İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZENSİZ GEOMETRİK YAPIYA SAHİP MANYETİK MALZEMELERİN MIKNATISLANMA KARAKTERİSTİKLERİNİN TAYİNİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

A. Kubilay ATALAY

Anabilim Dalı : Elektrik Mühendisliği

Programı : Elektrik Mühendisliği

HAZİRAN 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZENSİZ GEOMETRİK YAPIYA SAHİP MANYETİK MALZEMELERİN MIKNATISLANMA KARAKTERİSTİKLERİNİN TAYİNİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
A. Kubilay ATALAY
(504021008)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 07 Mayıs 2010
Tezin Savunulduğu Tarih : 07 Haziran 2010

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Levent OVACIK (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Lale T. ERGENE (İTÜ)
Doç. Dr. Funda AKLEMAN (İTÜ)

HAZİRAN 2010

ÖNSÖZ

Çalışmamda bana yol gösteren ve hiç bir zaman yardımını esirgemeyen değerli hocam sayın Yrd. Doç. Dr. Levent OVACIK'a ve bugünlere erişmemde en büyük pay sahibi olan değerli aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2010

A. Kubilay ATALAY

Elektrik Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **iii**
İÇİNDEKİLER ..... **v**
KISALTMALAR ..... **viiii**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **ix**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xi**
SEMBOL LİSTESİ ..... **xiii**
ÖZET ..... **xxvii**
SUMMARY ..... **xvii**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 3
2. YÖNTEM **5**
2.1 Yöntemin Genel İçeriği 5
2.2 Geometrik Dönüşüm 6
2.2.1 Kübik eleman 6
2.2.2 Problem ile kübik eleman arasındaki geometrik dönüşüm 7
2.3 Problemin Ayrıklaştırılması 8
2.4 Çözüme Yaklaşım 10
2.4.1 Akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımları 10
2.4.2 Doğrusal durum 10
2.4.3 Doğrusal olmayan durum 16
3. YÖNTEMİN UYGULANMASI **19**
3.1 Uygulama İçeriği 19
3.2 Yöntemin Doğrusal Problemlere Uygulanması 20
3.2.1 Örnek-1 20
3.2.2 Örnek-2 21
3.3 Yöntemin Doğrusal Olmayan Problemle Uygulanması 23
3.3.1 Problemin SEY ile çözülmesi 25
3.3.2 Problemin BTDY ile çözülmesi 28
3.3.3 Sonuçların karşılaştırılması 29
4. SONUÇ VE ÖNERİLER **31**
KAYNAKLAR **33**
EKLER **44**

KISALTMALAR

MMK	**:** Manyetomotor kuvvet
SEY	**:** Sonlu elemanlar yöntemi
MMF	**:** Magnetomotive force
FEM	**:** Finite element method
EMK	**:** Elektromotor kuvvet
BTDY	**:** Birleşik tüp ve dilim yöntemi

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : BTDY ile elde edilen çözüm sonuçları 20
Çizelge 3.2 : BTDY ile elde edilen çözüm sonuçları 22
Çizelge 3.3 : BTDY ile elde edilen çözüm sonuçlarının bağıl hataları 22
Çizelge 3.4 : Kübik eleman ve problem üzerinde noktaların dağılımı 24
Çizelge 3.5 : Problemin SEY ile hesaplanan permiyans değerleri 28
Çizelge 3.6 : Problemin BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 29
Çizelge A.1 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 36
Çizelge A.2 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 37
Çizelge A.3 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 38
Çizelge A.4 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 39
Çizelge A.5 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 40
Çizelge A.6 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 41
Çizelge A.7 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 42
Çizelge A.8 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 43
Çizelge A.9 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri 44

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Elektrik devresi ve manyetik devre arasındaki ilişki..... 2
Şekil 2.1 : BTDY akış diyagramı 5
Şekil 2.2 : Kübik eleman. 6
Şekil 2.3 : Problem ile kübik eleman arasındaki geometrik dönüşüm. 8
Şekil 2.4 : Problemin ayrıklaştırılması. 9
Şekil 2.5 : Akı tüpü. 10
Şekil 2.6 : MMK dilimi 12
Şekil 2.7 : Doğrusal olmayandurum için akış diyagramı 18
Şekil 3.1 : Malzemenin mıknatıslanma karakteristiği 19
Şekil 3.2 : Problem geometrisi 20
Şekil 3.3 : Problem geometrisi. 21
Şekil 3.4 : Transformatör çekirdeği 23
Şekil 3.5 : Transformatör çekirdeğinin dört eşit parçaya bölünmesi 23
Şekil 3.6 : Problemin FEMM 4.2 programı ile modellenmesi 25
Şekil 3.7 : Problemin sonlu elemanlara ayrıştırılması 26
Şekil 3.8 : Sonlu elemanlara ayrıştırılmış problemin detayı 27
Şekil 3.9 : Mıknatıslanma karakteristiklerinin karşılaştırılması 30
Şekil 3.10 : Permiyansların karşılaştırılması 30

SEMBOL LİSTESİ

$\boldsymbol{F}$ **:**MMK
$\boldsymbol{F_t}$ **:**Tüp MMK'sı
$\boldsymbol{F_s}$ **:**Dilim MMK'sı
$\boldsymbol{NI}$ **:**Amper sarım
$\boldsymbol{\Phi}$ **:**Manyetik akı
$\boldsymbol{\Phi_t}$ **:**Tüp manyetik akısı
$\boldsymbol{\Phi_s}$ **:**Dilim manyetik akısı
$\boldsymbol{R}$ **:**Relüktans
$\boldsymbol{R_t}$ **:**Tüp relüktansı
$\boldsymbol{R_s}$ **:**Dilim relüktansı
$\boldsymbol{P}$ **:**Permiyans
$\boldsymbol{P_t}$ **:**Tüp permiyansı
$\boldsymbol{P_s}$ **:**Dilim permiyansı
$\boldsymbol{H}$ **:**Manyetik alan şiddeti
$\boldsymbol{H_s}$ **:**Dilim manyetik alan şiddeti
$\boldsymbol{B}$ **:**Manyetik akı yoğunluğu
$\boldsymbol{B_s}$ **:**Dilim manyetik alan yoğunluğu
$\boldsymbol{A}$ **:**Alan
$\boldsymbol{L}$ **:**Uzunluk
$\boldsymbol{A_s}$ **:**Dilim yüzey alanı
$\boldsymbol{L_s}$ **:**Dilim uzunluğu
$\boldsymbol{dA}$ **:**Diferansiyel alan
$\boldsymbol{dL}$ **:**Diferansiyel uzunluk
$|\boldsymbol{J_A}|$ **:**Alan Jakobiyen bağıntısı
$|\boldsymbol{J_L}|$ **:**Uzunluk Jakobiyen bağıntısı
$\boldsymbol{W_m}$ **:**Depolanan manyetik enerji
$\boldsymbol{W'_m}$ **:**Tümleyen enerji
$\boldsymbol{(s,u,t)}$ **:**Geometrik dönüşüm uzayı
$\boldsymbol{(x,y,z)}$ **:**Kartezyen kordinat sistemi uzayı

DÜZENSİZ GEOMETRİK YAPIYA SAHİP MANYETİK MALZEMELERİN MIKNATISLANMA KARAKTERİSTİKLERİNİN TAYİNİ

ÖZET

Manyetik devre yaklaşımı ile yapılan manyetik alan analizlerinde, problemin tanımlandığı bölgede manyetik akı çizgilerinin yolu üzerindeki bölgelere ilişkin relüktans ya da permiyans değerlerini kullanarak bir ağ modeli oluşturulur. Manyetik akı kaynaklarının da bu ağ modeline eklenmesi ile bir denklem sistemi oluşturulur. Elde edilen bu denklemlerin çözülmesi ile, her bir devre elemanı üzerindeki manyetomotor kuvvet (MMK) düşümleri elde edilerek, manyetik akı dağılımı hesaplanabilir. Manyetik eşdeğer devre yöntemi olarak bilinen bu yöntemle manyetik problemlerin çözümü, problem geometrisinin düzensiz ve karmaşık olması, manyetik malzemelerin mıknatıslanma karakteristiklerinin doğrusal olmaması gibi nedenlerden dolayı birçok probleme uygulanması zorlaşmakta, hatta pratik olarak mümkün olamamaktadır. Problemin geometrik yapısındaki düzensizlik ve bu düzensizliğe bağlı olarak problem geometrisinin ifade edilmesi manyetik eşdeğer devre elemanlarının hesaplanmasında kullanılan Ampere ve Gauss yasaların uygulanmasını oldukça zorlaştırmaktadır. Ayrıca, manyetik malzemelerin mıknatıslanma karakteristiklerinin de doğrusal olmaması manyetik problemlerin çözüm sürecini daha da karmaşık hale getirmektedir. Bu nedenle bu tip problemlerin çözümünde sıklıkla, problemi belli bir hata payıyla çözen, sayısal yöntemlere başvurulmaktadır.

Bu çalışmada düzensiz geometrik yapıya sahip manyetik yapıların mıknatıslanma karakteristiklerinin (ele alınan parçanın içinden geçen akı ile üzerine düşen MMK arasındaki ilişki) tayini için bir sayısal yöntem geliştirilmiştir. Bu amaçla, öncelikle, manyetik yapıya ilişkin problem geometrisi tamamen simetrik yapıda olan bir kübik eleman üzerindeki tasviri biçim fonksiyonları yardımı ile ifade edilmiştir. Daha sonra, problem belli sayıda akı tüpüne ayrıştırılmıştır. Bu akı tüpleri, manyetik eşdeğer devreyi temsil eden paralel bağlı relüktans tüplerinden oluşan bir demeti oluşturduğu varsayımı yapılmıştır. Dolayısıyla, aynı MMK düşümüne sahip elemanlar oldukları kabul edilmiştir. Bir sonraki aşamada ise her akı tüpü belli sayıda MMK dilimine ayrıştırılmıştır. Bu MMF dilimleri ise manyetik eşdeğer devredeki herhangi bir akı tüpünü, birbirine seri bağlı bir dizi relüktans olarak temsil etmektedir. Bu nedenle herhangi bir MMK dilimine giren ve çıkan akının eşit olduğu kabul edilmiştir. Böylelikle problem akı tüpü sayısının, MMK dilimi sayısıyla çarpımı kadar alt elemana ayrıştırılmıştır. Son olarak, her eleman için permiyans değerleri hesaplanarak, manyetik problem için genel bir sonuca ulaşma yoluna gidilmiştir. Geliştirilen yöntem MATLAB programında yazılmış bir kod aracılığıyla doğrusal durum için örnek problemlere uygulanmış ve elde edilen sonuçlar analitik çözümler ile karşılaştırılmıştır. Geliştirilen bu yöntem doğrusal olmayan bir probleme de uygulanmış ve aynı problem SEY ile de çözülerek, sonuçlar karşılaştırılmıştır. Problemin akı tüpleri ve MMK dilimleri ile alt elemanlara ayrıştırılması ile bulunan permiyans değerleri gerek analitik (sadece doğrusal

problemler için) çözüm ve gerekse SEY ile sayısal olarak hesaplanan sonuçlardan elde edilen permiyans değerleri birbirlerine oldukça yakın değerler elde edilmiştir.

Bu tez çalışmasında geliştirilen yöntem sayesinde düzgün olmayan ve doğrusal olmayan mıknatıslanma karakteristiğine sahip manyetik parçalarının relüktans/permiyans değerlerinin hızlı ve doğru bir şekilde hesaplanması mümkün olmuştur. Bu çalışma ile manyetik doyma bölgesinde çalışan transformatörler ve döner elektrik makinalarının manyetik eşdeğer devre yaklaşımı ile yapılan dinamik davranışı analiz edilebilecektir.

DETERMINATION OF MAGNETIZATION CHARACTERISTICS OF MAGNETIC MATERIALS WITH IRREGULAR GEOMETRIES

SUMMARY

Magnetic field analysis using magnetic equivalent circuit is based on establishing a network model of reluctance or permeance elements along the path of magnetic flux. Combining with all flux sources existing within the problem region, a set of equations to describe the magnetic problem are obtained. The flux distribution inside the problem region is obtained by solving for the magnetomotive force (MMF) drops along each element. This method, commonly known as the magnetic equivalent circuit approach, has a very limited use in a variety of magnetic problems due to irregular geometrical shapes as well as materials with nonlinear magnetization characteristics. Depending on geometrical description of irregular shapes of the objects describing the problem region, application of Ampere's and Gauss's Laws for computing the permeance of elements is quite difficult, sometimes impossible to apply. In addition, magnetic materials with nonlinear magnetization characteristics make this method even more difficult to apply to nonlinear problems. For this reason, magnetic problems with complex geometries and nonlinear material properties are analyzed by employing numerical methods solving the problem within a certain tolerance.

In this study, a numerical method has been developed to estimate the magnetization characteristic (the relationship between the flux inside a certain element and MMF drop across this element) of a magnetic structure with irregular geometries and nonlinear magnetization characteristics. For this purpose, the irregular geometry of the structure is first described by shape functions that establish the map of this geometry on a completely symmetrical cubic element. Then, the geometry is decomposed to a certain number of flux tubes. Each flux tube is assumed to be a bundle of parallel tube reluctances describing the magnetic equivalent circuit element of the structure. Therefore, each reluctance tube has the same MMF across it. Then, each flux tube is decomposed into a certain number of MMF slices. A flux tube in the magnetic circuit is represented by these MMF slices in the form of series slice reluctances. For this reason, input and output flux of each MMF slice are equal. Therefore, the magnetic structure is divided into a number of sub elements that are equal to the number of flux tubes times the number of MMF slices. Finally, the permeance of each element of a magnetic problem is computed. Then, a general solution to the magnetic problem is obtained. The method developed is written in MATLAB, and applied to sample linear problems. Numerical results are compared to analytical solutions. This method is also applied to a nonlinear problem. The solution of the problem using element permeance values computed from flux tubes and MMF slices give very close results compared with those obtained from FEM solution.

The method developed through this thesis will contribute to rapidly and accurately computing for reluctance or permeance of certain parts with irregular geometry and

nonlinear magnetization characteristics. With the results of this study, dynamic analyses of transformers and rotating electrical machines operating in magnetic saturation will be possible by using the magnetic equivalent circuit approach.

1. GİRİŞ

Manyetik problemlerin çözümünde karşılaşılan en büyük zorluklardan biri, problemin geometrisindeki düzensizlik ve karmaşıklığın, problemin ifade edilmesini zorlaştırmasıdır. Manyetik problemin geometrisi ne olursa olsun, problemi çözmek amacıyla fiziksel yasaları uygulayabilmek için öncelikle problemin geometrisini ifade edebilmek gerekir. Ancak, problem geometrisinin fonksiyonlarla tanımlanması çoğu zaman oldukça zordur. Problemin çözüm sürecini zorlaştıran bir diğer etken ise manyetik malzemelerin mıknatıslanma karakteristiğinin doğrusal olmamasıdır. Böyle durumlarda sayısal yöntemlere başvurularak, problemin yaklaşık olarak çözülmesi yoluna gidilir. Doğal olarak, sayısal yöntemler, çözümlerinde belli bir hata payı barındırır.

Sonlu elemanlar yöntemi, sayısal yöntemler arasında en çok başvurulanlardan biridir. Son zamanlarda, mühendisliğin hemen her alanında oldukça yaygın olarak kullanılan bir sayısal yöntemdir. Elektromanyetik problemlerin çözümünde de sıklıkla kullanılır. SEY'de, öncelikle, karmaşık geometriye sahip bir manyetik problem, daha basit yapıdaki alt elemanlara ayrıştırılır. Bu elemanlara, sonlu eleman denir. Daha sonra, her sonlu eleman üzerinden yaklaşım fonksiyonları oluşturulur [1]. SEY, karmaşık geometriye sahip problemlerin modellenmesini oldukça kolaylaştırır. Doğrusal olmayan problemlerin çözümünde de oldukça güvenilir sonuçlar verir [2]. Ancak SEY'de sonuçların doğruluğu, problemin ayrıştırıldığı sonlu eleman sayısıyla doğru orantılıdır. Sonlu eleman sayısının artışı ise sonucun doğruluğu ile birlikte işlem süresini de arttırır [3].

SEY manyetik problemlerin çözümünde de yaygın olarak kullanılmaktadır. Diğer yandan manyetik problemlere diğer bir yaklaşım ise manyetik eşdeğer devreden faydalanmaktır. Esasında bir manyetik devre, bir elektrik devresiyle, topolojik açıdan büyük benzerlikler taşır. Şekil 1.1'de bir elektrik devresiyle bir manyetik devrenin, değişkenleri arasındaki benzerlik gösterilmiştir [4].

ELEKTRİK	MANYETİK
Akım	Manyetik Akı
EMK	MMK
Direnç	Relüktans
İletkenlik	Permiyans

Şekil 1.1 : Elektrik devresi ve manyetik devre arasındaki ilişki

Bu düşünceden hareketle bir manyetik devrenin relüktansı (1.1), permiyansı ise (1.2) denklemi ile hesaplanabilir. Burada Φ manyetik akıyı, F ise MMK'yı temsil etmektedir [4].

$$R = \frac{F}{\Phi} \tag{1.1}$$

$$P = \frac{1}{R} \tag{1.2}$$

Manyetik devre yaklaşımı ile yapılan manyetik alan analizlerinde, problem manyetik akının düzgün olarak aktığı tahmin edilen bazı alt bölgelere ayrıştırılarak probleme ilişkin bir relüktans ya da permiyans ağı kurulmak suretiyle modellenir. Bu alt bölgelerin relüktans ya da permiyansını hesaplamak için, literatürdeki en uygun yöntemlerden biri ise bölgeyi akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımlarına uygun olarak alt elemanlara ayrıştırmaktır. Bu yaklaşımlar temelde dual enerji prensibine dayanırlar [5,6,7].

Akı tüpü veya MMK dilimine ayrıştırılan bir bölge için bir manyetik eşdeğer devre ortaya koyulursa, akı tüplerinin, bu manyetik eşdeğer devrede paralel bağlı relüktanslar şeklinde temsil edildiği görülür. Dolayısıyla, aynı MMK düşümüne sahip elemanlar oldukları kabul edilir. MMK dilimleri ise manyetik eşdeğer devrede, birbirine seri bağlı relüktanslar şeklinde temsil edilir. Bu nedenle her MMK dilimine giren ve aynı MMK diliminden çıkan manyetik akının eşit olduğu kabul edilir [4].

Bu yaklaşımların temel alındığı bir çalışmada, üç boyutlu geometriye sahip manyetik malzemelerin mıknatıslanma karakteristiğinin belirlenebilmesi için bir sayısal yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem, malzemenin geometrik yapısını biçim fonksiyonlarıyla tanımlayan bir teknik de içermektedir. Akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımlarından faydalanarak, problem çözüldüğünde, ortaya gerçek permiyans değerini barındıran bir aralık çıkmaktadır. Akı tüpü yaklaşımı ile hesaplanan permiyans değeri aralığın alt sınırını, MMK dilimi yaklaşımı ile hesaplanan

permiyans değeri ise aralığın üst sınırını göstermektedir. Geliştirilen yöntem, bir elektromıknatısa uygulanmış ve elde edilen sonuçlar, deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır [8].

Manyetik eşdeğer devre yaklaşımı, elektrik makinalarının manyetik alan analizinde en çok kullanılan tekniklerden biridir. Literatürde de çeşitli elektrik makinalarının daha basit yapıdaki alt bölgelere ayrıştırılarak, ve bu bölgelerin permiyanslarını içeren bir permiyans ağı modeli kullanılarak analiz edildiği çalışmalar bulunmaktadır [9,10]. Manyetik eşdeğer devredeki bu permiyansların hesaplanması için akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımlarından faydalanarak geliştirilecek bir sayısal yöntemin, bu gibi çalışmalara entegrasyonu ile elektrik makinalarının manyetik alan analizinde doğruluğu daha yüksek sonuçlar elde edilebilir.

1.1 Tezin Amacı

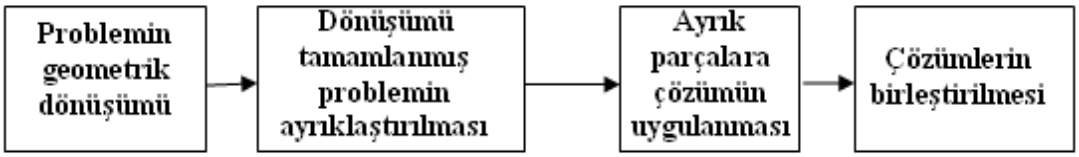
Bu çalışmanın amacı, düzensiz geometriye sahip manyetik malzemelerin mıknatıslanma karakteristiklerinin tayini için bir sayısal yöntem geliştirmektir. Geliştirilecek olan yöntem akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımlarını birleştirici yapıda olacaktır. Bu nedenle yöntem birleşik tüp ve dilim yöntemi (BTDY) olarak adlandırılabilir.

2. YÖNTEM

2.1 Yöntemin Genel İçeriği

Üç boyutlu ve karmaşık geometriye sahip bir manyetik problemin çözümünde analitik hesap yöntemleri kullanıldığında ortaya çıkan karmaşık işlem süreçleri problemin çözümünü oldukça zorlaştırır. Bunun temel nedeni ise, problemin geometrik olarak ifade edilmesinde karşılaşılan zorluklar ve probleme konu olan manyetik malzemelerin doğrusal olmayan mıknatıslanma doğasıdır. Bu tür problemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılan sayısal yöntemler, temelde, incelenecek olan malzemeyi daha basit geometriye sahip, daha küçük parçalara bölüp, bu parçaların her birine ayrı ayrı analitik çözümü uygulayıp, ortaya çıkan sonuçları birleştiren algoritmalardan oluşur. Böylelikle işlem sayısı artmasına rağmen, işlem içeriği basitleştiği için, işlem süresi kısalır [11].

Bu çalışmada ise benzer şekilde, karmaşık geometriye sahip bir manyetik malzemenin permiyansının hesaplanabilmesi amacıyla bir sayısal yöntem geliştirilmiş olup, bu yöntem kapsamında öncelikle problem geometrisi daha basit bir geometrik yapıdan faydalanarak, interpolasyon kökenli biçim fonksiyonlarıyla ifade edilerek, geometrik bir dönüşüme tabi tutulmuştur. Bu dönüşüm işleminin ardından, problem geometrisi daha küçük alt elemanlara bölünerek, her bir alt elemana akı tüpü veya MMK dilimi yaklaşımına uygun olarak analitik çözüm uygulanmıştır. Son olarak bu çözümler birleştirilerek malzemenin permiyansı hesaplanmıştır. Yöntemin akış diyagramı Şekil 2.1'de verilmiştir.



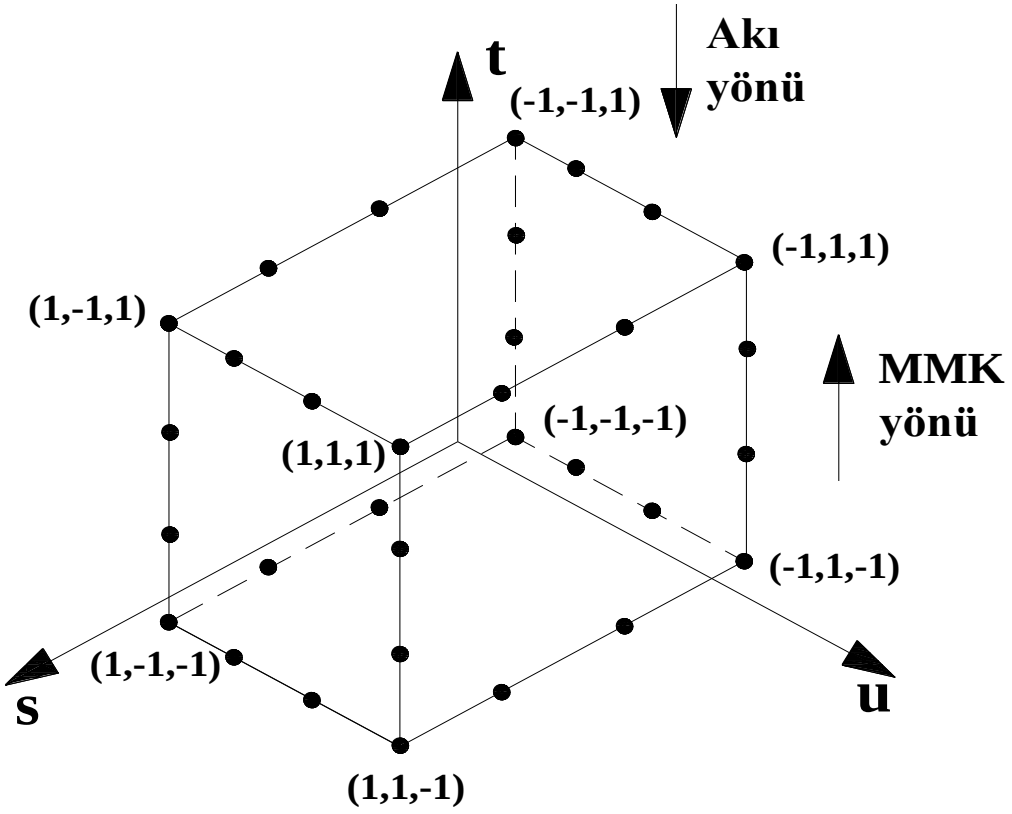
Şekil 2.1: BTDY akış diyagramı

2.2 Geometrik Dönüşüm

Problem geometrisinin geometrik dönüşümü, yöntemin ilk adımıdır. Elektrik makinelerindeki problemlere konu olan malzemeler genellikle altı yüzeyli hacimsel geometriye sahiptir. Bu nedenle problemin kübik elemanlar kullanılarak ifade edilmesi oldukça uygundur [8].

2.2.1 Kübik Eleman

Kübik eleman 32 nokta ve bu noktalara bağlı 32 biçim fonksiyonu ile tanımlanmaktadır. Şekil 2.2'de bir kübik eleman gösterilmiştir [8].



Şekil 2.2 : Kübik eleman

Biçim fonksiyonları interpolasyon kökeninden türetildiği için verilen noktalar dizisi için her bir biçim fonksiyonu aşağıdaki koşulu sağlamalıdır.

$$\begin{aligned} i = j \quad &\Rightarrow \quad N_i(P_j) = 1 \\ i \neq j \quad &\Rightarrow \quad N_i(P_j) = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(2.1)}$$

Bu ifadede N_i, i numaralı biçim fonksiyonunu, P_j ise j numaralı noktayı ve dolayısıyla o noktanın koordinatlarını belirtmektedir. (2.1) denkleminde de

görüldüğü gibi her biçim fonksiyonu, kendisiyle bağlantılı olduğu noktada 1, diğer 31 noktada ise 0 değerini vermelidir. Bu amaçla türetilecek biçim fonksiyonları kübik elemandaki doğal simetri sayesinde birbirine benzer yapıda ortaya çıkacaktır. Kübik elemanın köşelerindeki noktalar üzerinden tanımlanacak biçim fonksiyonları kendi aralarında benzerlik göstereceği gibi, kenarlardaki noktalar üzerinden tanımlanacak biçim fonksiyonları da birbirlerine benzer yapıdadır. Bu biçim fonksiyonları da aşağıda verilmiştir [2].

Köşe noktaları için biçim fonksiyonları

$$s = \pm 1 \quad u = \pm 1 \quad t = \pm 1$$
$$N_i = \frac{1}{64}(1 + ss_i)(1 + uu_i)(1 + tt_i)(s^2 + u^2 + t^2 - 19) \tag{2.2}$$

Kenar noktaları için biçim fonksiyonları

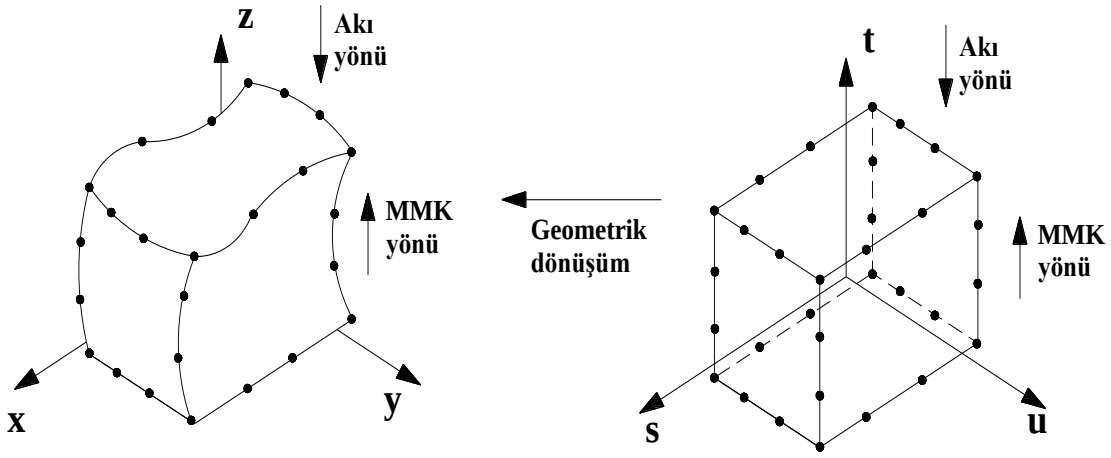
$$s = \pm \frac{1}{3} \quad u = \pm 1 \quad t = \pm 1$$
$$N_i = \frac{9}{64}(1 - s^2)(1 + 9ss_i)(1 + uu_i)(1 + tt_i) \tag{2.3}$$

$$s = \pm 1 \quad u = \pm \frac{1}{3} \quad t = \pm 1$$
$$N_i = \frac{9}{64}(1 - u^2)(1 + ss_i)(1 + 9uu_i)(1 + tt_i) \tag{2.4}$$

$$s = \pm 1 \quad u = \pm 1 \quad t = \pm \frac{1}{3}$$
$$N_i = \frac{9}{64}(1 - t^2)(1 + ss_i)(1 + uu_i)(1 + 9tt_i) \tag{2.5}$$

2.2.2 Problem ile kübik eleman arasındaki geometrik dönüşüm

Probleme konu olan malzemenin geometrik açıdan karmaşık bir şekle sahip olması çözümü zorlaştıran en önemli etkendir. Bunun nedeni ise problemin analitik çözümünün yapılması esnasında problem geometrisine ilişkin fonksiyonların tanımlanması zorunluluğudur. Ancak pek çok manyetik problemde malzemenin geometrisi, bu fonksiyonları tanımlamayı zor ve karmaşık bir süreç haline getirir. Bu nedenle problemin kübik eleman temel alınarak tanımlanması problemi oldukça kolaylaştırır. Şekil 2.3'te bu aşamanın mantığı gösterilmiştir [8].



Şekil 2.3 : Problem ile kübik eleman arasındaki geometrik dönüşüm

Çözümü kolaylaştırmak adına, problemde 32 nokta belirlenerek, bu noktalar kübik elemandaki 32 noktaya eşlenir. Bu kısımda ise, noktaların eşlenmesi esnasında oryantasyonun değiştirilmemesi ve noktaların her iki geometride aynı sırayla eşlenmesi çok önemlidir. Ardından kübik elemanı ifade eden biçim fonksiyonları, probleme ait koordinatlar kullanılarak, problem geometrisini ifade etmek için düzenlenir.

$$x = \sum_{i=1}^{32} N_i x_i \qquad \textbf{(2.6)}$$

$$y = \sum_{i=1}^{32} N_i y_i \qquad \textbf{(2.7)}$$

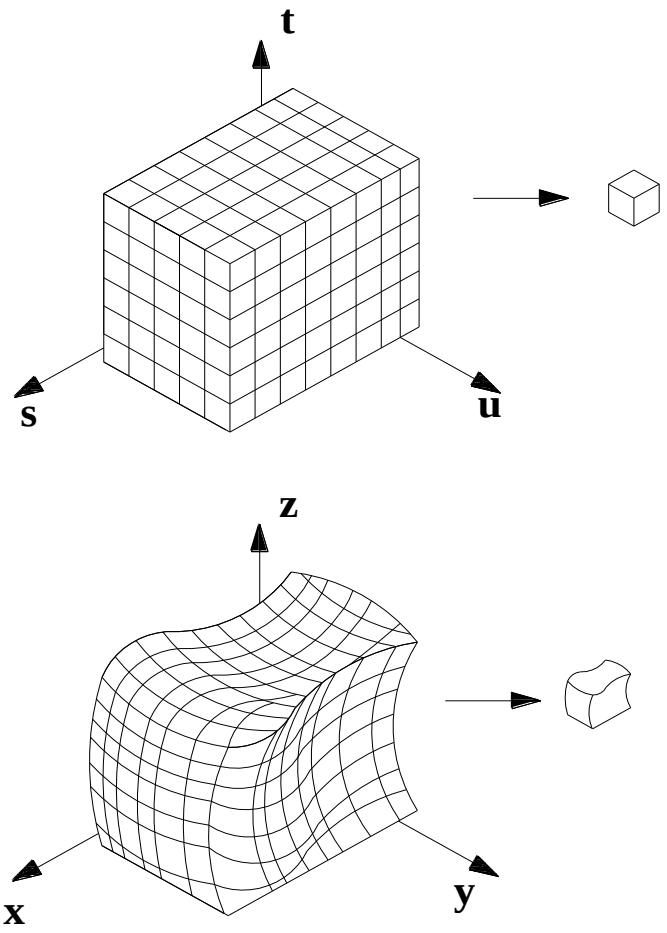
$$z = \sum_{i=1}^{32} N_i z_i \qquad \textbf{(2.8)}$$

Yukarıdaki üç denklem kübik elemanının tanımlandığı koordinat sistemi olan *(s,u,t)* sisteminden, problemin tanımlandığı *(x,y,z)* koordinat sistemine dönüşüm denklemleridir. Dolayısıyla bu denklemler sayesinde problemin geometrisini tanımlanarak, problemdeki herhangi bir noktanın koordinatları bu denklemler sayesinde elde edilebilir.

2.3 Problemin Ayrıklaştırılması

Problemin geometrik dönüşümünün sağlanmasının ardından, problemin ayrıklaştırılması süreci başlar. Bu çalışmada ayrıklaştırma işlemi kübik eleman üzerinde yapılarak, kübik eleman daha küçük alt elemanlara ayrılmıştır. Genel

anlamda kübik elemandaki her noktanın problemin belli bir noktasına karşılık gelmesine benzer olarak, her alt eleman da problemde belli bir alt elemana karşılık gelir. Bu alt elemanlar kübik elemanda son derece düzgün ve simetrik iken, problemde yine oldukça düzensizdirler. Böylelikle ayrıklaştırmada da kübik eleman üzerinden tanımlama yapılarak, problemin basitleştirilmesi sağlanır. Problemin ayrıklaştırılması Şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 : Problemin ayrıklaştırılması

Ayrıklaştırmanın bu şekilde yapılması, işlem miktarının ve süresinin azalmasını sağlar. Ayrıklaştırmanın ardından, çözüm yaklaşımı veya yaklaşımları probleme uygulanır.

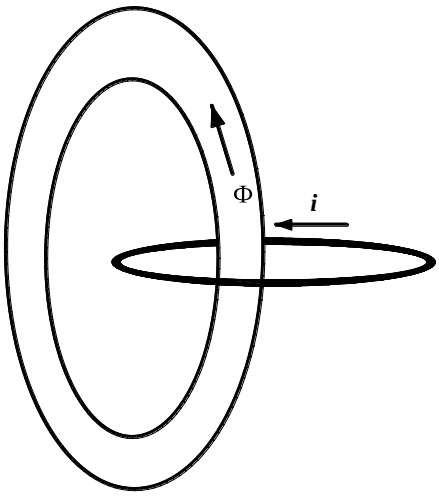
2.4 Çözüme Yaklaşım

2.4.1 Akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımları

Akı tüpü ve MMK dilimi yaklaşımları, temeli Ampere ve Gauss yasalarına dayanan, malzemeyi sabit akıya sahip tüplere ve sabit MMK'ya sahip dilimlere ayırarak analiz etmeye yönelik yöntemlerdir. Bu yaklaşımlardaki temel kurallar kullanılarak, problem belli sayıda akı tüpüne ayrıştırılmıştır. Bu akı tüpleri, manyetik eşdeğer devrede paralel relüktanslar şeklinde temsil edilmektedir. Dolayısıyla aynı MMK düşümüne sahip elemanlar oldukları kabul edilmiştir. Bir sonraki aşamada ise her akı tüpü belli sayıda MMK dilimine ayrıştırılmıştır. Bu dilimler ise manyetik eşdeğer devredeki herhangi bir akı tüpünü, birbirine seri bağlı relüktanslar olarak temsil etmektedir. Bu nedenle herhangi bir MMK dilimine giren ve çıkan akının eşit olduğu kabul edilmiştir. Böylelikle problem akı tüpü sayısının, MMK dilimi sayısıyla çarpımı kadar alt elemana ayrıştırılmıştır. Problem her eleman için çözülüp, çözümler birleştirilerek sonuca ulaşma yoluna gidilmiştir.

2.4.2 Doğrusal durum

Problem öncelikle paralel akı tüplerine ayrıştırılır. Bir akı tüpü elemanı, içerisinde sürekli bir manyetik akıyı barındıran bir hacim elemanıdır. Şekil 2.5'te bir akı tüpü gösterilmiştir. Akı tüplerinin birbirine paralel olması nedeniyle her akı tüpü için MMK düşümünün de aynı değerde olduğu kabul edilebilir [8]. Ayrıca tüp boyunca akının değişmediği göz önüne alınmaktadır. Dolayısıyla kaçak akı hesaba katılmamıştır.



Şekil 2.5 : Akı tüpü

Bu bilgiler ışığında (2.9) denklemi yazılabilir. Bu denklemde Φ_t tüp akısını, F_t tüpün MMK düşümünü, R_t ise tüpün relüktansını temsil etmektedir.

$$F_t = \Phi_t R_t \tag{2.9}$$

Tüp akısı Φ_t'nin tüp boyunca sabit olduğu göz önüne alınırsa F_t hesaplanarak tüpün relüktansı hesaplanabilir. Bu amaçla akı tüpüne, tüp boyunca Ampere yasası uygulanarak aşağıdaki denklem yazılabilir. Bu denkleme göre tüp boyunca manyetik alan şiddetinin integrali tüpün toplam amper-sarımını vermektedir. Bu amper-sarım değeri ise tüpün MMK düşümüne eşittir [12].

$$\oint \overline{H} \cdot d\overline{L} = NI = F_t \tag{2.10}$$

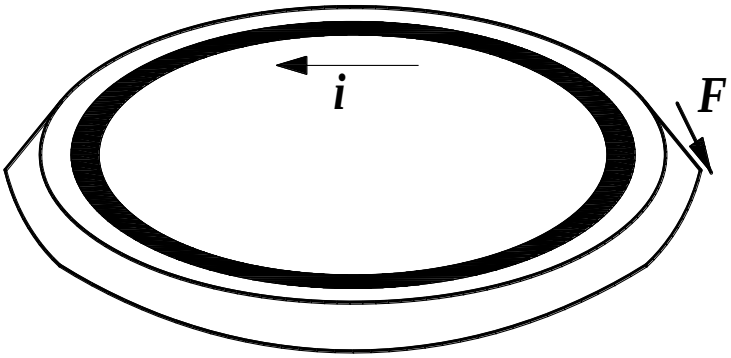
(2.10) denkleminde, tüp içerisindeki manyetik alan şiddetini temsil eden H ise, tüp kesiti A, manyetik özdirenç v, ve tüp akısı Φ_t'ye bağlıdır. Tüp akısı Φ_t'nin ise tüp boyunca sabit olduğu kabul edilerek aşağıdaki (2.11) denklemi yazılabilir.

$$H = vB = v\frac{\Phi_t}{A} \tag{2.11}$$

(2.10) denkleminde verilen dL diferansiyel uzunluğunun da bütün tüp boyunca kesit alanına dik olduğu kabul edilirse, denklemdeki skaler çarpım işlemi ortadan kaldırılabilir. Ancak bu kısımda bir sorun ortaya çıkmaktadır. Tüp kesiti A'nın tüp boyunca değişken olması nedeniyle, manyetik akı yoğunluğunu temsil eden B, ve buna bağlı olarak H değeri de sabit değildir. Bu sorunu ortadan kaldırabilmek için tüp kesiti A ile tüpün uzunluğu arasında matematiksel ilişki kurmak gereklidir. Ancak, tüpün geometrisindeki karışıklık nedeniyle bunu yapabilmek oldukça zordur. Bu nedenle bu aşamada da akı tüpü MMK dilimlerine ayrılarak, MMK dilimi yaklaşımına başvurulur. Bu yaklaşımda ise her dilime giren ve çıkan akının aynı olduğu kabul edilir. Dolayısıyla aynı manyetik akı bütün dilimlerden geçer. Şekil 2.6'da bir MMK dilimi verilmiştir [8].

Bu yaklaşımın kullanılması sayesinde, (2.12) denkleminde de görüldüğü gibi, Gauss yasasından faydalanarak, manyetik akı yoğunluğunun, dilimin yüzey alanı boyunca integrali alınarak toplam manyetik akıya ulaşılır [12].

$$\int \overline{B} \cdot d\overline{A} = \Phi_t \tag{2.12}$$



Şekil 2.6 : MMK dilimi

(2.12) denkleminde verilen ifadedeki manyetik akı yoğunluğunu temsil eden *B*, dilimin MMK'sı cinsinden ifade edilerek, (2.13) denklemi oluşturulabilir. Bu denklemde *L* dilim uzunluğu, μ ise manyetik geçirgenliktir.

$$B = \mu H = \mu \frac{F_s}{L} \tag{2.13}$$

Doğal olarak (2.13) denkleminde de *L* değerine bağlı olarak, *H* değeri, ve *H* değerine bağlı olarak *B* değeri değişkendir, ancak bu durumda dilimler o kadar küçüktür ki, dilim içerisinde manyetik alan şiddetinin sabit olduğu kabul edilebilir. Bu öngörüye bağlı olarak *L* değerinin de sabit olduğu kabul edilir. Böylece (2.13) denklemindeki manyetik akı yoğunluğu ifadesi, (2.12) denkleminde yerine konursa, (2.14) ifadesi elde edilir. Ayrıca dilim uzunluk vektörü ile, dilim yüzey vektörünün birbirine dik olduğu kabul edilerek, (2.12) denklemindeki skaler çarpım ortadan kaldırılır.

$$\int \mu \frac{F_s}{L} dA = \Phi_s = F_s P_s \tag{2.14}$$

(2.14) denklemindeki MMK'yı temsil eden F_s sabit olduğu için, (2.15) denklemindeki permiyans ifadesi yazılabilir.

$$\int \frac{\mu}{L} dA = P_s \tag{2.15}$$

Denklemdeki *L* değerinin sabit olduğunun daha önce belirtilmesine ek olarak, doğrusal durumda μ değerinin de sabit olduğu da göz önüne alınırsa, denklem (2.16) ortaya çıkar.

$$\frac{\mu}{L}\int dA = P_s \tag{2.16}$$

(2.16) denklemindeki *dA* ifadesinin integrali, dilimin yüzey alanını vermektedir. Böylece (2.16) denklemi (2.17) denklemine dönüştürülür.

$$\frac{\mu A}{L} = P_s = \frac{1}{R_s} \tag{2.17}$$

Bu işlem, her dilim için yapıldıktan sonra, bütün dilimlerin relüktansları toplanıp, toplam relüktans üzerinden akı tüpünün permiyansı, (2.18) denklemi ile hesaplanır.

$$P_t = \left(\sum \frac{1}{P_s}\right)^{-1} \tag{2.18}$$

Son olarak da bütün akı tüplerinin permiyansı hesaplanırsa, problemin toplam permiyansına (2.19) denklemi ile ulaşılır.

$$P = \sum P_t = \sum \frac{1}{R_t} \tag{2.19}$$

Böylece, problem öncelikle *n* adet akı tüpüne her akı tüpü de *m* adet MMK dilimine ayrıştırılırsa, problem *m.n* adet alt elemana ayrıştırılmış olur. Her alt eleman için permiyans değeri (2.17) denklemi ile hesaplanır. Bir alt elemanın permiyansı hesaplanırken, alt elemanın yüzey alanı olan *A* ve uzunluğu olan *L* değerlerinin bilinmesi gerekir, bu değerler ise alt eleman içerisinde hala değişken olmalarına rağmen, alt eleman o kadar küçüktür ki alt eleman içerisinde ortalama bir yüzey alanı ve ortalama bir uzunluk kullanılması mümkündür. Bu ortalama değerler ise daha önce bahsedilmiş olan geometrik dönüşüm sayesinde hesaplanabilir. Alt elemanın uzunluğu için (2.20) denklemi kullanılır.

$$L = \int dL \tag{2.20}$$

(2.20) denklemindeki *dL* ifadesi için (2.21) ifadesi yazılır.

$$dL = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \tag{2.21}$$

Bu denklemdeki *(x,y,z)* değişkenleri, denklemlerinde belirtildiği üzere *(s,u,t)* değişkenlerinin fonksiyonudur. Böylelikle *dx*, *dy* ve *dz* ifadeleri aşağıdaki üç denklemle ifade edilebilir.

$$dx = \sum_{i=1}^{32} \left(\frac{\partial N_i}{\partial s} ds + \frac{\partial N_i}{\partial u} du + \frac{\partial N_i}{\partial t} dt \right) x_i \quad \textbf{(2.22)}$$

$$dy = \sum_{i=1}^{32} \left(\frac{\partial N_i}{\partial s} ds + \frac{\partial N_i}{\partial u} du + \frac{\partial N_i}{\partial t} dt \right) y_i \quad \textbf{(2.23)}$$

$$dz = \sum_{i=1}^{32} \left(\frac{\partial N_i}{\partial s} ds + \frac{\partial N_i}{\partial u} du + \frac{\partial N_i}{\partial t} dt \right) z_i \quad \textbf{(2.24)}$$

Ancak, *dL* diferansiyel uzunluğu, manyetik akı yönünde olduğu için *ds=du=0* olacaktır. Böylece *dL* diferansiyel uzunluğu için (2.25) denklemi ortaya çıkar.

$$dL = \left[\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{32} \frac{\partial N_i}{\partial t} x_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{32} \frac{\partial N_i}{\partial t} y_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{32} \frac{\partial N_i}{\partial t} z_i \right)^2} \right] dt \quad \textbf{(2.25)}$$

Bu denklem Jakobiyen bağıntısı kullanılarak (2.26) denklemi ile ifade edilebilir.

$$dL = \left| J_L \right| dt \quad \textbf{(2.26)}$$

Doğal olarak J_L ifadesi *(s,u,t)* değişkenlerinin fonksiyonudur. J_L ifadesi probleme ilişkin bilgiler taşır. J_L'nin *t* ekseni boyunca integrali alınırsa ortaya çıkan ifade uzunluk ifadesi olacaktır.

$$L = \int_{t_1}^{t_2} dL \quad \textbf{(2.27)}$$

Bu ifadedeki t_1 ve t_2 değerleri alt elemanın *t* ekseni doğrultusundaki sınırlarıdır. İntegralin çözümüyle ortaya çıkan ifade ise *s* ve *u* değişkenlerine bağlı olacaktır. Bu uzunluk ifadesinde *s* ve *u* yerine verilecek olan değerler, *s-u* düzleminde bir noktayı belirtir. Bu *s* ve *u* değerleri uzunluk ifadesinde yerine konulduğunda ise o noktadan geçen akı yolu uzunluğu hesaplanmış olur. İfade de *s* ve *u* yerine sınır değerlerin aritmetik ortalamaları kullanılabilir. Sınır değerlerin aritmetik ortalamaları ise (2.28) ve (2.29) denklemlerinde verilmiştir.

$$s_n = \frac{s_1 + s_2}{2} \quad \textbf{(2.28)}$$

$$u_n = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad \textbf{(2.29)}$$

Bu aşamadan sonra (2.17) denkleminde *A* ile belirtilen tüp kesit alanını, yani akının geçtiği yüzey alanını ifade etmek gereklidir. (2.30) denkleminde tüp kesit alanı ifade edilmiştir.

$$A = \int_A dA \tag{2.30}$$

(2.30) denklemindeki *A* alanı *(x,y,z)* değişkenleri ile tanımlandığı için ve bu değişkenler de yine *(s,u,t)* değişkenlerinin fonksiyonu oldukları için, bu değişkenler üzerinden kolaylıkla tanımlanabilir. *dA* diferansiyel alanı, akının geçtiği yüzey alanının diferansiyelini ifade etmesine rağmen, bu yüzey alanı, *(s,u,t)* koordinat sisteminde, *t* değişkeninin sabit olduğu bir düzleme karşılık gelir. Bu nedenle *(x,y,z)* değişkenleri sadece *s* ve *u*'ya bağlı olur.

$$x = f(s,u) \tag{2.31}$$

$$y = g(s,u) \tag{2.32}$$

$$z = h(s,u) \tag{2.33}$$

Bu üç denklemdeki *f*, *g* ve *h* fonksiyonları zaten, (2.6), (2.7) ve (2.8) denklemlerinde gösterilmiştir. Bu bilgiler ışığında, *dA*'yı *ds* ve *du* cinsinden ifade edebilmek için yine bir Jakobiyen ifadesi geliştirilebilir.

$$dA = \left\{ \sqrt{\left[\frac{\partial(g,h)}{\partial(s,u)}\right]^2 + \left[\frac{\partial(f,h)}{\partial(s,u)}\right]^2 + \left[\frac{\partial(f,g)}{\partial(s,u)}\right]^2} \right\} dsdu \tag{2.34}$$

$$dA = |J_A| dsdu \tag{2.35}$$

J_L'ye benzer olarak J_A da probleme ilişkin bilgiler içermektedir. J_A'nın yüzey integrali de akının geçtiği yüzey alanını vermektedir.

$$A = \int_A dA = \int_{s_1}^{s_2} \int_{u_1}^{u_2} |J_A| dsdu \tag{2.36}$$

(2.36) denklemindeki s_1, s_2, u_1 ve u_2 değerleri alt elemanın *s* ve *u* eksenlerindeki sınırlarıdır. Bu durumda bu integral işleminin sonucunda *t* değişkenine bağlı bir ifade ortaya çıkar. Ortaya çıkan bu ifade *t* değişkenine bağlı olarak alt elemanın kesit alanını belirtmektedir. İfade de *t* yerine sınır değerlerin aritmetik ortalaması kullanılabilir. (2.37) denkleminde sınır değerlerin aritmetik ortalaması verilmiştir.

$$t_n = \frac{t_1 + t_2}{2} \tag{2.37}$$

Sonuç olarak, doğrusal durumda, manyetik geçirgenliğin sabit olması nedeniyle, problemin permiyansı tamamen problem geometrisine bağlıdır ve sabit değerdedir. Bu durumda malzeme amper-sarımın artışına doğrusal yanıt vermekte ve oluşan manyetik akı da amper-sarımla doğru orantılı olarak değişmektedir.

2.4.3 Doğrusal olmayan durum

Esasen doğrusal olmayan durumda kullanılacak yöntem doğrusal duruma benzer olmasına rağmen, bağıl manyetik geçirgenliği temsil eden μ değerinin sabit olmaması nedeniyle farklı bir yaklaşım sergilemek gerekir. Bu durumda malzeme, MMK düşümünün, yani amper-sarımın değişimine doğrusal bir yanıt vermez. Probleme uygulanan amper-sarımın artırılmasına karşın, manyetik akı her akı tüpünde doğrusal olarak artmaz. Bu durum tamamen manyetik malzemelerin doğrusal olmayan mıknatıslanma doğasından kaynaklanmaktadır.

Doğrusal olmayan mıknatıslanma doğasına sahip bir malzemeye uygulanan MMK değeri artırıldıkça, malzeme içerisinde oluşan manyetik akı, başlangıçta, MMK ile doğru orantılı artmasına rağmen, belli bir MMK değerinden sonra, MMK artışı manyetik akıyı fazla artıramaz. Bu olaya manyetik malzemenin doymaya ulaşması denir.

Bu nedenle doğrusal olmayan durum için farklı bir algoritma geliştirmek gerekir. Doğrusal durumda her MMK değeri için akı tüplerinin permiyansları sabit değerdedir. Diğer yandan doğrusal olmayan durumda herhangi bir MMK değeri için akı tüplerinin permiyanslarını belirlemek gerekir. Bu amaçla geliştirilen algoritma öncelikle, problemi akı tüplerine, ve her akı tüpünü de MMK dilimlerine ayrıştırır. Her akı tüpünün başlangıç manyetik akı değerini sıfır kabul ederek, bir manyetik akı adımı ataması yapar. Daha sonra her akı tüpünün manyetik akısını belirlenen manyetik akı adımı kadar artırır.

$$\Phi_t^{i+1} = \Phi_t^i + \Delta\Phi \tag{2.38}$$

Bu esnada her akı tüpü için belirlenen manyetik akı değerinin, yine aynı tüpün ayrıştırıldığı bütün dilimlerden geçtiği kabul edilir. Dolayısıyla bu durumda da kaçak akı ihmal edilmektedir. Gauss yasasından faydalanarak, tüpün manyetik akı değeri,

tüpün herhangi bir dilimin yüzey alanına bölünürse, o dilimdeki manyetik akı yoğunluğu saptanır ve bu değerin dilim içerisinde sabit olduğu kabul edilir.

$$\int \overline{B} \cdot d\overline{A} = B_s A_s = \Phi_t \Rightarrow B_s = \frac{\Phi_t}{A_s} \qquad \textbf{(2.39)}$$

Sonrasında ise malzemenin mıknatıslanma eğrisinden interpolasyon yöntemi ile bu manyetik akı değerine karşılık düşen manyetik alan şiddeti hesaplanır. Yine bu manyetik alan şiddeti değerinin de dilim içerisinde sabit olduğu kabul edilir. Daha sonra Ampere yasasından faydalanarak, saptanan manyetik alan şiddeti değeri dilimin uzunluğu ile çarpılarak dilimin MMK düşümü hesaplanır.

$$\oint \overline{H} \cdot d\overline{L} = H_s L_s = F_s \qquad \textbf{(2.40)}$$

Bütün dilimlerin MMK düşümleri toplanarak ise akı tüpünün MMK düşümü hesaplanır.

$$F_t = \sum_{s=1}^{n} F_s \qquad \textbf{(2.41)}$$

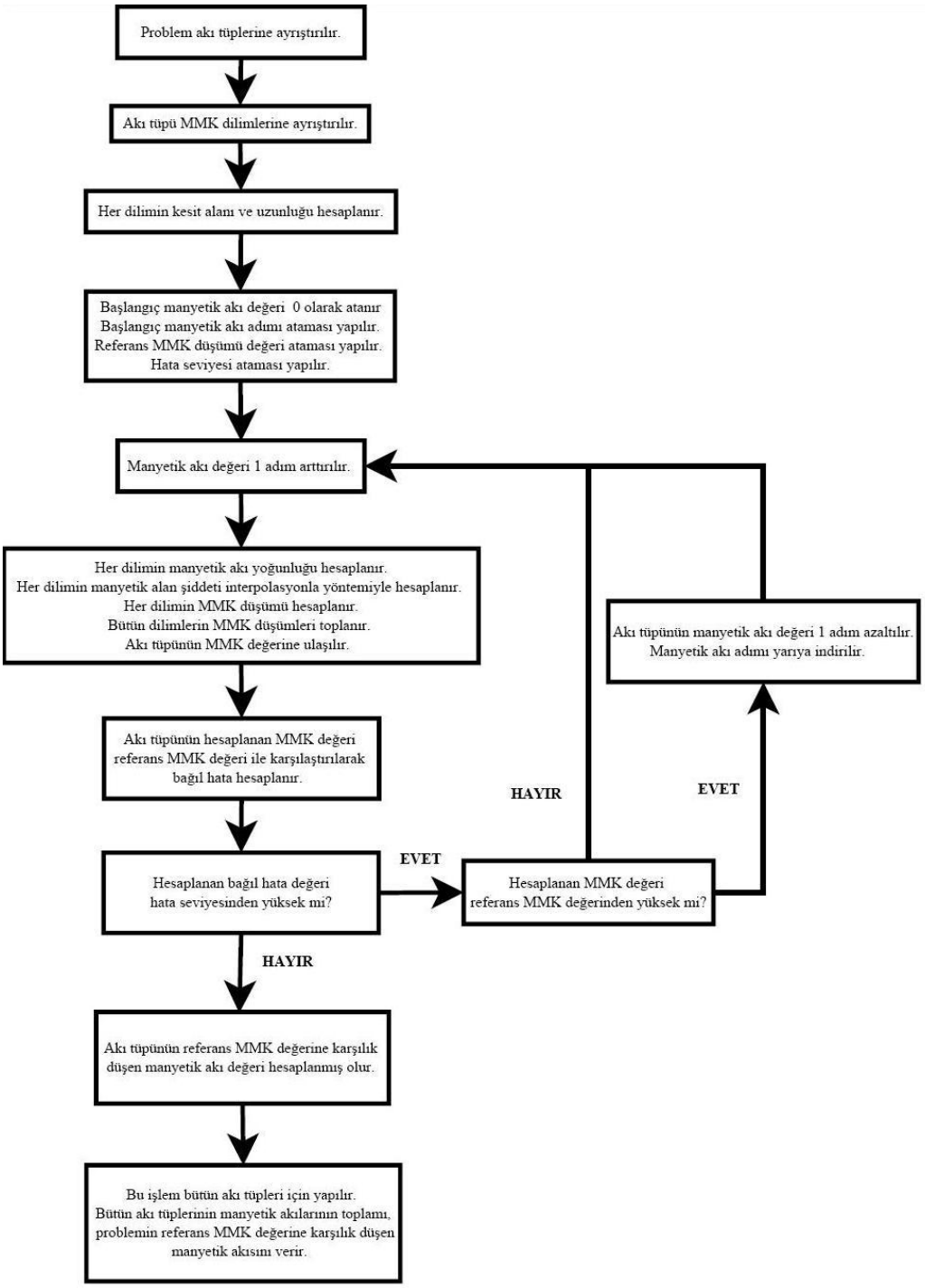
Bu aşamada algoritma hesaplanan MMK değerini istenen MMK değeri ile karşılaştırır. Aralarındaki bağıl farkın mutlak değeri algoritmada belirtilen değerin altındaysa, başlangıçta istenen MMK değeri için akı tüpünün manyetik akısı hesaplanmış olur ve ilgili akı tüpü için hesaplama sona erer. Aralarındaki bağıl farkın mutlak değeri algoritmada belirtilen değerin üstündeyse, algoritma hesaplanan MMK değerinin istenen değerin altında ya da üstünde olup olmadığını inceler. Eğer istenen değerin altındaysa tüpün manyetik akı değerini bir adım daha artırır. Eğer üstündeyse ise bir adım geri giderek, manyetik akı değerini başlangıçta verilen manyetik akı adımın yarısı kadar artırır. Bu durum istenen MMK değeri ile hesaplanan MMK değeri arasındaki bağıl farkın mutlak değeri, algoritmada belirtilen değerin altına inene kadar sürer. Bu işlem her akı tüpü için yapılır. Sonrasında ise her akı tüpü için hesaplanan manyetik akı değerleri toplanarak, probleme istenen MMK değeri uygulandığında oluşacak manyetik akı değeri saptanır.

$$\Phi = \sum_{t=1}^{m} \Phi_t \qquad \textbf{(2.42)}$$

Bu manyetik akı değerinin, MMK düşümüne bölünmesiyle permiyans hesaplanmış olur.

$$P = \frac{\Phi}{F} \qquad \textbf{(2.43)}$$

Şekil 2.7'de ise bu sürece ilişkin akış diyagramı verilmiştir.



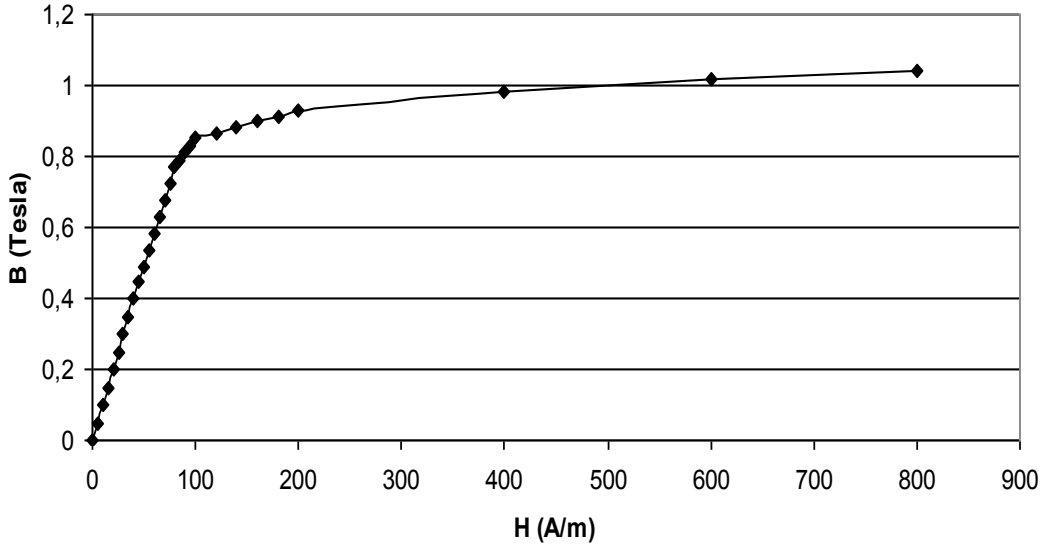
Şekil 3.7 : Doğrusal olmayan durum için akış diyagramı

3. YÖNTEMİN UYGULANMASI

3.1 Uygulama İçeriği

Bu kısımda BTDY'nin uygulanması ve uygulamaya bağlı olarak elde edilen sayısal değerlerin karşılaştırılması yapılmıştır. Yöntemin uygulanması için bir MATLAB kodu hazırlanmıştır. Bu kod aracılığıyla problem farklı sayıda akı tüplerine ve MMK dilimlerine ayrıştırılarak, problemin permiyansı hesaplanmıştır. Tüm sayısal integraller Gauss dördülleme yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Gauss dördülleme yönteminde üç Gauss noktası kullanılmıştır [13].

BTDY öncelikle doğrusal problemlere uygulanmış ve elde edilen sonuçlar, analitik çözümlerle karşılaştırılmıştır. Ayrıca yöntem doğusal olmayan bir probleme de uygulanmış, bu kez de karşılaştırma amacıyla, SEY'den faydalanılmıştır. Problemin SEY ile çözümü için FEMM 4.2 paket programı kullanılmıştır. Tüm problemlerde aynı malzeme kullanılmıştır. Malzemenin mıknatıslanma karakteristiği Şekil 3.1'de verilmiştir.

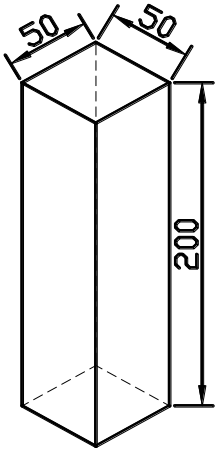


Şekil 3.1 : Malzemenin mıknatıslanma karakteristiği

3.2 Yöntemin Doğrusal Problemlere Uygulanması

3.2.1 Örnek-1

BTDY ilk olarak son derece düzgün bir probleme uygulanmıştır. Problem geometrisi Şekil 3.2'de verilmiştir. Tüm ölçüler milimetre olarak verilmiştir.



Şekil 3.2 : Problem geometrisi

Bu problemin analitik çözümü oldukça basittir. Analitik çözüm için gerekli ifade, (3.1) denklemiyle verilmiştir. Burada *A* problemin kesit alanı, *L* ise uzunluğudur.

$$P = \mu \frac{A}{L} \qquad \textbf{(3.1)}$$

Denklemde değerler yerine konursa permiyans hesaplanır.

P = 125 μH

BTDY ile elde edilen çözüm sonuçları ise Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1 : BTDY ile elde edilen çözüm sonuçları (μH)

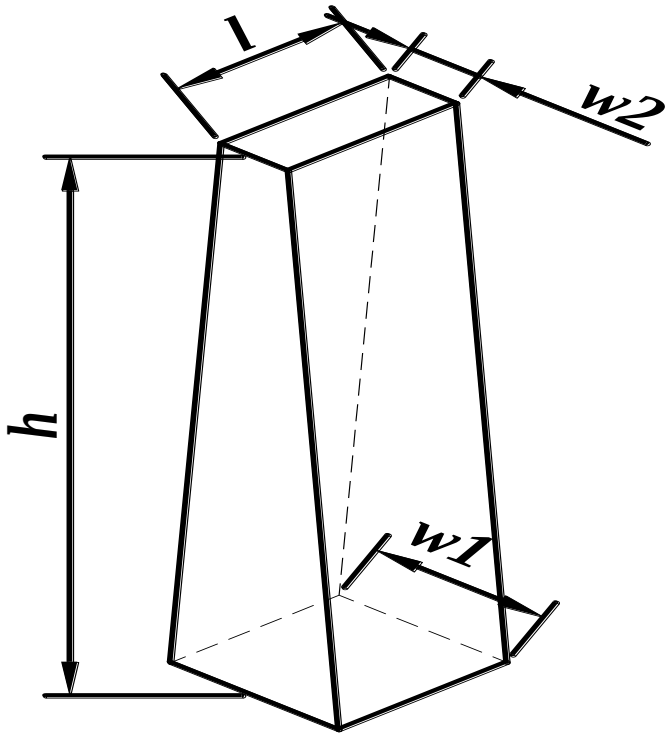
Dilim \ Tüp	**1**	**4**	**9**
1	124,998	124,998	124,998
5	124,998	124,998	124,998
10	124,998	124,998	124,998

Çizelge 3.1'de sonuçların, tüp ve dilim sayısı değişiminden etkilenmediği izlenmektedir. Bu durum problemin simetrisinden kaynaklanmaktadır ve beklenen bir sonuçtur. Çözüm sonuçları, analitik çözümle karşılaştırıldığında, %0,0012

düzeyinde bir bağıl hata olduğu görülmektedir. BTDY çözümleri, analitik çözümle son derece uyumludur.

3.2.2 Örnek-2

Bu kısımda BTDY, karmaşık bir probleme uygulanmıştır. Problemin geometrisi ise Şekil 3.3'te verilmiştir.



Şekil 3.3 : Problem geometrisi

Bu problemin permiyansının analitik olarak hesaplanması için denklem (3.2)'den faydalanılabilir [4].

$$P = \mu\, l \frac{h}{w_2 - w_1} \ln\left(\frac{w_2}{w_1}\right) \qquad \textbf{(3.2)}$$

Örnek hesaplama için aşağıda verilen değerler kullanılabilir. Tüm ölçüler milimetredir.

$w_1 = 50$
$w_2 = 20$
$l = 50$
$h = 200$

Böylece permiyansın analitik değeri hesaplanır.

P = 81,852 μH

BTDY ile elde edilen çözüm sonuçları ise Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2 : BTDY ile elde edilen çözüm sonuçları (μH)

Tüp / Dilim	**1**	**4**	**9**
1	87,498	87,437	87,426
5	82,129	82,072	82,061
10	81,921	81,863	81,853

Çizelge 3.2'de verilen sonuçlar, analitik sonuç ile karşılaştırıldığında, gerek tüp sayısının gerekse dilim sayısının artışıyla, sonuçların analitik sonuca yakınsadığı izlenmiştir. Çizelge 3.3'de ise analitik sonuçlar referans alınarak, sayısal yöntem kullanılarak hesaplanan sonuçların bağıl hataları yüzde cinsinden verilmiştir.

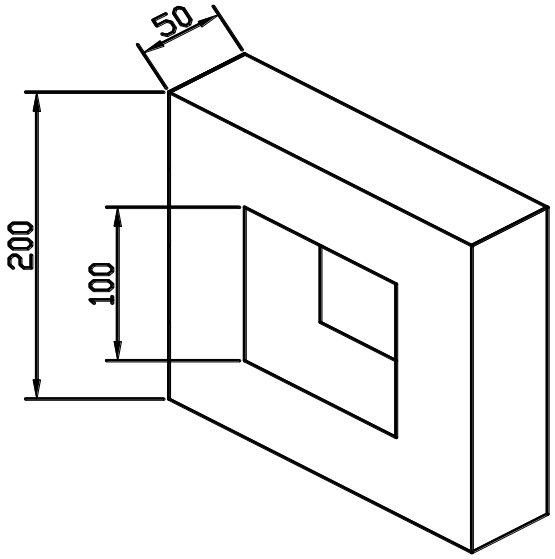
Çizelge 3.3 : BTDY ile elde edilen çözüm sonuçlarının bağıl hataları (%)

Tüp / Dilim	**1**	**4**	**9**
1	6,898	6,823	6,809
5	0,339	0,268	0,255
10	0,084	0,014	0,001

Bu örnekte de BTDY'nin analitik çözümle son derece uyumlu sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

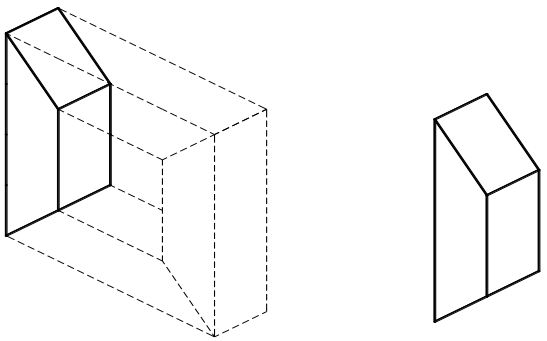
3.3 Yöntemin Doğrusal Olmayan Bir Probleme Uygulanması

Bu örnekte ise BTDY, bir transformatör çekirdeği için uygulanmıştır. Problem geometrisi Şekil 3.4'te verilmiştir. Tüm ölçüler milimetredir.



Şekil 3.4 : Transformatör Çekirdeği

Problem aslında oldukça simetriktir. Bu nedenle permiyansları da eşit olan dört eşit parçaya ayrılabilir. Böylece sadece bir parçanın permiyansı hesaplanıp dört katı alınarak toplam permiyans hesaplanabilir. Şekil 3.5'de bu parçalardan birisi verilmiştir.



Şekil 3.5 : Transformatör çekirdeğinin dört eş parçaya bölünmesi

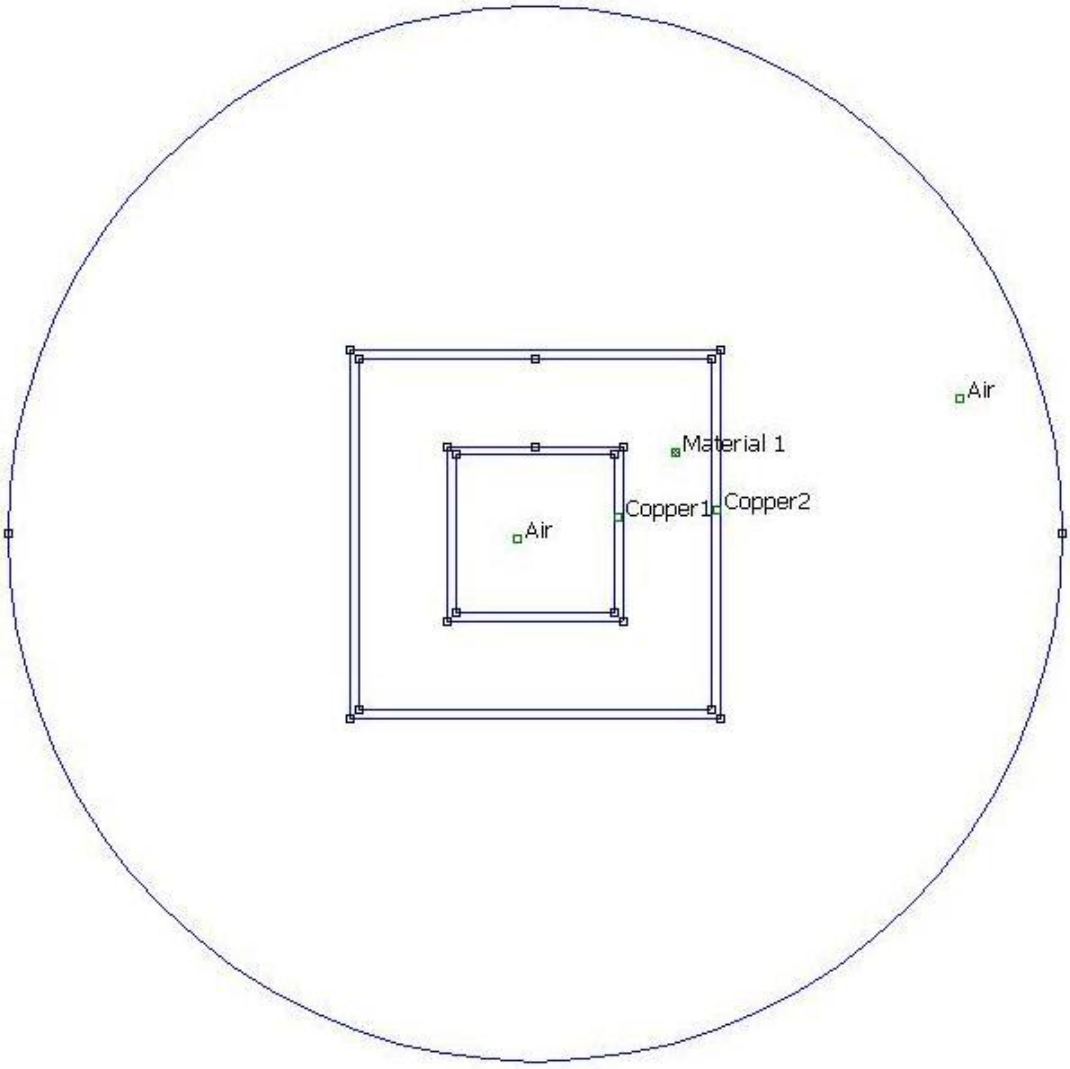
Problemin bu şekilde basitleştirilmesinin ardından, problem üzerinde, kübik elemanla aynı sıralama ve oryantasyona sahip 32 nokta belirlenmesi gerekir. Bu noktaların dağılımı Çizelge 3.4'de verilmiştir.

Çizelge 3.4: Kübik eleman ve problem üzerinde noktaların dağılımı

	KÜBİK ELEMAN			PROBLEM		
	s	u	t	x	y	z
Nokta 1	1	-1	1	50,000	0,000	200,000
Nokta 2	1	1	1	50,000	50,000	150,000
Nokta 3	-1	1	1	0,000	50,000	150,000
Nokta 4	-1	-1	1	0,000	0,000	200,000
Nokta 5	1	-1	-1	50,000	0,000	0,000
Nokta 6	1	1	-1	50,000	50,000	50,000
Nokta 7	-1	1	-1	0,000	50,000	50,000
Nokta 8	-1	-1	-1	0,000	0,000	0,000
Nokta 9	0,667	-1	1	33,333	0,000	200,000
Nokta 10	-0,667	-1	1	16,667	0,000	200,000
Nokta 11	0,667	1	1	33,333	50,000	150,000
Nokta 12	-0,667	1	1	16,667	50,000	150,000
Nokta 13	0,667	1	-1	33,333	50,000	50,000
Nokta 14	-0,667	1	-1	16,667	50,000	50,000
Nokta 15	0,667	-1	-1	33,333	0,000	0,000
Nokta 16	-0,667	-1	-1	16,667	0,000	0,000
Nokta 17	1	0,667	1	50,000	33,333	166,667
Nokta 18	1	-0,667	1	50,000	16,667	183,333
Nokta 19	1	0,667	-1	50,000	33,333	33,333
Nokta 20	1	-0,667	-1	50,000	16,667	16,667
Nokta 21	-1	0,667	1	0,000	33,333	166,667
Nokta 22	-1	-0,667	1	0,000	16,667	183,333
Nokta 23	-1	0,667	-1	0,000	33,333	33,333
Nokta 24	-1	-0,667	-1	0,000	16,667	16,667
Nokta 25	1	-1	0,667	50,000	0,000	133,333
Nokta 26	1	-1	-0,667	50,000	0,000	66,667
Nokta 27	1	1	0,667	50,000	50,000	116,667
Nokta 28	1	1	-0,667	50,000	50,000	83,333
Nokta 29	-1	1	0,667	0,000	50,000	116,667
Nokta 30	-1	1	-0,667	0,000	50,000	83,333
Nokta 31	-1	-1	0,667	0,000	0,000	133,333
Nokta 32	-1	-1	-0,667	0,000	0,000	66,667

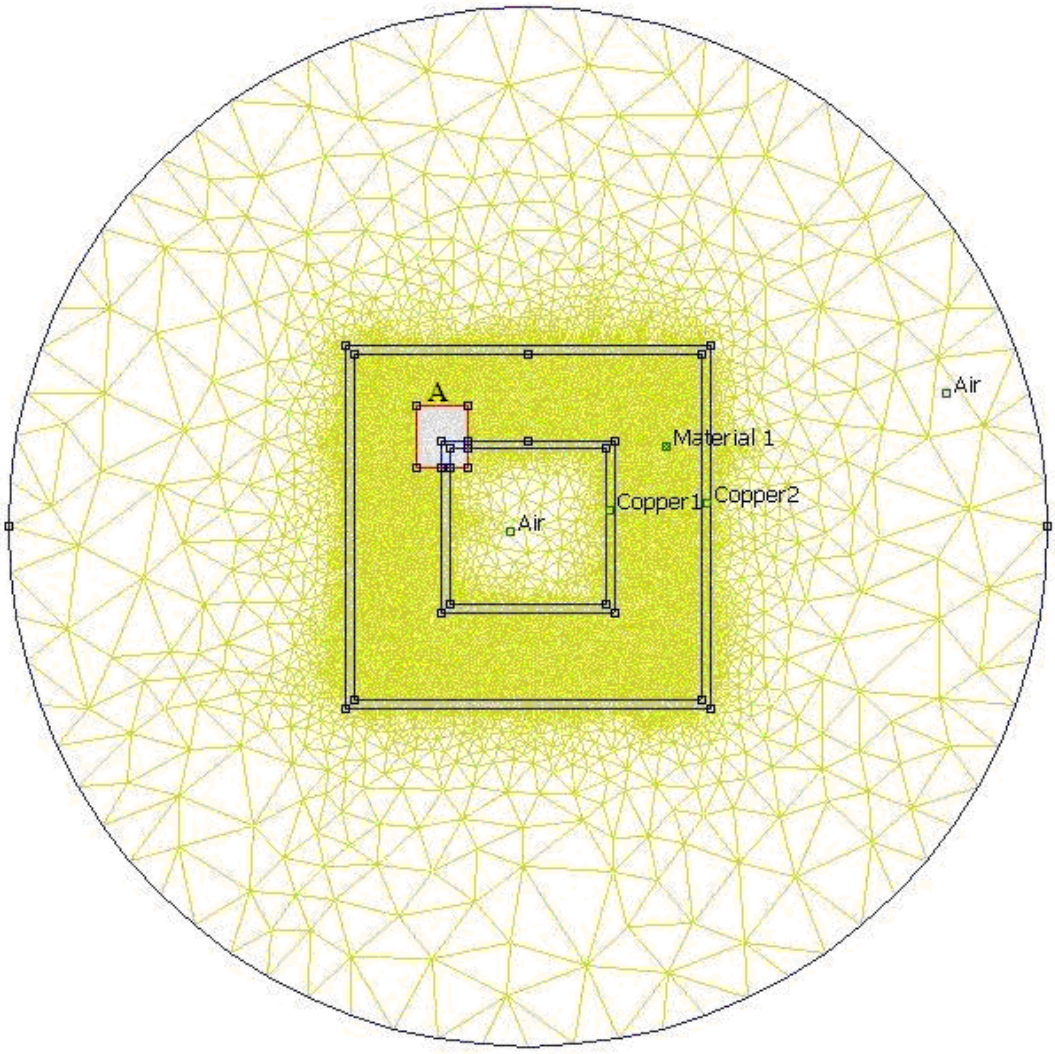
3.3.1 Problemin SEY ile çözülmesi

Problemin SEY ile çözümü için FEMM 4.2 programı kullanılmıştır. FEMM programı aracılığıyla permiyans hesaplanmıştır. Öncelikle problem gerçek ölçüleriyle FEMM programında modellenmiştir. Şekil 3.6'da bu model verilmiştir. Transformatör çekirdeğinin iç ve dış kısmında akım taşıyan *Copper-1* ve *Copper-2* bölgeleri tanımlanmıştır. Bu model sayesinde sistemi uyaran amper sarım kaynaklarının çekirdeği sıkıca sarması sağlanarak, kaçak akının etkisinin en aza indirgenmesi hedeflenmiştir.



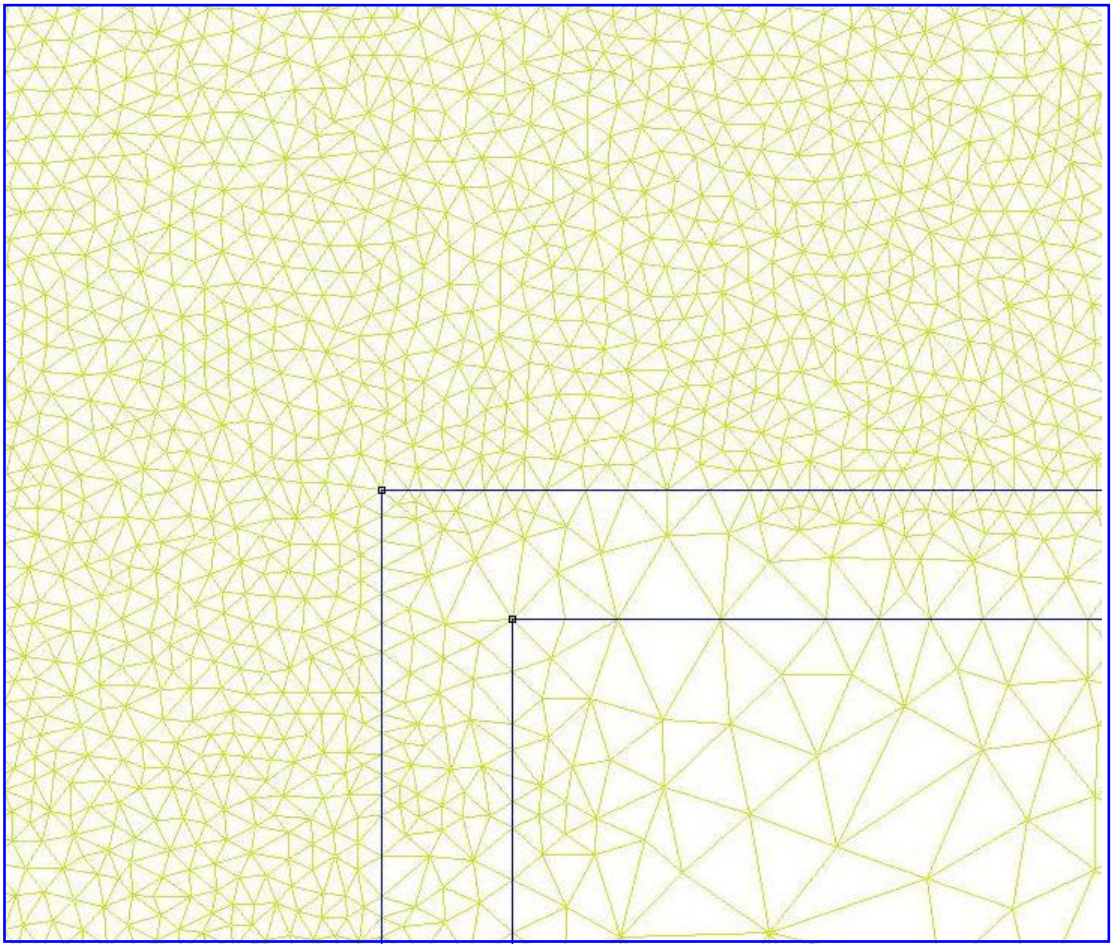
Şekil 3.6 : Problemin FEMM 4.2 programında modellenmesi

Daha sonra FEMM programı SEY'i kullanarak problemi çözmek üzere, problemi sonlu elemanlara ayırmıştır. Bu aşama da Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



Şekil 3.7 : Problemin sonlu elemanlara ayrıştırılması

SEY ile yapılan hesaplamalarda, sonucun doğruluğu, ayrıştırılan sonlu eleman sayısına bağlıdır. Ayrıştırılan sonlu eleman sayısının artışıyla sonucun doğruluğu da artar. Bu problemin BTDY ile çözümünde referans alınacak çözüm de FEMM programı ile yapılan çözüm olduğu için, Şekil 3.8'de bir detay resmi verilerek, problemin oldukça yüksek sayıda sonlu elemana ayrıştırıldığı gösterilmiştir. Detay alınan bölge Şekil 3.8'de görülen A çerçevesi içerisindeki bölgedir.



Şekil 3.8 : Sonlu elemanlara ayrıştırılmış problemin detayı

Daha sonraysa problem çeşitli amper-sarım değerleri için çözülmüştür. FEMM programı ile problem içerisinde oluşan manyetik akı, problemde depolanan manyetik enerji ve tümleyen enerji hesaplanabilmektedir. Bu değerlerden faydalanarak denklem (3.3) yazılabilir. [12,14]

$$W_m + W_m' = \Phi \cdot F_{toplam} \qquad \textbf{(3.3)}$$

(3.3) denkleminde W_m problemin içerisinde depolanan manyetik enerjiyi, W_m' tümleyen enerjiyi, Φ manyetik akıyı ve F_{toplam} da MMK düşümünü temsil etmektedir. Başlangıçta problem dört eşit parçaya bölünmüştü. (3.3) denkleminden faydalanarak bir parçanın MMK düşümü hesaplanabilir.

$$F = \frac{W_m + W_m'}{4\ \Phi} \qquad \textbf{(3.4)}$$

(3.4) denklemi ile hesaplanan F değeri kullanılarak da problemin permiyansı (3.5) denklemi ile hesaplanır.

$$P = \frac{\Phi}{F} \qquad \textbf{(3.5)}$$

Bu şekilde hesaplanan permiyans değerleri çizelge 3.5'te verilmiştir.

Çizelge 3.5: Problemin SEY ile hesaplanan permiyans değerleri

Akı (mWb)	Enerji (mJ)	Tümleyen Enerji (mJ)	MMK Düşümü (amper-sarım)	Permiyans (µH)
0,195296	0,390595	0,390593	1,000007681	195,294
0,390550	1,562110	1,562310	2,000015363	195,273
0,585149	3,507600	3,514250	3,000029052	195,048
0,777974	6,206120	6,241610	4,000049488	194,491
0,966934	9,605470	9,733510	5,000080150	193,384
1,142425	13,461900	13,956800	6,000109416	190,401
1,309955	17,815800	18,863800	7,000164128	187,132
1,471105	22,648900	24,427600	8,000193732	183,884
1,626465	27,928800	30,625500	9,000239784	180,714
1,770175	33,386900	37,422100	10,000282458	177,013
1,987815	42,850800	52,566900	12,000324477	165,647
2,121650	49,783800	69,032200	14,000424198	151,542
2,163220	52,261200	86,189700	16,000557040	135,197
2,199245	54,712100	103,640000	18,000734343	122,175
2,234205	57,367200	121,376000	20,000760897	111,706
2,316080	64,734000	166,884000	25,001079410	92,639
2,358335	69,330100	213,684000	30,001473497	78,607
2,386235	72,947600	261,142000	35,001749618	68,175
2,410825	76,632900	309,119000	40,002063609	60,268
2,434845	80,716900	357,578000	45,002341011	54,105
2,460175	85,534100	406,527000	50,002652250	49,201
2,509635	96,381500	505,965000	60,003396908	41,825
2,570080	113,040000	709,432000	80,004513478	32,124
2,612255	128,185000	916,770000	100,005072246	26,121
2,711895	177,927000	1449,280000	150,006453052	18,079
2,808750	245,686000	2001,410000	200,008544726	14,043

3.3.2 Problemin BTDY ile çözülmesi

Geliştirilen sayısal yöntem kullanılarak, problem farklı sayıda tüp ve dilimlere ayrıştırılarak, çözülmüştür. Çözümlerin sonuçlarını içeren çizelgeler ise eklerde verilmiştir. Çizelgelerde, FEMM programı kullanılarak yapılan çözümler referans alınarak, BTDY ile elde edilen çözümlerin bağıl hatalarına da yer verilmiştir.

Bu çizelgelerde de yine gerek tüp sayısının gerekse dilim sayısının artışının sonuçları daha doğru seviyelere ulaştırdığı gözlenmiştir. Çizelge 3.6'da en iyi sonuçların elde edildiği, problemin 9 tüp ve her tüpün 10 dilime ayrıştırıldığı çözüm sonuçları, verilmiştir.

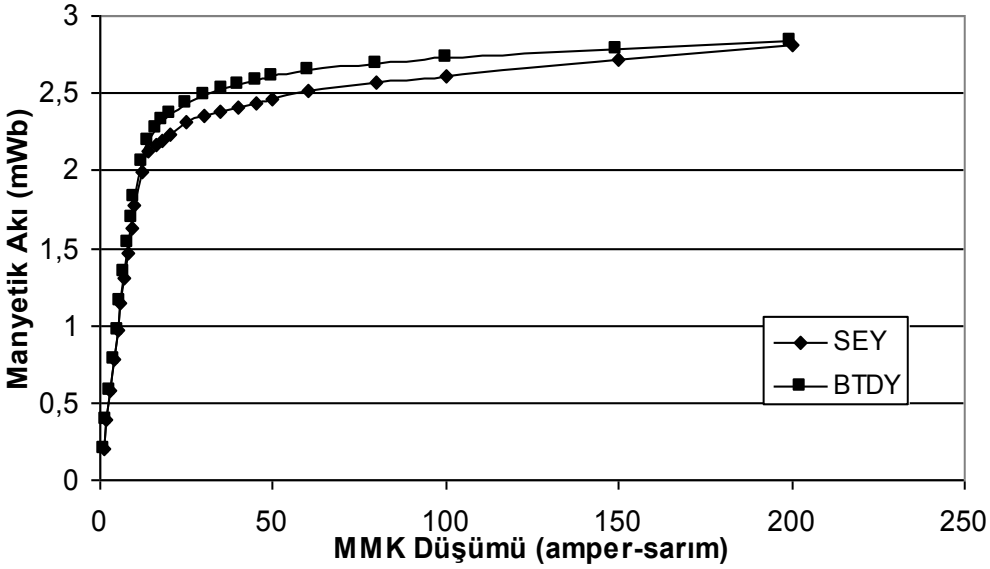
Çizelge 3.6 : Problemin BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	Permiyans (μH)	Bağıl Hata (%)
0,999787879	0,195486	195,528	0,1196
1,998964111	0,390625	195,414	0,0719
2,984638397	0,583681	195,562	0,2635
4,022837362	0,786458	195,498	0,5179
4,992579781	0,972569	194,803	0,7339
6,002946867	1,161458	193,481	1,6179
7,000898937	1,344792	192,088	2,6486
8,003811739	1,528125	190,925	3,8290
9,030127389	1,694792	187,682	3,8560
9,954345407	1,825347	183,372	3,5926
12,032400246	2,055903	170,864	3,1495
14,027647228	2,198958	156,759	3,4426
16,016287788	2,275694	142,086	5,0960
17,938109827	2,326389	129,690	6,1505
20,019672393	2,364931	118,130	5,7511
24,995129879	2,435069	97,422	5,1625
29,971492984	2,483333	82,857	5,4056
35,024182701	2,524306	72,073	5,7183
40,122878601	2,558681	63,771	5,8134
45,112269217	2,586806	57,342	5,9821
50,034535605	2,609722	52,158	6,0111
60,132987983	2,646181	44,005	5,2136
80,115452432	2,694444	33,632	4,6937
100,291919017	2,729514	27,216	4,1899
149,418013225	2,790278	18,674	3,2955
199,898027308	2,834722	14,181	0,9804

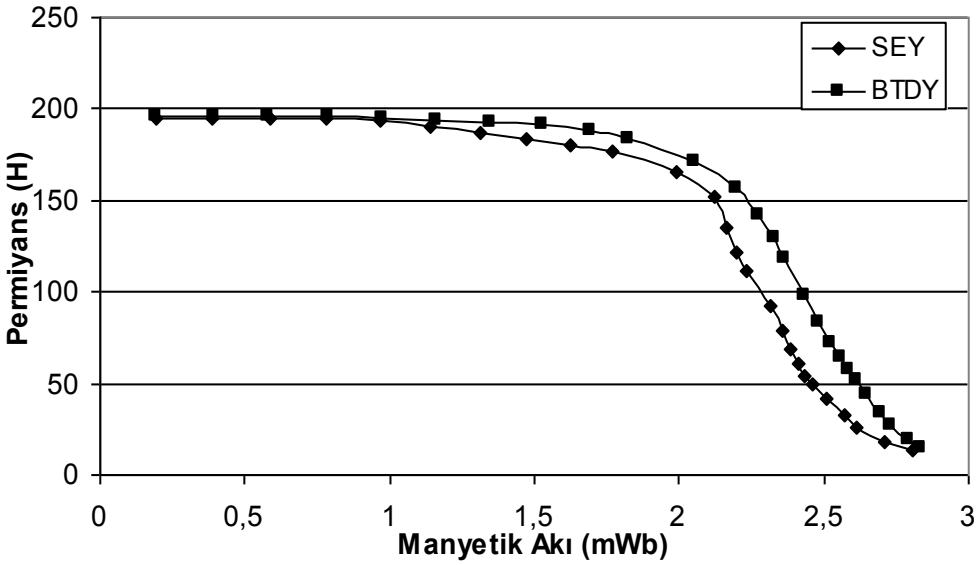
3.3.3 Sonuçların karşılaştırılması

Çizelge 3.6'da da, probleme konu olan transformatör çekirdeği doymaya yaklaştıkça, sonuçlardaki hata oranının yükseldiği izlenmiştir. Diğer yandan doymanın henüz oluşmadığı değerlerde SEY ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. En yüksek hatanın %6,15 civarında olduğu saptanmıştır. Şekil 3.9'da ise sayısal yöntemle belirlenen mıknatıslanma karakteristiği, SEY ile saptanan mıknatıslanma karakteristiğiyle

karşılaştırılmıştır. Şekil 3.10'da ise permiyans değerlerinin karşılaştırması yapılmıştır.



Şekil 3.9 : Mıknatıslanma karakteristiklerinin karşılaştırılması



Şekil 3.10 : Permiyansların karşılaştırılması

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada düzensiz geometrik yapıya sahip manyetik malzemelerin mıknatıslama karakteristiğinin tayini için bir yöntem geliştirilmiş ve yöntem doğrusal problemlere ve doğrusal olmayan bir probleme uygulanarak elde edilen sonuçların doğruluğu karşılaştırılmıştır. Uygulama için MATLAB programında bir kod yazılmıştır. Karşılaştırma için doğrusal problemlerde analitik çözümler, doğrusal olmayan problemde ise SEY çözümleri kullanılmıştır. Doğrusal problemlerde, sonuçların, analitik çözümle elde edilen sonuçlara son derece yakın olduğu iki yöntemle hesaplanan değerler arasındaki farklılığın ihmal edilebilecek düzeyde olduğu izlenmiştir. Doğrusal olmayan problemde ise elde edilen sonuçların, SEY ile elde edilen sonuçlara oldukça yakın olduğu, problemin doymaya yakın olduğu bölgelerde hata payının yükseldiği ve tespit edilen en yüksek hata oranının %6,15 seviyesinde olduğu izlenmiştir. Ancak bu karşılaştırmada FEMM programıyla yapılan hesaplarda da belli bir hata payının olduğu göz önünde tutulmalıdır.

Geliştirilen sayısal yöntemde de bazı hata kaynakları vardır. (2.10) ve (2.12) denklemlerindeki skaler çarpım ifadelerinin ortadan kaldırılması belli bir hata payına neden olur. Buna ek olarak kaçak akı tamamen ihmal edilmiştir. Kaçak akının ihmal edilmesi özellikle doğrusal olmayan problemlerin çözümünde sonuçlara etki eder. Ayrıca uzunluk ve yüzey integrallerinin hesaplanması sırasında Gauss dördülleme yöntemi kullanılmıştır ki, bu yöntem de bir sayısal yöntem olması nedeniyle belli bir hata payı içerir. Son olarak ayrıştırılan akı tüplerinin problemdeki akı yollarıyla aynı doğrultuda olması hatayı düşürür. Bu nedenle, bu yöntemde sonuçların doğruluğu ayrıştırılan eleman sayısından çok, ayrıştırılan elemanların şekil ve geometrisine bağlıdır [15].

Çalışmanın geliştirilmesi amacıyla daha geliştirilmiş bir algoritma kullanılarak hesaplama süresi kısaltılabilir. Ayrıca kullanıcı dostu bir arayüz de geliştirilebilir. Daha farklı alt eleman yapıları ve biçim fonksiyonları kullanılarak araştırma detaylandırılabilir. Gauss dördülleme yönteminde kullanılan nokta sayısının sonuçlara etkisi incelenmemiştir. Bu etki de incelenebilir. Bu tez çalışmasında

deneysel bir çalışma yapılmamıştır. Yöntemin doğruluğu deneysel bir çalışmadan elde edilecek sonuçlarla karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

[1] Reddy, J.N., 1985: *An Introduction to the Finite Element Method.* McGraw-Hill, Singapore.

[2] Chari, M.V.K. and Salon, S.J., 2000: *Numerical Methods in Electromagnetism*. Academic Press, London.

[3] Jin, Jianming. 2002: *The Finite Element Method in Electromagnetics*. John Wiley & Sons, New York.

[4] Ostović, Vlado, 1989: *Dynamics of Saturated Electrical Machines*. Springer-Verlag, New York.

[5] Penman, J., Fraser J.R., Smith, J.R., Grieve, M.D., 1983: Complementary Energy Methods in the Calculation of Electrostatic Fields. *IEEE Transactions on Magnetics*. **MAG-19**, no. 6, pp. 2288-2291.

[6] Penman, J. and Fraser, J.R., 1983: Dual and Complementary Energy Methods in Electromagnetics. *IEEE Transactions on Magnetics*. **MAG-19**, no. 6, pp. 2311-2316.

[7] Hammond, P. and Baldomir, D., 1988: Dual Energy Methods in Electromagnetism Using Tubes and Slices. *IEE Proc. A*, **135**, pt. A, no. 3, pp. 167-172,.

[8] Suriano, John R. and Ong, Chee-Mun., 1992: Calculation of three dimensional permeance for structures containing nonlinear magnetic material, *IEEE - Industry Applications Society Annual Meeting*, Houston, Texas, USA, October 4-9.

[9] Ovacik, L., Alkan, S., Kemençe, B., 2006: A Method for Time-Domain Analysis of Permanent-Magnet Brushless Motors Using Permeance Network Approach. *Int. Conf. Elec. Machines (ICEM 2006)*, Chania Crete, Greece.

[10] Raminosoa, T., Farooq, J.A., Djerdir, A., Miraoui, A., 2009**:** Reluctance network modelling of surface permanent magnet motor considering iron nonlinearities, *Energy Conversion and Management*, **50,** Issue 5, pp 1356-1361.

[11] Hammond P., 1981: *Energy Methods in Electromagnetism*. Oxford University Press, Newyork.

[12] Kraus, John D., 1984: *Electromagnetics*. McGraw-Hill, Singapore.

[13] Chapra, Steven C. and Canale, Raymond P. 2002: *Numerical Methods for Engineers : With Software and Programming Applications*. McGraw-Hill, Boston.

[14] Lovatt, Howard C. and Watterson , Peter A., 1999: Energy Stored in Permanent Magnets. *IEEE Transactions on Magnetics*. **35**, no. 1, pp. 505-507.

[15] Sykulski, J.K. 1988: Computer package for calculating electric and magnetic fields exploiting dual energy bounds," *IEE Proc. A*, **135**, pt. A, no. 3, pp. 145-150.

EKLER

Çizelge A1 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A2 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A3 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A4 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A5 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A6 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A7 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A8 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri
Çizelge A9 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

Çizelge A1 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,993747487	0,165625	166,667	14,6583
2,006260255	0,334375	166,666	14,6499
2,981244629	0,496875	166,667	14,5506
4,030850532	0,671875	166,683	14,2977
5,008210581	0,834375	166,601	13,8492
6,059943951	1,009375	166,565	12,5186
7,064264474	1,159375	164,118	12,2981
8,061643085	1,309375	162,420	11,6722
9,060999458	1,459375	161,061	10,8748
9,999306875	1,609375	160,949	9,0749
11,961304889	1,921875	160,674	3,0018
13,891147094	2,046875	147,351	2,7654
15,989318955	2,140625	133,878	0,9749
18,051365414	2,165625	119,970	1,8049
19,962306702	2,190625	109,738	1,7617
25,136442370	2,259375	89,884	2,9736
30,000005134	2,325000	77,500	1,4086
35,218933548	2,356250	66,903	1,8655
40,328532298	2,378125	58,969	2,1549
45,301267436	2,396875	52,910	2,2090
49,663918795	2,412500	48,577	1,2690
60,000012135	2,450000	40,833	2,3707
80,249523658	2,525000	31,464	2,0539
99,336208694	2,568750	25,859	1,0033
148,735421534	2,631250	17,691	2,1446
201,369247110	2,671875	13,269	5,5159

Çizelge A2 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,994228396	0,187500	188,588	3,4335
1,988467928	0,375000	188,587	3,4238
2,982724136	0,562500	188,586	3,3128
3,976767899	0,750000	188,595	3,0312
5,035586359	0,950000	188,657	2,4440
5,991550516	1,125000	187,764	1,3845
6,991131477	1,300000	185,950	0,6317
8,024042297	1,475000	183,823	0,0332
9,028648051	1,650000	182,752	1,1278
10,019837482	1,825000	182,139	2,8959
11,891734052	2,100000	176,593	6,6083
13,938486221	2,200000	157,836	4,1536
15,871504060	2,287500	144,126	6,6049
17,872808212	2,331250	130,436	6,7610
19,950866859	2,362500	118,416	6,0067
25,117152048	2,425000	96,548	4,2189
30,191226796	2,487500	82,391	4,8140
35,201938581	2,531250	71,907	5,4738
40,080285478	2,559375	63,856	5,9546
44,794213563	2,581250	57,625	6,5054
50,324998778	2,603125	51,726	5,1328
59,620886938	2,634375	44,185	5,6439
79,683289882	2,687500	33,727	4,9902
99,430404956	2,725000	27,406	4,9189
149,967442442	2,789063	18,598	2,8722
199,676975000	2,832813	14,187	1,0241

Çizelge A3 : Doğrusal olmayan problemin 1 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,992215829	0,187500	188,971	3,2376
1,984442625	0,375000	188,970	3,2279
2,976686726	0,562500	188,968	3,1167
4,034929712	0,762500	188,975	2,8362
4,959625863	0,937500	189,026	2,2531
6,049275636	1,137500	188,039	1,2403
7,051819976	1,312500	186,122	0,5396
7,932405202	1,462500	184,370	0,2646
9,080073698	1,662500	183,093	1,3168
9,936944692	1,812500	182,400	3,0436
12,012796908	2,112500	175,854	6,1621
13,962360344	2,212500	158,462	4,5663
16,055674009	2,275000	141,694	4,8062
18,132003737	2,337500	128,916	5,5169
19,839424982	2,368750	119,396	6,8842
25,006150776	2,431250	97,226	4,9513
30,006498842	2,478125	82,586	5,0618
35,279939565	2,521875	71,482	4,8509
39,988112390	2,556250	63,925	6,0691
45,093705031	2,587500	57,381	6,0542
49,781802311	2,609375	52,416	6,5351
59,731699983	2,643750	44,260	5,8231
79,234756770	2,690625	33,958	5,7073
100,955884403	2,728125	27,023	3,4520
149,268163359	2,787500	18,674	3,2962
198,827915669	2,831250	14,240	1,3996

Çizelge A4 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
1,003147557	0,171875	171,336	12,2678
2,006296848	0,343750	171,336	12,2585
2,987606991	0,512500	171,542	12,0512
4,013339835	0,687500	171,304	11,9220
4,993575838	0,856250	171,470	11,3315
6,006236429	1,018750	169,615	10,9166
6,972643389	1,175000	168,516	9,9482
8,001159523	1,337500	167,163	9,0929
8,954922533	1,487500	166,110	8,0811
9,959693238	1,650000	165,668	6,4090
11,965590429	1,875000	156,699	5,4015
13,974441789	2,037500	145,802	3,7876
16,035803450	2,109375	131,542	2,7034
17,928030178	2,171875	121,144	0,8440
20,030577310	2,200000	109,832	1,6775
25,068544270	2,268750	90,502	2,3071
30,039413239	2,314063	77,034	2,0012
34,975788775	2,354688	67,323	1,2488
39,766157082	2,378125	59,803	0,7711
45,147482463	2,400000	53,159	1,7479
49,947283909	2,418750	48,426	1,5748
60,278623614	2,459375	40,800	2,4501
80,008320818	2,523438	31,540	1,8194
100,184456477	2,570313	25,656	1,7817
149,005965185	2,632813	17,669	2,2642
198,821313587	2,671875	13,439	4,3051

Çizelge A5 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,999776675	0,193750	193,793	0,7684
2,002870606	0,388750	194,096	0,6026
2,983832952	0,578750	193,962	0,5566
3,986909251	0,773750	194,073	0,2150
4,979032226	0,963750	193,562	0,0921
5,949900520	1,143750	192,230	0,9608
6,951779713	1,323750	190,419	1,7564
8,055505690	1,523750	189,156	2,8673
9,027576589	1,693750	187,620	3,8215
10,019370225	1,843750	184,019	3,9579
12,005815585	2,043750	170,995	3,2285
13,927791607	2,206250	158,406	4,5297
15,974891694	2,271250	142,176	5,1626
18,056882367	2,328750	128,967	5,5593
19,897869601	2,363750	118,794	6,3453
25,029485443	2,433750	97,235	4,9613
29,943046652	2,483750	82,949	5,5234
34,986421941	2,526250	72,207	5,9139
39,879355267	2,558750	64,162	6,4624
44,976043903	2,583750	57,447	6,1776
49,900750634	2,603750	52,179	6,0520
60,184471223	2,638750	43,844	4,8284
80,120850556	2,690000	33,574	4,5140
100,015721545	2,727500	27,271	4,4005
150,065135503	2,791250	18,600	2,8859
201,225005939	2,836250	14,095	0,3686

Çizelge A6 : Doğrusal olmayan problemin 4 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,997752889	0,193750	194,186	0,5671
1,995506689	0,387500	194,186	0,5566
2,993223527	0,581250	194,189	0,4403
3,991000797	0,775000	194,187	0,1563
4,999578908	0,968750	193,766	0,1979
6,037961678	1,162500	192,532	1,1193
7,004600575	1,337500	190,946	2,0380
7,980342641	1,512500	189,528	3,0696
8,960598617	1,687500	188,324	4,2116
9,973172355	1,837500	184,244	4,0854
11,950154916	2,050000	171,546	3,5612
13,985979937	2,200000	157,300	3,7999
15,916436268	2,278125	143,130	5,8683
18,011167710	2,325000	129,087	5,6568
19,885140536	2,362500	118,807	6,3571
25,009655283	2,434375	97,337	5,0715
30,176271902	2,484375	82,329	4,7342
35,161056920	2,525000	71,812	5,3358
40,247797847	2,559375	63,590	5,5136
45,000354074	2,585938	57,465	6,2101
49,906703259	2,609375	52,285	6,2685
59,902450752	2,645313	44,160	5,5838
80,738209270	2,695313	33,383	3,9196
99,644767216	2,728125	27,379	4,8132
150,184459463	2,790625	18,581	2,7811
200,043760666	2,834375	14,169	0,8945

Çizelge A7 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 1 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	**Manyetik Akı (mWb)**	**P (µH)**	**Bağıl Hata (%)**
0,997935247	0,171875	172,231	11,8095
2,002128232	0,344792	172,213	11,8094
2,993776551	0,515625	172,232	11,6973
4,030128273	0,694792	172,399	11,3586
5,001803852	0,860069	171,952	11,0825
5,999664096	1,025347	170,901	10,2415
7,021289064	1,189236	169,376	9,4886
8,008255819	1,347569	168,273	8,4896
8,983057221	1,505903	167,638	7,2354
10,007983115	1,639236	163,793	7,4681
11,995929722	1,879514	156,679	5,4136
13,935339339	2,020486	144,990	4,3233
16,038180536	2,113542	131,782	2,5256
17,952150606	2,171181	120,943	1,0089
20,024866872	2,201736	109,950	1,5718
24,962878170	2,264931	90,732	2,0587
29,921552329	2,315625	77,390	1,5487
34,892922583	2,353472	67,448	1,0653
40,114643862	2,380208	59,335	1,5470
44,897192678	2,400000	53,455	1,2002
50,057431404	2,420486	48,354	1,7209
60,180378095	2,459375	40,867	2,2908
80,208141825	2,524306	31,472	2,0304
99,928942324	2,569792	25,716	1,5505
150,373683537	2,634375	17,519	3,0957
199,884853537	2,672917	13,372	4,7771

Çizelge A8 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 5 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,999775669	0,195000	195,044	0,1281
2,006187746	0,391875	195,333	0,0306
3,002597384	0,585625	195,039	0,0041
4,007267684	0,781875	195,114	0,3204
5,000841667	0,971875	194,342	0,4957
5,991664297	1,156875	193,081	1,4075
7,016936802	1,344375	191,590	2,3822
7,996615966	1,521875	190,315	3,4974
8,945800167	1,681875	188,007	4,0360
9,992747169	1,825625	182,695	3,2102
11,982716811	2,055625	171,549	3,5632
14,016628003	2,195625	156,644	3,3670
15,987674271	2,275000	142,297	5,2520
18,022404251	2,324375	128,971	5,5625
19,976957346	2,365000	118,386	5,9803
24,931535739	2,432813	97,580	5,3330
30,012529784	2,485313	82,809	5,3453
34,884655049	2,525313	72,390	6,1835
39,984262699	2,559688	64,017	6,2220
44,978430227	2,584063	57,451	6,1848
50,022000693	2,604688	52,071	5,8331
59,946867908	2,638438	44,013	5,2314
79,950983877	2,690000	33,646	4,7360
99,986842286	2,727813	27,282	4,4427
149,955882139	2,791563	18,616	2,9724
199,818270066	2,835625	14,191	1,0529

Çizelge A9 : Doğrusal olmayan problemin 9 tüp 10 dilime ayrıştırılarak BTDY ile hesaplanan permiyans değerleri

MMK Düşümü (amper-sarım)	Manyetik Akı (mWb)	P (µH)	Bağıl Hata (%)
0,999787879	0,195486	195,528	0,1196
1,998964111	0,390625	195,414	0,0719
2,984638397	0,583681	195,562	0,2635
4,022837362	0,786458	195,498	0,5179
4,992579781	0,972569	194,803	0,7339
6,002946867	1,161458	193,481	1,6179
7,000898937	1,344792	192,088	2,6486
8,003811739	1,528125	190,925	3,8290
9,030127389	1,694792	187,682	3,8560
9,954345407	1,825347	183,372	3,5926
12,032400246	2,055903	170,864	3,1495
14,027647228	2,198958	156,759	3,4426
16,016287788	2,275694	142,086	5,0960
17,938109827	2,326389	129,690	6,1505
20,019672393	2,364931	118,130	5,7511
24,995129879	2,435069	97,422	5,1625
29,971492984	2,483333	82,857	5,4056
35,024182701	2,524306	72,073	5,7183
40,122878601	2,558681	63,771	5,8134
45,112269217	2,586806	57,342	5,9821
50,034535605	2,609722	52,158	6,0111
60,132987983	2,646181	44,005	5,2136
80,115452432	2,694444	33,632	4,6937
100,291919017	2,729514	27,216	4,1899
149,418013225	2,790278	18,674	3,2955
199,898027308	2,834722	14,181	0,9804

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: A. Kubilay ATALAY

Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul 24.07.1980

Lisans Üniversite: İstanbul Teknik Üniversitesi