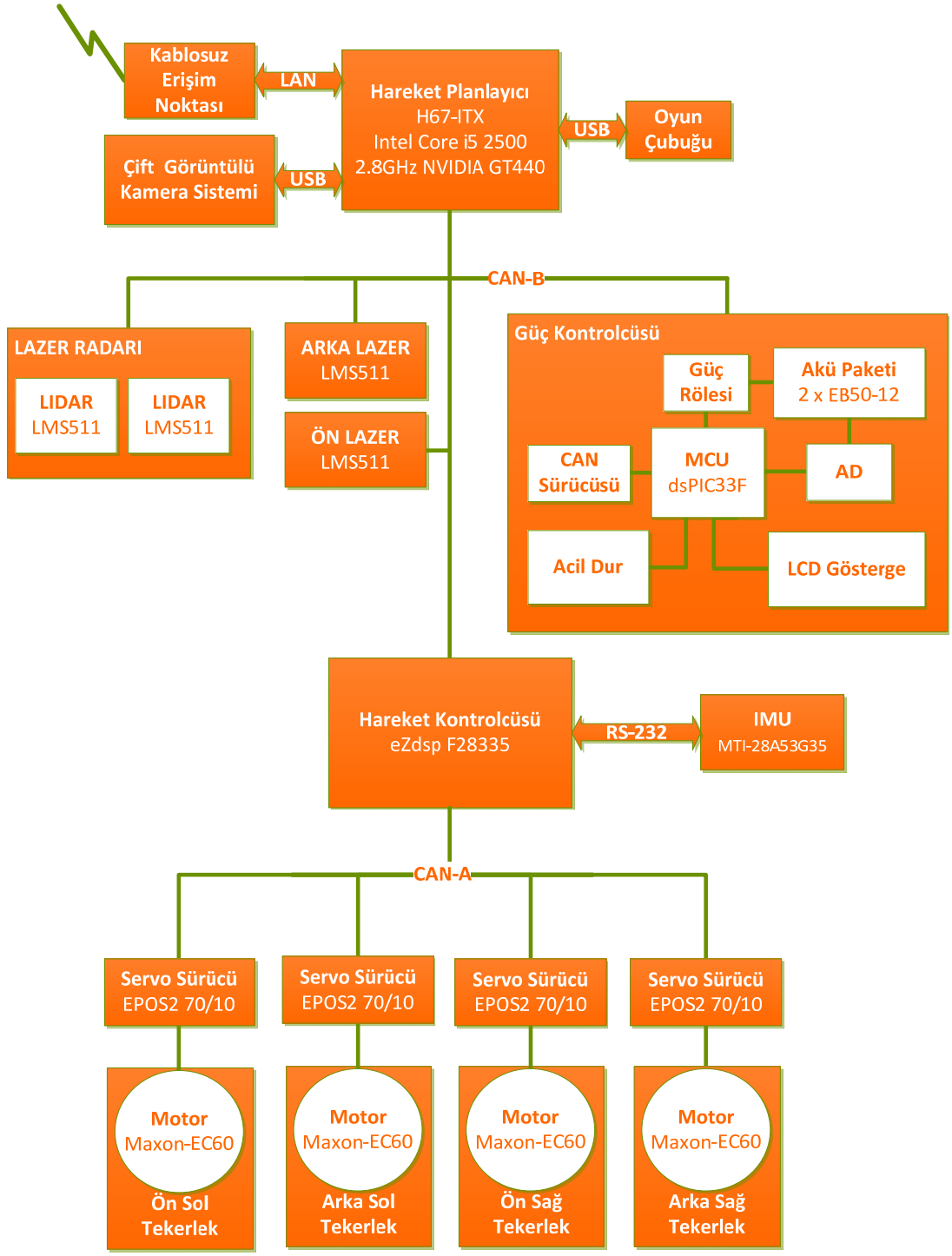
## 3.3 Mobil Robotun Donanımı

Bu alt bölümde mobil robot platformunda kullanılacak donanım elemanlarının seçimi ile ilgili bilgiler verilmiştir. Bunların en başında hareket kontrol sisteminin eyleyici ayağını oluşturan motor ve motor sürücüsü seçimi gelmektedir. Ayrıca temel olarak akü ve güç çeviricilerinden oluşan araç içi güç besleme sistemine ve araç üzerinde kullanılacak olan sensörler ile çeşitli gömülü bilgisayar sistemlerinden oluşan kontrol mimarisine de değinilmiştir. Şekil 3.8'de bilgisayar mimarisi ile ilgili donanım bileşenleri ve Şekil 3.9'da ise mobil robotun güç besleme sistemiyle ilgili donanım bileşenleri şema halinde verilmiştir.

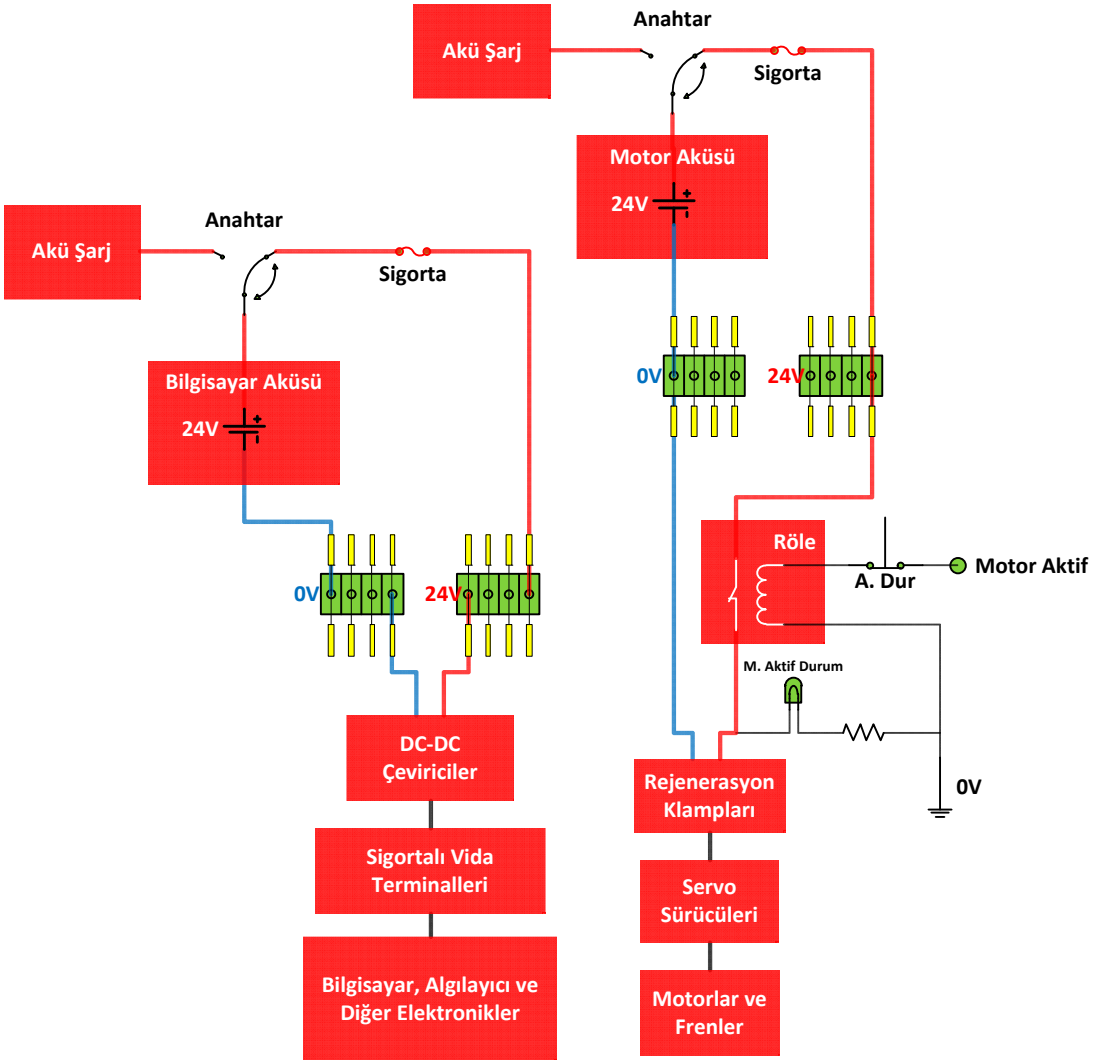
Mobil robotun kontrol mimarisi ve güç besleme sisteminde bulunan tüm donanım elemanları detaylı bir biçimde verilmeyecektir. Bazıları kısa kısa anlatılacak, önemli gördüklerim ve özellile tasarımını kendi yaptıklarım ayrıntılarıyla verilecektir.

Şimdi araç üzerindeki sensör yapılarından biraz bahsedelim. Öncelikle lazer sensörü ile başlayalım. Lazerli mesafe algılama sensörü (LIDAR), lazer ışınları yayarak bir

nesnenin veya yüzeyin uzaklığını algılayan sensördür. EZKH probleminin çözümünde ve engellerden kaçınma amaçlı kullanılan sensör çeşitlerinden biridir. Proje kapsamında SICK firmasının yeni piyasaya sürdüğü LMS511 modeli satın alınması planlanmaktadır. Bu modelin en önemli özelliği eski modeline (LMS291) göre daha az güç tüketimi olması (22W) ve CAN haberleşme arayüzüne sahip olmasıdır. Şekil 3.10'da LMS511 sensörü görülebilir.




**Şekil 3.8 :** Mobil robotun eyleyici, sensör ve kontrol mimarisi donanım şeması.

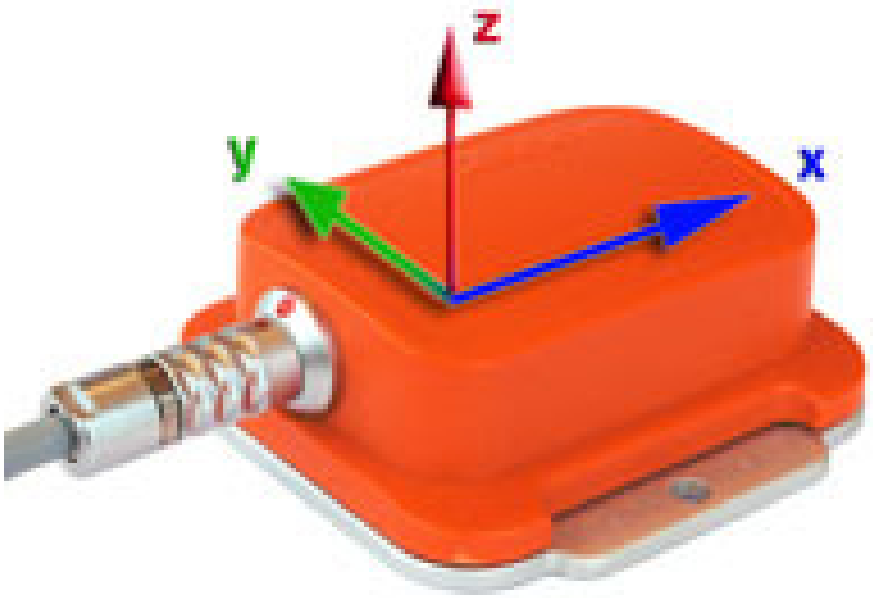



**Şekil 3.9 :** Mobil robotun güç besleme sistemi donanım şeması.




**Şekil 3.10 :** SICK LMS511 lazerli mesafe algılama sensörü.

Eylemsizlik prensibine dayalı ölçme birimi (IMU) üç eksende çizgisel ve açısal ivmeyi veren bir sensördür. Genişletilmiş kalman filtresi (GKF) tabanlı araç durum kestirim sisteminin önemli bir parçasıdır. Bu nedenle hareket kontrol sisteminin çok önemli bir elemanıdır. Proje kapsamında Xsense firmasının RS-232 sayısal haberleşme arayüzü olan MTI-28A53G35 modeli IMU sensörü alınması düşünülmektedir. Şekil 3.11'de bu sensör verilmiştir. Ayrıca bu sensörün küresel konumlandırma sistemi (GPS) özelliğine sahip versiyonu da mevcuttur ancak fiyatı çok pahalı olduğundan tercih edilmemiştir.

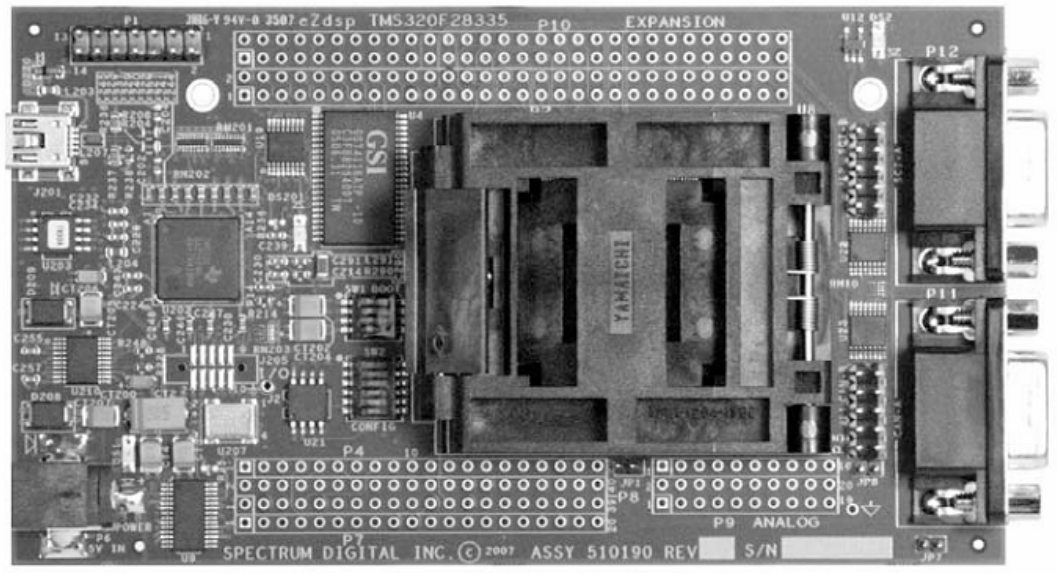



**Şekil 3.11:** Xsens MTI-28A53G35 IMU sensörü.

Güç kontrolcü kartı ise akünün sağlık durumunun takip edilmesi, aşırı akım, düşük voltaj koruması, şarj, deşarj durumu gibi akü elektronik kartından gelen sayısal sinyallerin işlenmesi, bu bilgilerin araç içi sensör CAN haberleşme hattına verilmesi ve bir LCD ekran ile tuş takımı vasıtasıyla kullanıcı etkileşimli komutları yerine getirmesi amaçlı düşünülmektedir. Güç kontrolcüsü adını verdiğimiz kartın ana işlemcisi olarak gerekli özellikleri sahip herhangi bir mikro kontrolcü birimi (MCU) kullanılabilmekle beraber hız ve basitliği bakımından tercihen Microchip firmasının dsPIC33F serisi işlemcilerinden biri düşünülmektedir.

Mobil robot platformunda kullanılacak olan kontrol bilgisayarı mimarisi temel olarak iki seviyeden oluşmaktadır. Birincisi üst seviye kontrol bilgisayarı, genel amaçlı bir işlemci birimi (CPU) ile paralel hesaplama gücünü artırmak için kullanılacak olan

grafik işlemci birimine (GPU) sahip bir mini-ITX anakart bilgisayardan oluşmaktadır. İkincisi ise alt seviye bilgisayarı, aracın gerçek zamanlı hareket kontrolü görevini yürütecek olan sayısal sinyal işlemcisine (DSP) sahip bir karttan oluşmaktadır. Alt seviyede kontrolcü kartı olarak Texas Instruments firmasının C2000 işlemci ailesinin bir üyesi olan TMS320F28335 DSP'sine sahip Spectrum Digital firmasının dağıtımını yaptığı eZdsp F28335 modeli geliştirme kartı düşünülmektedir. Şekil 3.12'de bahsedilen bu DSP geliştirme kartı görülebilir.

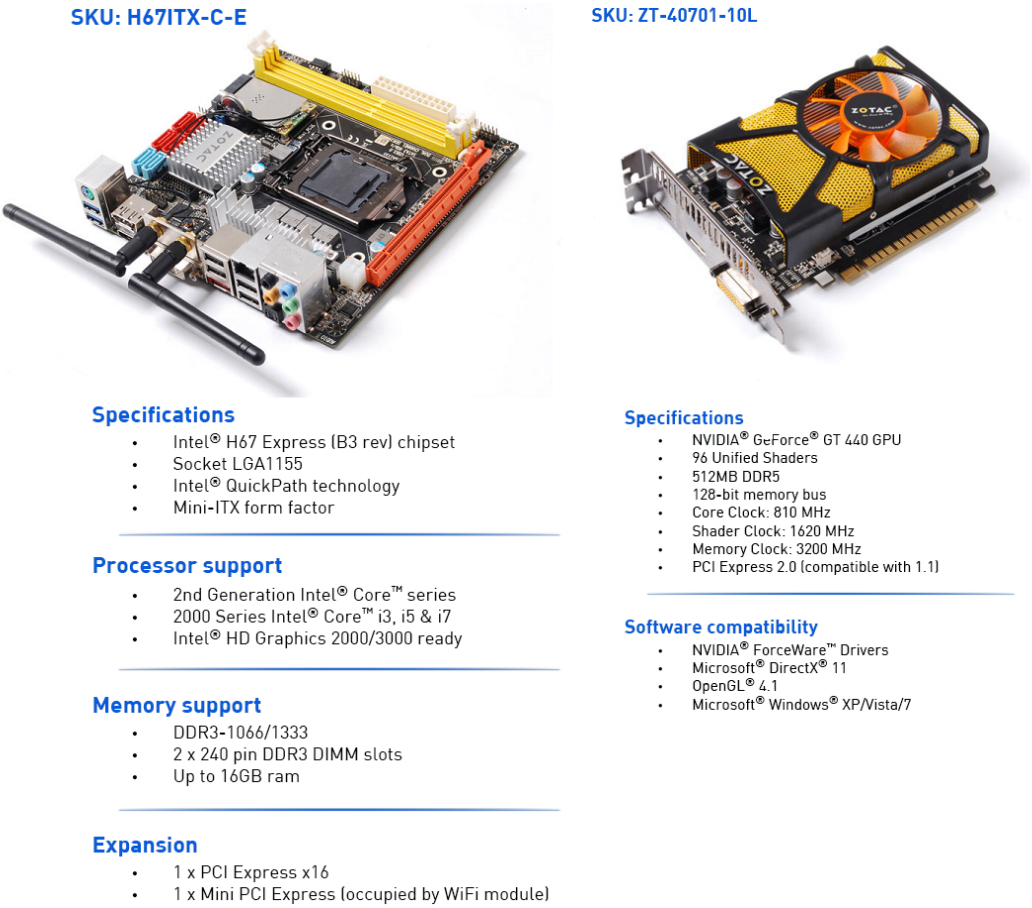



**Şekil 3.12 :** Spectrum Digital eZdsp F28335 DSP geliştirme kartı.

DSP kartının öne çıkan teknik özellikleri 150MHz çekirdek hızı, 32-bit kayan nokta birimi (FPU), 512K program belleği, 64K RAM, 256K SRAM, bir adet RS232 haberleşme arayüzü, bir adet genel amaçlı UART birimi ve iki adet bağımsız CAN 2.0 haberleşme arayüzü olarak sıralanabilir.

Ana bilgisayar sistemi olarak Zotac H67-ITX anakart üzerinde Intel firmasının 2011'in ilk çeyreğinde piyasaya sürdüğü yeni nesil Core i5 2000 serisi işlemci ailesinden Core i5 2500 2.8GHz çekirdek hızına sahip dört çekirdekli işlemcisi ile birlikte NVIDIA GT440 GPU'suna sahip Zotac marka ekran kartı düşünülmektedir. Şekil 3.13'te Zotac H67-ITX ve Zotac GT440 ile ilgili detaylı teknik özellikler görülebilir.

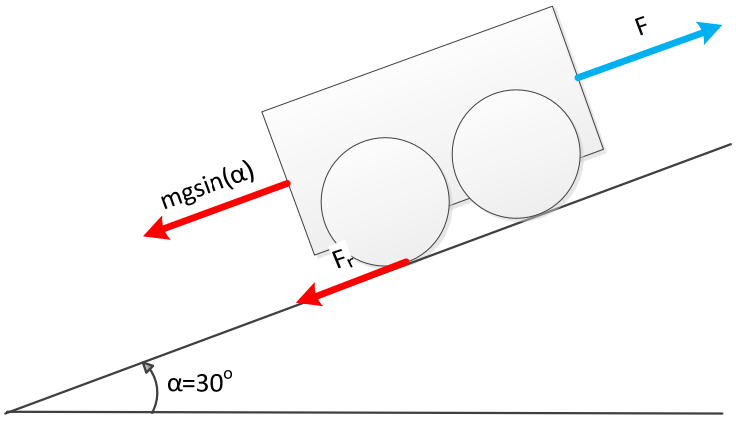
Bilgisayar sistemindeki ekran kartı sayesinde NVIDIA CUDA teknolojisiyle beraber GPU hesaplama yeteneğine sahip olunmaktadır. Böylece grafik işlemcinin yüksek paralel hesaplama gücü sayesinde matris çarpma ve ters alma gibi uzun zaman alan matematik hesaplama işlemleri çok daha hızlı yapılabilecektir.




**Şekil 3.13 :** Zotac H67-ITX ve GT440 bilgisayar bileşenleri.

### 3.3.1 Motor ve motor sürücüsü seçimi

Motor seçiminde en önemli nokta bir tekerleğe düşen yük torkunun maksimum değerinin belli bir senaryo altında belirlenmesidir. Bu senaryoda tasarım kriterleri aracın $30^o$ derece eğimi $0.1 m/s^2$ ivme ile çıkabilmesi olmuştur. Aracın maksimum sürati olarak ise 1m/s (~4km/saat) hedef alınmıştır. Şekil 3.14'de bahsedilen bu test senaryosu görülebilir.




**Şekil 3.14 :** Araç yükü tasarım senaryosu.

Sıradan bir araba lastiği ile asfalt zemin arasındaki yuvarlanma sürtünme katsayısı Uluslararası Otomotiv Mühendisleri Topluluğu (SAE) tarafından belirlenlen J1269 standartlarında yapılan ölçümlere göre 0.007 ile 0.014 arasında değişmektedir [17]. SAE tarafından belirlenen J1269, araç tekerleklerinin yuvarlanma sürtünme kuvvetlerinin belirlenmesi için geliştirilmiş standart bir testtir. Bu referanslara dayanarak çalışma kapsamında kullanılan yuvarlanma sürtünme katsayısı 0.010 olarak belirlenmiştir.

Tasarım senaryosunda tüm tekerleklere etkiyen toplam yuvarlanma sürtünme kuvveti aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$F_r = \mu_r mg\cos\alpha \tag{3.1}$$

Burada $m$ araç kütlesi, $g$ yerçekim ivmesi, $\alpha$ eğim açısı, $\mu_r$ ise yuvarlanma sürtünme katsayısıdır. Araç kütlesi 150kg, yerçekim ivmesi 9.81m/s$^2$, eğim açısı 30$^o$ ve yuvarlanma sürtünme katsayısı ise daha önce belirtildiği gibi 0.010 alınmıştır. Bu durumda toplam yuvarlanma sürtünme kuvveti 12.75N olarak hesaplanır.

Yerçekimi ivmesinden kaynaklanan aracın ağırlığının katkısı ise aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$F_g = mg\sin\alpha \tag{3.2}$$

Bu kuvvet, bilinenler yukarıdaki denklemde yerine konulduğunda 735.75N olarak hesaplanır. Araca uygulanması gereken toplam net kuvvet ise aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$F_{net} = F - \left(F_r + F_g\right) = ma \tag{3.3}$$

Burada $a$ tasarım ivmesidir ve 0.1m/s$^2$ olarak belirlenmiştir. Denklem (3.3) düzenlendiğinde araca tekerlekler tarafından uygulanması gereken toplam kuvvet aşağıdaki gibi elde edilir.

$$F = F_r + F_g + ma \tag{3.4}$$

Bilinenler yerine konulduğunda tekerleklerden uygulanması gereken bu kuvvet 763.5N olarak hesaplanır. Bu durumda, tekerleklerin yuvarlanma kayması yapmadığı ideal şartlar altında tekerlek başına düşen kuvvet aşağıdaki formüle göre hesaplanır.

$$F_t = \frac{F}{4} = 190.875N \tag{3.5}$$

Yine ideal bir durumda tekerlek yarıçapının 0.2m olduğu bilindiğine gore, tekerlek başına düşen net yük torku,

$$\tau_{net} = rF_t = 38.175Nm \quad \textbf{(3.6)}$$

olarak elde edilir. Tekerlek eylemsizliği ve dişli sürtünmeleri de hesaba katıldığında tekerlek başına düşen toplam yük torku aşağıdaki formüle göre hesaplanır.

$$\tau_t = \tau_{net} + J_t\dot{w} + B_t w \quad \textbf{(3.7)}$$

Tekerlek eylemsizliği ve dişli sürtünmeleri sırasıyla 0.1kgm$^2$ ve 0.1Nms alınarak denklem (3.7)'de bilinenler yerine konulursa motor başına düşen net yük torku aşağıdaki gibi elde edilir.

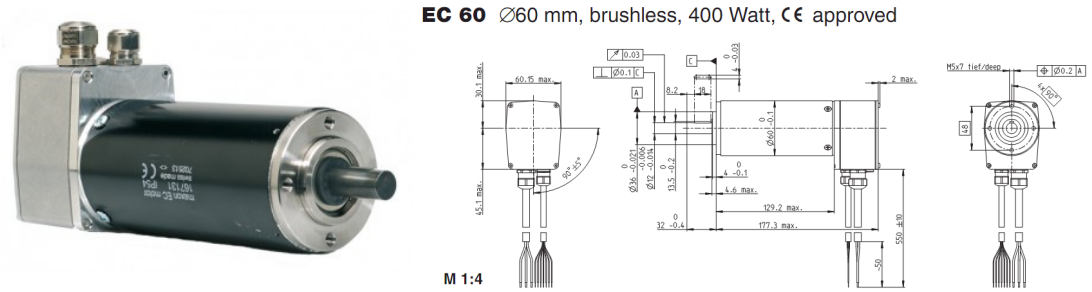
$$\tau_t = 38.725Nm \quad \textbf{(3.8)}$$

Bu bir tekerleğe etkiyen toplam yükü ifade etmektedir. Tasarım kriterlerini garanti altına almak amacıyla bu değerin %30 fazlasını aldığımızda 50Nm civarı bir değer elde edilir. Maxon Motor firmasının ürün kataloğuna baktığımızda en uygun motorun 167131 sipariş kodlu EC-60 modeli motoru olduğu belirlenmiştir. Bu motorun nominal gerilimi 48V, nominal torku 0.830Nm ve nominal hızı ise 3100rpm'dir. Bu durumda tekerlek ile motor arasına takılması gereken dişli sisteminin çevirme oranını 60 olarak karşımıza çıkar. Çevirme oranı 60 olan bir dişli sistemi seçildiğinde nominal terkerlek hızı 52rpm'dir. Tekerlek yarıçapı 0.2m olduğuna göre aracın nominal hızı yaklaşık 1m/s olur. Sonuç olarak seçilen motor ve dişli sisteminin tasarım senaryosunda belirtilen kriterleri sağlayacağını söyleyebiliriz. Şekil 3.15'te Maxon Motor EC-60 modeli görülebilir.

Bu motoru sürmek için ise yine aynı firmanın EPOS2 70/10 modeli servo sürücüsü tercih edilmiştir. Bu sürücü CAN (Controller Area Network) dijital haberleşme arayüzüne sahip olması, hız ve tork modunda çalışmayı desteklemesi ve firma tarafından EC-60 modeli motoru sürmek için tavsiye edilmesi nedeniyle tercih edilmiştir. Şekil 3.16'da EPOS2 70/10 servo sürücüsü görülebilir.

Araç tahriğinde kullanılacak dişli sistemi için Harmonic Drive firmasının çevirme oranı 80 olan yüksek tork kapasiteli CSG-25-80-2UH model dişlisi uygun görülmüştür. Seçilen bu dişlinin en önemli özelliği dalga dişli prensibine dayalı çalışması ve redüktör işlevinin yanısıra harmonik yataklama sistemine de sahip olmasıdır. Bir diğer kayda değer özelliği ise yüksek tork ve hız kapsitesine karşın

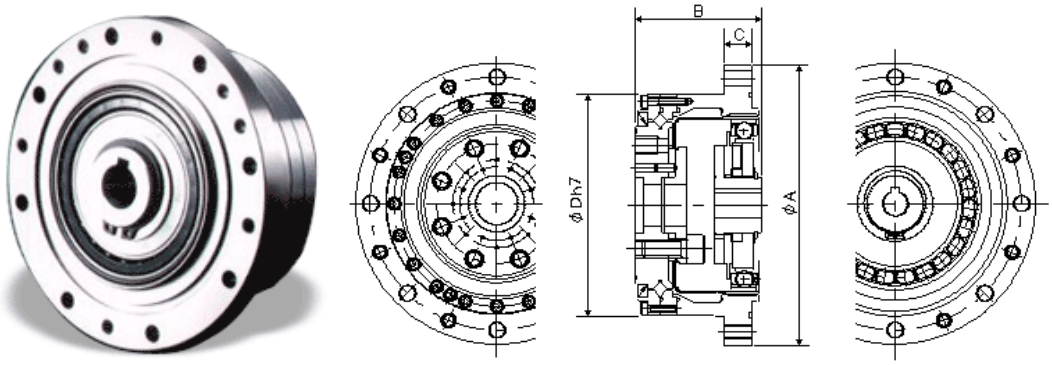
sıfır dişli boşluğuna sahip olmasıdır. Şekil 3.17'de Harmonic Drive CSG-25-80-2UH modeli görülebilir.




**Şekil 3.15 :** Maxon Motor EC-60 400 Watt.




**Şekil 3.16 :** Maxon Motor sürücüsü EPOS2 70/10.




**Şekil 3.17 :** Harmonic Drive CSG-25-80-2UH dalga dişli mekanizması.

### 3.3.2 Mobil robotun güç besleme sistemi

Mobil robotun güç besleme sistemi temel olarak iki kısımdan oluşmaktadır. Birincisi enerji depolama birimi akülerden oluşan besleme kısmı, ikincisi ise araç üzerinde bulunan çeşitli elektronik ve elektromekanik birimlerin (sensör, motor sürücüsü vb.) ihtiyacı olan gerilim değerlerini karşılayacak olan güç çevirici ünitelerinden oluşan çevirici kısmıdır. Akülerin şarj üniteleri ise harici bir eleman olarak düşünülmektedir. Araç içinde motor ve motor sürücüleri besleyecek olan tahrik

aküsü ve bilgisayar sistemlerini besleyecek olan bilgisayar aküsü olmak üzere toplan iki birbirinden bağımsız akü paketi yer alacaktır. Burada amaç bilgisayar sistemlerinin daha uzun süre çalışır durumda kalabilmesini sağlamaktır. Bilgisayar sistemlerinin güç tüketiminin elektrik motorlarının güç tüketimi yanında göreceli çok küçük değerdedir. Kullanılacak akülerin kapasitesinin belirlenmesinde bilgisayar sistemi için ortalama bir güç değeri belirleyip motorların sürekli maksimum güç tüketimine bakılacaktır. Bu sebeple bilgisayar sistemine 300W ortalama güç tüketimi payı bırakılmıştır. Sensörler arasında ise en çok güç tüketimi olan lazerli mesafe algılayıcılar olacaktır. Seçilen LMS511 modeli 22W güç tüketimine sahiptir. Bu neden toplamda dört adet lazer sensörü yaklaşık 100W elektrik tüketecektir. Ayrıca lazerli radar sensöründe 100W bir elektrik motoru bulunmaktadır. Bilgisayarın USB girişleri takılacak toplam dört adet kamera 20W civarı güç tüketecektir. Son olarak DSP kartının güç tüketimi maksimum 20W olacağı referans kullanım klavuzundan belirlenmiştir. Bu durumda bilgisayar sistemlerinin toplamda 550W güç tüketimi olmaktadır. 24V 24AH bir akü paketi ile en kötü durumda en az bir saatlik bir çalışma süresi ortaya çıkmaktadır. Nominal gerilimi 48V ve nominal akımı 10A olan Maxon EC 60 motorları sürekli tam yükte çalışması durumu en kötü senaryodur. 50Ah bir akü paketi seçildiğinde en kötü durumda dahi bir saatlik bir çalışma süresi karşımıza çıkacaktır. Tahrik aküsü olarak mobil kullanım için uygunluğu, istenilen akü kapasitesine sahip olması ve 65AH ve 85AH gibi seçeneklere göre hafifliği sebebiyle nominal gerilimi 12V olan BB akü üreticisinin bakımsız kurşun asit (SLA) tipi EB50-12 modeli aküsü tercih edilmiştir. Bir tanesinin ağırlığı 16.5kg, boyutları ise yaklaşık olarak 20x17x17cm'dir. Şekil 3.18a'da EB50-12 motor aküsü, Şekil 3.18b'de ise bilgisayar aküsü EB24-12 verilmiştir.

SLA aküler gerilimi üstten sınırlanabilen akım kontrollü standart güç kaynaklarıyla kolayca şarj edilebilmektedirler. Bu nedenle Lithium-Ion türü akülere göre avantajlıdırlar. Lithium-Ion akülerin bakımı zordur ve fazladan elektronik birim gerektirirler. Ayrıca SLA akülere kıyasla oldukça pahalıdırlar.

Araç üzerindeki sensörler, bilgisayar sistemleri ve elektronik kontrol kartlarının beslemesi için gerekli gerilim seviyeleri ana besleme gerilimi 24V'tan kıyılarak elde edilecektir. Bunun için VICOR firmasının Micro, Mini, Maxi DC/DC güç çeviricilerinden oluşturulan bir çevirici bloğu kullanılması uygun görülmüştür. Bu güç modülleri %90 civarında verimliliğe sahip ve boyut olarak oldukça ufak bir

yapıya sahiptirler. Vicor marka micro, mini ve maxi DC-DC güç çevirici modülleri Şekil 3.19'da görülebilir.




**(a)** **(b)**

**Şekil 3.18 :** Araç aküleri: (a)BB EB50-12 SLA akü (b)BB EB24-12 SLA akü.



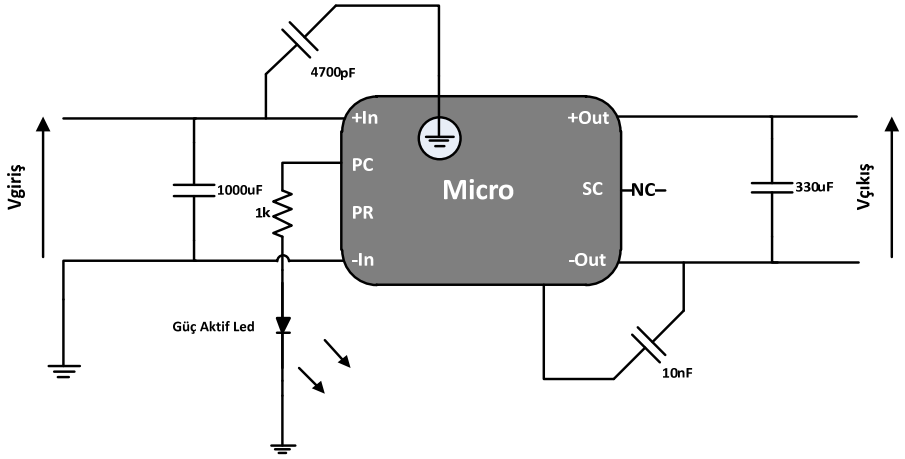

**Şekil 3.19 :** VICOR Micro, Mini ve Maxi güç çevirici modülleri.

Güç çevirici modülleri 24V giriş alabilmekte ve istenen 3.3V, 5V, 12V, 24V gibi gerilim seviyelerini çıkış olarak verebilmektedirler. Bu güç çevirici modüllerinden oluşturulacak olan çevirici bloğu Şekil 3.20'de konsept halinde verilmiştir. Burada modüllerin üzerine oturtulacağı bakır plaka aynı zamanda soğutucu görevini de üstlenecektir. Giriş ve çıkış devreleri ise basit ayrıştırıcı, filtre kapasitörler ile güç konektörlerinden oluşmaktadır. Ayrıca her biri için güç aktif anlamına gelen birer ışık diyotu (LED) konulması düşünülmektedir.

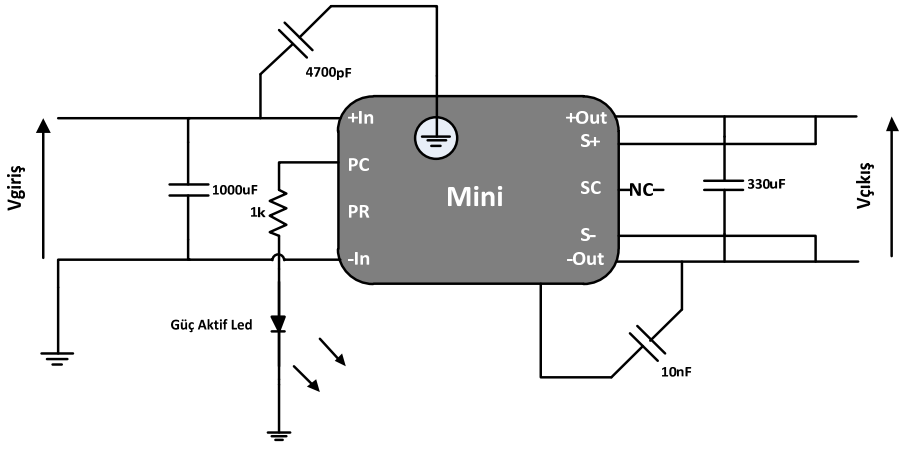
VICOR Micro ve Mini modüllerinin sistemimiz için uygun tipik operasyonel devre şemaları Şekil 3.21'de verilmiştir. Bu devre şemalarında güç çevirici bloğunun giriş ve çıkışlarına ilişkin ayrıntılar görülebilmektedir.




**Şekil 3.20 :** Vicor micro ve mini modüllerden oluşan soğutuculu güç çevirici plakası.




**(a)**




**(b)**

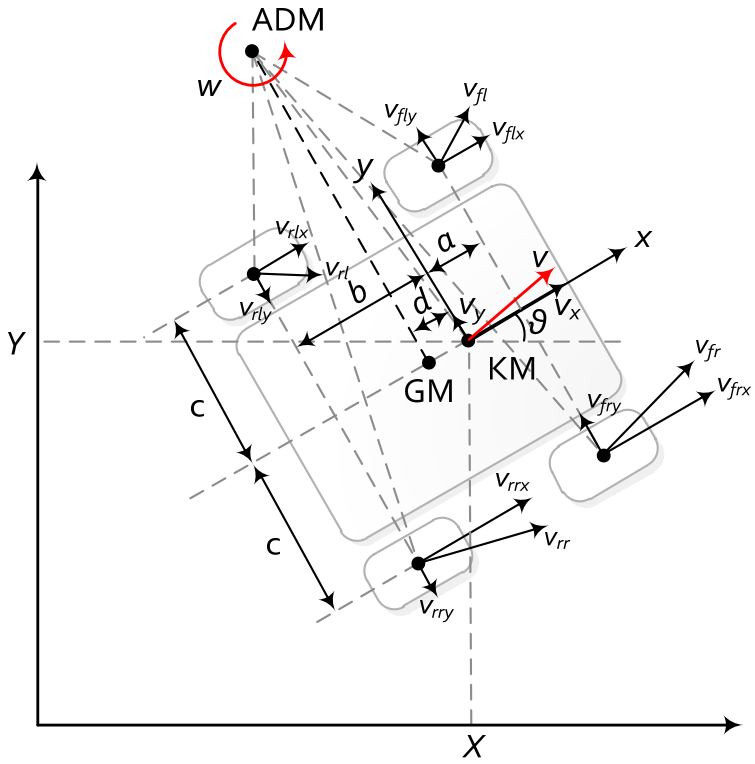
**Şekil 3.21 :** Vicor güç çevirici modülleri ayrıntılı devre şemaları: (a)Micro (b)Mini.

# 4. MOBİL ROBOTUN MATEMATİK MODELİ

Bu bölümde tasarladığımız 4TT YKYMR'nin matematik modeli verilecektir. İkinci bölümde anlatılan TMR'lerin matematik modelinin çıkarılışı temel alınarak aracın holonomik olmayan kısıtları ve ADM kavramı yardımıyla ideal durumda mobil robotun kinematik ve dinamik denklemleri çıkarılacaktır. Burada verilecek olan kinematik ve dinamik modeller [1] ve [4]'te yapılan çalışmaları referans almaktadır.

## 4.1 Kinematik Modeli

Bir düzlem üzerinde hareket ettiği varsayılan mobil robotun kinematik modeline ilişkin şematik gösterim Şekil 4.1'de görülebilir. Burada aracın kütle merkezine atanmış yerel eksen takımında ($x$,$y$) tanımlı çizgisel ve açısal hız vektörleri ($v$,$w$) ile aracın genel konum ($X$,$Y$) ve yönelim ($\theta$) değişkenlerinin tanımları verilmiştir. Burada aracın kütle merkezinin ön tarafa daha yakın olduğu varsayılmaktadır.




**Şekil 4.1 :** 4TT YKYMR'nin kinematik modeline ilişkin şematik gösterim.

Mobil robotun uzaysal eksen takımlarında tanımlı konum alt vektörü ve yönelim değişkeninden oluşan konfigürasyon vektörü aşağıda verilmiştir.

$$q = \begin{bmatrix} X & Y & \theta \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3 \tag{4.1}$$

Yerel ($x$,$y$) eksen takımında tanımlı araç KM noktasının hızı ile genel ($X$,$Y$) eksen takımında tanımlı genelleştirilmiş hız vektörleri arasındaki dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ w \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

Aşağıdaki ifadeler aracın geometrik özelliklerinden kaynaklanmaktadır. Sol ön ve arka ile sağ ön ve arka tekerlek merkezlerinin ADM noktasına yerel $x$-ekseni boyunca uzaklıkları eşit olduğundan ve yine benzer şekilde yerel $y$-ekseni boyunca ADM noktasına uzaklıkları eşit olduğundan tekerlek merkezlerinin hızları arasında denklemler (4.3) ve (4.4)'te verilen eşitlikler yazılabilmektedir.

$$v_{flx} = v_{rlx},\ v_{frx} = v_{rrx} \tag{4.3}$$

$$v_{fly} = v_{fry},\ v_{rly} = v_{rry} \tag{4.4}$$

Araç tekerleklerinin tekerlek yönünde kaymadan yuvarlandığı ideal durumda yerel eksen takımlarında tanımlı hız bileşenleri ile sol ve sağ tekerleklerin dönme hızları arasındaki ilişki ADM kavramı yardımıyla hesaplanarak denklem (4.5)'te ifade edilmiştir. Kinematik seviyede sağ ve sol tekerleklerin dönme hızları kontrol girişi olarak düşünülebilir. Bu denklemler kullanılarak kayma kompanzasyonlu yörünge takip problemini çözen bir kontrol sistemi oluşturulabilir. Ancak bu çalışma kapsamında kinematik model tabanlı kontrol ele alınmamıştır.

$$v_x = r\frac{w_L + w_R}{2},\ w = r\frac{-w_L + w_R}{2} \tag{4.5}$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta yukarıdaki ilişkilerin ideal durumda, yani tekerleklerin kaymadan yuvarlandığı durumda geçerli olmasıdır. Tekerleğin kayması durumu ise aşağıdaki gibi modellenebilir.

$$s_{fl} = 1 - \frac{v_{flx}}{w_{fl} r},\ s_{fr} = 1 - \frac{v_{frx}}{w_{fr} r},\ s_{rl} = 1 - \frac{v_{rlx}}{w_{rl} r},\ s_{rr} = 1 - \frac{v_{rrx}}{w_{rr} r} \tag{4.6}$$

Yukarıdaki denklemlerde *s* ile ifade edilen tekerleğin yuvarlanma kayması, 0 ile 1 arasında değerler alabilmektedir. Bunun anlamı,

$$w_{fl}r \geq v_{flx},\ w_{fr}r \geq v_{frx},\ w_{rl}r \geq v_{rlx},\ w_{rr}r \geq v_{rrx} \quad \textbf{(4.7)}$$

denklemlerinden anlaşılacağı üzere tekerleklerin kaymadan yuvarlanma idealliğinin bozulmasıdır. Denklem (4.7)'de verilen eşitsizliklerin yönü ters çevirilmesi halinde karşımıza tekerleklerin sürüklenerek hareket etmesi durumu çıkar. Yuvarlanma kayması yaparak ilerleyen tekerleklerin açısal ve çizgisel hızları arasındaki ilişki aşağıdaki denklemlerde ifade edilmiştir.

$$v_{flx} = w_{fl}r\left(1-s_{fl}\right),\ v_{frx} = w_{fr}r\left(1-s_{fr}\right),\ v_{rlx} = w_{rl}r\left(1-s_{rl}\right),\ v_{rrx} = w_{rr}r\left(1-s_{rr}\right) \quad \textbf{(4.8)}$$

Denklem (4.8)'e dayanarak ideal durumda $s = 0$ olduğu açıkça görülebilmektedir.

Araç merkezinin yanal yöndeki çizgisel hız bileşeni ile araç açısal hızı arasında aşağıdaki gibi bir ilişki mevcuttur.

$$v_y + x_{ADM}w = 0 \quad \textbf{(4.9)}$$

Bu arada mobil robot platformu için $x_{ADM} = -d$ değerini almaktadır. Yukarıda verilen bu ifadelere bakarak aracın yönelimini değiştirmesi için tekerleklerin yanal kayma yapması gerektiği sonucu çıkarılabilmektedir. Bunun sonucu olarak tekerlek çizgisel hızının *y*-ekseni bileşeninin ancak ve ancak araç açısal hızı sıfır olduğunda sıfır olmaktadır. Bir başka deyişle aracın yönelimini değiştirmesi tekerleklerin yanal yönde kaymaları anlamını taşımaktadır. Operasyonel kısıt adı verilen bu denklem sayesinde aracın açısal dönme hızı *w*'nın kontrol edilmesi sonucu yanal kayma kısıtlanmış olmaktadır.

Denklem (4.9) holonomik olmayan bir kısıttır ve bundan dolayı bu sistem holonomik olmayan bir sistemdir. Denklem (4.9), (4.2)'nin ikinci ve üçüncü satırları kullanılarak yeniden düzenlendiğinde genelleştirilmiş eksen takımında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix}-\sin\theta & \cos\theta & x_{ADM}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{X} & \dot{Y} & \dot{\theta}\end{bmatrix}^T = A(q)\dot{q} = 0 \quad \textbf{(4.10)}$$

Burada *A* kısıt matrisidir. Denkem (4.2), denklem (4.9) kullanılarak yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki forma indirgenebilir. Elde edilen bu denklem esasen yerel hız vektörü ile genelleştirilmiş hız vektörü arasındaki dönüşüm ifadesidir.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & x_{ADM}\sin\theta \\ \sin\theta & -x_{ADM}\cos\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ w \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.11)}$$

Bu denklem aracın kinematik seviyedeki en önemli ifadesidir ve en genel haliyle aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{q} = S(q)\eta \quad \textbf{(4.12)}$$

Burada,

$$\eta = \begin{bmatrix} v_x & w \end{bmatrix}^T \quad \textbf{(4.13)}$$

kinematik seviyede mobil robotun kontrol girişi olarak tanımlıdır. İkinci bölümde de belirtildiği gibi TMR'ler eksik tahrikli sistemlerdir. Bundan dolayı $dim(\eta) < dim(q)$ ilişkisinin bu sistem için de geçerli olduğu açıkça görülmektedir.

Denklem (4.10)'dan anlaşılacağı gibi genelleştirilmiş hız $A$'nın sıfır uzayında olduğundan aşağıdaki ifade her zaman için sağlanır.

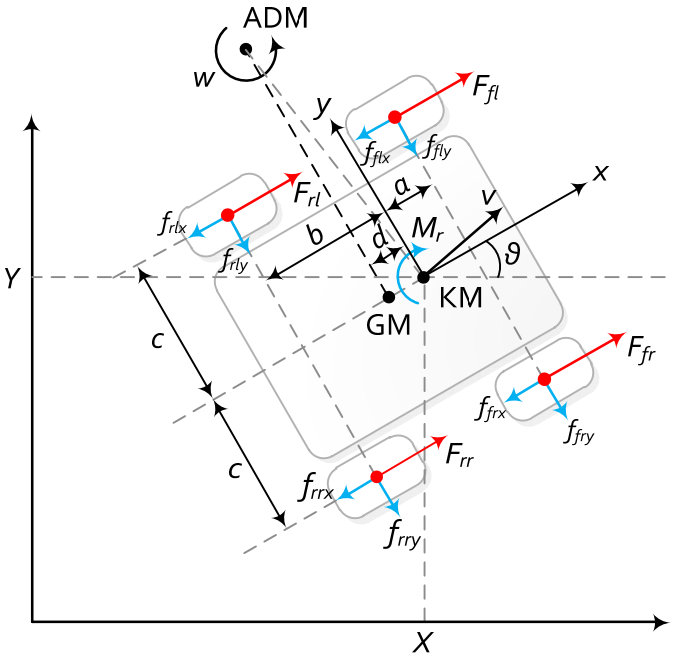
$$S^T A^T = 0 \quad \textbf{(4.14)}$$

### 4.2 Dinamik Modeli

4TT YKYMR tipi bir mobil robot için dinamik model özellikle tekerlekler ile yer arasındaki kayma sürtünme kuvvetlerinden dolayı büyük önem taşımaktadır. Çünkü bu tip bir aracın yönelimini değiştirmesi için tekerleklerinin yanal yönde kayması gerekmektedir. Bu durumda ise iki temel sürtünme kuvvetinden söz etmek mümkündür. Bunlardan birincisi etki olarak çok küçük bir değere sahip olan yuvarlanma sürtünmesidir. Söz konusu diğer sürtünme kuvveti ise kayma sürtünmesidir. Kayma sürtünmesi eylemsizlik ve yuvarlanma sürtünmesi ile karşılaştırıldığında aracın dinamik modeli üzerinde çok büyük bir etkiye sahiptir. Bu çalışmanın kapsamında ele alınacak olan kontrol yöntemleri dinamik model tabanlı olacağından ayrıca bizim için önemi vardır. Şimdi dinamik modeli vermeye başlayalım. Şekil 4.2'de aracın dinamik modeline ilişkin tanımlar grafik halinde verilmiştir.

Tekerlekli bir mobil robotun ileri kinematik modelinde giriş vektörü tekerlek hızlarından oluşur. Çıkış ise araç KM noktasının hızıdır. İleri dinamik modelde ise

giriş tekerleklere uygulanan torklardır. Çıkış ise yine aracın yaptığı hareketten oluşmaktadır. Diferansiyel sürüşlü araçlarda sağ tekerlek torku ve sol tekerlek torku kavramı vardır. Bunlar esas olarak sağ taraftaki tekerleklerin torkları toplamı ve sol taraftaki tekerlek torklarının toplamından oluşmaktadır. Sol ve sağ torkun tekerleklere nasıl dağıtılacağı ise ayrı bir problemdir. Yuvarlanma kaymasını en aza indirmek için torkların tekerleklere eşit dağıtılmasının uygun olduğu [1]'de belirtilmektedir. Bu ilişkiler aşağıdaki denklemlerle ifade edilmiştir.




**Şekil 4.2 :** 4TT YKYMR'nin dinamik modeline ilişkin şematik gösterim.

$$\tau_{fl} = \tau_{rl} = \tau_L / 2\,,\ \tau_{fr} = \tau_{rr} = \tau_R / 2 \qquad \textbf{(4.15)}$$

İdeal durumda tekerlek torkları ile harekete neden olan kuvvetler arasındaki ilişki,

$$F_L = \tau_L / r\,,\ F_R = \tau_R / r \qquad \textbf{(4.16)}$$

şeklindedir. Aracın genel eksen takımında tanımlı hareket denklemleri aşağıda verilmiştir. Bu denklemler Şekil 4.2'de verilen modele bakılarak çıkarılabilmektedir.

$$m\ddot{X} = \frac{1}{r}\left(\tau_L \cos\theta + \tau_R \cos\theta\right) - \left(f_x \cos\theta - f_y \sin\theta\right) \qquad \textbf{(4.17)}$$

$$m\ddot{Y} = \frac{1}{r}\left(\tau_L \sin\theta + \tau_R \sin\theta\right) - \left(f_x \sin\theta + f_y \cos\theta\right) \qquad \textbf{(4.18)}$$

$$I\ddot{\theta} = \frac{c}{r}\left(-\tau_L + \tau_R\right) - M_r \qquad \textbf{(4.19)}$$

Bu denklemleri modellenmemiş sistem dinamiklerini ve bozucu etkilerini temsil eden bir bileşen ile birlikte Lagrange çarpanları tekniğini kullanarak holonomik olmayan kısıtları modele dahil ederek matris formunda yeniden yazacak olursak aracın dinamik modelini en genel haliyle aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$M(q)\ddot{q} + R(\dot{q}) + \tau_d = B(q)\tau - A^T\lambda \tag{4.20}$$

Yukarıdaki denklemde $M \in \mathbb{R}^{3x3}$ sabit, köşegen, kesin pozitif kütle ve eylemsizlik matrisidir. Bu matriste $m$ araç kütlesi ve $I$ aracın dönme ekseni etrafında tanımlı eylemsizliğidir.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

Harekete karşı direnen $f_x, f_y$ ve $M_r$ kuvvetlerinden oluşan $R$ vektörü ise,

$$R(\dot{q}) = \begin{bmatrix} f_x \cos\theta - f_y \sin\theta \\ f_x \sin\theta + f_y \cos\theta \\ M_r \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

şeklindedir. Bu direnç kuvvetlerinin açık ifadeleri ise aşağıdaki denklemlerde verilmiştir. Kullanılan sürtünme modeli klasik kuru sürtünme modelidir. Tekerlek yönünde yuvarlanma sürtünme, yanal yönde ise kayma sürtünme katsayısı kullanılmaktadır.

$$f_x = f_{flx} + f_{rlx} + f_{frx} + f_{rrx} \tag{4.23}$$

$$f_{flx} = \mu_{xfl} N_{fl} \operatorname{sgn}(v_{flx}),\ f_{rlx} = \mu_{xrl} N_{rl} \operatorname{sgn}(v_{rlx}) \tag{4.24}$$

$$f_{frx} = \mu_{xfr} N_{fr} \operatorname{sgn}(v_{frx}),\ f_{rrx} = \mu_{xrr} N_{rr} \operatorname{sgn}(v_{rrx}) \tag{4.25}$$

$$f_y = f_{fly} + f_{rly} + f_{fry} + f_{rry} \tag{4.26}$$

$$f_{fly} = \mu_{yfl} N_{fl} \operatorname{sgn}(v_{fly}),\ f_{rly} = \mu_{yrl} N_{rl} \operatorname{sgn}(v_{rly}) \tag{4.27}$$

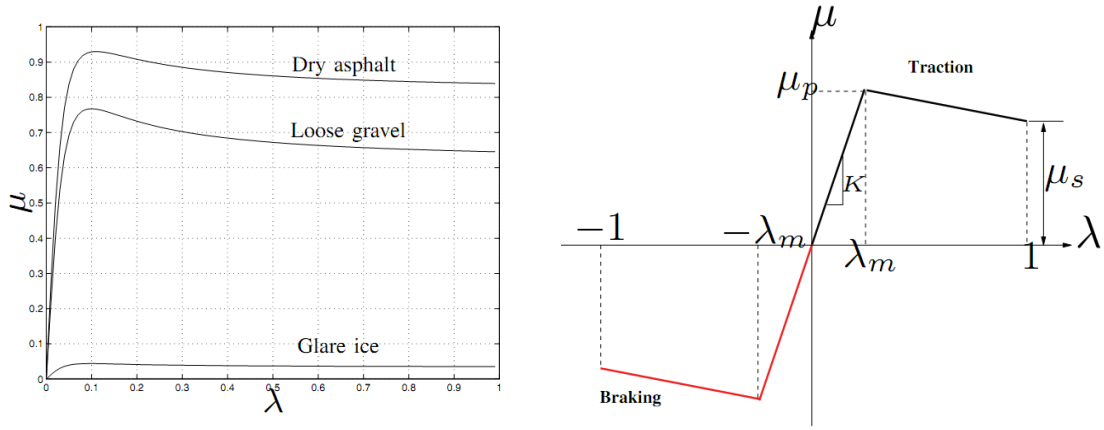
$$f_{fry} = \mu_{yfr} N_{fr} \operatorname{sgn}(v_{fry}),\ f_{rry} = \mu_{yrr} N_{rr} \operatorname{sgn}(v_{rry}) \tag{4.28}$$

Tekerlekler ile yer arasında etkileşim kuvvetleri aracın yanal kayma yönlendirme sistemi nedeniyle araç dinamiği açısından çok büyük önem taşımaktadırlar. Bu

etkileşim kuvvetlerinin en önemlisi ise sürtünme kuvvetleridir. Burada iki çeşit sürtünme kuvvetinden söz edebiliriz. Birincisi yuvarlanma sürtünmesi, tekerlek yönünde yuvarlanma halinde oluşan sürtünmedir. Diğeri ise tekerleğe dik (yanal) yönde oluşan kayma sürtünmesidir. Yuvarlanma sürtünme katsayısı, kayma sürtünme katsayısına göre çok çok küçüktür. Ancak bu ifade ideal durumda yani tekerleğin mükemmel bir şekilde yuvarlanması durumunda geçerlidir. Gerçekte tekerlek yuvarlanma kayması yapar. Bu durumu ele alabilmek için ise daha gerçekçi bir sürtünme modeline ihtiyacımız vardır. Bu konuyla ilgili yapılan çalışmalarda yuvarlanma sürtünme katsayısının, yuvarlanma kaymasının bir fonksiyonu olduğu düşünülmektedir. Bu tez çalışmasında [15]'te verilen yuvarlanma sürtünme katsayısı ile yuvarlanma kayması arasındaki ilişki benimsenecektir. Bu sürtünme modeline ilişkin matematik denklem (4.29)'da ve görsel Şekil 4.3'te verilmiştir.

$$\mu(\lambda)=\begin{cases} K\lambda & \lambda\in[0,\lambda_m) \\ K\lambda_m-\dfrac{K\lambda_m-\mu_s}{1-\lambda_m}(\lambda-\lambda_m) & \lambda\in[\lambda_m,1] \end{cases} \tag{4.29}$$

Sürtünme katsayısı, kayma $\lambda_m$ iken tepe değerini almaktadır. Kayma 0 ile $\lambda_m$ arasında değişirken lineer bir ilişki mevcuttur ve bu doğrunun eğimi $K$ ile gösterilmektedir. Tepe noktasından sonra kayma artmaya devam ettikçe yuvarlanma sürtünme katsayısı, kayma sürtünme katsayısına doğru gitmekte ve maksimum değerini aldığında eşit olmaktadır.




**(a)** **(b)**

**Şekil 4.3 :** (a)Yuvarlanma sürtünme katsayısı ($\mu$) ile yuvarlanma kayması ($\lambda$) arasındaki ilişki. (b)$\mu$-$\lambda$ ilişkisine doğrusal bir yaklaşım.

Tekerleklere yere temas noktalarında yere dik etkiyen tepki kuvvetleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$N_{fl} = N_{fr} = \frac{b}{a+b}\frac{mg}{2},\ N_{rl} = N_{rr} = \frac{a}{a+b}\frac{mg}{2} \tag{4.30}$$

Sürtünme kuvvetlerinin neden olduğu direnç momenti ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$M_r = a\left[f_{fly} + f_{fry}\right] - b\left[f_{rly} + f_{rry}\right] + c\left[-f_{flx} - f_{rlx} + f_{frx} + f_{rrx}\right] \tag{4.31}$$

Dinamik seviyede kontrol girişi matrisi $B \in \mathbb{R}^{3x2}$ ve kontrol vektörü $\tau \in \mathbb{R}^2$ ise aşağıdaki denklemde ifade edilmiştir.

$$B(q) = \frac{1}{r}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ -c & c \end{bmatrix},\ \tau = \begin{bmatrix} \tau_L & \tau_R \end{bmatrix}^T \tag{4.32}$$

Denklem (4.12)'nin zamana göre birinci türevi alındığında,

$$\ddot{q} = S(q)\dot{\eta} + \dot{S}(q)\eta \tag{4.33}$$

elde edilir. Denklem (4.20)'nin her iki tarafı da soldan $S^T$ ile çarpılırsa dinamik model yerel hız vektörüne göre düzenlenmiş olur. Böylece kontrol açısından uygun bir denklem sistemi elde edilmiş olur. Çünkü yörünge kontrolünde yerel eksen takımındaki araç hızı kontrol vektörünü oluşturmaktadır. Bu nedenle hız kontrol sistemi tasarlayabilmek için hız dinamiğine ihtiyacımız olacaktır. Ayrıca bu çarpım sonucu denklem (4.10)'dan dolayı kısıtlara ilişkin terim sıfır olmaktadır.

$$S^T M S\dot{\eta} + S^T M\dot{S}\eta + S^T R + S^T \tau_d = S^T B\tau - S^T A^T \lambda \tag{4.34}$$

Yukarıdaki denklemi daha da basitleştirecek olursak,

$$\overline{M}\dot{\eta} + \overline{C}\eta + \overline{R} + \overline{\tau_d} = \overline{B}\tau \tag{4.35}$$

elde edilir. Burada,

$$\overline{M} = S^T M S,\ \overline{C} = S^T M\dot{S},\ \overline{R} = S^T R,\ \overline{\tau_d} = S^T \tau_d,\ \overline{B} = S^T B \tag{4.36}$$

şeklindedir. Yukarıdaki denklemde tanımlanan yeni matrislerin açık ifadeleri aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & mx_{ADM}^2 + I \end{bmatrix},\ \overline{C} = \begin{bmatrix} 0 & mx_{ADM}\dot{\theta} \\ -mx_{ADM}\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix},\ \overline{R} = \begin{bmatrix} f_x \\ M_r - f_y x_{ADM} \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

$$\overline{B} = \frac{1}{r}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -c & c \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

Böylece tasarımını yaptığımız 4TT YKYMR türü mobil robotun kinematik ve dinamik modelini elde etmiş olduk. Bundan sonraki aşama kontrol probleminin tanımlanması ve bu problemin çözümüne yönelik araç kinematiğini ve dinamiğini beraber ele alan yaklaşımların verilmesi olacaktır.

# 5. MOBİL ROBOTUN HAREKET KONTROLÜ

Bu bölümde bir önceki bölümde modeli çıkartılan 4TT YKYMR tipi mobil robotun dayanıklı hareket kontrolü ele alınacak ve araç için uygulanması düşünülen kontrol metodları üzerinde durulacaktır. Önce kontrol problemi tanımlanacak ve kontrol sisteminin amacına vurgu yapılacaktır. Kontrol probleminin çözümüne yönelik düşünülen yaklaşımlardan bahsedilecek ve bu metodlardan çeşitli kontrol sistemleri oluşturulacaktır. Geliştirilen kontrol sistemlerinin, aracın matematik modeli kullanılarak oluşturulan simülasyon modeline ve gerçekçi 3B bilgisayar destekli tasarlanan simülasyon modeline uygulaması yapılacak ve sonuçları karşılaştırmalı analiz edilecektir. Kontrol sistemleri performansları, avantajları ve dezavantajları bakımlarından incelenecektir.

## 5.1 Kontrol Problemi Tanımı

En genel haliyle tekerlekli mobil robotların hareket kontrolü yörünge takip hatasının orijinde kararlılaştırılması olarak özetlenebilir. Bir başka deyişle sistem durumlarının referans yörüngesine yakınsaması olarak ifade edilebilir. Yörünge takip hatasının kararlılığı ile ilgili iki farklı yaklaşım mevcuttur. Bunlardan ilki hatanın asimptotik kararlılaştırılması diğeri ise pratik kararlılaştırılmasıdır. Bu ikisi arasındaki temel fark yörünge takip hatasının göreceli küçük bir zarfa gitmesi ile bu hata zarfının sıfır olmasından başka bir şey değildir. Bu açıdan bakıldığında pratik kararlılık ilkesinin asimptotik kararlılık kriterinin hafifletilmiş bir versiyonu olduğunu söyleyebiliriz. Bu açıdan bakıldığında asimptotik kararlılık ilkesinin daha zor bir hedef olduğu söylenebilir.

Araç yörüngesi $q(t)$ ve referans yörüngesi ise $q_d(t)$ ile gösterilsin. Bu durumda yörünge takip hatası aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$e(t) \triangleq q_d(t) - q(t) = \begin{bmatrix} X_d(t) - X(t) \\ Y_d(t) - Y(t) \\ \theta_d(t) - \theta(t) \end{bmatrix} \quad \textbf{(5.1)}$$

Yörünge takip hatası zaman sonsuza giderken göreceli küçük bir değere gitsin.

$$\lim_{t\to\infty}\left\|e(t)\right\| = \varepsilon \qquad \textbf{(5.2)}$$

Burada $\varepsilon > 0$ olması halinde kontrol problemi yörünge takip hatasının pratik kararlılaştırılması, $\varepsilon = 0$ olması halinde ise asimptotik kararlılaştırılması olmaktadır. Asimptotik kararlılık hedef alınması halinde referans yörüngeleri üzerinde bir takım kısıtların olması gerekmektedir. Bunlardan biri yörüngenin kabul edilebilir (aracın izleyebileceği, holonomik olmayan kısıtları sağlayan, gerçeklenebilir) olmasıdır. Ancak bu durumda dahi öyle referans yörüngeleri vardır ki hatanın asimptotik kararlılaştırılması mümkün değildir [18]. Bu problemin çözümü için izlenecek yol özel referans yörüngelerinin asimptotik kararlılaştırılmasının hedeflenmesi olmaktadır. Bir diğer yol ise asimptotik kararlılık hedefi gevşetilerek pratik kararlılık hedefinin benimsenmesi olabilir.

Kabul edilebilir referans yörüngelerini, sabit nokta referansları (tahrik edilmeyen yörüngeler, $\eta_d = 0$) ile sürekli tahrik edilen yörüngeler ($\eta_d \neq 0$) olmak üzere iki gruba ayırmak mümkündür. Holonomik olmayan kısıtlara sahip eksik tahrikli sistemlerin sabit nokta referansları için durum geribeslemesi ile asimptotik kararlılaştırılması [19]'a göre mümkün değildir. Dolayısıyla bu çalışma kapsamında kontrol problemi sürekli tahrik edilen kabul edilebilir referans yörüngelerinin asimptotik kararlılaştırılması olacaktır.

Bir referans yörüngesinin kabul edilebilir olması her $t$ anında araç kısıtlarını sağlaması anlamına gelmektedir. Bir başka deyişle aracın izleyebileceği bir yörünge olması demektir. Kabul edilebilir bir referans yörüngesinin iki önemli parametresi vardır. Bunlar istenen araç konfigürasyonu $q_d(t)$ ve istenen araç hızı $\eta_d(t)$ vektörleridir. Bu şekilde tanımlanan referans bir yörünge aracın denklem (4.12) ile verilen kinematik alt sistemini her $t$ anında sağlamalıdır. Bu durumda bahsedilen şartlara uygun herhangi bir referans yörüngesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{q}_d(t) = S\left(q_d(t)\right)\eta_d(t),\ v_d(t) > 0 \qquad \textbf{(5.3)}$$

Bir yörüngenin sürekli tahrik edilmesi aracın hiç bir zaman durmaması ve sürekli hareket halinde olması anlamına gelmektedir. Bu ise aracın sürekli ileriye doğru hareket ettiği varsayımı ile sağlanabilmektedir. Öyleyse $v_d > 0$ şartı bir yörüngenin sürekli tahrik edilen yörünge olması için yeterli koşuldur.

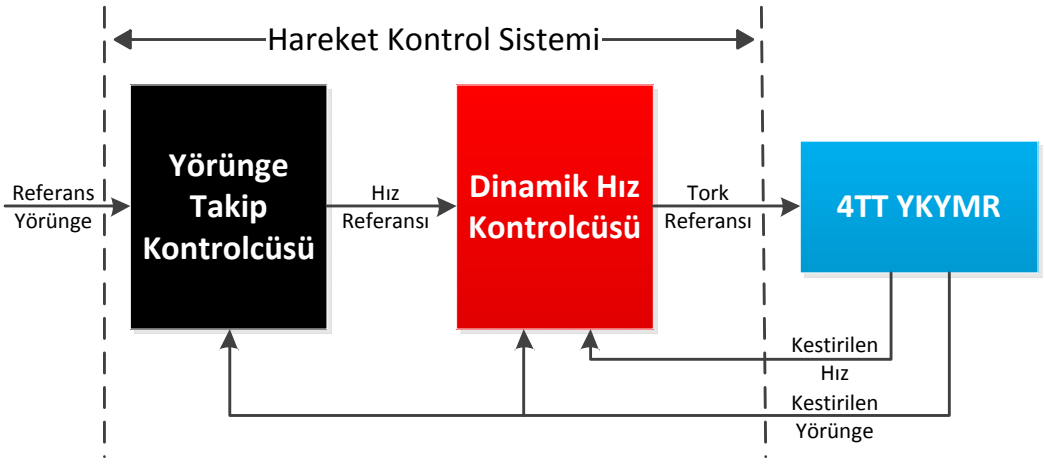
Bu durumda yörünge takip kontrol problemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Öyle bir kontrol girişi $\eta_c$ olsun ki denklem (5.2) sıfıra gitsin [3].

$$\eta_c(t) = f(e, \eta_d, K) \tag{5.4}$$

Yukarıdaki denklemde $e$, $\eta_d$, $K$ sırasıyla yörünge takip hatası, referans hız vektörü ve kontrolcü kazanç vektörüdür. Kinematik seviyede kontrol komutu veya yardımcı kontrol vektörü ise $\eta_c$ ile gösterilmektedir.

Literatürde mevcut birçok çalışmada sadece araç kinematiği ele alınmakta ve mobil robot tekerleklerinin hız referanslarını mükemmel bir şekilde takip ettiği (tekerleklerin kaymadan yuvarlandığı) varsayımı yapılmaktadır [14]. Ancak gerçekte tekerleklerin kayması sonucu idealliğin bozulması ve modelin kesin doğru olmaması gibi sorunlardan dolayı bu yaklaşım geçerliliğini kaybetmektedir. Bundan dolayı dinamik model tabanlı bir kontrol yapısı kullanılmasına ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışma kapsamında, yukarıda verilen kontrol probleminin çözümü için tasarlanan kontrol sistemleri kinematik seviye ve dinamik seviye olmak üzere temel olarak iki kısımdan oluşmaktadır. Dinamik seviyede aracın yerel eksen takımlarında tanımlı açısal ve çizgisel hızları kontrol edilmekte ve kinematik seviyede ise yörünge takip hatasını gideren hız referansını üreten yörünge kontrol sistemi bulunmaktadır. Mobil robotun hareket kontrol sistemine ait fonksiyonel blok diyagramı Şekil 5.1'de görülebilir.




**Şekil 5.1 :** Mobil robot hareket kontrol sistemi blok şeması.

Bu çalışma kapsamında tasarlanan kontrol sistemlerinde yörünge takip kontrol kısmında iki farklı yaklaşım ve dinamik model tabanlı kontrol kısmında ise yine iki adet farklı kontrol yöntemi kullanılmıştır. Kinematik seviyede, yörünge takip kontrol

kısmında kullanılan yöntemler geometrik yaklaşımlardır. Bundan dolayı şekil üzerinde anlatılması mümkün olmuştur. Bunlardan en önemlisi Vektör Alanı Yönlendirmesi (VFO) yöntemidir ve bunun üzerinde durulacaktır. Bu çalışmanın sonucu ortaya çıkan dayanıklı hareket kontrol sisteminde VFO kullanılacaktır. Dinamik model tabanlı kontrol kısmında ise ilk önce bir statik geribesleme doğrusallaştırması yöntemi olan Hesaplanmış Tork Yöntemi (CTM) tabanlı bir iç çevrim ve dış çevrimden oluşan bir kontrol sistemi tasarlanmıştır. Bu yöntemin parametre belirsizliklerine, bozuculara ve modellenmemiş sistem dinamiklerinden kaynaklanan etkilere karşı iyi sonuç vermediği simülasyon bölümünde gösterilmiştir. Dinamik seviyede ikinci tasarlanan kontrol sistemi ise bahsedilen etkilere karşı dayanıklı kontrol sağlayan, CTM üzerine inşa edilmiş Kayma Kipli Kontrol (SMC) tabanlı bir yaklaşımdan oluşmaktadır. Bahsedilen bu SMC kontrolcüsünde çatırdama etkilerine karşı signum fonksiyonu yerine saturasyon fonksiyonu kullanılması uygun görülmüştür.

Şimdi verilen bu şekildeki kontrol sistemi bloklarını en baştan başlayarak tek tek detaylarıyla anlatalım. Yörünge kontrolcüsü her $t$ anında aracın olması istenen pozu ile gerçekte olan pozu arasındaki hataya göre aracı hedef yörüngesine yönlendiren bir kontrol işareti ($\eta_c$) hesaplamaktadır. Bu kontrol işareti kinematik seviyede aracın yerel eksen takımında tanımlı araç boyuncaki çizgisel hızı ve kendi ekseni etrafındaki dönme açısal hızından oluşmaktadır. Dinamik kontrolcü ise yörünge kontrolcüsünden gelen hız referansını aracın takip etmesini sağlamakla görevlidir. Dinamik seviyede kontrol işareti araç tekerleklerine uygulanan torklardan oluşmaktadır. Dinamik kontrolcü önceden bahsedilen bir kontrol yasasına göre her $t$ anında bir tork referansı hesaplamakta ve araç eyleyicilerine (motorlara) göndermektedir. Burada anlatılanlar bu çalışma kapsamında ortaya çıkarılan kontrol sistemlerinin birbirleriyle olan bağlantılarını, görevlerini ve genel yapısını özetlemektedir.

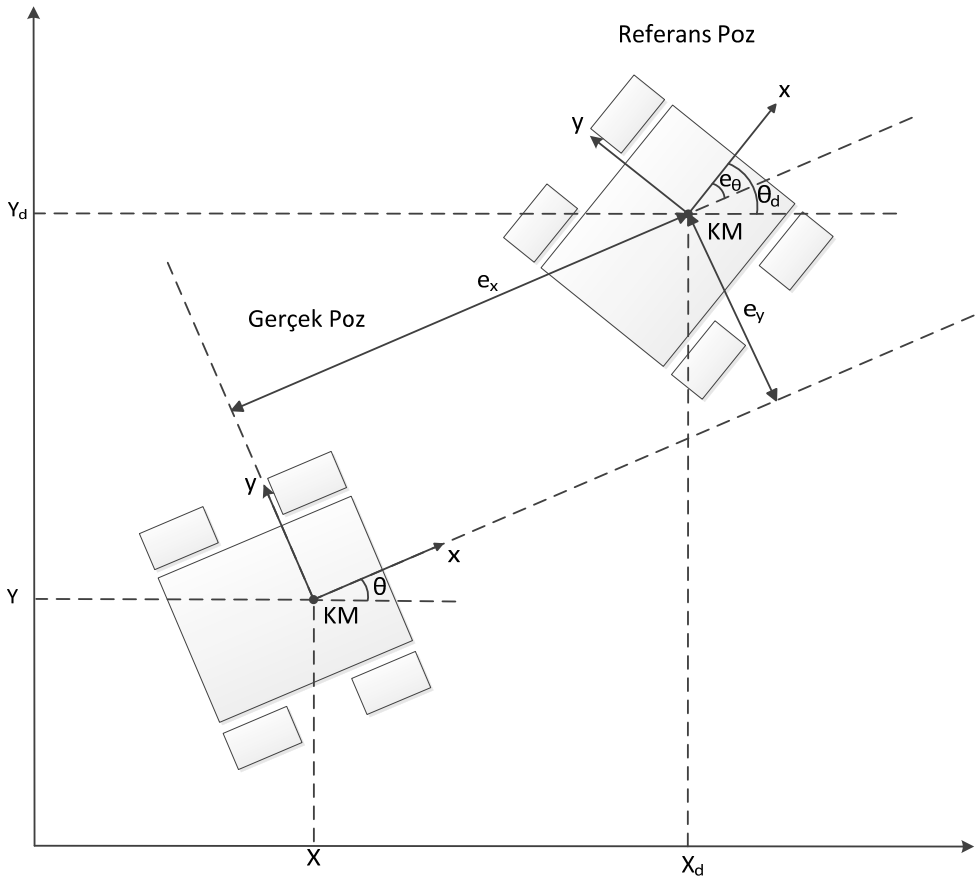
## 5.2 Yörünge Takibi

Yörünge takibi aracın istenen yörüngeyi izlemesini sağlamak anlamına gelmektedir. Bu çalışma kapsamında yörünge takibi gerçek aracın (asıl aracın anlık olarak bulunduğu konfigürasyon), referans yörüngeyi kusursuzca takip eden hayali bir aracı yakalamaya çalışması olarak düşünülmektedir. Buna uygun olarak DSMR'ler için

yörünge takibi kontrol probleminin çözüme ilişkin bir yaklaşım [3]'te verilmiştir. Burada gerçek aracı, hedef araca yönlendiren bir yardımcı hız kontrol vektörü hesaplanmaktadır. Şimdi bu yaklaşıma kısaca değinelim. Denklem (5.1)'de verilen yörünge takip hatası araç eksen takımında ifade edildiğinde yerel hata vektörü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$e' = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = R^T e = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d - X \\ Y_d - Y \\ \theta_d - \theta \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Yukarıdaki denklemde, $R$ araç eksen takımından genel eksen takımına dönüşüm matrisidir ve (4.2)'de verilmiştir. Şekil 5.2'de yerel hata vektörünün geometrik tanımları görülebilir.




**Şekil 5.2 :** Yerel yörünge takip hatası geometrik gösterimi.

Kinematik seviyede kontrol girişi aşağıdaki gibi hesaplanırsa (4.12) ile gösterilen sistem (5.3)'te verilen referans yörüngeyi takip eder [3].

$$\eta_c = \begin{bmatrix} v_{xd}\cos e_\theta + k_1 e_x \\ w_d + k_2 v_{xd} e_y + k_3 v_{xd} \sin e_\theta \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Yukarıda verilen hız kontrol vektörü elemanları düşünüldüğünde, gerçekten de görülecektir ki yörünge takip hatası sıfıra gittikçe kontrol girişleri de referans aracın hız bileşenlerine gitmektedir. Bu ifadeyi tersten söylemek te mümkündür. Yani bu kontrol girişi uygulandığında asıl araç daima referans araca doğru hareket edecektir. Bir diğer ifadeyle gerçek araç hayali aracı yakalamaya çalışacaktır.

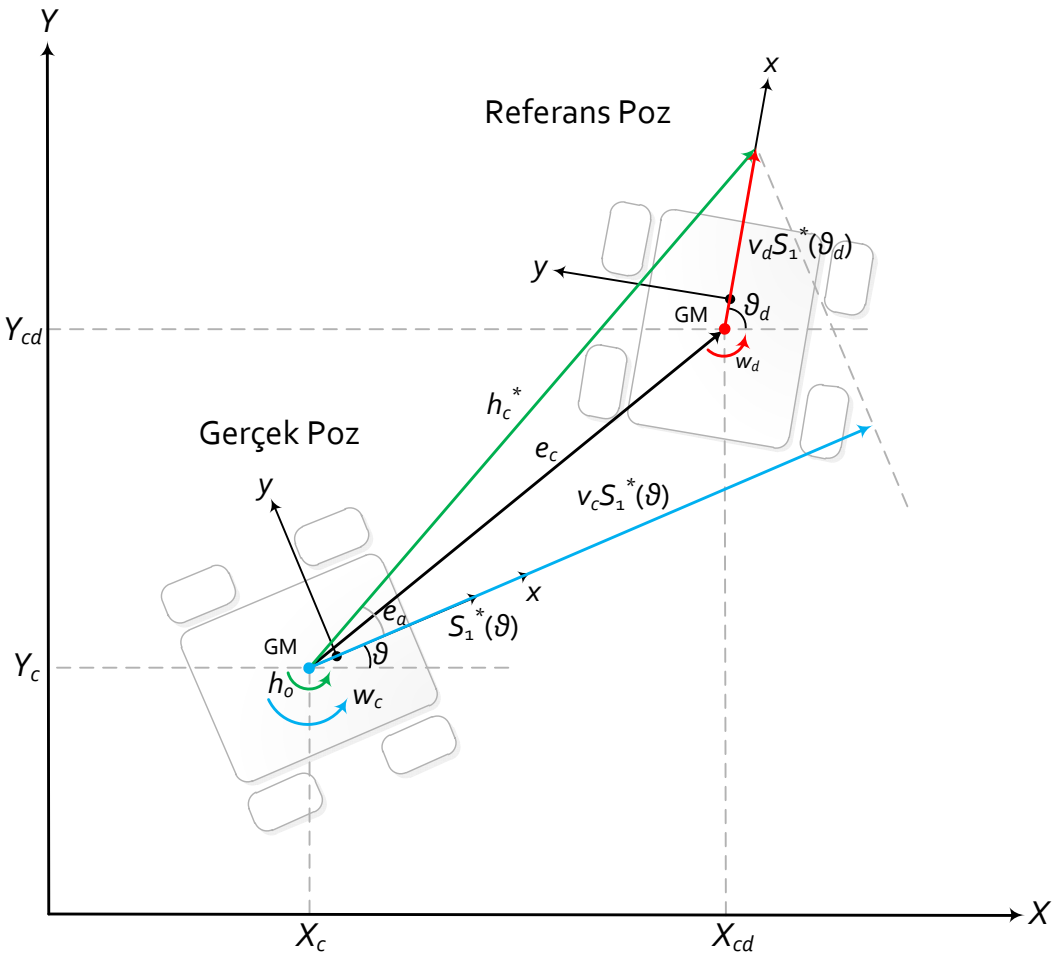
### 5.3 VFO ile Yörünge Takibi

Vektör alanı yönlendirmesi olarak Türkçe'ye tercüme edebileceğimiz VFO (Vector Field Orientation) yöntemi ilk defa 2005 yılında Polonyalı bilim adamları Michałek ve diğerleri tarafından Polonyaca dilinde yayınlanan yerel bir makale ile adını duyurdu [16]. VFO ayrıca Maciej Michałek'in 2006 yılında verdiği doktora çalışmasının temelini oluşturmaktadır. VFO yönteminin kökeni basit geometrik yaklaşımların araç matematik modeli ile birleştirilmesi esasına dayanmaktadır [8]. Daha önce bahsedilen aynı kinematiğe sahip hayali bir aracın takip edilmesi probleminin çözümünde kullanılmaya uygun bir yöntemdir. VFO sezgisel bir yöntem gibidir ve işlevi araçlar için düşünüldüğünde bir sürücünün aracını yol üzerinde tutmak için yaptığı manevralara benzemektedir. VFO geometrik bir yaklaşım olduğu için şekil üzerinden anlatmak kolaydır. Bu yöntem Şekil 5.3'te referans araç pozu ve gerçek araç pozu çizilerek resmedilmiştir.

YKYMR tipi araçlar diferansiyel sürüşlü araçlardır ve mekanik direksiyon sistemleri yoktur. Bu nedenle [8]'de verilen örneğe uygun bir matematik modeli vardır ve bu durum VFO uygulamasını kolaylaştırmıştır. VFO kontrol stratejisi temel olarak iki alt problemin çözümünden oluşmaktadır. Birinci problem, anlık olarak gerçek aracı daima hedef araca yönlendirecek konum yakınsaması vektörünün yönlendirme kontrolü yapılarak araç çizgisel hız vektörü ile eşleştirilmesi ve ikinci problem ise konum hatasını giderecek bir itme kontrolü uygulanmasıdır. Bu iki alt problemi çözerken araç yöneliminin referans araç yönelimine gitmesini sağlayacak uygun konum ve yönelim yakınsama vektörlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

VFO yöntemi ile kontrol amacına uygun olarak (4.12)'deki sistem aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir. Burada $S_1$ ve $S_2$ aracın çizgisel ve açısal hızlarının araç kinematiğine katkılarını ifade eden temel vektör alanlarıdır.

$$\dot{q} = S_1(\theta)v + S_2(\theta)w \qquad \textbf{(5.7)}$$




**Şekil 5.3 :** VFO ile yörünge takibi geometrik gösterimi.

Denklem (5.7)'de yer alan $S_1$ ve $S_2$ aşağıdaki gibi tanımlıdırlar.

$$S_1(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\\ 0\end{bmatrix},\ S_2(\theta)=\begin{bmatrix}x_{ADM}\sin\theta\\ -x_{ADM}\cos\theta\\ 1\end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Sistem (5.7)'nin (5.3) ile verilen referans yörüngeyi takip etmesi amaçlanmaktadır. (5.3) ifadesi de (5.7)'ye uygun bir şekilde yeniden yazılırsa,

$$\dot{q}_d = S_{1d}(\theta_d)v_d + S_{2d}(\theta_d)w_d \tag{5.9}$$

elde edilir. (5.1) ile verilen yörünge takip hatası aşağıdaki gibi yeniden tanımlansın.

$$e=\begin{bmatrix}e_X & e_Y & e_\theta\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}e_p^{\ T} & e_o\end{bmatrix}^T \tag{5.10}$$

Burada konum ve yönelim hata vektörleri,

$$e_p^{\ T}(t)\triangleq\begin{bmatrix}X_d(t)-X(t)\\ Y_d(t)-Y(t)\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^2,\ e_o(t)\triangleq\left[\theta_d(t)-\theta(t)\right]\in(-2\pi,2\pi) \tag{5.11}$$

şeklinde tanımlıdırlar. (5.3)'teki sistem iki basit alt sisteme bölünebilir. Birincisi 1B (bir boyutlu) ve doğrusaldır.

$$\dot{\theta} = w \tag{5.12}$$

Diğeri ise 2B (iki boyutlu) ve doğrusal değildir.

$$\dot{q}_p = S_1^*(\theta)v + S_2^*(\theta)w \tag{5.13}$$

Burada,

$$q_p = \begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}^T,\ S_1^*(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix},\ S_2^*(\theta) = \begin{bmatrix} x_{ADM}\sin\theta \\ -x_{ADM}\cos\theta \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

şeklinde tanımlıdırlar. VFO ile kontrol için yeni bir konum vektörü tanımlamamız gerekmektedir. ADM ekseni ile yerel *x* eksenlerinin kesişim noktası aracın geometrik merkezi olarak tanımlansın. Bu durumda araç merkezi konum vektörü ve buna ilişkin hata vektörü aşağıda verilmiştir.

$$q_c = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X + x_{ADM}\cos\theta \\ Y + x_{ADM}\sin\theta \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

(5.15)'in zaman göre türevi alınırsa,

$$\dot{q}_c = \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{Y}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X} - x_{ADM}\sin(\theta)\dot{\theta} \\ \dot{Y} + x_{ADM}\cos(\theta)\dot{\theta} \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

elde edilir. (5.13) yeniden düzenlendiğinde araç merkezinin çizgisel hızı aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\dot{q}_c = \dot{q}_p - S_2^*(\theta)w = S_1^*(\theta)v \tag{5.17}$$

Bu durumda araç merkezine göre yazılmış referans yörünge vektörü aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$q_{cd}(t) = \begin{bmatrix} X_{cd}(t) \\ Y_{cd}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d(t) + x_{ADM}\cos\theta_d \\ Y_d(t) + x_{ADM}\sin\theta_d \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Yeni konum hatası vektörü ise aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$e_c(t) \triangleq q_{cd}(t) - q_c(t) = \begin{bmatrix} X_{cd}(t) - X_c(t) \\ Y_{cd}(t) - Y_c(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \tag{5.19}$$

(5.17)'ye göre $\dot{q_c}$ ve $S_1^*$ vektörlerinin yönleri daima aynı doğrultudadır ve hız kontrol girişinin ($v$) işareti $\dot{q_c}$ vektörünün yönünü tayin etmektedir.

$$yön\{\dot{q}_c\} \equiv yön\{S_1^*(\theta)\} \quad \textbf{(5.20)}$$

$S_1^*$ vektörü $\theta$'nın bir fonksiyonudur. Bu nedenle araç merkezi çizgisel hız vektörünün yönü de kesin olarak araç yönelimine bağlıdır. Kontrol girişi $w$ vasıtasıyla $S_1^*$ vektörünün yönünü istenen şekilde değiştirmek mümkündür. VFO yönteminde oynadığı rolden dolayı $\theta$, *yönelten değişken* ve $w$ girişi de *yönelten kontrol* olarak adlandırılmaktadır.

(5.17)'deki $\dot{q_c}$ her zaman için $v$ ile orantılıdır. Bu nedenle söyleyebiliriz ki kontrol girişi $v$ alt sistem (5.17)'yi iter. Bunun sonucu olarak $v$ girişi *iten kontrol* ve $q_c$ ise *itilen durum* olarak adlandırılmaktadır. VFO yörünge kontrol sistemi, yöneltme ve itme olmak üzere iki geometrik alt süreçten oluşmaktadır.

Şimdi bir adım daha ileriye gidelim ve *yakınsama vektör alanı* tanımını yapalım.

$$h_c(q_{cd}, q_c, .) = \begin{bmatrix} h_c^*(q_{cd}, q_c, .) \\ h_o(q_{cd}, q_c, .) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad \textbf{(5.21)}$$

$$h_c^*(q_{cd}, q_c, .) = \begin{bmatrix} h_{c1}(q_{cd}, q_c, .) \\ h_{c2}(q_{cd}, q_c, .) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad \textbf{(5.22)}$$

$$h_o(q_{cd}, q_c, .) = h_{c3}(q_{cd}, q_c, .) \in \mathbb{R} \quad \textbf{(5.23)}$$

Yakınsama vektör alanı $h_c$, $h_c^*$ konum ve $h_o$ yönelim yakınsama vektör alanı olmak üzere iki kısımdan oluşur. Anlık olarak konum yakınsama vektörü $h_c^*$, (5.17)'deki sistemin $q_c$ durum vektörünün yakınsama yönünü ve yönelim yakınsama vektörü $h_o$ ise sistemin $\theta$ durumunun yakınsama yönünü belirler. Sistemin referans bir yörüngeyi takip etmesi için (5.17)'yi anlık olarak $h_c$ yakınsama vektörü boyuncu sürmek yeterlidir [8].

VFO kontrol stratejisi, araç konum yörüngesinin referans konum yörüngesine yakınsaması ve araç yönelimi yörüngesinin referans yönelim yörüngesine yakınsaması olmak üzere iki alt probleme ayrılır. Bu alt problemler ayrıca yöneltme ve itme süreçleri olarak ta adlandırılırlar.

$$q_c \to q_{cd} \text{ ve } \theta \to \theta_d \quad \textbf{(5.24)}$$

VFO kontrol sistemi bu iki alt problemi çözen iki alt sistemden oluşmaktadır. Kontrol girişi $w$ ile değiştirilen yönelim değişkeni $\theta$ yardımıyla $S_1^*$ vektörü ile $h_c^*$ konum yakınsama vektörünün yönleri eşleştirilir. $S_1^*$ ile $h_c^*$'ın yönleri eşleştiğinde sistem (5.17) hız kontrol girişi $v$ ile istenen yörüngeye doğru itilir. Birinci yakınsama problemi bu şekilde çözülmüş olur. Eğer yakınsama vektör alanı $h_c$ uygun bir şekilde seçilirse, gerçek araç referans aracı yakaladığında $\dot{q}_{cd}$ ve $h_c^*$ yönleri eşleşmiş olur dolayısıyla $S_1^*$ ile $S_{1d}^*$ yönleri de eşleşmiş olur. Böylece yönelim yakınsama problemi de çözülmüş olur.

VFO ile yörünge kontrol stratejisini özetleyecek olursak, $w$ girişi $S_1^*$ ile $h_c^*$ arasındaki yön eşleşmesinden ve $v$ girişi ise alt durum $q_c$'nin $S_1^*$ yönü boyunca sürülmesinden sorumludur. VFO kontrol stratejisi matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$w\text{: } S_1^*\left(\theta(t)\right)k(t) \xrightarrow{t\to\infty} h_c^*\left(q_{cd}(t), q_c(t), .\right) \quad \textbf{(5.25)}$$

$$v\text{: } \left\|\dot{q}_c(t)\right\| \propto \left\|h_c^*(t)\right\| \cos\left(\alpha(t)\right) \quad \textbf{(5.26)}$$

$$h_c(q_{cd}, q_c, .)\text{: } \theta(t) \to \theta_d(t) \quad \textbf{(5.27)}$$

Burada $k(t)$ sıfırdan farklı bir fonksiyon, $\propto$ orantılılık operatörü ve $\alpha(t)$ ise $h_c^*$ ile $S_1^*$ vektörleri arasındaki anlık açıdır.

(5.25) kontrol girişi $w$ vasıtasıyla sağlanması gereken $h_c^*$ ile $S_1^*$ arasındaki doğrusallık ihtiyacını vurgulamaktadır. (5.26) ise sezgisel dikkatli sürüş stratejisinin bir sonucudur. Dikkatli sürüş, $h_c^*$'ın $S_1^*$ üzerine izdüşümüne orantılı olarak sisteme itme kontrol girişi uygulamak anlamına gelmektedir. (5.27) ise yönelim değişkeni $\theta$'nın yakınsaması ihtiyacına vurgu yapmaktadır.

Yönelim yakınsama kontrolü amaçlı yardımcı bir açı, $h_c^*$ vektörünün açısı ($Z$-ekseni etrafında $X$-eksenine göre) olarak tanımlansın ve $\theta_a$ olarak adlandırılsın. Bu durumda yardımcı açı hatası aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$e_a = \theta_a - \theta \quad \textbf{(5.28)}$$

Şimdiye kadar anlatılan VFO yörünge kontrol stratejisinin koşullarını, sistem (5.17) ve dolayısıyla sistem (5.13) için sağlayan konum ve yönelim yakınsama vektör alanları ve bu yakınsama vektörlerine göre kontrol girişleri ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$w \triangleq h_o \tag{5.29}$$

$$v \triangleq \left\| h_c^* \right\| \cos\alpha \tag{5.30}$$

$$h_o = k_o e_a + \dot{\theta}_a \tag{5.31}$$

$$h_c^* = k_c e_c + \dot{q}_{cd} \tag{5.32}$$

Burada $k_c$ ve $k_o$ sıfırdan büyük pozitif gerçek değer alan kontrolcü katsayılarıdır. İki vektörün skaler çarpımından yararlanarak cos($\alpha$) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\cos\alpha = \frac{S_1^{*T}(\theta) h_c^*}{\left\| S_1^*(\theta) \right\| \left\| h_c^* \right\|} \tag{5.33}$$

Ayrıca $S_1^*$ vektörünün genliği (5.14)'teki tanımına göre birdir.

$$\left\| S_1^*(\theta) \right\| = \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1 \tag{5.34}$$

(5.33) ve (5.34), (5.30)'da yerine konursa $v$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v = S_1^{*T}(\theta) h_c^* = h_{c1}\cos\theta + h_{c2}\sin\theta \tag{5.35}$$

(5.32)'yi açacak olursak $h_{c1}$ ve $h_{c2}$'nin açık ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$h_c^* = \begin{bmatrix} h_{c1} \\ h_{c2} \end{bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} X_{cd} - X_c \\ Y_{cd} - Y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{X}_{cd} \\ \dot{Y}_{cd} \end{bmatrix} \tag{5.36}$$

Buna göre yardımcı açı $\theta_a$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\theta_a = \text{atan2}(h_{c2}, h_{c1}) \text{ veya } \theta_a = \angle R^T h_c^* + \angle S_1^* = e_a + \theta \tag{5.37}$$

Uygulamada basitlik getirmesi bakımından yardımcı açı ve yardımcı açı hatası yukarıda verilen ikinci yaklaşımla hesaplanması daha uygundur.

(5.37)'nin zamana göre türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\dot{\theta}_a = \frac{\dot{h}_{c2} h_{c1} - h_{c2} \dot{h}_{c1}}{h_{c1}^2 + h_{c2}^2} \tag{5.38}$$

Bu durumda (5.31)'in, (5.37) ve (5.38) kullanılarak elde edilen açık ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$h_o = k_o \left[ \text{atan2}(h_{c2}, h_{c1}) - \theta \right] + \frac{\dot{h}_{c2} h_{c1} - h_{c2} \dot{h}_{c1}}{h_{c1}^2 + h_{c2}^2} \tag{5.39}$$

Görüldüğü gibi yönlendiren kontrol sadece tek bir parametre ile ayarlanmaktadır. Ayrıca (5.31) ve (5.37) düşünüldüğünde bu yönelten kontrol PD+ bir kontrol çevrimine benzemektedir. Ancak türev elemanı sabit ve birdir. Kontrol performansını daha çok parametreyle ayarlayarak aracın daha düzgün bir yol izlemesini sağlayabilmek için aşağıdaki gibi bir PID+ kontrol stratejisi kullanılabilir.

$$h_o = k_1 e_a + k_2 \dot{e}_a + k_3 \int e_a dt + \dot{\theta} \tag{5.40}$$

Bu kontrol stratejisi sayesinde aracın daha düzgün ve yumuşak bir yol izelemesi mümkün olacaktır. Böylece VFO yörünge kontrol sisteminin matematik modelini elde etmiş olduk.

### 5.4 Hesaplanmış Tork Yöntemi ile Hız Kontrolü

Kinematik yörünge kontrolcüsünün çıkışı hız referansıdır ve bu çıkış dinamik kontrolcünün girişi olmaktadır. Dinamik seviyedeki kontrol sisteminin görevi mobil robotun verilen bu hız referansını takip etmesini sağlamaktır. Literatürde mevcut birçok kontrol sisteminde mobil robotun hız referansını mükemmel bir şekilde takip ettiği varsayımı yapılmaktadır ve robot dinamiği ihmal edilmektedir. Bu eksiklik [3]'te önerilen bir kontrol sistemi çerçevesiyle giderilmiştir. Bu sayede tekerleklere hız komutları yollamak yerine kütle, eylemsizlik, sürtünme gibi dinamik etkileri de göz önünde bulunduran tork referansları vermek mümkün olmuştur. Bahsedilen bu çerçeve sayesinde parametre ve model bağımlı CTM'den dayanıklı SMC'ye kadar çeşitli kontrol yöntemleri uygulanabilmektedir. Bu çalışmada önce CTM kullanılarak oluşturulan dinamik model tabanlı bir kontrol sistemi verilecek ve sonra bu yapı SMC tekniği kullanılarak dayanıklı bir kontrol sistemine dönüştürülecektir. Böylece dayanıklı hareket kontrol sistemi elde edilmiş olacaktır.

Kinematik modeli (4.12) ve dinamik modeli (4.35) ile verilen mobil robot sistemine aşağıdaki gibi doğrusal olmayan bir geribesleme uygulansın.

$$\dot{\eta} = \overline{M}^{-1} \left[ \overline{B}\tau - \overline{C}\eta - \overline{R} - \overline{\tau_d} \right] \tag{5.41}$$

$$u = \overline{M}^{-1} \left[ \overline{B}\tau - \overline{C}\eta - \overline{R} \right] \tag{5.42}$$

Bu durumda dinamik kontrol problemi aşağıdaki kinematik kontrol problemine dönüşür.

$$\dot{q} = S(q)\eta$$
$$\dot{\eta} = u \tag{5.43}$$

Buradaki kontrol girişi fiziksel anlamı düşünüldüğünde ivme kontrol girişi olmaktadır. Bu durumda hız hatası aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$e_\eta \triangleq (\eta_d - \eta) \in \mathbb{R}^2 \tag{5.44}$$

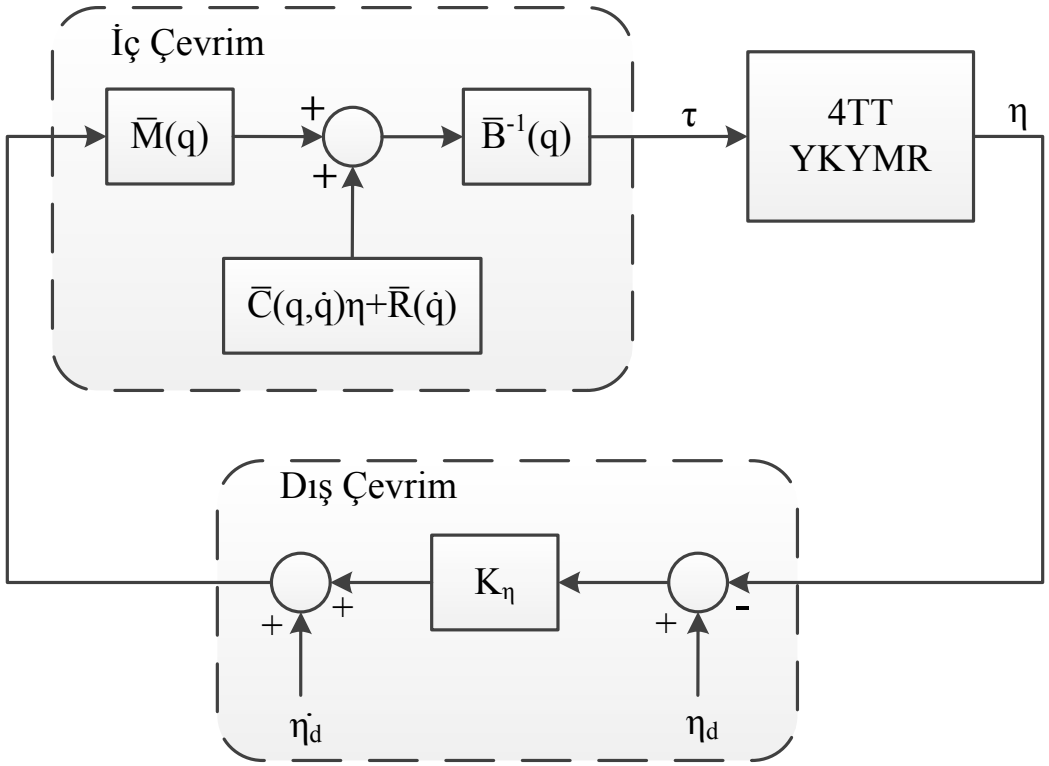
Sistem (5.43)'ü asimptotik kararlılaştıran doğrusal olmayan geribesleme kontrol yasası aşağıda verilmiştir.

$$u = \dot{\eta}_d + K_\eta e_\eta \tag{5.45}$$

CTM kontrol sisteminde (5.45) ayrıca dış çevrim olarak adlandırılmaktadır. Burada kontrol kazancı $K_\eta \in \mathbb{R}^{2x2}$ köşegen kesin pozitif bir matristir. Her $t$ anında araç tekerleklerine uygulanması gereken hesaplanmış tork ise aşağıda verilmiştir.

$$\tau = \overline{B}^{-1}\left[\overline{M}u + \overline{C}\eta + \overline{R}\right] \tag{5.46}$$

(5.46) ise CTM kontrol sisteminde iç çevrim olarak adlandırılmaktadır ve esas olarak bir geribesleme doğrusallaştırmasıdır. Hesaplanmış tork metodu ile hız kontrol sisteminin fonksiyonel blok şeması Şekil 5.4'te görülebilir.




**Şekil 5.4 :** Hesaplanmış tork yöntemi ile hız kontrol sistemi blok şeması.

CTM tabanlı hız kontrol sistemi, mobil robot dinamik modelinin kesin olarak bilindiği durumda mükemmel kontrol sağlamaktadır fakat sistem üzerindeki parametre belirsizliklerine, sisteme dışarıdan etkiyen bozuculara ve modellenmemiş sistem dinamiklerinden kaynaklanan etkilere karşı başarısız sonuç vermektedir. Bahsedilen bu dezavantajlı yönlerinden dolayı pratikte tercih edilmemesi gereken bir yöntemdir. Ancak simülasyon sonuçlarına göre %20 civarı parametre düzensizliklerinde bile kapalı çevrim sistem kararlılığını koruyabildiği tespit edilmiştir.

### 5.5 Kayma Kipli Kontrol Yöntemi ile Dayanıklı Hız Kontrolü

Bu alt bölümde daha önceden verilen CTM tabanlı hız kontrol sisteminde tanımlı kontrol yasasına dayanıklı bir kontrol terimi ilave edilerek oluşturulan, modellenmiş ve modellenmemiş sistem dinamiklerine ve dışarıdan etki eden bozuculara karşı dayanıklı kontrol sağlayan SMC tabanlı bir hız kontrol sistemi anlatılacaktır.

Dayanıklı kontrol, kontrol kuramının modelleme hataları ve belirsizlikleriyle ilgilenen dalıdır. Bir sistemde söz konusu modelleme belirsizlikleri, modellenmiş parametre belirsizlikleri ve modellenmemiş parametre belirsizlikleri olmak üzere iki gruba ayrılır. Modellenmemiş belirsizlikler genel olarak modeli basitleştirmek için ihmal edilmiş ve/veya gözden kaçırılmış sistem dinamiklerinden kaynaklanmaktadır. Modelleme hataları sistemin matematik modelindeki bir parametrenin yanlış belirlenmesi, gerçeğinden farklı olması veya sistemin modelinin kesin doğru olmaması olarak tanımlanabilir. Dayanıklı kontrol sistemi tasarımında modelleme hatalarının, belirsizliklerin ve bozucuların etkisinin sınırlı olması gerekmektedir.

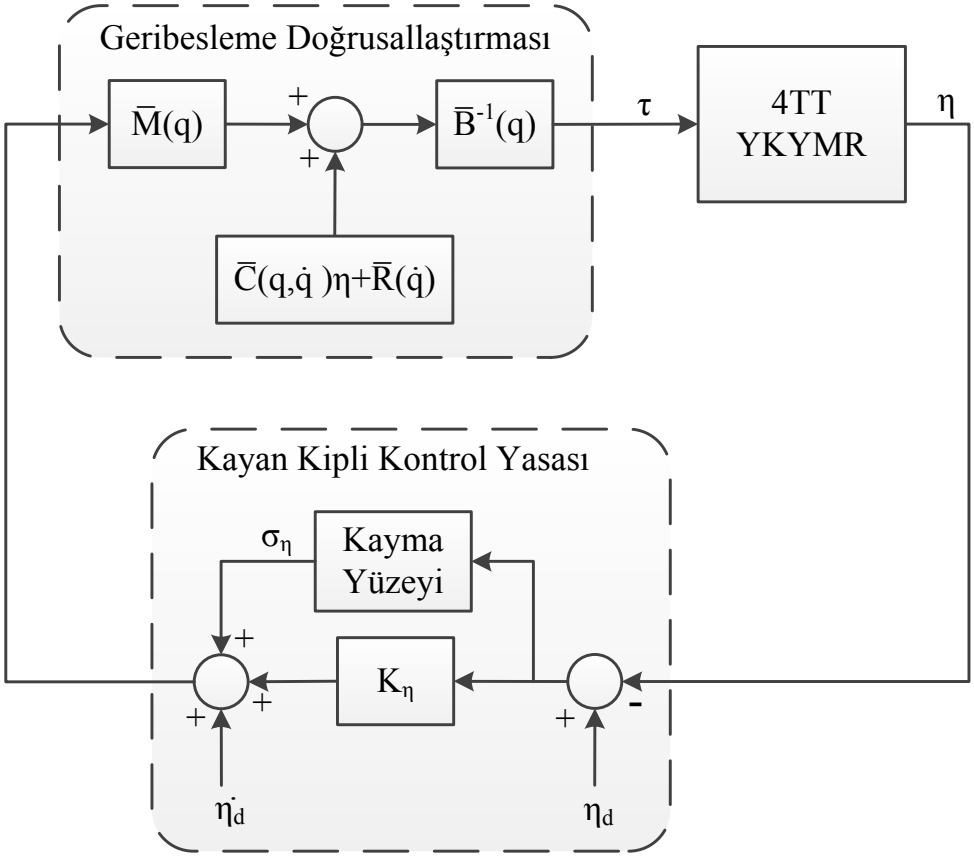
Kayma kipli kontrol metodu dayanıklı kontrol kuramında önemli bir yere sahiptir ve mobil robotun hareket kontrolünde kullanılmaya elverişli bir yapısı vardır. Mobil robot modelindeki bilinmeyenler, tekerlekler ile yer arasındaki etkileşim kuvvetlerinin kesin olarak hesaplanamaması [10] (yerin dinamik özelliklerinin bilinmemesinden dolayı), örneğin aracın buzlu zeminde, toprak zeminde veya asfalt zeminde olması gibi durumların bilinmemesi ve dışarıdan sisteme etki eden bozucuların varlığından dolayı dayanıklı bir kontrol metodu olan SMC mobil robot kontrolünde çok önemli bir yere sahip olmaktadır. Bu yöntem ile birlikte bahsedilen tüm bu etkileri bastıracak dayanıklı bir hareket kontrol sistemi oluşturulması mümkün olacaktır.

Mobil robot dinamik modeli çıkarılırken bir çok varsayım yapılmakta ve model basitleştirilmektedir. Bunun sonucu olarak hem modellenmiş sistem dinamiklerinin değişimleri hem de modellenmemiş sistem dinamiklerinin etkileri kontrol sisteminin başarısını doğrudan etkilemektedir. SMC işte bu etkileri gidermekte ve sistemi istenen yörüngeyi takip etmeye zorlamaktadır. SMC yöntemi sisteme dışarıdan etki eden bozucuları da bastırmaktadır. Ayrıca SMC kontrol sisteminin diğer avantajları hızlı sistem yanıtı ve iyi geçici hal yanıtı olarak sıralanabilir [13]. İdeal durumda sonsuz frekansta anahtarlama gerektirmesi ancak gerçek sistemdeki kısıtlar nedeniyle (mikroişlemci, haberleşme sistemleri, tümleşik devre, transistor gibi elektronik elemanların gecikmeli çalışması ve maksimum çalışma frekanslarının sınırlı olması vb.) örnekleme frekansının sonlu bir değerde olması, yüksek hızda anahtarlamanın sistemdeki yüksek frekans dinamiklerini tetikleyebilmesi ve sonuç olarak sistem çıkışında istenmeyen çatırtılara neden olması SMC kontrol sisteminin belli başlı dezavantajları olarak sıralanabilir [20]. Ayrıca mobil robot sistemi için düşündüğümüzde motor sürücülerine gönderilen tork referanslarının süreksiz bir kontrol yasasıyla yüksek frekansta değiştirilmesi başta motor ve dişli mekanizmaları olmak üzere tahrik elemanlarının aşırı zorlanmasına ve dolayısıyla enerji kayıplarına neden olacaktır.

Tipik bir dayanıklı kontrol sistemi geribesleme doğrusallaştırmasına benzer bir kontrol yasasıyla oluşan modelin kesin doğru kabul edildiği nominal bir kısım ve buna ek olarak modelleme belirsizlikleri ve bozucalarla mücadele eden bir dayanıklı kontrol teriminden oluşmaktadır [20]. Bu çalışmada tasarlanan dayanıklı hız kontrol sistemi de buna benzer bir yapıdadır. (5.45)'te verilen hesaplanmış tork girişiyle sistem (5.40) doğrusallaştırılmış ve basit bir kinematik kontrol sistemi (5.42) elde edilmiştir. Bu sistemin hız yörünge takip hatası (5.44)'te verilen kontrol yasasıyla ideal durumda orijinde asimptotik kararlılaştırılmıştır. Şimdi ise (5.44)'te verilen kontrol yasası üzerine  kayma kip terimi ilave ederek dayanıklı bir kontrol sistemi elde edilecektir. Ancak daha önce SMC ile ilgili bir takım teorik bilgiler vermek uygun olacaktır.

Kayma kipli kontrol yüksek frekansta anahtarlama yapan geribeslemeli bir kontrol yöntemidir. Kontrol sinyali sistem durumlarının anlık değerlerine göre iki değer arasında değişerek sistemi istenen yörüngeye sürmeye çalışmaktadır. Teorik olarak bu anahtarlama sonsuz frekansta yapılması halinde sistem durumları bellir bir süre

sonra istenen yörüngeye ulaşmakta ve bu andan itibaren bir yüzey boyunca kaymaktadırlar. Bu yüzeye kayma yüzeyi adı verilir. Kayma yüzeyi sistem durumlarını istenen yörüngeye götürecek uygun bir biçimde seçilmelidir. Kayma kipli kontrol terimi sistem durumlarının kayma yüzeyinin altında olması halinde, sistem durumlarını kayma yüzeyine doğru götürecek bir değer almakta ve sistem durumları kayma yüzeyinin üstünde olması halinde ise sistem durumlarını kayma yüzeyine götürecek başka bir değer almaktadır. Sistem durumları kayma yüzeyine ulaştıktan sonra bu yüzey boyunca kaymaktadırlar. İşte bu kayma yüzeyi öyle bir seçilmelidir ki sistem durumları kayan moda girdiğinde yörünge takip hatası sıfır olmalıdır. Bu çalışmada kayma yüzeyi [21]'de anlatılan Lyapunov temelli bir yaklaşıma göre belirlenmiştir.




**Şekil 5.5 :** Kayma kipli kontrol yöntemi ile hız kontrol sistemi blok şeması.

Kayma kipli kontrol sistemi blok şeması Şekil 5.5'te görülebilir. Burada hesaplanmış tork yönteminden farklı olarak kontrol yasasına bir dayanıklı kontrol terimi ilave edilmiştir. Bu kontrol terimi aynı zamanda kayan kip kontrol terimi olarak adlandırılmaktadır. Geribesleme doğrusallaştırması kısmında bir önceki kontrol sisteminde olduğu gibi yine hesaplanmış tork yöntemi kullanılmıştır.

Sistemdeki belirsizliklerin dinamik model üzerindeki etkisi $n(q,\eta,\dot{\eta}) \in \mathbb{R}^2$ ile temsil edilsin.

$$n(q,\eta,\dot{\eta}) \triangleq \begin{bmatrix} n_1(q,\eta,\dot{\eta}) \\ n_2(q,\eta,\dot{\eta}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \tag{5.47}$$

Bu durumda nominal sistem daha gerçekçi bir şekilde aşağıdaki gibi yeniden ifade edilebilir.

$$\dot{\eta} = u - n(q,\eta,\dot{\eta}) \tag{5.48}$$

Aşağıdaki denklemde sistem (5.48)'e uygulanacak kayma kipli kontrol yasası verilmiştir.

$$u = \dot{\eta}_d + K_\eta e_\eta + \sigma_\eta \tag{5.49}$$

Burada $\sigma_\eta \in \mathbb{R}^2$ kayma kipli kontrol terimidir. Bu durumda hata dinamiği aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{e}_\eta = -K_\eta e_\eta + (n - \sigma_\eta) \tag{5.50}$$

Hız takip hatası aşağıdaki gibi yeniden tanımlansın.

$$e_\eta \triangleq \begin{bmatrix} e_v & e_w \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 \tag{5.51}$$

Sistem (5.50) için Lyapunov aday fonksiyonu aşağıdaki gibi olsun.

$$V = \frac{1}{2}\left(e_v^{\,2} + e_w^{\,2}\right) \tag{5.52}$$

$V$ sadece $e_\eta = 0$ iken sıfırdır ve tüm $e_\eta \in \mathbb{R}^2$ için $V \geq 0$ kesin pozitiftir. Bu Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\dot{V} = e_v \dot{e}_v + e_w \dot{e}_w \tag{5.53}$$

Bu denklemi düzenleyip bilinenleri yerine koyarsak aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} e_v & e_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_v \\ \dot{e}_w \end{bmatrix} \tag{5.54}$$

$$\dot{V} = e_\eta^{\,T} \left[ -K_\eta e_\eta + (n - \sigma_\eta) \right] \tag{5.55}$$

(5.55) genişletilirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\dot{V} = -e_\eta{}^T K_\eta e_\eta + e_\eta{}^T \left[ n - \sigma_\eta \right] \tag{5.56}$$

Yukarıdaki denklemin sağ tarafındaki ilk bileşen quadratik formda ve kesin negatif olduğu açıktır. Ayrıca ancak ve ancak hata sıfır iken değeri sıfır olmaktadır. İkinci bileşenin de kesin negatif olması halinde tüm Lyapunov kararlılık kriterleri sağlanmış olacaktır. Bunun için kayma yüzeyi ve kayan mod kontrol terimi [21]'de verilen teoriye uygun olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

Kayan mod kontrol terimi en genel haliyle aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\sigma_\eta = \rho_\eta \operatorname{sgn}\left(s_\eta\right) \triangleq \begin{bmatrix} \sigma_v \\ \sigma_w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \tag{5.57}$$

Burada $\rho_\eta \in \mathbb{R}^{2x2}$ köşegen kesin pozitif kayan mod kazanç matrisidir.

$$\rho_\eta \triangleq \begin{bmatrix} \rho_v & 0 \\ 0 & \rho_w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} \tag{5.58}$$

Kayma yüzeyi ise Lyapunov fonksiyonu kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$s_\eta = B^T \nabla V \triangleq \begin{bmatrix} s_v \\ s_w \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \tag{5.59}$$

Burada $B \in \mathbb{R}^{2x2}$ sistem (5.50) için birim matris olmaktadır.

$$\nabla V \triangleq \frac{\partial V}{\partial e_\eta} \tag{5.60}$$

Sonuç olarak kayma yüzeyi basit bir hal almakta ve hız hatası olarak karşımıza çıkmaktadır.

$$s_\eta = \begin{bmatrix} e_v \\ e_w \end{bmatrix} \tag{5.61}$$

Kayan mod terimlerinin açık ifadeleri ayrı ayrı aşağıdaki denklemlerdeki gibi yazılabilir.

$$\sigma_v = \rho_v \operatorname{sgn}\left(s_v\right), \ \sigma_w = \rho_w \operatorname{sgn}\left(s_w\right) \tag{5.62}$$

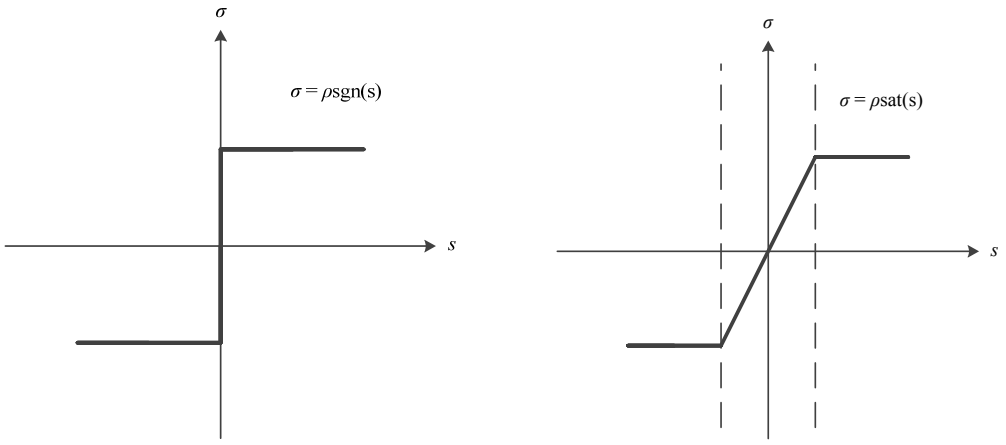
Buarada kayan mod kontrol kazançları $\rho_v$ ve $\rho_w$ belirsizliklerin etkisini bastıracak kadar yeterince büyük seçilmelidir. Öyle ki

$$\rho_v \geq \|n_1\|, \ \rho_w \geq \|n_2\| \tag{5.63}$$

sağlansın. $\dot{V} = 0$ değerini ancak ve ancak $e_\eta = 0$ iken almaktadır. Denklemler (5.61), (5.62) ve (5.63) ile birlikte doğrusal $e_v$ ve açısal $e_w$ hatalarının sıfırdan küçük ve büyük olma durumlarının tüm kombinasyonları değerlendirildiğinde $\dot{V} \leq 0$ ifadesinin kesin negatif olduğu açıkça görülmektedir. Bu durumda Lyapunov kararlılığı ikinci teorem koşulları sağlanmış olmaktadır ve kayma kipi vardır denir. Sistem (5.50)'nin sıfır merkezinde asimptotik kararlılığı garanti edilmiş olur.

Kayan kip kontrol teriminin ve dolayısıyla genel kontrol yasasının kayma yüzeyi üzerinde süreksiz olduğu (5.62)'den açıkça anlaşılmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi gerçek sistemin idealliği bozan bir takım özelliklerinden ötürü kontrol sistemi kayma yüzeyi civarında çatırdama yapmaktadır. Bu çatırtıların olması istenmeyen bir durumdur ve kayma kipli kontrol yönteminin en önemli dezavantajını teşkil etmektedir. Bu çatırtıları azaltmak kayan kip kontrol sinyalini kayma yüzeyi civarında sınırlı parçalı doğrusal bir yaklaşımla sürekli hale getirmekle mümkün olmaktadır [21]. Burada bahsedilen kontrol işaretine süreksiz olduğu bölgede sürekli doğrusal yaklaşım (5.57) ve (5.62)'deki signum fonksiyonlarının saturasyon fonksiyonları ile değiştirilmesi ile yapılabilir.

$$\sigma_\eta = \rho_\eta \,\mathrm{sat}\left(s_\eta\right)\begin{cases}\sigma_v = \rho_v \,\mathrm{sat}\left(s_v\right)\\ \sigma_w = \rho_w \,\mathrm{sat}\left(s_w\right)\end{cases} \qquad \textbf{(5.64)}$$




**(a)** **(b)**

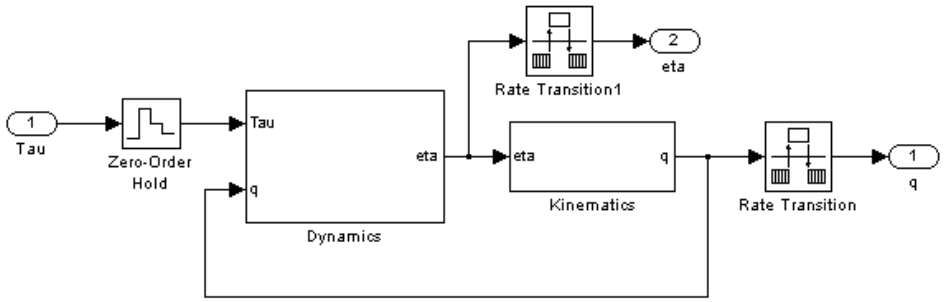
**Şekil 5.6 :** Kayan mod kontrol sinyalinin (a) süreksiz işaret fonksiyonu ile (b) sürekli doyma fonksiyonu ile gerçeklenmesi.

Şekil 5.6'da verilen doyma fonksiyonu ile kayan mod kontrol teriminin gerçeklenmesi halinde meydana gelen çatırtıların işaret fonksiyonu kullanıldığında ki duruma göre azalacağı simülasyon sonuçlarında görülecektir.

Bu bölümde, dördüncü bölümde matematik modelini elde ettiğimiz 4TT YKYMR tipi mobil robotun yörünge kontrolünü ele almış olduk. Önerilen kontrol sistemi iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşama mobil robotun kinematik alt sistemini kontrol eden, gerçek aracı referans araca yönlendiren ve hız referanslarını üreten kinematik kontrolcü, ikinci aşama ise verilen bu hız referanslarını aracın takip etmesini sağlamakla görevli olan dinamik kontrolcüden oluşmaktadır. Her iki seviyede de ikişer kontrol metodu gösterilmiştir. Genel hareket kontrol sistemi bu metodların ikili kombinasyonlarından oluşturularak elde edilebilir. Bu çalışma kapsamında esas geliştirilen hareket kontrol sistemi ise kinematik seviyede VFO tabanlı yörünge kontrol alt sistemi ve dinamik seviyede ise SMC tabanlı bir hız kontrol alt sisteminden oluşmaktadır. Ayrıca VFO yöntemi yönelten kontrol stratejisinde çok parametreli PID+ yöntemi kullanılmıştır. Bu sayede tek bir oransal parametre yerine birden fazla parametre ile kontrolcü performansını ayarlamak mümkün olacaktır.

# 6. SİMÜLASYON

Bu bölümde tasarlanan hareket kontrol sistemlerinin, geliştirilen mobil robot modelleri üzerinde uygulaması yapılmıştır. İlk önce dördüncü bölümde elde edilen matematik model ile MATLAB/Simulink program paketi kullanılarak mobil robotun simülasyon modeli oluşturulmuştur. Daha sonra mobil robotun BDT modelinden MD ADAMS yazılım paketinin View, Tire ve Road modülleri kullanılarak 3B gerçekçi bir dinamik simülasyon modeli oluşturulmuştur. Bu modeller üzerinde beşinci bölümde verilen kontrol sistemleri uygulanmış ve simülasyon sonuçları elde edilmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları karşılaştırmalı analiz edilerek kontrol sistemlerinin performansları yorumlanmıştır. Şekil 6.1'de mobil robotun matematik modeli kullanılarak oluşturulan Simulink modeli blok diyagramı verilmiştir.




**Şekil 6.1 :** Mobil robot Simulink modeli.

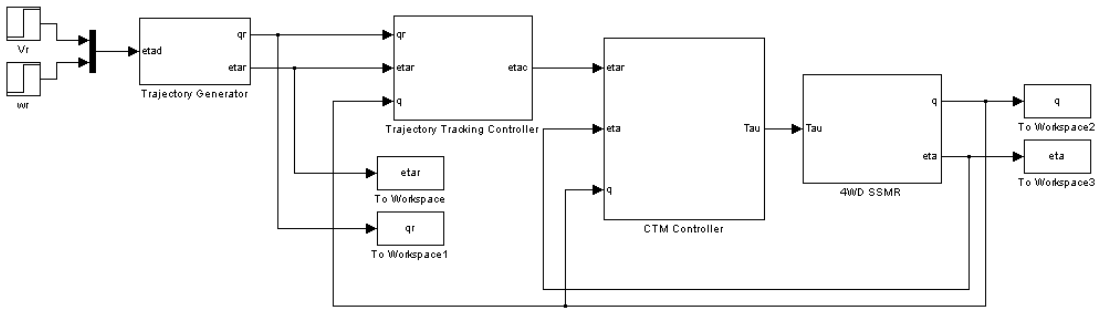
Burada mobil robotun dinamik modeline ilişkin parametrelerden bazıları şöyledir. Kütle $m$ = 150kg, eylemsizlik $I$ = 30kgm$^2$, kayma sürtünme katsayısı $\mu_s$ = 0.6, yuvarlanma sürtünme katsayı ihmal edilebilecek kadar küçük $\mu_r$ = 0.003 olarak belirlenmiştir. Bunların dışında kütle merkezi açıklığı $d$ = 0.05m ($x_{ADM}$ = -0.05m), ön tekerlek merkezinin kütle merkezine dik uzaklığı $a$ = 0.20m, arka tekerlek merkezinin kütle merkezine dik uzaklığı $b$ = 0.30m ve sol ile sağ tekerlek merkezleri arasındaki dik uzaklık $2c$ = 0.9m alınmıştır. Bu parametreler tasarlanan araç esas alınarak belirlenmiştir.

Şimdi tasarlanan hareket kontrol sistemlerinden ilki olan CTM tabanlı hız kontrolcüsü ile VFO ve diğer yörünge takip yöntemlerinin bir araya gelmesiyle

oluşan ideal hareket kontrol sistemleri ve bunlara ait simülasyon sonuçları verilecektir.

## 6.1 İdeal Hareket Kontrol Sistemi

Mobil robotun matematik modelinin kesin olarak bilinmesi halinde mükemmel takip sağlayan kontrol sistemi [3]'te verilen yörünge takip metodu tabanlı yörünge kontrol alt sistemi ile CTM tabanlı hız kontrol alt sisteminden oluşturulmuştur. Bu kontrol sistemi ideal hareket kontrol sistemi olarak adlandırılmaktadır. Şekil 6.2'de CTM tabanlı ideal hareket kontrol sisteminin blok şeması verilmiştir.

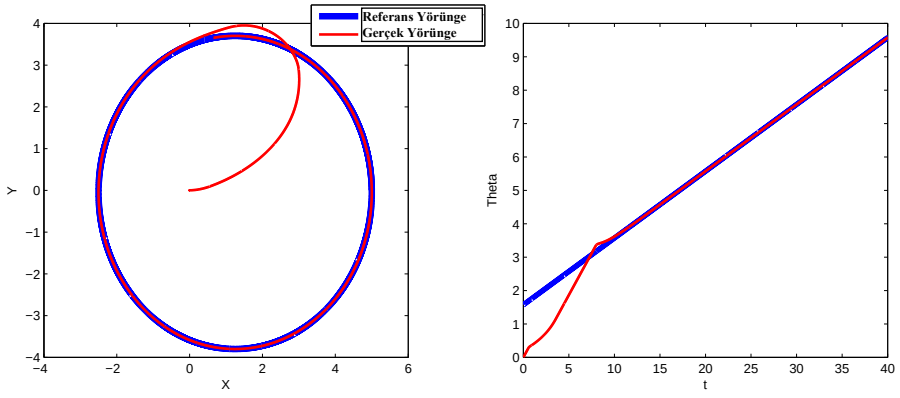



**Şekil 6.2 :** CTM tabanlı hareket kontrol sistemi Simulink modeli.

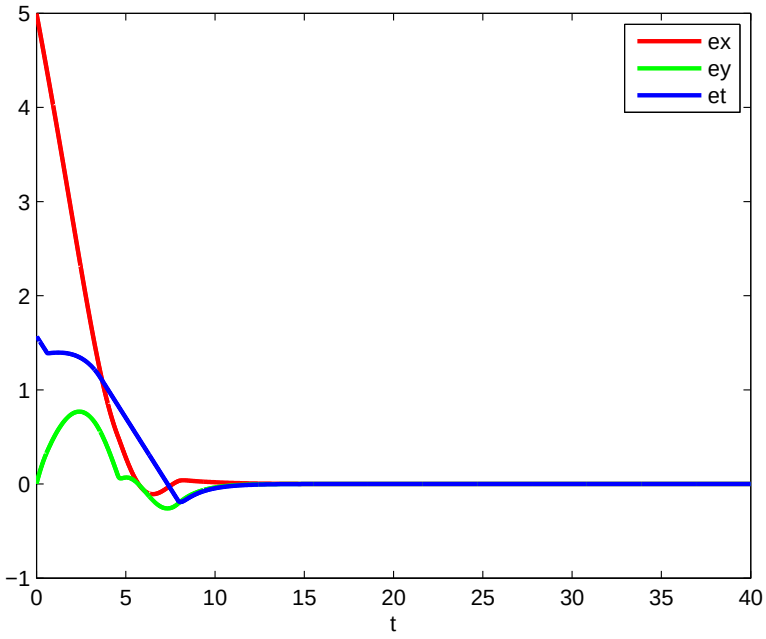
Burada yörünge üreteci aynı kinematiğe sahip hayali bir araç ile oluşturulmuştur. Yörünge üretecinden gelen hayali bir aracın izlediği yörüngenin takip edilmesi istenmektedir. Referans araç $t$ = 0s anında $X(0)$ = 5m, $Y(0)$ = 0m ve $\theta(0) = \pi/2$rad başlangıç koşullarından yola çıkarak $v$ = 0.75m/s sabit çizgisel hızla ve sabit $w$ = 0.2rad/s açısal dönme hızıyla hareket etmektedir. Yörünge kontrolcüsü parametreleri $k_1 = k_2 = k_3 = 10$ ve hız kontrolcüsü tasarım matrisi köşegen $K_\eta$ = diag[10 10] olarak atanmıştır. Şekil 6.3'te simülasyon sonuçları verilmiştir. Burada referans aracın izlediği yörünge kalın mavi çizgiyle, gerçek araç ise kırmızı çizgiyle temsil edilmektedir. Ayrıca gerçek araç başlangıç anından itibaren sıfır başlagıç koşullarıyla kontrolcü tarafından hareket ettirilmektedir.

CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin ideal durumda mükemmel sonuç verdiği simülasyon sonuçlarıyla da açıkça görülmektedir. Ancak en önemlileri kütle, eylemsizlik ve sürtünme katsayıları olmak üzere mobil robot modelindeki bazı parametreleri değiştirerek idealliği bozarsak bu kontrol yönteminin istenildiği gibi çalışmadığı, iyi performans vermediği görülecektir. Şekil 6.4'te aynı sistemden farklı olarak parametreler %15 değiştirilip kütle $m$ = 130kg, eylemsizlik $I$ = 26kgm$^2$,

kayma sürtünme katsayısı $\mu_s$ = 0.52 ve yuvarlanma sürtünme katsayısı $\mu_r$ = 0.0026 alınarak yapılan simülasyon sonuçları verilmiştir.



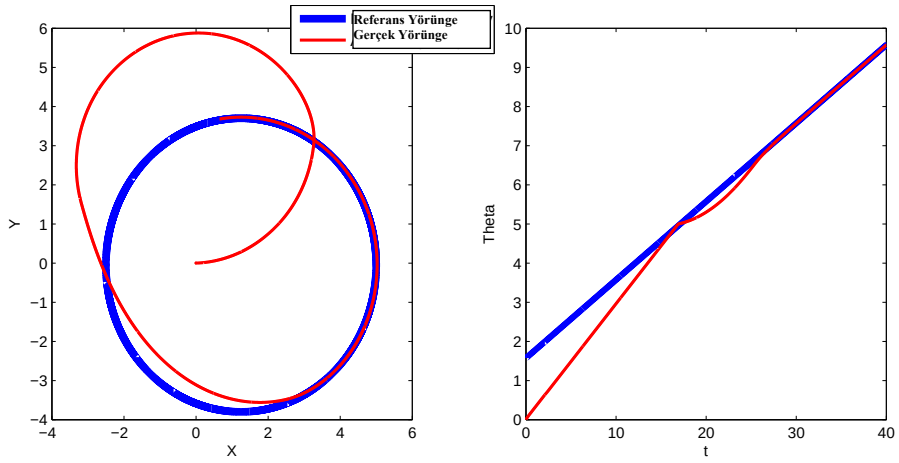

**(a)**



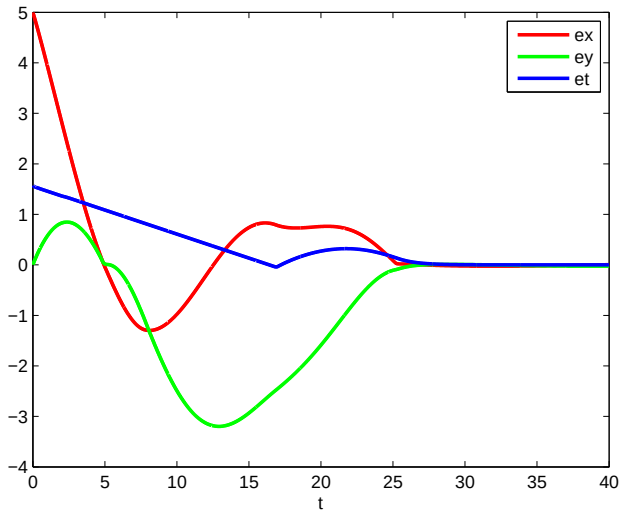

**(b)**

**Şekil 6.3 :** Test yörüngesine CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin ideal durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları.

Burada gösterilmek istenen CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin parametre değişimlerine ve dolayısıyla parametre belirsizliklerine karşı iyi sonuç vermediği gerçeğidir. Bu durum simülasyon sonuçlarına bakıldığında açıkça görülmektedir. CTM tabanlı hareket kontrol sistemi modele bağımlı bir kontrol sistemidir. Parametre değişimleri arttıkça kontrolcü performansı daha da kötüye gidecektir. Bu nedenle bu kontrol sistemin pratikte kullanılması uygun değildir. Ancak yine de CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin gerçekçi BDT dinamik modeline uygulaması yapılacaktır.




**(a)**

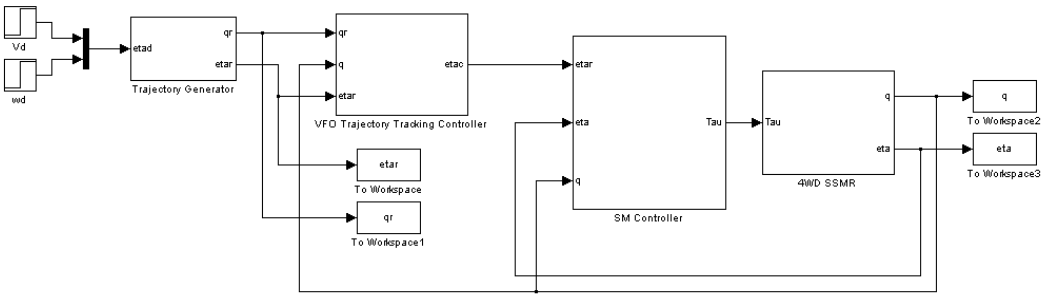



**(b)**

**Şekil 6.4 :** Test yörüngesine hareket kontrol sisteminin idealliğin bozulduğu durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları.

## 6.2 Dayanıklı Hareket Kontrol Sistemi

Modeldeki sınırlı parametre değişimlerinden, modelleme hatalarından ve harici sınırlı bozuculardan kaynaklanan etkileri gideren kontrol sistemine dayanıklı hareket kontrol sistemi adı verilmektedir. Bu çalışmada tasarlanan dayanıklı hareket kontrol sistemlerindeki kinematik alt sistem önce ideal hareket kontrol sisteminde kullanılan basit kinematik kontrolcü ile sonra VFO metodu tabanlı kinematik kontrolcü ile oluşturulmuştur. Hız kontrolcüsü ise SMC metodunun kullanıldığı dayanıklı bir dinamik kontrolcü alt sisteminden oluşturulmuştur. Beşinci bölümde detaylarıyla anlatılan kayma kipli dayanıklı hareket kontrol sisteminin Simulink modeli Şekil 6.5'te verilmiştir.

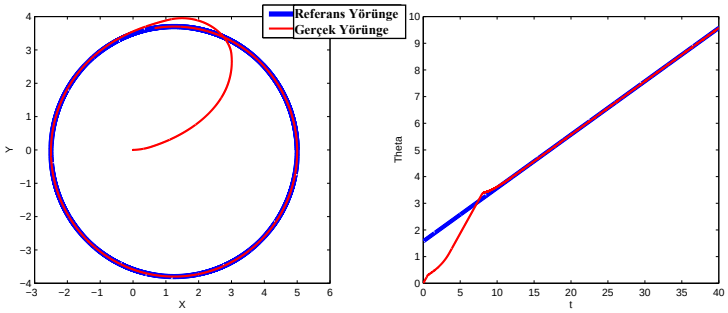



**Şekil 6.5 :** SM kontrol tabanlı dayanıklı hareket kontrol sistemi Simulink modeli.

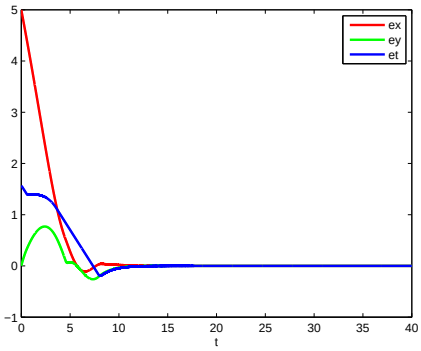
Bu kontrol sisteminde bir öncekinden farklı olarak kinematik yörünge kontrolcüsü kısmında, bölüm 5.2'de anlatılan yöntem yerine bölüm 5.3'te anlatılan VFO yönteminin de kullanılması olmuştur. Dinamik kontrolcü kısmında ise farklı olarak ideal kontrol yasasınına kayan kip kontrol teriminin ilave edilmesi olmuştur. Bu terim sayesinde dayanıklı bir hız kontrol alt sistemi elde edilmiştir. Dinamik kontrol sisteminde kayma kip kazançları $\rho_v = 100$ ve $\rho_w = \rho_v * m/I * c = 225$ olarak atanmıştır. Burada açısal kayma kip kazancı $\rho_w$ için belirlenen formül kontrolcü çıkışlarına katkıları takip edilerek kayma kip terimlerinin birbirlerini bastırmalarını engellemek ve aralarındaki dengeyi sağlamak üzere geliştirilmiştir.

Buradaki amaç bu iki hareket kontrol sisteminin karşılaştırmasını yapmaktır. Bir diğer hedef ise basit kinematik yörünge kontrolcüsü ile VFO yörünge kontrolcüsünün karşılaştırmasını yapmaktır. Bu sebeple dinamik model parametrelerinin %15 kadar değiştiği durumda, Şekil 6.4'te sonuçları verilen CTM tabanlı hareket kontrol sistemiyle aynı koşullarda elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 6.6'da verilmiştir.

Görüldüğü gibi bu kontrol sistemi parametre değişimlerinin etkilerini bastırmakta başarı sağlamaktadır. Şimdi kinematik yörünge kontrolcüsü olarak VFO kullanıldığında ve çok kötü bir senaryo düşünülerek parametreler %87.5 değiştirilip kütle $m$ = 80kg, eylemsizlik $I$ = 16kgm$^2$, kayma sürtünme katsayısı $\mu_s = 0.32$ ve yuvarlanma sürtünme katsayısı $\mu_r = 0.0016$ alınarak kontrol sisteminin performansı test edildiğinde Şekil 6.7'deki sistem yanıtları elde edilmiştir. Ayrıca burada yapılan simülasyonlarda kontrolcü parametreleri orijinal VFO yöntemi için $k_c = 1$ ve $k_o = 5$, (5.40)'taki PID+ yönlendiren kontrol kullanılan VFO yöntemi için ise $k_c = 1$, $k_1 = 5$, $k_2 = 1$, $k_3 = 1$ alınmıştır. Belirlenen bu parametreler yapılan sayısız simülasyonlar sonucunda elde edilmişlerdir.

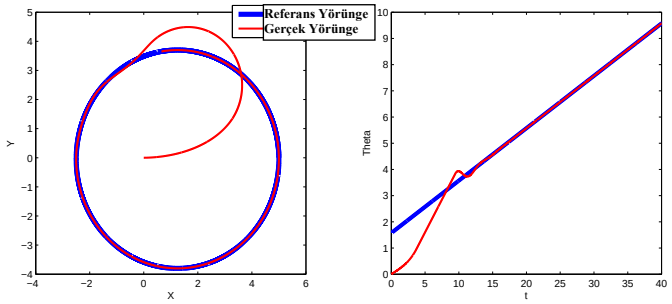



**(a)**

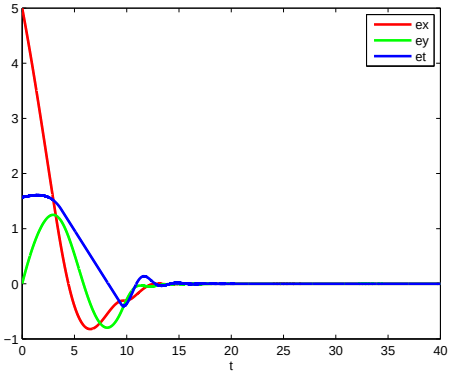



**(b)**

**Şekil 6.6 :** Test yörüngesine dayanıklı hareket kontrol sisteminin idealliğin %15 bozulduğu durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları.




**(a)**



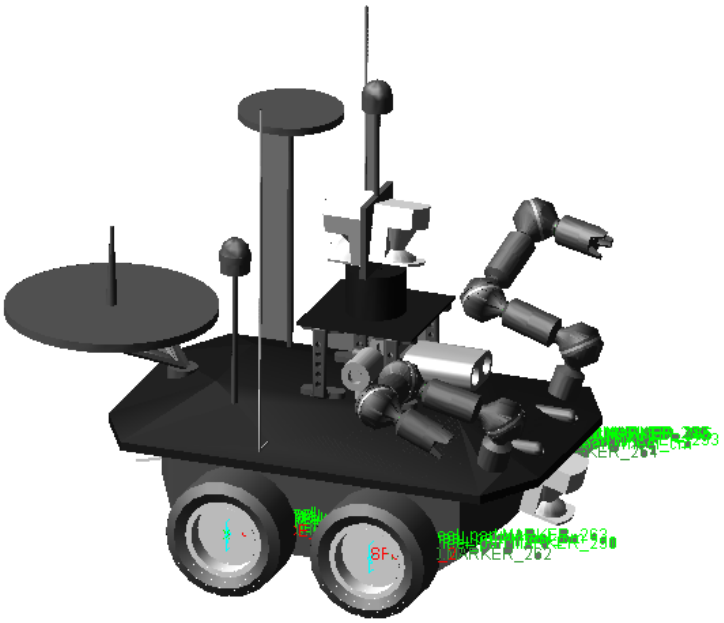

**(b)**

**Şekil 6.7 :** Test yörüngesine dayanıklı hareket kontrol sisteminin idealliğin %87.5 bozulduğu durumda cevabı: (a)Referans ve gerçek yörüngeler. (b)Yörünge takip hataları.

Buradaki gibi çok kötü bir senaryoda dahi dayanıklı hareket kontrol sistemi görevini başarıyla yerine getirebilmektedir. Elde edilen bu simülasyon sonuçlarına bakarak geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin mobil robot hareket konrolunda başarılı sonuçlar verdiğini söylemek mümkündür.

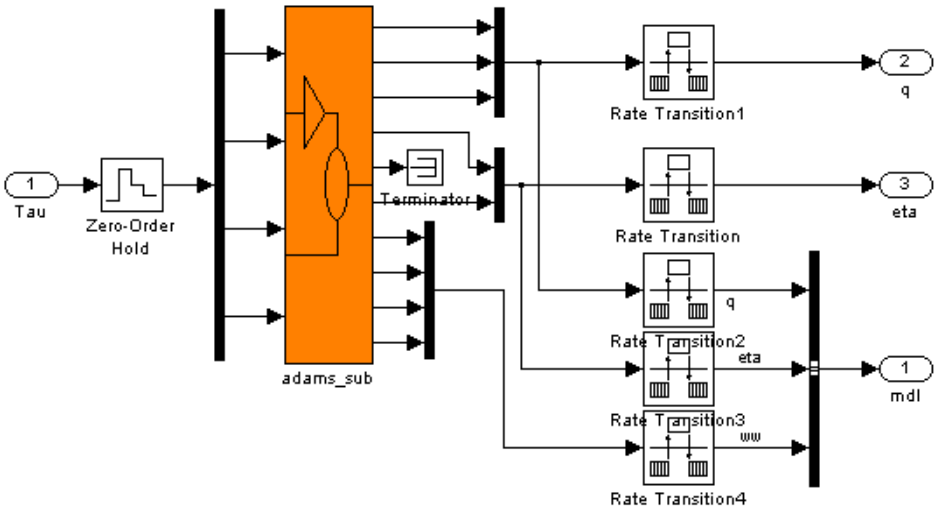
### 6.3 BDT Modelinin Dayanıklı Hareket Kontrolü

Bu alt bölümde geliştirilen hareket kontrol sistemlerinin gerçekçi 3B bir ortamda mobil robotun bilgisayar benzetim modeline uygulaması yapılmış ve simülasyon sonuçları verilmiştir. MD ADAMS yazılım paketinin View, Tire ve Road modülleri kullanılarak mobil robotun BDT modelinden dinamik benzetim modeli elde edilmiştir. Bu modelin CATIA programı ile yapılan BDT çiziminden en belirgin farkı tekerleklerin MD ADAMS/Tire paketindeki gerçek tekerlek modelleri ile değiştirilmesi olmuştur. Bu sayede gerçekçi yol modelleri üzerinde aracın simülasyonu mümkün olmuştur. Burada basitliği nedeniyle PAC89 tekerlek modeli tercih edilmiştir. Yine bu modelde MD ADAMS/Road paketinden iki boyutlu düz yol kullanılmıştır. Tekerlek ile yer arasındaki kayma sürtünme katsayısı $\mu_s$ = 0.6 ve yuvarlanma sürtünme katsayısı $\mu_r$ = 0.003 olarak belirlenmiştir. Daha sonra geliştirilen CTM, VFO ve SMC tabanlı oluşturulan ideal ve dayanıklı hareket kontrol sistemleri MD ADAMS dinamik benzetim modeline uygulanmıştır. Şekil 6.8'de mobil robotun MD ADAMS modeli görülebilir.



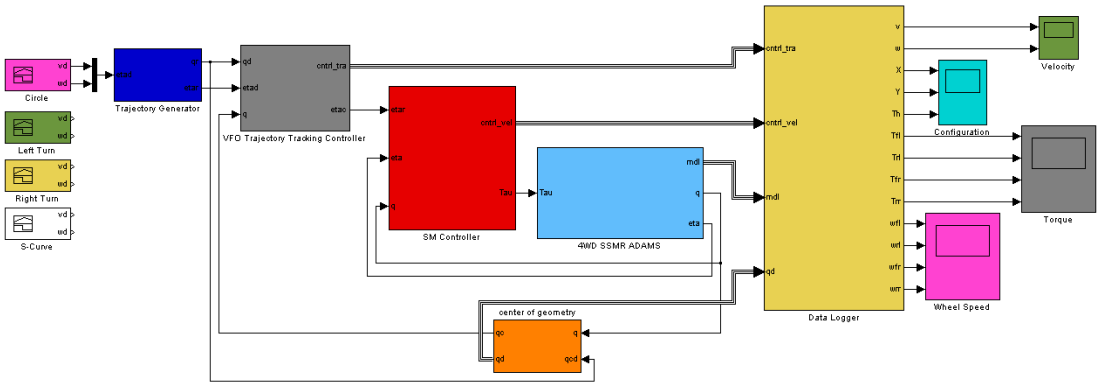
**Şekil 6.8 :** Mobil robotun MD ADAMS modeli.

MD ADAMS/View programının Control eklentisi kullanılarak mobil robotun MD ADAMS dinamik modeli ile MATLAB/Simulink programı arasında bir arayüz oluşturulmuştur. Şekil 6.9'da MD ADAMS modeli ile MATLAB/Simulink arasındaki bağlantıyı sağlayan bu arayüz modeli verilmiştir.




**Şekil 6.9 :** Mobil robotun MD ADAMS - MATLAB/Simulink modeli.

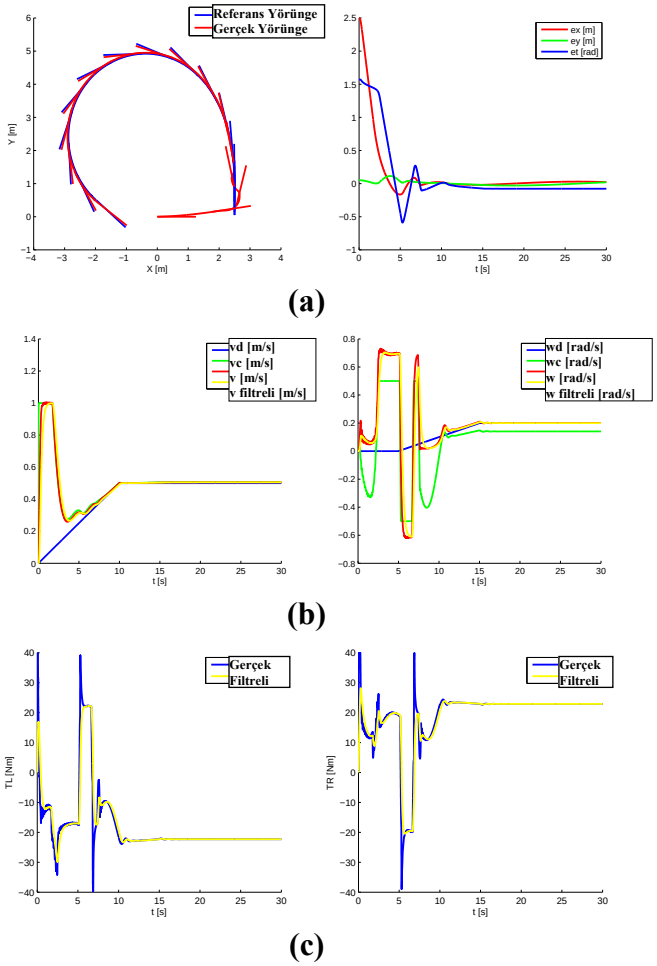
Yukarıdaki şekilde *adams_sub* adındaki blok mobil robotun ileri dinamik modeline daha önceden tanımlanmış bir ortamda gerçeğe yakın benzetim yapmaktadır. Bu sayede oluşturulan kontrol sistemlerinin başarısı ve uygulanabilirliği hakkında daha tatmin edici ve inandırıcı sonuçlara ulaşmak mümkün olacaktır. Daha önceden verilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin Simulink modeli üzerinde hafif değişiklikler yapılarak (gerekli yerlere ayrık alçak geçiren filtrelerin eklenmesi gibi) ve matematik model tabanlı mobil robot bloğu MD ADAMS Simulink bloğuyla değiştirilerek Şekil 6.10'daki kontrol sistemi modeli elde edilmiştir. Bu kontrol sisteminde bulunan yörünge kontrolcüsünün detaylı Simulink modeli Şekil A.1'de ve SMC hız kontrolcüsünün detaylı Simulink modeli ise Şekil A.2'de verilmiştir.




**Şekil 6.10 :** MD ADAMS tabanlı dayanıklı hareket kontrol sistemi Simulink modeli.

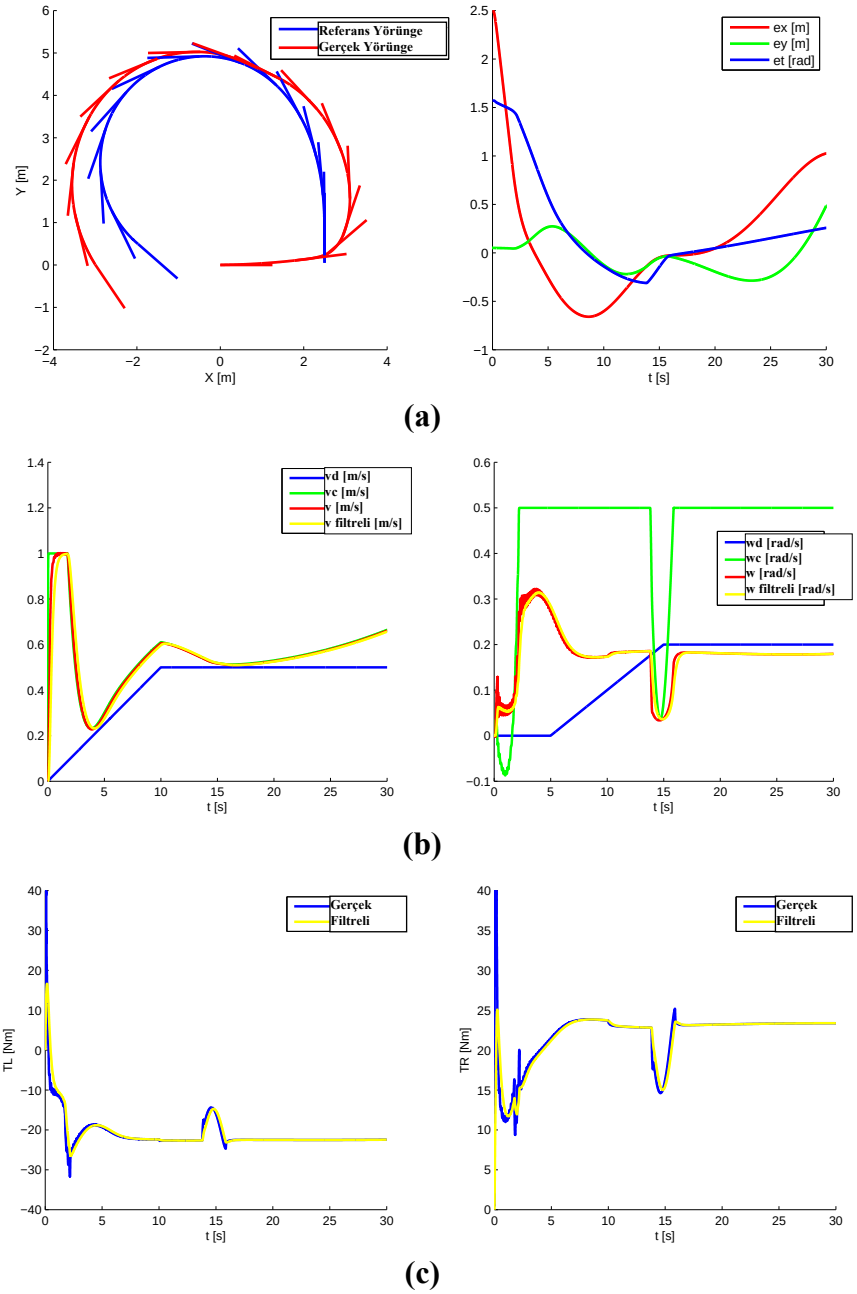
Burada test yörünge üretecinin girişinde aracın çember izleme, sola dönüş, saga dönüş ve s-eğrisi izleme gibi hareketleri yapması için özel işaretler kullanılmıştır. Aşağıda verilen simülasyon grafiklerinde sırasıyla yörünge takibi, takip hataları, çizgisel ve açısal hız referansları, hız komutları, gerçek hızları, filtrelenmiş hızları, sol ve sağ taraf torkları ile filtrelenmiş değerleri gösterilmektedir. Ayrıca yörünge takip grafiklerindeki çizgiler aracın yönelimini temsil etmektedir.

VFO tabanlı kinematik yörünge kontrolcüsü ile CTM tabanlı dinamik hız kontrolcüsünden oluşturulan hareket kontrol sisteminin, model parametrelerinin MD ADAMS modelindekilerle aynı girildiğinde elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 6.11'de verilmiştir. Bu sonuçlara bakarak mobil robotun matematik modelinin gerçek sistemi iyi derecede yansıttığı ve çıkarılan matematik modelin doğru olduğu sonucuna varmak mümkündür.



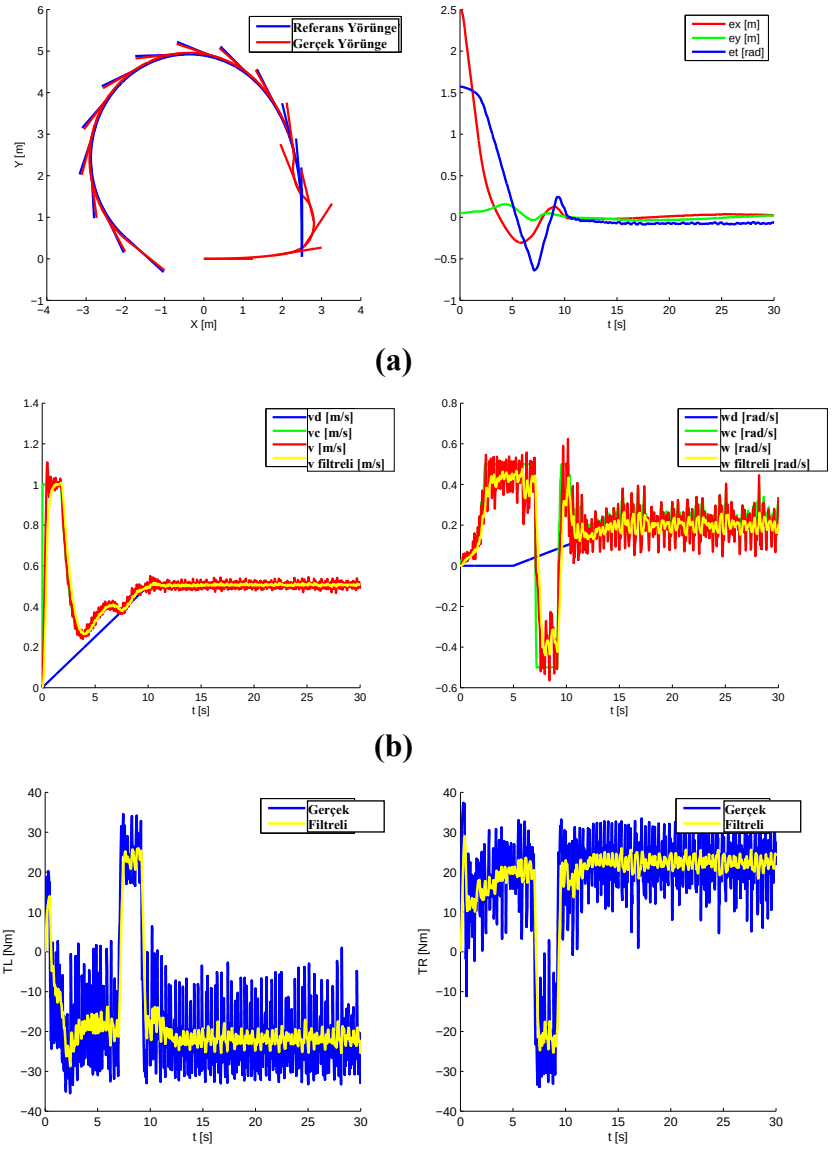

**Şekil 6.11 :** Çember test yörüngesine VFO ve CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde ideal durumda cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.

Burada yapılan simülasyon sonuçlarına göre CTM tabanlı hareket kontrol sistemi %25 parametre değişimlerine kadar iyi sonuç vermekte (kontrol sistemi kararlı davranmakta) fakat düzensizlik daha da arttıkça sistem yanıtı kabul edilemeyecek kadar kötü bir hal almaktadır. Bu durumu göstermek için kontrolcü model parametrelerinin gerçek model parametrelerinden %30 farklı olması halinde elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 6.12'de verilmiştir.



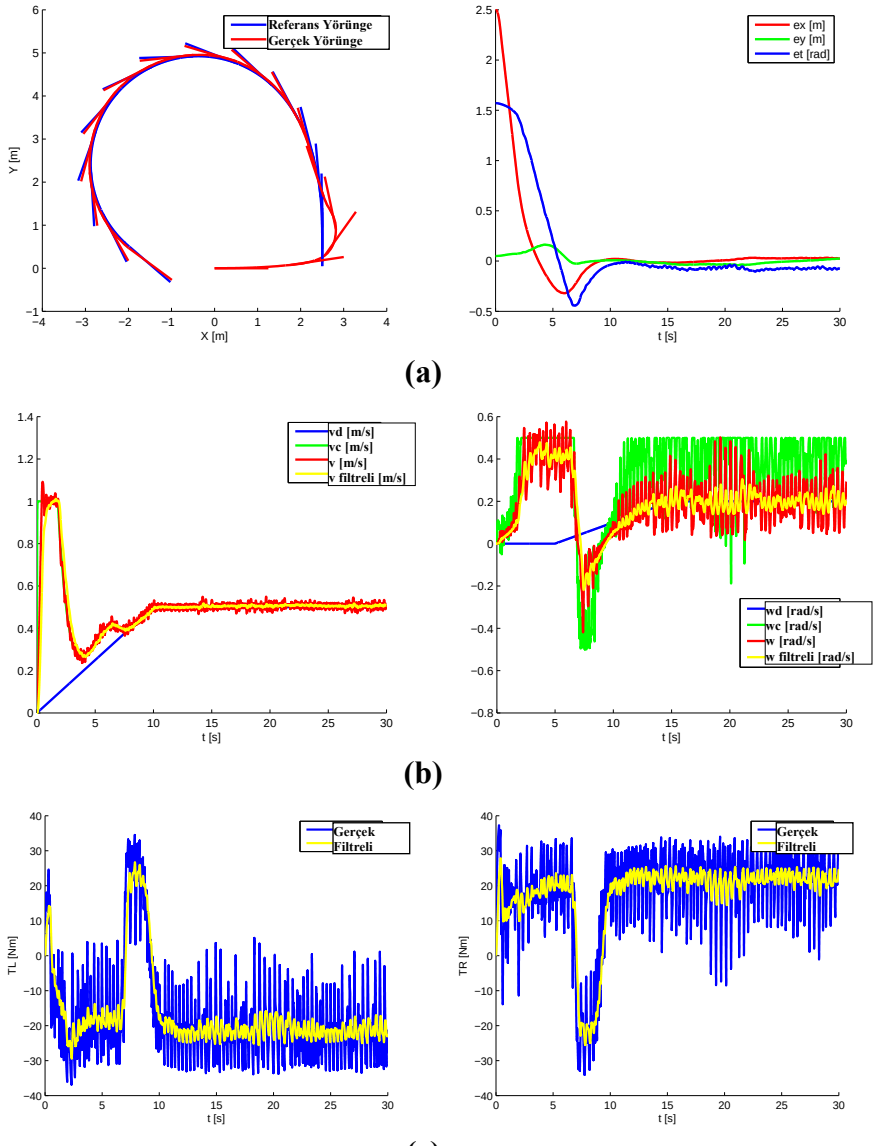

**Şekil 6.12 :** Çember test yörüngesine VFO ve CTM tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %30 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.

Aşağıdaki simülasyonlarda VFO kinematik yörünge kontrolcüsü ve SMC tabanlı dinamik hız kontrolcüsünden oluşan dayanıklı hareket kontrol sistemindeki VFO tabanlı kinematik yörünge kontrolcüsünde kullanılan tek parametreli yönelten kontrol yerine daha önce önerilen PID+ yönelten kontrol kullanıldığında elde edilen hareket kontrol sisteminin mobil robotun 3B gerçekçi MD ADAMS modeli üzerinde uygulaması yapılmıştır. Elde edilen simülasyon sonuçları analiz edilerek çok parametre ile aracın takip ettiği yörüngenin daha düzgün hale getirilebildiği gösterilmiştir.




**Şekil 6.13 :** Çember test yörüngesine $k_2$=1 için VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.

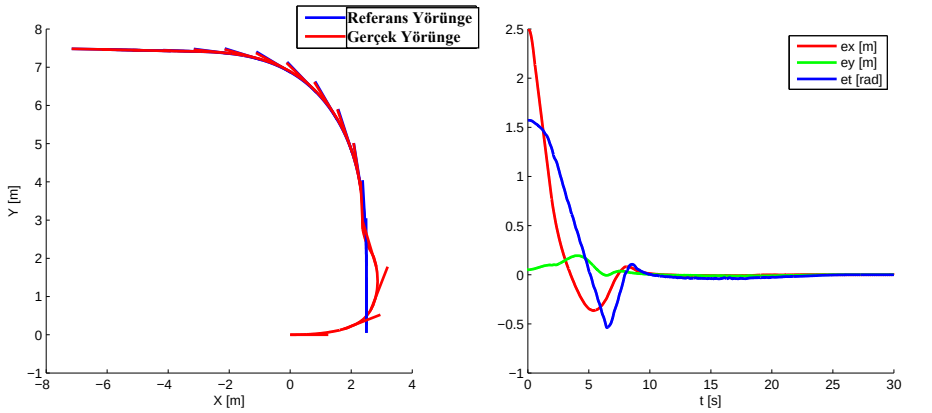
Bunun için ilk olarak %87.5 parametre değişimi olması halinde elde edilen sonuçlar Şekil 6.13'te görülebilir. Burada yönelten kontroldeki türev parametresi $k_2$ = 1'dir. Şimdi türev parametresi $k_2$ = 5 alındığında ortaya çıkan durumu inceleyelim. Bunun için elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 6.14'te verilmiştir.



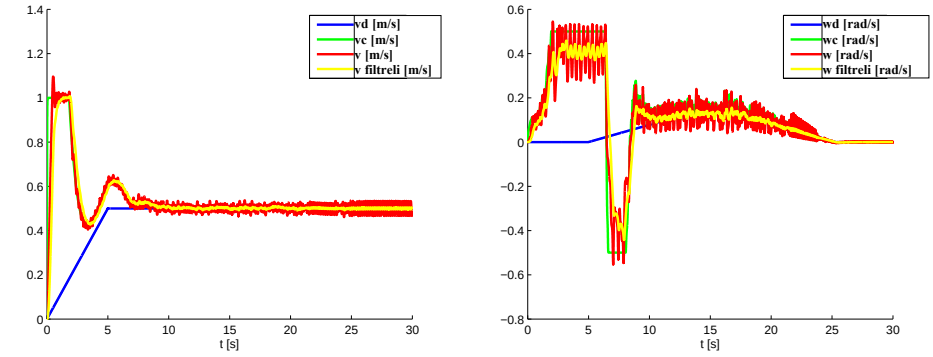

**Şekil 6.14 :** Çember test yörüngesine $k_2$=5 için VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.

Yörünge takip ve takip hataları grafiklerinde aracın daha düzgün bir yörünge izlediği açıkça görülmektedir. Dolayısıyla önerilen çok parametreli PID+ yönelten kontrol stratejisinin başarılı sonuçlar verdiği ve aracın izlediği yörüngenin daha düzgün bir hale getirilebildiği sonucuna varabiliriz.

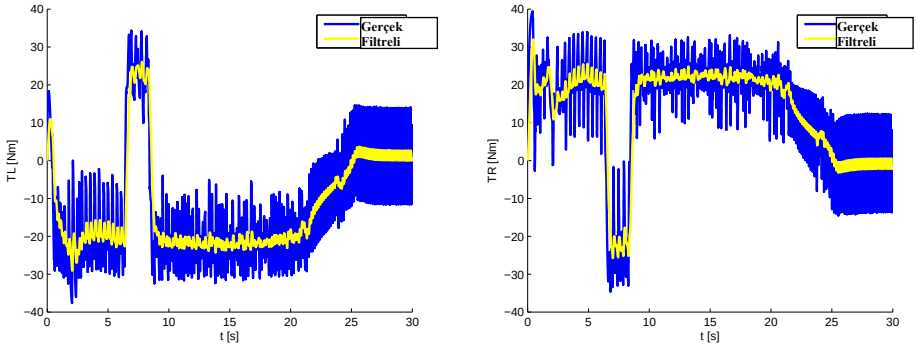
Şimdi ise çember yörüngesinin dışında diğer yörüngelere kontrol sisteminin verdiği cevapları inceleyelim. Şekil 6.15 ve Şekil 6.16'da mobil robotun sırasıyla sola ve sağa dönüş hareket yörüngeleri için yapılan simülasyon sonuçları verilmiştir. Şekil 6.17'de ise mobil robotun s-eğrisi hareket yörüngesi için elde edilen simülasyon sonuçları verilmiştir. Tüm bu test yörüngelerine hareket kontrol sisteminin verdiği cevaplara bakarak sistemin ne kadar iyi çalıştığı anlaşılacaktır.




**(a)**

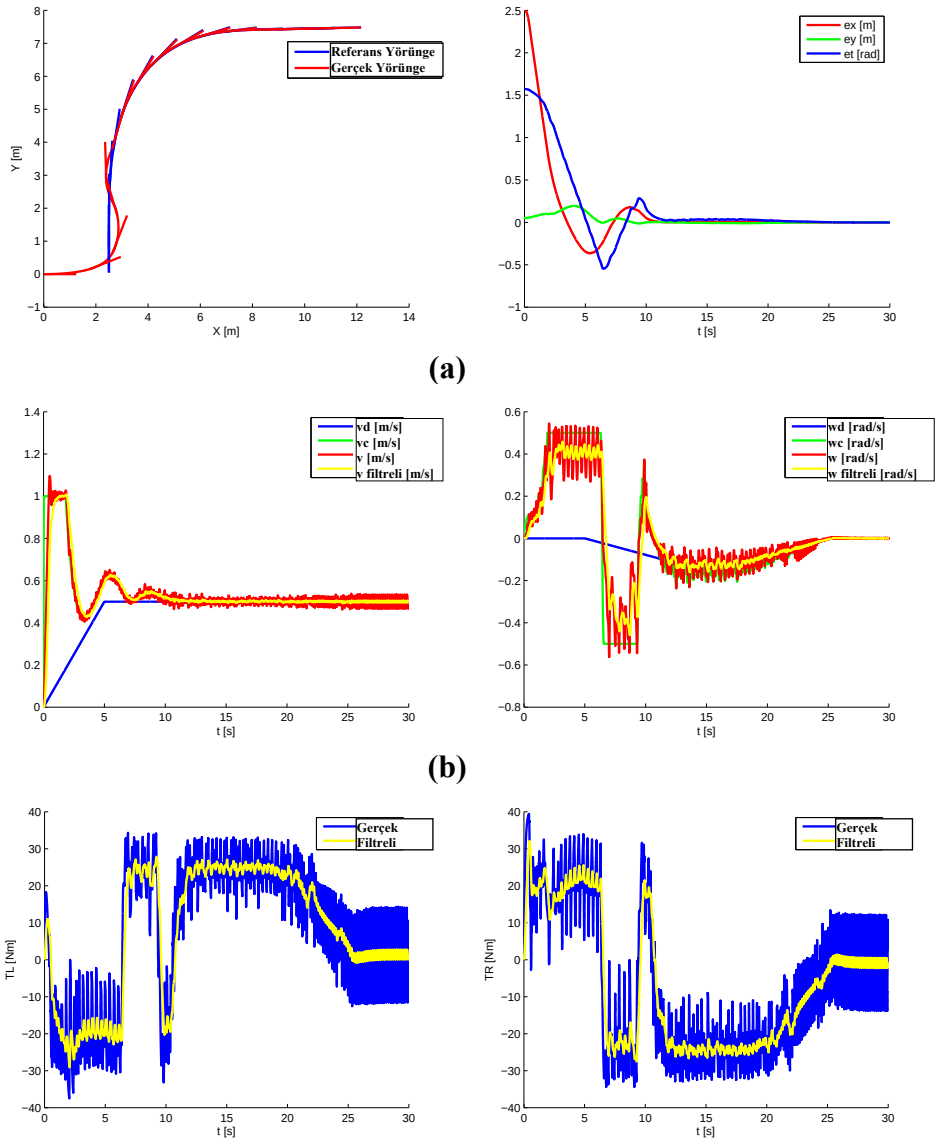



**(b)**




**(c)**

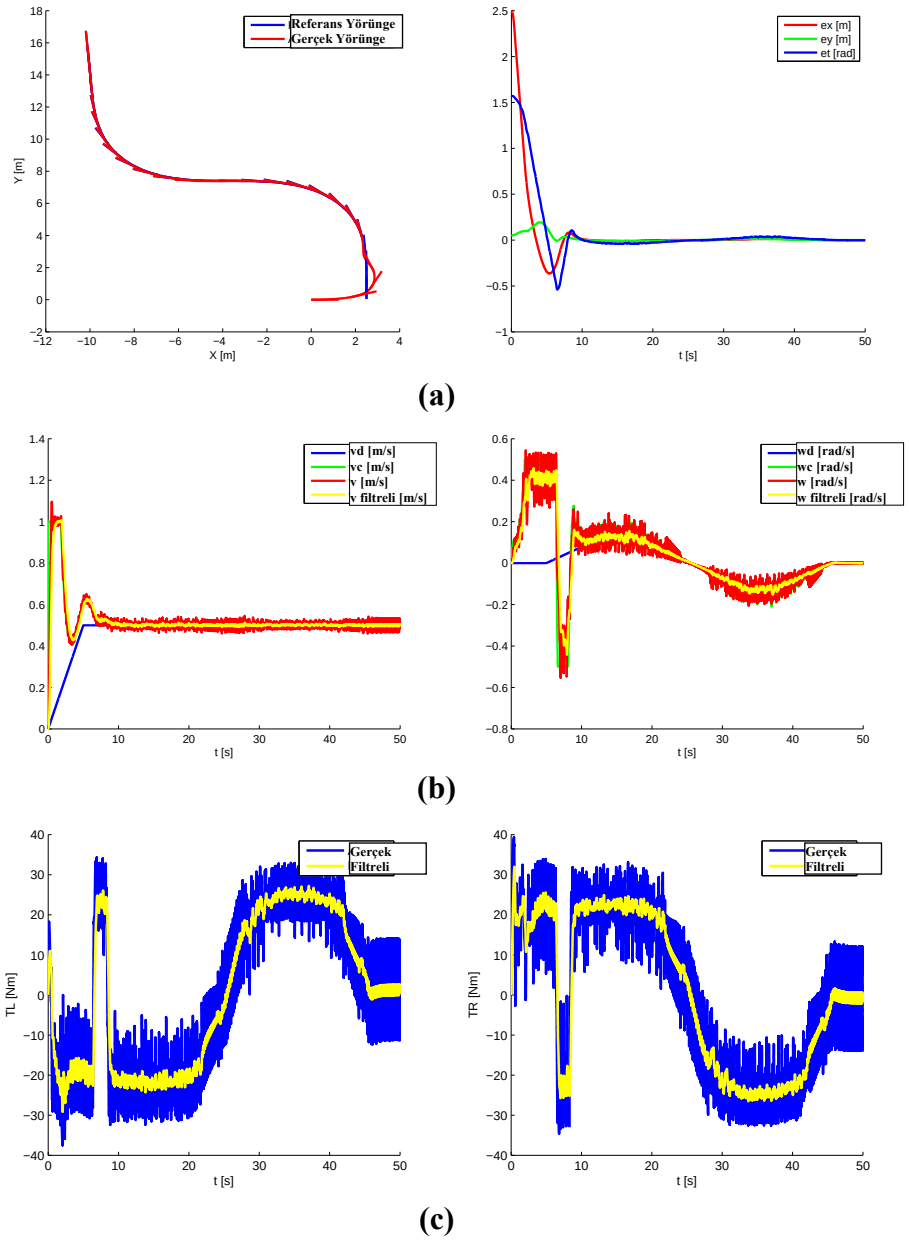
**Şekil 6.15 :** Sola dönüş test yörüngesine VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.




**Şekil 6.16 :** Sağa dönüş test yörüngesine VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.

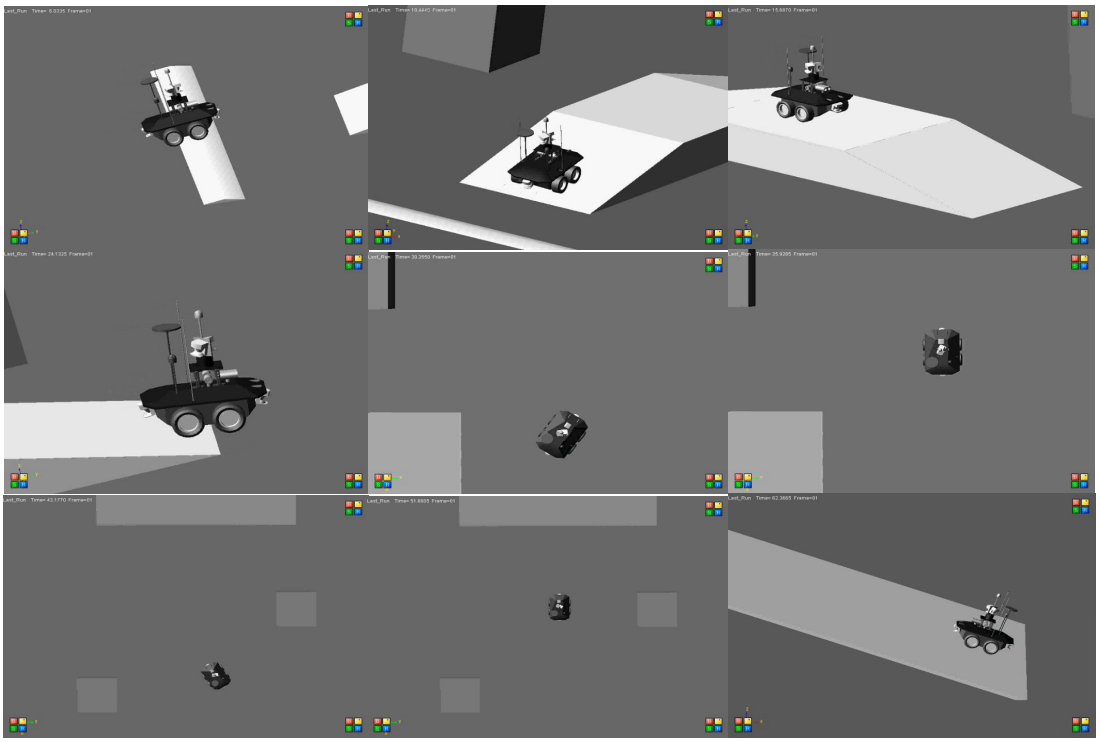
Yukarıdaki grafiklerde görüldüğü gibi mobil robot, sola ve saga dönüş hareketlerini dayanıklı hareket kontrol sistemi ile birlikte başarıyla yapabilmektedir.

Aşağıda yapılan simülasyonda ise s-eğrisi şeklindeki bir referans yörüngeyi mobil robotun başarıyla izlediği gösterilmiştir. Burada bahsedilen s-eğrisi yörüngesi ile bir aracın şerit değiştirmesi hareketi tanımlanabilmektedir. Daha önce verilen sola, sağa dönüş yörüngeleri ile s-eğrisi yörüngelerinin çeşitli kombinasyonlarından oluşan özel yörüngeler tanımlamak mümkündür.

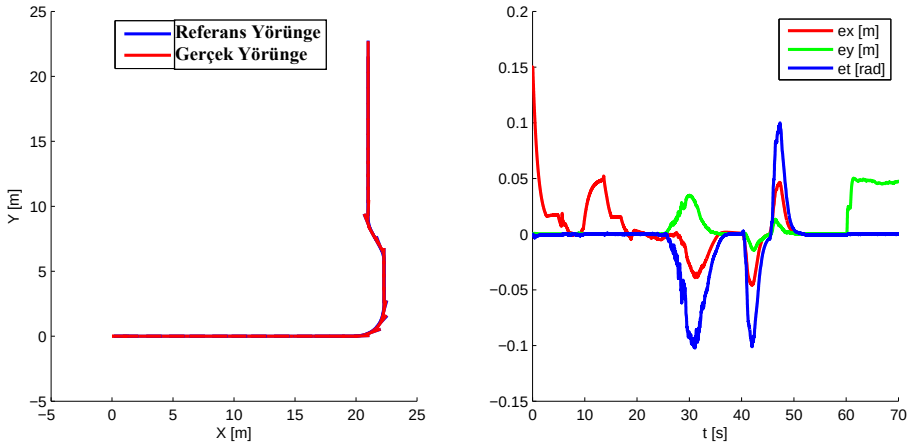



**Şekil 6.17 :** S-eğrisi test yörüngesine VFO ve SMC tabanlı hareket kontrol sisteminin MD ADAMS modeli üzerinde %87.5 parametre değişimi halinde cevabı: (a)Yörünge takibi. (b)Çizgisel ve açısal hız referansları, komutları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri. (c)Sol ve sağ taraf torkları, gerçek ve filtrelenmiş değerleri.

Aşağıda simülasyon ortamında mobil robot için özel hazırlanan bir ortamda elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir. Simülasyon sırasında görüntü kaydedilmiştir. Bu görüntüye ait ekran resimleri Şekil 6.18a'da görülebilir. Şekil 6.18b'de ise bu özel simülasyona ait yörünge takibi ve yörünge takip hataları verilmiştir. Bu simülasyonda araç yokuştan yukarıya doğru çıkarken ve yokuştan aşağıya doğru inerken yerçekimi bozucu olarak devreye girmektedir. Görüntülerdeki ilk rampanın eğimi $15^{o}$ ikinci rampanın (en son resimdeki) eğimi ise $30^{o}$'dir.



**(a)**




**(b)**

**Şekil 6.18 :** Özel yörünge takibi: (a)Simülasyon sırasında çekilen ekran görüntüleri. (b)Yörünge takibi ve yörünge takip hataları.

Bu sonuçlara bakarak, geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin yerçekimine karşı da başarılı sonuç verdiği açıkça görülmektedir ve mobil robot, hayali referans aracı sıfıra çok yakın hatalarla takip edebilmektedir. Bu gibi referans yörüngeler ve bunların birleşiminden oluşturulan özel yörüngeler ile birlikte mobil robotun bir noktadan diğerine istenen yol izlenerek hareket ettirilmesi mümkündür.

Sonuç olarak bu alt bölümde yapılan simülasyonlar gösteriyor ki geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sistemi mobil robotun gerçekçi bilgisayar modeli üzerinde başarılı performans göstermektedir. Ayrıca geliştirilen hareket kontrol sisteminin

dayanıklılığı ve kararlılığı simülasyon sonuçlarıyla da gösterilmiş olmaktadır. Bir diğer önemli sonuç ise VFO yörünge takip yönteminde önerilen çok parametreli PID+ yönelten kontrol sayesinde mobil robotun daha düzgün bir yörünge takip edebilmesi olmuştur.

# 7. SONUÇLAR

Bu çalışmada, İstanbul Teknik Üniversitesi Kontrol Mühendisliği Bölümü Robotik Laboratuvarı tarafından yürütülen EZKH probleminin çözümüne yönelik 110E194 numaralı TÜBİTAK destekli bir bilimsel araştırma projesi kapsamında geliştirilmekte olan 4TT YKYMR platformu için dayanıklı bir hareket kontrol sistemi yapısı geliştirilmiştir. Geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sistemi, kinematik yörünge kontrol ve dinamik hız kontrol alt sistemlerinden oluşmaktadır ve tipik bir servo motor kontrol sistemine benzer yapıdadır. Bu kontrol sisteminde, aracın açısal ve çizgisel hızından oluşan kinematik seviyedeki kontrol girişi, PID+ yönlendiren kontrolün kullanıldığı VFO stratejisi ile belirlenmektedir. Dinamik seviyede, sol ve sağ tekerlek torklarından oluşan kontrol girişi, SMC terimi içeren bir kontrol yasası ve CTM tabanlı geribesleme doğrusallaştırması kullanılarak belirlenmektedir. SMC parametre belirsizlikleri, modelleme hataları ve bozuculara karşı dayanıklılığı sağlayan bir kontrol yöntemidir. Ayrıca proje kapsamında tasarım aşamasında olan mobil robot platformunun güç besleme sistemi ile kontrol mimarisi tasarımlarına katkılar yapılmıştır. Araçta kullanılacak olan çeşitli sensör ve tahrik elemanları seçimi yapılmıştır. Bu çalışmanın bir diğer önemli katkısı ise 4TT YKYMR platformunun BDT modeline MD ADAMS programı ortamında dinamik benzetim yapılması olmuştur. Geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sistemi mobil robotun MD ADAMS modeli üzerinde test edilmiştir. Kontrol sistemin dayanıklılığı ve kararlılığı hem teorik olarak hem de simülasyon sonuçları ile gösterilmiştir. VFO yönteminde önerilen PID+ yönelten kontrolün aracın daha yumuşak ve düzgün bir yörünge izlemesini sağladığı gösterilmiştir. VFO tabanlı yörünge takip ve CTM tabanlı hız kontrol sistemlerinden oluşan ideal hareket kontrol sistemi model parametrelerinin %25 kadar değiştiği durumda dahi kararlı çalıştığı fakat daha yüksek belirsizlik oranlarında sistem yanıtının bozulduğu gösterilmiştir. Buna karşın VFO tabanlı yörünge takip ve SMC tabanlı hız kontrol sistemlerinden oluşan dayanıklı hareket kontrol sisteminin aşırı parametre değişimleri durumunda dahi kararlı çalıştığı ve çok iyi performans verdiği gösterilmiştir.

Bundan sonrası için en başta yapılması gereken geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin gerçek bir sistem üzerinde uygulanması ve test edilmesi olabilir. Ayrıca 3B engebeli, özdeş olmayan yüzey koşullarına sahip daha gerçekçi bir simülasyon ortamının kurulması, geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin bu ortamda kullanılmak üzere uyarlanması ve test edilmesi bundan sonrası için yapılacak çalışmalar arasında yer alabilir. Bunun dışında yüksek frekansta anahtarlama yapan kayan kip kontrol işaretlerinden kaynaklanan aşırı güç tüketimini azaltmaya yönelik uyarlamalı bir yöntem üzerinde de çalışılabilir. Aracın kütlesini ve tekerlekleri ile yer arasındaki sürtünme parametrelerini kestiren uyarlamalı bir yaklaşım ile kontrol sistemi geliştirilmesi gelecekte yapılacak çalışmalar arasında sayılabilir. Son olarak, bu çalışmada tasarlanan hareket kontrol sistemi yapısının herhangi bir DSMR için kolayca uyarlanabileceğini söyleyebiliriz. Bu bağlamda geliştirilen dayanıklı hareket kontrol sisteminin iç ortamda iki tekerlekli bir DSMR ile test edilmesi düşünülebilir.

## KAYNAKLAR


[1] **L. Caracciolo, A. De Luca, S. Iannitti,** 1999. Trajectory Tracking Control of a Four-Wheel Differentially Driven Mobile Robot, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Detroit, MI, 2632-2638, May 10-15.

[2] **J. Morales, J. L. Martínez, A. Mandow, A. Pequeño-Boter, A. J. García-Cerezo,** 2010. Simplified Power Consumption Modeling and Identification for Wheeled Skid-Steer Robotic Vehicles on Hard Horizontal Ground, *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan, 4769-4764, October 18-22.

[3] **R. Fierro, F. L. Lewis,** 1997: Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics, *Journal of Robotic Systems*, Vol. **14**, no. 3, 149-163.

[4] **K. Kozlowski, D. Pazderski, I. Rudas, J. Tar,** 2004. Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot: From theory to practice, *Budapest Polytechnic Jubilee Conference, Science in Engineering, Economics and Education,* Budapest, Hungary, September 4.

[5] **D. Pazderski, K. Kozlowski, W. E. Dixon,** 2004. Tracking and Regulation Control of a Skid Steering Vehicle, *American Nuclear Society (ANS) Tenth International Topical Meeting on Robotics and Remote Systems,* Gainesville, Florida, 369-376, March 28 - April 1.

[6] **D. Pazderski, K. Kozlowski,** 2008. Trajectory Tracking of Underactuated Skid-Steering Robot, *American Control Conference*, Washington, USA, 3506-3511, June 11-13.

[7] **K. Kozlowski, J. Majchrzak, M. Michałek, D. Pazderski,** 2006: Posture Stabilization of a Unicycle Mobile Robot – Two Control Approaches, *in Robot Motion and Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol **335**, 25-54.

[8] **M. Michałek, K. Kozlowski,** 2010: Vector-Field-Orientation Feedback Control Method for a Differentially Driven Vehicle, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. **18**, no. 1, 45-65, January.

[9] **M. Michałek, P. Dutkiewicz, M. Kiełczewski, D. Pazderski,** 2010: Vector-Field-Orientation Tracking Control for a Mobile Vehicle Disturbed by the Skid-Slip Phenomena, *Journal of Robotic and Intelligent Systems*, Vol. **59**, issues 3-4, 341-365, September.

[10] **É. Lucet, C. Grand, D. Sallé, P. Bidaud,** 2008. Dynamic sliding mode control of a four-wheel skid-steering vehicle in presence of sliding, *In Proc. of the 17th CISM-IFToMM Symposium on Robot Design, Dynamics, and Control*, Tokyo, Japan, July 5-9.

[11] **É. Lucet, C. Grand, D. Sallé, P. Bidaud,** 2009. Dynamic control of the 6WD skid-steering mobile robot RobuROC6 using sliding mode technique, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Kobe, Japan, May.

[12] **É. Lucet, C. Grand, D. Sallé, P. Bidaud,** 2009. Dynamic yaw and velocity control of the 6WD skid-steering mobile robot RobuROC6 using sliding mode technique, *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, St Louis, Missouri, USA, 4220-4225, October 10-15.

[13] **J. Yang, J. Kim,** 1999: Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. **15**, no. 3, 578-587, June.

[14] **M. J. Yazdanpanah, G. K. Khosrowshahi,** 2003. Robust Control of Mobile Robots Using the Computed Torque Plus $H_\infty$ Compensation Method, *IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, Hawaii, USA, 2920-2925, December 9-12.

[15] **J. Yi, D. Song, J. Zhang, Z. Goodwin,** 2007. Adaptive Trajectory Control of Skid-Steered Mobile Robots, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Rome, Italy, 2605-2610, April 10-14.

[16] **N. Chakraborty, A. Ghosal,** 2005: Dynamic Modeling and Simulation of a Wheeled Mobile Robot for Traversing Uneven Terrain without Slip, *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. **127**, no. 5, 901-909, September.

[17] **Transportation Research Board,** 2006. Tires and Passenger Vehicle Fuel Economy: Informing Consumers, Improving Performance, *Special Report 286*, *Transportation Research Board*, Washington, DC, USA.

[18] **P. Morin, C. Samson,** 2006: Trajectory Tracking for Nonholonomic Vehicles, *in Robot Motion and Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol **335**, 3-23.

[19] **R. W. Brockett**, 1983. Asymptotic stability and feedback stabilization, *Differential Geometric Control Theory* edited by R. W. Brockett, R. S. Milman and H. J. Susmann, Birkhauser, Boston, 181-191.

[20] **Q. Ming,** 1997. Sliding Mode Controller Design for ABS System, *Master of Science Thesis in Electrical Engineering at Virginia Polytechnic Institue and State University*, Virginia, USA, 42-51, April.

[21] **K. D. Young, V. I. Utkin, Ü. Özgüner,** 1999: A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. **7**, no. 3, 328-342, May.

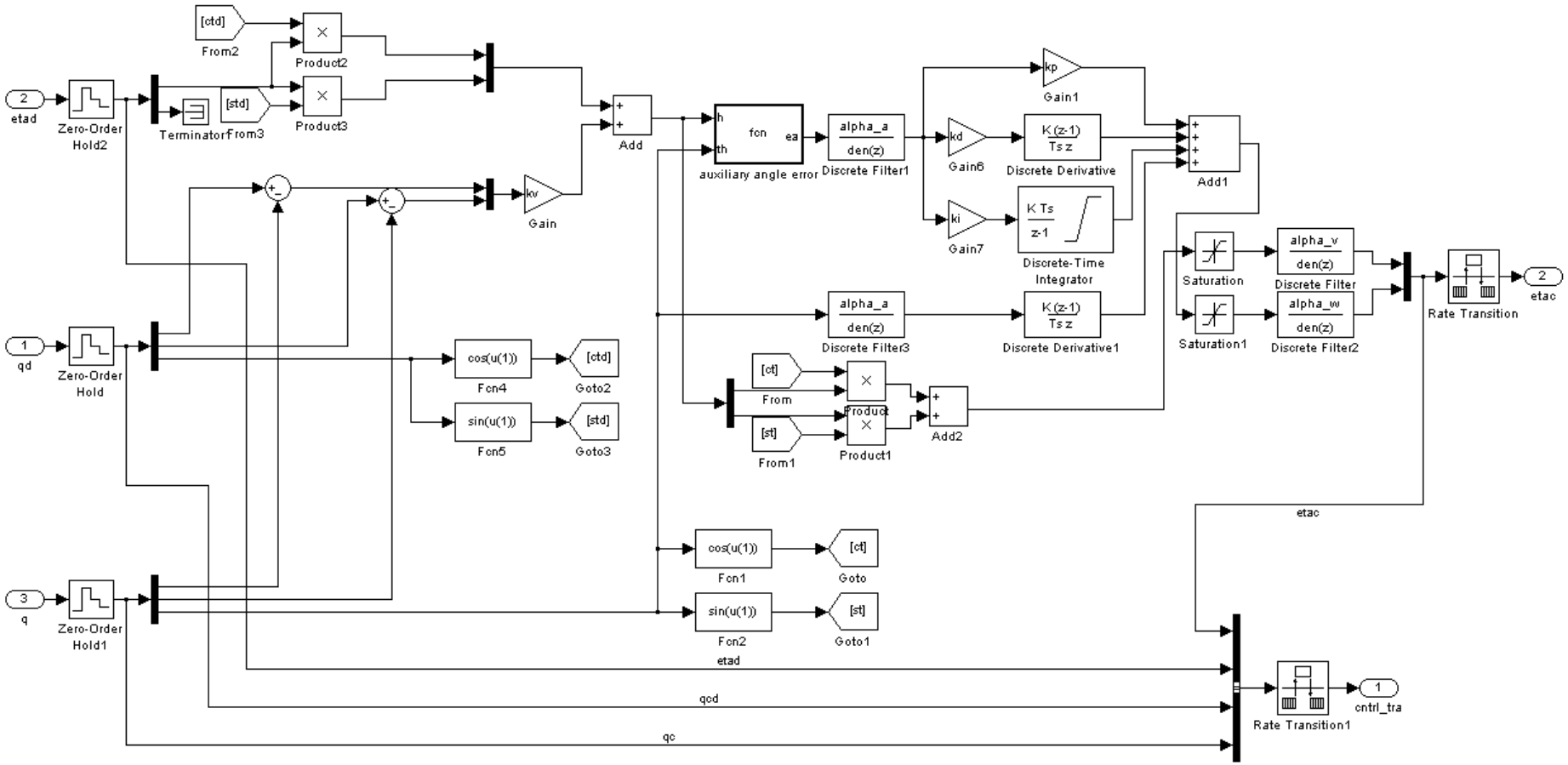
[22] **D. Lhomme Desages, Ch. Grand, J-C Guinot,** 2007. Trajectory Control of a Four-Wheel Skid-Steering Vehicle over Soft Terrain using a Physical Interaction Model, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Rome, Italy, 1164-1169, April 10-14.

[23] **J. Yi, H. Wang, J. Zhang, D. Song, S. Jayasuriya, J. Liu,** 2009: Kinematic Modeling and Analysis of Skid-Steered Mobile Robots With Applications to Low-Cost Inertial-Measurement-Unit-Based Motion Estimation, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. **25**, no. 5, 1087-1097, October.

**EKLER**

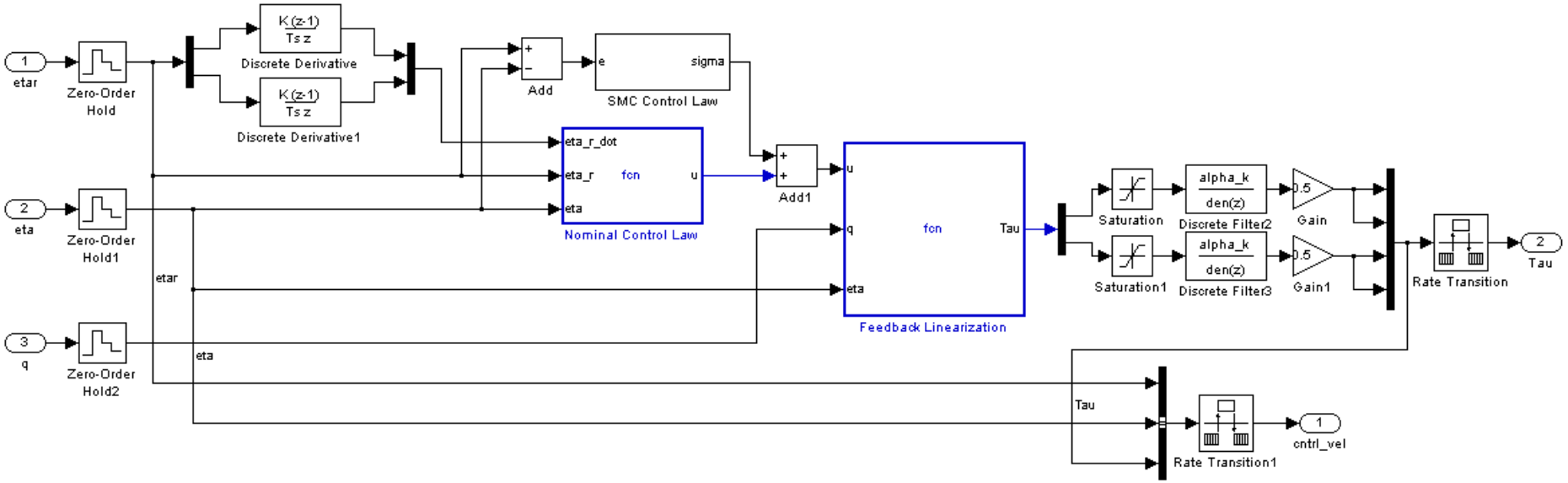
**EK A.1 :** VFO tabanlı yörünge kontrol sistemi ayrıntılı Simulink modeli.
**EK A.2 :** SMC tabanlı hız kontrol sistemi ayrıntılı Simulink modeli.

**EK A.1**

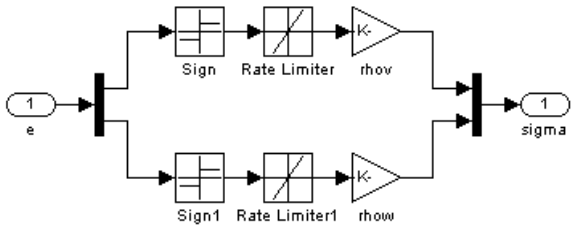



**Şekil A.1 :** VFO tabanlı yörünge kontrol sistemi ayrıntılı Simulink modeli.

**EK A.2**



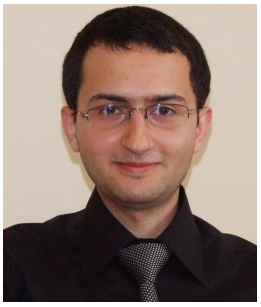

**(a)**




**(b)**

**Şekil A.2 :** SMC tabanlı hız kontrol sistemi ayrıntılı Simulink modeli: (a)Genel şeması. (b)Kayan kip terimine ait şema.

**ÖZGEÇMİŞ**



| | |
|---|---|
| **Ad Soyad:** | Sercan Arslan |
| **Doğum Yeri ve Tarihi:** | İstanbul, 6 Ağustos 1986 |
| **Adres:** | Keçeci Piri Mah. Mahlül Sok. Pehlivanlar Apt. 1/10<br>Hasköy Beyoğlu/İstanbul |
| **İletişim:** | arslanserc@gmail.com |
| **Yüksek Lisans Üniversite:** | İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü<br>Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği<br>2009-2011 |
| **Lisans Üniversite:** | İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Elektronik<br>Fakültesi Kontrol Mühendisliği<br>2004-2008 |
| **Lise:** | Kabataş Erkek Lisesi<br>2000-2004 |