T.C.
ÇANKIRI KARATEKİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

A~160 CİVARINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERİN EŞEVRELİ DURUM YAKLAŞIMI İLE İNCELENMESİ

Tezi Hazırlayan

Melih KARATAŞ

Tezi Yöneten

Doç. Dr. İlyas İNCİ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ÇANKIRI
2020

Her hakkı saklıdır

T.C
ÇANKIRI KARATEKİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

A~160 Civarındaki Çift-Çift Çekirdeklerin Eşevreli Durum Yaklaşımı ile İncelenmesi

Melih KARATAŞ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ÇANKIRI
2020

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

Melih KARATAŞ tarafından hazırlanan ‘A~160 Civarındaki Çift-Çift Çekirdeklerin Eşevreli Durum Yaklaşımı ile İncelenmesi’ adlı tez çalışması …/…/…… tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Çankırı Karatekin Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. İlyas İNCİ

Başkan: Prof. Dr. Asım SOYLU

Üye: Prof. Dr. Asım SOYLU

Üye: Prof. Dr. Halit ALTUNTAŞ

Üye: Doç. Dr. İlyas İNCİ

Yukarıdaki sonucu onaylıyorum.

Dr. İlkay ÇORAK ÖCAL

Enstitü müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Çankırı Karatekin Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmenliğine göre hazırlamış olduğum "A~160 CİVARINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERİN EŞEVRELİ DURUM YAKLAŞIMI İLE İNCELENMESİ" konulu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tezin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı, tezde kullandığım eserleri usulüne göre kaynak olarak gösterdiğimi, tezin Çankırı Karatekin Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nden başka bir bilim kuruluna akademik amaç ve unvan almak amacıyla vermediğimi ve bu çalışmanın Çankırı Karatekin Üniversitesi tarafından kullanılan "Bilimsel İntihal Tespit Programıyla tarandığını, "intihal içermediğini" beyan ederim. Çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması halinde ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm. Çankırı Karatekin Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

Melih KARATAŞ
Çankırı, Ocak 2020

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

A~160 CİVARINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERİN EŞEVRELİ DURUM YAKLAŞIMI İLE İNCELENMESİ

Melih KARATAŞ

Çankırı Karatekin Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman Doç. Dr. İlyas İNCİ

Atom çekirdeğinde nükleon sayısının değişimine bağlı gözlenen yapısal değişimleri belirten şekil faz geçişleri, nükleer fiziğin önemli konularından biridir. Çekirdeğin yapısını ve faz geçişlerini incelemede kullanılan en başarılı modeller Etkileşen Bozon Modeli (EBM) ve Kolektif Modeldir. Birbiriyle tamamen zıt olan bu iki model, Eşevreli Durum Yaklaşımı (EDY) ile bağlanmıştır. Bu çalışmada, kütle numarası 160 civarında olan çift-çift çekirdeklerin yapıları EDY kullanılarak incelenmiştir. Bu amaçla 20 tane çift-çift izotop seçilmiştir. Seçilen her bir izotop için taban-durum, beta ve gama bant enerjileri hesaplanmıştır. Taban-durumu için elektrik kuadrupol geçiş oranları da hesaplanmıştır. Elde edilen teorik bulgular deneysel verilerle karşılaştırılmış ve aralarında çok iyi bir uyum olduğu görülmüştür.

2020, 30 sayfa

ANAHTAR KELİMELER: Çift-Çift Çekirdekler, Eşevreli Durum Yaklaşımı, Kollektif Model, Şekil Faz Geçişleri

ABSTRACT

Master Thesis

INVESTIGATION OF EVEN-EVEN NUCLEI AT AROUND A~160 WİTH THE COHERENT STATE APPROXİMATİON

Melih KARATAŞ

Çankırı Karatekin University Graduate School of Natural and Department of Physics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. İlyas İNCİ

Shape phase transitions, which indicate the structural changes observed due to the change of the nucleon number in the atomic nucleus, are important topics of nuclear physics. Interacting Boson Model (EBM) and Collective Model. These two models, which are completely opposite to each other, are connected by the Coherent State Approach (CSA). In this study, the structures of even-even nuclei with a mass number of 160 were investigated using EDY. For this purpose, twenty double-double isotopes were chosen. Energies of the ground state, beta and gamma bands were calculated for each selected isotope. Electric quadrupole transition rates were also calculated for the ground state band. The obtained theoretical findings were compared with the experimental data and it was seen that there was a very good agreement between them.

2020, 30 pages

Keywords: Even-Even Nuclei, Coherenst State Approach, Collective Model, Shape Phase Transitions.

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Çalışmanın her safhasında bilgeliğiyle her zaman desteğini esirgemeyen, örnek duruşu ile değerli hocam Doç. Dr. İlas İNCİ'ye çalışmaya ve kişiliğime olan katkılarından dolayı teşekkür ederim. Bu aşamada yanımda olan aileme de teşekkürü bir borç bilirim.

Melih KARATAŞ

Çankırı, 15 Şubat 2020

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

TEZ ONAYI ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
ÖZET ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
ABSTRACT ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
1. GİRİŞ ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
2. MODELLER 2
2.1. Etkileşen Bozon Modeli 2
2.1.1 U(6) Lie Cebiri 3
2.1.2 En Genel Formdaki EBM-1 Hamiltoniyeni ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
2.1.3 U(6) Cebiri Altkümeleri ..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
2.1.4 Birinci Zincir Yapısı 5
2.1.5 İkinci Zincir Yapısı 6
2.1.6 Üçüncü Zincir Yapısı 6
2.1.7 Yörüngelerin Sınıflandırılması 7
2.1.8 Birinci Zincir Yapısı 8
2.1.9 Dinamik Simetri 10
2.2. Kolektif Model 12
2.3. Eşevreli Durum Yaklaşımı 16
3. PARAMETRELER VE SONUÇLAR 19
KAYNAKLAR 29
ÖZGEÇMİŞ 31

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 N=6 için tipik SU(3) spektrumu. 10
Şekil 2.2 $^{156}_{64}Gd$ için deneysel veriler ve SU(3) bölgesinde EBM-1 hamiltoniyeni ile değişimi. 11
Şekil 2.3 Üç simetri liminitini ve geçiş bölgelerini gösteren EBM Casten Üçgeni..... 12
Şekil 2.4 Harmonik Osilatör, Deforme γ -Soft Rotor ve Rotor Yapılarını Üreten Potansiyel Enerji Yüzeyleri…….. 12
Şekil 2.5 γ parametresinin fonksiyonu olarak çekirdeğin(korun) temel yarı eksenlerinin değişimi..... 16
Şekil 3.1 $^{150}_{60}Nd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle karşılaştırılması..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
Şekil 3.2 $^{156}_{64}Gd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle karşılaştırılması..... **Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**
Şekil 3.3 $^{158}_{66}Dy$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle karşılaştırılması..... 22
Şekil 3.4 $^{158}_{64}Gd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle karşılaştırılması... 22
Şekil 3.5 $^{166}_{70}$Yb için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle karşılaştırılması ……. 23
Şekil 3.6 $^{168}_{70}$Yb için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle karşılaştırılması..... 23

ÇİZELGELER DİZİNİ

Tablo 3.1 İzotopların deneysel uyarılma enerjilerini veren Hamiltoniyen parametreleri. 20
Tablo 3.2 Taban durumu için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler....…..…24
Tablo 3.3 Beta için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler.....25
Tablo 3.4 Gama için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler…….26
Tablo 3.5 Taban durum bandı için, elektrik kuadrupol geçişlerinin deneysel verilerle..… teorik sonuçların karşılaştırılması
……...**Hata! Yer işareti tanımlanmamış.**

1. GİRİŞ

Atom çekirdeklerinde, nükleon sayısının değişimine bağlı olarak gerçekleşen şekil faz geçişleri, nükleer yapı fiziğinin son yıllarda ilgilendiği en önemli konuların başında gelmektedir. Kütlesi az olan veya kapalı bir kabuğu olan çekirdekler, şekil olarak küresel simetrik bir yapıdadır. Proton ve nötron sayısının artışına bağlı olarak çekirdeğin şekli küresel yapıdan uzaklaşır. Bu durumun sonucu olarak da çekirdeğin elektrik kuadrupol momenti artar. Bu olgu, orta ve ağır çekirdekler için deneysel olarak da gösterilmiştir.

Bohr ve Mottelson'un oluşturduğu Kolektif Model küresel yapının dışında kalan nükleonların kolektif hareket ettiğini öngördüğü bir çalışmadır (Bohr 1952). Kolektif Model, orta ve ağır çekirdekler üzerinde oldukça başarılı bir modeldir. Çekirdeklerde iki tip kolektif hareket durumu gözlenir. Bu hareketler titreşim ve dönmedir. Deformesi fazla olan çekirdeklerde simetri eksenine dik olan eksen etrafında bir dönme gözlenir (Bohr et al. 1987). Eğer deforme durumu geçiciyse çekirdeğin herhangi bir andaki şekli eksensel asimetriktir (γ-kararsız rotor).

Atomik çekirdeklerin yapılarını açıklamada en başarılı ve Kollektif modele zıt olan modellerden biri Etkileşen Bozon Modeli (EBM)'dir. Bu modelin ilk versiyonunda, protonlar ve nötronlar arasında ayrım yapılmaz ve çiftlenen her nükleon bir bozon oluşturur ve en fazla $0\hbar$ veya $2\hbar$ birim açısal momentum taşıyabilir (Edmonds1957). Son kapalı kabuğun dışında kalan nükleonlar proton veya nötron olduğu ayırt edilmeden, her iki nükleonun tek bir bozon oluşturacağı kabul edilerek işlem yapılır.

Elde edilen bozonlar sırasıyla s ve d bozonu olarak adlandırılır. s ve d bozonlarının manyetik izdüşümleri dikkate alındığında 6 farklı durumla karşılaşılır ve bu sistem, grup teori dilinde U(6) grubu ile ifade edilir. U(6)'nın alt grupları U(5), SU(3) ve O(6) olup sırasıyla küresel vibratör, deforme rotor ve gama kararsız rotor yapıları olarak adlandırılır.

Etkileşen Bozon Modeli zaman içinde farklı parametreler kullanılarak geliştirilmiştir. Bu modelin ilk hali EBM-1olarak adlandırılmıştır (Wilets et al. 1956). Orta-ağır ve ağır çift-çift çekirdeklerde oldukça başarlı olan EBM-1'de protonlar ve nötronlar simetrik kabul edilmiştir. Fakat düşük uyarılma (<3 MeV) durumlarında uzak sonuçlar verir. Bu uyarılma durumlarının daha iyi elde edilebilmesi için protonlar ve nötronlar arasında ayrımın yapılması gerektiği görülmüştür ve geliştirilen model EBM-2 adını almıştır. Her iki model de yalnızca çift sayıda proton ve nötron içeren çekirdekler için geçerlidir. Tek sayı nükleonlu çekirdeklerin yapısı ise, tek kalan fermiyonun çift sayıda nükleon içeren kor'a çiftlendiğinin kabul edildiği Etkileşen Bozon-Fermiyon Modeli (EBFM) ile açıklanır.

Bu çalışmada (Schaaser et al. 1984) SU(3) ile O(6) arasındaki geçiş bölgesinde yapı sergileyen A~160 civarındaki çekirdeklerin yapıları Eşevreli Durum Yaklaşımı (EDY) ile incelenmiştir. İncelen izotopların uyarılma enerji spektrumu ve durumlar arası

elektrik kuadrupol geçiş oranları elde edilmiştir. Teorik sonuçların, deneysel verilerle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

2. MODELLER

2.1. Etkileşen Bozon Modeli

Atom çekirdeklerinin yapılarını açıklamada en başarılı ve Kollektif modele zıt olan modellerden biri Etkileşen Bozon Modeli (EBM)'dir. Bu modelin ilk versiyonunda, protonlar ve nötronlar arasında ayrım yapılmaz ve çiftlenen her nükleon bir bozon oluşturur ve en fazla 0 veya 2 açısal momentumu olabilir. Son kapalı kabuğun dışında kalan nükleonlar nötron veya proton olduğu ayırt edilmeden iki nükleonunda tek bir bozon oluşturacağı kabul edilerek işlem yapılır.

Etkileşen Bozon Modeli farklı parametreler kullanılarak geliştirilmiştir. EBM (I-IV) modelleri 1974 yılında Iachello ve Arima tarafından geliştirilmiştir. Bu modelin ilk versiyonu EBM-1olarak adlandırılmıştır. Orta-ağır ve ağır çift-çift çekirdeklerde oldukça başarılı olan EBM-1'de protonlar ve nötronlar simetrik kabul edilmiştir. Fakat düşük uyarılma (<3 MeV) durumlarında uzak sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bu uyarılma durumlarının daha iyi elde edilebilmesi için protonlar ve nötronlar arasında bir ayrımın yapılması gerektiği görülmüştür ve geliştirilen model EBM-2 adını almıştır. Her iki model yalnızca çift sayıda proton ve nötron içeren çekirdekler için geçerlidir. Tek sayı nükleonlu çekirdeklerin yapısı ise tek kalan fermiyonun çift sayıda nükleon içeren kor'a çiftlendiğinin kabul edildiği Etkileşen Bozon-Fermiyon Modeli (EBFM) ile açıklanır.

Etkileşen Bozon Modelinin ilk hali olan bu model(EBM-1) s ve d bozonlarının etkileşim durumları üzerine kurulmuştur. Bu modelde sınırlama yoktur. Tek sınırlanmış durum toplam bozon sayısıdır. Proton ve nötron sayılarının son kapalı kabuğa olan mesafesinden bozon katkısı hesaplanır ve sistemin toplam bozon sayısı bulunur. Bu bozonlar arasındaki etkileşim ile bozon türü ve sayısı kullanılarak EBM-1 üzerinden temel durumları, operatör ve Hamilyoniyeni oluşturulabilir. Temel durumlar s ve d bozon sayılarına ek olarak iki kuantum sayısı daha kullanılır. Temel durumlar

$$|N\ n_d v\ n_\Delta\ L\rangle \tag{1}$$

Burada N toplam bozon sayısı, n_d d bozonları sayısı, v sıfır açısal momentumu vermek için çiftlenmemiş d bozonlarının sayısı, n_Δ sıfır açısal momentumu vermek için çiftlenmiş d bozon üçlülerinin sayısı ve L toplam açısal momentum kuantum sayısıdır. Temel durumları bağlayan Hamiltoniyeni, ikinci kuantizasyon dilinde yazarsak burada sadece $ss^\dagger$ ve $dd^\dagger$ operatörlerinin kombinasyonlarına izin verilir. Her yaratılma operatörüne bir yok etme operatörü eşlik etmekle beraber bunun tersi durumda yazılabilir. Bu operatörlerin yazılması iki cisim etkileşimine sınırlama getirir. Bu formdaki en genel Hamiltoniyenin multipol formu (Davidson 1932)

$$H = \varepsilon''\,\hat{n}_d + a_0\hat{P}^\dagger\hat{P} + a_1\hat{L}^2 + a_2\hat{Q}^2 + a_3\hat{T}_3^2 + a_4\hat{T}_4^2 \tag{2}$$

Bu şekildedir.

$$\hat{n}_d = \sqrt{5}\, T_0 \tag{3}$$

$$\tilde{P} = \frac{1}{2}(\tilde{d}.\tilde{d} - s.s) \tag{4}$$

$$\hat{T}_\ell = (d^\dagger \tilde{d}\,)^{(\ell)};\ \ell=0,1,2,3,4 \tag{5}$$

$$\hat{Q} = (d^\dagger \tilde{s} + s^\dagger \tilde{d}) - \frac{\sqrt{7}}{2} T_2 \tag{6}$$

$$\tilde{d}_m = (1)^m \tilde{s}\, d_{-m} \tag{7}$$

Değerlerine sahiptir.

2.1.1 U(6) Lie Cebiri

Operatörleri tanıtacak olursak:

$$G_K^1(ll') = [b^\dagger \otimes \tilde{b}_{l'}]_K^k \tag{8}$$

Burada $l, l' = 0,2$ ve $l, l' = s, d$'dir. Bu operatörlerin kendi aralarındaki komütasyon ilişkileri, U(6) Lie cebirinin 6 boyuttaki üniter dönüşümlerin komütasyon ilişkileri ile aynıdır(eklerde tartışılmıştır). Dolayısıyla bu operatörler U(6) cebirinin kuvvet taşıyıcıları olarak tanımlanır. EBM-1 modelinde yazabileceğiniz en genel hamitoniyenin yapı taşları oldukları için, hamiltoniyenin U(6) grup yapısına sahip olduğu söylenir. Açıkça okunan bu kuvvet taşıyıcılarından toplam $36 = 6^2$ adet vardır (Bonatsos 1988)

$G_0^0(ss) = [s^\dagger \otimes \tilde{s}\,]_0^0$ Bu operatörde 1 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_0^0(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}\,]_0^0$ Bu operatörde 1 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_K^1(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}\,]_K^1$ Bu operatörde 3 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_K^2(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}\,]_K^2$ Bu operatörde 5 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_K^3(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}\,]_K^3$ Bu operatörde 7 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_K^4(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}\,]_K^4$ Bu operatörde 9 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_K^2(ds) = [d^\dagger \otimes \tilde{s}\,]_K^2$ Bu operatörde 5 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

$G_K^2(sd) = [s^\dagger \otimes \tilde{d}\,]_K^2$ Bu operatörde 5 adet kuvvet taşıyıcısı vardır.

Tüm kuvvet taşıyıcılarını toplarsak 1+1+3+5+7+9+5+5=36 adet olduğu görülecektir (Iachello et al. 1991).

2.1.2 En genel formdaki EBM-1 Hamiltoniyeni

Problemin cebirsel yapısı belirlendikten sonra, incelenen çekirdeği tanımlayan Hamiltoniyen yazılabilir. Düşük enerjili kuantum faz geçişlerini tanımlamak için, sadece tek vücut ve çift vücut teriminin yeterli olduğu varsayılırsa Hamiltoniyende ikili bozon ve dörtlü bozon sisteminin olduğu ortaya çıkar (Bonatsos 1988)

$$H = \epsilon_s(s^\dagger \odot \tilde{s}) + \epsilon_d\left(d^\dagger \odot \tilde{d}\right) + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2}\sqrt{2L+1}c_L[[d^\dagger \otimes d^\dagger]^L \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{d}]^L]^0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{v}_2[[d^\dagger \otimes d^\dagger]^2 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{s}]^2 + [d^\dagger \otimes s^\dagger]^2 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{d}]^2]^0 + \frac{1}{2}\tilde{v}_0[[d^\dagger \otimes d^\dagger]^0 \otimes [\tilde{s} \otimes \tilde{s}]^0 + [s^\dagger \otimes s^\dagger]^0 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{d}]^0]^0 + u_2[[d^\dagger \otimes s^\dagger]^2 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{s}]^2]^0 + \frac{1}{2}u_0[[s^\dagger \otimes s^\dagger]^0 \otimes [\tilde{s} \otimes \tilde{s}]^0]^0 \quad (9)$$

Bu hamiltoniyen dokuz parametre içerir. İkisi multipol formda, tek parça oluşturan parametrelerdir. Bunlar (ϵ_s, ϵ_d) dir. Yedi multipol parametre çift durum oluşturan parametrelerdir. Bunlar $(c_0, c_2, c_4, \tilde{v}_0, \tilde{v}_2, u_0, u_2)$ tür. Toplam bozon sayısı N, toplam değerlik nükleon çifti sayısına eşittir. EBM de N değeri kesinlikle korunur. Bu kısıtlamayla (N değeri) Hamiltoniyen $9-1=8$ parametreyle aşağıdaki formda yazılır (Iachello et al. 1991).

$$H = \epsilon_s N + \frac{1}{2}u_0 N(N-1) + \epsilon'(d^\dagger \otimes \tilde{d}) + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2}\sqrt{2L+1}c'_L[[d^\dagger \otimes d^\dagger]^L \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{d}]^L]^0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{v}_2[[d^\dagger \otimes d^\dagger]^2 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{s}]^2 + [d^\dagger \otimes s^\dagger]^2 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{d}]^2]^0 + \frac{1}{2}\tilde{v}_0[[d^\dagger \otimes d^\dagger]^0 \otimes [\tilde{s} \otimes \tilde{s}]^0 + [s^\dagger \otimes s^\dagger]^0 \otimes [\tilde{d} \otimes \tilde{d}]^0]^0 \quad (10)$$

Hamiltoniyende N değeri bu şekilde denklemde yazılırsa

$$N = (s^\dagger \odot \tilde{s}) + \left(d^\dagger \odot \tilde{d}\right) \quad (11)$$

$$(d^\dagger s^\dagger) \odot \tilde{d}\tilde{s} = n_d n_s \quad (12)$$

$$s^\dagger s^\dagger \tilde{s}\tilde{s} = n_s(n_s - 1) \quad (13)$$

n_s ve n_d, s ve d bozon operatörleridir. Eski parametrelerle yeni parametlerin bağlantısı aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$\epsilon' = \epsilon_d - \epsilon_s + \tfrac{1}{\sqrt{5}}u_2(N-1) - \tfrac{1}{2}u_0(2N-1) \quad (14)$$

$$c_L' = c_L + u_0 - 2u_2 \quad (15)$$

Hamiltoniyenin yeni formundaki ilk iki terim sadece toplam bozon sayısına bağlı olduğu için, çekirdeğin herhangi bir uyarılmış durumuna aynı katkıyı yapacaktır. Bu nedenle uyarılma enerjilerini değil, sadece bağlanma enerjisini etkilerler. EBM-1 de farklı çekirdeklerin bağlanma enerjilerini değil tek bir çekirdeğin kuantum faz geçişlerini incelenir (Dieperink et al. 1980). Bu yüzden bağlanma enerjisi terimiyle ilgilenilmez ve ilk iki terim atlanır. Bu sayede altı serbest parametresi olan bir Hamiltoniyen kalır ($\epsilon', c_0', c_2', c_4', \tilde{v}_0, \tilde{v}_2$). Yapılan varsayımlarla orta ve ağır çekirdekler için, düşük enerjili kuantum faz geçişlerinde kullanılabilecek en genel hamiltoniyene ulaşmış oluruz (Dieperink et al. 1980).

2.1.3 U(6) Zinciri Altkümeleri

Fiziksel sistemin hamiltoniyeni belirlendikten sonra, sistem diyagonalleştirilmek istenir. Bunu yapabilmek için kuantum faz durumlarını bilmek gerekir. Genellikle kullanılan teknik, kuantum faz durumlarını(yörünge enerjileri=bant enerjileri) hamiltoniyenin U(6) simetrisiyle ilişkili cebirin bir alt cebir zincirinin çeşitli indrigenemez temsiller ini karakterize eden kuantum sayılarıyla etiketlemektir. Dolayısıyla bir sonraki adım, tam U (6) cebirinin tüm olası alt cebirlerini belirlemektir. Bir alt cebir, tam cebirin bir alt kümesi tarafından üretilir ve komütasyon altında kapanır. Mevcut durumda olası alt cebir zincirleri olduğu ortaya çıkıyor (Bonatsos 1988)

2.1.4 Birinci zincir yapısı

A) Yukarıda verilen 36 kuvvet taşıyıcısından $G_0^0(ss), G_K^2(ds)\ ve\ G_0^0(sd)$'yi silin. U(5) ten gelen 25 operatör kalır. 5 boyutta üniter dönüşümler grubu oluşur.

B) Geiye kalan 25 opetörden de $G_0^0(dd), G_K^2(dd) ve\ G_K^4(dd)$ operatörlerini çıkarınca 10 operatör kalır. Bu üniter grup 5 boyutlu dik grup O(5) olur.

C) Kalan 10 opeatörden $G_K^3(dd)$ çıkarılırsa olucak üniter grup O(3) olur ve bu grup 3 operatörlü iyi bilinen dönme grubudur. Bu operatörün $G_K^1(dd)$ açısal momentumları orantılıdır (Iachello et al. 1991).

$$\vec{L} = \sqrt{10}[d^\dagger \otimes \tilde{d}]^1 \quad (16)$$

D) Son olarak da kalan 3 operatörden $G_{+1}^1(dd)$ ve $G_{-1}^1(dd)$ silinirse sadece $G_0^1(dd)$ operatörü kalır. Bu grup Z ekseni etrafındaki dönüşleri tanımlar.

Dolayısıyla, olası bir alt cebir zinciri aşağıdaki gibi olur.

U(6)□ U(5)□ O(5)□ O(3)□ O(2)

2.1.5 İkinci zincir yapısı

A) 9 operatörle hesaplama yapılırsa;

$$G_0^0(ss) + \sqrt{5}G_0^0(dd) = [s^\dagger \otimes \tilde{s}]_0^0 + \sqrt{5}[d^\dagger \otimes \tilde{d}]_0^0 \quad (17)$$

$$G_K^1(dd) + [d^\dagger \otimes \tilde{d}]_K^1 \quad (18)$$

$$G_K^2(ds) + G_K^2(sd) \mp \frac{\sqrt{7}}{2}G_K^2(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{s} + s^\dagger \otimes \tilde{d}]_K^2 \mp \frac{\sqrt{7}}{2}[d^\dagger \otimes \tilde{d}]_K^2 \quad (19)$$

Bu operatörler komütasyon ile kapanır ve U(3) alt cebirini oluşturur.

B) Yukarıda verilen operatörlerden ilkini sileriz. Geri kalan 8 operatör SU(3) grubunun kuvvet taşıyıcılarıdır.

C) Zincir 1'de olduğu gibi 3 operatör $G_K^1(dd)$, O(3) alt cebirini oluşturur.

D) Zincir 1'de olduğu gibi $G_0^1(dd)$ operatörü O(2) alt cebirini oluşturur.

Dolayısıyla, ikinci bir olası alt cebir zinciri:

U(6)□ U(3)□ SU(3)□ O(3)□ O(2)

Görüldüğü gibi, dört kutuplu kuvvet taşıyıcısında çift işaret vardır. Bu işaretler, iki ayrı durumla cebirin kapanmasına izin verir. İki durum da matematiksel olarak eşdeğer olmasına rağmen, her farklı işaret uygulamalarda farklı bir fiziksel anlama gelmektedir. Aslında daha sonra göreceğimiz gibi SU(3) simetrisi (Schaaser et al. 1984), kalıcı olarak deforme olan çekirdekleri tarif eder. Eksi işareti prolate deformasyonu (puro gibi) belirtmek için kullanılmıştır. pozitif işaret oblate deformasyonu (pankek gibi) gösterir.

2.1.6 Üçüncü zincir yapısı

A) 15 operatör içermektedir. Operatörler komütasyon altında kapanarak O(6)'nın alt cebirini verir. O(6) 6 boyutlu ortogonal gruptur.

$$G_K^1(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}]_K^1$$

$$G_K^3(dd) = [d^\dagger \otimes \tilde{d}]_K^3$$

$$G_K^2(ds) + G_K^2(sd) = [d^\dagger \otimes \tilde{s} + s^\dagger \otimes \tilde{d}]_K^2$$

B) Yukarıda verilen operatörlerden son 5'i silinirse, kalan 10 operatör O(5) alt cebirini oluşturur.

C) Önceki iki zincirde olduğu gibi, $G_K^1(dd)$ operatörü O(3) alt cebirini oluşturur.

D) Önceki iki zincirde olduğu gibi, $G_0^1(dd)$ operatörü, O(2) alt cebirini oluşturur.

Böylece, üçüncü bir olası zincir aşağıdaki gibi olacaktır.

U(6)□ O(6)□ O(5)□ O(3)□ O(2)

Gruplar serbest şekilde doğdu. Onları zincirlere koyduk (S. Pittel).

Bunların, bu problem için elde edebileceğimiz tek olası zincirler olduğunu söylemek mümkündür.

(Eğer O3'ün zincirde bulunması gerektiğinde ısrar edilirse bu gereksinim, açısal momentum L'nin iyi bir kuantum sayısı olmasını talep etmekle eşdeğerdir).

2.1.7 Yörüngelerin sınıflandırılması

Bir grup zinciri belirlendikten sonra, ilk önemli uygulama hamiltoniyenin köşegenleştirilebilmesi için bir temel oluşturmaktır. Bunu yapabilmek için zincirde görünen grubun, indirgenemez temsillerini karakterize eden bantları bilmek gerekir. Ayrıca, bir G alt grubunun düzensizliklerini karakterize eden kuantum sayılarının hangi değerlerinin daha büyük G grubunun düzensizliklerini karakterize eden kuantum sayılarının belirli değerleri için izin verildiğini bilmek gerekir (Bes 1959).

Örneğin; 3 boyutlu uzayda iyi bilinen rotasyon grubunu düşünün, O(3). İndirgenemez temsiller açısal momentum ve L değerleri ile karakterizedir. Bu grubun, z ekseni etrafındaki dönüşlere karşılık gelen bir O(2) alt grubuna sahip olduğu bilinmektedir. Bu alt grubun indirgenemez temsillerinin açısal momentum, M'nin z bileşeni ile karakterize olduğu bilinmektedir. Bu nedenle grup O(3)□O(2) zincirindeki durumlar, $|LM\rangle$ sınıflandırma şeması ile karakterize edilir. Belirli bir açısal momentum değeri için L, M'nin izin verilen değerlerinin $M = -L, -L+1, \ldots, +L$ olduğu iyi bilinmektedir.

Daha önce açıklanan üç grup zinciri durumunda durum daha karmaşıktır. Çeşitli grupların indirgenemez temsillerini karakterize eden kuantum sayılarını ve daha büyük grubun(ikincisi building up süreci olarak bilinir) belirli bir indirgenemez temsilinde bulunan bir alt grubun indirgenemez temsillerini bulabilen genel prosedür eklerde bulunabilir. Burada sadece tartışmanın sürdürülmesinde gerekli olan nihai sonuçlar verilecektir. Özdeş bozonlar sistemi ile uğraştığımız gerçeği, aşağıda görüldüğü gibi bazı basitleştirmelere neden olmaktadır (Bonatsos 1988).

2.1.8 Birinci zincir yapısı

A) Genel olarak U(6) indirgenemez temsilleri altı ayrı kuantum sayısı ile ifade edilir. Daha sonra karşılık gelen Young tabloları $[f_1, f_2, \dots, f_6]$ olarak belirtilir. Fakat mevcut durumda özdeş bozonlar sistemi ile uğraşıyoruz, bu nedenle sadece en simetrik düzensizlikler meydana gelebilir. Böylece U(6) indirgenemez temsilleri sadece bir kuantum sayısı, toplam bozon N sayısı ile etiketlenir ve [N] ile gösterilir.

B) Genel olarak U(5) indirgenemez temsilleri beş kuantum sayısı ile ifade edilir. Mevcut durumda Bose istatistiklerinin bir sonucu olarak, sadece bir kuantum sayısı gereklidir. Böylece U(5) indirgenemez temsilleri kuantum sayısı d-bozonu, n_d ile ifade edilir. Belirli bir N değeri için izin verilen n_d değerleri $n_d = 0,1, \dots, N$ şeklindedir (Bonatsos 1988).

C) Genel olarak O(5) indirgenemez temsilleri iki kuantum numarası ile ifade edilir. Bose istatistikleri nedeniyle, burada yalnızca bir kuantum numarası olması gerekir. Dolayısıyla O(5) indirgenemez temsilleri taban durum olarak adlandırılan ve sıfır açısal momentuma sahip, bozon çiftlerinin sayısı olarak tanımlanan kuantum sayısı v ile ifade edilir.

$v = n_d, n_d - 2, \dots, 1$ veya $0 \quad ; n_d =$ çift veya tek

D) O(3) indirgenemez temsilleri L açısal momentum kuantum sayısı ile ifade edilir. Ancak O(5)'ten O(3)'e giderken ek bir problem ortaya çıkar. Yani verilen O(5) temsili v 'sinde L değerine sahip birden fazla durumun yer alması bir problem ortaya çıkarır. Bu meydana geldiğinde, O(5) ile O(3) arasındaki adımın tamamen ayrıştırılamadığını ve durumları karakterize etmek için ek bir kuantum sayısına ihtiyaç duyulduğunu söyler. Bu kuantum sayısının belirlenmesi ve değerlerin bulunması grup teorisindeki en zor problemlerden biridir. Sonuç olarak bu özel durumda, n_Δ tarafından belirtilen ekstra kuantum sayısı, sıfır açısal momentuma bağlı olmayan bozon üçlülerinin sayısı olarak seçilir. U(5)'in her indirgenemez temsiller n_d'sinde bulunan L değerleri aşağıdaki algoritma ile verilir. İlk olarak, n_d aşağıdaki ifadeyle verilir (Bonatsos 1988).

$$n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda \tag{20}$$

$$n_\beta = \frac{n_d - v}{2} \tag{21}$$

$$n_\beta 0,1, \dots, \frac{n_d}{2} \text{ veya } \frac{n_d - 1}{2} \tag{22}$$

$$L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda \tag{23}$$

$2\lambda - 1$ değeri yasaklıdır. Hesaplamada $2\lambda - 1$ değeri alınmaz.

E) O(2) indirgenemez temsilleri, açısal momentumun z bileşeni, M tarafından ifade edilir. Verilen bir L değeri için izin verilen M değerlerinin olduğu bilinmektedir.

$-L \leq M \leq L$

Dolayısıyla zincir 1 için tam sınıflandırma şeması aşağıdaki gibi olacaktır.

$$|[N](n_d)vn_\Delta LM > \quad (24)$$

Örneğin $n_d = 6$ olacak şekilde işlem yaparsak

Dört ayrı durum için işlem yapmamız gerekir (Bonatsos 1988).

A)$v = 6$, için $n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda$'ye göre işlem yaparsak $n_\beta = 0$ olur.

$6 = 0 + 3n_\Delta + \lambda$

B) $v = 4$, için $n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda$'ye göre işlem yaparsak $n_\beta = 1$ olur.

$6 = 2 + 3n_\Delta + \lambda$

C) $v = 2$, için $n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda$'ye göre işlem yaparsak $n_\beta = 2$ olur.

$6 = 4 + 3n_\Delta + \lambda$

D)) $v = 0$, için $n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda$'ye göre işlem yaparsak $n_\beta = 3$ olur.

$6 = 6 + 3n_\Delta + \lambda$

A) $6 = 0 + 3n_\Delta + \lambda$ için 3 ayrı n_Δ değeri yazılabilir. $n_\Delta = 0,1,2$ değerlerini alabilir.

$n_\Delta = 0$ için $\lambda = 6$ olur. L değerini $L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, 2\lambda - 2, 2\lambda$ üzerinden hesapladığımızda L=6,7,8,9,10,12 değerlerini alabilir. L=11 değeri $2L + 1$'e denk geldiği için alınmaz. $2L + 1$ değeri yasaklıdır.

$n_\Delta = 1$ için $\lambda = 3$ olur. L değerini $L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, 2\lambda - 2, 2\lambda$ üzerinden hesapladığımızda L=3,4,6 değerlerini alabilir. L=5 değeri $2L + 1$'e denk geldiği için alınmaz. $2L + 1$ değerinin yasaklı olduğunu bir üst hesaplamada da söylemiştik.

$n_\Delta = 2$ için $\lambda = 0$ olur. L değerini $L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, 2\lambda - 2, 2\lambda$ üzerinden hesapladığımızda L=0 değerini alabilir.

B) $4 = 3n_\Delta + \lambda$ için2 ayrı n_Δ değeri yazılabilir. $n_\Delta = 0,1,$ değerlerini alabilir.
$n_\Delta = 0$ için $\lambda = 4$ olur. L değerini $L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, 2\lambda - 2, 2\lambda$ üzerinden hesapladığımızda L=4,5,6,8 değerlerini alabilir.
$n_\Delta = 1$ için $\lambda = 1$ olur. L değerini $L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, 2\lambda - 2, 2\lambda$ üzerinden hesapladığımızda L=2 değerini alabilir (Bonatsos 1988).
C) $2 = 3n_\Delta + \lambda$ için bir tane n_Δ değeri yazılabilir. $n_\Delta = 0$ değerini alabilir.
$n_\Delta = 0$ için $\lambda = 2$ olur. L değerini $L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, 2\lambda - 2, 2\lambda$ üzerinden hesapladığımızda L=2,4 değerlerini alabilir.
D) $0 = 3n_\Delta + \lambda$ için bir tane n_Δ değeri yazılabilir. $n_\Delta = 0$ değerini alabilir. L=0 değerini alabilir (Bonatsos 1988).

2.1.9 Dinamik simetri

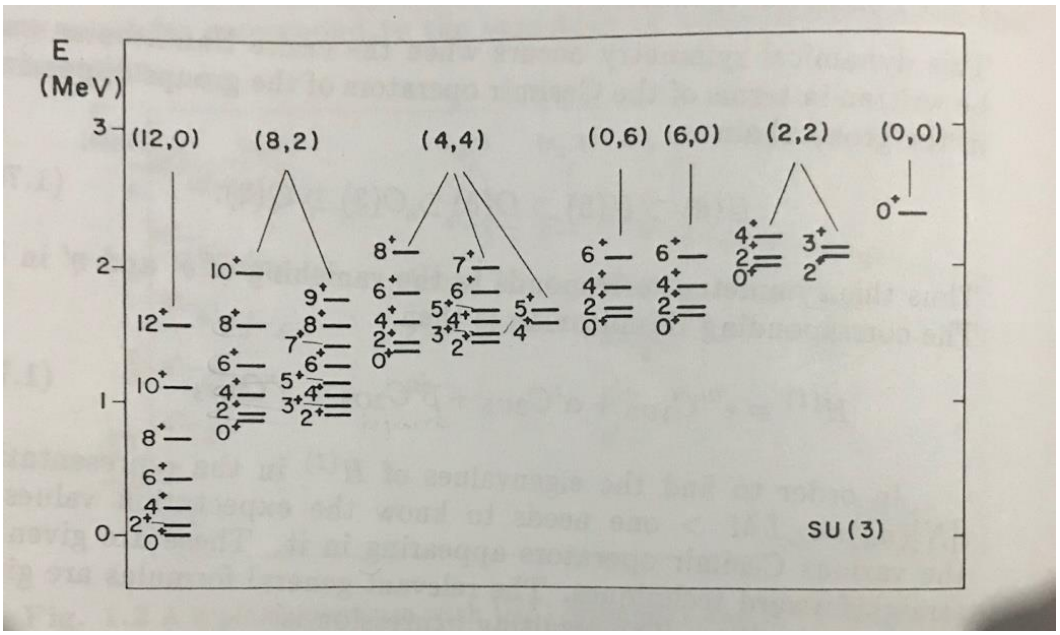
Bu bölgedeki ilgili grup zinciri U(6)□ SU(3)□ O(3)□ O(2)

Dinamik simetri; en genel Hamiltoniyendeki $\epsilon''', \alpha', \beta'$ ve η' nin yok olmasına karşılık gelir. Hamiltoniyenin durumu ise aşağıdaki gibi olur

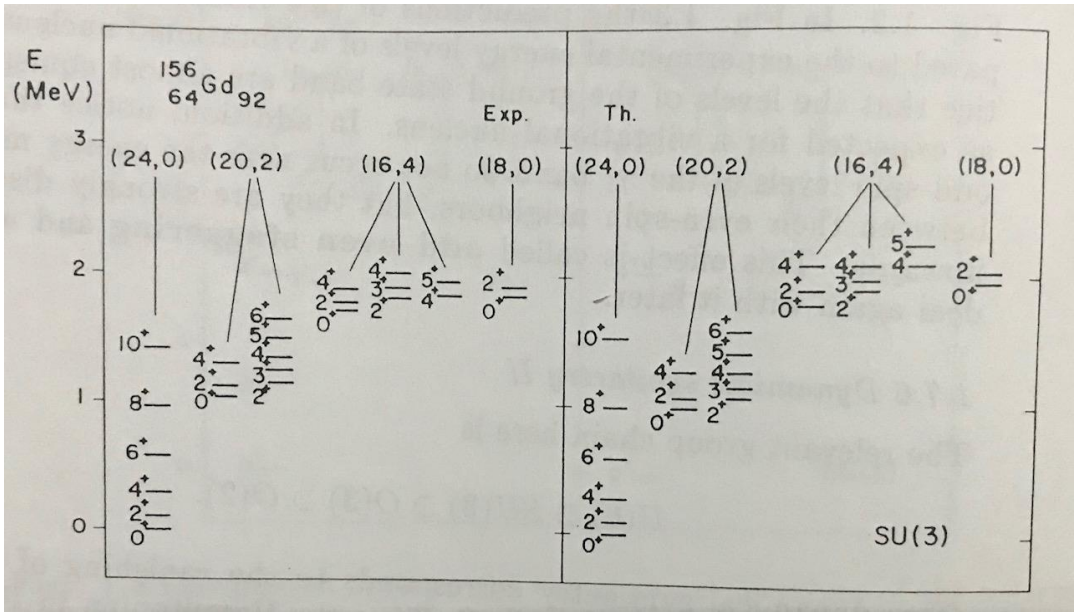
$$H'' = \delta' C_{2SU(3)} + \gamma' C_{2O(3)} \quad (25)$$

H'' beklenen değerini veren ifade ise $|[N](\lambda,\mu)xLM>$ (26)

Denklemidir (Arima et al. 1976).



Şekil 2.1 N=6 için tipik SU(3) spektrumu. Parantez içindeki ifade kuantum numaraları $(\lambda,\mu)(Iachello\ 1979)$

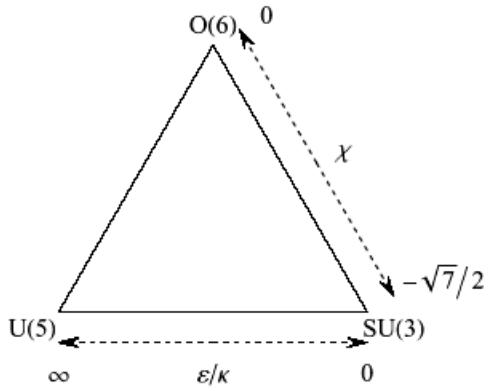


Şekil 2.2 $^{156}_{64}Gd$ için deneysel veriler ve SU(3) bölgesinde EBM-1 hamiltoniyeni ile hesaplanmış teorik sonuçlar (Iachello 1979)

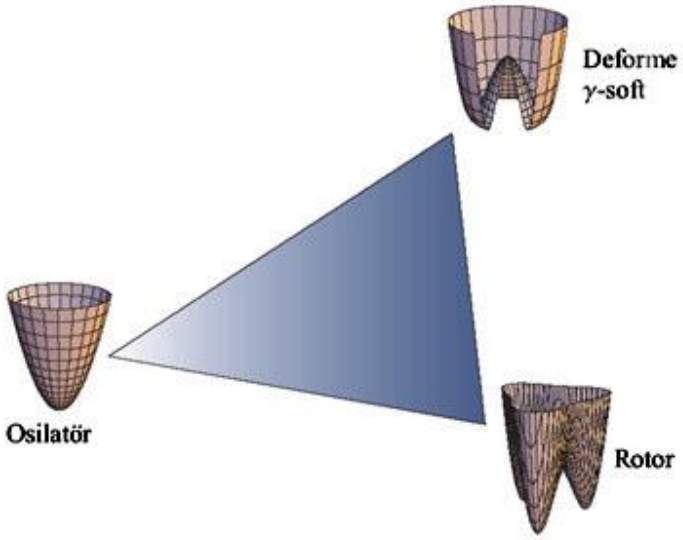
$$H'' = \delta' \frac{6}{9}[\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)] + \gamma' 2L(L+1) \qquad (27)$$

Herhangi bir doğrusal $C_{2SU(3)}$ ve $C_{2O(3)}$ kombinasyonu denklem üretmek için kullanılabilir.

EBM'de geçiş bölgeleri ise üç dinamik simetri yapısını limit olarak belirlemiştir. Fakat bazı çekirdeklerde, saf simetri yapılarına sahip olduklarını gösteren deneysel kanıtlar bulunmaktadır. Gerçek hesaplamalarsa bu limitlerin dışına çıkmayı ve bu limtleriden birbirine geçişin olabileceğini göstermektedir. Bu iç limit ile beraber O(6) → SU(3), U(5) → SU(3) ve U(5) → O(6) geçiş bölgeleri EBM Casten Üçgeni adı verilen şemayla anlatılmaktadır (Ginocchio et al. 1980).



Şekil 2.3 Üç simetri limitini ve geçiş bölgelerini gösteren EBM Casten Üçgeni (Casten 2006).



Şekil 2.4 Harmonik Osilatör, Deforme γ -Soft Rotor ve Rotor Yapılarını Üreten Potansiyel Enerji Yüzeyleri (Fortunato et al. 2003).

2.2 Kolektif Model

Düşük enerji seviyesinde Çift-çift çekirdekler karakteristik band yapıları sergiler. Teorik olarak bandlar, belirli değerdeki kuantum sayılarıyla, enerji seviyelerinin tayininde kullanılır. İsimlendirilirken banttaki en düşük enerjili bant dikkate alınır. İlk elde edilen

değer 0_1^+olarak ifade edilir. Bu değer taban durum bandı olarak isimlendirilir. Birinci değer oluşu sağ alt indis ile ifade edilir. İkinci 0_2^+ değeri ise β-bandının başlangıç değeridir. İkinci 0^+ değeri olduğu yine sağ alt indisten anlaşılacaktır. 2_3^+ değeri ise γ-bandının ilk değeridir. Kolektif Model çerçevesinde, bu bantlar nükleer yüzeyin titreşim ve dönme hareketi ile ilişkilendirilerek anlatılır. Deforme olmuş nükleer yüzey, polar koordinatlarda aşağıdaki şekildedir (Casten 2006).

$$R(\theta,\varphi,t\,) = R_0 \sum_{\lambda,\mu} \alpha^*_{\lambda,\mu}\,\mu(t) Y_{\lambda,\mu}(\theta,\varphi) \tag{28}$$

R_0 çekirdeğin denge durumu küresel olduğu durumdaki yarıçapıdır. $Y_{\lambda,\mu}(\theta,\varphi)$ ise küresel harmonik fonksiyonlardır. Zamana bağlı $\alpha^*_{\lambda,\mu}$ değeri çekirdeğin titreşimi anlatır, kolektif koordinat olarak görev yapar. Eğer $\alpha^*_{\lambda,\mu}$ değeri küçükse, deformasyondan kaynaklanan potansiyel enerji ve kinetik enerji sırasıyla aşağıdaki gibidir (Ciftci et al. 2005).

$$V = \frac{1}{2}\sum_{\lambda,\mu} C_\lambda \left|\alpha_{\lambda,\mu}\right|^2 \tag{29}$$

$$T = \frac{1}{2}\sum_{\lambda,\mu} B_\lambda \left|\alpha_{\lambda,\mu}\right|^2 \tag{30}$$

C_λ veB_λ nükleer maddenin yapısı dikkate alınarak belirlenir. Bu şekilde bir sistem için Hamiltoniyen

$$H = V + T = \sum_{\lambda,\mu} \frac{1}{2B_\lambda} B_\lambda \left|\pi_{\lambda,\mu}\right|^2 + \frac{C_\lambda}{2}\left|\alpha_{\lambda,\mu}\right|^2 \tag{31}$$

$\pi_{\lambda,\mu}$ konjuge momentumdur. Yüzey titreşimleri;

$$\omega_\lambda = \sqrt{\frac{C_\lambda}{B_\lambda}} \tag{32}$$

frekanslı harmonik osilatör sistemidir.

$$\pi_{\lambda,\mu} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_{\lambda,\mu}} = B_\lambda \alpha^*_{\lambda,\mu} \tag{33}$$

Farklı mertebelerdeki çok kutuplu deformasyonlar incelendiğinde düşük enerji düzeyin için en önemli durumun $\lambda = 2$ olduğu görülmüştür. Çünkü $\lambda = 0$ monopol modu için $Y_{0,0}$ sabittir. Nükleer maddenin sıkıştırılması yüksek bir enerji gerektirdiği için bu

monopol dezenformasyon düşük enerji sistemi için önemsizdir. $\lambda = 1$ dipol durumu deformasyonu arttırmaktan ziyade, kütle merkezinin yer değiştirmesiyle ilişkilidir. $\lambda = 3$ oktupol deformasyonunu negatif pariteli bant yapısına karşılık gelir, çif-çift çekirdekler için uygun değildir ve şekli asimetriktir. $\lambda = 4$ hekzadekapol deformasyonu nükleer yapı için önemli olabilecek yüksek dereceli multipol deformasyon olmasına karşın deneysel olarak bu durumu açıklayan bir spektrum gözlenmemiştir (Iachello et al. 1987).

$\lambda = 2$ kuadrupol deformasyon için nükleer yüzey

$$R(\theta, \varphi, t) = R_0 \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}\, \mu(t) Y_{2\mu}(\theta, \varphi) \tag{34}$$

$R(\theta, \varphi)$ yarıçapı reel olduğundan $\alpha_{\lambda,\mu} = (-1)^{\mu} \alpha^{*}_{\lambda,-\mu}$ olması gerekir. α katsayılarının küçük değerlerinde genel kuadrupol deformasyon, uzayda rastgele yönelim sergileyen elipsoidi temsil eder. (θ, φ) doğrultusundaki birim vektörün kartezyen koordinatlarda bileşenlerinin uzunluğu

$$x = sin\theta cos\varphi, \qquad y = sin\theta, sin\varphi, \qquad z = cos\theta, \qquad x^2 + y^2 + z^2 = 1 \tag{35}$$

Şeklindedir. Bu bileşenlerin cinsinden küresel harmonikler,

$$Y_{2,\mp 1}.(\theta, \varphi) = \mp\sqrt{\frac{15}{8\pi}} sin\theta cos\theta e^{\mp i\varphi} = \mp\sqrt{\frac{15}{8\pi}} (xz \mp iyz) \tag{36}$$

$$Y_{2,0}\,(\theta, \varphi) = \mp\sqrt{\frac{5}{16\pi}} 3cos^2\theta - 1 = \mp\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (2z^2 - x^2 - y^2) \tag{37}$$

$$Y_{2,\mp 2}\,(\theta, \varphi) = \mp\sqrt{\frac{15}{32\pi}} sin^2\theta e^{\mp 2i\varphi} = \mp\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (x^2 - y^2 \pm 2ixy) \tag{38}$$

Bulunur ve yarıçap yeniden yazılırsa, küresel deformasyon parametreleri Kartezyen deformasyon bileşenleri türünden aşağıdaki gibi bulunur (Flügge 1994).

$$R(x, y, z) = R_0(1 + \alpha_{xx}x^2 + 2\alpha_{xy}xy + \alpha_{yy}y^2 + 2\alpha_{yz}yz + \alpha_{zz}z^2 + 2\alpha_{zx}zx \tag{39}$$

$$\alpha_{2\pm 1} = \sqrt{\frac{8\pi}{15}} (\alpha_{xz} \pm i\alpha_{yz}) \tag{40}$$

$$\alpha_{20} = \sqrt{\frac{8\pi}{90}} (2\alpha_{zz} - \alpha_{xx} - \alpha_{yy}) \tag{41}$$

$$\alpha_{2\mp 2} = \sqrt{\frac{8\pi}{60}} (\alpha_{xx} - \alpha_{yy} \pm 2i\alpha_{xy}) \tag{42}$$

Çekirdeğin şekli ve uzaydaki yöneliminin tam olarak belirlenebilmesi için, yukarıdaki ifadeler çekirdeğin temel eksen koordinat sistemi S'de yazılırsa, Kartezyen deformasyon tensörü diogonal olur. Bu yüzden $\alpha'_{xy} = \alpha'_{yz} = \alpha'_{zx} = 0$ olacaktır (Cejnar et al. 2010).

$$\alpha'_{2\pm1} = 0 \tag{43}$$

$$\alpha'_{20} = \sqrt{\frac{8\pi}{90}}(2\alpha'_{zz} - \alpha'_{xx} - \alpha'_{yy}) = \alpha_0 \tag{44}$$

$$\alpha'_{2\mp2} = \sqrt{\frac{8\pi}{60}}(\alpha'_{xx} - \alpha'_{yy} = \alpha_2 \tag{45}$$

α'_{20} parametresi z' ekseninin x' ve y'-eksenlerine göre uzamasını belirtir. $\alpha'_{2\mp2}$ parametresi x' ve y'-eksenleri arasındaki uzunluk farkını gösterir. Temel eksenler sistemi S''nün laboratuar sistemi S'ye göre yönelimi Euler açıları (θ, φ, ψ) açıları ile verilir (Cejnar et al. 2010).

Bohr ve Mottelson α_0 ve α_2 parametrelerini farklı bir biçimde tanımlamıştır. Daha genel bir biçimde kullanmıştır.

$$\alpha_0 = \beta\cos\gamma, \qquad \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma \tag{46}$$

$$\sum_\mu |\alpha_{2,\mu}|^2 = \sum_\mu |\alpha'_{2,\mu}|^2 = \beta^2 \tag{47}$$

Olup, β çekirdeğin toplam deformasyonunu ölçer. Temel eksenler sisteminde küresel harmonikler cinsinden yarıçap aşağıdaki gibidir.

$$R(\theta, \varphi) = R_0\left[1 + \beta\sqrt{\frac{5}{16\pi}}\left(\cos\gamma(3\cos^2\theta - 1) + \sqrt{3}\sin\gamma\sin^2\theta\cos 2\varphi\right)\right] \tag{48}$$

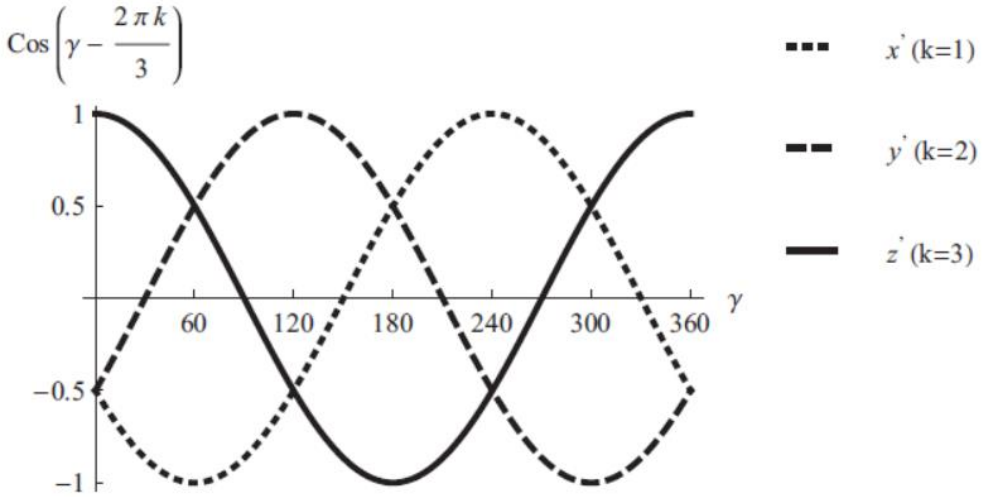
Elipsoidin üç-yarı ekseninde artış β ve γ değişkenleri cinsinden

$$\delta R_{x'} = R\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) - R_0 = R_0\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta\cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{49}$$

$$\delta R_{y'} = R\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - R_0 = R_0\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta\cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{50}$$

$$\delta R_{y'} = R(0,0) - R_0 = R_0\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta\cos\gamma \tag{51}$$

Olarak bulunur. Aşağıdaki şekilden, sabit bir β değerine karşılık, γ açısının fonksiyonu olarak eksenlerdeki artış miktarı açık bir şekilde görülmektedir (Wilets et al. 1956).



Şekil 2.5 γ parametresinin fonksiyonu olarak çekirdeğin(korun) temel yarı eksenlerinin değişimi

$\gamma = 0$ için elipsoid z'-ekseni boyunca diğer iki eksene göre fazla uzamıştır. Diğer iki eksenin değişimi eşit olduğundan böyle bir yapı eksenel simetrik prolate deforme yapı olarak adlandırılır. $\gamma = \frac{\pi}{3}$ için elipsoid eksenel simetrik oblate şeklini alır ama bu kez simetri ekseni *x* olacaktır. Ara bölgede ise üç üçgenin boyları birbirinden farklıdır. Görülecektir ki her $\frac{\pi}{3}$ lük dilimde mümkün olan tüm deformasyonlar yer alır (Fortunato et al. 2003).

Sistemin kinetik enerjisi, titreşim ve dönme enerjisinin toplamıdır.

$$T_{tit} = \frac{1}{2} B\left(\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2\right) \tag{52}$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{3} J_k \omega_k^2 \tag{53}$$

ω_k cisim- merkezli koordinat sisteminin eksenleri (x', y', z') etrafındaki açısal hız olup, eylemsizlik momentleri aşağıdaki gibidir.

$$J_k = 4B\beta^2 sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k\right) \tag{54}$$

2.3 Eşevreli Durum Yaklaşımı

Eşevreli Durum Yaklaşımında incelenen çekirdeklerin enerji özdeğerleri, Etkileşen Bozon Modeli Hamiltoniyeni ile Kolektif Model parametreleri (β, γ) kullanılarak yazılan özfonksiyonlar sayesinde hesaplanır. Bu nedenle bu yaklaşım, EBM ile

Kollektif model arasında köprü görevi görür. İncelenen U(5) – SU(3) bölgesi için multipol momentler cinsinden EBM hamiltoniyeni aşağıdaki gibi verilir (Inci et al. 2009).

$$\hat{H} = \kappa_3 \hat{Q}.\hat{Q} - \kappa' \hat{L}.\hat{L} + \kappa'' P^{\dagger}.\tilde{P} \quad (55)$$

Burada Q, L ve P sırasıyla kuadupol moment, açısal momentum ve çiftlenim operatörleri olup s ve d bozon operatörleri cinsinden şöyle tanımlanır,

$$\hat{Q} = (d^{+}s + s^{+}d) + \chi \hat{T}_2 \quad (56)$$

$$\hat{L} = \sqrt{10}\,\hat{T}_1 \quad (57)$$

$$\tilde{P} = \frac{1}{2}(\tilde{d}.\tilde{d} - s.s) \quad (58)$$

$$\hat{T}_{\ell=}(d^{\dagger}\tilde{d}\,)^{(\ell)};\ \ell=0,1,2,3,4 \quad (59)$$

κ_3 ve κ', taban durum bandı ile gamma bandı 2^{+}enerjilerine bağlı olup

$$\kappa_3 = \frac{E_\gamma(2^{+}) - E_g(2^{+})}{3(1-2N)} \quad (60)$$

$$\kappa' = -\frac{3}{8}\kappa_3 - \frac{1}{6}E_\gamma(2^{+}) \quad (61)$$

ifadesiyle belirlenir. κ''ise, tamamıyla serbest parametredir. Kuadrupol operatöründe bulunan düzen parametresi χ ise U(5) limitinde 0 ve SU(3) limitinde $-\sqrt{7/4}$ değerini alır (Inci et al. 2014).

Kapalı kabuk dışında 2N tane nükleondan yani N tane bozondan oluşan bir çift-çift çekirdek sisteminin taban durumu, bozon yoğunlaşması olarak adlandırılan |0> durumu üzerine N defa taban durum için bozon yaratma operatörü $b_g^{\dagger}$ uygulanarak elde edilir,

$$b_g^{\dagger}(a_\mu) = s^{\dagger} + \sum_\mu a_\mu\, d_\mu^{\dagger} \quad (62)$$

N tane değerlik bozon içeren sistemin taban durumu bozon yoğunlaşması adıyla tanımlanır. EBM'ne göre sadece s ve d bozonları sistemde olduğu için bozon üretme operatörleri, bu bozonlara karşılık gelen operatörlerin ortogonal kombinasyonları ile verilir. Taban durumu üreten bozon operatörü aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$b_g^{\dagger}(\beta,\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}}[s^{\dagger} + \beta\cos\gamma\, d_0^{\dagger} + \frac{\beta}{\sqrt{2}}\sin\gamma\,(d_2^{\dagger} + d_{-2}^{\dagger})] \quad (63)$$

Burada $\beta\ ve\ \gamma$, Bohr Hamiltoniyenindeki (Bohr et al. 1998) iç kolektif değişken anlamındadır. N tane bozondan oluşan sistemin taban durumu yukarıda tanımlanan bozon operatörünün N defa $|0\rangle$ ile gösterilen vakum durumuna uygulanmasıyla elde edilir.

$$|\beta,\gamma\rangle^{g} = \frac{1}{\sqrt{N!}}(b_g^{\dagger}(\beta,\gamma))^{N}|0\rangle^{g} \quad (64)$$

İç uyarılmalar taban durumundaki, bozon sayısının değişmesine neden olacaktır. Böylece durum fonksiyonundaki, taban durum operatörlerinden bir tanesi uyarılmayı sağlayan başka bir operatörlere yer değiştirecektir. İlk uyarılmayı sağlayan operatör β titreşimini üretir. Aşağıdaki operatör ilk uyarılmayı sağlayan operatördür (Caprio et al. 2007).

$$b^{\dagger}_{\beta v}(\beta,\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}}[-\beta s^{\dagger} + \cos\gamma\, d^{\dagger}_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\gamma\,(d^{\dagger}_2 + d^{\dagger}_{-2})] \quad (65)$$

β titreşim bandı durumları ise aşağıdaki denklemlerle elde edilir.

$$|\beta,\gamma\rangle^{g} = = \frac{1}{\sqrt{N!}} b^{\dagger}_{\beta v}(\beta,\gamma)\; b^{\dagger}_{g.s.}(\beta,\gamma)\; I_{g.s.}(\beta,\gamma) \quad (66)$$

$$|\beta,\gamma\rangle^{g} = = \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} b^{\dagger}_{\beta v}(\beta,\gamma)(\; b^{\dagger}_{g}(\beta,\gamma))^{N-1}|0\rangle \quad (67)$$

Bir sonraki uyarılma durumu ise γ titreşim bandı olup buna karşılık gelen üretici operatör ve sistemin durumu ve ile verilir.

$$b^{\dagger}_{\gamma v}(\beta,\gamma) = [-\sin\gamma\, d^{\dagger}_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\gamma\,(d^{\dagger}_2 + d^{\dagger}_{-2})] \quad (68)$$

$$|\beta,\gamma\rangle^{\gamma} = = \frac{1}{\sqrt{N!}} b^{\dagger}_{\gamma v}(\beta,\gamma)\; b^{\dagger}_{g.s.}(\beta,\gamma)\; I_{g}(\beta,\gamma) \quad (69)$$

$$|\beta,\gamma\rangle^{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} b^{\dagger}_{\beta v}(\beta,\gamma)(\; b^{\dagger}_{g}(\beta,\gamma))^{N-1}|0\rangle \quad (70)$$

$$\left|N;a_\mu\right\rangle^{g} = N_N (b^{\dagger}_{g}(a_\mu))^{N}|0\rangle \quad (71)$$

Burada N_N normalizasyon sabiti, a_μ (μ= -1,-2,0,1,2) beş reel değişkeni olup Bohr şekil parametreleriyle orantılıdır (Bohr et al. 1998). Taban durum enerjisi ise Hamiltoniyenin beklenen değerinin hesaplanması ile elde edilir.

$$E_g(N,a_\mu) = {}^{g}\langle N;a_\mu|\widehat{H}|N;a_\mu\rangle^{g} \quad (72)$$

Taban durum bandından daha yüksek enerjili bandları elde edebilmek için taban durumdaki bir bozon yaratma operatörü, bu operatör ile ortagonal olan başka bir operatör ile yer değiştirmelidir. β ve γ titreşimlerini verecek bozon yaratma operatörleri sırasıyla,

$$E_\gamma(N,a_\mu) = {}^{\gamma}\langle N;a_\mu|\widehat{H}|N;a_\mu\rangle^{\gamma} \quad (73)$$

Beta bandının enerji ifadesi de bu şekilde tanımlanır.

$$E_\beta(N,a_\mu) = {}^{\beta}\langle N;a_\mu|\widehat{H}|N;a_\mu\rangle^{\beta} \quad (74)$$

$$\mathrm{I} = \frac{(\mathrm{dL_x}/\mathrm{da_1})^2}{\mathrm{d}^2E_g/\mathrm{da_1^2}} \quad (75)$$

Burada I, çekirdeğin eylemsizlik momentidir. Aynı enerji bandında farklı açısal momentumlu seviyelerin enerjileri ise sırasıyla taban durumu, β ve γ bantları için şu şekildedir (Davidson 1932).

$$E_g^{exc}(N,L) = \frac{L(L+1)}{2\mathrm{I}} \tag{76}$$

$$E_\beta^{exc}(N,L) = \frac{L(L+1)}{2\mathrm{I}} + \left(E_\beta - E_g\right) \tag{77}$$

$$E_\gamma^{exc}(N,L) = \frac{L(L+1)}{2\mathrm{I}} + \left(E_\gamma - E_g\right) \tag{78}$$

$$I_g = \frac{-42\mathrm{Nn}\beta^2(1+\beta^2)}{A.\kappa' + B\kappa'' + C.k_3} \tag{79}$$

$$A = 42(1+\beta^2)(1+2(-1+\mathrm{Nn})\beta^2) \tag{80}$$

$$B = 7(-1+\mathrm{Nn})\beta^2(-1+\beta^2) \tag{81}$$

$$C = [28 + 2\sqrt{14}(-1+\mathrm{Nn})\beta\chi - 6\sqrt{14}(-1+\mathrm{Nn})\beta^3\chi - 7\chi^2 + 2(-1+\mathrm{Nn})\beta^4\chi^2 - \beta^2\left(28 + 5\chi^2 + 2\mathrm{Nn}(-28+\chi^2)\right)] \tag{82}$$

3. PARAMETRELER VE SONUÇLAR

Diğer bir nicelik ise her çekirdek için farklı olan bozon sayısı (N)'dir. Toplam bozon sayısı, son kapalı kabuğa göre işlem yapılarak proton ve nötron sayıları toplanıp ikiye bölünerek bulunur. Her bir çekirdek için bulunan bozon sayısı Tablo 3.1 de N sütununda gösterilmiştir. Proton ve nötron sayılarının oluşturacağı bozon sayısı hesabı, sihirli sayılara (2,8,20,28,50,82 ve 126) yakınlık kuralına göre yapılmaktadır. Örneğin; $^{152}_{64}Gd$'un 64 protonu ve 88 nötronu bulunmaktadır(Bohre 1952) Başta proton ve nötron sayısının hangi sihirli sayıya yakın olduğu hesaplanarak işlem yapılmaktadır. 88 nötronun en yakın olduğu sayı 82, 64 protonun ise 50 sihirli sayısıdır. Sihirli sayılar kapalı kabukta bulunabilecek maksimum nükleon sayılarını göstermektedir. Bozon sayısının hesabı ise şu şekildedir. Nötronun çekirdeğe bozon katkısı $\frac{(88-82)}{2} = 3$, protonun çekirdeğe bozon katkısı ise $\frac{(64-50)}{2} = 7$'dir. Buradan $^{152}_{64}Gd$ için toplam bozon sayısı (N), 7+3=10 olarak bulunur. Burada her iki nükleonun bir bozona karşılık geldiği bir düzene göre işlem yapılmaktadır. Çekirdeğin serbest nükleonlarının (kabuk tabir edilen bölümün dışında kalan nükleonların) kuantum faz geçişleri üzerine etkisinin ne kadar fazla olduğunu göstermektedir. Tablo 3.1 Hamilton içindeki serbest parametreleri, bozon sayılarını ve sabitleri içermektedir.

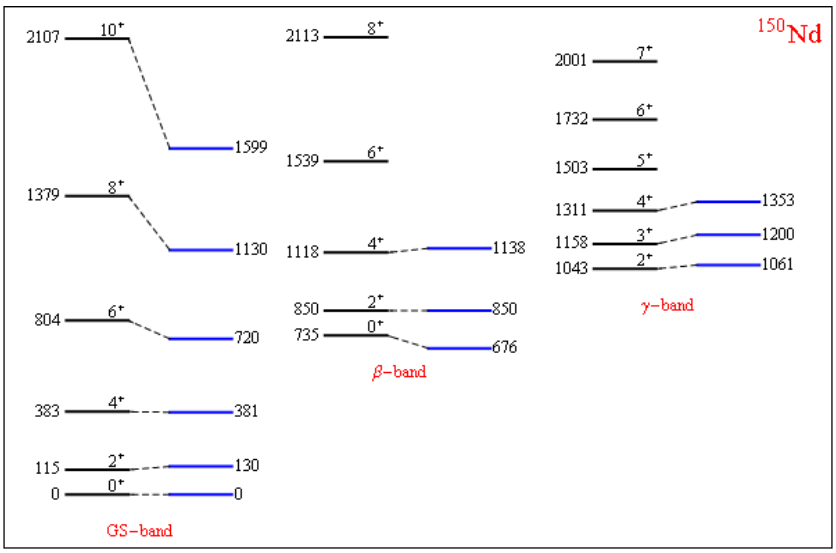
Tablo 3.1 İzotopların deneysel uyarılma enerjilerini veren Hamiltoniyen parametreleri.

İzotop	N	B	κ_3	κ'	κ''
$^{150}_{60}Nd$	9	1.2733	-18.45	-13.8	-15.2
$^{152}_{64}Gd$	10	0.8216	-13.42	-52.3	3.9
$^{152}_{62}Sm$	10	1.3188	-16.91	-13.82	-23.9
$^{154}_{66}Dy$	11	0.8024	-11	-51.54	7.7
$^{154}_{64}Gd$	11	1.2566	-13.86	-15.3	-12
$^{154}_{62}Sm$	11	1.3936	-21.56	-5.58	-19.7
$^{156}_{66}Dy$	12	1.1561	-10.91	-18.87	0.9
$^{156}_{68}Er$	10	0.8235	-10.26	-53.65	51
$^{156}_{64}Gd$	12	1.2742	-15.43	-9.03	5.8
$^{158}_{66}Dy$	13	1.1859	-11.29	-12.24	19.4
$^{158}_{64}Gd$	13	1.2629	-14.76	-7.71	13.9
$^{160}_{68}Er$	12	1.1292	-10.55	-17	23.7
$^{160}_{64}Gd$	12	1.1669	-11.27	-8.31	43.8
$^{162}_{66}Dy$	15	1.1342	-9.28	-9.96	47.6
$^{162}_{68}Er$	13	1.1484	10.64	-13.01	30.08
$^{164}_{66}Dy$	16	1.1830	-7.38	-9.56	16.2
$^{164}_{68}Er$	14	1.1297	-9.48	-11.67	42.5
$^{166}_{70}Yb$	13	1.1644	-11.06	-12.91	25.6
$^{168}_{72}Hf$	12	1.1239	-10.88	-16.59	25.9
$^{168}_{70}Yb$	14	1.1857	-11.05	-10.52	26.7

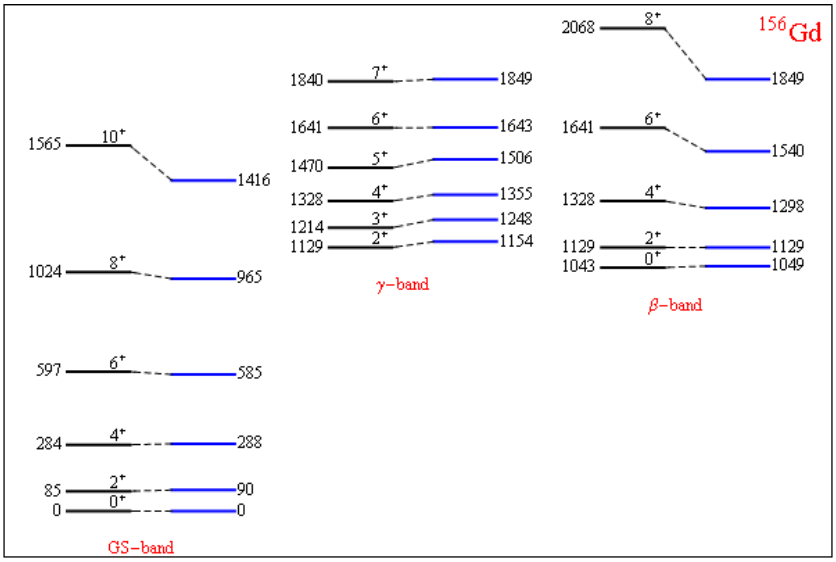
Yukarıda verilen parametre setleri kullanılarak elde edilen uyarılma enerji spektrumları, elde edilen uyumun daha net görülebilmesi için şekillerde en düşük enerjili üç band için verilmiştir. Bu şekillerde tüm enerjiler keV cinsinden olup siyah renkle gösterilen düzeyler teorik sonuçları, mavi ile gösterilen düzeyler ise deneysel verileri belirtmektedir. Her durumun spin-paritesi, teorik düzeylerin üstünde yer almaktadır ve aynı spin-pariteli deneysel düzeyler, noktalı çizgilerle teorik olana bağlanmıştır. Bu şekiller incelendiğinde $^{150}_{60}Nd$ hariç taban durum (GS-band) bandında 8^+ açısal momentumlu duruma kadar teori ile deney çok uyumludur. Durumların açısal momentum değeri arttıkça teorik sonuçların daha hızlı arttığı görülmektedir. Bununla birlikte tüm izotoplar için γ-bandında tahminler oldukça iyi, taban durum bandında

gözlenen hızlı artış bu bantta görülmemektedir. β bandında ise deneysel verilerin kısmen az olması, karşılaştırma yapmayı güçleştirmektedir.

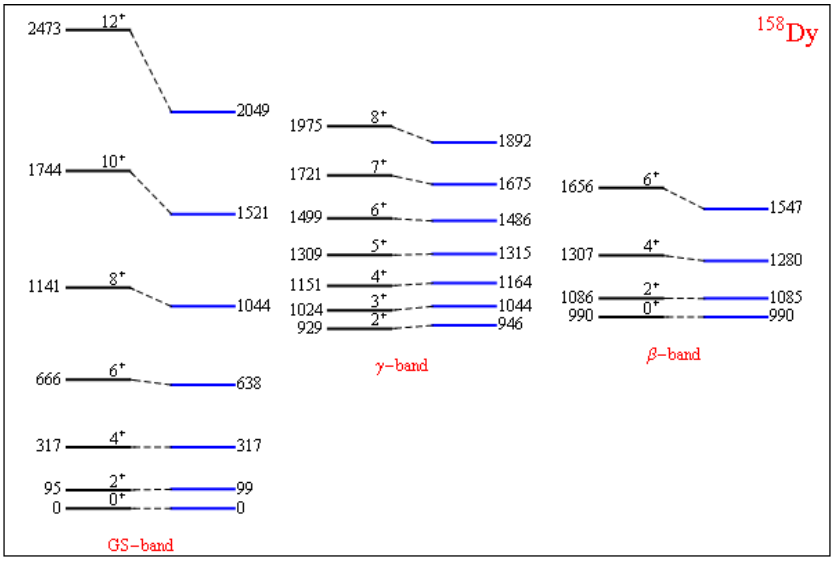
Bu şekiller dışında, diğer tüm izotoplar için hesaplanan enerji değerlerinin deneysel verilerle karşılaştırılması da verilmiştir.



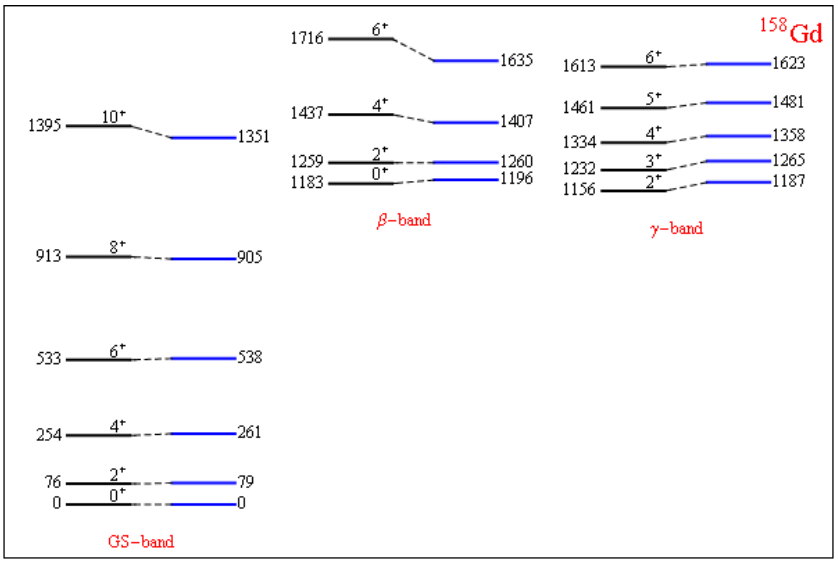
Şekil 3.1 $^{150}_{60}Nd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle (derMateosian et al. 1950) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindendir.



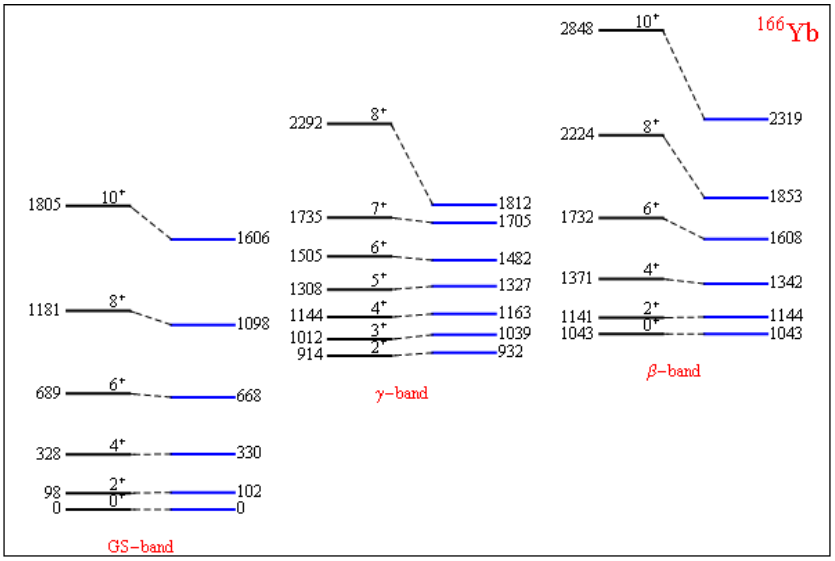
Şekil 3.2 $^{156}_{64}Gd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle (Reich 2009) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindendir.



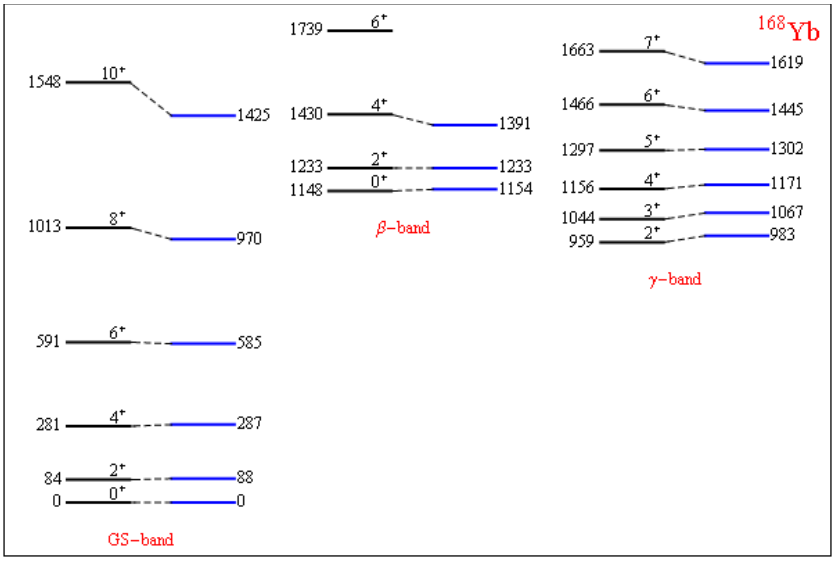
Şekil 3.3 $^{158}_{66}Dy$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle (Helmer 2004) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindendir.



Şekil 3.4 $^{158}_{64}Gd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle (Helmer 2004) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindendir.



Şekil 3.5 $^{166}_{70}Yb$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle (Baglin 2008) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindendir.



Şekil 3.6 $^{168}_{70}Yb$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle (Baglin 2010) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindendir.

Tablo 3.2 Taban durumu için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler. Enerjiler keV cinsindendir. (derMateosian et al. 1950, Singh 2001, Baglin 2002, Singh 2002, Reich 2003, Helmer 2004, Reich 2005, Reich 2007, Baglin 2008, Reich 2009, Baglin 2010)

İzotop	$E(2_1^+)$		$E(4_1^+)$		$E(6_1^+)$		$E(8_1^+)$		$E(10_1^+)$	
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney
$^{150}_{60}Nd$	115	130	383	381	804	720	1379	1130	2107	1599
$^{152}_{64}Gd$	343	344	1143	755	2400	1227	4114	1746	6286	2300
$^{152}_{62}Sm$	117	122	389	366	818	707	1402	1125	2142	1609
$^{154}_{66}Dy$	334	334	1114	747	2340	1224	4011	1748	6128	2304
$^{154}_{64}Gd$	119	123	396	371	831	718	1425	1144	2177	1637
$^{154}_{62}Sm$	80	82	266	267	558	543	957	903	1462	1333
$^{156}_{66}Dy$	133	138	445	404	934	771	1601	1216	2446	1725
$^{156}_{68}Er$	346	344	1153	797	2422	1340	4152	1959	6344	2635
$^{156}_{64}Gd$	85	90	284	288	597	585	1024	965	1565	1416
$^{158}_{66}Dy$	95	99	317	317	666	638	1141	1044	1744	1521
$^{158}_{64}Gd$	76	79	254	261	533	538	913	905	1395	1351
$^{160}_{68}Er$	121	126	405	390	850	766	1457	1229	2226	1761
$^{160}_{64}Gd$	72	75	239	248	501	514	859	871	1313	1308
$^{162}_{66}Dy$	77	81	258	266	541	548	927	921	1417	1374
$^{162}_{68}Er$	98	102	327	329	687	667	1177	1097	1799	1602
$^{164}_{66}Dy$	71	73	238	242	501	501	858	844	1311	1261
$^{164}_{68}Er$	88	91	293	299	615	614	1054	1025	1610	1518
$^{166}_{70}Yb$	98	102	328	330	689	668	1181	1098	1805	1606
$^{168}_{72}Hf$	120	124	399	386	837	757	1435	1213	2192	1736
$^{168}_{70}Yb$	84	88	281	287	591	585	1013	970	1548	1425

Tablo 3.3 Beta için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler. (keV) (derMateosian et al. 1950, Singh 2001, Baglin 2002, Singh 2002, Reich 2003, Helmer 2004, Reich 2005, Reich 2007, Baglin 2008, Reich 2009, Baglin 2010)

İzotop	$E(0_2^+)$		$E(2_2^+)$		$E(4_2^+)$		$E(6_2^+)$		$E(8_2^+)$	
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney
$^{150}_{60}Nd$	735	676	850	850	1118	1138	1539	-	2113	-
$^{152}_{64}Gd$	587	615	930	931	1730	1282	2987	1668	4702	2139
$^{152}_{62}Sm$	684	685	801	810	1074	1023	1502	1310	2086	1667
$^{154}_{66}Dy$	571	660	905	905	1685	152	2910	1658	4582	2163
$^{154}_{64}Gd$	680	681	798	815	1075	1048	1511	1366	2105	1757
$^{154}_{62}Sm$	1100	1100	1180	1178	1365	1371	1658	1577	2057	-
$^{156}_{66}Dy$	676	675	809	829	1121	1089	1610	1438	2277	1859
$^{156}_{68}Er$	874	930	1220	1220	2027	1546	3296	-	5026	-
$^{156}_{64}Gd$	1043	1049	1129	1129	1328	1298	1641	1540	2068	1849
$^{158}_{66}Dy$	990	990	1086	1085	1307	1280	1656	1547	2132	-
$^{158}_{64}Gd$	1183	1196	1259	1260	1437	1407	1716	1635	2096	-
$^{160}_{68}Er$	894	894	1016	1007	1299	-	1744	-	2351	-
$^{160}_{64}Gd$	1380	1379	1451	1436	1618	-	1881	-	2239	-
$^{162}_{66}Dy$	1376	1400	1453	1543	1634	1574	1917	1767	2303	1985
$^{162}_{68}Er$	1073	1087	1171	1171	1400	1369	1760	-	2250	-
$^{164}_{66}Dy$	861	-	932	-	1099	-	1362	-	1719	-
$^{164}_{68}Er$	1226	1246	1314	1315	1519	1469	1841	1707	2280	2069
$^{166}_{70}Yb$	1043	1043	1141	1144	1371	1342	1732	1608	2224	1853
$^{168}_{72}Hf$	939	942	1059	1058	1338	1284	1776	-	2374	-
$^{168}_{70}Yb$	1148	1154	1233	1233	1430	1391	1739	-	2162	-

Tablo 3.4 Gama için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler. (keV) (derMateosian et al. 1950, Singh 2001, Baglin 2002, Singh 2002, Reich 2003, Helmer 2004, Reich 2005, Reich 2007, Baglin 2008, Reich 2009, Baglin 2010)

İzotop	$E(2_1^+)$		$E(3_1^+)$		$E(4_1^+)$		$E(5_1^+)$		$E(6_1^+)$	
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney
$^{150}_{60}Nd$	1043	1061	1158	1200	1311	1353	1503	-	1732	-
$^{152}_{64}Gd$	1126	1109	1469	1434	1926	1550	2497	1861	3183	1998
$^{152}_{62}Sm$	1079	1086	1195	1234	1351	1372	1546	1560	1780	1728
$^{154}_{66}Dy$	1051	1027	1385	1334	1831	1443	2388	1740	3057	1885
$^{154}_{64}Gd$	993	996	1112	1127	1270	1263	1468	1432	1705	1607
$^{154}_{62}Sm$	1411	1440	1491	1539	1597	1665	1730	1805	1889	1946
$^{156}_{66}Dy$	892	890	1025	1022	1203	1169	1426	1336	1693	1525
$^{156}_{68}Er$	986	930	1332	1243	1793	1351	2370	1663	3062	-
$^{156}_{64}Gd$	1129	1154	1214	1248	1328	1355	1470	1506	1641	1643
$^{158}_{66}Dy$	929	946	1024	1044	1151	1164	1309	1315	1499	1486
$^{158}_{64}Gd$	1156	1187	1232	1265	1334	1358	1461	1481	1613	1623
$^{160}_{68}Er$	845	854	967	987	1332	1317	1858	1743	2546	2244
$^{160}_{64}Gd$	953	988	1025	1057	1121	1148	1240	1261	1383	1392
$^{162}_{66}Dy$	860	888	938	963	1041	1061	1169	1183	1324	1324
$^{162}_{68}Er$	882	900	980	1002	1111	1128	1274	1286	1471	1460
$^{164}_{66}Dy$	749	761	821	828	916	916	1035	1025	1178	1155
$^{164}_{68}Er$	838	860	926	946	1043	1059	1189	1197	1365	1359
$^{166}_{70}Yb$	914	932	1012	1039	1144	1163	1308	1327	1505	1482
$^{168}_{72}Hf$	864	875	984	1031	1143	1216	1343	-	1582	-
$^{168}_{70}Yb$	959	983	1044	1067	1156	1171	1297	1302	1466	1445

Tablo 3.5 Taban durum bandı için, elektrik kuadrupol geçişlerinin deneysel verilerle teorik sonuçların karşılaştırılması. (derMateosian et al. 1950, Singh 2001, Baglin 2002, Singh 2002, Reich 2003, Helmer 2004, Reich 2005, Reich 2007, Baglin 2008, Reich 2009, Baglin 2010)

İzotop	$(2_1^+) \rightarrow (0_1^+)$		$(4_1^+) \rightarrow (2_1^+)$		$E(6_1^+) \rightarrow (4_1^+)$		$(8_1^+) \rightarrow (6_1^+)$		$(10_1^+) \rightarrow (8_1^+)$		e_B
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	
$^{150}_{60}Nd$	91	115	176	175	200	212	211	236	217	-	**0.85**
$^{152}_{64}Gd$	74	-	144	-	163	-	172	-	178	-	**0.77**
$^{152}_{62}Sm$	92	-	180	-	203	-	214	-	221	-	**0.77**
$^{154}_{66}Dy$	86	97	167	137	189	190~	199	190~	205	190~	**0.76**
$^{154}_{64}Gd$	111	-	216	-	244	-	258	-	266	-	**0.70**
$^{154}_{62}Sm$	130	176	253	245	287	289	302	319	312	314	**0.83**
$^{156}_{66}Dy$	133	149	259	261	293	200	309	289	318	366	**0.78**
$^{156}_{68}Er$	56	66	109	117	124	124	131	50	135	58	**0.67**
$^{156}_{64}Gd$	136	187	264	263	299	295	315	320	325	314	**0.78**
$^{158}_{66}Dy$	153	183	298	266	337	340	356	340	367	320	**0.77**
$^{158}_{64}Gd$	147	196	286	289	324	-	342	330	352	340	**0.75**
$^{160}_{68}Er$	122	166	237	240	268	262	283	300	292	290	**0.75**
$^{160}_{64}Gd$	198	201	385	-	436	-	460	-	474	-	**0.87**
$^{162}_{66}Dy$	148	204	288	289	325	301	343	346	354	350	**0.66**
$^{162}_{68}Er$	189	191	368	-	417	-	440	-	453	-	**0.86**
$^{164}_{66}Dy$	145	209	283	272	320	325	338	310	348	354	**0.61**
$^{164}_{68}Er$	132	218	257	258	291	-	307	343	317	358	**0.67**
$^{166}_{70}Yb$	133	191	259	272	293	291	309	320	319	310	**0.72**
$^{168}_{72}Hf$	128	154	250	244	283	285	298	350	307	370	**0.77**
$^{168}_{70}Yb$	201	209	392	-	443	-	468	-	482	-	**0.82**

İncelenen çekirdeklerde enerjiyi minimum yapan β değeri, deneysel olarak verilen birinci taban durumu 2_1^+ uyarılma enerjisi ile daha yüksek olan enerji bantlarından β bandının 0_2^+ durum enerjisi veya γ bandının 2_3^+enerjisini en yakın şekilde doğru verebilmesi için ayarlanmıştır. Deneysel değerleri yakın bir biçimde tahmin edebilmek

için tüm serbest parametreler hassas biçimde ayarlanmıştır. Tablo 1 den deformasyon parametresinin 0 ile $\sqrt{2}$ arasında olduğu görülmektedir. Ayrıca κ'' parametresi pozitif değer alırsa, diğer parametrelerin değerleri ne olursa olsun enerji minimumu daima 0 olmaktadır. Bu parametre belli bir negatif değerde minimum enerjiyi sıfırda verirken, belli bir değerin ötesine geçildiğinde faz geçişi gözlenir ve enerji minimumu $\sqrt{2}$ değerine doğru kayar. Bu parametrenin taban durum enerji yüzeyine etkisi farklı κ''değerlerinde de değişmektedir.

KAYNAKLAR

Arima, A., Iachello, F.(1976).Interacting Boson Model of Collective States I. The Vibrational Limit, Annals of Physics, 99, 253-317.

Arima, A., Iachello, F.(1976).Interacting Boson Model of Collective States II. The Vibrational Limit, Annals of Physics, 111, 201-138.

Arima, A., Iachello, F.(1976).Interacting Boson Model of Collective States IV. The O(6) Limit, Annals of Physics, 123, 468-492.

Baglin, C. M. 2008. Nuclear Data Sheets for A=166*. Nuclear Data Sheets, 109, 1103-1382.

Baglin, C. M. 2010. Nuclear Data Sheets for A=168*. Nuclear Data Sheets, 111, 1807-2079.

Baglin, C. M. 2002. Nuclear Data Sheets for A=170*. Nuclear Data Sheets, 96, 611-874.

Bes, D. R. 1959. The γ-dependent part of the wave functions representing γ-unstable surface vibrations. Nuclear Physics, 10, 373-385.

Bohr, A. 1952. The Coupling of Nuclear Surface Oscillations to the Motion of Individual Nucleons. Matematisk-fysiske Meddelelser Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, 26, no. 14.

Bohr, A., Mottelson, B. R. 1987. Nuclear Structure Vol I-II, Singapore: World Scientific.

Bohr, A., Mottelson, B. R. 1998. Nuclear Structure Vol II: Nuclear Deformations (2. Edition), Singapore: World Scientific.

Bonatsos, D. 1988. Interacting Boson Models of Nuclear Structure. Oxford Studies in Nuclear Physics 10

Bonatsos, D., Lenis, D., Minkov, N., Raychev, P. P., Terziev, P. A. 2004. Sequence of potentials interpolating between the U(5) and E(5) symmetries. Physical Review C, 69, 044316.

Caprio, M. A., Iachello, F. 2007. Analytic descriptions for transitional nuclei near the critical point. Nuclear Physics A, 781, 26-66.

Casten, R. F. 2006. Shape phase transitions and critical-point phenomena in atomic nuclei. Nature Physics, 2, 811-820.

Cejnar, P., Jolie, J. ve Casten, R. F. 2010. Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei. Reviews of Modern Physics, 82, 2155-2212.

Ciftci, H., Hall, R. L., Saad, N. 2003. Asymptotic iteration method for eigenvalue problems. Journal of Physics A: Mathematical and General, 36 (47), 11807-11816.

Ciftci, H., Hall, R. L., Saad, N. 2005. Construction of exact solutions to eigenvalue problems by the asymptotic iteration method. Journal of Physics A: Mathematical and General, 38 (5), 1147-1156.

Davidson, P. M. 1932. Eigenfunctions for calculationg electronic vibrational intensities. Proceedings of the Royal Society A, 135, 459-472.

derMateosian, E., Tuli, J. K. 1995. Nuclear Data Sheets for A=150* , National Nuclear Data Center Brookhaven National Laboratory, 75, 827-989.

Dieperink, A. E. L., Scholten, O. 1980. On Shapes and Shape Phase Transitions in the Interacting Boson Model, Nucleer Physics A, 346, 125-138.

Edmonds, A. R. 1957. Angular Momentum in Quantum Mechanics (1st Edition), New Jersey: Princeton University.
Firestone, R. B. 1996. Table of Isotopes CD-ROM Edition, Version 1.0, Wiley-Interscience.
Flügge, S. 1994. Practical quantum mechanics (2nd Edition), Berlin: Springer-Verlag.
Fortunato, L., Vitturi, A. 2003. Analytically solvable potentials for γ-unstable nuclei. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 29, 1341-1349.
Ginocchio, J. N., Kirson, M. V. (1980). Relationship Between the Bohr Collective Hamiltonian and the Interacting Boson Model, Physical Review Letter, 44, 1744-1747.
Ginocchio, J. N., Kirson, M. V. (1980). Relationship Between the Bohr Collective Hamiltonian and the Interacting Boson Model, Nuclear Physics A.,350, 1744-1747.
Ginocchio, J. N., Kirson, M. V. (1980). An Intrinsic State for the Interacting Boson Model and Its Relationship to the Bohr-Mottelson Model, Nucleer Physics A.350, 31-60.
Helmer, R. G. 2004. Nuclear Data Sheets for A=158*. Nuclear Data Sheets 101, 325-519.
Iachello, F. ve Arima, A. 1987. The Interacting Boson Model, Cambridge: Cambridge University Press.
Iachello, F. 2000. Dynamic Symmetries at the Critical Point. Physical Review Letter, 85 (17), 3580-3583.
Iachello, F. 2005. Dynamic Supersymmetries of Differential Equations with Applications to Nuclear Spectroscopy. Physical Review Letter, 95, 052503.
Iachello, F. and Van Isacker, P. 1991. The Interacting Boson-Fermion Model, Cambridge: Cambridge University Press.
Inci, I., (2014). Test of Coherent State Approach in the Axially Deformed Region, Nucleer Physics A, 924, 74-83.
Inci, I., Alonso, C. E., Arias, J. M., Fortunato, L., Vitturi, A. (2009). Coherent State Approach to the Interacting Boson Model: Test of Its Validity in the Transitonal Region, Physical Review C, 80, 034321.
Inci,I. ve Sonkaya, H. 2018. Odd deformed nuclei with gamma-instability The European Physical Journal Plus - Note of acceptance - EPJP-D-18-01864R1
Reich, C. W. 2005. Nuclear Data Sheets for A=154*. Nuclear Data Sheets, 110, 2257-2532.
Reich, C. W. 2005. Nuclear Data Sheets for A=156*. Nuclear Data Sheets, 99, 753-1030.
Reich, C. W. 2005. Nuclear Data Sheets for A=160*. Nuclear Data Sheets, 105, 87-811
Reich, C. W. 2007. Nuclear Data Sheets for A=162*. Nuclear Data Sheets, 108, 1807-2034.
Singh, B. 2002. Nuclear Data Sheets for A=152*. Nuclear Data Sheets, 95, 995-1036
Singh, B. 2001. Nuclear Data Sheets for A=164*. Nuclear Data Sheets, 93, 243-446.
Schaaser, H., Brink, D. M. 1984. Calculations Away From SU(3) Symmetry by Cranking the Interacting Boson Model, Physics Letters B, 143, 269-272.
Wilets, L. ve Jean, M. 1956. Surface oscillations in even-even nuclei. Physical Review, 102, 788-796.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Melih KARATAŞ

Doğum Yeri : Çankırı/Merkez

Doğum Tarihi : 07.09.1991

Yabancı Dili : İngilizce

Adres : Fatih Mah. İğde Sok. No: 24

Tel : 05548644440

E-posta : melihkaratasorg@gmail.com

Eğitim durumu (Kurum ve Yıl)

Lise: Çankırı 80. Yıl Cumhuriyet Lisesi

Lisans: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü

Yükseklisans: Çankırı Karatekin Üniversitesi Fen bilimleri Fakültesi Fizik Anabilim Dalı

Yayınları

1. M, Karatas ve Inci, I. 2020. BŞEÜ Fen Bilimleri Dergisi 7.Cilt – Milli Mücadele ve TBMM'nin Açılışının 100. Yılı Anısına-100 Yıl özel Sayısı, BSEU Journal of Science DOI: 10.35193/bseufbd.681645, A~160 Civarındaki Çift-Çift Çekirdeklerin Eşevreli Durum Yaklaşımı ile İncelenmesi 299-312.