Modern Gaz Türbini Tasarımında Karşılaşılan Akış Problemlerinin Yüksek Doğruluklu Çözümüne Yönelik LES Metodolojisi Geliştirilmesi

Program Kodu: 3501

Proje No: 114M593

Proje Yürütücüsü:

Doç. Dr. Ayşe Gül Güngör

Bursiyerler:

Doğukan Tuğberk Karahan

Sarp Er

KASIM 2017

İSTANBUL

ÖNSÖZ

Bu çalışma, 3501 Ulusal Genç Araştırmacı Kariyer Geliştirme Programı çerçevesinde 114M593 no'lu proje olarak TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir.

Proje kapsamında modern gaz türbin tasarımında karşılaşılan akış problemlerinin simülasyon ve analizlerinde kullanılmak üzere yerli ve özgün bir LES akış çözücüsü geliştirilmiştir. Geliştirilen akış çözücüsünün paralel platformlarda test edilmesi, ölçeklenebilirlik testleri, doğrulanması ve gerçekçi mühendislik problemleri için uygulaması yapılmıştır.

Bu projede yer alan yüksek lisans öğrencisi Doğukan Tuğberk Karahan "*Development of a large eddy simulation methodology for wall-bounded flows*" isimli lisans bitirme tezini Haziran 2015'de "*A new large eddy simulation solver for wall-bounded turbulent flows*" isimli yüksek lisans tezini ise Haziran 2017'de başarı ile tamamlamış ve mezun olmuştur.

Projede elde edilen sonuçlar ikisi uluslararası ve ikisi ulusal olmak üzere dört konferansda sözlü sunum ve bildiri olarak sunulmuştur.

Projenin 6. bölümüne katkılarından dolayı yüksek lisans öğrencisi Seyfullah Çay'a teşekkür ederiz.

Bu projede kullanılan hesaplama kaynakları Ulusal Yüksek Başarımlı Hesaplama Merkezi'nin 1002222012 numaralı desteği ile sağlanmıştır.

İÇERİK

ÖNSÖZ i
ŞEKİL LİSTESİ iv
TABLO LİSTESİ vi
ÖZET vii
ABSTRACT viii
1. GİRİŞ 1
1.1. Reynolds-ortalamalı Navier-Stokes, RANS 2
1.2. Doğrudan Sayısal Benzetim, DNS 2
1.3. Büyük Girdap Benzetimi, LES 3
1.4. Büyük Girdap Benzetimi Çözücüleri 7
2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON 10
2.1. Navier-Stokes Denklemleri 10
2.2. Sıkıştırılabilir Akışlar için LES Denklemleri 11
2.3. Sıkıştırılabilir Smagorinsky Modeli 12
3. SAYISAL YÖNTEM 14
3.1. Sonlu Hacim Formülasyonu 14
3.2. Uzaysal Ayrıklaştırma 18
3.2.1. Akı Vektörlerinin Hesaplanması 20
3.2.2. Gradyanların Tayini 21
3.2.3. Jameson-Schmidt-Turkel Sayısal Difüzyonu 22
3.3. Zamansal Ayrıklaştırma 25
3.3.1. Zaman Adımının Belirlenmesi 27
3.4. Sınır Koşulları 28
3.4.1. Giriş Sınır Şartı 28
3.4.2. Çıkış Sınır Şartı 29
3.4.3. Kaymama Sınır Şartı 29
3.4.4. Periyodik Sınır Şartı 30
3.4.5. Çekirdeklerarası Değişim (Paylaşım) Sınır Şartı 31
4. PARALEL YAZILIM 33
4.1. Çözüm Ağı Parsellemesi 33
4.2. Çekirdeklerarası İletişim 33
4.3. Ölçeklenebilirlik ve Platform Testleri 34
4.4. *lestr3d* Yazılımının Yapısı 37
5. *lestr3d* YAZILIMININ DOĞRULANMASI 39
5.1. Kübik Oyuk Akışı 39
5.1.1. JST Numerik Sönümleme Katsayılarının Etkisi 41

5.1.2. Çözüm Ağının Etkisi 43
5.1.3. Ağ Altı Ölçek Modelinin Etkisi 45
5.2. Ters Basamak Akışı 47
5.2.1. Anlık Akış Alanı 51
5.2.2. Ortalama Akış Alanı 53
6. T106 TÜRBİNİ PALİ ETRAFINDAKİ AKIŞ 59
6.1. Literatür Araştırması 59
6.2. T106 Sonsuz Pal 60
6.2.1. Sonuçlar 62
6.3. İkincil Akış Yapıları 66
6.3.1. Çözüm Ağı ve Sınır Koşulları 67
6.3.2. Sonuçlar 67
7. SONUÇLAR 72
KAYNAKLAR 75

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1. (a) DNS hız alanı u, filtrelenmiş hız alanı u ve ağ-altı hız alanı u'. (b) Normalize edilmiş enerji spektrumunun dalga sayısına bağlı olarak değişimi. Filtrelenmiş veri 512 noktada elde edilmiştir. 4
Şekil 1.2. (a) DNS hız alanı u, filtrelenmiş hız alanı u ve ağ-altı hız alanı u'. (b) Normalize edilmiş enerji spektrumunun dalga sayısına bağlı olarak değişimi. Filtrelenmiş veri 128 noktada elde edilmiştir. 5
Şekil 3.1. Yapısal olmayan bir çözüm ağında keyfi kontrol hacmi i için (gri tonda gölgeli) iki boyutlu çizim. Kırmızı çizgiler, kontrol hacmini çevreleyen yüzeyleri ve gölgeli sarı bölgeler ise i elamanına bitişik olan kontrol hacimlerini göstermektedir. Hücre merkez koordinat vektörü ve elemanın hacmi sırasıyla rc,i ve Ωi ile gösterilmektedir. 17
Şekil 3.2. Hexahedral eleman için grid örneği; (a) çözüm noktası durumu, (b) yüzey durumu. 18
Şekil 3.3. Bir dörtgen yüzün iki üçgen yüze ayrılması. Parantez içindeki etiketler üçgen sayılarına karşılık gelmektedir. 19
Şekil 3.4. Element i ile element k arasında paylaşılan keyfi bir yüzey J. Yüzey J 'nin yüzey birimi normal vektörü nJ ile temsil edilir. Her bir hücrenin özellikleri ilgili indisleri ile gösterilir. 20
Şekil 4.1. **Iestr3d**'in paralel hızlanma performansı.....36
Şekil 4.2. PU'lar arası iletişim için geçen sürenin toplam integrasyon süresine oranının, $Tcomm/Ttot$ (%) PU sayısına göre değişimi. 37
Şekil 5.1. LDC akışının karakteristik yapıları. Mavi ok, hareket eden kapağın hareket yönünü göstermektedir. 39
Şekil 5.2. Kübik LDC akışı için hesaplama alanı. Boyutlar, boşluk genişliği, h ile normalize edilmiştir. Mavi ok, hareket eden kapağın hareket yönünü göstermektedir ve kapak sabit $U0$ hızı ile hareket etmektedir. 40
Şekil 5.3. JST katsayılarının türbülans enerji spektrumu üzerindeki etkisi. LDC2-high dissip analizinde yüksek difüzyon sabitleri LDC2'de ise düşük difüzyon sabitleri kullanılmıştır. 42
Şekil 5.4. JST katsayılarının z/h = 0.5 düzlemindeki ortalama akış ve türbülans istatistiklerine etkisi. (a) $U/U0$, x/h = 0.5 kesitinde; (b) $V/U0$, y/h = 0.5 kesitinde; (c) $urms/U0$ y/h = 0.5 kesitinde; (d) $vrms/U0$, y/h = 0.5 kesitinde. 43
Şekil 5.5. z h = 0.5 düzleminde anlık edi viskozite μt konturları. (a) LDC1, (b) LDC2, (c) LDC3. 44
Şekil 5.6. Türbülans enerji spektrumu. (a) LDC1, (b) LDC2. 44
Şekil 5.7. z/h = 0.5 düzlemindeki ortalama akış ve türbülans istatistiklerine etkisi. (a) $U/U0$, x/h = 0.5 kesitinde; (b) $V/U0$, y/h = 0.5 kesitinde; (c) $urms/U0$ y/h = 0.5 kesitinde; (d) $vrms/U0$, y/h = 0.5 kesitinde. 45
Şekil 5.8. LES ağ-altı modelinin türbülans enerji spektrumuna etkisi. LDC2-no model analizinde ağ-altı modeli kullanılmamıştır. 46
Şekil 5.9. LES ağ-altı modelinin z/h = 0.5 düzlemindeki türbülans istatistiklerine etkisi. (a) $urms/U0$, (d) $vrms/U0$, y/h = 0.5 kesitinde. 46
Şekil 5.10. Ters basamak akışının karakteristikleri. U giriş hızını, H basamak yüksekliğini, h giriş kanalı yüksekliğini ve xr, basamak nedeni ile ayrılan akışın yeniden birleşme noktasını temsil eder.....47
Şekil 5.11. LES analizlerinde kullanılan geri basamak geometrisi.....48
Şekil 5.12. Kanal girişindeki ortalama hız (U) ve çalkantı profilleri (u', v', w'). (a) ve (b)'de DNS datası ve interpole edilmiş hız ve çalkantı profilleri viskoz birimler olarak gösterilmektedir. (c) ve (d)'de LES analizleri için kullanılan hız ve çalkantı profilleri boyutlu olarak verilmektedir..49

Şekil 5.13. Farklı zamanlarda giriş düzlemindeki w-hız alanı (a) t_1 ve (b) t_2. 50
Şekil 5.14. Kanal içerisinde w-hız kontörünün akış doğrultusunda değişimi. 50
Şekil 5.15. LES2 analizi ile elde edilen akım yönündeki anlık (a) hız alanı (m/s) ve (b) türbülans viskozitesi, μt (m^2/s). 52
Şekil 5.16. Anlık türbülans viskozitesi kontörü (a) LES3, (b) LES4.....52
Şekil 5.17. LES4 analizi ile elde edilen anlık hız alanına ait eş hız yüzey kontörü.....53
Şekil 5.18. Akım yönündeki ortalama (a) hız alanı (m/s) ve (b) akım çizgileri.....54
Şekil 5.19. Kanal boyunca farklı kesitlerde akım yönündeki boyutsuz ortalama (a) hız ve (b) çalkantı profilleri. 54
Şekil 5.20. Kanal boyunca farklı kesitlerde akım yönündeki boyutsuz ortalama (a) hız ve (b) çalkantı profilleri. 56
Şekil 5.21. Alt duvardaki yüzey sürtünme katsayısının Cf kanal boyunca değişimi.....57
Şekil 6.1. Literatürdeki diğer çalışmalarda öngörülen ikincil akış alanı senaryoları (a) Langston, 1980; (b) Sharma and Butler, 1987; (c) Goldstein ve Spores, 1988; (d) Wang vd., 1997. 60
Şekil 6.2. (a) Türbin pali etrafındaki çözüm alanı, (b) çözüm ağının pal etrafındaki görüntüsü. 61
Şekil 6.3. T106 türbin akışı için sınır koşulları. 62
Şekil 6.4. (a) Açıklık yönündeki hız, w kontürleri ve kaskad yapı, (b) akım çizgileri ve firar kenarına doğru akış ayrılması. Çözüm alanı u hızı değerlerine göre renklendirilmiştir. 62
Şekil 6.5. Farklı zaman adımlarına ait anlık z-vortisite konturları. Zaman (a)'dan (d)'ye artmaktadır. 63
Şekil 6.6. z-vortisite konturları (a) 768 bin eleman (b) 3 milyon eleman. 64
Şekil 6.7. Eddy viskozite değerleri (a) 768 bin eleman (b) 3 milyon eleman. 65
Şekil 6.8. w hızı (a), v hızı (b) çalkantı karekök ortalama değerleri. 65
Şekil 6.9. Pal yüzeyinde basınç katsayısı C_p dağılımı (768 000 eleman), Deney (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Incompressible (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Compressible (Sandberg vd., 2012). 66
Şekil 6.10. T106 türbin pali ve alt-duvar akışı için sınır koşulları. 67
Şekil 6.11. **lestr3d** ile elde edilen ikincil akış yapılarının literatür ile karşılaştırılması (Wang vd. 1997). 68
Şekil 6.12. (a) Akım çizgileri ve w hızıyla renklendirilmiş akış alanı, (b) w hız değerlerine göre renklendirilmiş Q kriteri eş yüzey eğrileri. 68
Şekil 6.13. Pal boyunca akış yönüne dik kesitlerde türbülans kinetik enerji konturları (Giriş hızı ile boyutsuzlaştırılmıştır). 69
Şekil 6.14. İkincil akış yapılarının basınç katsayısına etkileri, üstte kesitlerin pal üzerinde gösterimi, altta kesitlerdeki basınç katsayısı dağılımı. Deney (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Incompressible (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Compressible (Sandberg vd., 2012).....70
Şekil 6.15. 37^o (a) ve 45^o (b) giriş açılarında akıştaki Q kriteri eş yüzey eğrileri. Vorteks yapıları w-hızı ile renklendirilmiştir. 71
Şekil 6.16. Basınç katsayısının pal yüzeyinde dağılımı (37^o), Deney ve DNS (Koschichow vd., 2014). 71

TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1. LES uygulamaları için mevcut paralel kodlar. 8
Tablo 3.1. Beş aşamalı Runge-Kutta zaman integrasyonu katsayıları. 27
Tablo 4.1. Sunucuların detayları. 35
Tablo 4.2. Ölçeklenebilirlik testlerinin ayrıntıları 36
Tablo 5.1. LES analizlerinin çözüm ağı detayları ve çözünürlükleri 51
Tablo 6.1. T106 palinin geometrik detayları. 60

ÖZET

Türbülans, kaotik doğası gereği, klasik fiziğin anlaşılması en zor konularından biridir. Bu çalışmanın amacı havacılık ve uzay endüstrisinde karşılaşılan duvarla çevrili türbülanslı akış problemlerinin çözümlerine yönelik modüler ve ölçeklenebilir bir büyük girdap benzetimi (LES) çözücüsü geliştirilmesidir. Bu amaç doğrultusunda sıkıştırılabilir LES denklemleri sonlu hacimler yöntemi kullanılarak yapısal olmayan çözüm ağları için ayrıklaştırılmıştır. Uzaysal ayrıklaştırma ikinci mertebeden hücre merkezli şemalar ile gerçekleştirilmiştir. Zamanda açık integrasyon, beş kademeli Runge-Kutta zaman integrasyonu şeması ile sağlanmıştır. Uzaysal ayrıklaştırma şemasının sebep olduğu fiziksel olmayan nümerik bozuntuları sönümlemek için Jameson-Schmidt-Turkel (JST) sayısal difüzyon şeması kullanılmıştır. Ağ altı ölçek gerilme tensörünün hesaplanması için sıkıştırılabilir Smagorinsky modeli, ağ altı ölçek toplam entalpi akısı teriminin hesaplanması için ise sıcaklık gradyanı yaklaşımı kullanılmıştır. LES çözücüsü FORTRAN dili ile programlanmıştır. Yapısal olmayan çözüm ağlarının parsellenmesi için METIS yazılımı kullanılmıştır. Çok işlemcili uygulamalarda işlemciler-arası iletişim Message-Passing Interface (MPI) kütüphaneleri kullanılarak sağlanmaktadır. Paralel çözücü 512 çekirdeğe kadar iyi bir hızlanma performansı ortaya koymaktadır. LES kodunun doğrulanması kübik oyuk akışının büyük girdap benzetimi ile gerçekleştirilmiştir. JST difüzyon şemalarında kullanılan katsayılar detaylı bir şekilde tartışılmıştır. Akışın zamandaki değişimi, anlık sonuçlar ve istatistiksel sonuçlar kullanılarak çözüm ağı etkisi detaylı bir şekilde irdelenmiştir. Doğrulamanın ikinci aşamasında ters basamak akışının büyük girdap benzetimi gerçekleştirilmiştir. Kanal giriş düzleminde tam gelişmiş türbülanslı kanal akışının temsili için bir sınır koşulu geliştirilmiştir. Anlık verilere ait görseller kanal girişinde yaratılan türbülansın kanal boyunca hızlı bir şekilde sönümlendiğine işaret etmektedir. Bu yüzden akış alanındaki türbülans genellikle basamaktan kaynaklanan kayma tabakası tarafından sağlanmaktadır. Çözüm ağı iyileştirmeleri ve kanal girişinde türbülans aktivitesinin artması ile sonuçlarda iyileşme gözlemlenmiştir. Çalışmanın son aşamasında geliştirilen kodun türbin tipi akışlardaki yetenekleri ortaya konmuştur. Bu amaçla, doğrusal sıralı (linear cascade) T106 türbin palası etrafındaki akışın ve duvar etkileşimi nedeni ile oluşan ikincil akışların büyük girdap benzetimi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar geliştirilen kodun gerçek mühendislik problemlerinde başarılı sonuçlar ortaya koyduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Türbülans, gaz türbini, large eddy simulation, sayısal modelleme ve analiz, paralel hesaplama

ABSTRACT

Turbulence has been one of the most challenging phenomena in classical physics due to its chaotic nature. The objective of this study is to develop a modular and scalable compressible LES solver for solution of wall-bounded turbulence problems encountered in the aerospace field. To achieve this, the compressible LES equations are discretized on unstructured grids using the finite volume method. Spatial discretization is carried out by using the second-order cell centered scheme. Explicit time advancement is carried out by using five-stage Runge-Kutta time integration scheme. The Jameson-Schmidt-Turkel (JST) artificial diffusion scheme for unstructured grids is employed to eliminate non-physical solutions caused by the employed spatial discretization scheme. Compressible extension of Smagorinsky model is used so as to account for the sgs dynamics and the temperature gradient approach is employed to compute the sgs total enthalpy flux term. The parallel LES solver is written in FORTRAN. Domain decomposition of unstructured grids is carried out by METIS software. Communication between processing units for multi-core applications is supplied by the Message-Passing-Interface (MPI) libraries. The performance of the parallel solver indicates a good scaling up to 512 cores. LES of the lid-driven cavity flow is performed in order to validate the solver. The effect of the JST diffusion scheme constants is discussed in detail. Grid effect has been studied by investigating the time history, instantaneous behaviour, and time averaged velocity fields of the flow. LES of the spatially developing backward-facing step is also performed. A turbulent inflow boundary condition is generated to represent the fully developed turbulent channel flow at the inlet plane. Snapshots of the instantaneous flow field have clearly indicated that the generated turbulence is quickly dissipated. Therefore, turbulence is mostly sustained by the separated shear layer. Grid refinement and increment in the turbulence levels at the channel inlet have shown better results. Finally, the capabilities of the solver are further assessed for a complexer flow: the flow over T106 turbine blade. The flow inside a linear cascade and the secondary structures due to end wall are investigated. Investigation of results has pointed out that the algorithm shows promising predictive abilities of the generated solver for challenging wall-bounded flows.

Keywords: Turbulence, gas turbine, large eddy simulation, numerical modelling and analysis, parallel computing.

1. GİRİŞ

Mühendislik problemlerinin çoğu türbülanslı akış içerir. Türbülansın geçerli tek bir tanımı yapılamadığı gibi, teorisi de henüz tamamlanamamıştır. Bu yüzden türbülans, genellikle karakteristik özellikleri ile tanımlanmaktadır (Tennekes ve Lumley, 1970; Pope, 2000). Türbülans yüksek Reynolds sayılarına sahiptir ve akış alanı rastgele (random) bir davranış sergiler. Bahsi geçen rastgele davranış, her yönde momentum taşınımını artırır ve laminer akıştan farklı olarak, momentum transferi daha etkindir. Ayrıca türbülans, viskozite nedeniyle sönümlenen bir yapıya sahip olup, türbülansın sürdürülebilirliği için sisteme bir kaynaktan enerji sağlanmalıdır. Viskozitenin türbülanslı akışlarda önemli bir rol oynamasının temel sebebi akış alanında var olan yüksek hız gradyanlarıdır. Türbülanslı akışlarda enerji, viskoz etkileşimler ile sönümlendiği için türbülans sönümleyici bir yapıya sahiptir.

Türbülanslı akışlardaki enerji mekanizmasını açıklamak için, türbülans yapılarının uzunluk ölçekleri ile ilgili bilgiler edinmek yararlıdır. Bu yapılar büyük ölçekler ve küçük ölçekler olarak iki kategoriye ayrılırlar. Büyük ölçekli yapılar, akış alanının geometrisine bağlıdır. Küçük ölçekli yapılar ise büyük girdaplara ve viskoziteye bağlıdır. Büyük girdaplarda viskoz etkileşimler ihmal edilebilir mertebededir (Pope, 2000). Türbülanslı akışlardaki enerji transfer mekanizması şu şekilde özetlenebilir; büyük ölçekli yapılar enerjilerini kademeli bir şekilde kendinden daha küçük yapılara aktarır ve bu süreç enerjinin en küçük yapılarda viskoz etkileşimler ile tamamen sönümlenmesine kadar sürer.

Navier-Stokes (N-S) denklemleri Newtonyen akışkanların hareket denklemlerini ifade eder. Fakat bu denklemler integrallenemeyen ve lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerdir. Non-lineerliğin ve kısmi türevlerin varlığı, denklemlerin çözümünü neredeyse imkânsız kılar. Viskozite içeren veya içermeyen bazı problemlerin analitik çözümleri var olmasına rağmen, şimdiye kadar denklemlerin en genel formdaki analitik çözümü henüz bulunamamıştır. Bu sebeplerden ötürü, türbülanslı akışlar için yapılan çalışmaları deneysel yöntemler ve sayısal yöntemler oluşturmaktadır. Deneysel yöntemler gerçek hayat problemlerinin doğasına ilişkin somut veriler sağlayabilmektedir. Buna rağmen deneysel yöntemler de kendi zorluklarını barındırmaktadır. Öte yandan, günümüz bilgisayarlarının sunduğu hesaplama kabiliyeti, türbülans problemlerinin sayısal olarak çalışılabilmesini mümkün kılmıştır. Türbülans problemlerinin nümerik çözümüne yönelik en yaygın yöntemleri Reynolds-ortalama Navier-Stokes (Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS), doğrudan sayısal benzetim (direct numerical simulation, DNS) ve büyük girdap benzetimi (large eddy simulation, LES) oluşturmaktadır.

1.1. Reynolds-ortalamalı Navier-Stokes, RANS

RANS, türbülans çalışmaları için geliştirilmiş en eski tekniktir. Bu tekniğin temel prensibi, anlık akış alanını zamandaki ortalama değerler ve çalkantı değerleri olarak ayırmaktır, buna "Reynolds ayırması" adı verilir. Bu ayırma işlemi N-S denklemlerine uygulandığında zamandan bağımsız bir denklem seti elde edilir. Bu da, akış alanının ortalamasının hesaplandığını ifade etmektedir. Lakin nonlineer terime uygulanan Reynolds ayırması sonucunda kayma gerilmesi birimine sahip olan bir tensör ortaya çıkmaktadır. Bu terim "Reynolds gerilmesi" tensörü olarak adlandırılır ve bu terimin varlığı kapalı bir denklem sisteminin var olmamasına sebebiyet verir. Bunun sonucunda da "kapatma problemi" oluşur.

Sayısal integrasyon hesabı yapabilmek için Reynolds gerilme tensörünün modellenmesi gerekir. Modelleme tekniklerinin birçoğu Boussinesq'in edi-viskozite konseptine dayanmaktadır. Bu yaklaşım bilimsel ve mühendislik alanlarında yeterli bir yaklaşım olarak görülmektedir. Ancak, evrensel bir Reynolds gerilme modelinin var olmaması yüzünden Reynolds gerilme modellerinin uygulanması dikkat gerektirmektedir.

RANS'ın nicel sonuçları oldukça gerçekçi sonuçlar verebilmektedir. Öte yandan RANS, basit geometriler haricinde, akış alanının fiziksel yönlerini iyi bir şekilde temsil edememektedir. Bunun temel sebebi, akış alanının ortalama çözümünün elde edilmesidir. RANS'ın çözünürlüğünün diğer yöntemlere göre düşük olmasının sebebi de çalkantı değerlerinin modellenmesinden kaynaklanmaktadır. Buna rağmen RANS, ortalama akışın hesaplanması ve çalkantıların modellenmesi ile simülasyonun maliyetini ve hesaplama zamanını önemli ölçüde düşürerek türbülanslı akışların çözümünde kullanılan en hızlı ve en ucuz hesaplama yöntemidir. Bu sebeplerden ötürü, birçok hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) çalışması RANS'ı tercih etmektedir. Bunun yanında, RANS'ın ticari kullanımı oldukça yaygındır (Gourdain vd. 2009). Yukarıda belirtildiği gibi; basit geometriler haricinde RANS'ın nitel sonuçları hassas değildir (Sagaut, 2006). Bu yüzden RANS, araştırma yöntemi olarak uygun bir yöntem değildir. Lakin literatürdeki birçok çalışma, RANS'ın hibrit LES/RANS yöntemlerinde duvar etkileşimli akışlarda yardımcı bir yöntem olabileceğini belirtmektedir (Gungor, 2009).

1.2. Doğrudan Sayısal Benzetim, DNS

Doğrudan sayısal benzetim, yüksek mertebeli sayısal şemalar ve çözünürlüğü yüksek çözüm ağları kullanılarak, akış alanına ait bütün türbülans yapılarını zamanda ve uzayda en ince ayrıntısına kadar çözümleyebilen bir yöntemdir. Yöntemin yüksek mertebeli şemalar ve yüksek çözünürlük gereksinimi, hesaplama hacmini ve maliyetini artırmaktadır. DNS'in hesaplama maliyeti Reynolds sayısının kübü ile orantılıdır (Pope, 2000). DNS'in sonuçları fiziksel olarak

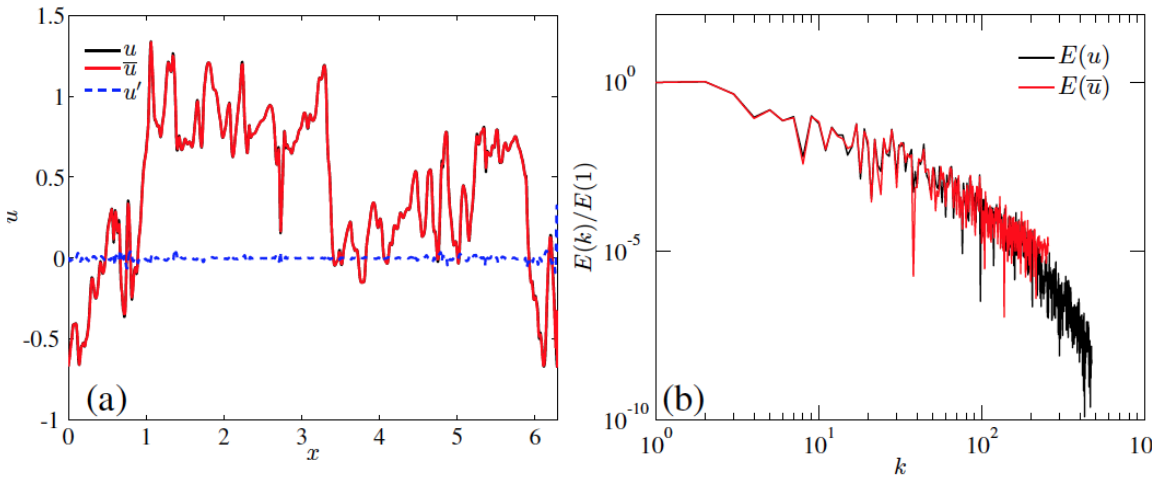
hassas çözüm sunabilmekte ve güvenilirdir. Bunlardan ötürü DNS bir araştırma yöntemidir (Lacaze ve Oefelein, 2015) ve günümüzde türbülanslı akışların çözümü için en doğru yöntem olarak kabul edilmektedir (Jimenez, 2003, Moin ve Mahesh, 1998).

DNS, günümüzde sahip olunan hesaplama kabiliyetindeki kısıtlamalar nedeniyle gerçek mühendislik problemlerinin çözümünden çok, indirgenmiş basit geometrilere sahip problemlerin detaylı bir şeklide incelenmesi, teorileri test edilmesi ve LES ve RANS için modeller geliştirilmesi için kullanılmaktadır. DNS kullanım alanlarına örnek olarak: türbin-tipi akışlar (Karaca ve Gungor, 2016; Sandberg vd., 2015), sınır tabaka akışları (Borrell vd, 2013; Lee ve Sung, 2009; Schlatter vd., 2009), süpersonik sınır tabaka akışları (Pirozzoli vd., 2004), kanal akışları (Kim vd., 1987; Moser vd., 1999; del Alamo vd., 2004; Lee ve Moser, 2015) ve serbest kayma akışları (Sarkar, 1995; Pantano ve Sarkar, 2002) verilebilir.

1.3. Büyük Girdap Benzetimi, LES

Büyük girdap benzetimi ise hem akademik hem de endüstriyel amaçlar için kullanılabilen ve DNS'e alternatif olarak kabul edilen bir yöntemdir. LES, akış denklemlerine uzamsal bir filtre uygulayarak akış alanındaki enerji taşıyan büyük ölçekli türbülans yapılarının doğrudan hesaplanması ve enerji sönümleyici davranışa sahip küçük ölçekli yapıların modellenmesi prensibine dayanır (Gungor, 2009; Sagaut 2006). Bu sayede bu yöntem, uzayda ve zamanda yeterli bir çözünürlük sağlayarak akış alanını uzayda ve zamanda çözümler ve yöntemin hesaplama maliyeti oldukça makuldür. Buna rağmen, akış alanının uzamsal filtrelenmesi, küçük ölçekli yapıların (ağ-altı ölçeklerin) dinamiğini temsil eden terimler ortaya çıkarır. Bu terimlerin varlığı denklem sayısından fazla bilinmeyen olmasına neden olur ve terimlerin modellenmesi gerekmektedir. Bu modeller genellikle küçük yapıların izotropik ve dissipatif (sönümleyici), büyük yapıların ise enerji taşıyan yapılar olduğu prensibine dayanır. Dolayısıyla bu modellerde ağ-altı ölçeklerin büyük yapılar üzerindeki etkisi sadece büyük yapılardan enerji almak ve bu enerjiyi sönümlemek şeklinde düşünülebilir (Gungor ve Menon, 2010).

LES çalışmalarında filtreleme ve filtre etkisi sonucu ortaya çıkan yapıların hem fiziksel hem de Fourier uzayındaki etkilerini anlamak oldukça önemlidir. Bu nedenle, John Hopkins Üniversitesi türbülans veri tabanından alınmış türbülans verisi farklı filtre boyutları için analiz edilecektir. Türbülans datası zorlanmış, homojen, izotropik DNS çalışmasından elde edilmiştir (Li vd., 2008) ve DNS datası 1024 nokta ile temsil edilmektedir. DNS verisi u, literatürde yaygın olarak kullanılan kutu filtresi (box filter) ile filtrelenmiştir. Filtreleme işlemi sonucu ortaya çıkan hız $\bar{u}$, ve ağ-altı hızları temsil eden hız ise u' olarak tanımlanmaktadır. Bu hızlar arasındaki ilişki $u = \bar{u} + u'$ olarak verilmektedir.



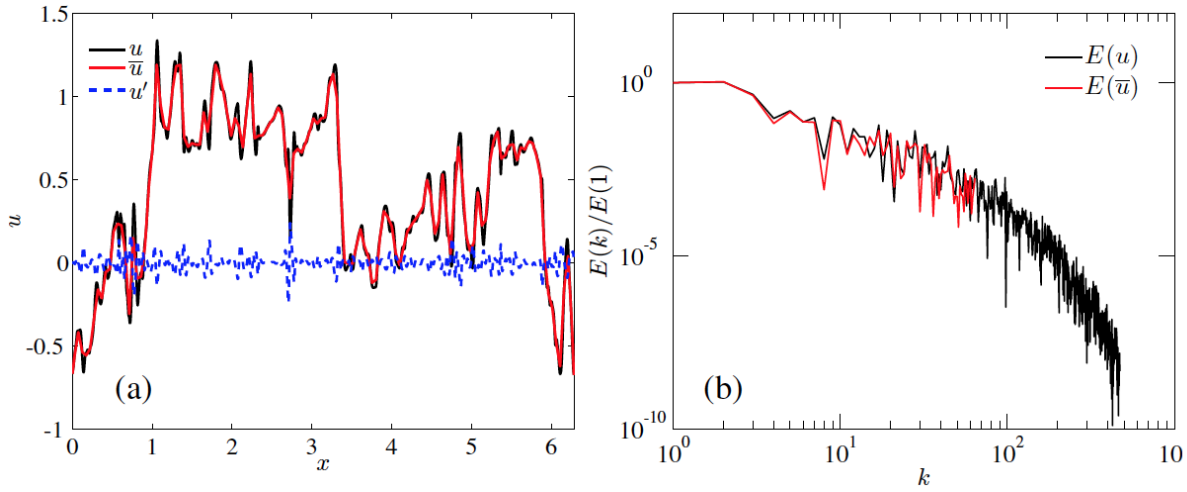
Şekil 1.1. (a) DNS hız alanı u, filtrelenmiş hız alanı $\bar{u}$ ve ağ-altı hız alanı u'. (b) Normalize edilmiş enerji spektrumunun dalga sayısına bağlı olarak değişimi. Filtrelenmiş veri 512 noktada elde edilmiştir.

Şekil 1.1(a) DNS verisini u, 512 nokta ile temsil edilmiş filtrelenmiş veriyi $\bar{u}$ ve ağ-altı hız alanını u' göstermektedir. Filtreleme sonucu ortaya çıkan veriden anlaşılacağı üzere, çözünürlüğün yarıya indirilmiş olması fiziksel uzayda akış alanını önemli ölçüde etkilememektedir. Filtre etkisini daha net incelemek adına tanımlı bu üç sinyalin Fourier dönüşümleri yapılmıştır. Şekil 1.1(b), DNS ve filtrelenmiş akış alanlarının enerji spektrumunun dalga sayısı (dalga boyu ile ters orantılıdır) ile değişimini göstermektedir. Küçük dalga sayılarında (büyük yapılar) enerji hem DNS hem de filtrelenmiş veride hemen hemen aynıdır. Buna rağmen, yüksek dalga sayılarında (küçük yapılar), DNS verisinde hala enerji olmasına rağmen, filtrelenmiş hız sinyalinde bu enerji görülmez. Bu uzaysal filtrenin direk sonucu olarak, LES prensibiyle tutarlı bir durumdur; küçük ölçekli yapılar uzaysal filtre ile filtrelenir ve filtre boyutunun altında kalan bu küçük yapıların enerjisi bir ağ-altı modeli ile modellenir.

Bu çalışmadan görüldüğü gibi uzaysal filtre kullanılarak, LES'de çözümlenen ve modellenen türbülans yapıları arasında direk olarak bir sınır ortaya konmaktadır. Fakat, gerçek türbülanslı akışlarda bu ayrım net olarak tanımlanamamaktadır (Garnier vd., 2009).

Seçilen filtre genişliğine bağlı olarak büyük ve küçük ölçekler arasındaki bu sınır daha farklı dalga sayılarında olabilir. Örneğin, daha geniş bir filtre aralığı kullanılarak elde edilen filtrelenmiş hız verisi ve DNS verisinin karşılaştırması Şekil 1.2.'de sunulmaktadır. Filtrelenmiş hız sinyali 128 grid noktasında temsil edilmektedir, bu da olabildiğince az noktada verinin gerçek DNS datasını temsil etmek için kullanıldığı anlamına gelir. Şekilde görüleceği gibi filtrelenmiş hız alanı DNS verisine göre daha düzgündür. Filtre genişliğinin artması akış alanındaki fiziksel bilginin azalmasına sebep olmaktadır. Bu durumun özellikle DNS verisinde

çalkantının yüksek olduğu yerlerde daha belirgin olduğu görülmektedir. Aynı zamanda ağ-altı hız bileşenin çok daha belirgin olduğu nettir. Şekil 1.2(b) DNS verisinin ve filtrelenmiş hız alanının enerji spektrumunu göstermektedir. Küçük dalga sayısı, yani yüksek filtre genişliği, büyük ölçekli yapılardan daha fazla enerji çeker ve enerjinin büyük bir çoğunluğu modele bağlı kalır. Geniş filtre kalınlığı hesaplama zamanını ve maliyetini oldukça düşürecektir. Fakat böyle bir durumda modelin fiziksel temsil kabiliyetine bağlı olarak fiziksel olmayacak sonuçlar elde edilebilir. Ayrıca, enerji çözünürlüğü LES çalışmalarının en önemli kısmı olmakla birlikte çalışmaların çoğunda enerjinin yüzde sekseninin çözümlendiği ve geriye kalan kısmın ağ-altı altı modele bağlı olduğu belirtilmiştir (Pope, 2000).



Şekil 1.2. (a) DNS hız alanı u, filtrelenmiş hız alanı $\bar{u}$ ve ağ-altı hız alanı u'. (b) Normalize edilmiş enerji spektrumunun dalga sayısına bağlı olarak değişimi. Filtrelenmiş veri 128 noktada elde edilmiştir.

En yaygı olarak kullanılan ağ-altı gerilme tensörü modeli Smagorinsky modelidir (Smagorinsky, 1963). Kolmogorov, 1941 tarafından öne sürülen enerji spektrumu, küçük ölçekli yapıların evrensel ve disipatif yapıda olduğunu ortaya koymaktadır. Smagorinsky modelinde ağ-altı yapıların bu kategoride olduğu varsayımı ile ağ-altı ölçek gerilme tensörünü tamamen sönümleyici yapıda olduğu kabul edilir. İzotropik akışlarda Smagorinsky modelinin kullandığı yaklaşım yeterli olmaktadır fakat küçük ölçekli girdapların tamamen disipatif olma davranışı akış alanında duvarlar söz konusu olduğunda geçersizdir.

Duvar komşuluğundaki küçük yapılar sönümleyici yapılar olmaktan ziyade aynı zamanda enerji taşıyan yapılardır ve büyük yapılara enerji sağlama eğilimindedirler (Jimenez ve Moser, 2007). Duvara yakın bölgedeki yapıların deneysel olarak incelenmesi zorluklar barındırdığı için duvarla çevrili akışların sayısal olarak çalışılması uygun görülmektedir. LES çözümünde en önemli noktalardan biri duvara yakın yerde oluşan küçük fakat önemli yapıların sayısal ağ ile

çözümleme gerekliliğidir. Bu küçük yapıların boyutsuz karakteristik uzunlukları viskoz birim cinsinden $\Delta x^+=100$, $\Delta z^+=50$, $y^+=1$'dir (Jimenez ve Moin, 1991; Robinson, 1991). Duvar etkileşimli karmaşık türbülanslı akışlarda LES için gerekli olan ağ nokta sayısı işte bu yapıların çözümlenmesine dayanır. Baggett vd. (1997) türbülanslı sınır tabakasının ölçeklerinin çözümlenmesi için gerekli olan ağ noktası sayısının, yüzey sürtünme Reynolds sayısının karesi ile orantılı olduğunu ortaya koymuştur. LES için gerekli olan ağ sayısı neredeyse DNS için gerekli olan ağ nokta sayısı kadardır. Dolayısıyla bu tip akışların LES ile çözümü hesaplama açısından oldukça pahalıdır (Jimenez, 2003). Günümüzde yapılan birçok LES çalışmasında ya karmaşık duvar modelleri kullanılır (Gungor ve Menon, 2010) ya da duvar bölgesinde farklı çözümleme teknikleri kullanılarak (hibrid RANS/LES gibi) akış alanı çözülür (Wang ve Moin, 2002; Gungor, 2009; Gungor ve Menon, 2010).

Dolayısıyla duvar etkileşimli akışların LES ile direk çözümünde (wall-resolved LES) dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta kullanılan filtrenin boyutudur. Konvansiyonel yöntemlerde çözüm ağındaki grid aralıkları filtre boyutunu belirlemektedir ve yukarıda bahsedildiği gibi filtre boyutu duvardaki en küçük yapıları yakalayacak şekilde seçilmelidir. Tüm akışta bu kadar küçük boyutta homojen filtre kullanımı hesaplama maliyetini oldukça artırır. Dolayısıyla homojen filtre yerine, değişken filtre boyutu kullanılır. Özellikle sınır tabakayı daha iyi yakalamak için çözüm ağının sıkılaştırılması gerekir. Gerek endüstriyel, gerekse akademik çalışmalarda genellikle böyle bir strateji uygulanmaktadır ve duvara yaklaştıkça ardışık iki ağ aralığı oranı 1.05-1.1 civarında tutulur. Bu bilgilerle, yaklaşık olarak, duvar komşuluğunda incelenecek bir akış alanı için uygun bir filtre boyutu/ağ aralığı seçilebilir. Fakat homojen olmayan filtre kullanımı nedeniyle değişme hatası (commutativity) ortaya çıkmaktadır. Duvar etkileşimli türbülans akışlarda sınır koşulları, ağ altı modelleri ve ayrıklaştırma şemaları da duvar komşuluğundaki yapıların çözünürlüğüne etki etmektedir. Örneğin, disipatif bir modelin kullanılması, duvar komşuluğundaki hız gradyanlarının çözünürlüğünü düşürebilme potansiyeline sahiptir ve disipatif yapıya sahip olan Smagorinsky modeli böyle bir özellik göstermektedir. Ayrıca, türbülanslı sınır tabakalarda enerjinin küçük yapılardan büyük yapılara aktarımı (back-scattering) önemli bir etken olduğundan (çözüm ağının kalitesinden bağımsız olarak) geri saçılıma yer vermeyecek bir model kullanımı, sonuçların beklenenden farklı olmasına, hatta fiziksel olmayan çözümler elde edilmesine sebep olabilir.

Uzaysal bir filtre ile akış alanını filtrelemek hesaplama maliyetini DNS'e göre düşürmekte olup, bu maliyet RANS'a göre halen daha fazladır (Sagaut, 2000). Bu karşılaştırma aynı zamanda hesaplama zamanı için de geçerlidir. Küçük ölçeklerin modellenmesi hem maliyet, hem zaman, hem de çözünürlük bakımından önemlidir. Literatürde gerçekçi geometriler için LES çalışmaları mevcuttur. Bunlara (türbülansa) geçiş problemleri, küt cisimler etrafındaki akışlar,

ayrılmış akışlar vb. gibileri örnek verilebilir (Gungor, 2009, Gungor ve Menon 2010). Bu yüzden ticari kullanımı halen gelişmekte olan LES'in akademik kullanımı çok daha fazla ilgi görmektedir. DNS'ten daha ucuz bir maliyete sahip olmasına rağmen, LES'in hesaplama maliyeti halen yüksektir. Bu yüzden LES'in akademik kullanımının ticari kullanıma göre daha fazladır. Buna rağmen, bazı HAD yazılımları LES opsiyonunu da barındırmaktadır.

Kısaca özetlemek gerekirse, LES, RANS ve DNS arasında yer alan türbülanslı akışları çözmek için oldukça uygun bir yöntemdir. Bütün türbülanslı yapıların çözüldüğü DNS yönteminin aksine LES sadece türbülans enerjisinin büyük bir bölümünü oluşturan büyük yapıların çözümüne ve küçük olanların ise modellenmesi ilkesine dayanır. Bu yönüyle LES hem DNS'den hem de RANS türbülans modellerinden daha avantajlıdır. Dolayısıyla bu projede kompleks akış olaylarının sayısal analizi için LES yöntemi kullanılmıştır.

1.4. Büyük Girdap Benzetimi Çözücüleri

LES denklemlerinin sayısal integrasyonu için uluslararası literatürde hem araştırma hem de endüstriyel uygulamalar için kullanılan LES yazılımları hakkında literatür araştırması Tablo 1'de verilmiştir. Tabloda verilmiş olan kodlar, havacılık ve uzay endüstrisinde, özellikle türbin tipi, yanma içeren kompleks akışlar üzerinde çalışılmış, halihazırda kullanılan ya da kullanılma potansiyeli bulunduran kodların bir kısmını içermektedir.

Literatürde büyük girdap benzetimi için geliştirilmiş çözücü sayısı oldukça fazladır. Bunun temel sebebi çözücülerin spesifik bir amaca yönelik olarak geliştirilmesidir. Bu yüzden günümüzde şirketler, enstitüler ve üniversiteler kendi geliştirdikleri çözücüler ile analiz yapmaktadırlar. Bu tür çözücüler kullanılan yöntemin her bir parametresi üzerinde kontrol sağlarlar ve üzerinde çalışılacak problemin gereksinimlerine göre bu parametreler rahatlıkla geliştirilebilirler veya değiştirilebilirler.

Tabloda görüldüğü gibi kodların gerek nümerik hassasiyetleri gerekse kullandığı modeller oldukça farklı olabilmektedir. Fakat genel olarak bakıldığında LES uygulamalarında çoğunlukla Smagorinsky ve dinamik modellerinin (Germano, 1991) ve k-denklemi modelinin tercih edildiği görülmektedir. Geliştirilen kodlar genellikle spesifik bir amaca yönelik olup, kimileri sıkıştırılamaz akışlar için; örneğin PUFFIN (Malalasekera vd., 2007; Kempf vd., 2008), FLOWSI (Kempf vd., 2006), YALES2 (Falese vd., 2014), CDP (Url-1) vs, kimileri ise sıkıştırılabilir akışlar için; örneğin CHARLES (Cocks vd. 2015), RAPTOR (Oefelein, 2006), AVBP (Url-2; Gourdain vd., 2009a; Gourdain vd., 2009b) geliştirilmiştir. Bu kodlardan bazıları, örneğin LESLIE (Url-3; Menon ve Patel, 2006) ise yanma içeren akış problemleri için kullanılmaktadır. Bu kodlar arasında en çok tanınmış, endüstriyel alanlarda kullanılan kodlar

olarak AVBP (Url-2; Gourdain vd., 2009a; Gourdain vd., 2009b), FLUENT (Url-4; Url-5) ve OpenFOAM (Url-6) gösterilebilir. Bunların yanında, LES çalışmalarında genellikle sonlu hacim formülasyonları kullanılmakta iken NGA kodu (Desjardins vd., 2008), sonlu fark formülasyonları kullanılarak geliştirilmiştir.

Tablo 1.1. LES uygulamaları için mevcut paralel kodlar.

Kod	Sayısal Yöntem	Türbülans Modeli
CDP (Stanford Üniversitesi)	Zamanda ve uzayda 2. mertebe, multi-blok yapısal ağ	Dinamik Smagorinsky
LESLIE (Georgia Inst. of Tech.)	Zamanda 2. mertebe, uzayda 4. mertebe, multi-blok hibrit (yapısal, yapısal olmayan ağ)	Localized dynamic k-eqn. model (LDKM)
AVBP (CERFACS)	Açık zaman integrasyonu, zamanda ve uzayda 3. mertebe, yapısal olmayan, hibrit ağlar	Smagorinsky, Dinamik Smagorinsky, Wale
OpenFOAM	Zamanda ve uzayda 2. mertebe, colocated yapısal olmayan ağlar	LDKM, mixed model, k-eqn model, Smagorinsly model
PUFFIN (Loughborough Üniversitesi)	Zamanda ve uzayda 2. Mertebe, staggered kartezyen ağlar	Dinamik Smagorinky, Localized dynamic model
FLOWSI (Imperial College)	Zamanda 3. mertebe, uzayda 2. Mertebe, staggered yapısal ağlar	Dinamik Smagorinsky
FLUENT (ANSYS Inc.)	Zamanda ve uzayda 2. Mertebe, colocated yapısal olmayan ağlar	Smagorinsky-Lilly model, Dinamik Smagorinsky-Lilly model, WALE, WMLES, k-eqn. model
RAPTOR (Sandia National Laboratuaries)	Zamanda ve uzayda 2. Mertebe, staggered yapısal ve yapısal olmayan ağlar	Scale similarity model
BOFFIN (Imperial College)	Zamanda ve uzayda 2. Mertebe, colocated yapısal ağlar	PDF yöntemleri, Dinamik Smagorinsky
YALES2 (CORIA)	Zamanda ve uzayda 4. Mertebe, vertex centered hibrit ağlar	Smagorinsky model
NGA (Stanford University)	Zamanda ve uzayda 2. Mertebe, staggered yapısal ağlar	Lagrangian dynamic sgs model
CHARLES (Stanford University, Cascade Tech. Inc.)	Zamanda 3. Mertebe, uzayda 2. Mertebe, yapısal olmayan ağlar	Smagorinsky model

Türbülanslı akış analizlerinde, yüksek frekanslarda ve küçük dalga boylarında oluşan türbülans yapılarını daha iyi yakalayabilmek için genellikle düşük mertebede sayısal difüzyon içeren şemalar tercih edilir. Birinci mertebe yaklaşımların sayısal hatalarının yüksek olması sebebiyle genellikle daha yüksek mertebede şemalar kullanılır (Fröhlich ve Rodi, 2002). Tablo1'de görüldüğü üzere LES kodlarının ayrıklaştırma şemaları minimum ikinci mertebedendir.

Bu rapor şu bölümlerden oluşmaktadır;

İkinci bölümde sıkıştırılabilir akışlar için LES denklemleri ve ağ altı modelleri sunulmuştur. Üçüncü bölümde bu denklemlerin sayısal integrasyonu ve sınır şartları verilmiştir. Dördüncü bölümde proje kapsamında geliştirilen ***lestr3d*** akış çözücüsünün detayları ve paralel yazılım performansı sunulmuştur. Beşinci bölümde geliştirilen LES yazılımının doğruluğu referans problemler için (kübik oyuk akışı ve ters basamak akışı) deneysel ve diğer sayısal çözümlerle karşılaştırılarak detaylı bir şekilde incelenmiştir. Altıncı bölümde üç boyutlu T106 türbin pal'i üzerindeki kompleks akış olaylarının ***lestr3d*** ile incelenmesi ve ikincil akışların türbin verimindeki kayıplara olan etkilerinin araştırılması yapılmıştır. Son bölümde ise sonuçlar sunulmuştur.

2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

2.1. Navier-Stokes Denklemleri

Sıkıştırılabilir, Newton-tipi (Newtonyan) akışların hareketini tanımlayan Navier-Stokes (N-S) denklemleri tensör notasyonu kullanılarak sırasıyla aşağıda verilmiştir.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.1}$$

Momentum denklemi:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\rho u_i u_j + p\delta_{ij} - \tau_{ij}\right] = 0 \tag{2.2}$$

Enerji denklemi:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\rho E + p)u_i + q_i - u_i\tau_{ij}\right] = 0. \tag{2.3}$$

Bu denklemlerde Einstein'ın toplama kuralı, $i, j = 1,2,3$, uygulanmıştır. Bu denklemlerde x_i kartezyen koordinatları, $u_i(\vec{x}, t)$ hız alanının x_i yönündeki bileşenini, *E* toplam enerjiyi, ρ yoğunluğu, ve p basıncı göstermektedir. δ_{ij} ise Kronecker delta'dır (eğer $i \neq j$ ise $\delta_{ij} = 0$ ve $i = j$ ise $\delta_{ij} = 1$).

Newton-tipi akışkanlar için viskoz kayma gerilmesi tensorü τ_{ij} aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{2.4}$$

burada $\boldsymbol{\mu}$ akışkanın dinamik viskozitesi olup, bu değişken Sutherland yasası ile hesaplanmaktadır.

Basınç ve sıcaklık arasındaki ilişki ise ideal gaz denkleminden elde edilir. Enerji denklemindeki ısı akısı terimi ise sıcaklığın gradyeni ile ilişkilidir:

$$q_i = -k\frac{\partial T}{\partial x_i}. \tag{2.5}$$

Bu formülde *k* ısıl taşınım katsayısıdır.

2.2. Sıkıştırılabilir Akışlar için LES Denklemleri

Sıkıştırılabilir akışlar için LES denklemleri, hareket denklemleri olan N-S denklemlerine (2.1, 2.2 ve 2.3) uzamsal bir filtre uygulanarak elde edilir. Uzamsal filtrenin amacı akış alanında var olan küçük yapıları göz ardı etmektir. Fakat uzamsal filtreleme, akış alanında çözümlenemeyen ağ altı ölçek (sub-grid scale, sgs) terimlerini ortaya çıkarmaktadır. Bu terimler kapatma (closure) problemine yol açmakta olup, sgs terimlerin modellenmesi gerekmektedir.

Normalizasyon kriterini sağlayan ve filtre boyutu $\bar{\Delta}$ olan bir $G(\overrightarrow{x'}, \vec{x}: \bar{\Delta})$ filtre fonksiyonu ile yapılacak olan filtreleme operasyonu, x_i yönündeki filtrelenmiş bir $\bar{u}_i$ akış alanına tekabül edecektir:

$$\bar{u}_i(\vec{x}, t) = \int u_i(\overrightarrow{x'}, t)\, G(\overrightarrow{x'}, \vec{x}: \bar{\Delta}) d\overrightarrow{x'}. \tag{2.6}$$

Kalıntı alanı Leonard ayırması (Leonard, 1974) ile bulunabilir:

$$u'_i(\vec{x}, t) = u_i(\vec{x}, t) - \bar{u}_i(\vec{x}, t). \tag{2.7}$$

Reynolds ayırmasından farklı olarak, filtrelenmiş ağ-altı akış alanı genellikle sıfırdan farklıdır;

$$\overline{u'_i}(\vec{x}, t) \neq 0 \tag{2.8}$$

LES denklemlerinin türetilebilmesi için önce, filtrelerin türevleri ve filtrelenmiş niceliklerin türevleri incelenmelidir. Her bir uzaysal filtreleme operasyonu için değişme özelliği zamana bağlı türevlerde mevcuttur;

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial t}} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} \tag{2.9}$$

Buna rağmen, uzaysal boyutlara bağlı olan bir filtre çekirdeğinin uzaysal türevler üzerinde değişme özelliği yoktur;

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \int u_i(\overrightarrow{x'}, t) \frac{\partial G(\overrightarrow{x'}, \vec{x}: \bar{\Delta})}{\partial x_j} d\overrightarrow{x'}. \tag{2.10}$$

Denklem 2.10'un sağ tarafında bulunan ikinci terim, $\int u_i(\overrightarrow{x'}, t) \frac{\partial G(\overrightarrow{x'}, \vec{x}: \bar{\Delta})}{\partial x_j} d\overrightarrow{x'}$, değişme hatası olarak tanımlanmakta olup, rastgele bir uzaysal filtrenin, özellikle filtre uzunluğu sabit bir fonksiyon olmadıkça, uzaysal türevler üzerinde değişme özelliğinin olmayabileceğini işaret etmektedir. Uzaysal türevlerdeki değişme, değişken filtre genişliği olan bir filtre uzunluğu genellikle sağlanmamaktadır (Ghosal ve Moin, 1995). Ayrıca, değişme hatası terimi disipatiftir, fakat ağ-altı gerilme modellerinin disipasyonu bu terimin disipasyonundan fazladır. Bu yüzden bu hata terimi ihmal edilebilir.

Matematiksel olarak (2.10) denklemi şu şekilde yazılabilir;

$$\overline{\frac{\partial u_\iota}{\partial x_j}} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}. \tag{2.11}$$

Bu çalışma kapsamında kullanılan uzamsal filtre kutu filtresidir (box filter). Fiziksel uzayda lokal hacim ortalamasına denk gelen kutu filtresi, LES uygulamalarında en çok kullanılan filtredir. Parçalı tanımlı fonksiyon olan kutu filtresi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$G(x, x' : \bar{\Delta}) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\Delta}} & if\ |x - x'| \leq \frac{\bar{\Delta}}{2} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{2.12}$$

Uzamsal filtrelenmiş herhangi bir değişken $\bar{\varphi}$ olarak ifade edilir. Burada $\overline{(.)}$ operatörü uzamsal filtre operasyonunu temsil etmektedir. Bunun yanında, sıkıştırılabilir akışlarda ekstra ağ-altı ölçek (sub-grid scale, sgs) terimlerden kaçınmak üzere bazı terimler Favre filtrelenmiş nicelikler olarak temsil edilir (Sagaut 2006). Favre filtrelenmiş nicelikler yoğunluk ağırlıklı ortalamaya tekabül etmektedir. Favre filtresini $\widetilde{(.)}$ olarak tanımlanmaktadır ve Favre filtrelenmiş değişkenler $\tilde{\psi} = \frac{\overline{\rho\psi}}{\bar{\rho}}$ olarak temsil edilmektedir.

Bu bilgiler ışığında sıkıştırılabilir akışlar için LES denklemleri şağıdaki şekilde ifade edilir.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.13}$$

Momentum denklemi:

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j + \bar{p}\delta_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} + \tau_{ij}^{sgs}\right] = 0 \tag{2.14}$$

Enerji denklemi:

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p}\right)\tilde{u}_i + \tilde{q}_i - \tilde{u}_j\tilde{\tau}_{ij} + H_i^{sgs}\right] = 0 \tag{2.15}$$

Bu denklemlerde $\bar{\rho}$ yoğunluğu; $\bar{p}$ basıncı, $\tilde{u}_i$ Favre-filtrelenmiş hız alanının x_i yönündeki bileşenini, $\tilde{q}_i$ terimi ısı akısını, $\tilde{\tau}_{ij}$ Favre-filtrelenmiş viskoz gerilme tensörünü temsil etmektedir. τ_{ij}^{sgs} ise modellenmesi gereken sgs gerilme tensörünü, H_i^{sgs} terimi ise modellenmesi gereken sgs toplam entalpi akısını temsil etmektedir.

2.3. Sıkıştırılabilir Smagorinsky Modeli

Bu çalışmada sgs gerilme tensörü sıkıştırılabilir Smagorinsky modeli (Erlebacher vd., 1992) kullanılarak hesaplanmaktadır. Sıkıştırılabilir Smagorinsky modeli sgs gerilme tensörünü sgs

edi viskozitesi μ_{sgs}, çözümlenmiş akış alanına ait gerinim oranı $\tilde{S}_{ij}$, ve sgs kinetik enerjisi ile aşağıdaki şekilde ilişkilendirir;

$$\tau_{ij}^{sgs} = \mu_{sgs}\left(2\tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3}\tilde{S}_{mm}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}k^{sgs}\delta_{ij}, \qquad i,j,m = 1,2,3. \tag{2.16}$$

Burada sgs edi viskozitesi ve sgs kinetik enerjisi sırası ile;

$$\mu_{sgs} = C_R\bar{\rho}\bar{\Delta}^2\sqrt{\tilde{S}_{mn}\tilde{S}_{mn}}; \qquad k^{sgs} = C_I\bar{\Delta}^2\tilde{S}_{mn}\tilde{S}_{mn} \qquad m,n = 1,2,3 \tag{2.17}$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\bar{\Delta}$ filtre genişliği, C_R ve C_I ise model katsayıları olup bu katsayılar $C_R = 0.012$ (Erlebacher vd., 1992; Andersson vd., 2005) ve $C_I = 0.0066$ (Andersson vd., 2005) olarak kullanılmıştır.

Sgs toplam entalpi gradyanı terimi, oldukça sık kullanılan sıcaklık gradyanı yaklaşımı (temperature gradient approach) ile aşağıdaki şekilde ilişkilendirilir (Menon ve Patel, 2006);

$$H_i^{sgs} = -C_p\frac{\mu_{sgs}}{Pr_{sgs}}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_i} \qquad i = 1,2,3. \tag{2.18}$$

Burada Pr_{sgs} sgs Prandtl sayısıdır ve bu çalışma kapsamında $Pr_{sgs} = 1$ olarak alınmıştır.

Bu bölümdeki son tartışma, $\bar{\Delta}$ filtre genişliğinin hesaplanması üzerinedir. x_1, x_2 ve x_3 yönünde (sırasıyla) $\overline{\Delta_1}$, $\overline{\Delta_2}$ ve $\overline{\Delta_3}$ hücre aralıklarına sahip bir hücre için, aşağıdaki filtre genişlikleri tanımlanabilir;

$$\bar{\Delta} = \sqrt[3]{\bar{\Delta}_1\bar{\Delta}_2\bar{\Delta}_3} \tag{2.22}$$

$$\bar{\Delta} = \left(\frac{\bar{\Delta}_1{}^2 + \bar{\Delta}_2{}^2 + \bar{\Delta}_3{}^2}{3}\right)^{1/2} \tag{2.23}$$

$$\bar{\Delta} = max\{\bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_2, \bar{\Delta}_3\} \tag{2.24}$$

$$\bar{\Delta} = \sqrt{\bar{\Delta}_1{}^2 + \bar{\Delta}_2{}^2 + \bar{\Delta}_3{}^2} \tag{2.25}$$

$$\bar{\Delta} = 2\sqrt[3]{\bar{\Delta}_1\bar{\Delta}_2\bar{\Delta}_3} \tag{2.26}$$

Yapısal olmayan çözüm ağlarında noktalar arası mesafe (dolayısıyla doğrultu boyunca filtre genişlikleri) kolayca tanımlanamaz ve yukarıdaki tanımların doğrudan uygulanması mümkün veya kolay olmayabilir. Genel olarak hücre aralıkları hücre hacminin kübik kökü olarak tanımlanır (Fröhlich ve von Terzi, 2008; Jones and Prasad, 2010), $\bar{\Delta} = \sqrt[3]{\Omega}$ burada Ω hücrenin hacmidir. Bu tanım, keyfi şekilleri olan çözüm ağlarında bu formülün uygulanmasının belirsizliğini ortadan kaldırır ve bu çalışmada kullanılan filtre genişliğinin tanımıdır.

3. SAYISAL YÖNTEM

3.1. Sonlu Hacim Formülasyonu

Sonlu hacim yönteminde temel fikir ele alınan problem için oluşturulan çözüm ağındaki her bir hücreye (kontrol hacmine) korunum yasalarını uygulamaktır. Bu korunum yasalarını hücrelere uygulamak için bir önceki bölümde verilen sıkıştırılabilir LES denklemlerinin integral formunu kullanmak gerekmektedir.

Herhangi bir çözüm ağında yüzey alanı S ve hacmi Ω olan bir kontrol hacmi ele alalım. Bu kontrol hacmi için sıkıştırılabilir LES denklemleri;

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega}\vec{Q}\,d\Omega + \oint_{S}\left(\vec{F}_c - \vec{F}_v - \vec{F}^{sgs}\right)dS = 0 \tag{3.1}$$

şeklinde yazılır. Burada $\vec{Q}$, $\vec{F}_c$, $\vec{F}_v$ ve $\vec{F}^{sgs}$ sırası ile korunumlu akı, konvektif akı, viskoz akı ve ağ altı ölçek akısı vektörlerini temsil etmektedir. Korunumlu akı vektörü hücre merkezinde hesaplanmakta olup diğer akılar kontrol hacmini çevreleyen alan üzerinde korunumlu akıların interpolasyonu ile tayin edilir.

Bu bölümde Kartezyen tensör notasyonu ile verilen hız vektörü bileşenleri $\tilde{u}_1$, $\tilde{u}_2$ ve $\tilde{u}_3$ sırası ile $\tilde{u}$, $\tilde{v}$ ve $\tilde{w}$, uzamsal yön bileşenleri x_1, x_2, ve x_3 sırası ile x, y ve z olarak temsil edilecektir. Kartezyen koordinatlarda korunumlu akı vektörü $\vec{Q}$;

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{w} \\ \bar{\rho}\tilde{E} \end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

ve konvektif akı vektörü $\vec{F}_c$;

$$\vec{F}_c = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u}V + n_x\bar{p} \\ \bar{\rho}\tilde{v}V + n_y\bar{p} \\ \bar{\rho}\tilde{w}V + n_z\bar{p} \\ (\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p})V \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

şeklinde tanımlanır. Bu denklemde V kontravaryant hız $V \equiv n_x\tilde{u} + n_y\tilde{v} + n_z\tilde{w}$; n_x, n_y, n_z ise kontrol hacminin x, y ve z doğrultularındaki birim normal vektörleridir.

Viskoz akı vektörü $\vec{F}_v$ ise;

$$\vec{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x\tilde{\tau}_{xx} + n_y\tilde{\tau}_{xy} + n_z\tilde{\tau}_{xz} \\ n_x\tilde{\tau}_{yx} + n_y\tilde{\tau}_{yy} + n_z\tilde{\tau}_{yz} \\ n_x\tilde{\tau}_{zx} + n_y\tilde{\tau}_{zy} + n_z\tilde{\tau}_{zz} \\ n_x\tilde{\Theta}_x + n_y\tilde{\Theta}_y + n_z\tilde{\Theta}_z \end{bmatrix}; \tag{3.4}$$

şeklinde yazılır. Bu denklemlerde viskoz gerilme tensörü;

$$\tilde{\tau}_{xx} = \mu\left(\frac{4}{3}\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{y}} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial z}\right)\right);$$

$$\tilde{\tau}_{yy} = \mu\left(\frac{4}{3}\frac{\partial\tilde{v}}{\partial y} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial z}\right)\right);$$

$$\tilde{\tau}_{zz} = \mu\left(\frac{4}{3}\frac{\partial\tilde{w}}{\partial z} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial y}\right)\right);$$

$$\tilde{\tau}_{xy} = \tilde{\tau}_{yx} = \mu\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial x}\right);$$

$$\tilde{\tau}_{xz} = \tilde{\tau}_{zx} = \mu\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial x}\right);$$

$$\tilde{\tau}_{yz} = \tilde{\tau}_{zy} = \mu\left(\frac{\partial\tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial y}\right);$$

$$\tilde{\Theta}_x = \tilde{u}\tilde{\tau}_{xx} + \tilde{v}\tilde{\tau}_{xy} + \tilde{w}\tilde{\tau}_{xz} + k\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x};$$

$$\tilde{\Theta}_y = \tilde{u}\tilde{\tau}_{yx} + \tilde{v}\tilde{\tau}_{yy} + \tilde{w}\tilde{\tau}_{yz} + k\frac{\partial\tilde{T}}{\partial y};$$

$$\tilde{\Theta}_z = \tilde{u}\tilde{\tau}_{zx} + \tilde{v}\tilde{\tau}_{zy} + \tilde{w}\tilde{\tau}_{zz} + k\frac{\partial\tilde{T}}{\partial z};$$

olarak ifade edilir. Ağ altı ölçek akı vektörü $\vec{F}^{sgs}$ ise;

$$\vec{F}^{sgs} = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x\tau_{xx}^{sgs^\circ} + n_y\tau_{xy}^{sgs^\circ} + n_z\tau_{xz}^{sgs^\circ} \\ n_x\tau_{yx}^{sgs^\circ} + n_y\tau_{yy}^{sgs^\circ} + n_z\tau_{yz}^{sgs^\circ} \\ n_x\tau_{zx}^{sgs^\circ} + n_y\tau_{zy}^{sgs^\circ} + n_z\tau_{zz}^{sgs^\circ} \\ n_xH_x^{sgs^\circ} + n_yH_y^{sgs^\circ} + n_zh_z^{sgs^\circ} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

yazılmakta olup bu formülasyonda ağ-altı gerilme tensörü ve toplam entalpi akısı;

$$\tau_{xx}^{sgs^\circ} = \mu_t\left(\frac{4}{3}\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{y}} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial z}\right)\right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}k^{sgs};$$

$$\tau_{yy}^{sgs^\circ} = \mu_t\left(\frac{4}{3}\frac{\partial\tilde{v}}{\partial y} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial z}\right)\right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}k^{sgs};$$

$$\tau_{zz}^{sgs^\circ} = \mu_t\left(\frac{4}{3}\frac{\partial\tilde{w}}{\partial z} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial y}\right)\right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}k^{sgs};$$

$$\tau_{xy}^{sgs^\circ} = \tau_{yx}^{sgs^\circ} = \mu_t\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial x}\right);$$

$$\tau_{xz}^{sgs^\circ} = \tau_{zx}^{sgs^\circ} = \mu_t\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial x}\right);$$

$$\tau_{yz}^{sgs^\circ} = \tau_{zy}^{sgs^\circ} = \mu_t\left(\frac{\partial\tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial y}\right);$$

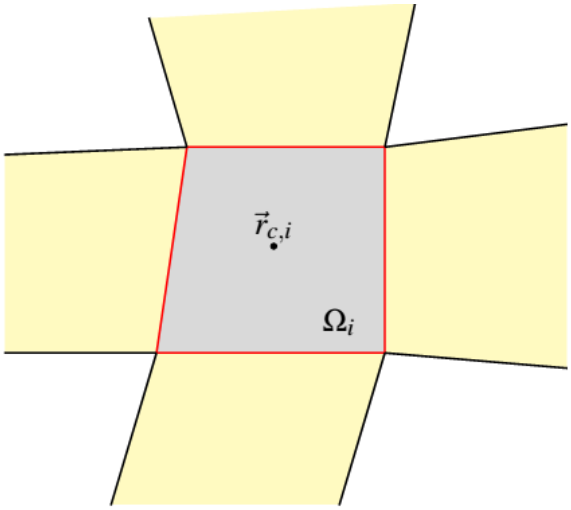
$$H_x^{sgs^\circ} = p\frac{\mu_t}{Pr_t}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x};$$

$$H_y^{sgs^\circ} = p\frac{\mu_t}{Pr_t}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial y};$$

$$H_z^{sgs^\circ} = p\frac{\mu_t}{Pr_t}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial z}.$$

ile tanımlanır. Bu çalışma kapsamında ağ altı ölçek edi viskozitesi μ_t ve ağ altı ölçek kinetik enerjisi k^{sgs} denklem 2.17 kullanılarak hesaplanmakta olup, ağ altı ölçek Prandtl sayısı bir olarak alınmaktadır.

Ele alınan bir problemde çözüm ağının oluşturulması kontrol yasalarının uygulanacağı kontrol hacimlerini belirler. Akıların hesaplanmasının ayrıntılarına girmeden önce çalışma kapsamında kullanılacak çözüm ağlarının geometrik parametrelerine değinmek yararlı olacaktır. Bu amaçla korunum yasalarının uygulanacağı bir kontrol hacmi i ile temsil edilsin. Bu kontrol hacmi için şematik gösterim Şekil 3.1 ile verilmiştir. Burada sergilenecek yöntem üç boyutlu uzayda geçerli olmasına karşın verilen şema görselleştirme kolaylığı açısından iki boyutta gösterilmiştir. Şekil 3.1'de gri renk ile taranmış alan i elemanını, kırmızı çizgiler i elemanının komşu elemanlarla paylaştığı yüzeyleri, sarı ile taranmış alanlar i elemanının komşu elemanlarını temsil etmektedir. i elemanının hacmi ve hücre merkez koordinatı sırası ile Ω_i ve $\vec{r}_{c,i}$ olarak temsil edilmektedir.



Şekil 3.1. Yapısal olmayan bir çözüm ağında keyfi kontrol hacmi i için (gri tonda gölgeli) iki boyutlu çizim. Kırmızı çizgiler, kontrol hacmini çevreleyen yüzeyleri ve gölgeli sarı bölgeler ise i *elamanına* bitişik olan kontrol hacimlerini göstermektedir. Hücre merkez koordinat vektörü ve elemanın hacmi sırasıyla $\vec{r}_{c,i}$ ve Ω_i ile gösterilmektedir.

Bu çalışma kapsamında hareket eden ve/veya uyarlanabilir (adaptive) çözüm ağları kullanılmayacağından, ele alınan çözüm ağının her bir elemanının kendine ait geometrik özellikleri gerçekleştirilecek benzetim boyunca değişmeyecektir.

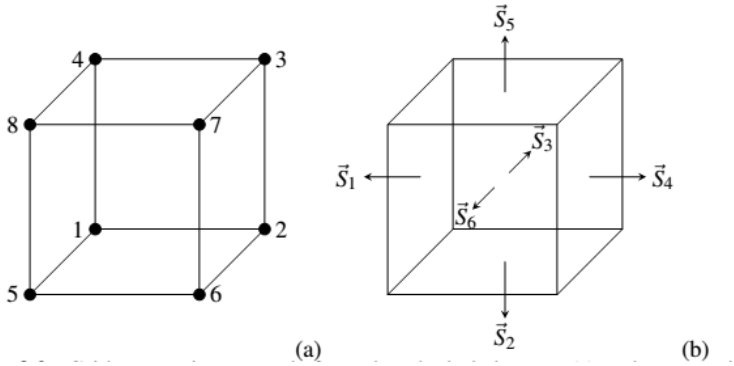
Çözüm ağındaki bir elemanı çevreleyen yüzey sayısını N_F ile temsil edersek, i elemanı için sıkıştırılabilir LES denklemleri;

$$\frac{\partial \vec{Q}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_i}\left(\sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_{c,j} S_j - \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_{v,j} S_j - \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_j^{sgs} S_j\right) \tag{3.6}$$

şeklinde yazılabilir. Burada J, i elemanını tanımlayan (ve çevreleyen) yüzeyler üzerinde toplama indisini, S_J ise her bir J indisine karşılık gelen yüzeyin alanını temsil etmektedir. Korunumlu akı vektörü i hücresinin merkezinde hesaplandığı için bu vektör i alt indisi ile $\vec{Q}_i$ şeklinde temsil edilmektedir. Benzer şekilde, diğer akılar i elemanını çevreleyen J yüzeylerinin merkezlerinde tayin edildiği için bu akılar için J indisi kullanılmıştır. Notasyon karmaşıklığını engellemek amacı ile bu çalışma boyunca hücre merkezinde hesaplanan değişkenlerin/özelliklerin indisleri küçük harfler ile yüzey merkezinde hesaplanan değişkenlerin/özelliklerin indisleri ise büyük harfler ile gösterilecektir.

3.2. Uzaysal Ayrıklaştırma

Bu çalışma kapsamında sıkıştırılabilir LES denklemleri her bir elemanı altı yüzeyli (hexahedral) olan çözüm ağları için ayrıklaştırılacaktır. Keyfi bir altı yüzeyli eleman sekiz ayrı noktadan (node) ve altı farklı dört kenarlı yüzeyden oluşur. Şekil 3.2 bu çalışma kapsamında kullanılan altı yüzeyli elemanların köşe (a) ve yüzey (b) etiketlerinin konvansiyonunu göstermektedir. Şekilde sadelik açısından Kartezyen eleman temsil edilmiş olsa da bu bölümde sunulan denklemler herhangi bir altı yüzeyli eleman için geçerlidir. Şekil 3.2(a)'da verilen köşe etiketleri o elemanın köşelerinin lokal numaralarını, Şekil 3.2(b)'de verilen alt indisler ise o elemanın her bir yüzeyin lokal numaralarını, $\vec{S}_J$ $(J = 1,2,3,4,5,6)$ ise her bir J yüzeyine tekabül eden yüzey alan vektörünü temsil etmektedir.



Şekil 3.2. Hexahedral eleman için grid örneği; (a) çözüm noktası durumu, (b) yüzey durumu.

Altı yüzeyli bir elemanın herhangi bir a köşesinin koordinat vektörünü $\vec{r}_a$, bu elemanın a köşesinden farklı bir b köşesinin koordinatına olan göreli konumu $\vec{r}_{ab} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$ vektörü olarak temsil edelim. Böylelikle her bir yüzeye ait alan vektörleri Vinokur, 1989 tarafından verilen strateji kullanılarak şu şekilde hesaplanabilir;

$$\vec{S}_1 = \vec{r}_{18} \times \vec{r}_{54}; \tag{3.7}$$

$$\vec{S}_2 = \vec{r}_{25} \times \vec{r}_{61}; \tag{3.8}$$

$$\vec{S}_3 = \vec{r}_{31} \times \vec{r}_{24}; \tag{3.9}$$

$$\vec{S}_4 = \vec{r}_{63} \times \vec{r}_{27}; \tag{3.10}$$

$$\vec{S}_5 = \vec{r}_{74} \times \vec{r}_{38}; \tag{3.11}$$

$$\vec{S}_6 = \vec{r}_{57} \times \vec{r}_{68}; \tag{3.12}$$

Bu denklemlerde " × " operatörü vektör çarpımını göstermektedir.

$\vec{S}_J$ yüzey alan vektörüne sahip bir J yüzeyine ait yüzey alanı S_J ve yüzey normal vektörü (yüzey normali) $\vec{n}_J$ sırası ile

$$S_J = \sqrt{\vec{S}_J \cdot \vec{S}_J}; \tag{3.13}$$

$$\vec{n}_J = \frac{\vec{S}_J}{S_J} \tag{3.14}$$

şeklinde hesaplanır. Burada "· " operatörü vektörlerin iç (skaler) çarpımını göstermektedir.

Yüzey alan vektörleri hesaplanan altı yüzeyli i elemanın hacmi Ω_i yaklaşık olarak;

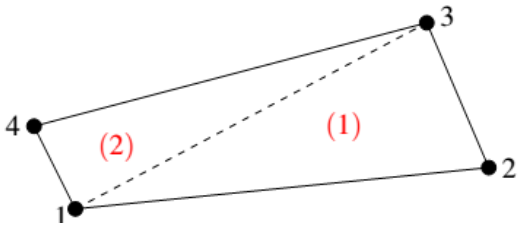
$$\Omega_i = \frac{1}{3}\left(\vec{S}_3 + \vec{S}_4 + \vec{S}_5\right) \cdot (\vec{r}_3 - \vec{r}_5). \tag{3.15}$$

formülü ile hesaplanabilir.

Bu çalışma kapsamında hesaplanacak bazı nicelikler, çözüm ağındaki her bir elemana ait hücre merkez koordinatının hesaplanmasını gerektirmektedir. Altı yüzeyli bir i hücresine ait hücre merkez koordinatı $\vec{r}_{c,i}$;

$$\vec{r}_{c,i} = \frac{3\sum_{J=1}^{N_F}(\vec{r}_{fc,J}\cdot\vec{n}_J)\vec{r}_{fc,J}S_J}{4\sum_{J=1}^{N_F}(\vec{r}_{fc,J}\cdot\vec{n}_J)S_J}. \tag{3.16}$$

formülü ile bulunabilir (Blazek, 2005). Burada $\vec{r}_{fc,J}$ her bir J yüzeyine ait yüzey merkez koordinatını göstermektedir. Dört kenarlı bir J yüzeyi için yüzey koordinat vektörü bu yüzeyin Şekil 3.3'te gösterildiği gibi iki farklı üçgene bölünmesi ile hesaplanabilir. Burada dört kenarlı yüzeyin bölünmesi ile elde edilen 123 ve 134 üçgenleri sırası ile (1) ve (2) ile temsil edilmektedir.



Şekil 3.3. Bir dörtgen yüzün iki üçgen yüze ayrılması. Parantez içindeki etiketler üçgen sayılarına karşılık gelmektedir.

Dört kenarlı bir yüzeyin yüzey merkez koordinatı, (1) ve (2) üçgenlerinin merkez koordinatlarının alan ağırlıklı ortalaması ile bulunur. Bu stratejiye karşılık gelen formül;

$$\vec{r}_{fc,J} = \frac{\vec{r}_{t,123}S_{t,123}+\vec{r}_{t,134}S_{t,134}}{S_{t,123}+S_{t,134}}; \tag{3.17}$$

şeklinde yazılır. Burada $\vec{r}_{t,123}$, $S_{t,123}$, $\vec{r}_{t,134}$ ve $S_{t,134}$ sırası ile (1) üçgeninin merkez koordinatını, (1) üçgeninin yüzey alanını, (2) üçgeninin merkez koordinatını ve (2) üçgeninin yüzey alanını temsil etmektedir ve aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

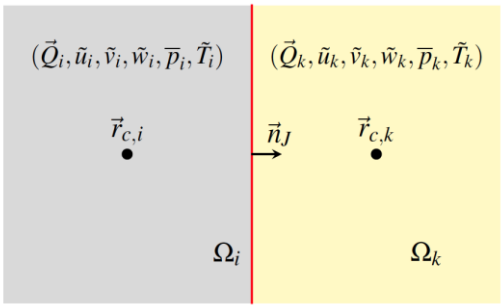
$$\vec{r}_{t,123} = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3); \qquad S_{t,123} = \frac{1}{2}\sqrt{(\vec{r}_{12} \times \vec{r}_{13}) \cdot (\vec{r}_{12} \times \vec{r}_{13})};$$

$$\vec{r}_{t,134} = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4); \qquad S_{t,134} = \frac{1}{2}\sqrt{(\vec{r}_{13} \times \vec{r}_{14}) \cdot (\vec{r}_{13} \times \vec{r}_{14})}.$$

3.2.1. Akı Vektörlerinin Hesaplanması

Daha önce de belirtildiği üzere konvektif, viskoz ve ağ-altı ölçek akıları, çözüm ağındaki hücrelerin merkezlerinde hesaplanmış akılar kullanılarak hücrelerin yüzeylerinde interpolasyon yöntemi ile elde edilmektedir. Tartışmanın sadeliği açısından bu kısımda yalnızca konvektif akı vektörünün tayini üzerinde durulacaktır çünkü diğer akı vektörleri aynı strateji kullanılarak tayin edilebilir.

Bu bölümde bir önceki kısımda bahsi geçen i elemanını ele alalım. Burada i elemanın bir J yüzeyini ele alalım ve bu i elemanının J yüzeyinin (i elemanının komşusu olan) k elemanı ile paylaştığını düşünelim. Bu komşuluk ilişkisi Şekil 3.4 ile gösterilmiştir. Burada J yüzeyinin yüzey normal vektörü $\vec{n}_J = \left[n_{x,J}\ n_{y,J}\ n_{z,J}\right]^T$ ile gösterilmiştir. Elemanların hacimlerinin, hücre merkez koordinatlarının, hücrelerin merkezlerinde hesaplanan korunumlu akılarının, hız bileşenlerinin, basınç alanlarının, sıcaklık alanlarının alt indisleri ait olduğu hücrelere göre verlmiştir ($\vec{r}_{c,k}$ T_i gibi). Hücre merkezinde hesaplanan diğer alanlar (örnek olarak dinamik viskozite) burada verilen alanlar kullanılarak hesaplanabileceğinden bu alanlara şekilde yer verilmemiştir. Sabit bir i elemanının sahip olduğu her farklı J yüzeyi üzerinde gerçekleştirilen hesaplamada komşu k elemanı farklı olacaktır.



Şekil 3.4. Element i ile element k arasında paylaşılan keyfi bir yüzey J. Yüzey J 'nin yüzey birimi normal vektörü $\vec{n}_J$ ile temsil edilir. Her bir hücrenin özellikleri ilgili indisleri ile gösterilir.

Yüzey merkezleri üzerinde akı vektörlerinin tayin edilmesinin en kısa yolu, ele alınan her bir yüzeyin iki yanındaki elemanların hücre merkezlerinde hesaplanan ilgili niceliklerin aritmetik ortalamalarını kullanmaktır. Bu yöntem kullanılarak J yüzeyi üzerinde hesaplanan korunumlu akı vektörü $\vec{Q}_J = \left[\bar{\rho}_J \; (\bar{\rho}\tilde{u})_J \; (\bar{\rho}\tilde{v})_J \; (\bar{\rho}\tilde{w})_J \; \left(\bar{\rho}\tilde{E}\right)_J\right]^T$;

$$\vec{Q}_J = \frac{1}{2}\left(\vec{Q}_i + \vec{Q}_k\right) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} (\bar{\rho})_i + (\bar{\rho})_k \\ (\bar{\rho}\tilde{u})_i + (\bar{\rho}\tilde{u})_k \\ (\bar{\rho}\tilde{v})_i + (\bar{\rho}\tilde{v})_k \\ (\bar{\rho}\tilde{w})_i + (\bar{\rho}\tilde{w})_k \\ (\bar{\rho}E)_i + (\bar{\rho}E)_k \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Aynı J yüzeyi için konvektif akı vektörü ise;

$$\vec{F}_{c,J} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_J V_J \\ (\bar{\rho}\tilde{u})_J V_J + n_{x,J}\bar{P}_J \\ (\bar{\rho}\tilde{v})_J V_J + n_{y,J}\bar{P}_J \\ (\bar{\rho}\tilde{w})_J V_J + n_{z,J}\bar{P}_J \\ (\bar{\rho}\tilde{E})_J V_J + \bar{P}_J V_J \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

olarak yazılır. Burada kontravaryant hız ve basınç;

$$V_J = \frac{(\bar{\rho}\tilde{u})_J n_{x,J} + (\bar{\rho}\tilde{v})_J n_{y,J} + (\bar{\rho}\tilde{w})_J n_{z,J}}{\bar{\rho}_J} \tag{3.20}$$

$$\bar{p}_J = \frac{1}{2}(\bar{p}_i + \bar{p}_k) \tag{3.21}$$

şeklinde yazılır. Denklem 3.20 ile hesaplanan kontravaryant hız, o yüzeydeki korunumlu niceliklerin ağırlıklı ortalaması ile yazılmıştır. Diğer bir yaklaşımda yalnızca hücre merkezlerinde hesaplanan hız alanlarının ortalaması kullanılabilir (bu durumda $V_J = \tilde{u}_J n_{x,J} + \tilde{v}_J n_{y,J} + \tilde{w}_J n_{z,J}$ olacaktır). Fakat fiziksel olarak kontravaryant hızın denklem 3.20 ile hesaplanması daha uygundur.

3.2.2. Gradyanların Tayini

Viskoz akıların ve grid altı ölçek gerilme terimlerinin hesaplanabilmesi için bazı niceliklerin gradyanlarının tayini gereklidir. Bu çalışmada gradyanlar Green-Gauss yöntemi kullanılarak hesaplanmaktadır. Akış alanındaki herhangi bir ζ alanının gradyanı için bu yaklaşım;

$$\vec{\nabla}\zeta \approx \frac{1}{\Omega}\oint_S \zeta \vec{n} dS. \tag{3.22}$$

olarak verilmektedir. Bu niceliğin hücre merkezinde hesaplanan gradyanı için bu yaklaşım ayrık formda, $\zeta_J = (\zeta_i + \zeta_k)/2$ olmak üzere;

$$\vec{\nabla}\zeta_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta_i}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta_i}{\partial z} \end{bmatrix} \approx \frac{1}{\Omega_i} \sum_{J=1}^{N_F} \zeta_J \vec{n}_J S_J. \tag{3.23}$$

şeklinde yazılır. Bu sayede ζ niceliğinin gradyanının bileşenleri;

$$\frac{\partial \zeta_i}{\partial x} \approx \frac{1}{\Omega_i} \sum_{J=1}^{N_F} \zeta_J n_{x,J} S_J \, ; \tag{3.24}$$

$$\frac{\partial \zeta_i}{\partial y} \approx \frac{1}{\Omega_i} \sum_{J=1}^{N_F} \zeta_J n_{y,J} S_J \, ; \tag{3.25}$$

$$\frac{\partial \zeta_i}{\partial z} \approx \frac{1}{\Omega_i} \sum_{J=1}^{N_F} \zeta_J n_{z,J} S_J \, ; \tag{3.26}$$

olarak yazılacaktır. Böylelikle herhangi bir J yüzeyi üzerinde ζ değişkeninin gradyanının (yani $\vec{\nabla}\zeta_J$'nin) hesaplanması, bu yüzeyin komşu elemanlarının hücre merkezlerinde hesaplanan $\vec{\nabla}\zeta_i$ ve $\vec{\nabla}\zeta_k$ niceliklerinin aritmetik ortalamasıyla gerçekleştirilir. Böylelikle viskoz akı ve grid altı ölçek akıları kolaylıkla hesaplanabilir.

Burada verilen uzaysal ayrıklaştırma stratejisinin hassasiyeti pürüzsüz (smooth) çözüm ağları için ikinci mertebedendir (Blazek, 2005). Buraya kadar sergilenen formülasyon ile uzaysal ayrıklaştırma stratejisi tamamlanmış olmasına rağmen bu strateji sayısal kararlılıktan yoksundur. Bu yüzden uzaysal ayrıklaştırma yaklaşımı başlığının son konusunda bahsi geçen stratejinin nümerik olarak kararlı hale getirilmesi üzerinde durulacaktır.

3.2.3. Jameson-Schmidt-Turkel Sayısal Difüzyonu

İkinci mertebeden merkezi şemalar, akıların tayininde kolay bir yöntem olmasına rağmen sayısal olarak kararsızdır. Bu tür şemalar salınım yapan sonuçlar sergilemektedir ve bu davranış genellikle hareket denklemlerine nümerik (sayısal) difüzyon terimlerinin eklenmesi ile sönümlenir. Literatürde en yaygın olarak kullanılan sayısal difüzyon şeması Jameson-Schmidt-Turkel(JST) şemasıdır (Jameson vd., 1981). Bu şema orijinal olarak yapısal çözüm ağları için önerilmiş olup, şemanın üç boyutlu yapısal olmayan ağlar için formülasyonu Frink, 1994 tarafından geliştirilmiştir. Burada verilecek formülasyon daha önce vermiş olduğumuz notasyon ile uyumlu olacaktır. Bu durumda bir i elemanına uygulanacak sayısal difüzyon vektörü $D_{JST,i}$;

$$\vec{D}_{JST,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(\widehat{\Lambda}_c\right)_J \varepsilon_J^{(2)} \theta_J \left(\vec{Q}_k - \vec{Q}_i\right) - \sum_{J=1}^{N_F} \left(\widehat{\Lambda}_c\right)_J \varepsilon_J^{(4)} \theta_J \left[L\left(\vec{Q}_k\right) - L\left(\vec{Q}_i\right)\right] \tag{3.27}$$

olarak yazılır (Blazek, 2005). Burada $(\widehat{\Lambda}_c)_J$, i elemanının J yüzeyi üzerindeki konvektif spektral yarıçapı, $\varepsilon_J^{(2)}$ ve $\varepsilon_J^{(4)}$ aynı J yüzeyindeki katsayılar, θ_J bu yüzeyin geometrik ağırlığı, $L(\vec{Q}_i)$ ve $L(\vec{Q}_k)$ terimleri ise sırası ile i ve k elemanların hücre merkezlerinde hesaplanan korunumlu akı vektörlerinin psödo-Laplasyenleridir (pseudo-Laplacian). Burada hatırlatılması gereken bir nokta, Denkem 3.27'de her bir J için farklı bir k elemanı olacağıdır.

Herhangi bir J yüzeyinin konvektif spektral yarıçapı, bu yüzeyi paylaşan i ve k elemanları için yazılacak olan konvektif spektral yarıçapların ortalaması alınarak bulunmaktadır;

$$(\widehat{\Lambda}_c)_J = \frac{1}{2}\left((\widehat{\Lambda}_c)_i + (\widehat{\Lambda}_c)_k\right); \tag{3.28}$$

Burada i elemanının konvektif spektral yarıçapı;

$$(\widehat{\Lambda}_c)_i = \sum_{J=1}^{N_F}(|V_J| + c_J)S_J. \tag{3.29}$$

şeklinde yazılır ve bu formülde ise c_J, J yüzeyi üzerindeki ses hızıdır. .

Denklem 3.27'de verilen $\varepsilon_J^{(2)}$ katsayısı;

$$\varepsilon_J^{(2)} = k^{(2)}\max(\Upsilon_i + \Upsilon_k); \tag{3.30}$$

formülü ile bulunur. Burada $k^{(2)}$ bir sabit, Υ ise basınç sensörüdür. Bir i elemanı için basınç sensörü Υ_i;

$$\Upsilon_i = \frac{\left|\sum_{J=1}^{N_F}\theta_J(p_k - p_i)\right|}{\sum_{J=1}^{N_F}(p_k + p_i)} \tag{3.31}$$

ile hesaplanır. Denklem 3.27'de verilen $\varepsilon_J^{(4)}$ katsayısı;

$$\varepsilon_J^{(4)} = \max\left[0, \left(k^{(4)} - \varepsilon_J^{(2)}\right)\right]. \tag{3.32}$$

şeklinde hesaplanmakta olup, $k^{(4)}$ başka bir sabittir. Genel olarak $k^{(2)}$ ve $k^{(4)}$ sabitleri sırasıyla $6/25$ ve $1/256$ olarak alınır (Jameson vd., 1981). i elemanı için yazılacak psödo-Laplasyen $L(\vec{Q}_i)$ ise;

$$L(\vec{Q}_i) = \sum_{J=1}^{N_F}\theta_J(\vec{Q}_k - \vec{Q}_i). \tag{3.33}$$

toplam formülü ile bulunur. Burada J yüzeyine karşılık gelen geometrik ağırlık θ_J aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\theta_J = 1 + \lambda_{x,i}(x_{c,k} - x_{c,i}) + \lambda_{y,i}(y_{c,k} - y_{c,i}) + \lambda_{z,i}(z_{c,k} - z_{c,i}). \tag{3.34}$$

Burada, $\lambda_{x,i}$, $\lambda_{y,i}$ ve $\lambda_{z,i}$ i hücresi için Lagrange çarpanlarıdır ve x, y ve z ise elemanların hücre merkez koordinatı bileşenleridir. Bu formülasyonda elemanların hücre merkez koordinatı bileşenlerinin indisleri ait oldukları elemana göre verilmiştir. i elemanı için Lagrange çarpanları;

$$\lambda_{x,i} = \frac{R_{x,i}a_{11,i} + R_{y,i}a_{12,i} + R_{z,i}a_{13,i}}{d_i};$$

$$\lambda_{y,i} = \frac{R_{x,i}a_{21,i} + R_{y,i}a_{22,i} + R_{z,i}a_{23,i}}{d_i};$$

$$\lambda_{z,i} = \frac{R_{x,i}a_{31,i} + R_{y,i}a_{32,i} + R_{z,i}a_{33,i}}{d_i};$$

olarak verilir. Bu çarpanlarıda $a_{()(),i}$ ve d_i katsayıları;

$$a_{11,i} = I_{yy,i}I_{zz,i} - I_{yz,i}^2$$

$$a_{12,i} = I_{xz,i}I_{yz,i} - I_{xy,i}I_{zz,i}$$

$$a_{13,i} = I_{xy,i}I_{yz,i} - I_{xz,i}I_{yy,i}$$

$$a_{21,i} = I_{xz,i}I_{yz,i} - I_{xy,i}I_{zz,i}$$

$$a_{22,i} = I_{xx,i}I_{zz,i} - I_{zx,i}^2$$

$$a_{23,i} = I_{xy,i}I_{xz,i} - I_{xx,i}I_{yz,i}$$

$$a_{31,i} = I_{xy,i}I_{yz,i} - I_{xz,i}I_{yy,i}$$

$$a_{32,i} = I_{xz,i}I_{xy,i} - I_{xx,i}I_{yz,i}$$

$$a_{33,i} = I_{xx,i}I_{yy,i} - I_{xy,i}^2$$

$$d_i = I_{xx,i}I_{yy,i}I_{zz,i} - I_{xx,i}I_{yz,i}^2 - I_{yy,i}I_{xz,i}^2 - I_{zz,i}I_{xy,i}^2 + 2I_{xy,i}I_{xz,i}I_{yz,i}.$$

şeklinde hesaplanır. Burada, $R_{(),i}$ ve $I_{()(),i}$ sırasıyla, i hücresinin birinci ve ikinci mertebeden momentleridir.

Birinci mertebeden momentler;

$$R_{x,i} = \sum_{J=1}^{N_F} (x_{c,k} - x_{c,i});$$

$$R_{y,i} = \sum_{J=1}^{N_F} (y_{c,k} y x_{c,i});$$

$$R_{z,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(z_{c,k} - z_{c,i}\right).$$

şeklinde; ikinci mertebeden momentler ise;

$$I_{xx,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(x_{c,k} - x_{c,i}\right)^2;$$

$$I_{yy,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(y_{c,k} - y_{c,i}\right)^2;$$

$$I_{zz,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(z_{c,k} - z_{c,i}\right)^2;$$

$$I_{xy,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(x_{c,k} - x_{c,i}\right)\left(z_{c,k} - y_{c,i}\right);$$

$$I_{xz,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(x_{c,k} - x_{c,i}\right)\left(z_{c,k} - z_{c,i}\right);$$

$$I_{yz,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \left(y_{c,k} - y_{c,i}\right)\left(z_{c,k} - z_{c,i}\right).$$

şeklinde hesaplanır. Denklem 3.27'nin sağ tarafına sayısal sönümleme terimi eklenip, elde edilecek denklem i elemanının hacmine bölündüğünde;

$$\frac{\partial \vec{Q}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_i}\left(\sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_{c,J} S_J - \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_{v,J}\, S_J - \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_J^{sgs}\, S_J - \vec{D}_{JST,i}\right) \qquad (3.35)$$

denklemi elde edilmiş olur.

3.3. Zamansal Ayrıklaştırma

Bu çalışmada, zamanda açık integrasyon beş aşamalı Runge-Kutta zaman adımı şeması kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Denklem 3.35 daha basit bir formda;

$$\frac{\partial \vec{Q}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i} - \vec{R}_{D,i}\right); \qquad (3.36)$$

yazılabilir. Burada, $\vec{R}_{C,i}$ ve $\vec{R}_{D,i}$sırasıyla konvektif ve difüziv kalıntı vektörlerini temsil etmektedir. Bu kalıntılar;

$$\vec{R}_{C,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_{c,J}\, S_J \tag{3.37}$$

$$\vec{R}_{D,i} = \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_{c,J} S_J + \sum_{J=1}^{N_F} \vec{F}_J^{sgs} S_J + \vec{D}_{JST,i}. \tag{3.38}$$

olarak yazılmaktadır. Belli bir t^n anında, korunumlu akı vektörünü, $\vec{Q}_i^{\,n}$, ve kalıntı vektörleri olan $\vec{R}_{C,i}$ ve $\vec{R}_{D,i}$ vektörlerini bildiğimizi varsayalım. Bu zaman diliminden belli bir Δt zaman adımı uzakta, $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ anında, yeni bir korunumlu akı vektörünü, $\vec{Q}_i^{\,n+1}$'i, bulmak için Denklem 3.36;

$$\vec{Q}^{n+1} = Q^n - \frac{\Delta t}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i} - \vec{R}_{D,i}\right). \tag{3.39}$$

formunda yazılabilir. Denklem 3.39, birinci mertebeden Euler yaklaşımı olarak adlandırılır. Belli bir zaman adımı Denklem 3.39'a yerleştirilerek nümerik integrasyon kolaylıkla gerçekleştirilebilir fakat bu yüksek doğruluklu bir yaklaşım olmayacaktır. Öte yandan, açık zaman integrasyonu çok kademeli zaman adımı şemaları (multi-stage time-stepping schemes) kullanılarak arttırılabilir. Bu tür şemalarda temel fikir, yeni korunumlu akı vektörü $\vec{Q}_i^{\,n+1}$'i hesaplamak için t^n ve t^{n+1} arasındaki zamanlar (alt integrasyon kademeleri) üzerinde ardışık bir hesaplama tekniği kullanılmasıdır.

Beş kademeli Runge-Kutta zaman integrasyon şeması;

$$\vec{Q}_i^{(0)} = \vec{Q}_i^n \tag{3.40}$$

$$\vec{Q}_i^{(1)} = \vec{Q}_i^{(0)} - \alpha_1 \frac{\Delta t}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i}^{(0)} - \vec{R}_{D,i}^{(0)}\right) \tag{3.41}$$

$$\vec{Q}_i^{(2)} = \vec{Q}_i^{(0)} - \alpha_2 \frac{\Delta t}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i}^{(1)} - \vec{R}_{D,i}^{(0)}\right) \tag{3.42}$$

$$\vec{Q}_i^{(3)} = \vec{Q}_i^{(0)} - \alpha_3 \frac{\Delta t}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i}^{(2)} - \beta_3 \vec{R}_{D,i}^{(2)} - (1-\beta_3)\vec{R}_{D,i}^{(0)}\right) \tag{3.43}$$

$$\vec{Q}_i^{(4)} = \vec{Q}_i^{(0)} - \alpha_4 \frac{\Delta t}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i}^{(4)} - \beta_3 \vec{R}_{D,i}^{(2)} - (1-\beta_3)\vec{R}_{D,i}^{(0)}\right) \tag{3.44}$$

$$\vec{Q}_i^{(n+1)} = \vec{Q}_i^{(0)} - \alpha_5 \frac{\Delta t}{\Omega_i}\left(\vec{R}_{C,i}^{(4)} - \beta_5 \vec{R}_{D,i}^{(4)} - (1-\beta_5)(1-\beta_3)\vec{R}_{D,i}^{(0)}\right) \tag{3.45}$$

şeklinde formülize edilmektedir. Burada, alt integrasyon kademeleri parantez içerisindeki üst indisler ile gösterimektedir. α ve β, kaysayıları ise kademe (stage) ve harmanlama (blending) katsayılarıdır ve bu katsayıların alt indisleri ait oldukları kademeye göre atanmıştır. Burada

verilen şemaya uygun katsayılar Jameson'ın çalışmasından (Jameson, 1991) alınmıştır ve bu katsayılar Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1. Beş aşamalı Runge-Kutta zaman integrasyonu katsayıları.

stage	α	β
1	0.2500	1.0000
2	0.1667	0.0000
3	0.3750	0.5600
4	0.5000	0.0000
5	1.0000	0.4400

3.3.1. Zaman Adımının Belirlenmesi

Zaman adımının uygun seçilmemesi nümerik kararsızlığa neden olabilir ve çözüm, uzaysal ayrıklaştırma şemasının kararlılığında bağımsız olarak, kararsız hale gelebilir. Bu da çözümün ıraksamasına sebebiyet verebilir. Bu yüzden açık zaman integrasyonunda zaman adımının seçimi büyük önem taşır. Açık zaman integrasyonunun kararlılığı Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) (Courant vd., 1967) koşulu olarak bilinen basit bir koşul ile değerlendirilir. CFL koşulu en basit tabiri ile, uygun zaman adımının akış alanındaki bilginin yayılımının zaman ölçeği ile sınırlı olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda zaman adımı, akış alanındaki yapıların zaman ölçeğinden daha az olmalıdır. Bu çalışmada, zaman adımının tayini için basit bir strateji kullanılmıştır. Her bir hücre için bu zaman adımı;

$$\Delta t_i = CFL \frac{\Omega_i}{(\widehat{\Lambda}_c)_i + C(\widehat{\Lambda}_v)_i}. \tag{3.46}$$

formülü ile hesaplanır (Mavriplis ve Jameson, 1990). Burada CFL, Courant-Friedrichs-Lewy sayısı, $(\widehat{\Lambda}_c)_i$ i hücresinin merkezindeki konvektif spektrum yarıçapıdır (Denklem 3.29); C ise değeri 1 ile 4 arasında alınan bir sabittir (bu sabit, merkezi uzaysal kullanıldığında genel olarak 4 değerini alır (Blazek, 2005)) ve $(\widehat{\Lambda}_v)_i$ i hücresinin merkezindeki viskoz spektrum yarıçapıdır. Bu viskoz spektrum yarıçapı;

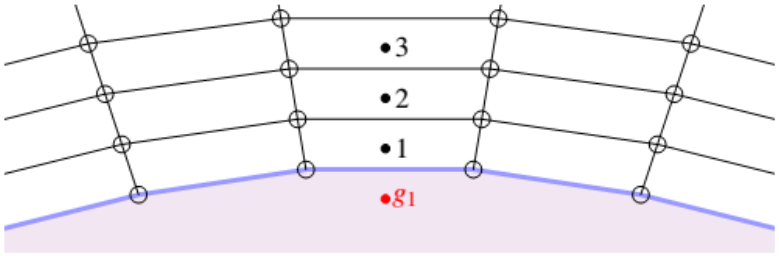
$$\left(\widehat{\Lambda}_c\right)_i = \frac{q}{\Omega_i} \sum_{J=1}^{N_F} \left[max\left(\frac{4}{3\rho_J}, \frac{\Upsilon_J}{\rho_J}\right) \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}\right)_J S_J^2 \right]. \tag{3.47}$$

olarak hesaplanır.

Tablo 3.1'de verilen kademe ve harmanlama katsayıları $CFL = 3.6$ olduğunda optimum değerlerdir (Blazek, 2005). Akış alanındaki her bir i hücresi için uygun zaman adımı hesaplandıktan sonra, uygun zaman aşaması hesaplanan Δt_i'lerin minimumu olarak belirlenir.

3.4. Sınır Koşulları

Hayali hücre kavramı, sınır koşullarını uygulanmasında kullanılan basit ve yaygın bir yöntemdir. Hayali hücre stratejisinde temel fikir, çözüm alanının içyapısını etkilemeyecek şekilde sınır koşulları uygulayabileceğimiz ek hücreler yaratarak çözüm alanını genişletmektir. Şekil 3.5'de yapısal olmayan bir çözüm ağına hayali hücre yerleştirme stratejisi gösterilmiştir. Burada, mavi çizgi çözüm ağının fiziksel sınırını, kırmızı eleman hayali bir hücreyi, mor alan da çözüm alanının dışarısını temsil etmektedir. Kolaylık açısından, sınır koşulları üzerindeki tartışmanın geri kalanında bu renk konvansiyonu kullanılacaktır. Hayali hücrelerin geometrik özellikleri (örneğin hacim, momentler, vb.) çözüm ağındaki fiziksel nicelikler tarafından belirlenmekte olup, sınır koşulları, sınır yüzeylerde istenilen değeri elde edilebilecek şekilde uygulanır.



Şekil 3.5. Yapısal olmayan bir çözüm ağında bir hayali hücre düzeninin şematik gösterimi. Mavi çizgi alan sınırını, mor alan da ilgi alanı dışındaki bölgeye karşılık gelir. Örnek hayali hücre g_1 ile etiketlenmiştir ve hücrelerin numaralandırılması keyfidir.

3.4.1. Giriş Sınır Şartı

Akım girişi sınırlarında genel yaklaşım, ilgili sınır yüzeylere bilinen ya da yaklaşık hız değerleri atamaktır. Bununla birlikte, basınç terimi için sınır koşulunun uygulanması, hız profillerini tanımlamak kadar basit bir yöntem değildir çünkü akış alanındaki basınç dalgaları akışın dinamiğini değiştirmemeli ve bozuntulara neden olmamalıdır. Aksi takdirde bu bozuntular doğru sonuç elde edilememesine yol açacaktır. Bunun üstesinden gelmek için kullanılan genel yaklaşım sıkıştırılabilir akışlar için LODI (Local One-Dimensional Inviscid) denklemlerini (Poinsot ve Lele, 1992) kullanmaktır. Bu yaklaşım sınır yüzeylerde (ek) kısmi diferansiyel denklemlerin nümerik çözümünü hesaplamayı gerektirir. Bu çalışmada incelenecek akışların izotermal olduğu varsayılarak daha basit bir yaklaşım uygulanmaktadır. Şekil 3.5'teki 1 hücresinin hız girişi sınırına sahip olduğunu ve hayali hücre g_1'in de elemanın bu sınırına karşılık gelen hayali hücresi olduğunu varsayalım. Bu durumda uygun sınır koşulları;

$$\bar{\rho}_{g_1} = \bar{\rho}_{inlet}; \tag{3.48}$$

$$\tilde{u}_{g_1} = \tilde{u}_{inlet}; \tag{3.49}$$

$$\tilde{v}_{g_1} = \tilde{v}_{inlet}; \tag{3.50}$$

$$\tilde{w}_{g_1} = \tilde{w}_{inlet}. \tag{3.51}$$

olarak yazılır. Burada, $\tilde{u}_{inlet}$, $\tilde{v}_{inlet}$ ve $\tilde{w}_{inlet}$ zamana bağlı veya sabit hız bileşenleridir. Elde olan bu denklemler ile sıcaklık, basınç, enerji, vb. gibi diğer nicelikler rahatlıkla bulunabilir.

3.4.2. Çıkış Sınır Şartı

Turbomakina uygulamalarında çözüm alanının girişi ve çıkışı dış akışlara kıyasla birbirine oldukça yakındır. Bu nedenle çıkış sınırları için uygulanacak sınır koşulları büyük önem teşkil etmektedir. Üzerinde durulması gereken en önemli olay çözüm ağını terk etmeye eğilimli bozuntuların ve basınç dalgalarının etkin bir şekilde çözüm alanından dışarı çıkmasını sağlayabilmektedir. Böyle bir çıkış sınır koşulunun basit bir uygulaması Whitfield, 1983 tarafından verilmektedir. Bu sınır koşulu tartışmamızda Şekil 3.5'de gösterilen 1 hücresinin çıkış sınırına sahip olduğunu ve hayali hücre g_1'in de elemanın bu sınırına karşılık gelen hayali hücresi olduğunu varsayalım. Bu durumda uygun sınır koşulları;

$$\bar{p}_{g_1} = 2\bar{p}_{outlet} - \bar{p}_1; \tag{3.52}$$

$$\tilde{u}_{g_1} = \tilde{u}_1 + 2n_x \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_{outlet}}{\rho_0 c_0}; \tag{3.53}$$

$$\tilde{v}_{g_1} = \tilde{v}_1 + 2n_y \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_{outlet}}{\rho_0 c_0}; \tag{3.54}$$

$$\tilde{w}_{g_1} = \tilde{w}_1 + 2n_z \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_{outlet}}{\rho_0 c_0}; \tag{3.55}$$

$$\bar{\rho}_{g_1} = \bar{\rho}_1 + 2\frac{\bar{p}_{outlet} - \bar{p}_1}{c_0^2}. \tag{3.56}$$

olarak yazılır. Burada, $\bar{p}_{outlet}$ (önceden belirlenmiş) çıkış ortamı statik basıncını, ρ_0 ve c_0 ise sırasıyla referans yoğunluğu ve ses hızını temsil eder.

3.4.3. Kaymama Sınır Şartı

En doğal sınır şartı, geçirimsiz katı sınırları hesaba katmak için tanımlanan kaymama (no-slip) sınır şartıdır. Bu kez Şekil 3.5'de gösterilen 1 hücresinin kaymayan duvar sınırına sahip

olduğunu ve hayali hücre g_1'in de elemanın bu sınırına karşılık gelen hayali hücresi olduğunu varsayalım. Böylelikle gerekli sınır koşulları;

$$\tilde{u}_{g_1} = -\tilde{u}_1; \tag{3.57}$$

$$\tilde{v}_{g_1} = -v_1; \tag{3.58}$$

$$\tilde{w}_{g_1} = -\tilde{w}_1; \tag{3.59}$$

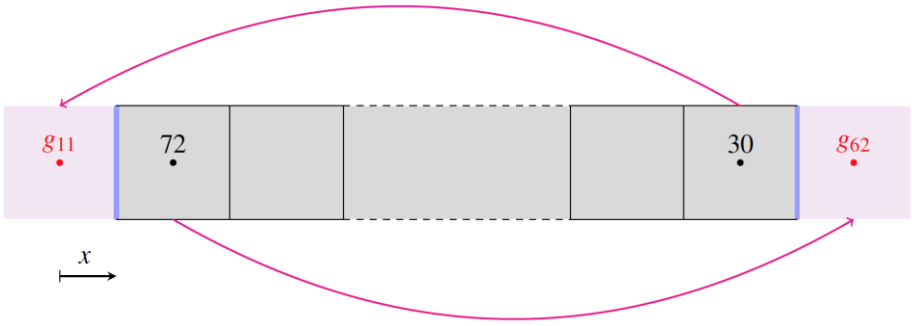
$$\bar{p}_{g_1} = \bar{p}_1; \tag{3.60}$$

$$\tilde{T}_{g_1} = \tilde{T}_1. \tag{3.61}$$

şeklinde yazılacaktır. Burada verilen bilgiler ışığında, hayali hücre için gerekli tüm bilgiler rahatlıkla hesaplanabilecektir.

3.4.4. Periyodik Sınır Şartı

Yinelemeli (lineer türbin kaskadları veya sonsuz genişlikli kanallar gibi) geometrilerin var olması durumunda, geometrinin sadece belli bir bölümü üzerinde nümerik çözüm gerçekleştirmek uygun ve sık kullanılan bir yöntemdir. Bu tür uygulamalarda periyodik sınır koşulları gereklidir. Uzamsal yönde periyodik sınırların kullanımına bir örnek Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Burada, basitlik açısından, geometrinin belli bir kısmı verilmiştir olup akımın x yönünde periyodik olduğunu varsayılmıştır fakat burada sergilediğimiz yöntem her bir uzamsal yöndeki periyodik sınırlar için geçerlidir. Şekilde magenta okların yönleri, hayali hücrelerin alacağı değerlerin hangi hücrelerden alınması gerektiğini göstermektedir. Kolaylık açısından hayali elemanlara ve sınır elemanlarına keyfi eleman sayıları atanmıştır.



Şekil 3.6. x-yönünde çevrimsel periyodik bir sınır durumu için bir örnek taslak. Alan içindeki iç öğeler kesik çizgilerle gösterilir ve eleman numaraları keyfi olarak verilir. Kırmızı okların yönleri, hayali hücre değerlerinin ilgili fiziksel öğelerden düzgün şekilde yerleştirildiğini göstermektedir.

Böyle bir konfigürasyonda, akış alanındaki herhangi bir nicelik/değişken η için uygun sınır koşulları;

$$\eta_{g_{11}} = \eta_{30}; \tag{3.62}$$

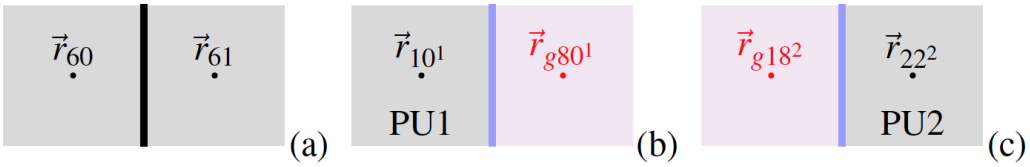
$$\eta_{g_{61}} = \eta_{72}. \tag{3.63}$$

olarak yazılır.

3.4.5. Çekirdeklerarası Değişim (Paylaşım) Sınır Şartı

Çoklu hesaplama çekirdeği (processing unit, PU) gerektiren uygulamalarda ele alınan çözüm alanı (global çözüm ağı) daha küçük alanlara (yerel ağlara) bölünür ve böylelikle her bir PU kendisine karşılık gelen (yerel) çözüm ağını kullanarak nümerik integrasyon gerçekleştirir. Bu durumda her bir PU kendi alanında integrasyon gerçekleştirirken diğer PU'larda hesaplanan niceliklere ihtiyaç duyar. Böyle bir konfigürasyona örnek Şekil 3.7'de gösterilmektedir. Şekil 3.7(a)'da ele alınan bir (global) çözüm ağındaki (rastgele numaralandırılmış) iki elemanı göstermektedir ve bu iki eleman ortak bir yüzü paylaşmaktadır (siyah çizgi). Çözümün paralel bir platformda gerçekleştirildiğini varsayalım. Ayrıca bu iki hücrenin hücre merkezinde hesaplanan niceliklerin farklı iki PU'da hesaplandığını varsayalım. Bu PU'ları PU1 ve PU2 olarak adlandırabiliriz. Böyle bir duruma örnek Şekil 3.7 (b) ve (c) 'de gösterilmektedir. Parselleme dolayısıyla elemanların (lokal) numaraları da doğal olarak değişecektir. Eleman numaralarının karıştırılmaması için (lokal) eleman sayılarını, elemanın ait olduğu PU'ya göre, üst indislerle adlandıracağız. Özet olarak, global çözüm ağında numarası 60 olan elemanın PU1'deki numarası 10^1 olmuştur (Şekil 3.7 (b)). Benzer şekilde, global çözüm ağında numarası 60 olan elemenın PU2'deki numarası 22^2 olmuştur (Şekil 3.7 (c)). Buna ek olarak, Şekil 3.7 (a) 'da siyah çizgi ile gösterilen yüzey hem PU1 hem de PU2 için sınır yüzeyleri (magenta çizgiler) olmuştur çünkü bu yüzeylerin iki tarafındaki hücrelerdeki bilgiler farklı PU'larda hesaplanmaktadır. Bu sebeple bu (magenta) yüzeyler sınır yüzeyleridir ve bu sınırlar için de (daha öncekilere benzer şekilde) hayali hücreler oluşturmak gerekmektedir. Sonuç olarak, Şekil 3.7 (b) 'de, hayali hücre g_{80^1}, Şekil 3.7 (c)' deki 22^2 elemanını temsil etmek üzere yerleştirilmiştir. Benzer şekilde, Şekil 3.7 (c) 'deki hayali hücre g_{18^2}, Şekil 3.7 (b)' deki 10^1 elemanını temsil etmek üzere yerleştirilmiştir. Bu hayali hücreler (global çözüm ağında) fiziksel alan içerisinde olduğu için bu hücrelerdeki sınır koşulları matematiksel formülasyonlarla değil, komşu PU'dan alınan bilgi ile uygulanacaktır. Bu çalışma kapsamında bu bilgi alış verişi MPI kütüphaneleri ile sağlanmaktadır. Burada tartışılan hayali hücreleri diğer hayali hücrelerinden ayırmak adına bu hücreleri değişim (paylaşım, exchange) hücreleri olarak

adlandıracağız. Benzer şekilde, değişim hücrelerine sahip olan sınırları ayırt etmek adına bu sınırları değişim sınırları olarak adlandıracağız.



Şekil 3.7. İşlemcilerarası değişim sınır şartı için örnek gösterim. (a) global öğe bilgisi, (b) PU1 daki yerel öğe bilgileri ve (c) PU2 daki yerel öğe bilgileri. Hücre sayıları keyfi olarak tanımlanmıştır. (a) daki siyah çizgi, iki öğenin paylaştığı yüzü gösterir. (b) ve (c) 'de üst simgeler PU sayılarıdır.

Tartışmanın bütünlüğünü korumak adına, Şekil 3.7'den yararlanarak böyle konfigürasyonlar için uygun sınır koşullarını verilebilir. Akış alanında herhangi bir miktar/değişken η 'nın güncellendiği her an;

$$\eta_{g_{80^1}} = \eta_{22^2}; \tag{3.64}$$

$$\eta_{g_{18^2}} = \eta_{10^1}. \tag{3.65}$$

eşitlikleri PU'lar arasında iletişimle sağlanmalıdır. Buradaki η , korunumlu akı vektörü, hız alanı, basınç alanı, basınç sensörü, kısacası tüm nicelikleri içerir. Bu bilgilerden herhangi birinin değişmesi durumunda MPI kütüphaneleri aracılığıyla yukarıda verilen ilişkilerin sağlanması, gerçekleştirilen benzetimin kullanılan PU sayısına göre bağımlı olmamasını sağlamak için zorunludur. Bununla birlikte, tüm değişkenler için MPI fonksiyonlarını kullanmak maliyetli olabilir çünkü kullanılan PU sayısındaki artışa paralel olarak değişim hücrelerinin sayısı artar. Bilgi paylaşımı maliyetini düşürmek için kullanılabilecek bir yaklaşım, korunumlu akı ve basınç bilgilerinin paylaşımını sağlayarak diğer alanları (hız, sıcaklık, enerji veya termofiziksel özellikler) elde etmek olabilir. Tüm PU'ların aynı (yüksek) hassasiyete sahip olması durumunda böyle bir stratejinin çözümün doğruluğuna olumsuz etki etmediğini kabul edilebilir. Bu çalışma kapsamında böyle bir yöntem, elde edilen çözümün PU sayısından bağımsız olduğu ispatlanarak, kullanılmıştır.

4. PARALEL YAZILIM

Bu bölümde, geliştirilen ***lestr3d*** akış çözücüsünün paralel yazılımı dört başlıkta incelenecektir. Birinci bölümde bu çalışmada kullanılan çözüm ağı parselleme stratejisi sergilenecektir. İkinci bölümde, PU'lar arasındaki bilgi alışverişini sağlamak için kullanılan iletişim stratejisi tartışılacaktır. Üçüncü bölümde ***lestr3d*** çözücüsünün ölçeklenebilirlik performansının farklı platformlarda değerlendirilmesi yapılacaktır. Son bölüm ***lestr3d*** yazılımının yapısını sunmaktadır.

4.1. Çözüm Ağı Parsellemesi

Bu bölümde göz önünde bulundurulması gereken ilk şey çözüm ağı parselleme stratejisidir. Her bir hesaplama çekirdeğinin (processing unit, PU) nümerik çözüm yapabilmesi için bu PU'lara global çözüm ağının belli bir parçası atanmalıdır. Bu çalışmada yapısal olmayan çözüm ağlarının parsellemesi Karypis ve Kumar, 1998 tarafından geliştirilen METIS (v4.0) yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmektedir. METIS her bir PU için iş yükünü (eleman sayısı ve iletişim hacmi) optimize eder ve parselleme işlemini oldukça hızlı bir şekilde gerçekleştirir. Bu çalışma kapsamında geliştirdiğimiz ön işlemci METIS yazılımından elde edilen sonuçları kullanarak her bir PU için ilgili bilgileri atar. Bu bilgiler yüzey-eleman komşuluk ilişkileri, PU'lar arası iletişim detayları gibi bilgileri içermektedir. Geliştirilen ön işlemci bu bilgileri her bir PU için özel olarak atamaktadır ve bu yüzden, hafıza kullanımını minimuma indirgemek adına, her bir PU için bu bilgiler ayrı ayrı dosyalara yazılır. Böylelikle her bir PU yalnızca kendisi ile ilgili kısmı okuyup yazar.

4.2. Çekirdeklerarası İletişim

Paralel HAD algoritmalarının bir diğer önemli kısmı ise PU'lar arasındaki iletişimin uygun ve etkili bir şekilde sağlanmasıdır. Daha önce paylaşım sınırları üzerindeki tartışmamızda belirttiğimiz üzere, nümerik çözümün başarılı bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için PU'lar arasında doğru bir iletişim stratejisi oluşturulmalıdır. Bu sayede, üzerinde çalışılan benzetimden elde edilecek sonuçların, kullanılan PU sayısından bağımsız olması sağlanır. Bu çalışma kapsamında PU'lar arası iletişim Message Passing Interface (MPI) kütüphaneleri kullanılarak sağlanmaktadır. MPI kütüphaneleri, kolektif veya noktadan noktaya (point-to-point) iletişim fonksiyonları ile PU'lar arası bilgi alış verişini sağlar. Bu çalışmada geliştirilen çözücünün ihtiyaçlarını karşılamak adına bu iki tür fonksiyon etkin bir şekilde kullanılmıştır.

Zamanda açık integrasyonun doğru bir şekilde yürütülebilmesi için her PU aynı zaman adımını kullanarak integtasyon gerçekleştirmelidir. Her bir PU'nun, çözüm ağının kendine atanan bir bölümünde integrasyon gerçekleştirdiği göz önüne alındığında, üçüncü bölümde verilen uygun zaman adımı hesaplaması sonucunda her bir PU (muhtemelen) farklı bir zaman adımı bulacaktır. Bu yüzden her PU'nun aynı zaman adımını kullanması için iletişim fonksiyonlarının kullanımı gereklidir. Bu zaman adımı her bir PU'da hesaplanacak uygun zaman adımlarının minimumu olacaktır. Bu zaman adımının belirlenip bütün PU'lara iletilmesi için kullanılan fonksiyon *MPI_ALLREDUCE* fonksiyonudur ve kullanılan işlem *MPI_MIN* işlemidir.

Paylaşım hücrelerindeki korunumlu vektörler, psödo-Laplasyenler vb. gibi değişkenler her zaman adımında (veya alt kademelerde) değişmektedir. Bu nedenle, bu değişkenlerin yeniden hesaplandığı her anda paylaşım hücrelerindeki bilgilerin de güncellenmesi gerekmektedir. Bu hayali hücrelerdeki bilgi alış verişini sağlamak için MPI kütüphanelerinin noktadan noktaya iletişim fonksiyonları kullanılmıştır. Böylelikle PU'ların yalnızca bilgi paylaşması gerektiği PU'lar ile iletişim kurması sağlanmaktadır. Bu tür değişkenler için PU'lar arası iletişim, MPI kütüphanelerinin bloke edici (blocking) ve bloklamayan (non-blocking) iletişim fonksiyonları kullanılarak, hibrit bir yöntem ile sağlanmaktadır. Bu yöntem şu şekilde özetlenebilir; başlangıçta *MPI_IRECV* fonksiyonu ile her bir PU'da komşu PU'lardan gelecek bilgiler için hafıza ayrılır. Böylelikle her bir PU, komşu PU'lardan gelecek bilginin boyutlarını bilecektir. Ardından da her bir PU, komşu PU'larına bloke edici *MPI_SEND* fonksiyonu ile ilgili bilgileri yollar. Bu sayede herhangi bir PU'nun yoladığı bilgiyi ilgili(komşu) PU alana kadar gönderici PU işlem yapmaz. Son olarak, tüm iletişim sürecinin sağlıklı bir biçimde tamamlandığına emin olmak için *MPI_WAIT* fonksiyonu çağrılır. Eğer iletişim ağında bir aksaklık yaşanırsa son aşama kilitlenmeye(deadlock) veya hataya sebebiyet vereceği için uygun olmayan bir iletişimin gerçekleşmesi engellenecektir.

4.3. Ölçeklenebilirlik ve Platform Testleri

PU'lara atanacak iş yükünün çözüm ağı parsellemesi ile sağlanması ve bu PU'lar için uygun bir iletişim stratejisinin oluşturulması bir HAD kodu için zorunludur. Buna rağmen bu iki yöntemin (en) efektif şekilde çalışması zorunluluktan ziyade istenilen bir özelliktir. Tabii ki geliştirilen bir HAD kodunun performansının yüksek olması arzu edilen bir özelliklir. Ancak paralel kodun verimliliği kodun geliştirilmesinden önce test edilemez. Bir önceki başlık ile ***lestr3d*** kodunun oluşturulmasında izlenilen yöntem tamamlanmıştır ve bu bölüm ***lestr3d***'nin performansının değerlendirilmesine ayrılmıştır.

Bir paralel kodun performansı genellikle o kodun hızlanması (speed-up) ile ölçülür. Hızlanma, nümerik çözümde kullanılan PU'ların sayısı arttıkça hızın ne kadar arttığını gösteren bir niceliktir. N_{ref} (referans) sayıda PU kullanılarak bir işlemin tamamlanması için geçen süre T_{ref} olarak tanımlansın. Ayrıca, aynı işlemin $N > N_{ref}$ sayıda PU kullanılarak T_N sürede tamamlandığı varsayılsın ve kodun hızlanmasını S olarak gösterilsin. Hızlanma, matematiksel olarak, T_{ref} ve T_N arasındaki oran olarak tanımlanır;

$$S = \frac{T_{ref}}{T_N}. \tag{4.1}$$

Genel bir yaklaşım N_{ref} değerini bir olarak almaktır. Bu durumda hızlanma, ele alınan kodun paralel performansı seri performansına göre tayin edilir. Bununla birlikte, Gourdain vd., 2009, ele alınan problemin hafıza gereksiniminin, o problemi seri koşturmak için sunulan hafızadan yüksek olabileceğini tartışarak böyle bir ölçümün kodun gerçek performansını sergilemeyebileceğini belirtmektedir. Ele alınan problemlerin gerçek hayat problemi olduğu düşünülürse bu oldukça doğru bir tespittir. Dolayısıyla böyle durumlarda N_{ref}, görevi gerçekleştirmek için kullanılabilecek en düşük PU sayısına göre ayarlanır (Gourdain vd., 2009). Bu çalışmada, N_{ref}, bir CPU'daki veya bir hesaplama sistemi tarafından sağlanan birim düğümdeki çekirdek sayısı olarak alınmıştır.

Iestr3d'nin hızlanma performansını değerlendirmek için, çözüm ağında on milyon eleman bulunan, basit bir kanal akışı üzerinde testler yürütülmüştür. Burada amaç kodun performansını sınamak olduğu için benzetim parametreleri (Reynolds sayısı, kanalın boyutları, referans hız, vs.) verilmemektedir. Her bir test için bin iterasyon gerçekleştirilmiştir. Testlerin gerçekleştirilmesi için iki farklı hesaplama sistemi kullanılmıştır. Bu iki platform, Ulusal Yüksek Başarımlı Hesap Merkezi 'nin Sariyer sunucusu (Url-7) ve Kanada'daki CalculQuebec'in Colosse sunucusu (Url-8) olarak şeçilmiştir. Bu sunucuların ayrıntıları Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Sunucuların detayları.

Server Name	CPU	CPU speed, number of cores per node (C)	Memory per node	Network band
Colosse	960 × Intel Xeon X5560	2.8 GHz, 8C	48GB	InfiniBand QDR, non-blocking
Sariyer	48 × Intel Xeon E5-2680 v4	2.4 Ghz, 28C	128Gb	InfiniBand FDR 56 Gbps

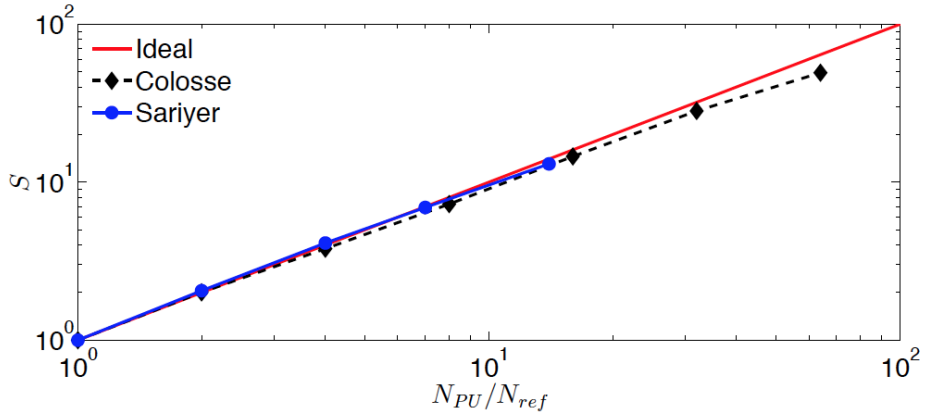
Her bir test farklı PU sayıları kullanılarak yürütülmüştür ve bu testlerin ayrıntıları Tablo 4.2'de verilmiştir. Her bir sunucu için referans PU sayısı, N_{ref}, ilgili sunucuda bir düğüme karşılık

gelen çekirdek sayısı olarak seçilmiştir. Yani Colosse sunucusu için N_{ref} = 8 ve Sarıyer sunucusu için N_{ref} = 28 olarak alınmaktadır.

Tablo 4.2. Ölçeklenebilirlik testlerinin ayrıntıları

Test number	Colosse	Sariyer
1	8C	28C
2	16C	56C
3	32C	112C
4	64C	196C
5	128C	392C
6	256C	-
7	512C	-

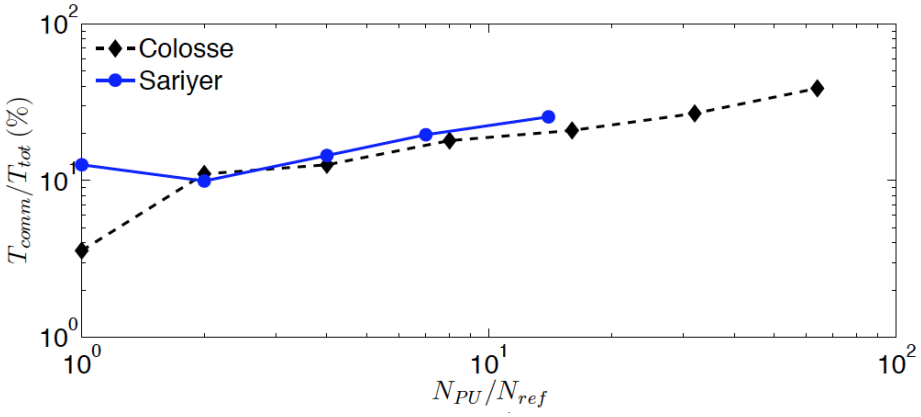
Şekil 4.1. ***Iestr3d***'nin hızlanma performansının boyutsuzlaştırılmış PU sayısına göre değişimini göstermektedir. İdeal olarak, PU sayısının iki katına çıkarılması hızlanmayı ikiye katlamalıdır (kırmızı çizgi). Sarıyer sunucusunda yapılan testlerde oldukça başarılı bir hızlanma gözlemlenmektedir. Bu sunucuda 392 core sayısı ile yapılan test ile elde edilen hızlanma ideal hızlanmanın yaklaşık olarak %93'üne tekabül etmektedir. Colosse sunucusunda yapılan testler de iyi bir hızlanma performansına işaret etmektedir. Burada 512 core kullanılarak gerçekleştirilen yedinci testde hızlanma ideal durumun yaklaşık olarak %77'si kadardır.



Şekil 4.1. ***Iestr3d***'in paralel hızlanma performansı.

Hızlanma performansının yanında, bu testlerde iletişim için geçen sürelerin incelenmesi yararlı olacaktır. N PU kullanılarak gerçekleştirilen işlemde PU'lar arasında iletişim için harcanan zamanı T_{comm} olarak gösterilsin. Aynı işlemin tamamlanma süresini de T_{tot} olarak gösterirsek PU'lar arasındaki iletişim için geçen sürenin toplam işlem süresine oran $\frac{T_{comm}}{T_{tot}} \times 100$ olarak tanımlanır.

Tablo 4.2'de verilen testlerin iletişim oranları Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Sarıyer sunucusunda ikinci testin iletişim bütçesi yaklaşık olarak %3'lük bir düşüşe işaret etse de her iki sunucuda elde edilen sonuç, doğal olarak, iletişim için gereken sürenin artan PU sayısı ile artmasıdır. Burada önemli olan nokta, bir testte iletişim için geçen sürenin, o testin toplam integrasyon süresinin yarısından az olmasıdır.



Şekil 4.2. PU'lar arası iletişim için geçen sürenin toplam integrasyon süresine oranının, T_{comm}/T_{tot} (%) PU sayısına göre değişimi.

4.4. *Iestr3d* Yazılımının Yapısı

Iestr3d yazılımı üç kısma ayrılmıştır. Bunlar, ön işlemci, çözücü ve son işlemci kısımlarıdır.

Ön işlemçi, çözüm ağı oluşturma, çözüm ağı için yüzey-eleman bilgilerinin oluşturulması, sınır koşullarının belirlenmesi, geometrik özelliklerinin hesaplanması (yüzey normalleri, eleman hacimleri, vb.) ve alan ayrıştırması adımlarını içermektedir. Çözüm ağı oluşturulmasından sonraki adımların çözücü içerisinde tamamlanması her bir PU'nun aynı işi yapmasını veya bir PU bu işlemleri tamamlarken diğer PU'ların (boşta) beklemelerini gerektirmektedir. Her iki durumda bütün PU'lar, ikinci durumda bazıları bekliyor olsa da, çalışıyor olacaktır. Bu iki yöntemin hafıza kullanımı ve maliyeti oldukça yüksektir. Bu yüzden bu çalışmada bu adımların çözücü evresinde tamamlanmasından kaçınılmış, bu işlemlerin ön işlemcide daha etkili bir yöntem ile tamamlanması sağlanmıştır. ***Iestr3d*** ön işlemcisi, çözüm ağından elde edilecek bilgileri kullanarak yüzey-eleman bilgileri oluşturulması, geometrik özelliklerin hesaplanması gibi adımları tamamladıktan sonra çözüm ağı parsellemesini gerçekleştirir. Sonrasında ön işlemci, parsellemeden elde edilen bilgiler ışığında her bir PU için ilgili alanları (iletişim bilgileri, paylaşım hücreleri vb. gibi) oluşturur ve her bir PU'nun bilgisini ayrı dosyalara yazar.

Çözücünün tek görevi ön-işlemci tarafından sağlanan bilgileri kullanarak, ayrıntıları üçüncü bölümde verilen nümerik integrasyonu gerçekleştirmektedir. Bu esnada çözücü istatistik

toplama, örnekleme (probe sampling) ve sonuç dosyalarını (anlık ve/veya) okuma/yazma işlemlerini gerçekleştirir. Okuma/yazma aşamasında her bir PU ilgili olduğu (lokal) çözüm ağı ile ilgili bilgileri okur/yazar. Böylelikle bu dosyaların çözüm esnasında birleştirilmesi son işlemciye bırakılır ve çözücü aşamasında bununla ilgili ek bir işlem yapılmaz.

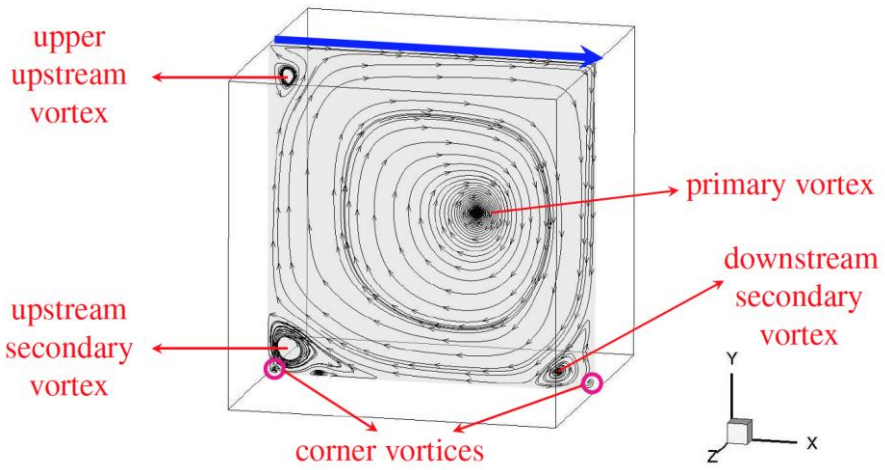
Son işlemci aşamasında, her PU'nun yazdığı bilgilerin (anlık ve/veya istatistik dosyalarının) birleştirilmesi, örneklenen değişkenlerin analizi ve çözümlerin üçüncü parti yazılımlar kullanılarak görsel olarak yorumlanması yer alır. Bu çalışma kapsamında yazılan bütün dosyalar jenerik bir formatta yazılmış olduğundan bu dosyaların üçüncü parti yazılımlarda kullanılması kolaylaştırılmıştır.

5. *lestr3d* YAZILIMININ DOĞRULANMASI

Bu bölümde proje kapsamında geliştirilen ***lestr3d*** akış çözücüsünün doğrulanması için özellikleri iyi bilinen kübik oyuk (lid driven cavity, LDC) ve ters basamak (backward-facing step) akışlarının büyük girdap benzetimleri detaylı bir şekilde sunulacaktır.

5.1. Kübik Oyuk Akışı

Yapılan sayısal hesaplamaların doğrulanması için örnek problem olarak özellikleri iyi bilinen "lid driven cavity" (LDC) akışı seçilmiştir. LDC probleminde geometri basit olmasına rağmen, oyuğun içerisinde oluşan akış üç boyutlu ve bir hayli karmaşıktır. Taylor-Görtler girdapları, akış çatallanmaları, türbülans ve köşe girdapları akış alanında oluşan karmaşık yapılardan bazılarıdır. LDC probleminde karşılaşılan akış alanı hakkında daha detaylı bilgi, Shankar ve Deshpande (2000), Bouffanais vd. (2007), Leriche ve Gavrilakis (2000), Prasad ve Koseff (1989) çalışmalarında verilmektedir.

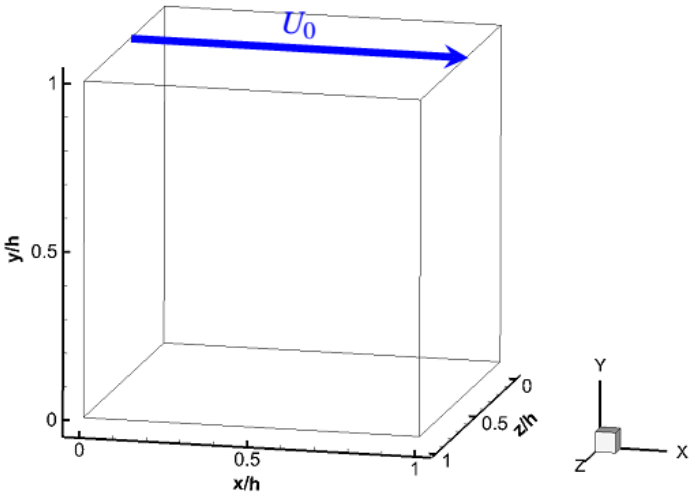


Şekil 5.1. LDC akışının karakteristik yapıları. Mavi ok, hareket eden kapağın hareket yönünü göstermektedir.

Türbülanslı LDC akışının genel yapısı Şekil 5.1'de görülmektedir. Akış alanı her yönde duvarlar ile sınırlandırılmıştır. Mavi ok ile gösterilen üst kapağın hareketi, akışı doğuran kayma gerilmesini oluşturur. Bu hareket ile momentum kazanan akışkan, akış yönündeki duvarla karşılaşıp kapak ve duvarın birleştiği noktada yüksek basınç bölgesi oluşturur. Oluşan yüksek basınç alanı ve duvarın etkisiyle akış aşağıya doğru yönelir. Aşağı yönlü bu hareket, simetri düzleminin her iki tarafında eliptik jetler oluşturur ve duvar-jet (wall-jet) akışı benzeri bir davranış sergiler (Leriche ve Gavrilakis, 2000). Kapağın akış yönündeki ve eliptik jetlerin aşağı yöndeki hareketi birincil girdap olarak adlandırılan kuvvetli ve kalıcı yapıyı oluşturur. Aşağı

yönde uzayan iki jet alt duvara ulaştıklarında, duvarla olan etkileşimleri sonucunda türbülansı doğrurlar. Daha sonra, birincil girdap bu türbülans bölgesinin akım üstü duvarına taşınımını sağlar. Bu esnada, akış yavaşlar ve tekrar laminer olur. Birincil girdap, duvarlara yakın bölgelerde başka girdapların da oluşmasını sağlar. Bunlar; üst akımüstü girdabı, akımüstü ikincil girdabı, ve akımaltı ikincil girdabıdır. Bunlara ek olarak, LDC akışının yapısında çok sayıda köşe ve ters dönüşlü girdaplar bulunmaktadır (Shankar ve Deshpande, 2000).

Bu çalışmada ele alınan LDC akışı, kenar uzunluğu h olan kübik bir geometriyi içermektedir. Kullanılan çözüm alanı Şekil 5.2'de görülmektedir. $y = h$ düzleminde bulunan hareketli kapak x yönünde sabit U_0 hızına sahiptir. Diğer duvarlar ise hareketsizdir. Tüm yüzeylerde kaymama sınır koşulu tanımlanmıştır. Başlangıç koşulu olarak akışkan durağan kabul edilmiştir. LDC akışı için Reynolds sayısı, kübün yüksekliği h ve kapak hızı U_0 ile tanımlanmaktadır, $Re = U_0 h/\nu$. Bu çalışmada incelenen akışın Reynolds sayısı (Re) 12000'dir. Bu Reynolds sayısında akışın karakteristiği türbülanslıdır (Bouffanais vd., 2007). Akışın izotermal olduğu kabulü yapılmıştır.



Şekil 5.2. Kübik LDC akışı için hesaplama alanı. Boyutlar, boşluk genişliği, h ile normalize edilmiştir. Mavi ok, hareket eden kapağın hareket yönünü göstermektedir ve kapak sabit U_0 hızı ile hareket etmektedir.

Bu bölümde ***lestr3d*** çözücüsü ile elde edilen sonuçlar, literatürde mevcut olan deney ve DNS verileri ile karşılaştırılmıştır. Deney sonuçları Prasad ve Koseff (1989)'in Re = 10000 için yaptıkları çalışmadan alınmıştır. DNS verileri ise Leriche ve Gavrilakis (2000)'in çalışmasından elde edilmiştir. Bu DNS çalışması Re = 12000 için 129^3 Chebyshev polinomu içeren bir grid üzerinde gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada üç farklı çözüm ağında (0.125M, 1M ve 2M) elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde irdelenecektir. Bu çözünürlüklere sahip çözüm ağları ile gerçekleştirilen analizler sırasıyla LDC1, LDC2 ve LDC3 olarak adlandırılmaktadır.

LDC problemi için elde edilen sonuçların bir kısmı Karahan vd. (2017) çalışması kapsamında Ankara Uluslarası Havacılık ve Uzay Konferansında (Ankara International Aerospace Conference-AIAC) sunulmuştur.

Akışın zamanla gelişimi incelenirken zaman değişkeni, akış boyu zaman (flow through time - FTT) ile boyutsuzlaştırılmıştır. Burada FTT, $t_0 = h/2U_0$ şeklinde tanımlanmıştır. Türbülans istatistikleri, küp içerisindeki birincil vorteksin tamamıyla oluşması için geçen yaklaşık 1200 FTT sonrasında toplamaya başlanmış ve ikinci mertebeden istatistikler yakınsayana kadar toplanmıştır. İstatistiklerden elde edilen ortalama hız ve hızın karekök ortalama değerleri U_0 ile boyutsuzlaştırılmıştır. Ayrıca, enerji spektrumunun analizi için küp içerisinde belirli bir noktada ($x/h \approx 0.89, y/h \approx 0.03, z/h \approx 0.67$) her bir zaman adımında anlık hız bilgisi kaydedilmiştir.

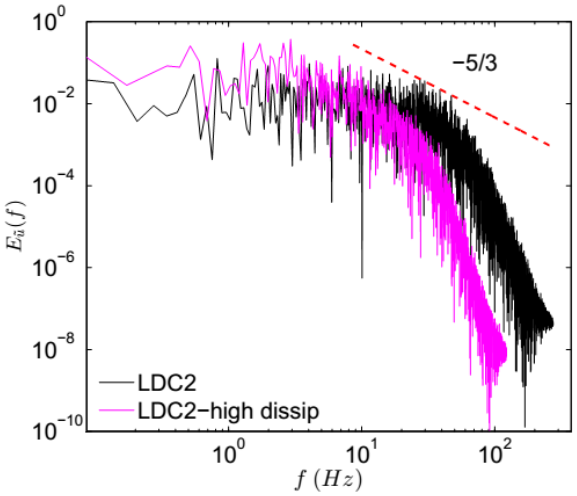
5.1.1. JST Numerik Sönümleme Katsayılarının Etkisi

lestr3d kodunda uzaysal ayrıklaştırma ikinci mertebeden hücre merkezli şema ile gerçekleştirilmiştir. Kullanılan uzaysal ayrıklaştırma şemasının sebep olduğu salınım kararsızlıklarını sönümlemek üzere yapısal olmayan gridler için formülize edilmiş Jameson-Schmidt-Turkel (JST) numerik sönüm şeması kullanılmaktadır. Literatürdeki çalışmalar (Garnier vd., 1999, von Kernel, 2003) LES çözümlerinde JST şemasının türbülans aktivitesinin azalmasına neden olduğunu ve JST şemasının aşırı sönümleyici olduğunu belirtmektedir. Bu bölümde JST sönüm şemasında kullanılan katsayıların türbülans yapılarına ve istatistiklerine olan etkileri detaylı bir şekilde incelemektedir. Bahsedilen sönümleyici etkinin en aza indirilmesi için çalışmalar yürütülmüştür.

İlk olarak üçüncü bölümde JST şeması için verilen sabitler ($k^{(2)} = 6/25$ ve $k^{(4)} = 1/256$) kullanılarak LDC2 çözüm ağı için analiz gerçekleştirilmiştir. Bu analiz şekillerde *LDC2-high dissip* olarak adlandırılmaktadır. İkinci analizde ise JST etkisini yani sayısal difüzyonu azaltmak için bu sabitlerin değeri bir mertebe azaltılmıştır ($k^{(2)} = 6/250$ ve $k^{(4)} = 1/2560$). Bu analiz de şekillerde *LDC2* olarak gösterilmektedir.

Her iki analiz sonucu elde edilen enerji spektrumlarının frekansa bağlı olarak değişimi Şekil 5.3'de sunulmaktadır. JST katsayılarının düşük olduğu *LDC2* analizi için yüksek frekanslı türbülans yapıları elde edilmiştir (100 Hz üzeri). Bunun yanında -5/3 yasası daha geniş bir spektrum aralığı boyunca gözlemlenebilmektedir. *LDC2-high dissip* analizinin sonuçlarında

JST katsayılarının sönümleyici etkisi net bir şekilde görülmektedir. Bu analizde yüksek difüzyon sebebiyle yaklaşık 100 Hz'den daha yüksek frekanstaki türbülans yapıları doğru bir şekilde elde edilememiştir. Ayrıca daha büyük yapılarda bile (10-100 Hz arası) enerjinin net bir şekilde JST nedeniyle sönümlendiği görülmektedir.

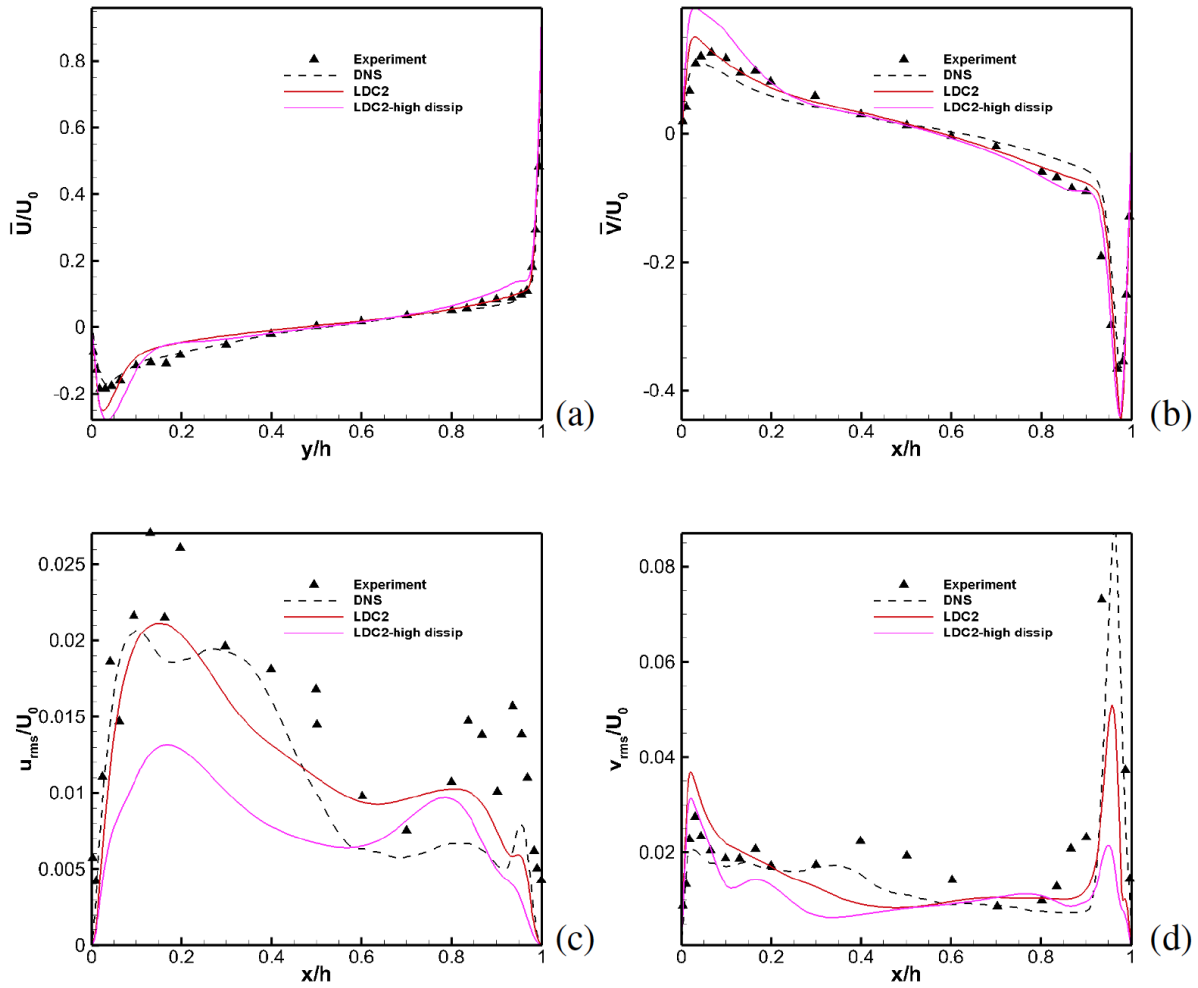


Şekil 5.3. JST katsayılarının türbülans enerji spektrumu üzerindeki etkisi. *LDC2-high dissip* analizinde yüksek difüzyon sabitleri *LDC2*'de ise düşük difüzyon sabitleri kullanılmıştır.

JST katsayılarının küp içerisindeki türbülanslı akışa etkisini daha net bir şekilde görmek adına Şekil 5.4'de *LDC2* ve *LDC2-high dissip* analizlerinden elde edilen ortalama hız ve türbülans istatistikleri deney ve DNS verileri ile karşılaştırılmıştır.

JST difüzyon katsayılarının ortalama akış değişkenleri üzerindeki etkileri, z/h = 0.5 düzlemindeki farklı doğrular üzerinde gösterilmektedir. Tüm hız değişkenleri hareketli kapak hızı U_0 ile boyutsuzlaştırılmıştır. $\overline{U}$ ortalama hızın x bileşeni , $\overline{V}$ ortalama hızın y bileşeni, u_{rms} x yönündeki hızın karekök ortalaması ve v_{rms} ise y yöndeki hızın karekök ortalamasıdır. Figürlerde görüldüğü üzere katsayıların yüksek olduğu *LDC2-high dissip* analizinde $\overline{U}$ ve $\overline{V}$ hızları özellikle duvara yakın bölgelerde DNS ve deney verilerinden oldukça farklı değerlere ulaşmaktadır. Ayrıca türbülansa ait istatistikler de *LDC2-high dissip* analizinin daha sönümleyici olduğunu açık bir şekilde ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar dikkate alındığında, JST şemasında kullanılan katsayıların çözücü tarafından çözümlenen türbülans yapılarını etkilediği ve daha küçük ölçekli yapıların oluşumunu engellediği açıktır.

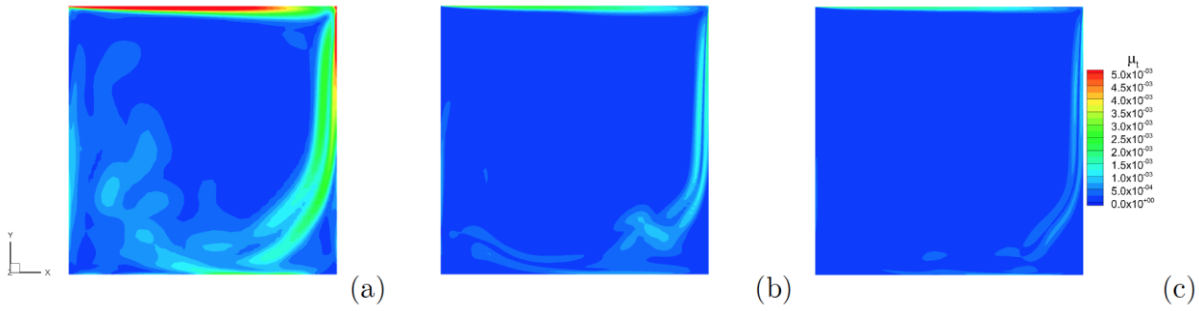
Bu sonuçlar doğrultusunda literatürde sıklıkla kullanılan JST katsayılarının LES için aşırı sönümleyici olduğu sonucuna varılmıştır. Gözlemlenen aşırı sönümleyici etkiyi önlemek için ***lestr3d*** kodu ile yapılacak analizlerde modeldeki katsayıların düşürülerek ($k^{(2)} = 6/250$ ve $k^{(4)} = 1/2560$) kullanılması uygun bulunmuştur.



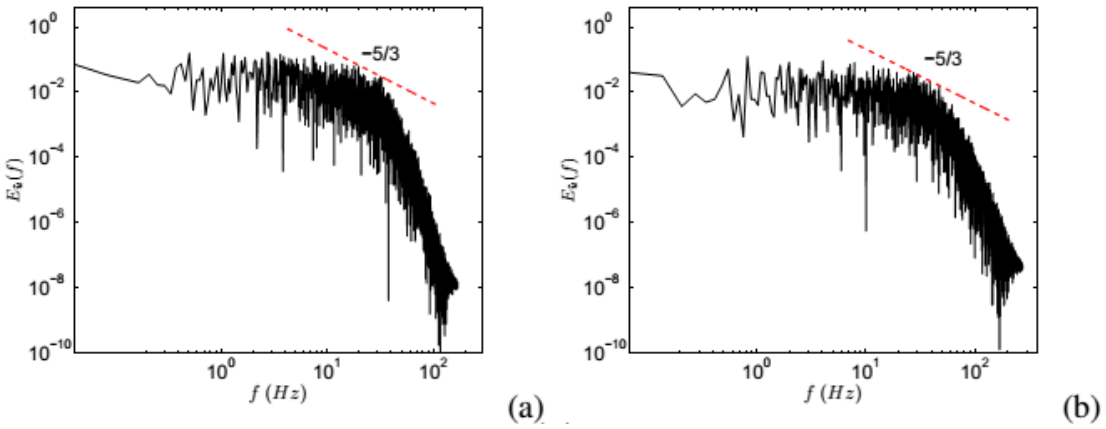
Şekil 5.4. JST katsayılarının z/h = 0.5 düzlemindeki ortalama akış ve türbülans istatistiklerine etkisi. (a) U/U_0, x/h = 0.5 kesitinde; (b) $\bar{V}/U_0$, y/h = 0.5 kesitinde; (c) u_{rms}/U_0 y/h = 0.5 kesitinde; (d) v_{rms}/U_0, y/h = 0.5 kesitinde.

5.1.2. Çözüm Ağının Etkisi

Bu bölümde üç farklı çözüm ağında (LDC1, LDC2 ve LDC3) elde edilen LES sonuçları detaylı bir şekilde irdelenecektir. LES çalışmalarında çözüm ağının etkisini inelemek için ağ-altı ölçek modelinin çözüme olan etkisi araştırılabilir. Bu sebeple üç farklı çözüm ağı sonucu elde edilen anlık ağ-altı edi viskozite (μ_t) değeri Şekil 5.5'de z/h = 0.5 düzleminde çizdirilmiştir. Her üç analizde de gradyanların yüksek olduğu bölgelerde (üst kapak ve jet etkisi) edi viskozite değerinin yüksek olduğu görülmektedir. LDC1 analizinde kullanılan çözüm ağının çok kaba olması nedeniyle ağ-altı modelinin akış içerisinde çok daha önemli bir rol oynadığı net bir şekilde görülmektedir. LES için kullanılan çözüm ağı iyileştikçe ağ-altı model etkisi de azalmaktadır.



Şekil 5.5. z h = 0.5 düzleminde anlık edi viskozite μ_t konturları. (a) LDC1, (b) LDC2, (c) LDC3.



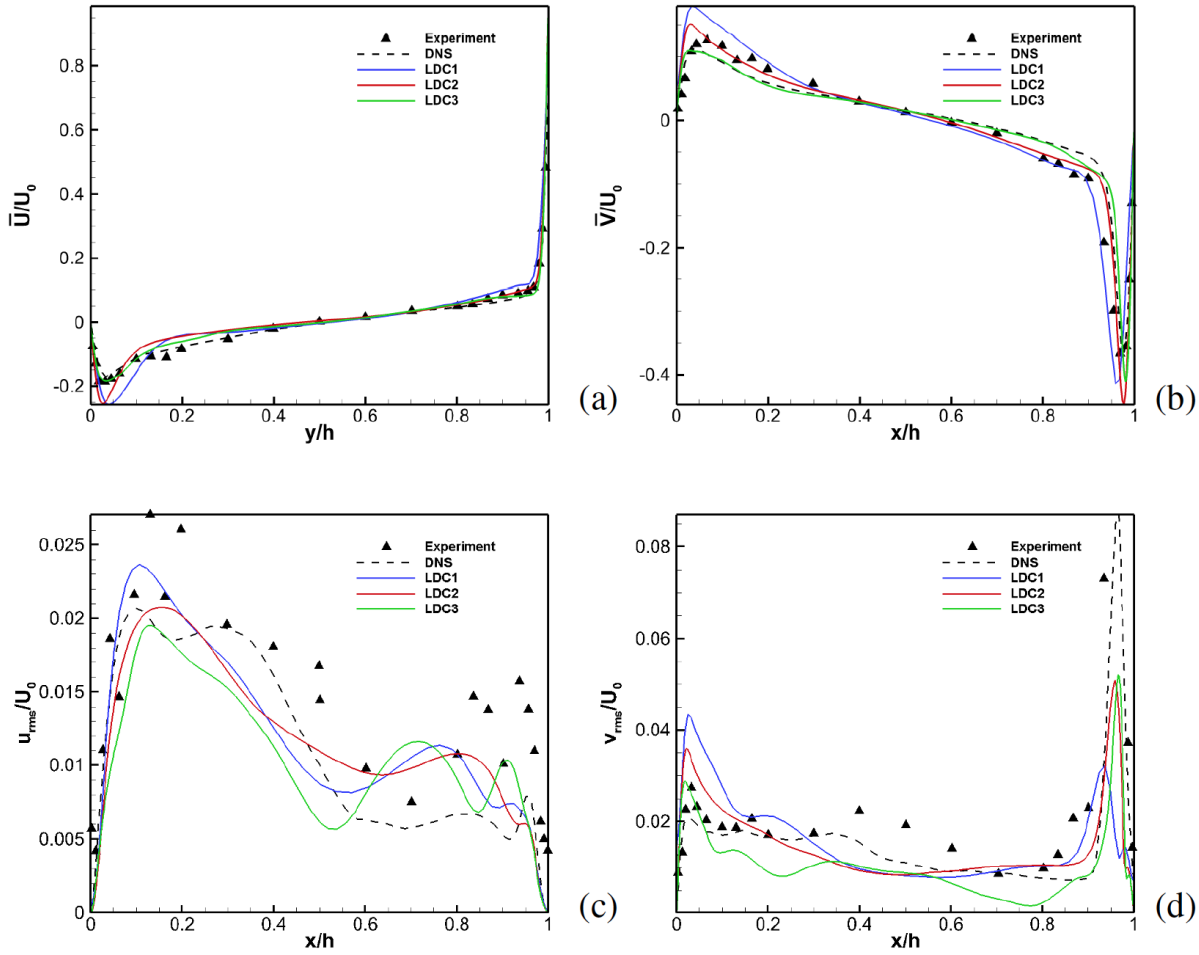
Şekil 5.6. Türbülans enerji spektrumu. (a) LDC1, (b) LDC2.

Şekil 5.6 LDC1 ve LDC2 analizlerinin enerji spekturumlarının frekansa bağlı olarak değişimini göstermektedir. Her iki çözüm ağı için Kolmogorov'un -5/3 yasası gözlemlenmiştir. Ağ çözünürlüğü arttıkça yüksek frekanslı türbülans yapılarının enerji seviyeleri de artmaktadır. Çözüm ağı iyileştikçe daha küçük türbülans yapıları (yüksek frekanslı yapılar) çözüm ağı ile çözümlenebilmektedir.

Şekil 5.7 'de çözüm ağının istatistikler üzerindeki etkisi sunulmaktadır. LDC1, LDC2 ve LDC3 analizleri sonucu elde edilen ortalama hız ve türbülans istatistikleri z/h = 0.5 düzleminde deney ve DNS verileri ile karşılaştırılmıştır. Ortalama hız profillerinin analizi sonuçların literatürde bulunan deneysel ve sayısal sonuçlarla oldukça iyi bir uyum içinde olduğunu göstermektedir. Ayrıca, çözüm ağı iyileştikçe ortalama hızların DNS verisine yakınsadığı da net bir şekilde görülebilmektedir. Bu da kullanılan sayısal algoritmanın LES için uygun olduğunu göstermektedir.

Akış alanındaki ortalama türbülans aktiviteleri incelendiğinde, sonuçların deneysel ve DNS verilerle bazı farklılıklar gösterdiği fakat çözüm ağı iyileştikçe türbülans seviyelerinin ve trendinin doğru bir şekilde yakalandığı görülmektedir. LES çalışmalarında LDC1 gibi düşük ağ çözünürlüğü kullanıldığında türbülans seviyelerinin yüksek olması fiziksel olmamasına rağmen

doğal bir durumdur. Çözüm ağı iyileştikçe türbülans seviyeleri fiziksel olarak gözlemlenen seviyelere yakınsamaktadır.



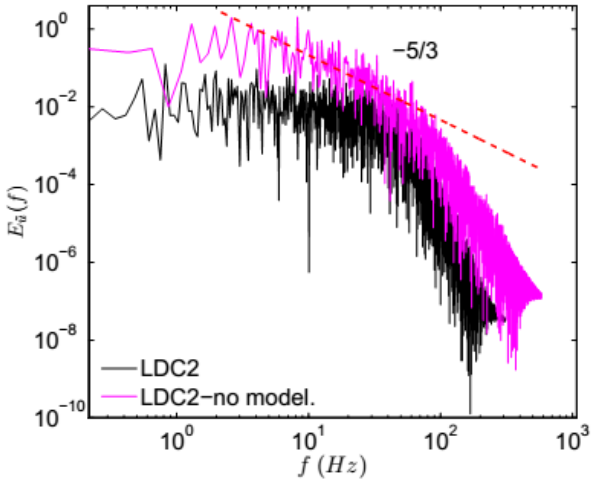
Şekil 5.7. z/h = 0.5 düzlemindeki ortalama akış ve türbülans istatistiklerine etkisi. (a) $\bar{U}/U_0$, x/h = 0.5 kesitinde; (b) $\bar{V}/U_0$, y/h = 0.5 kesitinde; (c) u_{rms}/U_0 y/h = 0.5 kesitinde; (d) v_{rms}/U_0, y/h = 0.5 kesitinde.

5.1.3. Ağ Altı Ölçek Modelinin Etkisi

LES çalışmalarında önemli olan bir diğer nokta da kullanılan ağ-altı ölçek modelinin sonuçlara olan etkisidir. Bu etkiyi net bir şekilde görebilmek adına ağ-altı modelinin kullanılmadığı fakat diğer bütün özelliklerinin LDC2 analizi ile aynı olduğu yeni bir analiz yapılmıştır. Bu analiz *LDC2-no model* olarak adlandırılmaktadır.

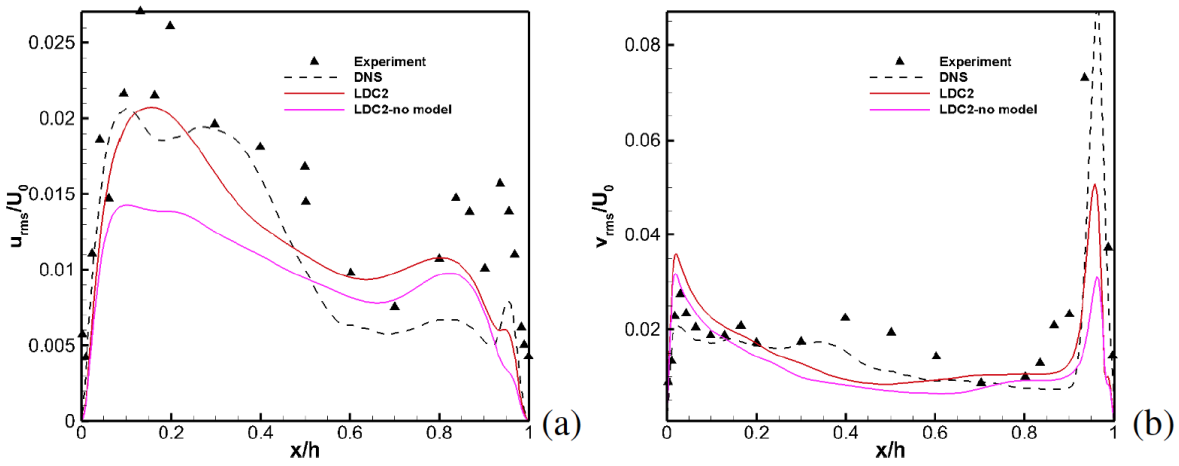
LDC2-no model analizi sonucu elde edilen enerji spektrumu Şekil 5.8'de LDC2 analizi ile karşılaştırılmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta bu analizde model kullanılmadığı için özellikle yüksek frekanslarda enerji birikimi oluşmaya başlamasıdır. Daha önceki

bölümlerde detaylı bir şekilde tartışıldığı gibi yüksek frekanslardaki küçük yapılar genellikle sönümleyici yapılardır, büyük yapılardan enerji alırlar ve aldıkları enerjiyi ısıya dönüştürürler. Dolayısıyla LES'de kullanılan ağ-altı ölçek modellerinin görevi işte bu etkiyi yaratmaktır. *LDC2-no model* analizinde numerik sönümleme dışında ekstra bir sönümleme olmadığı (ağ-altı modeli kapalı) için enerjinin tüm frekans seviyelerinde daha yüksek olduğunu görülmektedir.



Şekil 5.8. LES ağ-altı modelinin türbülans enerji spektrumuna etkisi. *LDC2-no model* analizinde ağ-altı modeli kullanılmamıştır.

Biriken bu enerjinin türbülans enerjisi ile ilgisi olmadığı türbülans istatistiklerinden net bir şekilde görülebilir. Şekil 5.9 bu analiz sonucu elde edilen türbülans seviyelerinin LDC2, DNS ve deney verileri ile karşılaştırmasını göstermektedir. *LDC2-no model* analizi ile elde edilen istatiksel değerlerde türbülans seviyesi daha düşüktür. Bu sonuç ***lestr3d*** kod'unun numerik sönümleme seviyesinin türbülans sönümlemesinden daha düşük olduğunu göstermektedir.



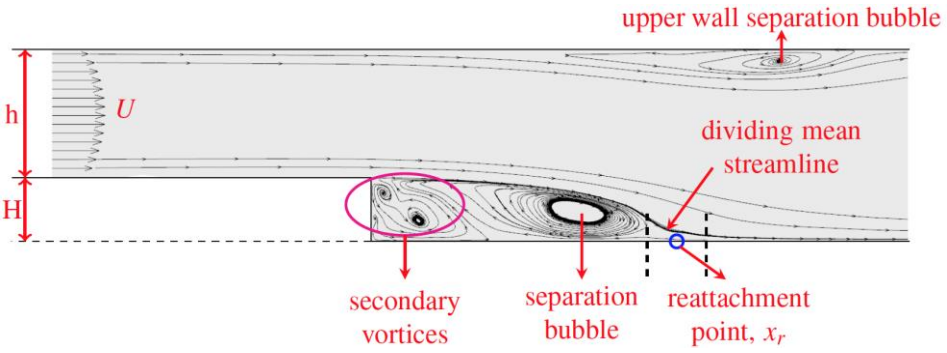
Şekil 5.9. LES ağ-altı modelinin z/h = 0.5 düzlemindeki türbülans istatistiklerine etkisi. (a) u_{rms}/U_0, (d) v_{rms}/U_0, y/h = 0.5 kesitinde.

Özet olarak, bu bölümde elde edilen sonuçlar JST katsayılarının akış alanındaki türbülansın benzetiminin doğru bir şekilde yapılmasındaki önemini ortaya koymuştur. Ayrıca bu çalışma sayesinde ***lestr3d*** koduyla yapılacak analizlerde kullanılacak JST katsayıları belirlenmiştir. Diğer bir önemli nokta ise çözüm ağı iyileştikçe LES sonuçlarının DNS sonuçlarına yakınsamasıdır. Bu da kullanılan sayısal algoritmanın LES için uygun olduğunu göstermektedir. Son olarak LES ağ-altı ölçek modeli kullanılmadığında ***lestr3d*** kodunun numerik sönümleme seviyesinin türbülans sönümlemesinden daha düşük olduğu görülmüştür. Ayrıca bu bölüm ***lestr3d*** kodunun duvarla sınırlanmış türbülanslı akış problemlerini başarılı bir şekilde çözme yeteneğini ortaya koymaktadır.

5.2. Ters Basamak Akışı

lestr3d yazılımının doğrulanması için ele alınan ikinci problem, literatürde oldukça yaygın olarak çalışılan ters basamak akışıdır. Ters basamak probleminin geometriside oldukça sadedir. Buna karşın, problemin içerdiği fiziksel mekanizmalar oldukça karmaşıktır ve havacılık ve uzay endüstrisinde karşılaşılan flaplı kanat profilleri üzerindeki akış, helikopter yanma odası içerisindeki akış, gaz türbinlerindeki akış ve benzer akış problemleri ile oldukça benzerlik göstermektedir.

Bu bölümde geri basamak akışı problemi ile ilgili detaylar sunulacak ve ***lestr3d*** yazılımı ile elde edilen sonuçlar açık kaynaklı OpenFOAM yazılımı kullanılarak elde edilen sonuçlar (Karahan vd., 2015) ile literatürde var olan deneysel (Kasagi ve Matsunaga, 1995) ve DNS (Le vd., 1997) sonuçları ile karşılaştırılacaktır. Ters basamak probleminin ana hatları Şekil 5.10 ile verilmiştir.



Şekil 5.10. Ters basamak akışının karakteristikleri. *U* giriş hızını, *H* basamak yüksekliğini, *h* giriş kanalı yüksekliğini ve x_r, basamak nedeni ile ayrılan akışın yeniden birleşme noktasını temsil eder.

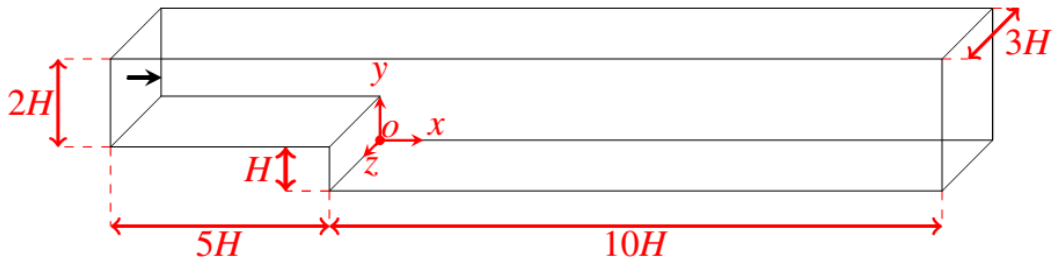
Bir plaka üzerinde (veya bir kanal içerisinde) hareket eden akışkanın, akış alanındaki geometride oluşan ani topolojik değişime karşı tepkisi akım ayrılması ve buna bağlı olarak

gösterdiği diğer fiziksel olaylar ters basamak probleminin temelini oluşturmaktadır. Plaka üzerinde hareket eden akışkan, ani bir geometrik genişleme yaşamaktadır. Bu geometrik süreksizlik, ani bir ters basınç gradyanı oluşturarak akım ayrılmasına sebep olur ve bu akım ayrılması yüzünden ince bir kayma tabakası (shear layer) meydana gelir. Basamağın köşesinden ortaya çıkan kayma tabakası, aşağıya doğru eğrilir ve bir noktada alt duvar ile birleşir. Kayma tabakasının duvar ile birleştiği bu nokta yeniden birleşme noktası (reattachment point) olarak adlandırılır. Kayma tabakası ve duvarın arasında kalan alan içerisinde ise ayrılma kabarcığı meydana gelmektedir. Bu ayrılma kabarcığının içinde, Reynolds sayısına bağlı olarak, bir veya iki adet resirkülasyon girdapları bulunmaktadır (birincil girdap ve ikincil girdap). Birincil girdaplar her Reynolds sayısında var olmakla birlikte, yüksek Reynolds sayılarında ortaya çıkan ikincil girdaplar, basamak ile alt duvarın birleştiği köşeye yakın bölgede oluşmaktadır.

Birleşme noktasının doğru tayini, ters basamak problemi için önemlidir. Literatürde belirtilen yeniden birleşme noktaları göz önünde bulundurulduğunda, bu noktayı belirleyen en önemli etkenin yalnızca Reynolds sayısı (Armaly vd., 1983) olmadığı, açıklık oranı, genişleme oranı (Ötügen, 1991), serbest akım türbülansı (Eaton ve Johnston, 1981), basamak açısı ve ayrılma anındaki sınır tabaka kalınlığının da birleşme noktasının nerede olacağına etki eden parametreler arasında yer aldığı görülmektedir.

Türbülanslı akışlar için geliştirilen akış çözücülerinin ters basınç gradyanı altındaki veya akım ayrılması durumunda gösterdiği davranışı irdelemek önemlidir çünkü, özellikle havacılık ve uzay endüstrisinde, bu tür fiziksel mekanizmaların tayini oldukça zordur ve önemlidir.

Bu çalışma kapsamında LES analizlerinde kullanılan hesaplama geometrisi Şekil.5.11'de gösterilmiştir. Burada H adım yüksekliğini, $\mathrm{U_b}$ ise yığın hızı (bulk velocity) temsil etmektedir.

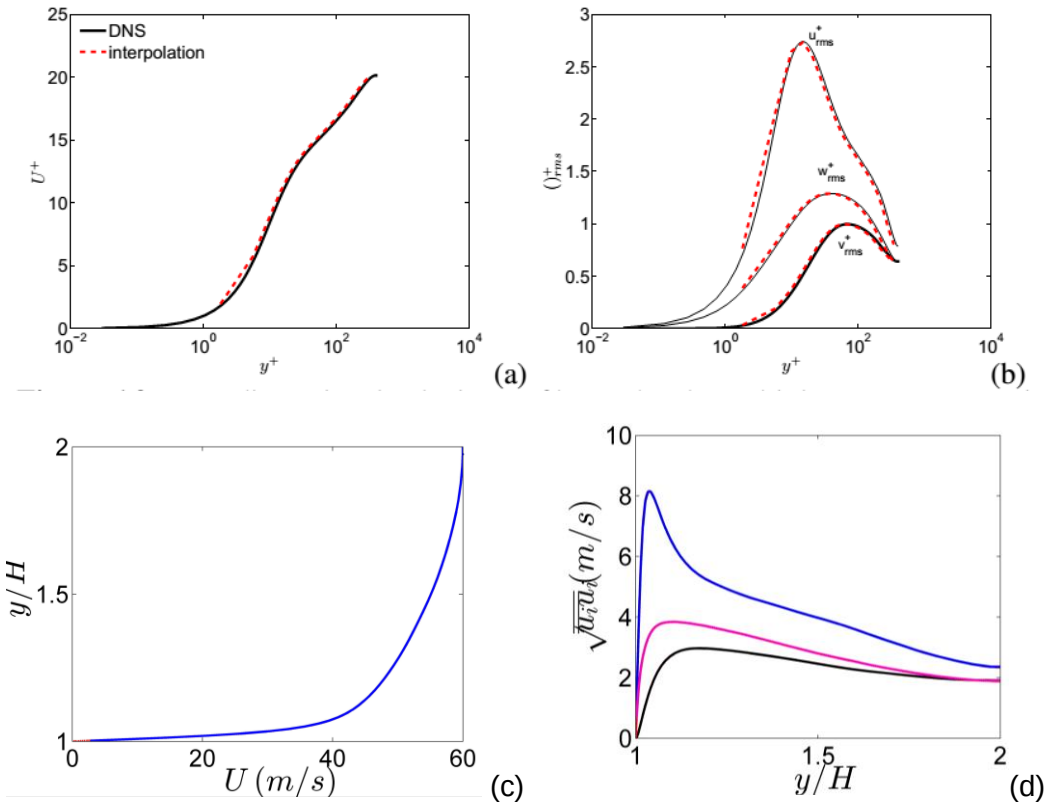


Şekil 5.11. LES analizlerinde kullanılan geri basamak geometrisi.

Kanal giriş düzlemindeki ortalama hıza, U_b, ve basamak yüksekliğine, H, göre Reynolds sayısı $Re = \frac{U_b H}{\nu} = 5500$ olarak hesaplanmıştır, burada ν, akışkanın kinematik viskozitesini temsil etmektedir.

Açıklık doğrultusundaki düzlemlere periyodik sınır koşulu, geometrinin alt ve üst (basamak dahil olmak üzere) sınırlarına kaymama sınır koşulu (no-slip), çıkış düzlemine ise sıfır gradyan (zero gradient) sınır koşulları uygulanmıştır.

Karşılaştırma için kullanılan DNS ve deney verilerinde kanal girişinde akış türbülanslıdır. Bu çalışmada türbülanslı giriş sınır şartı literatürdeki benzer Reynolds sayılarındaki DNS verisi kullanılarak elde edilmiştir. Kanal girişinde sürtünme Reynolds sayısı $Re_\tau = \frac{u_\tau H}{\nu}$ = 395 olan kanal akışı hız profilleri (U_i ve u_i') DNS verilerinden (Moser vd. 1998) çözüm ağına uygun şekilde interpole edilmiştir. DNS verisinden interpole edilen ortalama hız ve çalkantı profilleri Şekil 5.12 ile gösterilmiştir.



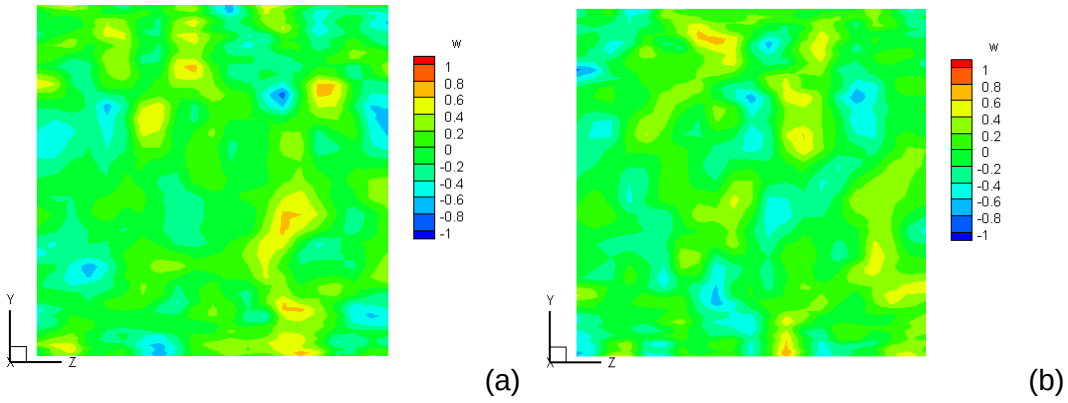
Şekil 5.12. Kanal girişindeki ortalama hız (U) ve çalkantı profilleri (u', v', w'). (a) ve (b)'de DNS datası ve interpole edilmiş hız ve çalkantı profilleri viskoz birimler olarak gösterilmektedir. (c) ve (d)'de LES analizleri için kullanılan hız ve çalkantı profilleri boyutlu olarak verilmektedir.

Kanal girişinde akışa uygulanan giriş sınır şartında, zamana bağlı olarak değişen anlık hızlar aşağıdaki denklem ile elde edilmiştir.

$$u_i = U + u_i' \,(2.0 \times seedu_i - 1.0), \qquad i = 1,2,3.$$

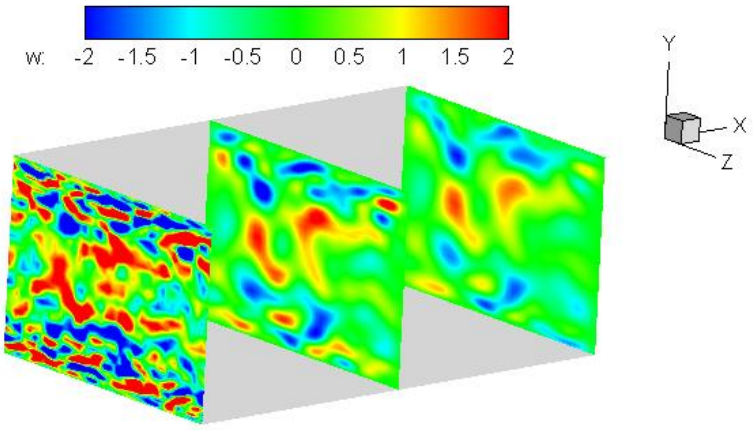
Bu denklemde u_i, anlık hız, U_i ortalama hız, u_i' çalkantı hızı, ve $seedu_i$ 0 ve 1 aralığında zamanla değişen rastgele sayılardır.

Zamana bağlı olarak değişen hız sınır şartında çalkantı değerleri rastgele (random) sayılarla çarpılmaktadır. Bu rastgele sayıların ortalaması istatistiksel olarak sıfır olduğu için giriş düzleminde pertürbasyon yaratabilmek için uygundur. Bu uygulamaya örnek Şekil 5.13 ile gösterilmiştir. Burada, yukarıdaki strateji ile zamana bağlı pertürbasyonlar giriş sınır şartında verilmiştir. Pertürbasyonların girişteki y-z düzleminde zamana bağlı olarak değişimi iki farklı zaman anındaki (t_1 ve t_2) akış alanın açıklık yönündeki (w) hız kontörü ile gösterilmiştir. Buradan anlaşılacağı gibi **kod**, gerektiği takdirde zamana bağlı olarak değişen bir hız profilini başarılı bir şekilde uygulayabilmektedir.



Şekil 5.13. Farklı zamanlarda giriş düzlemindeki w-hız alanı (a) t_1 ve (b) t_2.

Şekil 5.14 ise kanal içerisindeki *w* hız kontörünün x-ekseni boyunca değişimini göstermektedir. Girişteki çalkantıların kanal içerisinde de etkili olduğu görülmektedir. Fakat uygulanan sınır şartı ile empoze edilen çalkantılar (white noise) gerçek türbülans çalkantılarını yansıtmamaktadır. Dolayısıyla ilerleyen dönemlerde farklı giriş sınır şartı stratejilerinin kod'a eklenmesi uygun olacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, zamana bağlı giriş şartı ile elde edilen sonuçların üniform (sabit) hız şartına göre çok daha gerçekçi olmasıdır.



Şekil 5.14. Kanal içerisinde w-hız kontörünün akış doğrultusunda değişimi.

Bu bölümde sunulan tüm çalışmalar, beşinci mertebeden Runge-Kutta zaman integrasyonu, Jameson filtresi ve Smagorinsky LES modeli kullanılarak gerçekleştirilmiştir. ***lestr3d*** yazılımı ile toplamda dört adet benzetim yapılmıştır ve bu benzetimler LES1, LES2, LES3 ve LES4 olarak adlandırılmıştır. Benzetimlerin çözüm ağı detayları ve çözünürlükleri Tablo 5.1 ile verilmiştir. Çözüm ağlarından en esnek olan geometrinin (LES1 olarak adlandırılan analiz) açıklık yönündeki uzunluğu $2H$ olarak alınmıştır. Kullanılan diğer konfigürasyonlarda ise bu uzunluk $3H$ olarak alınmıştır. Kullanılan çözüm ağlarında açıklık doğrultusunda elemanlar arası uzaklık sabittir. Akım yönünde ve duvara dik doğrultularda ise çözüm ağı gradyenlerin yüksek olduğu yerlerde *tanh* fonksiyonu ile sıklaştırılmıştır. Tablo 5.1'de gösterilen çözünürlük değerleri, LES uygulamaları için oldukça makul değerlerdir. Kanal girişindeki türbülansın etkisini incelemek adına orta çözünürlüklü çözüm ağı (LES3) ve yüksek çözünürlüklü çözüm ağı (LES4) için kanal girişindeki çalkantı değerleri artırılmıştır.

Tablo 5.1. LES analizlerinin çözüm ağı detayları ve çözünürlükleri

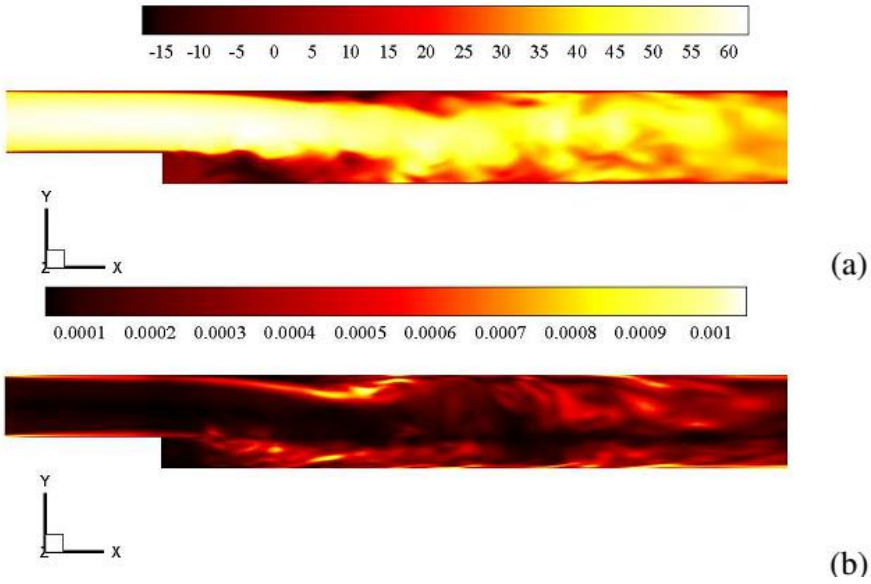
	Eleman sayısı	Δx^+_{maks}	Δy^+_{maks}	Δz^+_{maks}
LES1	224000	50	1,24	24,75
LES2	478000	50	1,26	18,90
LES3 (YT)	478000	50	1,35	20,22
LES4 (YT)	1950000	40	0,43	20

İstatistikler, akış 12 akım boyu ilerledikten sonra (flow-through-time, FTT = $20H/U_c$, burada U_c giriş düzlemine ait ortalama hız profilinin merkez çizgideki hızıdır) her on zaman adımında bir, toplamda $20\ FTT$ için toplanmıştır. Simülasyonlar ikinci mertebe istatistikler yakınsayıncaya kadar (statistical convergence) sürdürülmüştür.

5.2.1. Anlık Akış Alanı

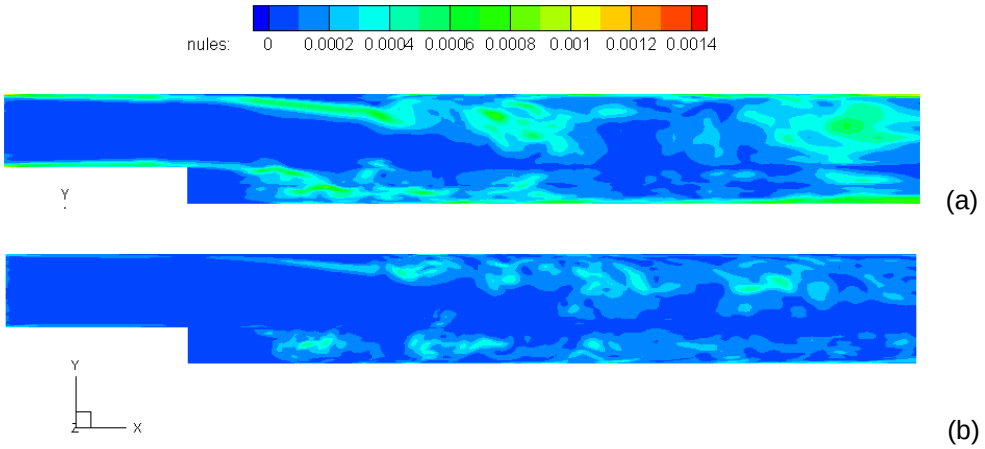
Bu bölümde LES2 analizi ile elde edilen anlık veriler irdelenecektir. Ters basamak üzerindeki akış, geometrisinin çok sade olmasına rağmen, karmaşık ve üç boyutlu bir yapıya sahiptir. Akım yönündeki anlık hız alanı ve bu hız alanına karşılık gelen ağ-altı edi (türbülans) viskozitesi Şekil 5.15'de gösterilmiştir. Burada, akışın yukarıda bahsedilen karmaşıklığı ve üç boyutluluğu net bir biçimde görülmektedir. Türbülans viskozitesinden anlaşılacağı üzere, kanal girişinden basamağa kadar olan akımda türbülans aktivitesinin duvar komşuluklarında daha etkin olduğu gözlemlenmektedir. Akım ayrılmasından sonra ise hız alanının çalkantılı bir davranış gösterdiği aşikardır. Benzer şekilde, türbülans viskozitesinin ayrılmadan sonra, yalnızca duvara yakın

bölgelerde değil, bütün akış alanında etkinlik gösterdiğini vurgulamaktadır ki bu da akım ayrılmasının türbülans aktivitesini tetiklemesinin bir sonucudur.



Şekil 5.15. LES2 analizi ile elde edilen akım yönündeki anlık (a) hız alanı (*m/s*) ve (b) türbülans viskozitesi, μ_t (m^2/s).

Girişteki türbülans seviyesinin kanal boyunca sönümlenmesi sonucu üst duvarda da ters basınç gradyeni nedeniyle ayrılma kabarcığı gözlemlenmiştir. Çözüm ağı iyileştikçe üst duvarda gözlenen ayrılma bölgesinin de küçüldüğü görülmüştür.

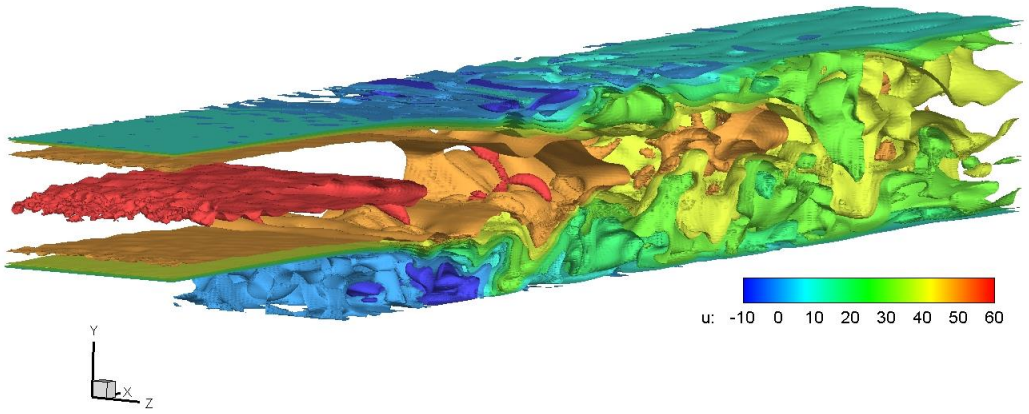


Şekil 5.16. Anlık türbülans viskozitesi kontörü (a) LES3, (b) LES4.

Grid iyileştirmesinin farkını net bir şekilde ortaya koymak amacı ile LES3 ve LES4 simülasyonlarından elde edilen anlık türbülans viskozite konturları Şekil 5.16'da gösterilmektedir. LES3 benzetiminde, kullanılan çözüm ağının daha esnek (coarse) olması sebebiyle, özellikle kanal içerisinde duvara yakın bölgelerde, basamaktan sonra alt ve üst

duvarda akışın anlık olarak çok hızlı değiştiği akım ayrılması bölgelerinde, genel olarak gradyenlerin çok yüksek olduğu bölgelerde yüksek türbülans vizkozitesi görülmektedir. LES4'den elde edilen sonuçlardan görüldüğü gibi, çözüm ağının iyileştirilmesi sonucunda LES grid-altı modelinin etkin olduğu bölgeler daha azalmıştır. Özellikle kanal girişinde, çözüm ağının iyi olduğu bölgelerde türbülans viskozite değeri sıfırdır. Çözüm ağı iyileştikçe Smagorinsky modelinin etkisi azalmaktadır.

LES4 analizi ile elde edilen anlık hız alanına ait eş yüzey kontörü Şekil 5.17'de sunulmaktadır. Şekilden görüldüğü gibi hız alanı üç boyutlu, kaotik ve düzensiz davranışlar sergilemektedir. Ayrıca girişte uygulanan çalkantıların kanalın giriş alanında oldukça etkili olduğu görülmüştür. Bu analizler ***lestr3d*** yazılımının yüksek Reynolds sayılarında basit bir geometride oluşan kopmalı, kompleks türbülanslı akışları çözebilme kabiliyetini ortaya koymaktadır.

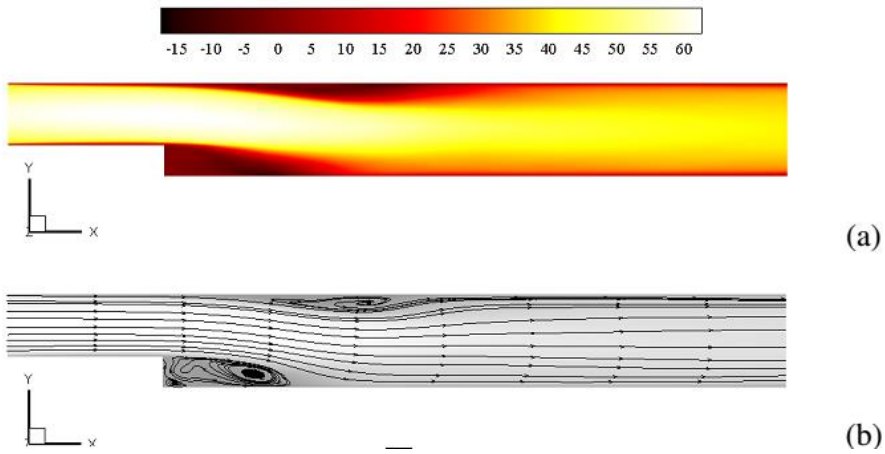


Şekil 5.17. LES4 analizi ile elde edilen anlık hız alanına ait eş hız yüzey kontörü.

5.2.2. Ortalama Akış Alanı

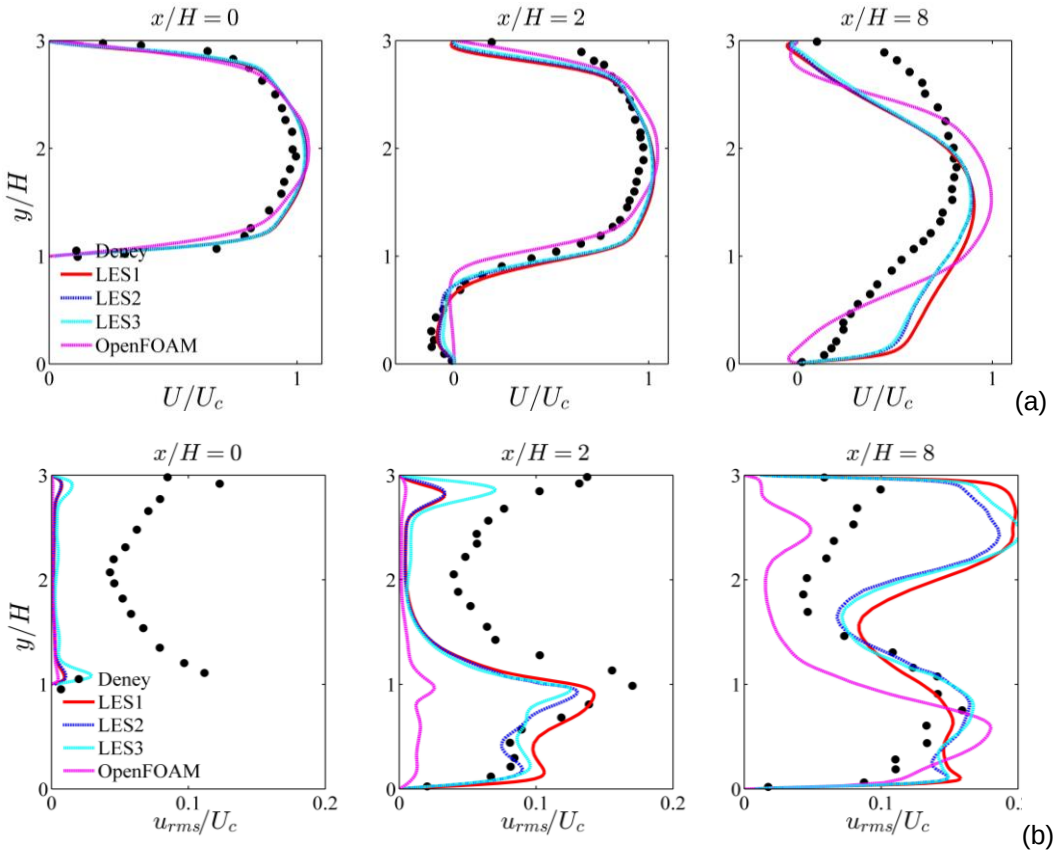
Bu bölümde yukarıda bahsedilen ters basamak analizlerinden elde edilen istatistiksel veriler incelencektir. Şekil 5.18 LES2 benzetimi ile elde edilen ortalama hız alanınının (a) x bileşenini ve (b) akım çizgilerini göstermektedir. Akış alanında; alt duvarda iki adet ve üst duvarda bir adet olmak üzere, toplamda üç adet resirkülasyon bölgesi mevcuttur. Basamağın alt duvar komşuluğunda bu iki adet resirkülasyon bölgesinin bulunduğu literatürde belirtilmiştir (Le vd., 1997; Kasagi ve Mastunaga, 1995) fakat bu çalışmalarda üst duvar civarında resirkülasyon bölgesinin varlığına rastlanmamıştır. Bunlardan farklı olarak; Karahan vd. (2015), bu çalışmadaki çözüm ağılarına benzer bir konfigürasyonu OpenFOAM çözücüsünü kullanarak incelemişler, geometrinin üst duvarında benzer bir bölge gözlemlemişlerdir. Bunun sebebini ise kanal girişindeki türbülans aktivitesinin yetersizliği olmasına atfetmişlerdir. Ayrıca, akım çizgilerinden görüldüğü üzere, üst duvardaki ayrılma bölgesi üst duvardaki akımı bozarak,

akım çizgilerinin alt duvara doğru eğilmesini sağlamıştır, resirkülasyon bölgesinin ötesinde ise akım çizgileri duvara paralel seyretmektedir.



Şekil 5.18. Akım yönündeki ortalama (a) hız alanı (*m/s*) ve (b) akım çizgileri.

Şekil 5.19, akım yönündeki boyutsuz ortalama hız (a) ve çalkantı (b) profillerini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar deneysel (Kasagi ve Matsunaga, 1995) ve OpenFOAM ile elde edilen LES (Karahan vd., 2015) verileri ile karşılaştırılmıştır.



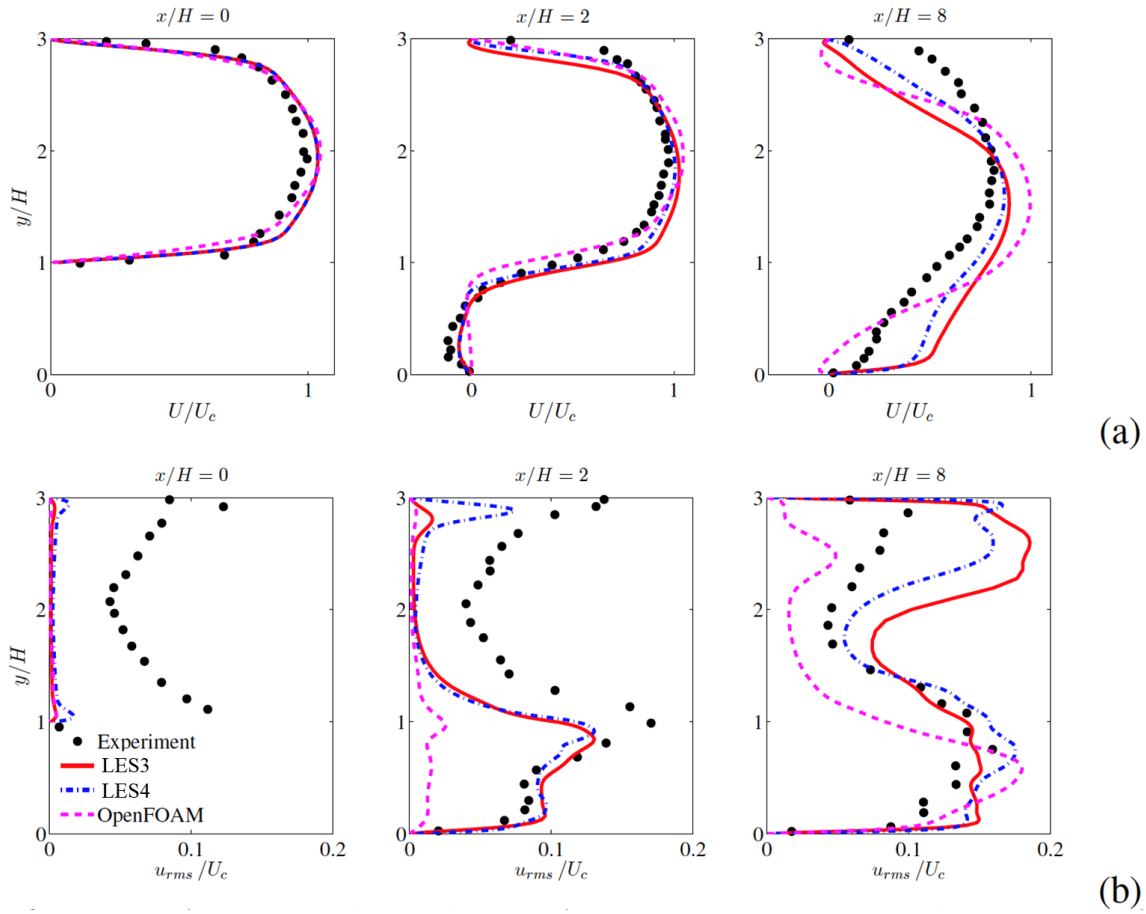
Şekil 5.19. Kanal boyunca farklı kesitlerde akım yönündeki boyutsuz ortalama (a) hız ve (b) çalkantı profilleri.

OpenFOAM yazılımında LES Smagorinsky modeli ile edilen sonuçlar, genel olarak, akış alanındaki trendi yakalayabilmesine rağmen, duvar komşuluğundaki profilleri yeterli düzeyde çözümleyememiştir. ***lestr3d*** yazılımı ile elde edilen sonuçların benzer bir konfigürasyonda Smagorinsky modeli kullanılarak elde edilen OpenFOAM sonuçlarına göre çok daha iyi olduğu gözlemlenmiştir. Basamağın bulunduğu, yani akım ayrılmasının meydana geldiği, $x/H = 0$ düzleminde ortalama hız profilleri küçük farklılıklar göstermesine rağmen genel olarak bir uyum içerisindedir. Fakat aynı düzlemdeki çalkantı profilleri bu bölgedeki türbülans seyivesinin oldukça düşük olduğunu göstermektedir. LES3 için uygulanan ekstra pertürbasyonlar ile basamak çevresindeki türbülans aktivitesi artırılabilmiştir. Akım ayrılmasının yakınlarındaki $x/H = 2$ düzleminde LES1, LES2 ve LES3, alt duvar komşuluğunu ve kayma tabakasındaki akım davranışını oldukça başarılı bir şekilde yakalamıştır ve burada her bir benzetimle elde edilen hız profilleri tamamıyla örtüşmektedir fakat üst duvar komşuluğundaki hız profillerinde deneysel sonuçlardan bir sapma söz konusudur. Bunun sebebi üst duvarda meydana gelen akım ayrılmasıdır. Bu düzlemdeki çalkantı profilleri ise, nümerik benzetimlerin üst duvardaki türbülans aktivitesini yeteri kadar iyi yakalayamadığına işaret etmektedir. LES3 için uygulanan pertürbasyonlar, etkisini çalkantı değerlerindeki iyileşme ile net olarak ortaya koymaktadır fakat ortalama hız profillerinde pertürbasyonun bir etkisi olmadığı açıkça görülmektedir. Çözüm ağı iyileştirmesi ve ekstra pertürbasyonlar, istatistiklerde belli bir miktar iyileşme sağlanmış lakin bunun üst duvardaki akım ayrılmasının varlığına önemli bir etkisi olmadığı gözlemlenmiştir.

Yukarıda tartışıldığı üzere, çözüm ağı iyileştirmeleri ve pertürbasyon seviyelerinin artması akış alanındaki çalkantı seviyelerinin bir miktar artmasını sağlamış ve yüzeye yapışma noktasını çok az bir miktarda olsa ileri bir noktaya taşımıştır.

Elde edilen bu sonuçlar dikkate alındığında çözüm ağının daha da iyileştirilmesinin sonuçlarda bir farklılık ortaya koyması beklenmektedir. Bu yüzden, akım yönünde ve duvara dik yönde çözünürlüğü LES uygulamaları için çok daha iyi olan bir çözüm ağı, LES4 ile yeni bir analiz yapılmıştır. Bu çözüm ağında açıklık yönündeki ağ aralığı (grid spacing) LES3 ile aynıdır fakat akım doğrultusunda ve duvara dik doğrultuda çözüm ağı sıklaştırılmıştır.

Şekil 5.20 LES4 analizlerinden elde edilen akım yönündeki boyutsuz ortalama hız (a) ve çalkantı (b) profillerini göstermektedir. LES4 sonuçları LES3, OpenFOAM ve deneysel veriler ile karşılaştırılmıştır. Burada $x/H = 0$ ve $x/H = 2$ düzlemlerindeki LES4 analizi ile elde edilen ortalama hız profillerinde önemli bir değişiklik olmadığı görülmektedir fakat çözüm ağındaki iyileştirmelerin etkisi $x/H = 8$ düzleminde çok net bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Bu düzlemde LES4, duvara dik doğrultudaki ortalama hız profillerini, doğal olarak ilgili gradyanları daha iyi yakalayabilmiştir. Bunun yanında, LES4 ile elde edilen hız profili deneysel sonuçlardan elde edilen hız profiline (LES3'e göre) daha yakındır.

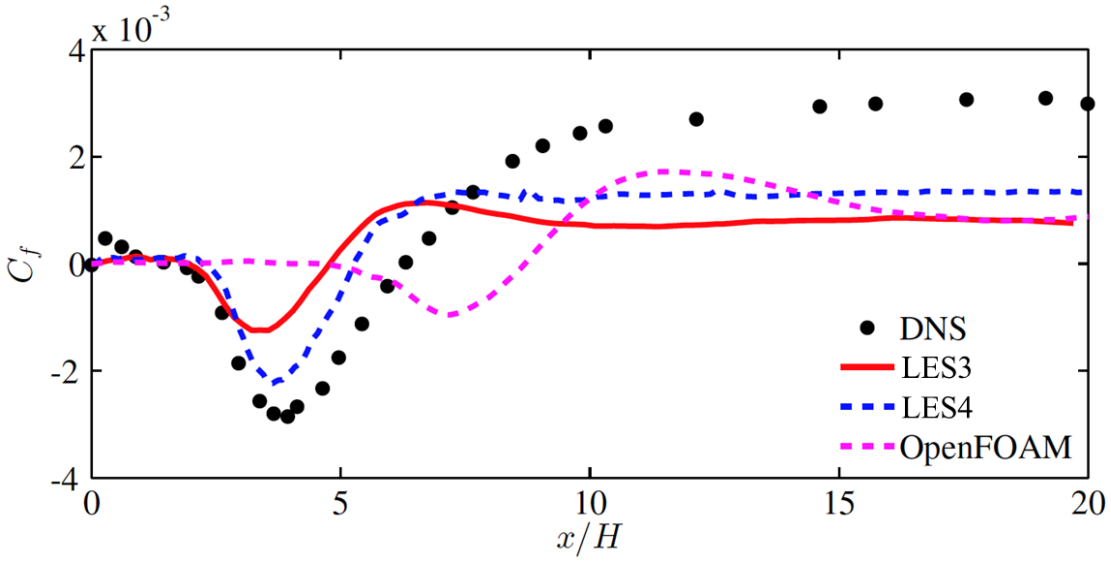


Şekil 5.20. Kanal boyunca farklı kesitlerde akım yönündeki boyutsuz ortalama (a) hız ve (b) çalkantı profilleri.

Bu tip türbülanslı akışlarda dikkat edilmesi gereken en önemli noktalardan biri giriş sınır şartında fiziksel bir türbülans hız sınır şartı uygulanması gerekliliğidir. Bu çalışmada uygulanan zamana bağlı olarak değişen giriş sınır şartı (grid ağı çözünürlüğü oldukça yüksek olmasına rağmen) kanal içerisinde türbülansın gelişmesi için yeterli değildir. Dolayısıyla $x/H = 0$ düzleminde elde edilen türbülans çalkantı değerleri deneysel verilere göre çok daha düşüktür. Basamak başlangıcında elde edilen çalkantı seviyelerinin çok daha az olması nedeniyle, basamak sonrasında gelişen akış da benzer şekilde daha düşük çalkantı seviyelerine sahiptir. Türbülans aktivitelerinden görüldüğü üzere, özellikle üst duvar civarında, LES4 analizi ile elde edilen türbülans aktivitelerinde iyileşmeler mevcuttur. LES3'ün temsil ettiği türbülans seviyeleri daha yüksek olmasına rağmen, bunun asıl sebebi LES3'e uygulanan fiziksel olmayan pertürbasyonlardan kaynaklanmaktadır. LES4, ayrılma düzlemindeki ve üst duvardaki türbülans seviyelerinin yetersiz olmasına rağmen, çalkantı profillerini (özellikle $x/H = 8$ düzleminde) LES3'ten daha iyi çözümleyebilmiştir.

Şekil 5.21, alt duvar boyunca yüzey sürtünme katsayısının, C_f, değişimini göstermektedir.

Yüzey sürtünme katsayısı, $C_f = 2\,\tau_w / (\rho_c\, U_c^2)$ ile hesaplanır; burada, τ_w, duvar kayma gerilmesi ve ρ_c kanal girişindeki yoğunluk ve $\mathrm{U_c}$ akım yönündeki maksimum ortalama hızdır. LES3 ve LES4 benzetimleri ile elde edilen $\mathrm{C_f}$ dağılımı DNS (Le vd., 1997) ve LES OpenFOAM (Karahan vd., 2015) verileri ile mukayese edilecektir.



Şekil 5.21. Alt duvardaki yüzey sürtünme katsayısının C_f kanal boyunca değişimi.

Basamak ile alt duvarın birleştiği bölge civarında bir resirkülasyon bölgesinin varlığı daha önce belirtilmişti. Yüzey sürtünme katsayısı dağılımından bu resirkülasyon bölgesinin uzunluğunun, DNS verisi ile saptanan uzunluktan daha kısa olduğu görülmektedir ve bu bölgedeki yüzey sürtünme katsayıları da daha düşük seviyededir. OpenFOAM ile elde edilen birleşme noktası, basamak komşuluğundaki resirkülasyon bölgesinin burada sergilenenden daha uzun olmasından dolayı oldukça ileride saptanmıştır. Boyutsuzlaştırılmış birleşme uzunukları LES3 için $x_r/H = 4{,}78$ ve LES4 için ise $x_r/H = 5{,}27$ olarak bulunmuştur. Literatürde benzer konfigürasyonlarda bu nokta; DNS verisinde $x_r/H = 6{,}28$ (Le vd., 1997) ve deney verisinde $x_r/H = 6,51$ (Kasagi ve Matsunaga, 1995) olarak elde edilmiştir. Daha önceki de tartışıldığı gibi, bu farklılığın muhtemel sebebi kanal girişinde uygulanan giriş şartının deneysel veriler ile örtüşmemesi ve/veya Smagorinsky modelinin akış alanındaki gradyanları sönümlemesi olabilir.

Alt duvarda oluşan birinci ayrılma bölgesindeki yüzey sürtünme katsayısı grid iyileştirmesi ile büyük ölçüde iyileşmiştir. Ayrılma bölgesi içindeki ters akış bölgesi ve ters akışın şiddeti LES4 analizi ile çok daha iyi elde edilmiştir. Ayrıca yeniden yapışma noktası DNS ile elde edilen reattachment noktasına daha yakındır. Benzer şekilde, birleşme noktasının ilerisindeki yüzey sürtünme dağılımıda iyileşmeye başlamıştır. Bu, çözüm ağı iyileştirmelerine bağlı olarak elde

edilen hız gradyanlarının (doğal olarak çözünürlüğün) daha iyi olmasının bir sonucudur. Bu grid iyileştirme çalışması ***lestr3d*** yazılımının doğruluğunu daha net bir şekilde ortaya koymaktadır. Çözüm ağı iyileştikçe ***lestr3d*** yazılımı ile elde edilen sonuçlar deney ve DNS verilerine yaklaşmaktadır.

İstatistiksel ve anlık sonuçlardan anlaşılacağı üzere, çözüm ağı iyileştirmesi sonucunda elde edilen sonuçlar, beklendiği gibi, görece esnek çözüm ağlarına göre çok daha iyi sonuçlar verebilmektedir. Çözüm ağı iyileştikçe ***lestr3d*** yazılımı ile elde edilen sonuçlar deney ve DNS verilerine yaklaşmaktadır. Burada sergilenen benzetimlerde elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlardan farklı olmasının temel sebebi, giriş düzleminde gerçekçi bir türbülans akışının uygulanamamasıdır. Bu yüzden, bundan sonraki çalışmalarda, giriş hız şartları için farklı stratejilerin ***lestr3d*** kod'una eklenmesi uygun olacaktır.

6. T106 TÜRBİNİ PALİ ETRAFINDAKİ AKIŞ

Türbinler, enerji ve havacılık endüstrileri başta olmak üzere güç üretimi amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle türbinlerin operasyonları esnasında oluşan sürekli kayıpların azaltılması günümüzde önemini korumakta olan bir çalışma konusudur. Türbin içerisinde oluşan akış yapılarının gerçekçi bir şekilde benzetiminin yapılması, geliştirilen LES çözücüsü, ***Iestr3d***'nin yetenekleri konusunda önemli bilgiler vermektedir. Bu nedenle bu test çalışması ile kodun gerçek mühendislik uygulamalarında sıkça karşılaşılan türbülanslı akışların benzetiminde kullanılabilirliği gösterilmektedir.

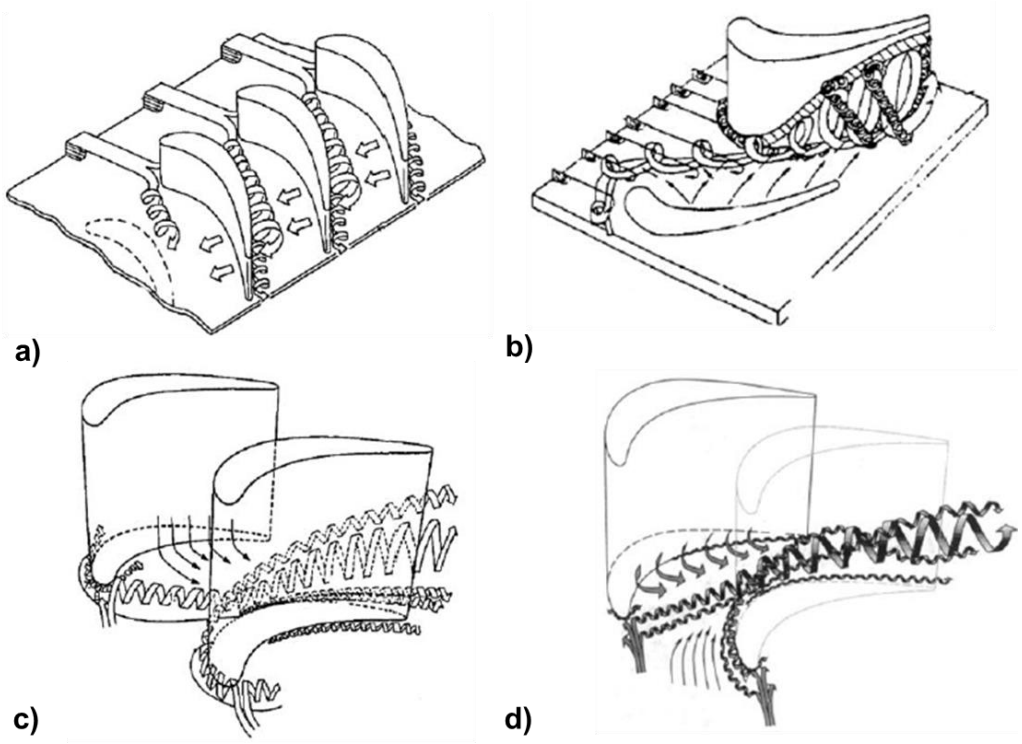
Bu bölümde öncelikle türbin içerisindeki akışların özellikleri hakkında literatür çalışması özetlenecek, daha sonra T106 türbin pali geometrisi kullanılarak gerçekleştirilen analizlerin detayları ve sonuçları paylaşılacaktır. T106 türbin pal geometrisi kullanılarak iki farklı analiz gerçekleştirilmiştir, bunlar sonsuz pal ve ikincil akış yapılarının analizleridir. Sonsuz pal analizinde, sonuçlar literatürdeki veriler ile karşılaştırılmış ve kodun doğrulaması gerçekleştirilmiştir. Daha sonra ise alt duvar etkisi ile oluşan daha karmaşık ikincil akış yapılarının benzetiminiden elde edilen sonuçlar paylaşılmış ve hakkında tartışılmıştır.

6.1. Literatür Araştırması

Türbinlerin yaygın kullanımı sebebiyle türbin içerisinde görülen akış birçok farklı çalışmanın konusu olmuştur. Bu çalışmada ele alınan T106 türbin pali etrafındaki akış literatürde deneysel (Langston vd., 1977; Duden vd., 1999; Stieger ve Hodson, 2004) ve sayısal (Sauer vd., 2000; Sarkar, 2009; Sandberg vd., 2015; Cui vd., 2017) olarak kapsamlı bir şekilde incelenmiştir.

Özellikle türbin ve alt duvar etkileşimi literatürde detaylı bir şeklide çalışılmış ve ikincil akışların oluşumu ile ilgili farklı senaryolar ortaya atılmıştır (Langston, 1980; Sharma ve Butler, 1987; Goldstein ve Spores, 1988; Wang vd., 1997). Literatürdeki bu senaryolar incelendiğinde, türbin içindeki akışın yapısına çokça etkileri olan yapılarla karşılaşılmaktadır. Bu yapılardan en önemlileri at nalı girdabı (basınç, emme kolları) ve geçiş girdabıdır. Bahsedilen akış yapılarının, akış ayrılmasını geciktirme, ısı geçişini arttırma (Goldstein ve Spores, 1988) gibi etkilerinin yanında, enerji kaybını da arttırdığı görülmektedir. İkincil yapılardan kaynaklı bu kayıplar, toplam aerodinamik kayıpların %30-50'si mertebelerine ulaşabilmektedir (Sharma ve Butler, 1987). Bu nedenlerle, türbin içerisindeki akışın detaylarının incelenmesi ve daha detaylı anlaşılması, türbinlerde daha verimli ve etkili tasarımların gerçekleştirilebilmesi için önem arz etmektedir.

Literatürdeki çalışmalarda öngörülen farklı akış senaryoları Şekil 6.1'de gösterilmektedir. Farklı modellerde belirtilen ikincil akım yapıları temel olarak benzer olsa da, bu yapıların birbirleriyle ve türbin pali ile olan etkileşimi farklı şekillerde öngörülmektedir.



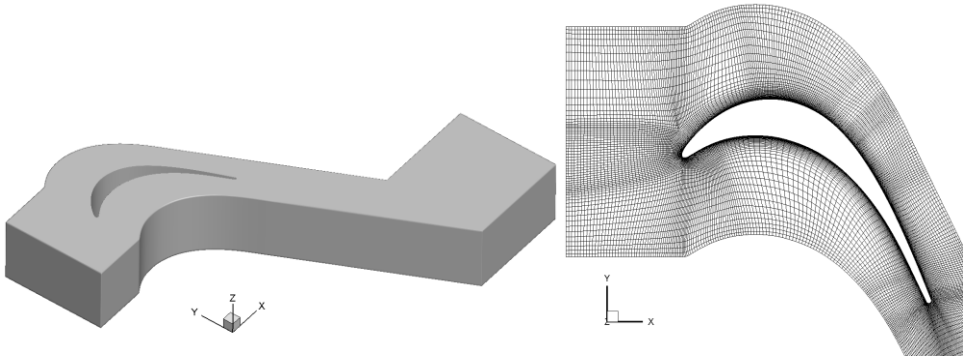
Şekil 6.1. Literatürdeki diğer çalışmalarda öngörülen ikincil akış alanı senaryoları (a) Langston, 1980; (b) Sharma and Butler, 1987; (c) Goldstein ve Spores, 1988; (d) Wang vd., 1997.

6.2. T106 Sonsuz Pal

Bu bölümde, sonsuz uzunlukta ve lineer kaskad düzeninde dizilmiş olan T106 türbin palinin analizi sonucunda elde edilen sonuçlar verilecektir. Analizi gerçekleştirilen T106 türbin palinin geometrik detayları Tablo 6.1'de verilmektedir.

Tablo 6.1. T106 palinin geometrik detayları.

Veter uzunluğu (c)	$\boldsymbol{198.0\ mm}$
Eksenel veter uzunluğu (c_{ax})	$\boldsymbol{170.0\ mm}$
Paller arası uzaklık	$\boldsymbol{158.0\ mm}$
Boy	$\boldsymbol{200.0\ mm}$
Giriş açısı	$\boldsymbol{45°}$

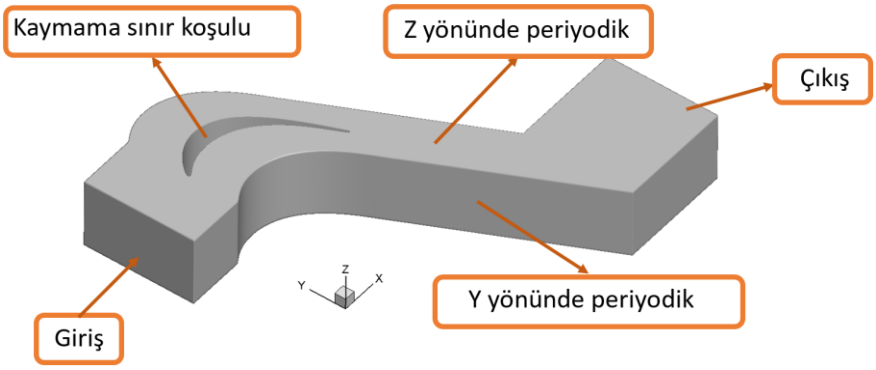


Şekil 6.2. (a) Türbin pali etrafındaki çözüm alanı, (b) çözüm ağının pal etrafındaki görüntüsü.

Şekil 6.2 (a)'da palin etrafında oluşturulan çözüm alanı görülmektedir. Girişten palin hücum kenarına kadar olan uzaklık 0.5 c_{ax} palin firar kenarından çıkış yüzeyine kadar olan uzaklık ise 1.65 c_{ax} tır. Çözüm ağı hazırlanırken, pal yüzeyine yakın bölgelerde oluşacak yüksek gradyanları doğru bir şekilde yakalamak için eleman boyutları pal yüzeyine doğru küçültülmüştür. Aynı zamanda elemanların deformasyonunu azaltmak, dolayısıyla çözüm ağı kalitesini yükseltmek adına akış hacmi parçalara bölünmüştür. Çözüm ağında toplam 768 000 hexahedral eleman kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan çözüm ağı, OpenFOAM yazılımı ile yapılan çalışmada (Çay vd.,2016) da kullanılmıştır ve Çay vd., (2016) çalışmasında literatür verileri ile uyumlu sonuçlar elde edildiği için aynı çözüm ağının ***lestr3d*** ile yapılan analizlerde de kullanılması uygun görülmüştür. Ayrıca eleman sayısının etkisini görmek açısından 3 milyon hexahedral elemanlı bir çözüm ağı daha hazırlanmıştır. Çözüm ağının pal etrafındaki görüntüsü 768 000 hexahedral eleman için Şekil 6.2 (b)'de gösterilmiştir. Bu çözüm ağı ile elde edilen sonuçların bir kısmı Karahan vd. (2017)'de paylaşılmıştır.

Şekil 6.3'de sınır koşulları akış hacmi üzerinde gösterilmiştir. Sonsuz uzunluklu pali temsil etmek üzere açıklık ekseni ($\boldsymbol{z}$ ekseni) doğrultusunda bulunan sınırlar periyodik kabul edilmiştir. Benzer şekilde, lineer sıralı (cascade) palleri temsil etmek üzere çözüm ağının alt ve üst sınırları da ($\boldsymbol{y}$ ekseni) periyodik kabul edilmektedir. Palin yüzeyinde kaymama (no-slip wall) sınır koşulu uygulanmaktadır. Giriş düzleminde ise sabit (uniform) hız profili, $\boldsymbol{x}$ eksenine $\mathbf{45}$° açı yapacak şekilde empoze edilmiştir.

Giriş hızı, palin veter uzunluğu ve akışkanın viskozitesine göre tanımlanan Reynolds sayısı 80000 dir. Bu Reynolds sayısı düşük basınçlı gaz türbinlerinin gerçek kullanım şartlarında çalıştığı Reynolds sayısı aralığındadır.

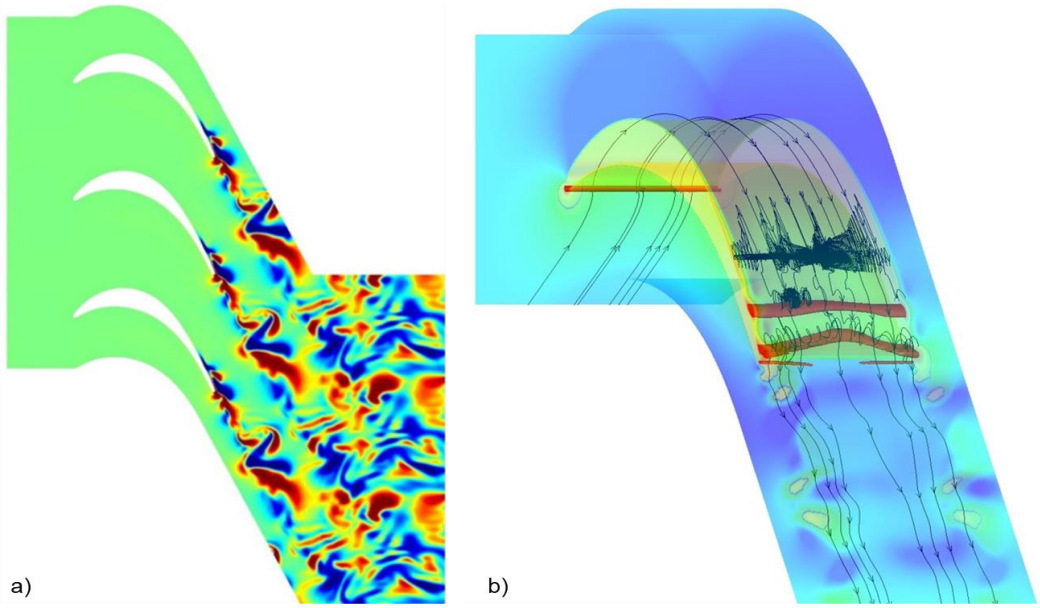


Şekil 6.3. T106 türbin akışı için sınır koşulları.

Açık zaman integrasyonunda numerik stabilitenin sağlanması için zaman adımı Courant-Friedrichs-Lewy sayısı birden küçük olacak şekilde hesaplanmaktadır. $\boldsymbol{U}$ giriş düzlemindeki hızın $\boldsymbol{x}$ bileşenini ve $\boldsymbol{c}$ ise veter uzunluğunu temsil etmek üzere, konvektif zaman $\boldsymbol{t_0 = c/U}$ olarak ifade edilmektedir. Akış alanına ait türbülans istatistikleri $4t_0$ konvektif zaman boyunda toplanan verilerin zaman ortalaması alınarak elde edilmiştir.

6.2.1. Sonuçlar

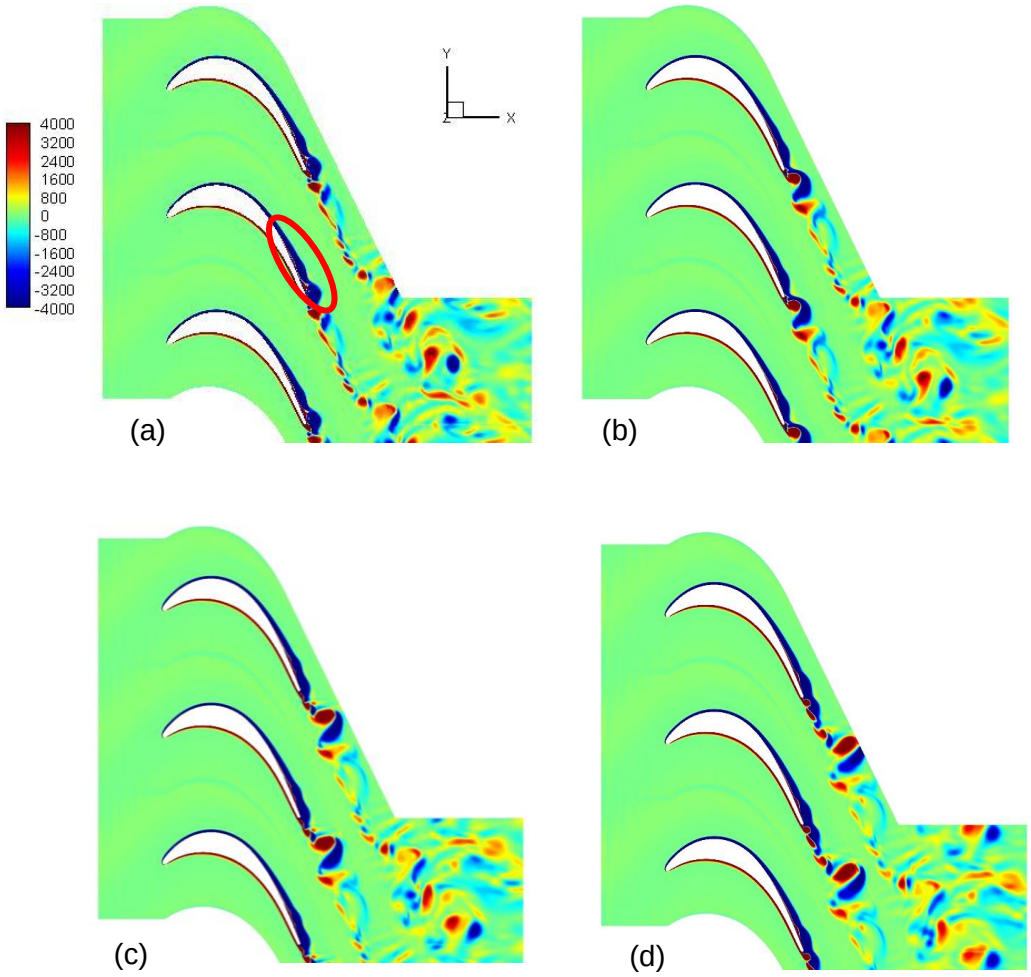
Gerçekleştirilen analizden elde edilen verilerin anlık hız değerleri incelendiğinde (Şekil 6.4), periyodik sınır koşulları yardımıyla sonsuz pal geometrisi ve lineer kaskad düzeninin başarılı bir şekilde oluşturulduğu görülmektedir.



Şekil 6.4. (a) Açıklık yönündeki hız, w kontürleri ve kaskad yapı, (b) akım çizgileri ve firar kenarına doğru akış ayrılması. Çözüm alanı u hızı değerlerine göre renklendirilmiştir.

Şekil 6.4 (b)'de akım çizgileri ve akış ayrılmasının olduğu bölgeleri gösteren eş yüzeyler görülmektedir. Palin hücum kenarından düzgün bir şekilde ilerleyen akış, emme yüzeyinde $0.75\ c_{ax}$ civarında ayrılmaktadır. Ayrılmayı tetikleyen unsur, palin emme kenarındaki ters basınç gradyanıdır. Basınç gradyanı akışa ters bir kuvvet oluşturmakta ve yüzey sürtünmesiyle enerji kaybeden alt katmandaki akışkan parçacıkları yüzeye tutunamamaktadır. Öncelikle kararsız hız profili oluşmakta, daha sonra ise akıştaki kararsızlıkların sönümlenememesi ile ayrılma kaynaklı türbülans açığa çıkmaktadır. Bu noktaya kadar iki boyutlu olan akış türbülansa geçişle birlikte üç boyutlu hale gelmektedir.

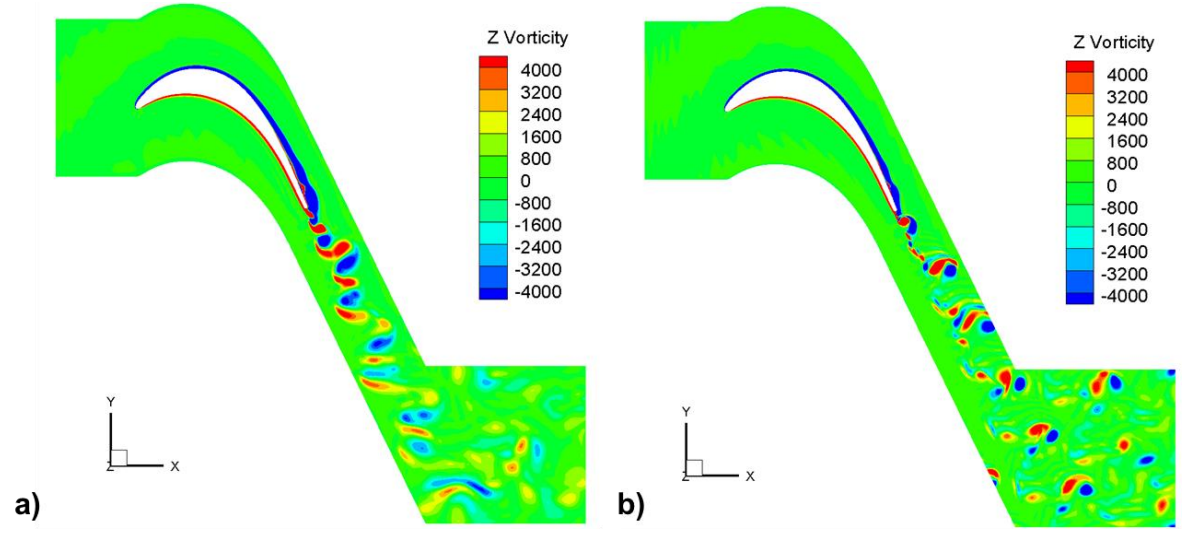
Dört farklı zaman adımında orta kesit düzleminde hesaplanan anlık z-vortisite konturlarının değişimi Şekil 6.5'te gösterilmektedir. Burada zaman, (a)'dan (d)'ye artacak şekildedir. Şekil 6.5 (a)'da gösterilen kırmızı elips, emme yüzeyindeki akım ayılmasının olduğu bölgeyi göstermektedir.



Şekil 6.5. Farklı zaman adımlarına ait anlık z-vortisite konturları. Zaman (a)'dan (d)'ye artmaktadır.

Firar kenarından sonraki kısımlarda girdap salınımının (vortex-shedding) etkin olduğu gözlemlenmektedir. Bu girdapların çözüm alanının çıkışına doğru konveksiyonu farklı zaman adımlarından alınan anlık görüntüler ile net bir şekilde ortaya konmaktadır ve bu girdaplar akış alanında herhangi bir fiziksel olmayan bozuntu yaratmadan çözüm alanını rahat bir şekilde terk edebilmektedir. Bu aşamada sınır koşullarının tanımı büyük önem kazanmaktadır. Oluşan karmaşık yapıların akışın fiziksel yapısını bozmadan akış alanını terk edebilmesi için parametrelerin hangi sınır koşulunda nasıl verilmesi gerektiği konusunda çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Şekil 6.6'da 768 bin ve 3 milyon eleman içeren iki farklı çözüm ağının türbülans yapıları üzerine olan etkileri karşılaştırmalı olarak görülebilmektedir. Firar kenarından kopan vorteksler, 3 milyon eleman içeren çözüm ağında, çok daha az bir enerji kaybıyla ilerlemektedir

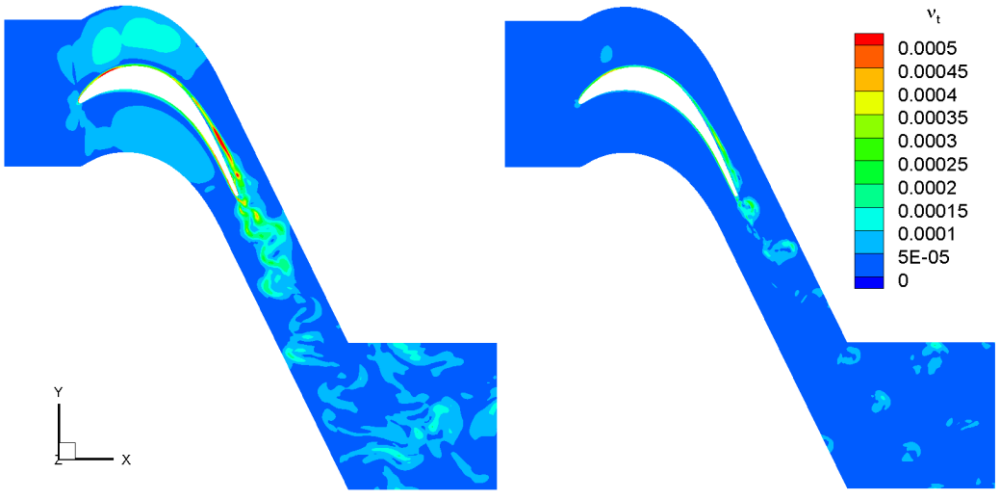


Şekil 6.6. z-vortisite konturları (a) 768 bin eleman (b) 3 milyon eleman.

Anlık verilerden elde edilen eddy vizkositesi dağılımının karşılaştırması Şekil 6.7'de gösterilmektedir. Artan eleman sayısıyla Smagorinsky modelinin çözüm üzerindeki etkisi azalmaktadır. Bunun yanında çözüm ağı kaynaklı sönümleme de düşmektedir. Buna göre çözüm ağı hazırlanırken, çözülmesi istenilen türbülans yapıları da göz önüne alınmalıdır.

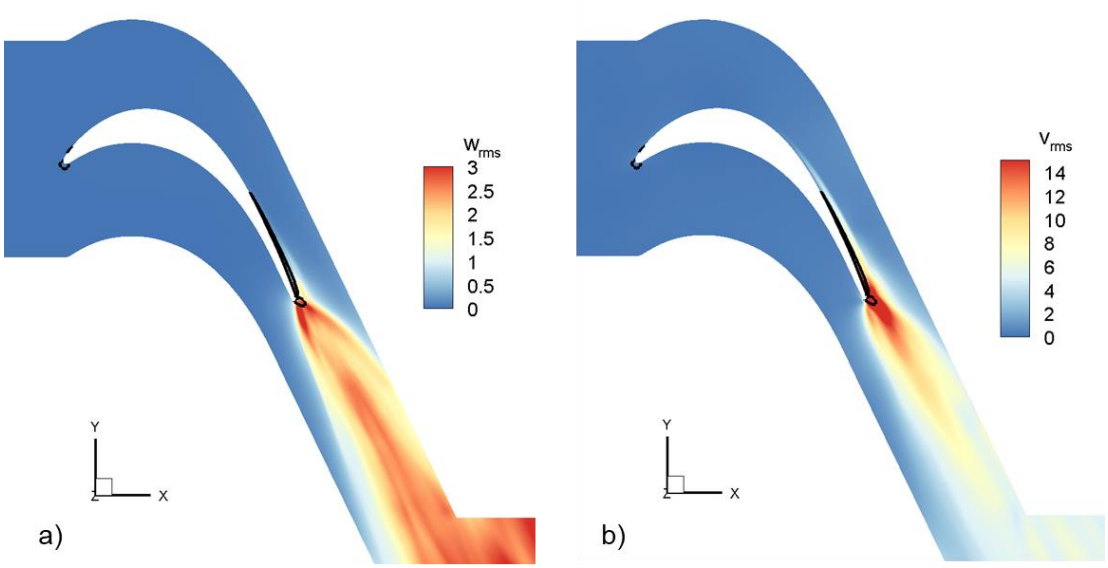
Kodun paralel yapısı yardımıyla, küçük türbülans yapılarının çözülebilmesi için daha fazla eleman içeren çözüm ağlarında, kısa sürelerde sonuç almak mümkün olmaktadır.

Anlık verilerin dışında akışa ait zaman-ortalaması alınmış istatistiksel veriler de irdelenmiştir. Verilen istatistiksel sonuçlar, 768 000 elemana sahip çözüm ağı kullanılarak elde edilmiştir.



Şekil 6.7. Eddy viskozite değerleri (a) 768 bin eleman (b) 3 milyon eleman.

Şekil 6.8'de v ve w hızlarının karekök ortalama değerlerinin akış alanındaki değişimi görülmektedir. Akış alanına dair toplanan istatistiksel verilerde de akıştaki üç boyutlu yapıların kaynaklandığı bölge açıkça görülebilmektedir. Siyah çizgiyle belirtilen kısım, ayrılmanın görüldüğü ve türbülansın kaynaklandığı bölgedir. Çalkantı değerlerindeki artış ve oluşan türbülanslı iz bölgesinin ayrılma noktası ile olan ilişkisi şekilde açıkça görülebilmektedir.

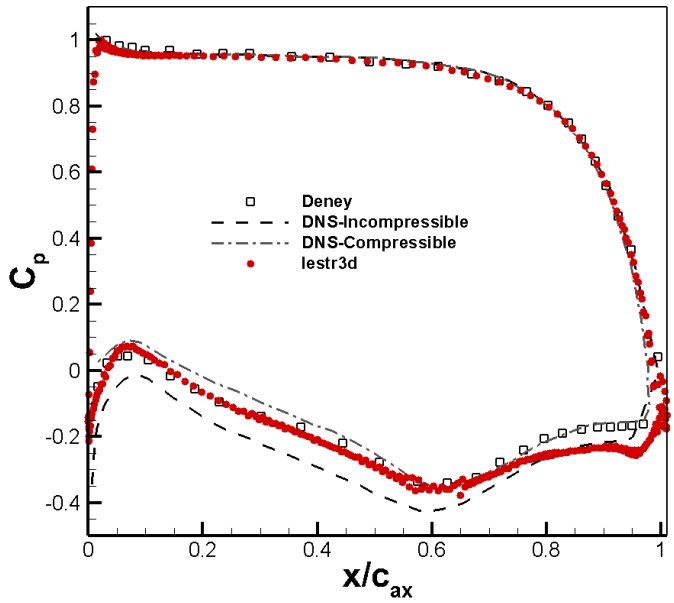


Şekil 6.8. w hızı (a), v hızı (b) çalkantı karekök ortalama değerleri.

Son olarak elde edilen istatistiksel verilerle T106 türbin palinin yüzeyinde basınç katsayısının değişimi Şekil 6.9'da incelenmiş ve literatür verileri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma için deney ve DNS sıkıştırılamaz akış verileri çalışmasından alınmıştır. DNS sıkıştırılabilir akış verileri ise Sandberg vd. (2012) den alınmıştır. Şekilde $\boldsymbol{x}$ ekseni eksenel veter uzunluğu ($\boldsymbol{c_{ax}}$)

ile boyutsuzlaştırılmıştır. ***lestr3d*** ile elde edilen sonuçlar, literatür verileriyle yüksek oranda uyuşmaktadır. Aynı zamanda elde edilen sonuçlar, Çay vd.(2016) çalışmasında OpenFOAM ile elde edilmiş olan LES sonuçlarıyla da uyum içerisindedir.

T106 sonsuz pal geometrisi kullanılarak yapılan analizlerden elde edilen sonuçlar literatürdeki verilerle karşılaştırılmış ve ***lestr3d*** ile türbin pali etrafındaki akışın benzetiminin doğru bir şekilde gerçekleştirilebildiği gösterilmiştir. Akış alanına ait sonuçlar ***lestr3d*** kodunun türbin tipi kompleks akış olaylarında (akım ayrılması, türbülansa geçiş ve türbülans yapıları) başarılı sayısal çözümler elde edilebileceğini göstermektedir. Bir sonraki aşamada ise alt duvar geometriye eklenmiş ve duvar etkisiyle oluşan ikincil akış yapıları incelenmiştir.



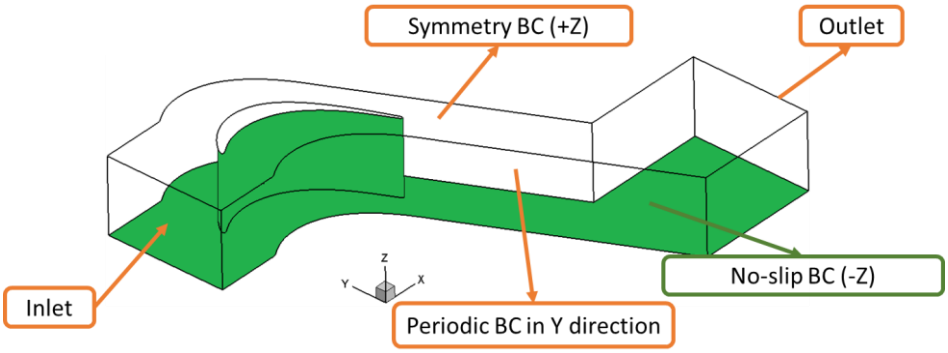
Şekil 6.9. Pal yüzeyinde basınç katsayısı C_p dağılımı (768 000 eleman), Deney (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Incompressible (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Compressible (Sandberg vd., 2012).

6.3. İkincil Akış Yapıları

İkincil akış yapıları, daha önce de belirtildiği üzere, türbin tipi akışlarda önemli yer tutmaktadır. Oluşan yapılar ana akışa oranla daha küçük ve güçsüzdür. Bu yüzden geliştirilen çözücünün, ***lestr3d***, bu türbülans yapılarını doğru bir şekilde çözebildiğinin gösterilmesi, türbin içerisindeki akışların benzetiminin başarılı bir şekilde gerçekleştirilebildiğinin gösterilmesi açısından gereklidir.

6.3.1. Çözüm Ağı ve Sınır Koşulları

Bu analiz için kullanılan geometri bir önceki bölümde tanıtılan T106 geometrisi ile aynıdır. Alt duvar etkisinin dahil edilmesi için çözüm ağının alt yüzeyinde ($-\boldsymbol{z}$ yüzeyi) kaymama sınır koşulu, üst yüzeyinde ($+\boldsymbol{z}$ yüzeyi) ise kayma sınır koşulu (slip wall) tanımlanmıştır. Lineer kaskad düzeni $\boldsymbol{y}$ yönünde periyodik sınır koşulu ile sağlanmıştır. Şekil 6.10'da tanımlanan sınır koşulları görülmektedir. Yeşil renkle işaretlenmiş yüzeyler duvar olarak tanımlanmıştır.



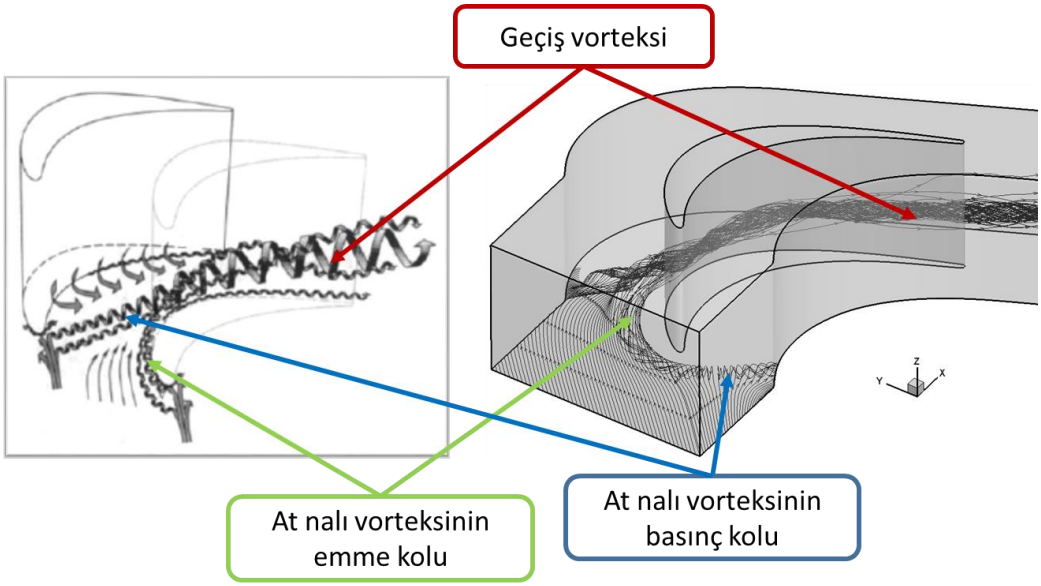
Şekil 6.10. T106 türbin pali ve alt-duvar akışı için sınır koşulları.

Alt duvardaki hız gradyanının yakalanabilmesi için çözüm ağı alt yüzeye doğru sıklaştırılmıştır ve oluşan karmaşık türbülans yapılarının çözülebilmesi için daha hassas bir çözüm ağı hazırlanmıştır. Çözüm ağında toplam 4.4 milyon eleman bulunmaktadır. Akışın Reynolds sayısı 80 000 dir. İki farklı giriş açısı, 37º ve 45º ile analizler gerçekleştirilmiştir. Genel olarak 45º giriş açısı olan analiz sonuçları incelenecektir. 37º giriş açısı ile elde edilen sonuçlarla da karşılaştırma yapılacaktır.

6.3.2. Sonuçlar

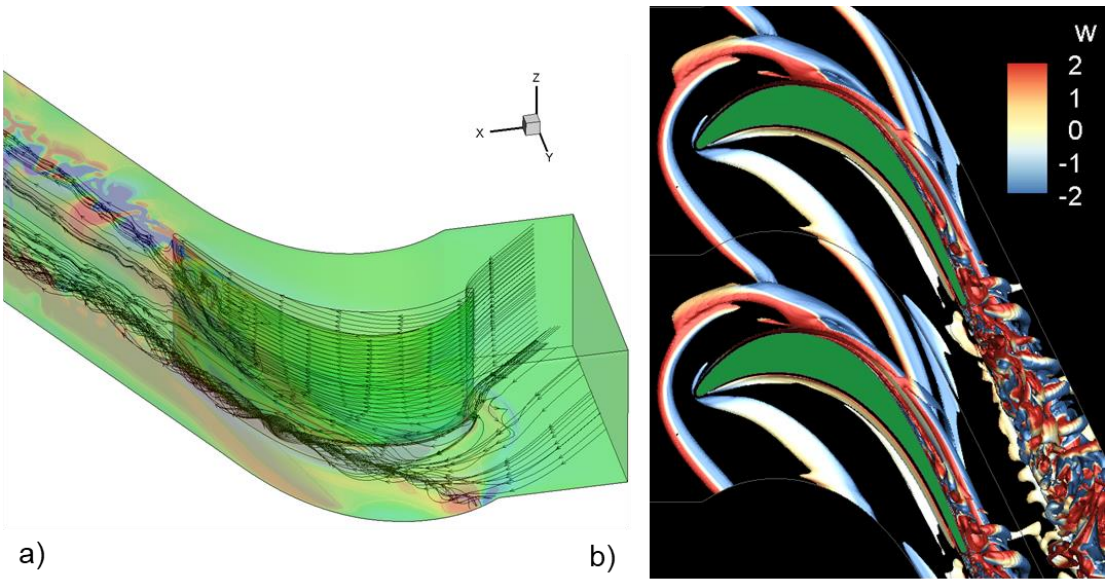
Şekil 6.11'de ***lestr3d*** ile elde edilen ikincil akış yapılarının literatürdeki yapılar ile karşılaştırması gösterilmiştir. Elde edilen anlık verilerin incelenmesiyle ***lestr3d*** ile literatürdeki türbülans yapılarının benzetiminin başarılı bir şekilde yapılabildiği görülmüştür. Öngörülen temel akış yapıları kod tarafından çözümlenmektedir. At nalı vorteksi palin önünde oluşmaktadır. Daha sonra emme ve basınç kollarına ayrılmaktadır. Basınç kolu, bir sonraki palin emme yüzeyine doğru yönelmekte ve sonraki kanadın at nalı vorteksinin emme koluyla etkileşime girmektedir. Bu etkileşim sonucunda geçiş vorteksi oluşmaktadır. Paller arasındaki bu etkileşimin önemli sebeplerinden biri, pal yüzeyleri arasındaki basınç farkıdır. İlk palin basınç yüzeyindeki akışkan yüksek basınçtan düşük basınca doğru hareket etmektedir, dolayısıyla sonraki palin düşük basınçlı emme yüzeyine doğru yönelmektedir. Akış yönüne dik

olarak gelişen bu hareket, geçiş vorteksinin de, alt duvardan uzaklaşarak ikinci palin firar kenarını terk etmesine yol açmaktadır.



Şekil 6.11. ***lestr3d*** ile elde edilen ikincil akış yapılarının literatür ile karşılaştırılması (Wang vd. 1997).

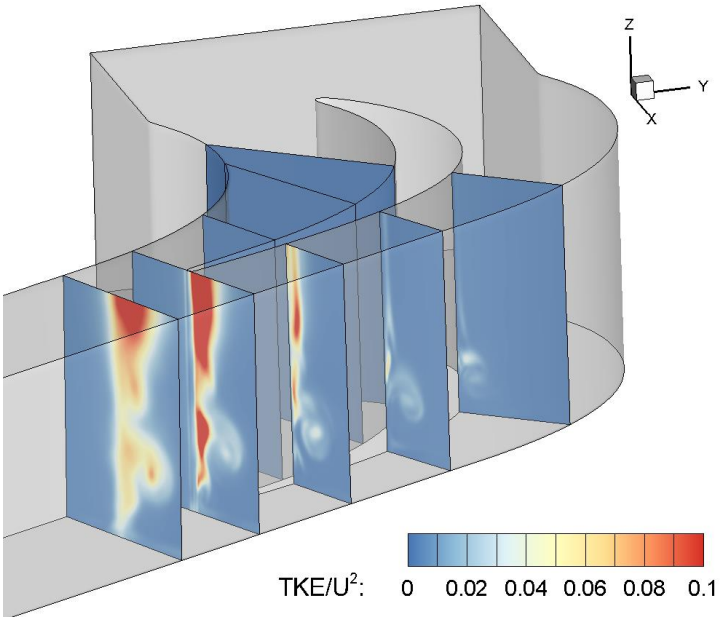
Bahsedilen vorteks yapıları Q kriteri (hız gradyanı tensörünün ikinci invaryantı) ile Şekil 6.12'de görselleştirilmiştir. At nalı vorteksi ve paller arasındaki etkileşim üstten görünüşte daha iyi görülebilmektedir. Pallerin etkileşiminin göstermek adına akış alanı çoğaltılmış ve figür bu şekilde elde edilmiştir.



Şekil 6.12. (a) Akım çizgileri ve w hızıyla renklendirilmiş akış alanı, (b) w hız değerlerine göre renklendirilmiş Q kriteri eş yüzey eğrileri.

İkincil akım yapıları, temel olarak alt duvarın yarattığı hız gradyanlarından beslenmektedir. Firar kenarına doğru palin yüzeyindeki ayrılmalar ile de birleşerek çok karmaşık bir hal almaktadır.

Bahsedilen yapılar, türbin içindeki enerji kayıplarında önemli bir paya sahiptir. Şekil 6.13'te pal boyunca beş yüzeyde türbülans kinetik enerji kontürleri gösterilmiştir. Türbülans yapıları, ortalama akımdan enerji çekmekte ve sönümlemekte, dolayısıyla enerji kaybına sebep olmaktadır. Şekil 6.13'te palin alt kısımlarına doğru at nalı vorteksi ve geçiş vorteksinin etkileri görülebilmektedir. Türbülans kinetik enerji kontürlerinde kendini gösteren bu yapıların ortalama akışın enerjisini azalttığı söylenebilir.

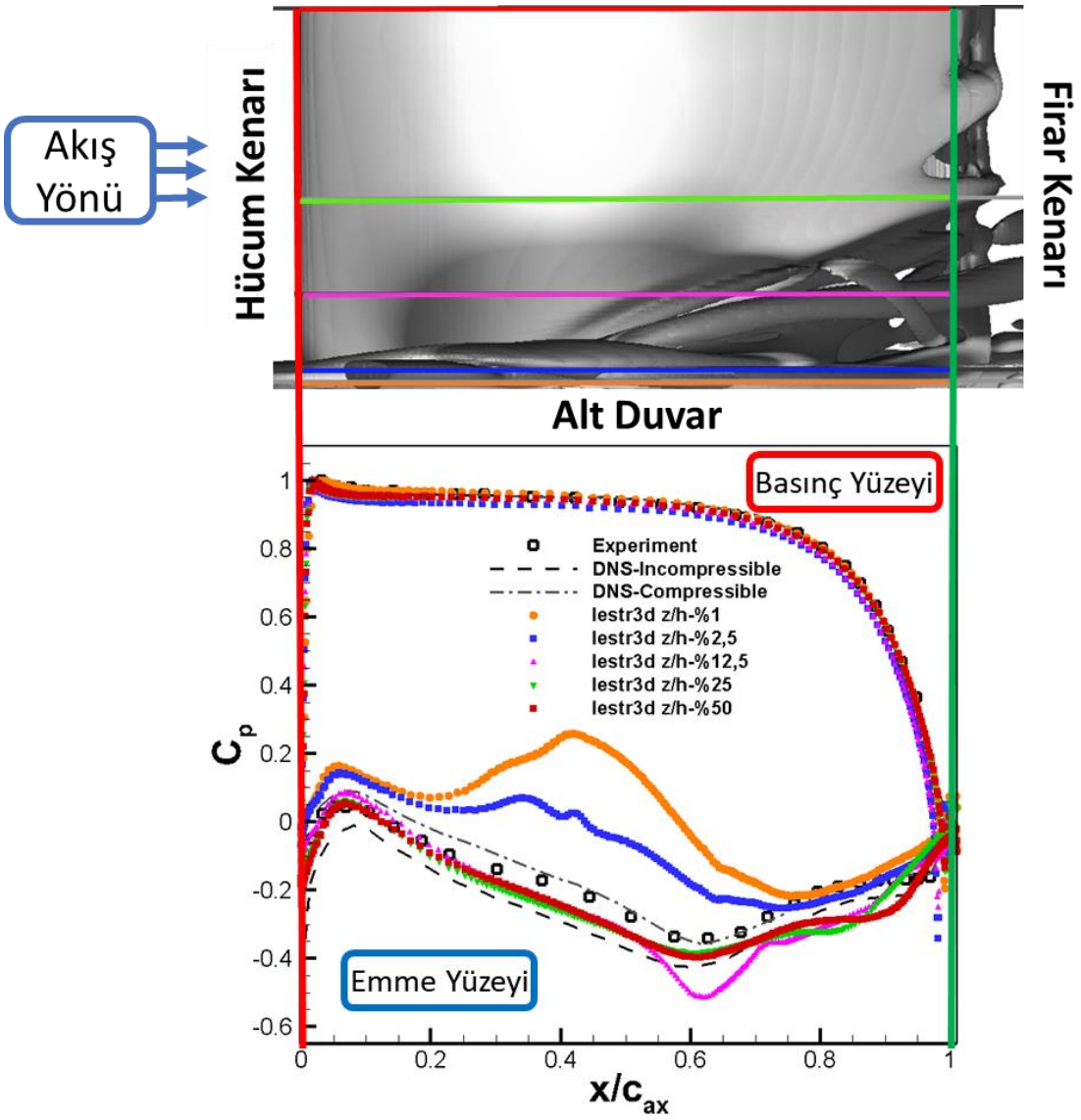


Şekil 6.13. Pal boyunca akış yönüne dik kesitlerde türbülans kinetik enerji konturları (Giriş hızı ile boyutsuzlaştırılmıştır).

Hem anlık, hem de istatistiksel verilerde karşımıza çıkan bu akış yapıları sürekliliklerini korumaktadır. Dolayısıyla normal çalışma koşullarında, uzun operasyon süreleri boyunca enerji kaybına sebep olmaktadırlar.

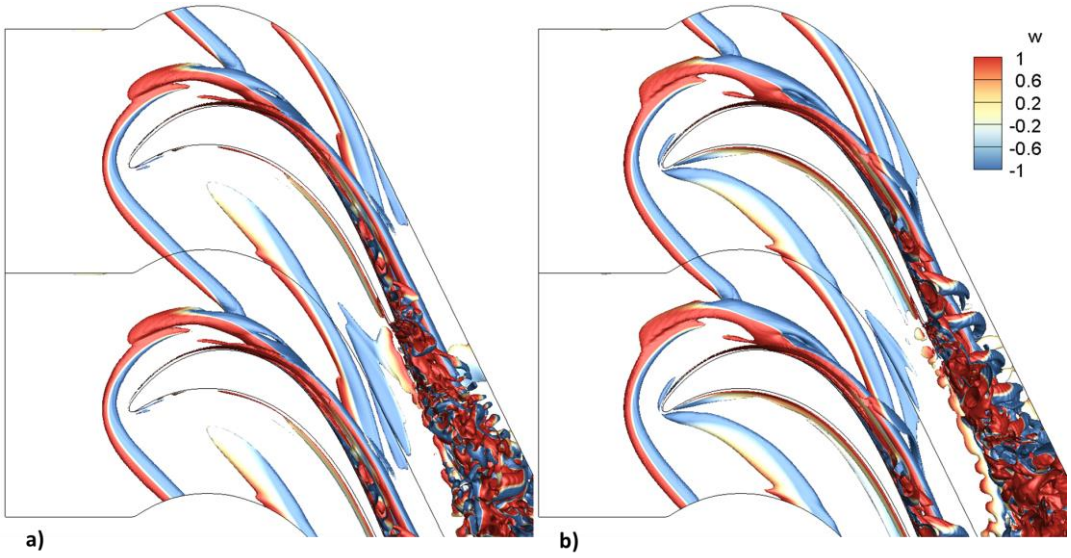
Ayrıca bu yapıların basınç katsayısının dağılımını nasıl etkiledikleri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Şekil 6.14'te palin yandan görünüşünde kesitler farklı renklerde gösterilmiştir. Şeklin alt kısmında ise bu kesitlerdeki basınç katsayısı dağılımı gösterilmiştir. Grafiklerde dikkat çeken önemli bir nokta, önceki palin at nalı basınç kolunun sonraki palin emme yüzeyiyle etkileşime girdiği $0.3\,\boldsymbol{c_{ax}}$ bölgesidir. Vorteksin emme yüzeyine ulaştığında önemli bir basınç kaybına sebep olduğu, alt duvara yakın olan turuncu ve mavi kesitlerde görülmektedir. Vortekslerin pal ile etkileşimi sonucunda ayrılma bölgesi de etkilenmektedir. Alt duvar

etkilerinin görülmediği orta kesitte ayrılma $0.75\,c_{ax}$'ta gerçekleşmektedir. Fakat ikincil akış yapılarının etkilerinin gözlendiği turuncu ve mavi kesitlerde, türbülans yapıları akışın duvara yakın katmanlarına olan momentum difüzyonunu arttırmakta, dolayısıyla ayrılmayı geciktirmekte ve hafifletmektedir.



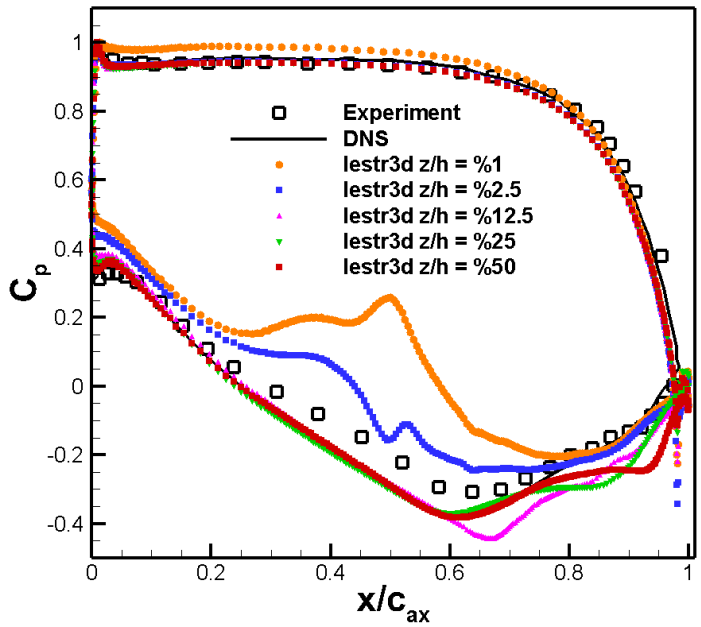
Şekil 6.14. İkincil akış yapılarının basınç katsayısına etkileri, üstte kesitlerin pal üzerinde gösterimi, altta kesitlerdeki basınç katsayısı dağılımı. Deney (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Incompressible (Wissink ve Rodi, 2006), DNS-Compressible (Sandberg vd., 2012).

Şekil 6.15'te sırasıyla 37º ve 45º giriş açılarıyla yapılan analizlerin sonuçları görülmektedir. Vortekslerin oluşum noktaları ve büyüklükleri giriş açısıyla farklılıklar göstermektedir. 37º giriş açısının olduğu analizde at nalı vorteksinin pale daha yakın oluştuğu gözlenmektedir. Aynı zamanda sonraki palle etkileşime geçen basınç kolunun etki noktası da akışın giriş açısıyla değişmektedir. Palin ön kısmında köşe vorteksini oluşumu da görülmektedir.



Şekil 6.15. 37º (a) ve 45º (b) giriş açılarında akıştaki *Q* kriteri eş yüzey eğrileri. Vorteks yapıları *w*-hızı ile renklendirilmiştir.

37º giriş açısıyla, basınç katsayısının pal yüzeyindeki dağılımı Şekil 6.16'da görülmektedir. Karşılaştırılan deney ve DNS verileri Koschichow (2014)'un çalışmasından alınmıştır. Giriş açısının değişimi genel olarak basınç değişimini önemli ölçüde değiştirmektedir. 45º giriş açısında olduğu gibi, emme yüzeyinde önemli miktarda basınç kaybı oluşmaktadır.



Şekil 6.16. Basınç katsayısının pal yüzeyinde dağılımı (37º), Deney ve DNS (Koschichow vd., 2014).

7. SONUÇLAR

Bu çalışmada havacılık ve uzay endüstrisinde karşılaşılan duvarla çevrili türbülanslı akış problemlerinin çözümlerine yönelik modüler ve ölçeklenebilir bir LES kodu, ***lestr3d*** geliştirilmiştir. Sıkıştırılabilir LES denklemleri sonlu hacimler yöntemi kullanılarak yapısal olmayan çözüm ağları için ayrıklaştırılmıştır. Uzaysal ayrıklaştırma ikinci mertebeden hücre merkezli şemalar ile gerçekleştirilmiştir. Zamanda açık integrasyon beş kademeli Runge-Kutta zaman integrasyonu şeması ile sağlanmıştır. Kullanılan uzaysal ayrıklaştırma şemasının sebep olduğu fiziksel olmayan numerik bozuntuları sönümlemek için Jameson-Schmidt-Turkel (JST) sayısal difüzyon şeması kullanılmıştır. Ağ altı ölçek gerilme tensörünün hesaplanması için sıkıştırılabilir Smagorinsky modeli, ağ altı ölçek toplam entalpi akısı teriminin hesaplanması için ise sıcaklık gradyanı yaklaşımı kullanılmıştır.

Bu çalışma kapsamında geliştirilen paralel LES çözücüsü, ***lestr3d*** FORTRAN dili ile programlanmıştır. Yapısal olmayan çözüm ağlarının parsellenmesi için METIS yazılımı kullanılmıştır. Çok işlemcili (multi-core) uygulamalarda işlemcilerarası iletişim Message-Passing Interface (MPI) kütüphaneleri kullanılarak sağlanmaktadır. Çözücünün amaçları gereği hem noktadan noktaya (point to point) hem de kolektif haberleşme fonksiyonları kullanılmaktadır. Kullanılan haberleşme stratejisi detaylı bir şekilde sunulmuştur. Paralel çözücünün hızlanma performansı iki farklı yüksek başarımlı hesaplama merkezlerindeki platformlarda test edilmiştir. Sonuçlar, çözücünün 512 çekirdeğe kadar iyi bir hızlanma performansı sergilediğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, haberleşme maliyetinin de analizi gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, haberleşme maliyetinin 512 çekirdeğe kadar yüzde elliden düşük olduğunu göstermektedir.

Proje kapsamında geliştirilen ***lestr3d*** kodunun doğrulanması Reynolds sayısı 12000 olan kübik oyuk (lid-driven cubical cavity) akışının büyük girdap benzetimi ile gerçekleştirilmiştir. JST difüzyon şemalarında kullanılan katsayılar detaylı bir şekilde tartışılmıştır. Gerçekleştirilen testler doğrultusunda literatürde sıklıkla kullanılan katsayıların LES için aşırı sönümleyici olduğu sonucuna varılmıştır. Bu doğrultuda, kübik oyuk akışının büyük girdap benzetiminde daha az sönümleyici katsayıların kullanılması uygun bulunmuştur. Akışın zamandaki değişimi, anlık sonuçlar ve istatistiksel sonuçlar kullanılarak çözüm ağı etkisi detaylı bir şekilde irdelenmiştir. Akışın anlık davranışına dair sonuçlar LES'in çözüm ağı iyileştirmelerine karşı sergilediği davranış ile uyumlu bulunmuştur. Ortalama hız profillerinin analizi, sonuçların literatürde bulunan deneysel ve sayısal sonuçlarla oldukça iyi bir uyum içinde olduğunu sergilemiştir. Bunun yanında akış alanındaki ortalama türbülans aktiviteleri incelenmiştir. Sonuçlar deneysel ve sayısal verilerle ufak farklılıklar göstermesine rağmen bu sonuçların

sergilediği trend ve türbülans seviyeleri deneysel ve numerik verilerle örtüşmektedir. Sonuç olarak, çözüm ağının daha iyi olması ile birlikte sonuçların DNS sonuçlarına başarılı bir şekilde yakınsadığı gözlemlenmiştir. Ek olarak, ağ altı ölçek gerilme tensörünün etkisi araştırılmıştır. Ağ altı gerilme tensörü modelinin olmadığı durumda, enerji yoğunluğu spektrumunda yüksek frekanslarda enerji birikiminin başladığı ve türbülans aktivitesinin düşük seviyelerde olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç, ***lestr3d*** kod'unun sayısal difüzyon seviyesinin türbülans sönümleme seviyesinden daha düşük olduğunu ve LES ağ altı ölçek modeli kullanım gerekliliğini göstermektedir.

lestr3d kodunun doğrulamasının ikinci aşamasında Reynolds sayısı 5500 olan ters basamak (backward-facing step) akışının büyük girdap benzetimi gerçekleştirilmiştir. Kanal giriş düzleminde tam gelişmiş türbülanslı kanal akışının temsili için bir sınır koşulu geliştirilmiştir. Anlık verilere ait görseller kanal girişinde yaratılan türbülansın kanal boyunca hızlı bir şekilde sönümlendiğine işaret etmektedir. Bu yüzden akış alanındaki türbülans genellikle basamaktan kaynaklanan kayma tabakası tarafından sağlanmaktadır. Buna ek olarak, geometrinin üst yüzeyinde bir ayrılma kabarcığı gözlemlenmiştir. Akışın zaman ortalamasına ait veriler literatürde var olan deneysel ve sayısal sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, geliştirilen sınır koşulunun tam gelişmiş türbülanslı kanal akışını temsil etmekte yetersiz olduğunu ortaya koymuştur. Çözüm ağı iyileştirmeleri ve kanal girişinde türbülans aktivitesinin artması ile sonuçlarda iyileşme gözlemlenmiştir. Buna rağmen ters basamak akışının büyük girdap benzetimi için ilave analizlerin gerçekçi bir giriş sınır koşulu kullanılarak yapılması gerektiği sonucuna varılmıştır.

Çalışmanın son aşamasında havacılık ve uzay endüstrisinde karşılaşılan türbülanslı akış problemlerinin çözümüne yönelik geliştirilen ***lestr3d*** kodunun türbin tipi karmaşık akışlardaki yetenekleri ortaya konmuştur. Bu amaçla, doğrusal sıralı (linear cascade) T106 türbin pali etrafındaki akış ve alt duvar etkileşimi nedeniyle ortaya çıkan ikincil akışların büyük girdap benzetimleri incelenmiştir. Akışın zamandaki değişimi, anlık sonuçlar ve istatistiksel sonuçlar detaylı bir şekilde irdelenmiştir. Türbin pali etrafındaki ortalama basınç dağılımının literatürde bulunan deneysel ve sayısal sonuçlarla oldukça iyi bir uyum içinde olduğu gözlemlenmiştir. İkincil akış yapılarının neden olduğu kayıplar türbülans kinetik enerji değerleri ile irdelenmiş ve bu yapıların akış ile etkileşimi için tanımlanan akış alanının literatürdeki senaryolar ile uyumlu olduğu gözlenmiştir. Elde edilen sonuçlar ***lestr3d*** kodunun türbin tipi kompleks akış olaylarında (akım ayrılması, türbülansa geçiş, türbülans ve ikincil akış kayıpları) başarılı sayısal çözümler elde edilebileceğini göstermektedir.

Türbülanslı akış problemlerinde dikkat edilmesi gereken en önemli noktalardan biri giriş sınır şartında fiziksel bir türbülans hız sınır şartı uygulanması gerekliliğidir. Burada sergilenen

benzetimlerde elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlardan farklı olmasının temel sebebi, giriş düzleminde gerçekçi bir türbülans akışının uygulanamamasıdır. Bu yüzden gelecekteki çalışmalarda giriş hız şartları için farklı stratejilerin koda eklenmesi uygun olacaktır.

Bilindiği gibi gaz türbinleri çeşitli kademelerden oluşmaktadır. Bu proje kapsamında, geliştirilen akış çözücüsü ***lestr3d*** öncelikli olarak düşük basınçlı türbin pallerinde karşılaşılan akış olaylarını incelemek üzere tasarlanmıştır. Gaz türbin motorlarındaki ateşleme, yanma, yanma dinamiği vb. birçok konuyu ele alacak akış ve yanma modellerinin LES yazılımına eklenmesi gelecekteki hedefler olarak belirlenmiştir.

KAYNAKLAR

Andersson, N., Eriksson, L.E., Davidson, L. 2005. “Large-eddy simulation of subsonic turbulent jets and their radiated sound”, AIAA Journal, 43(9), 1899–1912.

Armaly, B.F., Durst, F., Pereira, J.C.F., Schönung, B. 1983. “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow”, J. Fluid Mech., 127, 473–496.

Baggett, J.S., Jimenez, J., Kravchenko, A.G. 1997. Resolution requirements in large-eddy simulations of shear flows, in Center For Turbulence Research, Annual Research Briefs, pp.51–66.

Biswas, G., Breuer, M., Durst, F. 2004. “Backward-facing step flows for various expansion ratios at low and moderate Reynolds numbers”, Journal of Fluids Engineering, 126, 362–374.

Blazek, J. 2005. Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications, Elsevier, 2nd edition.

Borrell, G., Sillero, J.A., Jimenez, J. 2013. “A code for direct numerical simulation of turbulent boundary layers at high Reynolds numbers in BG/P supercomputers”, Computers & Fluids, 80, 37–43.

Bouffanais, R., Deville, M.O., Leriche, E. 2007. “Large-eddy simulation of the flow in a lid driven cubical cavity”, Phy. of Fluids, 19.

Cay, S., Karahan, D.T., Gungor, A.G. 2016. “Large eddy simulation of endwall flows in low pressure turbines”, in Ninth International Conference on Computational Fluid Dynamics, July. 11-15, Turkey, ICCFD9-2016-211.

Cocks, P.A.T., Soteriou, M.C., Sankaran, V. 2015. “Impact of numerics on the predictive capabilities of reacting flow LES”, Combustion and Flame, 162, 3394–3411.

Courant, R., Friedrichs, K., Lewy, H. 1967. “On the partial difference equations of mathematical physica”, IBM Journal, 215–234, originally published in German as Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik in Math. Ann.(1928) 100, 32-74, translated by Fox, P.

Cui, J., Rao, V.N., Tucker, P.G. 2017. ”Numerical investigation of secondary flows in a high-lift low pressure türbine”, International Journal of Heat and Fluid Flow, 63, 149–157.

del Alamo, J.C., Jimenez, J., Zandonade, P., Moser, R.D. 2004. “Scaling of the energy spectra of turbulent channels”, J. Fluid Mech., 500, 135–144.

Desjardins, O., Blanquart, G., Balarac, G., Pitsch, H. 2008. “High order conservative finite difference scheme for variable density low Mach number turbulent flows”, J. Comp. Phys., 227, 7125–7159.

Duden, A., Raab, I., Fottner, L. 1999. “Controlling the secondary flow in a turbine cascade by three-dimensional airfoil design and endwall contouring”, J. Turbomach., 121(2), 191–199.

Eaton, J.K., Johnston, J.P. 1981. “A review of research on subsonic turbulent flow reattachment”, AIAA Journal, 19(19), 1093-1100.

Erlebacher, G., Hussaini, M.Y., Speziale, C.G., Zang, T.A. 1992. “Toward the large-eddy simulation of compressible turbulent flows”, J. Fluid Mech., 238, 155–185.

Falese, M., Gicquel, L.Y.M., Poinsot, T. 2014. “LES of bifurcation and hysteresis in confined annular swirling flows”, Computers and Fluids, 89, 167–178.

Frink, N.T. 1994. “Recent progress toward a three-dimensional unstructured Navier-Stokes flow solver”, in AIAA 32nd Aerospace Sciences Meeting, Nevada, US, AIAA-94-0061.

Fröhlich, J., Rodi, W., 2002. “Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows”, chapter 8, Cambridge University Press, pp.267–298.

Fröhlich, J., von Terzi, D. 2008. “Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows”, Progress in Aerospace Sciences, 44, 349–377.

Garnier, E., Adams, N., Sagaut, P. 2009. “Large Eddy Simulation for Compressible Flows”, Scientific Computation, Springer.

Garnier, E., Mossi, M., Sagaut, P., Comte, P., Deville, M. 1999. “On the use of shock capturing schemes for large-eddy simulation”, J. Comp. Phys., 153, 173–311.

Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H. 1991. “A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model”, Phys. Fluids, 3(7).

Ghosal, S., Moin, P. 1995. “The basic equations for the large eddy simulation in complex geometry”, Journal of Comp. Phys., 118, 24-37.

Goldstein, R., Spores, R., 1998. “Turbulent transport on the endwall in the region between adjacent turbine blades”, Journal of Heat Transfer, 110, 862-869.

Gourdain, N., Gicquel, L., Montagnac, M., Vermorel, O., Gazaix, M., Staffelbach, G., Garcia, M., Boussuge, J.F., Poinsot, T. 2009. “High performance parallel computing of flows in complex geometries: I. Methods”, Computational Science & Discovery, 2.

Gourdain, N., Gicquel, L., Staffelbach, G., Vermorel, O., Duchaine, F., Boussuge, J.F., Poinsot, T. 2009. “High performance parallel computing of flows in complex geometries: II. Applications”, Computational Science & Discovery, 2.

Gungor, A.G. 2009. “A new two-scale model for large eddy simulation of wall-bounded flows”, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology.

Gungor, A.G., Menon, S. 2010. “A new two-scale model for large eddy simulation of wall-bounded flows”, Progress in Aerospace Sciences, 46, 28–45.

Jameson, A. 1991. “Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings”, in AIAA 10th Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, US, AIAA 91-1596.

Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E. 1981. “Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes”, in AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, California, US, AIAA-81-1259.

Jimenez, J., Moin, P. 1991. “The minimal flow unit in near-wall turbulence”, J. of Fluid Mech., 255, 213–240.

Jimenez, J. 2003. “Computing high-Reynolds–number turbulence: Will simulations ever replace experiments?”, Journal of Turbulence, 4.

Jimenez, J., Moser, R.D. 2007. “What are we learning from simulating wall turbulence?”, Phil. Trans. R. Soc. A, 365, 715–732.

Jones, W.P., Prasad, V.N. 2010. “Large eddy simulation of the Sandia Flame Series (D, E and F) using the Eulerian stochastic field method”, Combustion and Flame, 157(9).

Karaca, S., Gungor, A.G. 2016. “DNS of unsteady effects on the control of laminar separated boundary layers”, European Journal of Mechanics - B/Fluids, 56, 71–81.

Karahan, D.T., Gungor, A.G. 2016. “Development of an LES code for wall bounded turbulent flows (in Turkish)”, in VI. National Aerospace Conference, UHUK-2016-111.

Karahan, D.T., Ozgunoglu, M., Karaca, S., Gungor, A.G. 2015. “A large eddy simulation methodology for complex flows”, in 8th Ankara International Aerospace Conference, AIAC-2015-066.

Karahan, D.T., Er, S., Gungor, A.G. 2017. “Large eddy simulation of wall-bounded turbulent flows”, in 9th Ankara International Aerospace Conference, AIAC-2017-047.

Karahan, D.T., Er, S., Gungor, A.G. 2017. “Düşük basınçlı türbin pali etrafındaki türbülanslı akışın büyük girdap benzetimi ile incelenmesi”, XX. Ulusal Mekanik Kongresi, Eyl. 05-09, Türkiye.

Karypis, G., Kumar, V. 1998. “A fast and high quality multilevel scheme for partitioning irregular graphs”, SIAM J. Sci. Comput., 20(1), 359–392.

Kasagi, N., Mastunaga, A. 1995. “Three-dimensional particle-tracking velocimetry measurement of turbulence statistics and energy budget in a backward-facing step flow”, Int. J. Heat and Fluid Flow, 16, 477–485.

Kempf, A., Lindstedt, R.P., Janicka, J. 2006. “Large-eddy simulation of a bluff-body stabilized nonpremixed flame”, Combustion and Flame, 144, 170–189.

Kempf, A., Malalasekera, W., Ranga-Dinesh, K.K.J., Stein, O.2008. “Large eddy simulations of swirling non-premixed flames with flamelet models: a comparison of numerical methods”, Flow, Turbulence and Combustion, 81(4), 523–561.

Kim, J., Moin, P., Moser, R. 1987. “Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number”, J. Fluid Mech., 177, 133–166.

Kobayashi, H., Wu, X. 2006. “Application of a local subgrid model based on coherent structures to complex geometries”, in Center For Turbulence Research, Annual Research Briefs, pp.69–77.

Kolmogorov, A.N. 1991. “The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers”, Proc. R. Soc. Lond. A, 434, 9–13, first published in Dokl. Akad. Nauk. SSSR1941) 30(4) in Russian, translated by Levin, V.

Koschichow, D., Fröhlich, J., Kirik, I., Niehuis, R. 2014. “DNS of the flow near the end-wall in a linear low pressure turbine cascade with periodically passing wakes”, ASME paper GT2014-25071.

Lacaze, G., Oefelein, J.C. 2015. “Development of quality assessment techniques for large eddy simulation of propulsion and power systems in complex geometries”, Technical Report, Sandia National Laboratories.

Langston, L. S. 1980. “Crossflows in a turbine cascade passage”, Journal of Engineering for Power, 102, 866-874.

Langston, L.S., Nice, M.L., Hooper, R.M. 1977. “Three-dimensional flow within a turbine cascade passage”, Journal of Engineering for Power, 21–28.

Le, H., Moin, P., Kim, J. 1997. “Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step”, J. Fluid Mech., 330, 349–174.

Lee, J.H., Sung, H.J. 2009. “Structures in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients”, J. Fluid Mech., 639, 101–131.

Lee, M., Moser, R.D. 2015. “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau \approx 5200$”, J. Fluid Mech., 774, 395–415.

Leonard, A. 1974. “Energy cascade in large eddy simulation of turbulent fluid flows”, Advances in Geophysics, 18, 237–248.

Leriche, E., Gavrilakis, S. 2000. “Direct numerical simulation of the flow in a lid-driven cubical cavity”, Phys. Fluids, 12(6), 1363–1376.

Li, Y., Perlman, E., Wan, M., Yang, Y., Meneveau, C., Burns, R., Chen, S., Szalay, A., Eyink, G. 2008. “A public turbulence database cluster and applications to study Lagrangian evolution of velocity increments in turbulence”, Journal of Turbulence, 9(31), 1–29.

Malalasekera, W., Ibrahim, S.S., Ranga Dinesh, K.K.J., Kirkpatrick, M.P. 2007. “Large eddy simulation of isothermal turbulent swirling jets”, Combustion Science and Technology, 179(8), 1481–1525.

Mavriplis, D.J., Jameson, A. 1990. “Multigrid solution of the Navier-Stokes equations on triangular meshes”, AIAA Journal, 28, 1415–1425.

Menon, S., Patel, N. 2006. “Subgrid modeling for simulations of spray combustion in large-scale combustors”, AIAA Journal, 44(4), 709–723.

Moser, R.D., Kim, J., Mansour, N.N. 1999. “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$”, Phys. Fluids, 11(4), 943–945.

Moin, P., Mahesh, K. 1998. “Direct numerical simulation: A tool in turbulence research”, Annual Review of Fluid Mechanics, 30, 539–578.

Oefelein, J.C. 2006. “Large eddy simulation of turbulent combustion processes in propulsion and power systems”, Progress in Aerospace Sciences, 42, 2–37.

Ötügen, M.V. 1991. “Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step”, Experiments in Fluids, 10, 273–180.

Pantano, C., Sarkar, S. 2002. “A study of compressibility effects in the high-speed turbulent shear layer using direct simulation”, J. Fluid Mech., 451, 329–371.

Pirozzoli, S., Grasso, F., Gatski, B. 2004. “Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at M = 2.25”, Phys. Fluids, 16(3), 530–545.

Poinsot, T.J., Lele, S.K. 1992. “Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows”, J. Comp. Phys., 101, 104–129.

Pope, S.B. 2000. Turbulent Flows, Cambridge University Press.

Prasad, A.K., Koseff, J.R. 1989. “Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow”, Phys. Fluids A, 1(2), 208–218.

Robinson, S.K. 1991. “Coherent motions in the turbulent boundary layer”, Ann. Rev. Fluid Mech., 23, 601–639.

Sagaut, P. 2006. “Large eddy simulation for incompressible flows”, 3rd ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Sandberg, R. D., Pichler, R., Chen, L. 2012. “Assessing the sensitivity of turbine cascade flow to inflow disturbances using direct numerical simulation”, 13th International Symposium for Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity in Turbomachinery (ISUAAAT), Tokyo, Japan.

Sandberg, R.D., Michelassi, V., Pichler, R., Chen, L., Johnstone, R. 2015. “Compressible direct numerical simulation of low-pressure turbines-Part 1: Methodology”, Journal of Turbomachinery, 137.

Sarkar, S. 2009. “Influence of wake structure on unsteady flow in a low pressure turbine passage”, J. Turbomach., 131(4), 1–14.

Sauer, H., Müller, R., Vogeler, K. 2000. “Reduction of secondary flow losses in turbine cascades by leading edge modifications at the endwall”, J. Turbomach., 123(2), 207–213.

Sharma, O.P., Butler, T.L. 1987. “Predictions of endwall losses and secondary flows in axial flow turbine cascades”, Journal of Turbomachinery, 109, 229-236.

Sarkar, S. 1995. “The stabilizing effect of compressibility in turbulent shear flow”, J. Fluid Mech., 282, 163–186.

Schlatter, P., Örlü, R., Li, Q., Brethouwer, G., Fransson, J.H.M., Johansson, A.V., Alfredsson, P.H., Henningson, D.S. 2009. “Turbulent boundary layers up to Reθ = 2500 studied through simulation and experiment”, Phys. Fluids, 21.

Shankar, P.N., Deshpande, M.D. 2000. “Fluid mechanics in the driven cavity”, Annu. Rev. Fluid Mech., 32, 93–136.

Smagorinsky, J. 1963. “General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment”, Monthly Weather Review.

Stieger, R.D., Hodson, H.P. 2004. “The transition mechanism of highly loaded low-pressure turbine blades”, J. Turbomach, 126(4), 536–543.

Tennekes, H. , Lumley, J.L. 1970. A First Course in Turbulence, The MIT Press.

Vinokur, M. 1989. “An analysis of finite-difference and finite volüme formulations of conservation laws”, J. Comp. Phys., 81, 1–52.

von Kaenel, R. 2003. “Large-eddy simulation of compressible flows using the finite-volume method”, Ph.D. thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zürich.

Wang, M., Moin, P. 2002. “Dynamical wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows”, Phys. Fluids, 14, 2043–2051.

Wang, H. P., Olson, S. J., Goldstein, R. J., Eckert, E. R. G. 1997. “Flow visualization in a linear turbine cascade of high performance turbine blades”, J. Turbomach., 119, 1-8.

Whitfield, D.L. 1983. “Three-dimensional unsteady Euler equation solutions using flux vector splitting”, Technical Report, NASA.

Wissink, J. G., Rodi, W. 2006. “Direct numerical simulations of transitional flow in turbomachinery”, J. Turbomach., 110, 668-678.

Url-1, http://www.stanford.edu/group/cits/

Url-2, http://www.cerfacs.fr/cfd/

Url-3, http://www.ccl.gatech.edu

Url-4, ANSYS, Inc., 2009. ANSYS FLUENT 12.0 user’s guide.

Url-5, ANSYS, Inc., 2013. ANSYS FLUENT theory guide.

Url-6, http://www.openfoam.com

Url-7, http://www.uhem.itu.edu.tr/index.php/ donanim-2/

Url-8, http://www.calculquebec.ca

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Yrd. Doç. Dr. AYŞE GÜL GÜNGÖR
Proje No:	114M593
Proje Başlığı:	Modern Gaz Türbini Tasarımında Karşılaşılan Akış Problemlerinin Yüksek Doğruluklu Çözümüne Yönelik Les Metodolojisi Geliştirilmesi
Proje Türü:	3501 - Kariyer
Proje Süresi:	36
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	GÖKHAN KİRKİL
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	İSTANBUL TEKNİK Ü. UÇAK VE UZAY BİLİMLERİ F. UZAY MÜHENDİSLİĞİ B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/10/2014 - 01/10/2017
Onaylanan Bütçe:	193676.0
Harcanan Bütçe:	160518.23
Öz:	Türbülans, kaotik doğası gereği, klasik fiziğin anlaşılması en zor konularından biridir. Bu çalışmanın amacı havacılık ve uzay endüstrisinde karşılaşılan duvarla çevrili türbülanslı akış problemlerinin çözümlerine yönelik modüler ve ölçeklenebilir bir büyük girdap benzetimi (LES) çözücüsü geliştirilmesidir. Bu amaç doğrultusunda sıkıştırılabilir LES denklemleri sonlu hacimler yöntemi kullanılarak yapısal olmayan çözüm ağları için ayrıklaştırılmıştır. Uzaysal ayrıklaştırma ikinci mertebeden hücre merkezli şemalar ile gerçekleştirilmiştir. Zamanda açık integrasyon, beş kademeli Runge-Kutta zaman integrasyonu şeması ile sağlanmıştır. Uzaysal ayrıklaştırma şemasının sebep olduğu fiziksel olmayan nümerik bozuntuları sönümlemek için Jameson-Schmidt-Turkel (JST) sayısal difüzyon şeması kullanılmıştır. Ağ altı ölçek gerilme tensörünün hesaplanması için sıkıştırılabilir Smagorinsky modeli, ağ altı ölçek toplam entalpi akısı teriminin hesaplanması için ise sıcaklık gradyanı yaklaşımı kullanılmıştır. LES çözücüsü FORTRAN dili ile programlanmıştır. Yapısal olmayan çözüm ağlarının parsellenmesi için METIS yazılımı kullanılmıştır. Çok işlemcili uygulamalarda işlemciler-arası iletişim Message-Passing Interface (MPI) kütüphaneleri kullanılarak sağlanmaktadır. Paralel çözücü 512 çekirdeğe kadar iyi bir hızlanma performansı ortaya koymaktadır. LES kodunun doğrulanması kübik oyuk akışının büyük girdap benzetimi ile gerçekleştirilmiştir. JST difüzyon şemalarında kullanılan katsayılar detaylı bir şekilde tartışılmıştır. Akışın zamandaki değişimi, anlık sonuçlar ve istatistiksel sonuçlar kullanılarak çözüm ağı etkisi detaylı bir şekilde irdelenmiştir. Doğrulamanın ikinci aşamasında ters basamak akışının büyük girdap benzetimi gerçekleştirilmiştir. Kanal giriş düzleminde tam gelişmiş türbülanslı kanal akışının temsili için bir sınır koşulu geliştirilmiştir. Anlık verilere ait görseller kanal girişinde yaratılan türbülansın kanal boyunca hızlı bir şekilde sönümlendiğine işaret etmektedir. Bu yüzden akış alanındaki türbülans genellikle basamaktan kaynaklanan kayma tabakası tarafından sağlanmaktadır. Çözüm ağı iyileştirmeleri ve kanal girişinde türbülans aktivitesinin artması ile sonuçlarda iyileşme gözlemlenmiştir. Çalışmanın son aşamasında geliştirilen kodun türbin tipi akışlardaki yetenekleri ortaya konmuştur. Bu amaçla, doğrusal sıralı (linear cascade) T106 türbin palası etrafındaki akışın ve duvar etkileşimi nedeni ile oluşan ikincil akışların büyük girdap benzetimi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar geliştirilen kodun gerçek mühendislik problemlerinde başarılı sonuçlar ortaya koyduğunu göstermektedir.
Anahtar Kelimeler:	Türbülans, gaz türbini, large eddy simulation, sayısal modelleme ve analiz, paralel hesaplama
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Evet

TÜBİTAK

Projeden Yapılan Yayınlar:	1- Duvarla Çevrili Türbülanslı Akışlar için Yüksek Doğruluklu LES Kodu Geliştirilmesi (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum), 2- A Large Eddy Simulation Methodology for Complex Flows (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum), 3- Düşük basınçlı türbin pali etrafındaki türbülanslı akışın büyük girdap benzetimi ile incelenmesi (Bildiri - Ulusal Bildiri - Sözlü Sunum), 4- Large eddy simulation of wall-bounded turbulent flows (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum), 5- A new large eddy simulation solver for wall-bounded turbulent flows (Tez (Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi),

TÜBİTAK