İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ESNEK MEKANİKSEL SİSTEMLERDE DALGA TEMELLİ KONTROL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Doğan Osman Kasa

Anabilim Dalı : Kontrol Ve Otomasyon Müh.

Programı : Kontrol Ve Otomasyon

HAZİRAN 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ESNEK MEKANİKSEL SİSTEMLERDE DALGA TEMELLİ KONTROL

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Doğan Osman KASA
(504061136)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Aralık 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Haziran 2010

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Atilla BİR (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Yrd.Doç. Dr. Ali Fuat ERGENÇ (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Berk ÜSTÜNDAĞ (İTÜ)

HAZİRAN 2010

Değerli aileme,

ÖNSÖZ

İstanbul Teknik Üniversitesi Kontrol Mühendisliği Bölümü'nde lisansüstü eğitimi almaya başladığım günden itibaren hayatın kendisi olan kontrol konularını derinlemesine öğreniyor olmaktan büyük bir haz aldım. Başta hocalarımız olmak üzere üzerimizde emeği olan tüm İTÜ mensuplarına içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca lisansüstü eğitimim ve tez hazırlama sürecimde yardımlarını esirgemeyen çok değerli hocam Prof.Dr. Atilla BİR'e şükranlarımı sunarım.

Aralık 2009

Doğan Osman Kasa

(Elektrik Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **v**
İÇİNDEKİLER ..... **vii**
KISALTMALAR ..... **ix**
SEMBOL LİSTESİ ..... **xi**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **xiii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xv**
ÖZET ..... **xvii**
SUMMARY ..... **xix**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 1
1.2 Literatür Özeti 2
1.2.1 Modelleme 3
1.2.1.1 Toplu parametreli modeller 3
1.2.1.2 Dağılmış parametreli modeller 4
1.2.1.3 Dalga temelli kontrol 5
2. ÇALIŞMANIN İÇERİĞİ **7**
2.1 Amaç 7
2.2 Dalgaların Belirlenmesi 9
2.3 G(s) Dalga Transfer Fonksiyonunun Özellikleri 12
2.4 Sonlu Sistem Dinamiğinin Dalga Modeli 15
2.5 Dalga Modelinin Sınır Koşulları 16
2.6 Dalga Modelinin Sınanarak Kanıtlanması 17
3. DALGALARIN ÖLÇÜLMESİ **21**
3.1 Eyleyici Ve Sistem Arasındaki Ara Yüzde Dalgaların Değerlendirilmesi 21
3.2 G(s)'in Yaklaştırılması 22
4. KONTROL **25**
4.1 Dalga Temelli Kontrol Stratejisi 25
4.2 Kontrolörün İşlevi 26
4.3 G(s)'in, Hata Ve Eyleyici Dinamiği Sınırlandırmalarına Karşı Dayanıklığı 27
4.4 Dalga Temelli Kontrol Yönteminin Özellikleri 28
5. ÖRNEK SONUÇLAR **31**
5.1 Esnek Bir Kolun Farklı Sayıda Toplu Parametreyle Gösterilmesi Durumunda Kontrolörün Davranışı 31
5.1.1 Dalga temelli kontrolörün modeli 32
5.1.2 Esnek kolun 1-serbestlik dereceli modeli 32
5.1.3 Esnek kolun 3-serbestlik dereceli modeli 33
5.1.4 Esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli 34
5.1.5 Esnek kolun 7-serbestlik dereceli modeli 35
5.1.6 Esnek kolun 10-serbestlik dereceli modeli 35
5.1.7 Farklı serbestlik dereceli modellerin birbiriyle karşılaştırılması 36

5.2 Esnek Bir Koldaki, Son Kütlenin (Yükün) Değişmesi Durumunda Dalga Temelli Kontrolörün Davranışı 39
5.3 Esnek Bir Kolun, Farklı Değerdeki Yay Sabitleri İle Modellenmesi Durumunda Kontrolörün Davranışı 41
5.4 Esnek Bir Kolun, Farklı Değerdeki Sönüm Sabitleri İle Modellenmesi Durumunda Kontrolörün Davranışı 43
5.5 Dalga Temelli Kontrolör İle Kontrol Edilen Esnek Bir Kolun, Darbe Şeklindeki Bozucu Karşısındaki Davranışı 45
5.6 Dalga Temelli Kontrolör İle Kontrol Edilen Esnek Kol Modeli 48
6. SONUÇ 51
KAYNAKLAR 55

KISALTMALAR

DTF : Dalga transfer fonksiyonu
DTK : Dalga temelli kontrol
AMM : Mod indirgeme yöntemi (assumed mode method)
FEM : Sonlu elemanlar yöntemi (finite element method)

SEMBOL LİSTESİ

$G(s)$	: Sonsuz kütle-yay sisteminin karakteristik transfer fonksiyonu
A_0	: Başlangıç dalga
B_0	: Dönen dalga
ω_n	: Açısal frekans (doğal frekans)
λ	: Dalga boyu
c	: Dalga hızı
T	: Dalga periyodu
X_0	: Eyleyicinin konumu
X_1	: Birinci kütlenin konumu
C	: Eyleyiciye girilen konum girişi
J_n	: Eyleyici ile sınır kütle arasındaki transfer fonksiyonu
X_{hedef}	: Hedef konum
X_{ref}	: Referans girişi
F	: Bozucu etki

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 5.1 : Farklı serbestlik dereceli modellerin, birim basamak cevaplarının karşılaştırılması……38
Çizelge 5.2 : Farklı yüke göre, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevaplarının karşılaştırılması……...40
Çizelge 5.3 : Farklı yay sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevaplarının karşılaştırılması……..…….……42
Çizelge 5.4 : Farklı sönüm sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevaplarınınkarşılaştırılması…….……45

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Esnek mekanik bir sistemin, toplu parametreli modeli....4
Şekil 2.1 : (*n*) serbestlik dereceli toplu bileşenli esnek bir sistem 7
Şekil 2.2 : İki yönde sonsuza giden yeknesak kütle-yay dizisi.... 9
Şekil 2.3 : G($j\omega$) 'in bode diyagramı, ω_n=1....12
Şekil 2.4 : (n) serbestlik dereceli esnek bir sistemin dalga modeli....15
Şekil 3.1 : Dalga temelli kontrol yaklaşımı....22
Şekil 3.2 : G(s)'in yaklaştırıldığı tek kütle-yay-sönümleyici modeli....23
Şekil 3.3 : G(s)'in kesin cevabı ile **(3.5)**'te verilen cevabının, birim basamak girişi için karşılaştırılması.…… 24
Şekil 5.1 : Dalga temelli kontrolörün simulink modeli....32
Şekil 5.2 : Esnek kolun 1-serbestlik dereceli modeli....32
Şekil 5.3 : 1-serbestlik dereceli modelde etkili olan kuvvetler....32
Şekil 5.4 : Esnek kolun 1-serbestlik dereceli simulink modeli....33
Şekil 5.5 : Esnek kolun 3-serbestlik dereceli modeli....33
Şekil 5.6 : 3-serbestlik dereceli modelde etkili olan kuvvetler....33
Şekil 5.7 : Esnek kolun 3-serbestlik dereceli simulink modeli....34
Şekil 5.8 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli simulink modeli....34
Şekil 5.9 : Esnek kolun 7-serbestlik dereceli simulink modeli....35
Şekil 5.10 : Esnek kolun 10-serbestlik dereceli simulink modeli....36
Şekil 5.11 : Farklı serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli....37
Şekil 5.12 : Farklı serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları....37
Şekil 5.13 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli....39
Şekil 5.14 : Farklı yüke göre, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli....39
Şekil 5.15 : Farklı yüke göre, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları....40
Şekil 5.16 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli....41
Şekil 5.17 : Farklı yay sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli… …… .41
Şekil 5.18 : Farklı yay sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları....42
Şekil 5.19 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli ve sönümlü modeli....43
Şekil 5.20 : Farklı sönüm sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli....43
Şekil 5.21 : 5-serbestlik dereceli ve sönümlü modelde etkili olan kuvvetler....44
Şekil 5.22 : Farklı sönüm sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları....44
Şekil 5.23 : Bozucu karşısında, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli....46

Şekil 5.24 : 5-serbestlik dereceli, bozucunun kontrolsüz olduğu simulink modeli 46
Şekil 5.25 : 5-serbestlik dereceli, bozucunun kontrollü olduğu simulink modeli 47
Şekil 5.26 : Bozucu kontrolsüz ve bozucu kontrollü, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları..... 47
Şekil 5.27 : Kontrollü ve kontrolsüz, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli 48
Şekil 5.28 : Kontrollü ve kontrolsüz, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları..... 49

ESNEK MEKANİKSEL SİSTEMLERDE DALGA TEMELLİ KONTROL

ÖZET

İnsan var olduğu sürece ağır işleri yaptıracak akıllı mekanik sistemlere ve robotlara her zaman ihtiyaç duyacaktır. Dünya kaynaklarının hızla tükendiği günümüzde daha az enerjiyle, verimi ve konforu artırmaya yönelik çalışmalar hız ve önem kazanır. Verimliliği doğrudan etkileyen en önemli faktörlerden biri esnekliktir. Mekanik sistemler ve robotlar için esneklik, bazen, insanlarla temas halindeyken güvenliği sağlamak için gereklidir. Bazen de vinç kızakları, çok uzun bağlantı parçaları ya da uzay kontrol mekanizmalarında olduğu gibi, tasarım kısıtlamalarının istenmeyen sonuçları şeklinde ortaya çıkar. Robotlarda esneklik ise, geleneksel sert ve bükülmez endüstriyel robotların aksine; daha hafif, daha az enerjiye ihtiyaç duyan, daha hızlı robotları ifade eder. Esnek robotlar daha küçük eyleyici ile daha fazla yük taşıma kapasitesine sahip, daha güvenli ve daha küçük robotlardır. Ancak bu üstünlüklerinin yanında, zayıf oldukları nokta aşırı duyarlılıklarıdır. En küçük bir dış etkiden aşırı derecede etkilenen, akılcı tasarım ve kontrol sistemleriyle kazandıkları dinamik üstünlüklerini kaybeden, uzun süre salınım oluşturan sistemlerdir.

Esnek sistemler, karmaşıktır ve yeterince iyi modellenemez. Sistem dinamiği, sistem yapısına ve yüke bağlı olarak değişir. Modellenebilseler bile, karmaşık modellerin; komut şekillendirme, kayan kipli kontrol, modal kontrol, kutup atama metodu, PD kontrol, bang-bang kontrolü, durum uzayında dinamik geribesleme, min-max kontrol ve diğer dinamik yaklaşım yöntemlerinde kullanılması oldukça zordur.

Esnek sistemlerin kontrolünde, birbirine bağlı iki değişken, konum ve aktif salınım aynı anda kontrol edilmeye çalışılır. Sistemin bir yandan istenen konuma götürülmesi sağlanırken, diğer yandan aktif salınım sönümlenmeye çalışılır.

Alışılmış kontrol yöntemleri, bu çalışmada ele alınan yeni yaklaşımın dışında, tüm problemlerin çözümünde tatmin edici sonuçlar vermez. Bir eyleyicinin tek bir kütleyi hareket ettirdiği salınımlı basit bir sistemde, bir noktadan diğer bir noktaya hareketi sağlayan kontrol davranışları birbiriyle karşılaştırıldığında bile, hayret verici çok sayıda problemle karşılaşılır. Bu tek eyleyicili kütle-yay sisteminde kuvvet ya da konum türünden tanımlanan giriş işareti, gerçek hatta ideal olabilir, eğer uygulanan işaret gerçekse farklı dinamik davranış limitleri tanımlamak gerekir. Kontrol açık veya kapalı çevrim olabilir, yerleşme zamanı ve kabul edilebilir salınım süreleri ve sürekli hal hataları göz önüne alınarak sürekli hal tanımlanabilir. Değerlendirmede geçiş zamanı, izleme doğruluğu, hatta belirlenen değişkenin integrali ölçüt olarak alınabilir. Sonuç olarak uygulamanın tüm önemli değişkenleri düşünülerek ve izlenerek çözüme ulaşılmaya çalışılır. Ayrıca tüm bu değişkenler gözlemlenirken mekanik sistemi kontrol eden uzmanın göz ardı ettiği değişkenler, ölçme elemanları, bunların yerleri ve hatta töleransları, sistem kararsızlıkları, töleransları, işi yerine getirme kolaylığı, gerçek zamanlı hesaplama ihtiyacı ve benzeri sorunlar da önem kazanır. Serbestlik derecesi ne kadar artarsa iç içe geçmiş değişken sayısı daha da artarak karmaşık bir hal alır.

WAVE BASED CONTROL IN FLEXIBLE MECHANICAL SYSTEMS

SUMMARY

As long as human exists, smart mechanical systems and robots will always be needed to make heavy and difficult works done. Nowadays the world is quickly running out of resources, so improvement works for high efficiency and comfort with less energy is getting importance and accelerate day by day. One of the most important factor directly affecting productivity is flexibility. Flexibility for mechanical systems and robots is necessary sometimes in contact with people to provide safety. And sometimes it appears as design constraints in the form of undesirable consequences such as crane gantries, very long coupling parts or space control mechanisms. Flexibility in robots signifies, in contrast to the traditional rigid industrial robots, lighter and faster robots which require less energy. Flexible robots are capable of carrying more load with a smaller actuators. They are more safety and smaller according to traditional robots. In addition to these advantages, their weakness is hypersensitiveness. These kind of systems are long-term vibrating systems caused by an external extremely smaller effect so they lose their dynamic superiorities acquired by intelligent designs and control systems.

Flexible systems are so complex and can not be modelled good enough. Their system dynamics change depending on structures of systems and loads. If they were able to be modelled, these complex models wouldn't be used in the control approaches such as command shaping, sliding mode control and other dynamic approach methods.

In the control of flexible systems, interconnected two variables, position and active vibration are tried to be controlled at the same time. On the one hand system is to be driven to desired position, and on the other hand active vibration is tried to be damped. Conventional control methods, except the new approach explained in this study, don't give satisfactory results solving control problems. When the control behaviours of a vibrating control system which ensures a displacement form one point to another point, are compared with each other, it is faced to surprising many problems. In this mass-spring system controlled by a single actuator, actual reference input signal can be defined as a force or a position. This input signal can be real or even ideal. But if this actual signal is real, different dynamic behaviour limits should be defined. Controlling may be open or closed loop, a steady-state condition can be defined by taking into consideration settling time, acceptable vibration times and steady state errors. In evaluation, transit time, tracking accuracy can be taken as criteria. Consequently, it is tried to be reached solution of the application by considering all relevant variables. During all variables are observing, variables ignored by controlling expert, measurement equipments, their locations, and even their tolerances, system instabilities, tolerances, work to perform easily, real-time computing needs and other issues come into prominence. How much increased degree of freedom, number of intertwining variables become more complicated by increasing.

1. GİRİŞ

Esnek bir sistemin konum kontrolü, katı ve bükülmez bir sistemin kontrolüne göre daha karmaşıktır. Esnek bir kolda salınımları harekete geçiren bir etki olduğunda bu salınımları söndürecek bir kontrolör veya bir sönümleyici bulunmaz ise, sistem uzun bir süre salınmaya devam eder. Esnek mekanik sistemlerin farklı türleri vardır. Uzay yapıları, disk sürücü kafaları, tıbbi cihazlar, uzun kollu manipülatörler, vinçler ve robotlar bu tür sistemlere örnek olarak verilebilir. Bu tür esnek sistemlerde, sistemin ucundaki bir yükün, diğer uçtaki bir kontrolör ile ortadaki esnek yapıdan bağımsız olarak hedeflenen bir konuma hızlı ve doğru bir şekilde gitmesi amaçlanır.

Dalga temelli kontrol (DTK), toplu parametreli sistemlerde dalga teorisini temel alarak, esnek sistemlerdeki kontrol problemine özgün ve genel bir çözüm arar. Bu çalışmanın amacı, dalga temelli bir kontrolör tasarlamaktır. Dalgaların oluşum koşulları incelendiğinde, dalga modelinin, toplu parametreli sistemlerin model ve analizine yeni ve özgün bir çözüm getirdiği görülür.

Sistem boyunca yayılan dalgaları açıklamada kullanılan dalga transfer fonksiyonu kavramı, dalga temelli kontrolün davranış performansının iyileşmesine katkıda bulunur.

1.1 Tezin Amacı

Mekanik bir sistemin konumlama problemi, yapısının esnek olması durumunda katı ve bükülmez olana göre son derece karmaşık bir hal alır. Eğer esnek bir sistemde kontrol düzeni ya da etkili bir sönümleyici yoksa, en ufak bir etki, sistemin uzun süreli salınmasına neden olur. Bu problemin çözülebilmesinin kaçınılmaz yolları sistemin mümkün olduğunca katı, bükülmez yapılmasından geçer, bu da düşük sistem hızı ve fazladan kütle ve maliyet anlamına gelir.

Gerçekte tüm sistemler kısmen de olsa esnektir. Bu esneklik, sistemlerin hafif ve uzun olmasında, dinamikliğinde, yumuşaklığında, enerji kullanım verimliliğinde, hızlı ivmelenmesinde belirleyici olur. Alışılagelmiş katı ve bükülmez sistemler ile

esnek sistemler karşılaştırıldığında, esnek sistemler daha hafif, daha portatif ve daha hızlıdır. Güç tüketimi, malzeme ve imalat maliyetleri düşüktür. İnsanlarla etkileşiminde güvenilirdirler. Daha optimum güç-ağırlık ilişkisine sahiptirler ve daha az güç gerektiren eyleyiciler gerektirirler. Dolayısıyla kontrolleri daha karmaşık olmakla birlikte, bu tür esnek sistemlerinsağladığı avantajlar oldukça fazladır.

Esnek sistemler; disk okuyuculardan tıbbi mekanizmalara, robotlardan uzun kollu manipülatörlere, vinçlerden uzay yapılarına, çok küçük mekanizmalardan çok büyük mekanizmalara kadar geniş bir çeşitlilik gösterir. Tüm bu yapılarda istenen, aradaki esnek yapıdan bağımsız olarak, bir uçtaki eyleyiciyle diğer uçtaki son kütlenin konum kontrolünü hızlı ve doğru bir biçimde sağlamaktır.

Çoğunlukla esnek sistem uygulamalarında, sistem salınımlarının sönümlenmesi için, öz sönüm oldukça yetersiz ve zayıf kalır. Esnek sistemlere dışarıdan sönümleyici eklenmesi, bu sistemlerin önemli bir üstünlüğü olan hafifliklerini ve ince yapılarını ortadan kaldıracağından tercih edilmez. Verimli bir kontrol biçimine ulaşabilmek için, ana hareketi gerçekleştiren eyleyicinin, aynı zamanda salınımı da sönümlemesi beklenir.

1.2 Literatür Özeti

Esnek sistemlerin kontrolü zordur. Bunun en belirgin göstergesi, bu konuda yayımlanmış dökümanların sayısı ve araştırmacıların bu konuyu ele alışlarındaki yaklaşımlardır. Bu bölümde, önem seviyesinin ve üzerindeki araştırmaların gittikçe arttığı esnek sistem kontrolünün, güncel literatür özeti verilir. Bu konuyu anlayabilmek için temel kontrol kuramlarının yanında salınım analizinin de bilinmesi gerekir. Bu temel bilgilerle ilgili olarak Ogata (2001), Franklin (2005), Preumont (2002), Inman (2006) gibi kaynak kitaplar bulunur.

Esnek sistemlerin kontrolü üzerine daha detaylı bilgi; (Robinett 2001, F.Wang&Gao 2003, Tokhi&Azad 2008 gibi) bu konu ile ilgili yayımlanmış sınırlı sayıdaki kitaptan ya da (Wayne J.Book 1993, Benosman&Le Vey 2004, Dwivedy&Eberhard 2006, Ozgoli&Taghirad 2006 gibi) genel kontrol kuramı kitaplarından elde edilebilir.

Bu çalışmanın literatür araştırmasına göre öncelikle amacı, bir robot kolun son kütlesinde ya da en uç noktasında, salınımı en aza indirmek ve optimal zamanda noktadan noktaya konumlandırmaktır. (Benosman & Le Vey 2004) (Son kütle:

end-effector: robot kolunun iş ortamıyla etkileşimde bulunan son noktası, örneğin sprey boya tabancası, kaynak kafası, kamera vb). Dolayısıyla, sistemin konum kontrolünün yapılması ve sistemdeki aktif salınımların sönümlendirilmesi olmak üzere iki temel görev söz konusudır. Bununla beraber, literatür araştırmasında, bu konuyla ilgili farklı çözüm metodlarından da bahsedilir.

1.2.1 Modelleme

Esnek sistemler, katı sistemlerle karşılaştırıldığında en büyük zorluk modellemenin karmaşıklığında ortaya çıkar. Bu bölümde, esnek mekanik sistemlerin kontrolünde kullanılan farklı modelleme teknikleri anlatılacaktır. Literatürde, Dwivedy&Eberhard (2006) tarafından açıklanan karşılaştırmalı birçok yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler toplu parametreli ve dağılmış parametreli olarak iki ana sınıfa ayrılır. Bu yöntemler aşağıda açıklanmıştır.

1.2.1.1 Toplu parametreli modeller

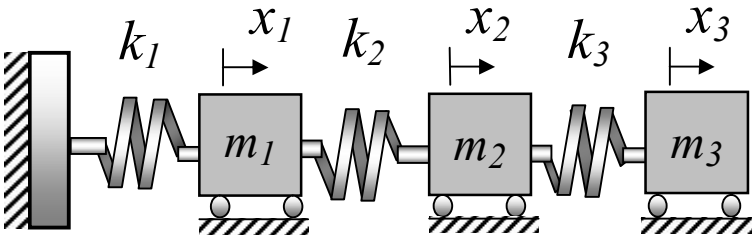
Esnek bir sistemin, toplu parametreli olarak modellenebilmesi için en kolay yöntem, sistemin ataletini belli sayıda ayrık katı kütle şeklinde; esnekliğini de kütlesiz yay şeklinde modellemektir.

Şekil 1.1'de tek boyutlu toplu parametreli bir sistem modeli görülmektedir. Sistemdeki kütle sayısı sistemin serbestlik derecesini belirler. Kütlelerin bireysel olarak yer değişimleri toplamı, sistemin toplam konum değişimini verir. Toplu parametreli olarak modellenen sistemin, salınım frekans modu sayısı (yay sayısı) sistemin serbestlik derecesini verir. Örneğin Şekil 1.1'de görülen üç kütleli sistemin, serbestlik derecesi ve salınım frekans modu sayısı üçtür.

Bu modele sönüm etkisini de eklemek kolaydır. İç sönüm, kütleler arasındaki viskoz sönüm olarak; dış sönüm ise, viskoz sönüm elemanı ile zemin arasındaki etkileşim olarak modellenir. Bu çalışmada, sönüm seviyesinin ihmal edilebilir olduğu; kontrolün ve salınım sönümünün, tamamen eyleyici üzerinden gerçekleştirildiği varsayılacaktır.

Bazı durumlarda, sistem modelinin toplu parametrelenmesi, birebir fiziksel sisteme karşı gelir; örneğin uzay yapılarının modüler elemanları ya da robot kollarındaki esnek eklemler arasındaki katı bağlantılarda olduğu gibi. Diğer durumlarda, fiziksel sistemin dağılmış parametreli olmakla birlikte, toplu parametreli ifade edilmesi

sistem dinamiğinin modellenmesini önemli ölçüde basitleştirir. Bu model, analiz ve kontrol için yeterli bir model olmaya devam eder. Bu çalışmada, toplu parametreleme modeli kullanılacaktır. Sistem hareketini ifade eden tüm denklemler, sistemin toplu parametre modelindeki her bir kütleye, Newton yasaları uygulanarak elde edilir.



Şekil 1.1 : Esnek mekanik bir sistemin, toplu parametreli modeli

1.2.1.2 Dağılmış parametreli modeller

Bu modelleme yöntemi de yoğun olarak kullanılır. Burada kütle ve katılık, sistem geometrisi boyunca devam eden parçalara ayrılır. Sistemi sonsuz sayıda salınım frekans moduna ayırmaya yarayan bu model, kontrolör tasarlamayı zorlaştırır. Bu tasarımı kolaylaştırmak için salınım frekans mod sayısını, sonsuzdan sonlu bir sayıya indirgemek gerekir. Bu, Mod İndirgeme Yöntemi (AMM = Assumed Mode Method) ya da Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM = Finite Element Method) ile yapılır. Bu konularla ilgili detaylı bilgi Kanoh (1986), Bayo (1987), Hastings& W.Book (1987), De Luca&Siciliano (1991), Arteaga (1998) gibi kitaplarda bulunabilir.

Eğer eyleyici tarafından verilen bir kontrol girişinin önemli bir sonucu olarak oluşan, yüksek frekans salınım modları doğru bir şekilde indirgenebilirse, hassas bir model elde edilir. Ancak modellenemeyen sistem dinamikleri, kontrolör tasarımı sırasında yayılma etkisi nedeniyle model oluşturmayı zorlaştırabilir (Balas 1978; Bontsema & R.F. Curtain 1988).

Dağılmış parametreli esnek bağlantıların en çok kullanılan modeli Euler-Bernoulli Kiriş Modeli'dir. Euler-Bernoulli ve Timoshenko kuramları genel olarak kirişlerdeki sehim ve gerilmelerin hesaplandığı denklemlerden oluşur. İki kuram da aynı amaca hizmet eder. Temelde her iki kuram da aynı amaca hizmet ediyor olsa da aralarında belli başlı farklılıklar bulunur. Bu kuramları tek taraftan mesnetli basit bir kiriş düzeneği üzerinde düşünürsek, kirişin serbest ucundan uygulanan tekil bir yük için Euler-Bernoulli kuramı ile sadece bu kuvvetin oluşturduğu momentin dağılımından

kaynaklanan eğilme hesap edilir. Timoshenko kuramında ise, bu kuvvetin oluşturduğu momentin yanı sıra kirişte malzemede kaynaklanan deformasyonlar ve dikey kuvvetler sebebiyle oluşan kayma gerilmeleri ve eğilme sonucunda dönme etkisiyle ortaya çıkan eylemsizlik momenti de hesaba katılır. Bu nedenle Timsohenko kuramıyla bulunan bir problem çözümünün mutlaka Euler-Bernoulli kuramına göre daha doğru sonuçlar vermesi beklenir. Ancak oluşan bu karmaşıklık pahasına çözümde elde edilen doğruluk artışı, yüksek salınım frekans modlarını beraberinde getirir. Çoğu zaman göz ardı edilen bu yüksek salınım frekans modları, Euler-Bernoulli kiriş kuramının, sistemi modellemede ve uygun kontrolör tasarımında yeterli olmasını sağlar.

1.2.1.3 Dalga temelli kontrol

Dalga temelli kontrol üzerine ilk çalışma, 1996 yılında Lang'ın yüksek lisans tezini temel alarak, O'Connor ve Lang (1998) tarafından yayımlanmıştır. Bu çalışmada esnek bir sistemdeki konum değişimi giden ve dönen dalga olarak iki kısma ayrılır. Sönen dalganın, sistemde ilerleyen dalganın yarısı olduğunu gösterilir. Ayrıca sistemde ilerleyen dalganın, sistemin kararlı hal konumunu veren referansın iki katına eşit olduğu görülür. Bu ilkeyi temel alarak, salınımı söndüren ve konum kontrolünü sağlayan bir kontrol işaretini tanımladılar. İlave olarak çok serbestlik derecesine sahip bir sistemin kontrolü için sadece kontrolöre yakın iki noktadan ölçüm yapılmasının yeterli olduğunu gördüler. Dalga temelli kontrol, Lang (1996) tarafından Euler-Bernoulli eşitliğine dayandırılarak dağılmış parametreli sistemlere uygulanmıştır.

2002 ve 2003 yıllarında, O'Connor, dalga temelli kontrolü, hızı sınırlandırılmış bir gezer köprü vincin esnek kablosunda asılı yüke uygulamış ve bu yükü bir yerden başka bir yere ötelemek istemiştir. Bu yük, dalga temelli kontrol yöntemiyle sınırlı bir zaman içinde, sistem parametrelerinden bağımsız olarak, hedef konuma salınımsız ve dayanıklı bir şekilde götürülmüştür.

O'Connor (2006) daha sonra dalga temelli kontrol yöntemini geliştirerek, yankılanan dalga kontrolü yöntemini (wave echo control) geliştirmiştir. Dalga temelli kontrolden farklı olarak bu yöntem, hareketin başlangıcından sonuna kadar takibi ve ters görüntü alınarak salınımın yok edilmesi yaklaşımına dayanır.

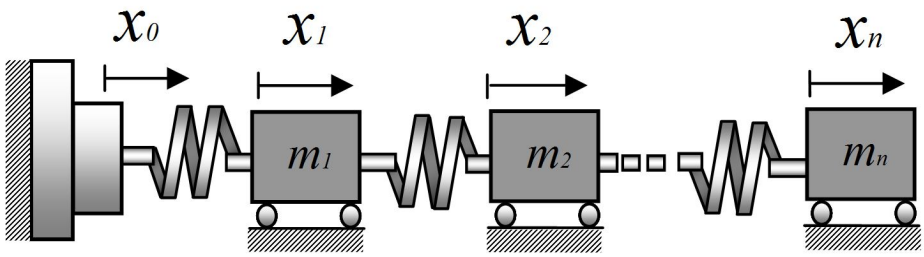
O’Donovan (2004) yüksek lisans tezinde dalga temelli kontrolü dönme hareketi yapan sistemlerin konum kontolünde kullanmıştır. Hu (2005) doktora tezinde dalga temelli kontrolü çoklu eyleyiciye sahip sistemlere uygulamıştır.

Ana fikir, esnek sisteme eyleyici tarafından mekanik dalga şeklinde gönderilen hareketin, sistemin bu hareketi aynı zamanda eyleyiciye geri ileten bir eleman olarak değerlendirilmesinde yatar. Böylece bu basit, sezgisel fikir en uçtaki yükün hızlı ve neredeyse salınımsız konum değiştirmesine olanak sağlar. Böylece genel uygulanabilir, dayanıklı, etkinliği yüksek, yükü salınımsız konumlandıran bir kontrolör tasarlanmış olur. Esneklik bir problem olmaktan çıkar ve dalga temelli kontrol, sistemi doğal bir yolla kontrol eder. Böylece uzun yıllardır çözüm bekleyen bu önemli probleme genel bir çözüm getirilmiştir.

2. ÇALIŞMANIN İÇERİĞİ

2.1 Amaç

Esneklik söz konusu olduğunda sistemler genellikle Şekil 2.1'deki gibi toplu parametreli olarak modellenir. Eyleyici, ilk kütle x0'ın konumunu doğrudan kontrol ederek, uç kütle xn'nin konumunu dolaylı olarak kontrol eder. Eyleyici bu kontrol yöntemiyle birbiriyle çelişen iki görevi yerine getirir. Uç kütlenin konumunu kontrol eder ve aktif salınımı sönümler. Buradaki en önemli ayrıntı ise, eyleyicinin bu iki önemli görevi yerine getirirken, ilk kütle ile son kütle arasındaki esnek yapıdan tamamen bağımsız olmasıdır. Sistem dinamiği ve salınım konuları üzerine yazılmış kitaplar incelendiğinde, dalga kavramının kablo, çubuk ve kiriş gibi sadece dağılmış parametreli sistemlerin analizinde kullanıldığı görülür. Toplu parametreli sistemlerde dalga kavramı uygun bir yöntem olarak düşünülmez ve farklı diğer yöntemler kullanılır. Bunun sebebi toplu kütle ve yay dizisinden oluştuğu düşünülen sistemin hareketindeki karmaşıklıktır. Bu hareket, dizi boyunca zamana bağlı olarak, her iki yönde kararsız bir şekilde, ileri geri salınarak ve şiddetini yitirerek, karmaşık bir şekilde yayılır. Dalganın sadece tek yönlü hareket ettiği varsayılırsa, çözüm üretmek ve dalga kavramını açıklamak zor bir hal alır.



Şekil 2.1 : (*n*) serbestlik dereceli toplu bileşenli esnek bir sistem

Bu zor durumu pekiştiren bir takım düşünceler mevcuttur. Örneğin bilinen dalga denklemi sadece sürekli dalgalar için kullanılır. Dalganın artan bileşenlerden oluştuğu düşünülerse, ortamından izole edilmesi halinde kısmi bir diferansiyel denklemle ifade edilir. Dalga denkleminin genel çözümünde D'Alembert'te olduğu gibi, dalga bileşenlerinin, birbirleriyle gecikmeli şekilde etkileşen tanımlı hızlardan oluştuğu gösterilir.

Diğer taraftan hareketin hızı kolaylıkla tanımlanamadığından, toplu bileşenli sistemleri yerel ve bağımsız incelemek mümkün değildir. Tüm toplu bileşenler, her zaman sınır koşullarıyla birbirine bağlıdır. Bu nedenle mekansal ve zamansal izolasyon kaybolur. Ancak toplu parametreli sistemlerin çözümünde, sürekli sistemlerdeki kısmi diferansiyel denklemlerin yerini adi diferansiyel denklemler alır. Böylece transfer fonksiyonu yöntemi, standart ve genel bir analiz yöntemi olarak uygulanır. Şekil 2.1'de diğer bileşenleri ve sınır koşullarını içinde barındıran iki ardışık bileşen arasındaki transfer fonksiyonu örnek olarak görülebilir.

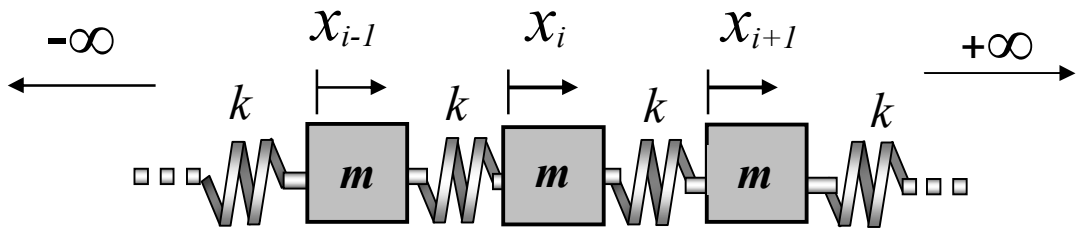
Burada öne sürülen düşünce, tüm zorluklarına rağmen, toplu parametreli sistem modeli ile dalgaların birçok özelliğinin ve dalga temelli model davranışlarının tam olarak tanımlanabildiğidir. Ayrıca oluşturulan bu genel analiz yöntemi, esnekliğin problem olduğu birçok durumu daha kolay bir şekilde çözer. Bu yaklaşım, rastgele değişen hareketli sınır koşullarına kolaylıkla uygulanabilir. Özellikle değişen durumlar karşısında, ana eyleyici hareketinin düzenli olmadığı, rastgele yön ve konum değişiminin gerçekleştiği, robot ve uzay yapılarına uygulanabilir.

Bu çalışmada, ana düşüncenin kolaylıkla anlaşılabilmesi için, sistemler yeknesak toplu parametreli olarak modellenmiştir.

Burada kontrol açısından sorulması gereken temel soru; tek boyutlu toplu parametreli bir sisteme herhangi bir noktasından uygulanan bir hareketin, sistemin geri kalanının davranışından bağımsız olarak, sistemin hangi noktasında zıt yönlerde hareket eden iki dalga şeklinde tanımlanabileceğidir.

2.2 Dalgaların Belirlenmesi

Şekil 2.2'deki gibi kütlelerden ve yaylardan oluşan tek boyutlu bir sistemin analizinin yerel olarak yapılabilmesi için sadece yeknesak olması yeterli değildir. Ayrıca zıt yönde sonsuza giden kütlelerden ve yaylardan oluştuğu, sınır koşullarının oluşmadığı, yerçekimi kaynaklı gerilmelerin sistemin başında ve sonuda eşit olduğu, dikkate değer başka bir dış kuvvetin olmadığı, genel etkilerin yerel modele çok düzenli şekilde etki ettiği varsayılmalıdır. Kullanılacak eyleyicide, *c(t)* kontrol girişine $x_0(t)$ konumunu ayarlayan algılayıcılı bir öz kontrol devresi bulunduğu düşünülmelidir.



Şekil 2.2 : İki yönde sonsuza giden yeknesak kütle-yay dizisi

Karmaşık Laplace frekans-düzleminde, transfer fonksiyonu *G(s),* sistemin zıt iki yönde sonsuza giden yeknesak kütlelerden ve yaylardan oluştuğu varsayılarak, komşu iki kütlenin hareket ilişkisi olarak yerel bir şekilde tanımlanır.

$$X_{i+1}(s) = G(s)X_i(s) \qquad \textbf{(2.1)}$$

n bir tam sayı olmak üzere denklemin genel hali **(2.2)**'dir.

$$X_{i+n}(s) = G^n(s)X_i(s) \qquad \textbf{(2.2)}$$

Mekanik sistemlerde, serbestlik derecesi, serbest hareket edebilen kütle sayısıdır. Buna tanıma göre, *i* kütlesinin hareket denklemi, süperpozisyon yöntemiyle elde edilir. Bu yöntemde ilk adım, m_i kütlesinin hareketli, bu kütleyle etkileşimdeki m_{i-1} ve m_{i+1} kütlelerinin hareketsiz olduğunun; ikinci adım ise, m_i kütlesinin hareketsiz, bu kütleyle etkileşimdeki m_{i-1} ve m_{i+1} kütlelerinin hareketli olduğunun düşünülmesidir.

Süperpozisyon yöntemi ile **(2.3)** elde edilir.

$$m\ddot{X}_i(t) = k[x_{i-1}(t) - 2x_i(t) + x_{i+1}(t)] \qquad \textbf{(2.3)}$$

(2.3)'e Laplace dönüşümü uygulanırsa

$$ms^2 X_i(s) = kX_i(s)[G^{-1}(s) - 2 + G(s)] \quad \textbf{(2.4)}$$

bulunur.

Kütle-yay sisteminin doğal frekansı $\omega_n = \sqrt{(k/m)}$ olmak üzere **(2.4)** düzenlenirse,

$$G^2(s) - \left[2 + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2\right] + 1 = 0 \quad \textbf{(2.5)}$$

elde edilir. **(2.5)**'teki denklemden, *G(s)*'in 2. mertebeden bir sistem olduğu ve iki tane eşlenik kökünün olduğu görülür.

$$G_a(s) = 1 + \frac{1}{2}(s/\omega_n)^2 - (s/\omega_n)\sqrt{1 + (s/2\omega_n)^2} \quad \textbf{(2.6)}$$

$$G_b(s) = 1 + \frac{1}{2}(s/\omega_n)^2 + (s/\omega_n)\sqrt{1 + (s/2\omega_n)^2} \quad \textbf{(2.7)}$$

$C_i(s)$ ve $D_i(s)$ keyfi olmak üzere, **(2.6)** ve **(2.7)**'deki eşlenik köklere süperpozisyon teoremi uygulanırsa genel çözüm **(2.8)** elde edilir.

$$X_i(s) = C_i(s)\,G_a(s) + D_i(s)\,G_b(s) \quad \textbf{(2.8)}$$

$X_i(s)$'in iki bileşeni, yazım kolaylığı için **(2.9)**'daki gibi $A_i(s)$ ve $B_i(s)$ terimleriyle ifade edilebilir.

$$X_i(s) = A_i(s) + B_i(s)\,. \quad \textbf{(2.9)}$$

Yeknesak sistemlerin simetrikliğinden dolayı, ileri ve geri transfer fonksiyonları arasında

$$G_b(s) = G_a^{-1}(s), \;\; G_a(s) = G_b^{-1}(s) \quad \textbf{(2.10)}$$

ileri ve geri zaman çözümleri arasında

$$G_b(-s) = G_a(s), \;\; G_a(-s) = G_b(s) \quad \textbf{(2.11)}$$

ilişkileri geçerlidir.

Burada **(2.8)** ve **(2.9)** denklemlerine yapılacak fiziksel yorum ve $C_i(s)$, $D_i(s)$ ifadelerinin seçimi oldukça önemlidir.

$G_a(s)$ ve $G_b(s)$ transfer fonksiyonlarından sadece $G_a(s)$ nedenseldir. $G_a(s)$'in çözümü s'in her değeri için sonlu kalırken, fazı da hep geri kalır. Diğer taraftan $G_b(s)$'in çözümü, s değerlerinin büyük çoğunluğunda sonsuza gider ve fazı hep ileridedir. Bu durum, **(2.8)**'in sağ tarafındaki ilk terimin, artan i yönünde nedensel olduğu anlamına gelir ve bu **(2.1)**'in tanımı için kullanılan yöndür.

$X_i(s)$'in $A_i(s)$ bileşeni, hareketin, artan i yönündeki kısmına karşılık gelir ki, bu da dalga hareketinin soldan sağa doğru olan kısmıdır.Yani hareketin kaynağı soldadır. Bu bileşen, sağa doğru dizilen ardışık kütlelerde faz gecikmesi ve değeri gittikçe artan sonlu bir oran şeklinde görülür. Diğer bir deyişle, **(2.8)**'deki $C_i(s)$, sağa doğru harekete başlayan kütlenin hemen solundaki bileşen $A_{i-1}(s)$'tir.

Diğer taraftan, **(2.8)**'deki ikinci terim, i'nin artan yönünde nedensel değildir. Bu terim, i kütlesinin hareketi içinde, $i-1$ kütlesinin sağa doğru hareketiyle etkili olan önceki hareketinin dışındaki hareketi ifade eder. Diğer taraftan, sola doğru hareketten önce başlamış ve sola doğru hareketi başlatan, sağa doğru olan kaynak hareket ile ilişkilidir. Herhangi bir i kütlesinden sola doğru bakılırsa, nedensel olmadığını gösteren, ileride bir faz ve değeri tanımsız olan elde edilir. Ancak, sola doğru hareketin sebebi olarak, hareketin kaynağı olan sağa doğru hareket esas alındığında, herhangi bir i kütlesinden $i-1$ kütlesine bakılırsa, göreceli olarak nedensellik görülebilir. Gerçekten de **(2.10)** ve **(2.11)** eşitlikleri bu yorumu destekler. **(2.8)**'deki $D_i(s)$, kütle hareketinin sola doğru olan bileşeni ile ilişkilidir.

Yukarıda belirtilenler neticesinde, hareketin sağa doğru olan kısmı $A(s)$ bileşeni, sola doğru olan kısmı ise $B(s)$ bileşenidir. **(2.9)**'un her iki bileşeni herhangi bir i kütlesine nedensellik yönü esas alınarak uygulanırsa, $A_i(s) = A_{i-1}(s)G_a(s)$ ve $B_i(s) = B_{i-1}(s)G_b(s)$ olmak üzere (2.12) elde edilir.

$$X_i(s) = A_{i-1}(s)G_a(s) + B_{i-1}(s)G_b(s) \qquad \textbf{(2.12)}$$

Sonsuz bir kütle-yay sisteminde, hareketin kaynağı, sadece i kütlesinin sol tarafı ise sadece $A_i(s)$ bileşeni vardır ve $B_i(s)$ sıfırdır. Diğer taraftan, hareketin kaynağı i kütlesinin sağ tarafı ise sadece $B_i(s)$ bileşeni vardır ve $A_i(s)$ sıfırdır. Hareket kaynağı, başlangıç koşullarını ve kontrol girişlerini içerir.

Sistem yarı sonsuz ise, yani sistem, sol tarafından bir eyleyici ile başlayıp sağa doğru sonsuza gidiyorsa, tüm durumlar ve ilişkiler bu sistem için de geçerlidir. Eğer eyleyici hareketin tek kaynağı ise, sonsuzdan gelen $B(s)$ bileşeni sıfırdır. Sadece eyleyici tarafından başlatılan hareketin, ilk bileşeni $A_0(s)$ ve müteakip $A_i(s)$ bileşenleri düşünülür.

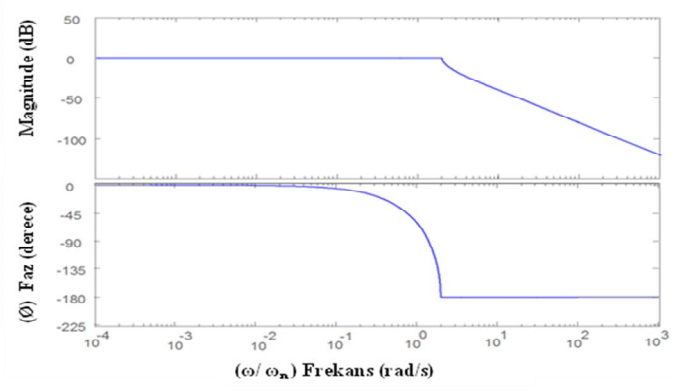
Yukarıdaki $G(s)$ yorumu, bir sonraki bölümde bahsedilen, sonlu sistemlerin dalga modelleri ile desteklenir. Bu çalışmada, **(2.6)**'daki nedensel olan $G_a(s)$ ile ilgilenilir ve $G(s)$ olarak ifade edilir.

2.3 G(s) Dalga Transfer Fonksiyonunun Özellikleri

Şekil 2.2'deki gibi her iki yönde sonsuza giden kütle-yay sistemi için *G(s)* karakteristik transfer fonksiyonudur ve "dalga transfer fonksiyonu (DTF)" olarak adlandırılır. *G(s)*, ardışık kütlelerin konum değişimlerinden elde edildiğine göre, işin içine ardışık kütlelerin hız ve ivme, ardışık yayların kuvvet ilişkileri girer.

Dalga transfer fonksiyonu üzerinde çalışılması zor bir transfer fonksiyonudur. Mertebesi bir tamsayı olmadığı gibi, rasyonel bile değildir. Yapısı ikinci mertebeden bir sisteme benzese de eşdeğer değildir. İkinci mertbeden sönümlü bir sistemin aksine, ω_n (aslında $2\omega_n$) gibi tek bir değişken ile ifade edilir. Ne sonlu sıfırları ne de sonlu kutupları vardır. Zaman-düzleminde birim basamak yanıtı herhangi bir frekans ile ifade edilemez.

Şekil 2.3'te sistemin bode diyagramı görülmektedir. Her ne kadar dalga özellikleri göz önünde bulundurulsa da, kontrolde geçici hal ve $G(j\omega)$ sürekli hal frekans yanıtı ilgi çeker.



Şekil 2.3 : G($j\omega$) 'in bode diyagramı, ω_n=1

$s=(j\omega)$ için $G(j\omega)$ yazılırsa **(2.13)** elde edilir.

$$G(j\omega)=1+\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2-j\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{2\omega_n}\right)^2} \qquad \textbf{(2.13)}$$

$\left(\frac{\omega}{2\omega_n}\right)^2<1$ ve $\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)<2$ için genliğin

$$|G(j\omega)|=\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\left(1-\left(\frac{\omega}{2\omega_n}\right)^2\right)=$$

$$=1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^4+\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2-\frac{1}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2=1$$

ve modülün $20\log|G(j\omega)|=0dB$ olduğu görülür.

Faz ifadesi $\angle G(j\omega)=-arctg\left(\dfrac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right)$

ω/ω_n 'in küçük değerleri için $\angle G(j\omega)\to 0$;

$\omega/\omega_n=2$ için $\angle G(j\omega)=-180°$;

$\omega/\omega_n>2$ için $|G(j\omega)|=\left|1-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\sqrt{\left(\frac{\omega}{2\omega_n}\right)^2-1}\right|=|\text{negatif}|$;

$\omega/\omega_n=2$ için $20\log|G(j\omega)|=1=0dB$ olur.

$\frac{\omega}{\omega_n}\to\infty$ için

$$20\log|G(j\omega)|=20\log\left|-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right|=20\log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2=-40dB/dek$$

eğime karşı düşer. Faz ise $\angle G(j\omega)=180°$ olur.

Görüldüğü gibi sistemin genliği, $2\omega_n$ kırılma frekansına kadar sabit 1 olarak kalır ve $2\omega_n$'den sonra eğimi değişerek sürekli azalır. Faz gecikmesi $2\omega_n$ frekansına kadar (-180°'ye) azalır, daha sonra bu değerde sabit kalır. Sistemin alçak geçiren filtre özelliği bizi şaşırtmaz. Belki ikinci mertebeye yakın bir davranış beklenebilir ama $2\lambda = -2\pi / \angle G(j\omega)$'i üstündeki sabit kazanç ve $2\omega_n$ frekansı ötesindeki sabit faz gecikmesi şaşırtıcıdır. Toplu parametreli model fiziksel boyutsuzdur. Ancak her kütle-yay birleşimi uzaklıkla ilişkilendirilirse bir dizi geleneksel dalga parametresi tanımlanabilir. Bu tür bir sistemde yayılan dalganın dalga boyu, faz gecikmesi cinsinden, boyutsuz olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\lambda = -2\pi / \angle G(j\omega)$$

Fizikte dalga boyu λ, dalga hızı c, dalga periyodu T olmak üzere $\lambda = cT$ şeklinde tanımlanır.

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega\lambda}{2\pi} = -\frac{\omega}{\angle G(j\omega)} \qquad \text{ya da} \qquad \frac{c}{\omega_n} = -\frac{\frac{\omega}{\omega_n}}{\angle G(j\omega)} \qquad \text{olarak yazılabilir.}$$

Düşük $\frac{\omega}{\omega_n}$ frekanslarında $\angle G(j\omega) = -\frac{\omega}{\omega_n}$ olduğuna göre $c = \frac{-\omega}{-\frac{\omega}{\omega_n}} = \omega_n$ sabit değeri elde edilir.

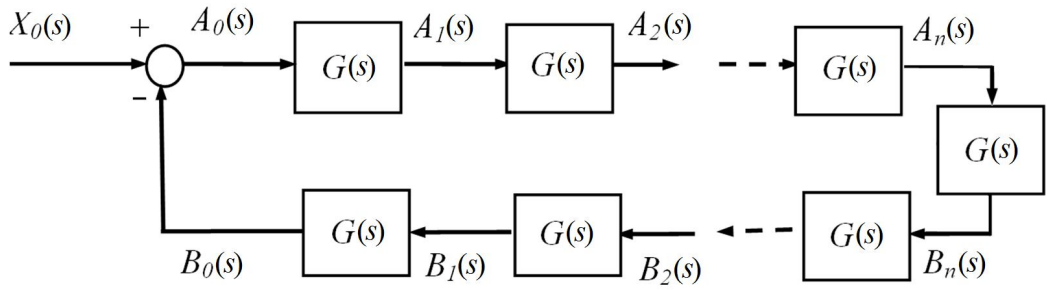
$\omega = 2\omega_n$ için $c = \frac{-2\omega_n}{-\pi} = \frac{2}{\pi}\omega_n$ elde edilir.

Yüksek frekanslarda $\omega \to \infty$ giderken $c = \frac{-\omega}{-\pi} = \frac{\omega}{\pi}$, dir.

Buna göre düşük frekanslarda kütle-yay sisteminde dalga sabit, ω_n'ye yakın hızlarda ilerler. Yüksek frekanslarda ise hız büyük oranda düşer. Başka bir deyişle dalganın düşük frekanslı bileşenleri çok aşamalı olarak yani yavaşça yayılır. Bu özellik birim kazançtan kaynaklanır. Lakin en azından $2\omega_n$ kırılma frekansına kadar dalga bileşeni, en sonunda yüksek frekanslı elemanların daha geç ulaşacağı bir noktaya ulaşır.

2.4 Sonlu Sistem Dinamiğinin Dalga Modeli

Gerçek sistem dinamiklerinin toplu parametreli olarak gösterilmesi fikri, kontrol blok diyagramlarının oluşturulmasında geçerli bir yöntemdir. Şekil 2.4'teki sistemin yeknesak bileşenlerden oluştuğu düşünülürse, sistemin dinamikleri şekil 2.4'teki gibi modellenir.



Şekil 2.4 : (n) serbestlik dereceli esnek bir sistemin dalga modeli

Şekilde görülen model örnek bir dalga modelidir. Üst kol, eyleyiciden esnek sisteme giren, sağa doğru hareketi; alt kol ise, esnek sistemden eyleyiciye hayali bir kütle üzerinden geri döndüğü varsayılan, sola doğru hareketi ifade eder. $X_i(s)$ kütle konum değişimleri, sistemin çıkışıdır ve süperpozisyon teoremi ile elde edilir. $A_i(s)$ giden dalga ve $B_i(s)$ dönen dalga olmak üzere konum değişimi

$$X_i(s) = A_i(s) + B_i(s) \tag{2.14}$$

zaman-düzleminde ise

$$x_i(t) = a_i(t) + b_i(t) \tag{2.15}$$

olarak elde edilir.

(2.12)'de, sola doğru giden dalga hareketi için transfer fonksiyonu $G_b(s)$ *olarak* verilmişti. Şekil 2.4'te, alt kolda $G(s)=G_a(s)$ olarak kullanılması bir problem teşkil etmez keza blok yönü ters çevrilerek kullanılır. Böylece ikinci terim, ters yönde giden ayrı bir sistem gibi modellenir, böylece DTF'nun tüm terimleri ileri doğru giden dalgalara dönüşür ve nedensel hale gelir.

Geleneksel blok diyagramlarında olduğu gibi, akış yönü (enerji, momentum ya da hareket) tek yönlüdür ve oklarla gösterilir. Bu şekilde ayrı ayrı türetilen transfer fonksiyonlarının birbirine ilişkilendirilmesi, yalnızca ardışık blokların birbirini karşılıklı dinamik yüklememesi halinde mümkündür. Her bir bileşenin tüm dinamik yüklemeleri, kendi transfer fonksiyonları içine yerleştirilir. Böylece geri besleme yolunun olmadığı durumda, her bir transfer fonksiyonu, blok diyagramında, onu takip eden kısımdan bağımsızdır. Şekil 2.4'deki gibi bir sistemde, transfer fonksiyonlarının birleştirilmesi, her bir bloğun tek yönlü olması ve dalganın asla geri dönen bileşenin olmaması durumlarında geçerlidir. Bu yarı sonsuz tek yönlü sistemde, dinamik yüklemeler, *G(s)* transfer fonksiyon blokları içine yerleştirilmiştir.

Her transfer fonksiyonunun tanımladığı geçici hal yanıtı öngörüldüğü gibi salınımlıdır ve sabit frekanstan oluşmaz. Şekil 2.2'deki gibi her bir transfer fonksiyonunun çıkışı, diğerinin girişidir, ve bu hareketin dağılımını ifade eder. Eğer sistem sonsuz bir kütle-yay dizisinden oluşsaydı, dalga modeli şekil 2.4'teki gibi geri beslemesiz (alt kol ya da toplama noktası bulunmayan) sonsuz sayıda ardışık $G(s)$ bloğundan oluşurdu. Sistemin sonlu olmasının sistem dinamiğine etkisi, geri beslemenin mevcut olması ve sınır koşullarının göz önünde bulundurulmasıdır.

2.5 Dalga Modelinin Sınır Koşulları

Öncelikle sol taraf sınır koşulları ele alınığında, eyleyicinin konum değişimi, $X_0(s)$, $A_0(s)$ ve $B_0(s)$ in toplamına eşittir.

$$A_0(s) = X_0(s) - B_0(s) \qquad \textbf{(2.16)}$$

Eyleyicinin bir öz kontrol devresi olduğu varsayılır, eyleyicinin konum değişimi $X_0(s)$'i, sistemin girişi olarak ele alırsak, **(2.16)**'dan da görüleceği üzere, sistem toplama noktasından şekil 2.4'ün sol tarafına doğru negatif bir geri besleme oluşturur.

Sağ taraf sınır koşullarının (salınım terminolojisinde "serbest" sınır koşuluna karşı düşecek şekilde) belirlenebilmesi için, giden dalga bileşeni $A_n(s)$'in, hangi dönen dalga bileşeni $B_n(s)$'i oluşturduğuna karar verilmelidir. Serbest sınır koşulunu tanımlayabilenin tek yolu; sistemin, n kütlesinin ötesine geçerek sonsuza doğru gittiğinin ve n kütlesine sağ taraftan her hangi bir yay kuvvetinin etki etmediğinin düşünülmesinden geçer. Sınır koşulları yerine, bir anlık, çevrimin her iki kolunun sağa doğru açıldığı düşünülür. Sıfır yay kuvvetine ulaşabilmek için, üst koldan giden dalganın hayali ve eşdeğer bir n+1 kütle üzerinden yansıyarak, alt kol üzerinde geri döndüğü varsayılır. Böylece,

$$A_{n+1} + B_{n+1} = A_n + B_n \qquad \textbf{(2.17)}$$

$A_{n+1} = GA_n$ ve $B_{n+1} = G^{-1}B_n$ olduğuna göre, bu iki ifade **(2.17)**'ye uygulanırsa

$$GA_n + G^{-1}B_n = A_n + B_n \qquad \textbf{(2.18)}$$

ya da şekil 2.4'teki blok diyagramının sonucunda olduğu gibi

$$B_n = GA_n \qquad \textbf{(2.19)}$$

bulunur ki bu da şekil 2.4'de dalganın sağa doğru giderken sonlanmasına karşılık gelir.

A_n'i, B_n'e bağlayan sınır koşulu ifadesi serbest bırakılır ve X_{n-1}/X_n transfer fonksiyonu, eşdeğer dalga değişkenleri ilişkisine eşitlenirse aynı ifade bulunur.

2.6 Dalga Modelinin Sınanarak Kanıtlanması

Şekil 2.4'te verilen model, şekil 2.1'deki dinamiği mükemmel şekilde ifade etmektedir. Bunun kanıtlanabilmesi için, şekil 2.4'ün kapsadığı bazı fonksiyonların, doğrudan türetilmiş olanlarla eşdeğerliği gösterilmelidir.

Herhangi iki kütlenin konumu arasındaki transfer fonksiyonu şekil 2.4'ten hemen hemen türetilebilmektedir. Eyleyicinin konumu

$$X_0 = A_0 + B_0 = A_0 + G^{2n+1}A_0 \qquad \textbf{(2.20)}$$

sınır kütle konumu

$$X_n = A_n + B_n = G_n A_0 + G^{n+1}A_0 \qquad \textbf{(2.21)}$$

olarak elde edilir. Böylece daha önceden tahmin edilmiş olan *n* kütleli bir sistemde, eyleyici ve sınır kütle arasındaki transfer fonksiyonu

$$J_n = \frac{x_n}{x_0} = G_n \frac{(1+G)}{\left(1+G^{2n+1}\right)} \qquad \textbf{(2.22)}$$

olarak ya da paydası paya bölünerek

$$J_n = \frac{G_n}{\left(1-G+G^2-G^3+....+G^{2n}\right)} \qquad \textbf{(2.23)}$$

şeklinde elde edilir.

J_n için elde edilen bu ifadenin, doğrudan türetilen transfer fonksiyonuna eşdeğer olduğu gösterilirse;

$a = 2+\left(s/\omega_n\right)$ kabul ile *s*-düzleminde *i* kütlesinin hareket denklemi, sonlu sistem içinde geçerli olan, **(2.3)** ifadesinde, $i<n$ için yazılırsa

$$X_i = \frac{1}{a}\left(X_{i-1} - 2X_i + X_{i+1}\right) \qquad \textbf{(2.24)}$$

ya da

$$X_{i-1} = aX_i - X_{i+1} \qquad \textbf{(2.25)}$$

olarak elde edilir. *n* kütleli bir sistemde son kütle için, $m\ddot{x}_n = k(x_{n-1} - x_n)$ diferansiyel denklemiyle, X_n ile X_{n-1} arasındaki transfer fonksiyonu

$$X_n = \left[\frac{1}{(a-1)}\right] X_{n-1} \qquad \textbf{(2.26)}$$

olarak elde edilir. Bu ifade, $m>0$ değerleri için tüm sınırlı sistemlerde geçerli olduğundan, tek kütleli bir sistem için

$$X_1 = \left[\frac{1}{(a-1)}\right] X_0 = \left[J_1\right] X_0 \qquad \textbf{(2.27)}$$

iki kütleli bir sistem için **(2.26)**'da $n=2$ ve **(2.25)**'te $i=1$ olarak alınırsa

$X_2 = \frac{1}{a-1} X_1$ ve $X_0 = aX_1 - X_2$ eşitliklerinden

$$X_2 = \left[\frac{1}{\left(a\left(a-1\right)-1\right)}\right] X_0 = \left[J_2\right] X_0 \qquad \textbf{(2.28)}$$

elde edilir.

Benzer şekilde üç kütleli bir sistem için **(2.26)**'da *n=3* ve **(2.25)**'te *i=2* olarak alınırsa

$$X_3 = \left[\frac{1}{\left(a\left(a\left(a-1\right)-1\right)-\left(a-1\right)\right)}\right] X_0 = \left[J_3\right] X_0 \qquad \textbf{(2.29)}$$

ya da

$$X_3 = \left[\frac{1}{\left(aj_2^{-1} - j_1^{-1}\right)}\right] X_0 = \left[J_3\right] X_0 \qquad \textbf{(2.30)}$$

bulunur. Sisteme daha fazla kütle eklenirse *i=n* için genel ifade

$$X_n = \left[\frac{1}{\left(a\left(j_{n-1}\right)^{-1} - \left(j_{n-2}\right)^{-1}\right)}\right] X_0 = \left[J_n\right] X_0 \qquad \textbf{(2.31)}$$

olarak elde edilir.

n yerine *n-1* ve *n-2* kullanarak, dalga temelli bir açıklama olan **(2.22)** ifadesi **(2.31)**'in ilk satırına uygulanırsa, *Jn* için ikinci satırda verdiği değer aynı olur. Böylece **(2.22)**'nin *n-1* ve *n-2* kütlelerine uygulanabilirliği gösterildiğinden her *n* kütlesi için de geçerli olduğu gösterilmiş olur. **(2.22)**'nin, *n=1* ve *n=2* için geçerli olması (ve hatta *n=0* ve *n=1* için) **(2.6)**'nın **(2.22)** ile yer değiştirebilmesini sağlar. Ayrıca **(2.22)**, tüm n'ler için geçerlidir. Benzer olarak, sistemin herhangi iki elemanı arasındaki transfer fonksiyonu, geleneksel olarak türetilenlerle aynıdır ve böylece dalga modeli, sürekli halde ve hareket anındaki tüm sistemlerin dinamiğini yeniden meydana getirebilir. Bu ifade matematiksel olarak açıklanarak kanıtlanırsa,

$$J_n = \frac{G^n\left(1+G\right)}{1+G^{2n+1}}$$

$$J_{n-1} = \frac{G^{n-1}\left(1+G\right)}{1+G^{2(n-1)+1}} = \frac{G^{n-1}\left(1+G\right)}{1+G^{2n-1}}$$

$$J_{n-2}=\frac{G^{n-2}\left(1+G\right)}{1+G^{2(n-2)+1}}=\frac{G^{n-2}\left(1+G\right)}{1+G^{2n-3}}$$

(2.31) gereği

$$J_n=\left[\frac{1}{aJ_{n-1}^{-1}-J_{n-2}^{-1}}\right]$$

ya da

$$\frac{a}{J_{n-1}}-\frac{1}{J_{n-2}}=\frac{1}{J_n}$$

$$\frac{a\left(1+G^{2n-1}\right)}{G^{(n-1)}\left(1+G\right)}-\frac{\left(1+G^{2n-3}\right)}{G^{(n-2)}\left(1+G\right)}=\frac{\left(1+G^{2n+1}\right)}{G^n\left(1+G\right)}$$

$$\frac{a\left(1+G^{2n-1}\right)G}{G^n}-\frac{\left(1+G^{2n-3}\right)G^2}{G^n}=\frac{\left(1+G^{2n+1}\right)}{G^n}$$

$$a\left(G+G^{2n}\right)-\left(G^2+G^{2n-1}\right)=1+G^{2n+1}$$

$$aG-G^2-1+G^{2n-1}\left(aG-G^2-1\right)=0$$

$$\left(aG-G^2-1\right)\left(1+G^{2n-1}\right)=0$$

Ancak **(2.4)** gereği

$$a-2=G^{-1}-2+G=\frac{1}{G}-2+G=\frac{G^2-2G+1}{G}$$

ya da

$G^2+1=(a-2)G+2G=aG$ dir. Burada birinci çarpan $\left(aG-aG\right)\equiv 0$ dır.

$J_0=1$

$J_1=\frac{G}{G^2+G-1}=\frac{G}{\left(G^2+1\right)-G}=\frac{G}{aG-G}=\frac{1}{a-1}$ dir.

3. DALGALARIN ÖLÇÜLMESİ

3.1 Eyleyici Ve Sistem Arasındaki Ara Yüzde Dalgaların Değerlendirilmesi

Sadece süperpozisyon prensibine uygun gerçek fiziksel dalga değişkenleri ölçülebilir. Dalga değişkenleri ölçüt olarak kavramsaldır. Benimsenen model vasıtasıyla dolaylı olarak tanımlanırlar. Dalga ölçümü, seçilen modelde, kaç kütlenin konum değişiminin ve kaç yay kuvvetinin gerçekte ölçülebildiği prensibine dayanır. Belirli bir noktadan geçen iki dalga bileşeninin belirlenebilmesi için, iki bağımsız ölçüm değeri gereklidir ve yeterlidir.

Kontrol yönünden bizi en fazla ilgilendiren, eyleyici ile esnek sistem arasındaki ara yüzdür. Bu ara yüz s-düzleminde şekil 2.4'te görülen A_0 ve B_0 dalga bileşenleridir. Bu bileşenleri tanımlayabilmek için gerekli iki ölçüm değerinden ilki eyleyicinin $x_0(t)$ kendi konumu ve diğeri de ilk kütlenin konumu $x_1(t)$'dir. Eğer sertlik katsayısı biliniyorsa, eşdeğer olarak, eyleyici tarafından ilk yaya uygulanan kuvvet, ikinci ölçülen değişken olarak alınabilir. Böylece eyleyici hareketinin bileşenleri **(2.17)** ve **(2.19)** denklemlerinden aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$X_0(s) = A_0(s) + B_0(s) \qquad \textbf{(3.1)}$$

$$X_1(s) = A_1(s) + B_1(s) = G(s)A_0(s) + G^{-1}(s)B_0(s) \qquad \textbf{(3.2)}$$

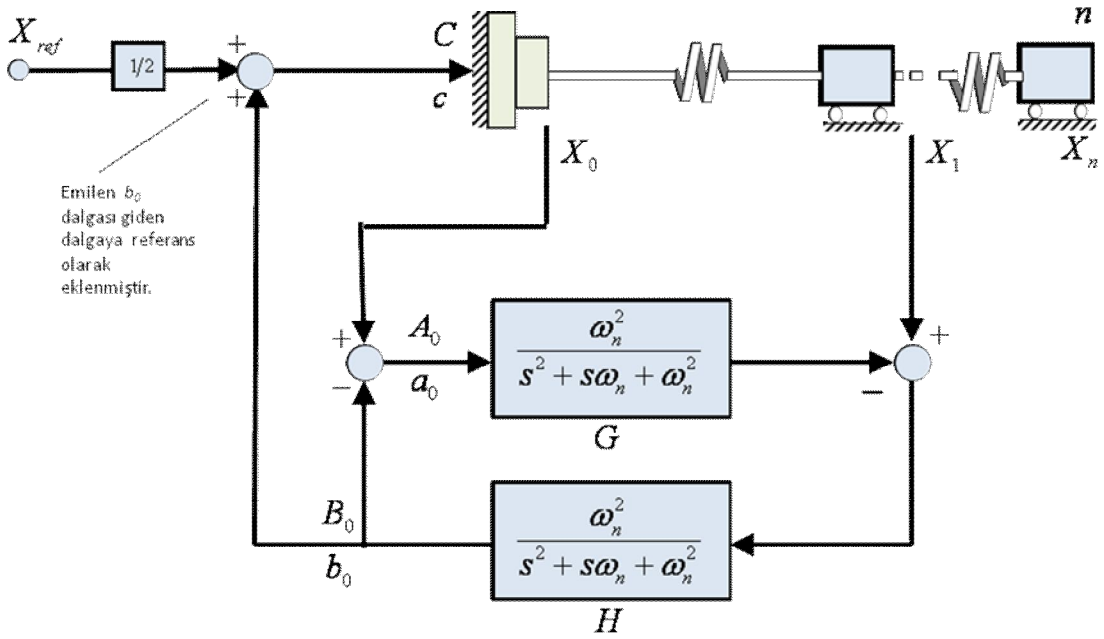
(3.2) ifadesi, G ile çarpılıp düzenlenirse $G(s)X_1(s) = G^2(s)A_0(s) + B_0(s)$ elde edilir. Buradan

$$B_0(s) = G(s)\big(X_1(s) - G(s)A_0(s)\big) \qquad \textbf{(3.3)}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade, **(3.1)**'de yerine konursa,

$$A_0(s) = X_0(s) - B_0(s) = X_0(s) - G(s)\big(X_1(s) - G(s)A_0(s)\big) \qquad \textbf{(3.4)}$$

elde edilir. Böylece $X_0(s)$ ve $X_1(s)$ giriş olarak kabul edilirse, $G(s)$ biliniyor ya da modellenebiliyorsa, $A_0(s)$ ve $B_0(s)$ bileşenleri **(3.3)** ve **(3.4)** ifadelerinden bulunabilir. $A_0(s)$ ve $B_0(s)$ bileşenleri, şekil 3.1'deki dalga temelli kontrolde, her iki G ifadesiyle birlikte sisteme uygulanır. Bu diyagramdaki G ifadeleri, **(3.5)** ifadesinde verilen iki eşdeğer ikinci mertebeden yaklaşık sistemin transfer fonksiyonudur.



Şekil 3.1 : Dalga temelli kontrol yaklaşımı

Şekil 3.1'e göre dalga bileşenlerinin belirlenmesinde iki ölçüm yeterlidir. Ancak dağılmış parametreli sistemlerin herhangi bir anına ilişkin iki ölçüm, toplu parametreli sistemlerde, belirsiz değerlere neden olur. Bu belirsiz değerler, en son ölçülen iki dalga transfer fonksiyonu ile elde edilir.

3.2 G(s)'in Yaklaştırılması

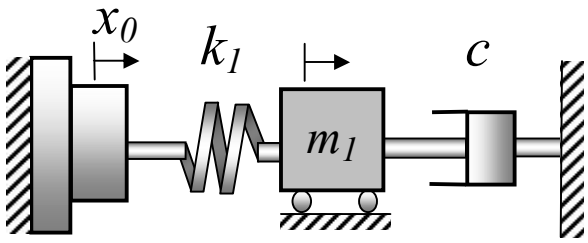
Kontrolde kullanılacak dalga transfer fonksiyonu, $G(s)$ değerlerinden ödün vermeden doğru bir şekilde elde edilip kullanılabilir. Ancak $G(s)$'in tamsayı olmamasından dolayı, kontrol uygulamasını zorlaştırır. Çünkü gerçek zamanlı değildir. Bu nedenle dalga transfer fonksiyonu, mevcut dalga transfer fonksiyonunun özelliklerine bağlı kalacak şekilde daha kesin ve kolay bir modele yaklaştırılır. Bu yaklaştırma neticesinde kullanılan DTF ile, kontrol iyi sonuç vermeye devam eder.

Şekil 2.1'de modellenen kütle-yay sisteminde, viskoz sürtünme, kütle ile sınırlandırılır. Giriş X_0 , çıkış ise X_1 olur. Bu durum hesaplama açısından güçlük meydana getirir. Kütle-yay dizisi ne kadar uzun olursa olsun, sürtünme katsayısı ne seçilirse seçilsin, bu değerlerden bağımsız olarak, X_1'de hep hatalı bir yansıma oluşmaktadır. Bu modelin geliştirilmesi için çeşitli yöntemler kullanılabilir ancak kontrol için mükemmeliyet gerekmez.

Dalga transfer fonksiyonunun en önemli özellikleri;

- Sürekli hal kısıtlamalarına neden olmayan, sönümlenen bir dalga hareketine neden olur.
- Sürekli hal kazancı bu süreç boyunca bir değerine eşittir.
- İlişkili faz gecikmesi ya da ilerlemesi; geçici hal davranışı yaklaşık olarak, aşırı sönümlü ve ikinci mertebeden bir sistemde olduğu gibidir.

Bu özelliklere bağlı kalınarak, tüm kütle-yay sistemi ya da *G(s)*, şekil 3.2'deki gibi yarı kritik sönümlü tek bir viskoz sönümleyici ile iyi bir şekilde ifade edilebilir.

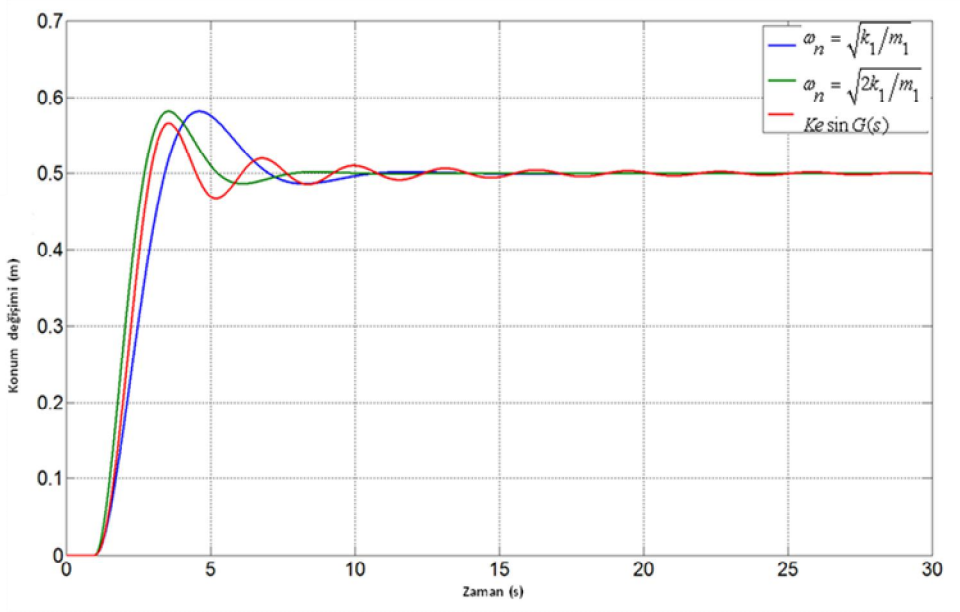


Şekil 3.2 : G(s)'in yaklaştırıldığı tek kütle-yay-sönümleyici modeli

Dolayısıyla DTF'ye en uygun yaklaştırma **(3.5)**'teki gibi elde edilir.

$$G(s) \approx \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n s + \omega_n^2} \qquad \textbf{(3.5)}$$

Burada $\omega_n = \sqrt{(k/m)}$ ya da zaman-düzleminde viskoz sürtünme katsayısı $c = \sqrt{(km)}$ olan kütle-yay sürtünmesi tarafından sağlanır.



Şekil 3.3 : G(s)'in kesin cevabı ile **(3.5)**'te verilen cevabının, birim basamak girişi için karşılaştırılması

Şekil 3.3'teki grafik; mevcut sistemin ve yaklaştırma işleminden sonra elde edilen **(3.5)** ifadesinin, birim basamak girişe olan cevaplarını karşılaştırır. Grafikten açıkça görüldüğü üzere, **(3.6)** ifadesi, **(3.7)** ifadesine göre sonsuz sisteme daha yakın bir dinamik cevap verir. Toplu parametre sayısı sonsuza ne kadar yakınsa, modelin gerçekliğe yakınlığı o kadar fazladır.

$$\omega_1 = \sqrt{(2k_1/m_1)} \qquad \textbf{(3.6)}$$

$$\omega_1 = \sqrt{(k_1/m_1)} \qquad \textbf{(3.7)}$$

4. KONTROL

4.1 Dalga Temelli Kontrol Stratejisi

Esnek sistemlerin noktadan noktaya hareketinde, kesin bir yer değiştirme bilgisine ve aktif salınımın sönümlenmesi komutuna ihtiyaç vardır. Başka bir deyişle, sistem aktif olarak salınımı giderdikten sonra durağan konumuna geçtiğinde kesin olarak konumunda olmalıdır, çünkü sonradan yapılacak bir konum düzeltme de salınım oluşturur.

Şekil 2.4'te verilen model gereği, eyleyici, hem hedeflenenin yarısına denk gelecek şekilde bir yer değiştirme (A_0) oluşturmalı ve bu durumu koruyacak şekilde hareket etmeli, hem de dönen dalgayı (B_0) sönümleyecek şekilde hareket etmelidir. Tüm DTF'lerin sürekli hal kazancı bire eşittir ve hepsi enerji soğurma özelliğine sahiptir. Bundan dolayı B_0, A_0 ile elde edilen konum değiştirmenin yarısı kadar bir miktarda konum değiştirerek durur. Başka bir deyişle, sistemin dinlenme durumuna geçtiği yer, $A_i = B_i = ½\ X_{hedef}$ olarak ifade edilebilir. Dolayısıyla $X_i = A_i + B_i = X_{hedef}$ olarak elde edilir. Bu eşitlikler dalga temelli kontolün özünü oluşturur. Dalga modelinde, eyleyici negatif bir toplama noktası olarak kavramsal bir modelleme olarak gösterilir. Eyleyici hareketli olduğu düşünülür. Eğer B_0 bileşeninin hareketi bir kontrolör tarafından ölçülür ve gerçek eyleyicinin hareketine eklenirse, kuramsal olarak negatif geri besleme iptal edilmiş olur. Bu da kuramsal geri besleme çevriminin açık olması ve çevriminin bozulması anlamına gelir. Başlangıçta A_0 dalga bileşeni, şekil 2.4'teki dalga sistemine girer, çevrimden geçer ve bu da aktif dalganın soğrulmasına sebep olur. Dalganın eyleyici tarafından başlatılması, bu soğrulma esnasında değişebilir. A_0 durgun hale geçtiğinde (B_0 artmaya devam ederken) bu sabit A_0 değeri, tüm sistemden geçer ve eyleyici boyunca dışarı çıkar. Böyle bir durumda A_0 sistemi, bu sürekli hal A_0 değerinin iki katı kadar bir değerde durağan hale geçer.

Şekil 3.1'de pratik bir uygulama gösterilmiştir. Referans girişi X_{ref} bir basamak, bir rampa veya aslında herhangi bir konum değiştirme sonucunda zaman içinde istenen yeni konumda sabit hale gelen bir dalga olabilir. Eyleyiciye girilen giriş işareti, istenen dalga formunun yarısı kadarına dönüşebilir, bu da ideal eyleyici için X_0'ın A_0 başlangıç bileşenini oluşturur. Bu eklenen ölçülmüş soğrulma bileşeni B_0, **(3.3)**'ün **(3.5)**'te kullanılarak, G için yeni bir yaklaşım oluşturulması sırasında elde edilir. Böylece C için olan kontrol yasası yani eyleyiciye girilen konum girişi **(4.1)**'deki gibidir.

$$C = \frac{1}{2} X_{ref} + B_0 \qquad \textbf{(4.1)}$$

B_0, **(3.3)**'te tanımlandığı ve şekil 3.1'de gösterildiği gibi ideal eyleyici için, $C = X_0$ olmak üzere **(4.2)** olarak elde edilir.

$$C = \frac{1}{2} X_{ref} + B_0 \qquad \textbf{(4.2)}$$

Bu kontrolör, ideal olmayan eyleyiciler için uygun olduğu gibi; aynı anda birden çok algılayıcısı ve alt kontrolörleri ile, sürekli hal hatası sıfırlanarak standart eyleyici haline getirilebilen eyleyiciler için de uygundur.

4.2 Kontrolörün İşlevi

Kontrolörün etkinliğini değerlendirebilmek için öncelikle, X_{ref} hedefi uygulandıktan sonra oluşan sürekli hal koşulunu incelemek gerekir. Sürekli halde, şekil 3.1'deki tüm sistem konumları birbirine eşitlenir. $t \to \infty$ ya da $s \to 0$ için,

$$X_n = X_1 = X_0 = C = \frac{1}{2} X_{ref} + B_0 \qquad \textbf{(4.3)}$$

yazılabilir. Ayrıca, G'yi ifade eden iki iki transfer fonksiyon bloğu, birime eşit olduğundan **(3.3)** ifadesinden **(4.4)** elde edilir.

$$B_0 = X_1 - A_0 = X_0 - A_0 \qquad \textbf{(4.4)}$$

(4.2) ve **(4.3)** ilişkilendirildiğinde, sürekli halde geçerli olmak üzere **(4.5)** elde edilir.

$$A_0 = \frac{1}{2} X_{ref} \qquad \textbf{(4.5)}$$

Başka bir deyişle, şekil 3.1'deki kontrol sisteminde, sistemi hedefe götüren şekil 2.4'teki A_0 dalgası, sürekli halde ½ X_{ref} değerine eşittir. Ayrıca şekil 2.4'teki çevrim boyunca sürekli hal kazancı birime eşdeğer olduğundan, B_0'ın son değeri de A_0 = ½ X_{ref} değerine eşittir. Buna göre **(4.3)** ifadesi nedeniyle, eğer sistem sürekli hale geçerse, $X_n = X_{ref}$ ilişkisinin de sağlanması gerekir.

Diğer taraftan, X_{ref} bir kez hedefe ulaştığında, kontrol kuralındaki B_0 geri besleme bileşeni nedeniyle, sistem kesinlikle hızlı bir şekilde durağan hale gelir. Eyleyici hareketinin B_0 bileşeni, X_{ref} hedefe ulaşsa da ulaşmasa da, geri dönen dalga salınım hareketi sönümlense ya da etkinliğini sürdürmeye devam etse de, çok etkili bir sönümlendirici olarak davranır.

Özet olarak, X_{ref} hedefe bir anlık sıçrasa ya da belirli bir zamanda belirli bir yörünge izlese de, sistem küçük bir gecikmeyle hedefe yerleşmek zorunluluğundadır. Basamak şeklinde bir girişte, söndürme işlemi başlamadan, sistem hedefe varmış olur. Genelde, yönlendirme ve sönümleme işlemlerinin aynı anda başlamasından dolayı, X_{ref} hedefe ulaştığında, daha az bir geçiş salınımı oluşur ve geriye sönümlenmesi gereken daha az bir salınım kalır. Eğer eyleyicinin başlangıçtaki referans giriş bileşeni, esnek sistemi *iten* bir işaret olarak yorumlanırsa, pozitif besleme kaynaklı B_0 bileşeni de salınımları söndürecek şekilde eyleyiciyi tam zamanında *çeken* bir işaret olarak yorumlanabilir. Sonuç olarak, toplam *itme* ve *çekme* miktarları birbirini dengeler.

Tüm bu işlemler, sistem uzunluğundan bağımsızdır. Aynı kontrolör, hiç bir değişiklik gerektirmeden, n serbestlik dereceli sistem için de son derece iyi çalışır. Sadece dalga modeli düşünüldüğünde, büyük n değerine sahip sistemlerde B_0'ın geri dönmesi daha uzun zaman alır. Ancak kontrol yasası **(4.1)** ve sonuçları aynı kalmaya devam eder.

4.3 G(s)'in, Hata Ve Eyleyici Dinamiği Sınırlandırmalarına Karşı Dayanıklığı

Sayısal ve deneysel testlerden, G'nin **(3.5)**'teki ifadeye yaklaştırılarak kullanılması, sistemde çok az bir başarım azalmasına neden olur. Ayrıca band genişliğinin esnek sistemdeki en yüksek frekanstan biraz daha yüksek ve sürekli hal hatasının sıfır olduğu durumlarda, kontrolörün, eyleyici sınırlandırmalarına karşı çok dayanıklı olduğu görülür.

Eğer G'nin yakınlaştırılması sonucunda, B_0'ın tahmini hatalı ya da eyleyici dinamiği nedeniyle salınım tam olarak giderilmemiş ise, bu durum geri besleme çevriminin tam olarak açılamadığı anlamına gelir. Ancak bu durumda geri dönen dalganın sönümlendirilememiş kısmı, A_0'ın bir parçası olarak sistemdeki çevrimine devam eder ve eyleyicinin bir sonraki sönümlendirme işleminde etkili olur. Her seferinde geri dönen hareketin oranı birime yaklaştığı sürece sönümleme işlemi hızlı bir şekilde sonuçlanır. **(4.5)** eşitliği hala geçerlidir, sürekli kalıcı hal hatası hala sıfırdır, hedefe ulaşma zamanı çok az değişir ve doğacak tek sonuç hala çok kısa olacak yerleşme zamanındaki kısa süreli değişimdir.

Dalga modeli B_0'ın soğrulmasının eyleyici mekaniğinde büyük değişiklikler yapmamasının nedeni, B_0'ın genel olarak, A_0'ın brüt yer değiştirmesine ya da başka bi deyişle $½X_{ref}$ değerine eşitliği ile açıklanır. Eyleyici başlangıç giriş dalgasını kendi gönderdiği için, B_0'ın frekansı, eyleyicinin band genişliğinin ötesine genişletilemez. Ayrıca, başlangıç dalgası, eyleyiciye B_0 olarak geri dönmeden önce, DTF'ler zincirinde filtrelenir (şekil 2.4).

G ve DTF'lerin (özellikle birim sürekli hal kazancının) genel özellikleri yanında, dinamik doğrulukları üzerinde de durulmalıdır. Yayların üst üste gelme durumu yalnızca kontrol açısından değerlendirildiğinde, **(3.3)** ifadesinde gösterildiği üzere, yalnızca ilk yayda iyi bir durumdur. Bu nedenle geri kalan yaylar doğrusal olmayabilir ve çevrim boyunca sürekli hal kazançları göz önünde tutularak, ilk ve son sürekli hal kuvvetlerinin eşit olduğu söylenebilir. Böylece sistem kısmen özel bir tür geri besleme kullanarak kendini düzeltir. Geri dönen dalga B_0, belirli sınırlar dahilinde, doğru düzgün ölçülememiş ve tanımlanamamış olsa bile, konum ve salınım kontrolünün yapılabilmesi için gerekli olan bilgileri, kontrolöre, doğru ve hızlı bir biçimde iletir.

4.4 Dalga Temelli Kontrol Yönteminin Özellikleri

Tüm bu incelemeler ışığında, kontrol sisteminin özellikleri aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- Kontrolör, sistemi hızlı ve hatasız bir şekilde hedefe yöneltir. Bu sırada küçük bir salınım oluşur. Kararlı hal yanıtı, kısa sürede yerleşir. Eğer eyleyiciden kaynaklanmaz ise, bir sürekli hal hatası oluşmaz.

- Kontrolör tasarlanırken sistem hakkında çok az bilgiye ihtiyaç duyulur.
- Sadece DTF'lerin ve *G(s)*'in gerçekleşmesi isetenen değerlerini modellemek gerekir. Bunların bile tam olarak modellenmesine ihtiyaç duyulmaz. Son ince ayarlar, ω_n seçimine bağlı olarak yapılabilir.
- Kontrol sistemi, gerçekçi eyleyicinin gerçekçi sınırlandırmalarına, esnek sistemin uzunluğuna ve taşıma kapasitesindeki değişimlere karşı dayanıklıdır.
- Ayrıntılar ve eyleyici alt kontrolörünün varlığı dalga temelli kontrolörü etkilemez.
- Eyleyici kontrolü için gerekli olan algılayıcı dışında sadece bir algılayıcıya ihtiyaç duyulur. Tüm algılama işlemleri, eyleyicide ya da hemen yakınında gerçekleştirilir.
- Kontrol sisteminin yapısı basit, hesap yükü düşüktür.

Bazı farklı kontrol yöntemleri ile karşılaştırıldığında öne çıkan genel özellikler;

- Kayan kipli kontrol yönteminde olduğu gibi gerçeğe uygun olmayan eyleyici hareketleri bulunmaz.
- Bang-bag kontrol yöntemindekine benzer şekilde, gerekli hassas konum değişimiyle ilgili zamanlama sorunu yaşanmaz.
- Modal kontrol yöntemindeki gibi, giriş işaretlerinin biçimlendirilmesini gerektiren tasarımlara ya da mod değişim devrelerine ihtiyaç duymaz.

Dalga temelli kontrol, diğer kontrol yöntemlerinin büyük çabalarla gerçekleştirmeye çalıştığı husuları basit bir şekilde kendiliğinden gerçekleştirir. Örneğin, kontrolörün görünür mertebesi gerçek sistemin mertebesiyle uyum sağlar. Sistemin kutupları, sayı ve yerleri belirlenmeye gerek kalmadan silinir. **(2.22)** ve **(2.23)** ifadelerinde verilen sistem transfer fonksiyonunda *n* adet kutup bulunurken, şekil 2.4'teki çevrimin açılması sonucunda, sistem, aralarında hiç kutup bulunmayan *2n+1* adet DTF dizisine dönüşür. Sadece iki tane *G* terimi içeren düşük mertebeden bir kontrolör, *n* adet kutbu sildiği gibi, silme işlemi tam olarak gerçekleşmese bile, dayanıklı ve yeterince etkin bir sistemin oluşmasını sağlar.

5. ÖRNEK SONUÇLAR

Bu bölümde, dalga temelli kontrolörün, farklı sistemler karşısındaki davranışı karşılaştırmalı olarak incelenir. Karşılaştırma işleminin gerçekleştirilmesi için gerekli, esnek bir kol deney düzeneği ya da çok serbestlik dereceli bir manipülatör bulunmadığından, benzetim tekniği kullanılır. Kontrol edilecek esnek sistemin transfer fonksiyonu elde edilirken, öncelikle sistemin gerçeğe uygun olarak modellenmesi gerekir. Burada esnek sistem, tek boyutlu yeknesak bir kütle-yay dizisi şeklinde, toplu parametreli olarak modellenir. Esnek sistemin, durum-uzay denklemlerinin yazılabilmesi için, her bir eleman diğerlerinden bağımsız olarak düşünülür ve kuvvet-konum ilişkileri yazılır. Elde edilen bu denklemlere süperposizyon yöntemi uygulanır.

5.1 Esnek Bir Kolun Farklı Sayıda Toplu Parametreyle Gösterilmesi Durumunda Kontrolörün Davranışı

Bu bölümde, esnek bir sistem, farklı sayıda toplu parametre ile modellenir. Bu farklı modeller karşısında, dalga temelli kontrolörün davranışı karşılaştırmalı olarak incelenir.

Esnek kol;

m : kolun toplam kütlesi,

k: sertlik katsayısı ya da esneklik,

n: serbestlik derecesi ya da yay sayısı,

olmak üzere, seri bağlanmış kütle-yay dizisi şeklinde modellenir. Bu modelleme yönteminde, kütle ve yayların yeknesak olduğu düşünülür.

Yeknesak, seri bağlı, kütle-yay dizilerinde, **(5.1)** ve **(5.2)** bağıntıları geçerlidir.

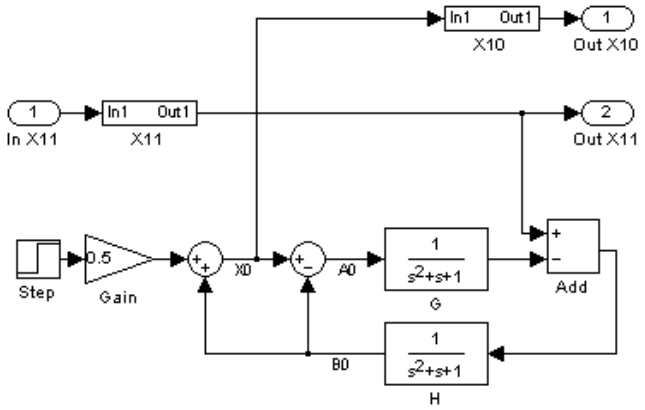
$$m_n = \frac{m}{n} \tag{5.1}$$

$$k_n = nk \tag{5.2}$$

Bu bölümde, toplam kütlesi m=210kg, sertliği k=1N/m olan esnek bir kol; sırasıyla 1, 3, 5, 7, 10 serbestlik derecelerine göre modellenir.

5.1.1 Dalga temelli kontrolörün modeli

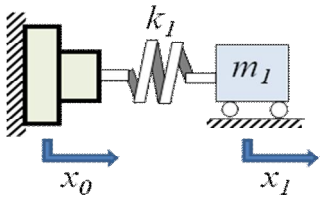
Şekil 5.1'de dalga temelli kontrol için hazırlanan simulink modeli görülür.



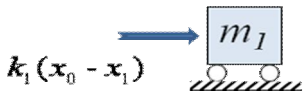
Şekil 5.1 : Dalga temelli kontrolörün simulink modeli

5.1.2 Esnek kolun 1-serbestlik dereceli modeli

Şekil 5.2'de esnek kolun 1-serbestlik dereceli modeli görülür.



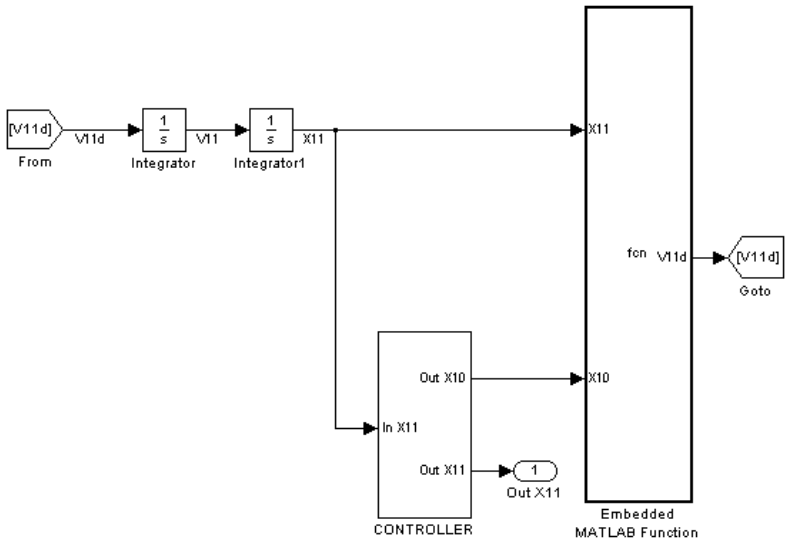
Şekil 5.2 : Esnek kolun 1-serbestlik dereceli modeli



Şekil 5.3 : 1-serbestlik dereceli modelde etkili olan kuvvetler

$$k_1(x_0 - x_1) = m_1\ddot{x}_1 \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_1 = -\frac{k_1}{m_1}x_1 + \frac{k_1}{m_1}x_0 \qquad \textbf{(5.3)}$$

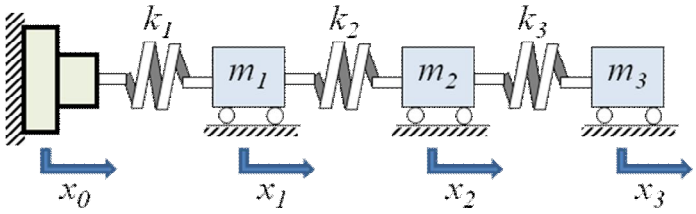
Simulink modelinde, m_1= 210kg, k_1= 1N/m olarak alınır.



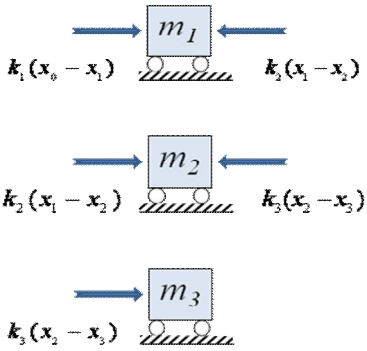
Şekil 5.4 : Esnek kolun 1-serbestlik dereceli simulink modeli

5.1.3 Esnek kolun 3-serbestlik dereceli modeli

Şekil 5.5'te esnek kolun 3-serbestlik dereceli modeli görülür.



Şekil 5.5 : Esnek kolun 3-serbestlik dereceli modeli



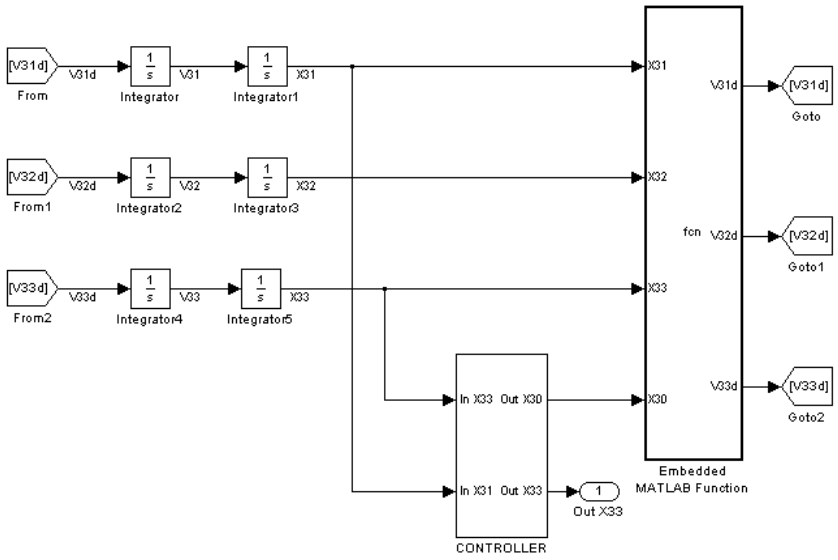
Şekil 5.6 : 3-serbestlik dereceli modelde etkili olan kuvvetler

$$k_1(x_0 - x_1) - k_2(x_1 - x_2) = m_1\ddot{x}_1 \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_1 = \frac{(-k_1 - k_2)}{m_1}x_1 + \frac{k_2}{m_1}x_2 + \frac{k_1}{m_1}x_0 \qquad \textbf{(5.4)}$$

$$k_2(x_1 - x_2) - k_3(x_2 - x_3) = m_2\ddot{x}_2 \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_2 = \frac{k_2}{m_2}x_1 + \frac{(-k_2 - k_3)}{m_2}x_2 + \frac{k_3}{m_2}x_3 \qquad \textbf{(5.5)}$$

$$k_3(x_2 - x_3) = m_3\ddot{x}_3 \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_3 = \frac{k_3}{m_3}x_2 + \frac{(-k_3)}{m_3}x_3 \qquad \textbf{(5.6)}$$

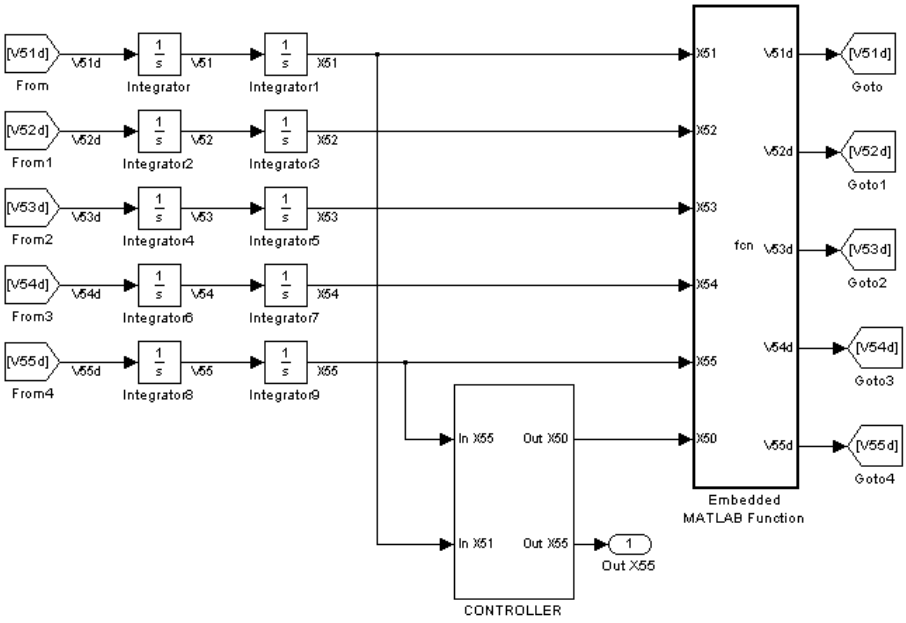
Simulink modelinde, $m_1 = m_2 = m_3 = 70$kg, $k_1 = k_2 = k_3 = 3$N/m olarak alınır.



Şekil 5.7 : Esnek kolun 3-serbestlik dereceli simulink modeli

5.1.4 Esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli

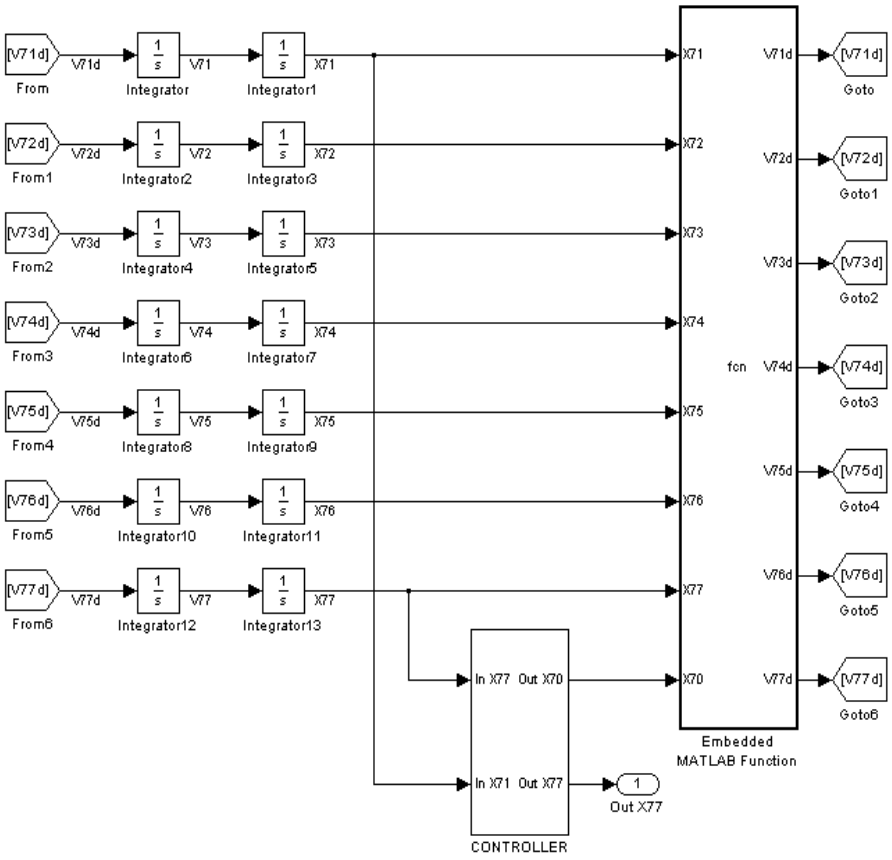
Benzer şekilde, esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 42$kg, $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 5$N/m olarak alınır.



Şekil 5.8 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli simulink modeli

5.1.5 Esnek kolun 7-serbestlik dereceli modeli

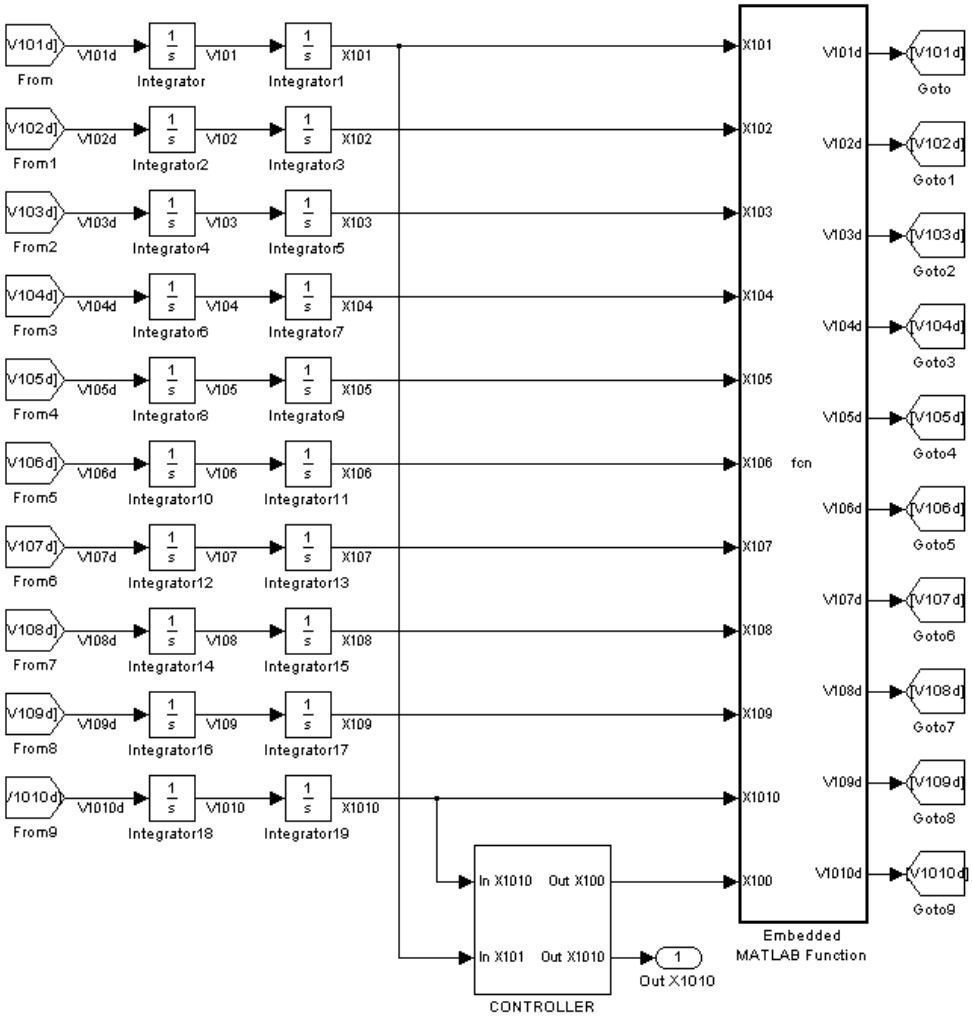
Benzer şekilde, esnek kolun 7-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = m_7 = 30$kg, $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = 7$N/m olarak alınır.



Şekil 5.9 : Esnek kolun 7-serbestlik dereceli simulink modeli

5.1.6 Esnek kolun 10-serbestlik dereceli modeli

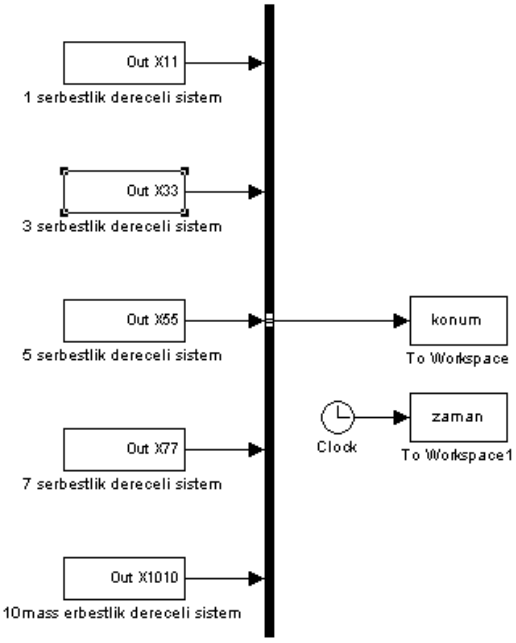
Benzer şekilde, esnek kolun 10-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = m_7 = m_8 = m_9 = m_{10} = 21$kg, $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = k_8 = k_9 = k_{10} = 10$N/m olarak alınır.



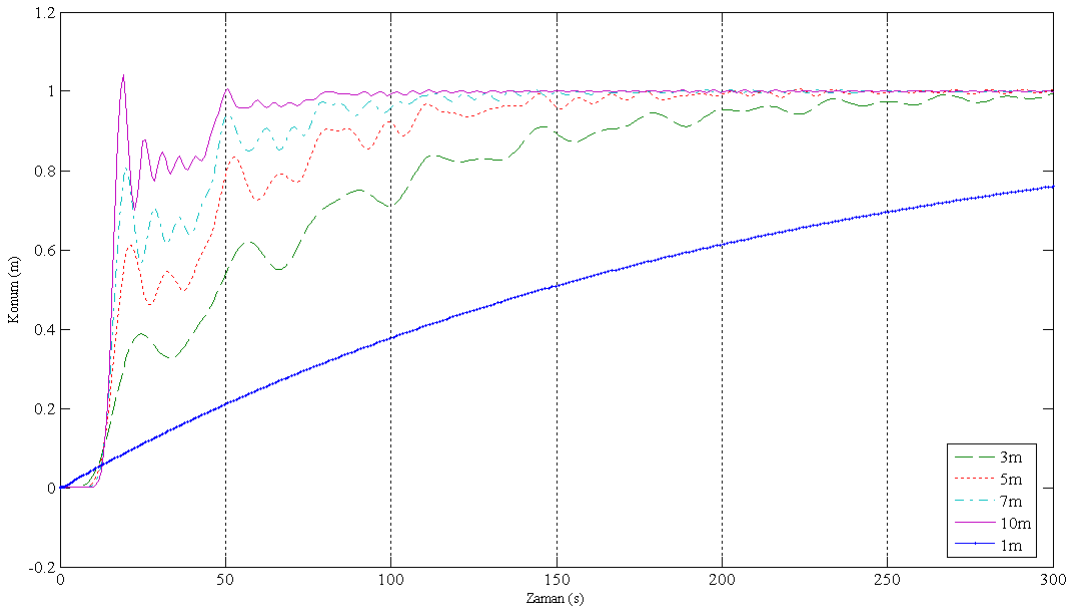
Şekil 5.10 : Esnek kolun 10-serbestlik dereceli simulink modeli

5.1.7 Farklı serbestlik dereceli modellerin birbiriyle karşılaştırılması

Bu bölümde, aynı esnek kol için oluşturulan 1, 3, 5, 7, 10 serbestlik dereceli modeller, aynı simulink modeli üzerinde birbiriyle karşılaştırılır.



Şekil 5.11 : Farklı serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli



Şekil 5.12 : Farklı serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları

Şekil 5.12'de, esnek bir kolun, farklı adetlerdeki kütle-yay bileşenli (farklı serbestlik dereceli) modellerinin, birim basamak fonksiyonuna cevapları görülür. 1-serbestlik dereceli modelde esnek kolun yerleşme zamanı çok uzundur. Aşım bulunmamaktadır. 10-serbestlik dereceli modelde ise, aşım bulunmakta ve sistem en az salınımla istenen konuma yerleşmektedir. Esnek sistemlerin, toplu parametreli olarak modellenmesinde, ideale yakın gerçek sisteme, kütle-yay sayısı sonsuza giderken ulaşılır. Esnek sistem, ne kadar küçük parçalar ile modellenirse, dalga temelli kontrolörün, sistemi hedef konuma götürmesi ve aktif salınımı sönümlemesi o derece hızlı olur.

Çizelge 5.1 : Farklı serbestlik dereceli modellerin, birim basamak cevaplarının karşılaştırılması

	Gecikme zamanı (t_d)	**Yükselme zamanı (t_r)**	**Yerleşme zamanı (t_s)**	**Aşım**	**En yüksek aşımın meydana geldiği an (t_{mak})**
1-serbestlik dereceli model	146,7s	486-23=463s	2000s	%0	yok
3-serbestlik dereceli model	48s	163-13=149s	226,6s	%3	479s
5-serbestlik dereceli model	38s	79-13=66s	129s	%6	223,30s
7-serbestlik dereceli model	17s	69-13=56s	99,74s	%6	143,60s
10-serbestlik dereceli model	16s	17,8-13,8=4s	48,93s	%42	19,08s

5.2 Esnek Bir Koldaki, Son Kütlenin (Yükün) Değişmesi Durumunda Dalga Temelli Kontrolörün Davranışı

Bu bölümde, dalga temelli kontrolör ile kontrol edilen esnek bir kolun, farklı ağırlıktaki yükler karşısındaki davranışı karşılaştırmalı olarak incelenir.

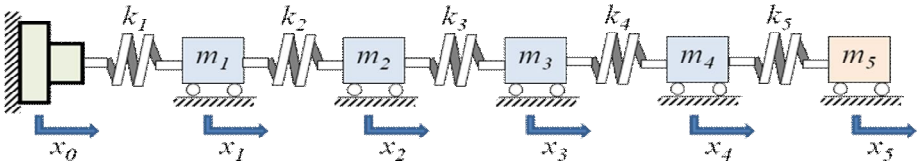
Esnek kol;

m: kolun toplam kütlesi (m= 200kg),

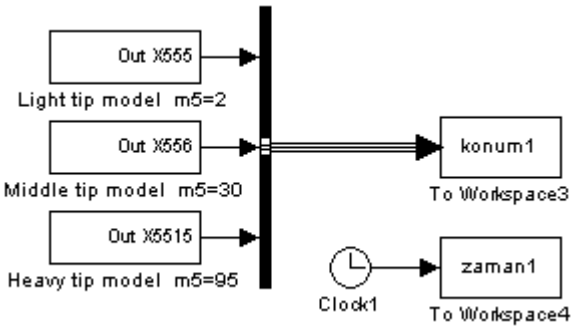
m_5*:* değişken son kütle (hafif yük= 2kg, orta ağırlıkta yük= 30kg, ağır yük= 95kg),

k: sertlik katsayısı ya da esneklik (k=1N/m)

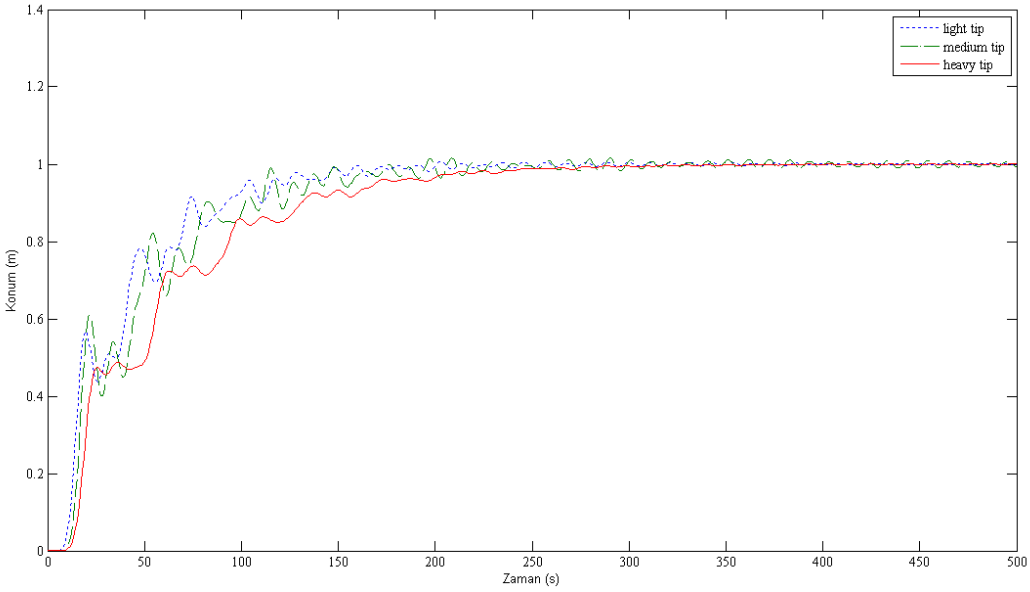
olmak üzere, esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, m_1= m_2= m_3= m_4= 50kg, k_1= k_2= k_3= k_4= k_5=5N/m olarak alınır.



Şekil 5.13 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli



Şekil 5.14 : Farklı yüke göre, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli



Şekil 5.15 : Farklı yüke göre, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları

Şekil 5.15'te, esnek bir kolun, 5-serbestlik dereceli modelinin, son kütle değişimine gore davranışı görülür. En hafif ve en ağır yük için herhangi bir aşım oluşmamaktadır. Yük değeri arttıkça, kontrolör salınımı sönümlemekte, ancak yerleşme zamanında artış olmaktadır. Son kütle, yeknesak diğer kütlelerin değerine yaklaştıkça, aşım oluşmakta, salınım azalmaktadır.

Çizelge 5.2 : Farklı yüke göre, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevaplarının karşılaştırılması

	Gecikme zamanı (t_d)	**Yükselme zamanı (t_r)**	**Yerleşme zamanı (t_s)**	**Aşım**	**En yüksek aşımın meydana geldiği an (t_{mak})**
Hafif yük (2kg)	30,69s	72,82-11,66= 61,16s	124,20s	%0	Yok
Orta yük (30kg)	31,92s	82,15-13,97= 68,18s	157,90s	%1,6	208,40s
Ağır yük (95kg)	51,57s	131-15,72= 115,28s	169,30s	%0	yok

5.3 Esnek Bir Kolun, Farklı Değerdeki Yay Sabitleri İle Modellenmesi Durumunda Kontrolörün Davranışı

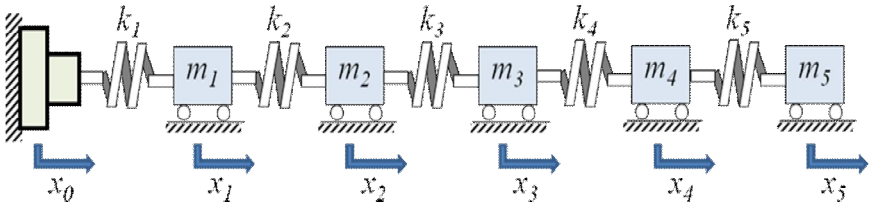
Bu bölümde, dalga temelli kontrolör ile kontrol edilen esnek bir kolun, farklı değerde yay sabitleri karşısındaki davranışı karşılaştırmalı olarak incelenir.

Esnek kol;

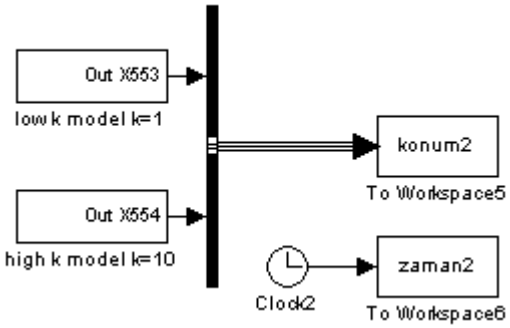
m: kolun toplam kütlesi (m= 200kg),

k: sertlik katsayısı ya da esneklik (düşük sertlik k=1N/m , yüksek sertlik k=10N/m)

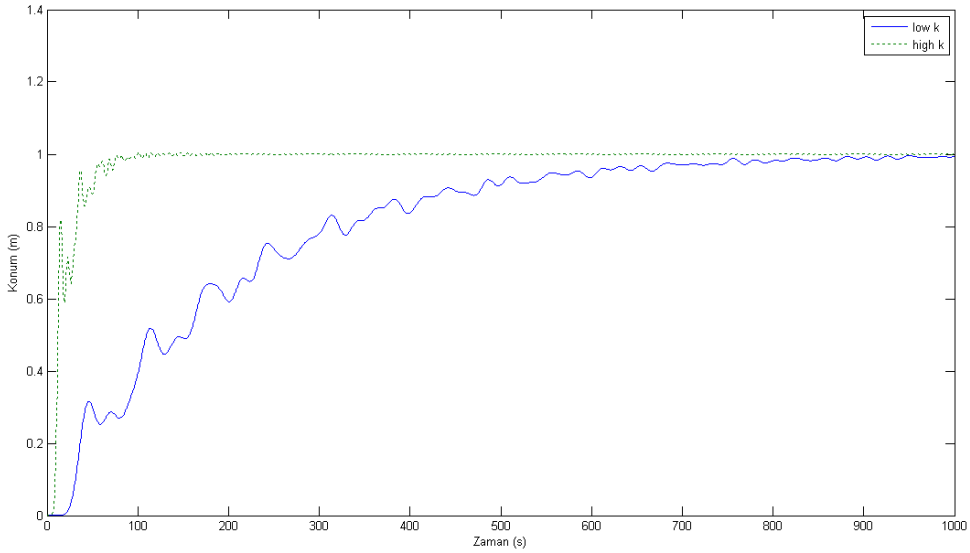
olmak üzere, esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, m_1= m_2= m_3= m_4= m_5= 40kg olarak alınır.



Şekil 5.16 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli



Şekil 5.17 : Farklı yay sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli



Şekil 5.18 : Farklı yay sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları

Şekil 5.18'de, esnek bir kolun, 5-serbestlik dereceli modelinin, farklı değerdeki yay sabitlarine göre davranışı görülür. Düşük sertlikteki yay sabiti ile modellenen sistem daha hızlı şekilde ve daha az salınım ile hedef konuma yerleşir. Yüksek sertlikteki yay sabiti ile modellenen sistemde salınımlar daha uzun sürer ve sistemin hedef konuma yerleşmesi daha uzun zaman alır. Sistemin esnekliği arttıkça, dalga temelli kontrolörün etkinliği artar.

Çizelge 5.3 : Farklı yay sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevaplarının karşılaştırılması

	Gecikme zamanı (t_d)	**Yükselme zamanı (t_r)**	**Yerleşme zamanı (t_s)**	**Aşım**	**En yüksek aşımın meydana geldiği an (t_{mak})**
Düşük sertlik (k= 1N/m)	12,90s	34,97-8,85= 26,12s	66,56s	%0,6	100,9s
Yüksek sertlik (k= 10N/m)	109,7s	477,1-31,29= 445,81s	606,20s	%0	yok

5.4 Esnek Bir Kolun, Farklı Değerdeki Sönüm Sabitleri İle Modellenmesi Durumunda Kontrolörün Davranışı

Bu bölümde, dalga temelli kontrolör ile kontrol edilen esnek bir kolun, farklı değerde sönüm sabitleri karşısındaki davranışı karşılaştırmalı olarak incelenir.

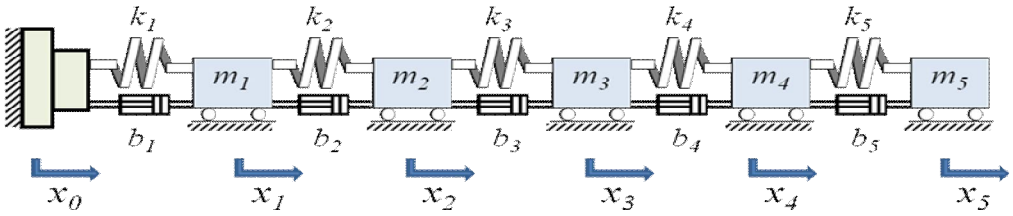
Esnek kol;

m: kolun toplam kütlesi (m= 50kg),

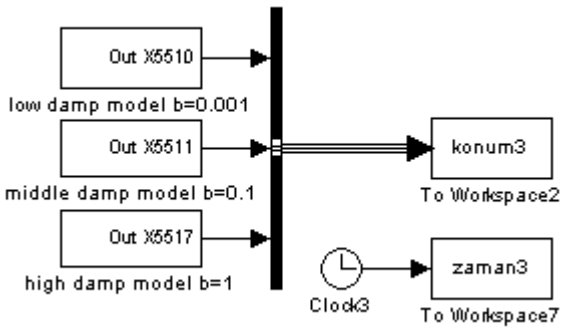
k: sertlik katsayısı ya da esneklik (k=1N/m)

b: sönüm sabiti (düşük sönüm sabiti b=0.001 , orta değerdeki sönüm sabiti b=0.1 yüksek sönüm sabiti b=1)

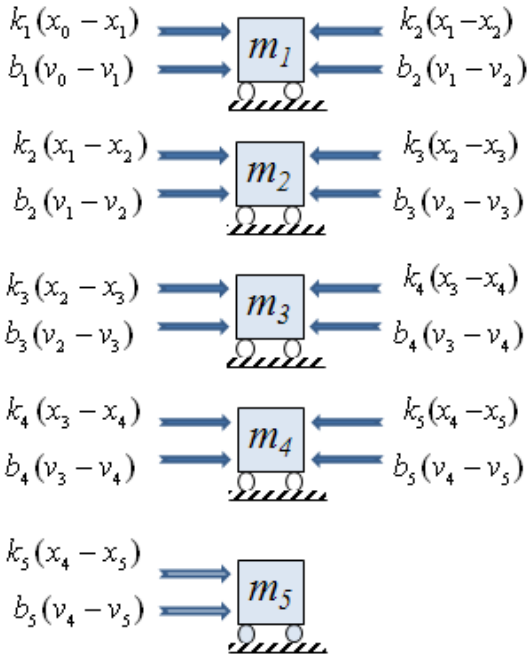
olmak üzere, esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, m_1= m_2= m_3= m_4= m_5= 10kg , k_1= k_2= k_3= k_4= k_5=5N/m olarak alınır.



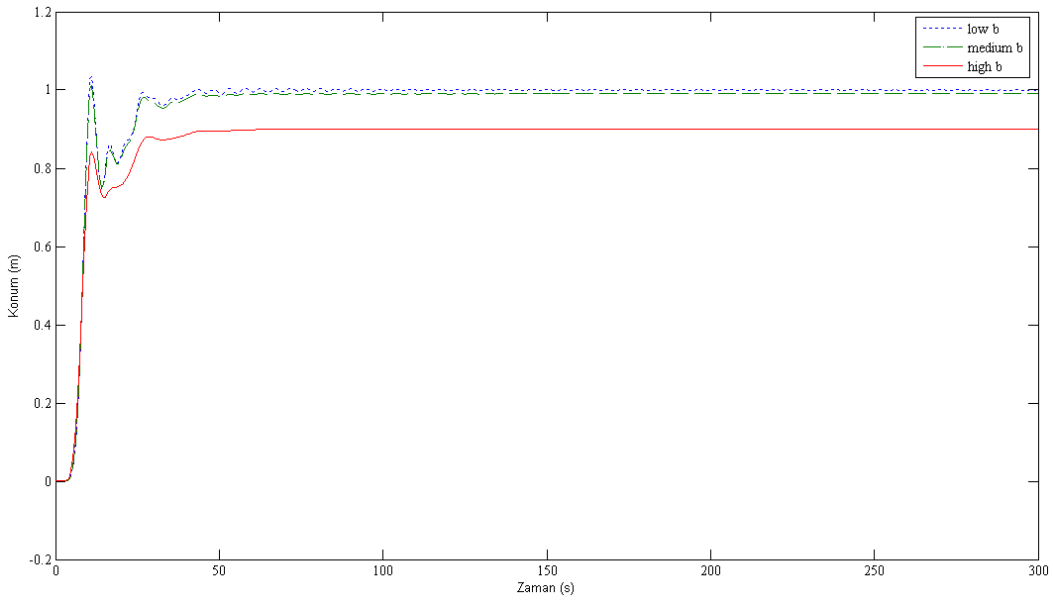
Şekil 5.19 : Esnek kolun 5-serbestlik dereceli ve sönümlü modeli



Şekil 5.20 : Farklı sönüm sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli



Şekil 5.21 : 5-serbestlik dereceli ve sönümlü modelde etkili olan kuvvetler



Şekil 5.22 : Farklı sönüm sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları

Şekil 5.22'de, esnek bir kolun, 5-serbestlik dereceli modelinin, farklı sönüm sabitlerine göre davranışı görülür. Düşük sönüm sabitli modelde, sistem, yüksek aşım değerine ve istenen konuma en hızlı yerleşme süresine sahiptir. Ancak, sistem istenen konuma gittikten sonra, salıımaya devam eder. Yüksek sönüm sabitli sistem ise, istenen konuma ulaşamadan sönümlenmekte ve kalıcı bir hata oluşmaktadır.

Çizelge 5.4 : Farklı sönüm sabitli, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevaplarının karşılaştırılması

	Gecikme zamanı (t_d)	**Yükselme zamanı (t_r)**	**Yerleşme zamanı (t_s)**	**Aşım**	**En yüksek aşımın meydana geldiği an (t_{mak})**
Düşük sönüm sabiti (b=0.001)	8,27s	9,6-6,54= 3,06s	25,29s	%3,4	11,1s
Orta değerdeki sönüm sabiti (b=0.1)	8,27s	9,6-6,54= 3,06s	25,87s	%1	11,1s
Yüksek sönüm sabiti (b=1)	8,27s	11,1-6=5,1s	istenilen konuma gidemiyor. Kalıcı hata oluşuyor.	yok	yok

5.5 Dalga Temelli Kontrolör İle Kontrol Edilen Esnek Bir Kolun, Darbe Şeklindeki Bozucu Karşısındaki Davranışı

Bu bölümde, dalga temelli kontrolör ile kontrol edilen esnek bir kolun, darbe şeklindeki bozucuya karşıda davranışı incelenir.

Esnek kol;

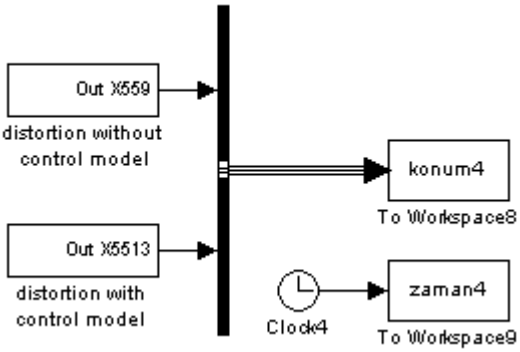
m: kolun toplam kütlesi (m= 50kg),

k: sertlik katsayısı ya da esneklik (k=1N/m)

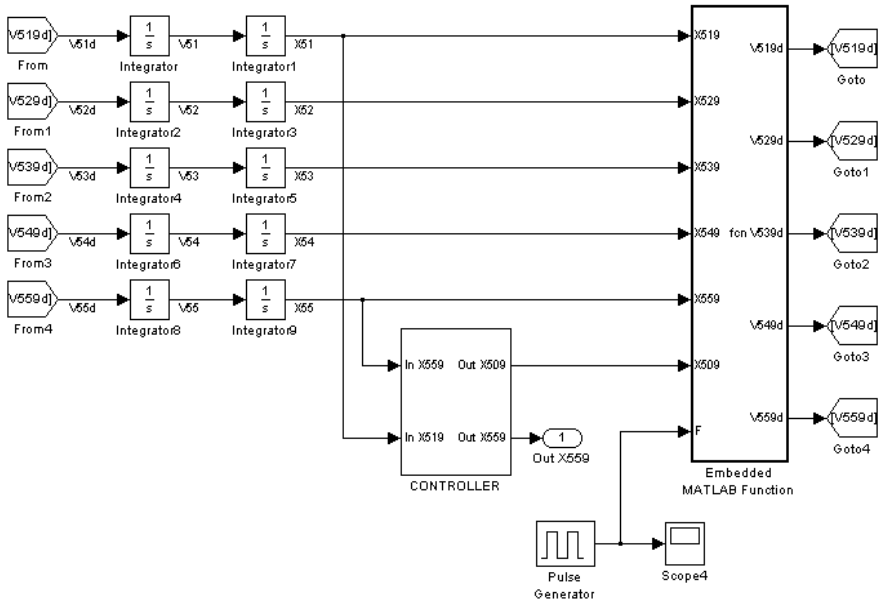
F: bozucu etki

olmak üzere, esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 10$kg , $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 5$N/m olarak alınır.

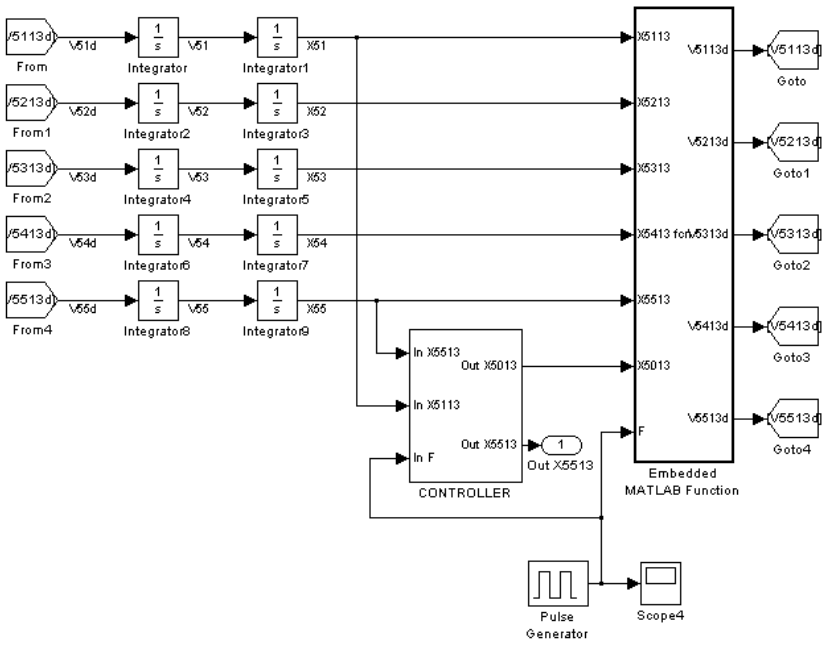
Bozucu etkinin kontrol edildiği modelde, bozucu etki; son kütleye, 150.saniyede, birim basamak şeklinde, 1 saniye süreyle etki etmektedir.



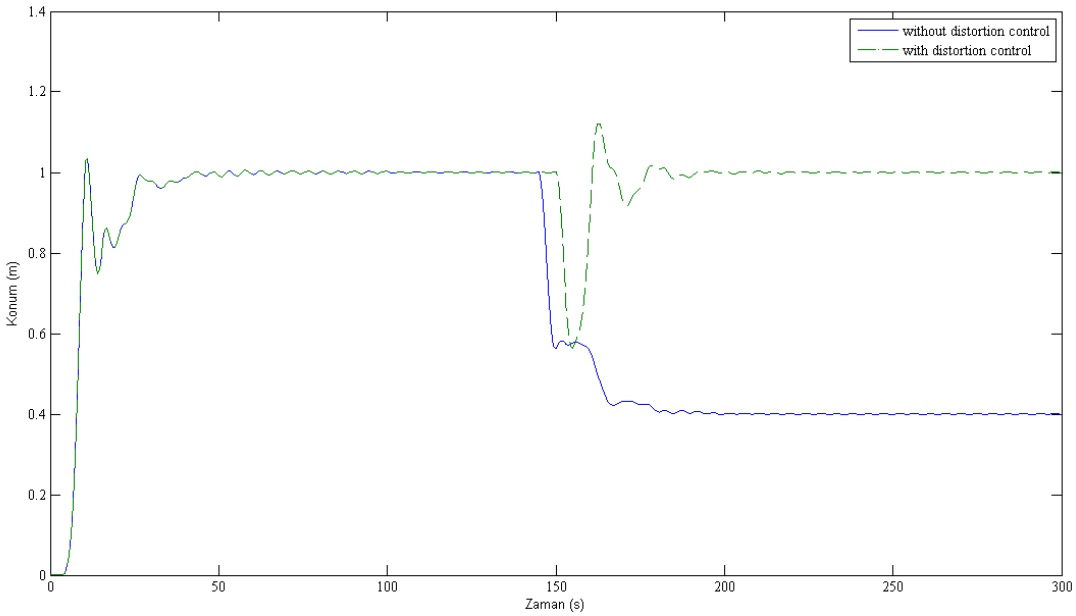
Şekil 5.23 : Bozucu karşısında, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli



Şekil 5.24 : 5-serbestlik dereceli, bozucunun kontrolsüz olduğu simulink modeli



Şekil 5.25 : 5-serbestlik dereceli, bozucunun kontrollü olduğu simulink modeli



Şekil 5.26 : Bozucu kontrolsüz ve bozucu kontrollü, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları

Şekil 5.26'da, esnek bir kolun, 5-serbestlik dereceli modeline, bozucu bir etki uygulandığında, sistemin davranışı görülür. Bozucu etki ölçülüp, kontrolöre referans olarak girilmez ise, sistem, bozucu uygulandığı andan itibaren, geri yönde konum değiştirir. Bozucu etki ölçülüp, ölçülen değerin yarısı, kontrolöre referans olarak girildiğinde, sistem eski konumuna geri döner. Böylece bozucu etkilere karşı dayanıklı bir model elde edilir.

5.6 Dalga Temelli Kontrolör İle Kontrol Edilen Esnek Kol Modeli

Bu bölümde, dalga temelli kontrolör ile kontrol edilen esnek bir kolun, 5-serbestlik dereceli, sönüm sabitli, bozucu etkili ve bozucu kontrollü modeliyle; kontrolsüz modelinin davranışları incelenir.

Esnek kol;

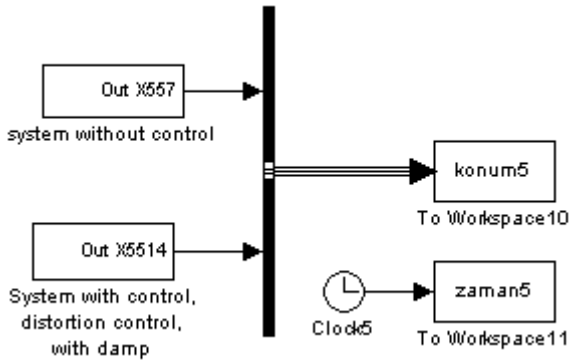
m: kolun toplam kütlesi (m= 50kg),

k: sertlik katsayısı ya da esneklik (k=1N/m)

F: bozucu etki

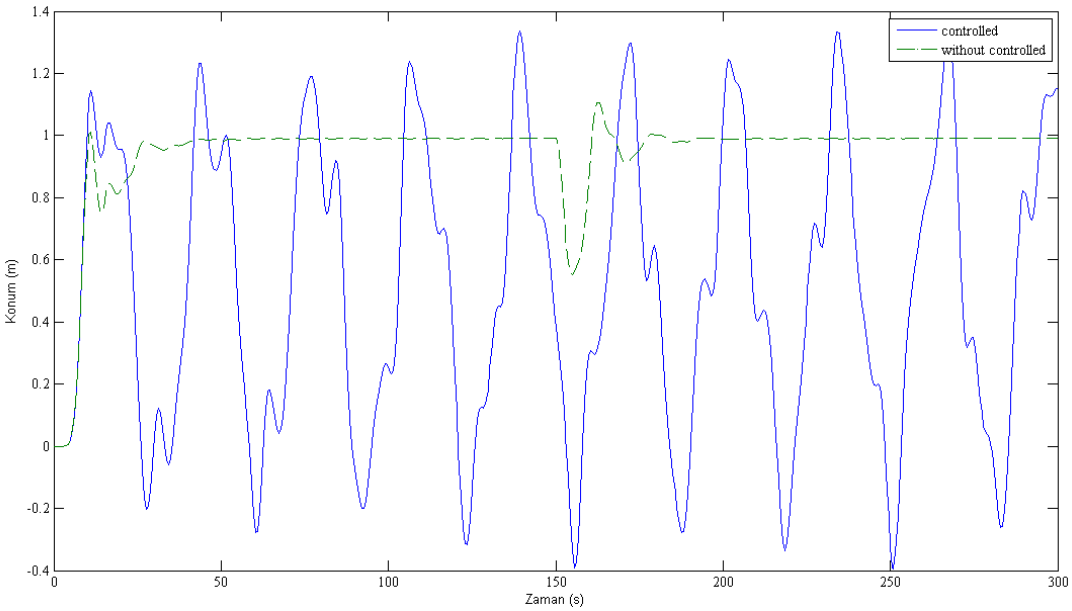
olmak üzere, esnek kolun 5-serbestlik dereceli modeli oluşturulur. Simulink modelinde, m_1= m_2= m_3= m_4= m_5= 10kg , k_1= k_2= k_3= k_4= k_5=5N/m olarak alınır.

Bozucu etki; son kütleye, 150.saniyede, birim basamak şeklinde, 1 saniye süreyle etki etmektedir.



Şekil 5.27 : Kontrollü ve kontrolsüz, 5-serbestlik dereceli modellerin karşılaştırıldığı simulink modeli

Şekil 5.28'de, esnek bir kolun, 5-serbestlik dereceli, kontrollü ve kontrolsüz modellerinin davranışı görülür. Kontrolsüz sistem, sürtünmenin olmadığı ideal ortamda, salınımını sonsuza kadar sürdürür. Kontrollü sistem modelinde, k yay sabiti sistemin aşım yaparak hızlı şekilde istenen konuma yerleşmesini, b sönüm sabiti sistemin hedef konuma salınımsız gitmesini sağlar. Ayrıca son kütleye, 150. saniyede, 1 saniye süreyle gelen birim basamak bozucu sonunda oluşan salınım, yine kontrolör sayesinde sönümlenir ve hedef konumda kalma sağlanır.



Şekil 5.28 : Kontrollü ve kontrolsüz, 5-serbestlik dereceli modellerin, birim basamak girişe cevapları

6. SONUÇ

Bu modelleme tek tür kütle-yay sistemleri için geçerli görülse de tek türden olmayan sistemleri de kapsayacak şekilde genişletilebilir. Kontrolör, uç kütle değişikliklerine karşı dayanıklı kalmaktadır. Bu yaklaşım, sistemin eklem yerlerinin ya da kollarının etkilendiği salınımların giderilmesinde uygulanabilir.

Eyleyiciden ötürü, doğrusal olmayan dalga hareketini kontrol edebilen karmaşık ve sınırlandırılmış giriş işaretli sistemlerde, toplu parametreli sistem modeliyle çalışmak üstünlük sağlamaktadır. Diğer bir deyişle, eyleyicili esnek sistemlerin ara yüzündeki iki yönlü hareketin yorumlanabilirliği ve bu tür sistemlerin kontrol edilebilirliği, yöntemin çok sayıda uygulamada kullanılabilmesinin yolunu açar. Bu çalışmada yeni yaklaşımın kontrol sorunlarından çok, modelleme yöntemleri üzerinde durulmuştur. Bu amaca yönelik farklı tür kontrol yöntemleri geliştirilebilir. Örneğin, referans giriş dalgasının keyfi davranışı yerine, geçiş dinamiğinin daha hızlı olması ve işaretin daha kısa zamanda yerleşmesi, davranış başarımının iyileştirilmesi için gerekli önlemler alınabilir.

Dalga yankı kontrolü olarak adlandırılan bu yöntemde, sisteme uygulanan dalga, esnek kolun başlangıcından itibaren soğrulur ve bu soğrulmuş dalganın zaman-düzleminde tersine çevrilmiş olarak türetilen kopyası, eyleyiciye tekrar uygulanır. Böylece kolun, hedeflenen konumun yarı değerine gelmesi sağlanır. Bu zaman-düzleminde ters çevrilmiş başlangıç hareketinin yansımış kopyası sayesinde, esnek sistem hedefe ulaştığında son derece hareketsizleştirilmesi sağlanır.

Özet olarak, dalga modeli yaklaşımı esnek sistemlere yeni bir bakış açısı getirir. Böylece esnek sistemlerin kontrolüne dair çok güçlü, pratik, dayanıklı ve genel uygulanabilirliği olan yeni bir kontrol yöntemi geliştirilmiş bulunmaktadır.

KAYNAKLAR

Arteaga, M., 1998: On the properties ofa dynamic model of flexible robot manipulators. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, **120(1)**, pp. 8-14.

Astrom, K. J., and Wittenmark, B., 1994: *Adaptive control 2nd edition*, Prentice Hall.

Balas, M., 1978: Feedback control of flexible systems. *Automatic Control, IEEE Transactions* on, **23(4)**, pp. 673-679.

Bartolini, G. et al., 1997: Vibration damping in elastic robotic structures via sliding modes. *Journal of Robotic Systems*, **14(9)**, pp. 675-696.

Bayo, E., 1987: A finite-element approach to control the end-point motion of a single-link flexible robot. *Journal of Robotic Systems*, **4(1)**, pp.63-75.

Benosman, A., and Le Vey, G., 2004: Control of flexible manipulators; A survey. *Robotica*, **22**, pp. 533-545.

Bontsema, J., and Curtain, R., 1988: A note on spillover and robustness for flexible systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, **33(6)**, pp. 567-569.

Book, W., J., 1993: Controlled motion in an elastic world. *Journal of Dynamic Systems, Meauserement, and Control*, **115(2B)**, pp. 252-261.

Curtain,R & Morris, K., 2009: Transfer function of distributed parameter systems: A tutorial. *Automatica*, **45(5)**, pp.1101-1116.

De Luca, A. & Siciliano, B., 1991: Closed-form dynamic model of planar multilink lightweight robots. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions*, **21(4)**, pp. 826-839.

Dwivedy, S.K. & Eberhard, P., 2006: Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. *Mechanism and Machine Theory*, **41(7)**, pp.749-777.

Franklin, G., Powell, J. & Emami Naeini, A., 2005: *Feedback Control of Dynamic Systems 5th ed., Prentice Hall.*

Fertis, D.G., 1995: *Mechanical and Structural Vibrations*, Wiley-Interscience.

Hasting, G. & Book, W., 1987: A linear dynamic model for flexible robotic manipulators. *Control System Magazine, IEEE*, **7(1)**, pp.61-64.

Hazır, M. & Bir, A., 2008: Esnek mekaniksel sistemlerin dalga temelli kontrolü. *İstanbul Teknik Üniversitesi, Kontrol Mühendisliği Bölümü, İstanbul, 2008.*

Hu, C., 2005: Wave based control of elastic mechanical systems. *School of Electrical, Electronic & Mechanical Engineering,* University College Dublin.

Hu, Q., 2008: Input shaping and variable structure control for simultaneous precision positioning and vibration reduction of flexible spacecraft with saturation compensation. *Journal of Sound Vibration*, **318**, pp.18-35.

Hyde, J. & Seering, W., 1991: Using input command pre-shaping to suppress multiple modevibration. *In Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation.* Sacramento, California, pp.2604-2609 **vol.3**.

Inman, D.J., 2006: *Vibration with Control*, Wiley.

Kanoh, H. et al., 1986: Modelling and control of flexible robot arms. *In Proceedings of 25th Conference on Decision and Control.* Athens, Greece, pp.1866-1870.

Kuo, C.B., & Bir, A., 1999*: Otomatik Kontrol Sistemleri, İstanbul, Literatür.*

Lang , D., 1996: Development of an adaptive control strategy for elastic mechanical systems.

Marek, O. & Valasek, M., 2009: Wave-based control of motion of flexible bodies. *In Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics.* Warsaw, Poland.

McKeown, D.J., & O'Connor, W.J., 2009: Wave-based control of flexible mechanical systems. *School of Electrical, Electronic & Mechanical Engineering,* University College Dublin.

Meirovitch, L., 2000: *Fundamentals of Vibrations***,** McGraw-Hill Companies.

Mizutani, K., Yatomi, C. & Inoue, K., 1996: Active vibtation control for flexible structures using a wave-absorbing control method. *JSME International Journal Series C-Dyanmics Control Robotics Design*, **39(3)**, pp 677.

Monje, C. et.al, 2007: Tip position control of a lightweight flexible manipulator using a fractional order controller. *IET Control Theory & Application*, **1(5)**, pp.1451-1460.

Nathan, P.J. & Singh, S.N., 1991: Sliding mode control and elastic mode stabilization of a robotic arm with flexible links. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **113(4)**, pp.669-676.

O'Connor, W.J. & Fumagalli, A., 2009: Refined wave-based control applied to nonlinear, bending, and slewing flexible systems. *Journal of Applied Mechanics*, **76(4)**, pp.041005.

O'Connor, W.J., 2007: Wave-based analysis and control of lumped-modelled flexible robots. *Robotics, IEEE Transactions,* **23(2)**, pp. 342-352.

O'Connor, W.J., 2007: Wave-based control of flexible mechanical systems. *TOK'07 Bildiriler Kitabı, İstanbul, 5-7 Eylül 2007*, pp. 1-5.

O'Connor, W.J., 2006: Wave-echo control of lumped flexible systems. *Journal of Sound and Vibration*, **298(4-5)**, pp. 1001-1018.

O'Connor, W.J., 2003: A gantry crane problem solved. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **125(4)**, pp. 569-576.

O'Connor, W.J., 2002: Gantry crane control: a novel solution explored and extended. *In Proceedings of the 2002 American Control Conference*. Anchorage, AK, pp. 250-255 **vol.1**.

O'Connor, W. & Lang, D., 1998: Position control of flexible robot arms using mechanical waves. *Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control.* **Volume 120 (Issue 3)**, pp. 334-339.

O'Donovan, K., 2004: Wave-based control of laterally flexing systems.

Ogata, K., 2001: *Modern Control Engineering 4th ed*., Prentice Hall.

Ozgoli, S. & Taghirad, H., 2006: A survey on the control of flexible joint robots. *Asian Journal of Control*, **8(4)**, pp. 332-344.

Pao, L.Y., 1996: Minimum-time control characteristics of flexible structures. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **19**, pp. 123-129.

Parker, G. et al., 1996: Decentralized sliding mode control for flexible link robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, **17(1)**, pp. 61-79.

Payo, I. et al., 2005: Experimental validation of nonlinear dynamic models for single-link very flexible arms. *In Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference.* **CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference**., pp. 5304-5309.

Peled, I., O'Connor, W. & Halevi, Y., 2008: Catching the wave-on the relationship between wave based control, absolute vibration suppression and input shaping. *In ISMA2008 International Conference on Noise & Vibration Engineering.* Leuven, Belgium.

Preumont, A., 2002: *Vibration Control of Active Structures 2nd ed., Springer.*

Robinett, R. et al., 2001: *Flexible Robot Dynamics and Controls 1st ed., Springer.*

Saigo, M., Tanaka, N. & Tani, K., 1998: An approach to vibration control of multiple-pendulum system by wave absorption. *Journal of Vibration and Acoustics*, **120(2)**, pp. 524-533.

Singer, N. et al., 1996: An efficient algorithm for the generation of multiple-mode input shaping sequences. *In Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications*. Dearborn, MI, pp. 373-378.

Singh, T. & Heppler, G.R., 1993: Shaped input control of a system with multiplemodes. *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, **115(3)**, pp. 341-347.

Tokhi, M.O. & Azad, A.K.M., 2008: Flexible robot manipulators. *Modelling, Simulation and Control,* Peter Peregrinus Ltd.

Von Flotov, A. & Schafer, B., 1986: Wave-absorbing controllers for a flexible beam. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **9(6)**, pp. 673-680.

Wang, D. & Vidyasagar, M., 1991: Transfer function for a single flexible link. *International Journal of Robotics Research*, **10(5)**, pp. 540-549.

Wang, F. & Gao, Y., 2003: Advanced studies of flexible robotic manipulators. *Modelling, Design, Control, and Applications*.World Scientific Pub. Co. Inc.

Zinn, M. et al., 2004: Playing it safe. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, **11(2)**, pp. 12-21.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Doğan Osman Kasa
Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul, 29.12.1978
Adres: Anadoluhisarı, İstanbul
Lisans Üniversite: Yıldız Teknik Üniversitesi