İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DYADIC GREEN FONKSİYONU KULLANILARAK KÜRESEL BİR KAFA MODELİ'NDE ELEKTROMANYETİK ALAN HESABI VE UYGUNLAŞTIRICI ORTAM ETKİSİNİN GÖZLEMLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ayça AYGÜN

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Biyomedikal Mühendisliği Programı

MAYIS 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DYADIC GREEN FONKSİYONU KULLANILARAK KÜRESEL BİR KAFA MODELİ'NDE ELEKTROMANYETİK ALAN HESABI VE UYGUNLAŞTIRICI ORTAM ETKİSİNİN GÖZLEMLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ayça AYGÜN
(504101402)

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Biyomedikal Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali YAPAR

MAYIS 2015

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY★ GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE ENGINEERING AND TECHNOLOGY

CALCULATION OF THE ELECTROMAGNETIC FIELDS OF SPHERICAL HEAD MODEL BY USING DYADIC GREEN'S FUNCTION AND ANALYSIS OF MATCHING MEDIA LAYER

MSc. THESIS

Ayça AYGÜN
(504101402)

Department of Electronics and Communication Engineering

Biomedical Programme

Thesis Advisor: Prof. Dr. Ali YAPAR

MAY 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504101402 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Ayça AYGÜN**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"DYADIC GREEN FONKİYONU KULLANILARAK KÜRESEL BİR KAFA MODELİ'NDE ELEKTROMANYETİK ALAN HESABI VE UYGUNLAŞTIRICI ORTAM ETKİSİNİN GÖZLEMLENMESİ"** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Prof. Dr. Ali YAPAR** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Doç. Dr. Özgür ÖZDEMİR** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Doç. Dr. Tanju YELKENCİ Marmara Üniversitesi	.....

Teslim Tarihi : **4 Mayıs 2015**
Savunma Tarihi : **26 Mayıs 2015**

Sevgili aileme,

ÖNSÖZ

Yaklaşık dört yıldır, bilgi ve tecrübeleri ile gelişimime katkı sağlayan ve bugün geldiğim noktada en büyük paya sahip değerli hocam ve tez danışmanım Prof. Dr. Ali Yapar'a, emeği ve kıymetli zamanını ayırdığı için teşekkürü bir borç bilirim.
Tez çalışmam esnasında her türlü katkılarından ve yardımından dolayı Yük. Müh. Egemen Bilgin'e teşekkür ederim.
Son olarak, 27 yıl boyunca, hiçbir zaman maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen sevgili aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2015

Ayça AYGÜN
Matematik Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **vii**
İÇİNDEKİLER ..... **ix**
KISALTMALAR ..... **xi**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **xiii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xv**
ÖZET ..... **xvii**
SUMMARY ..... **xix**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 1
1.2 Literatür Araştırması 2
1.3 Tezin Genel Kapsamı 3
2. DYADIC GREEN FONKSİYONU KULLANILARAK KÜRESEL BİR SİSTEMDE ELEKTROMANYETİK ALAN HESAPLANMASI **5**
2.1 İki Tabakalı Dielektrik Kürede Elektromanyetik Alan Hesabı 5
2.2 $\mathcal{N}$-Tabakalı Dielektrik Kürede Elektrik Alan Hesabı 8
2.3 Kaynağın En Dış Tabakada Konumlandırıldığı Küresel Kafa Modeli'nde Elektrik Alan Hesabı 10
2.3.1 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum 10
2.3.2 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunmadığı Durum 16
2.4 Kaynağın Serebrospinal Sıvı Tabakasında Konumlandırıldığı Küresel Kafa Modeli'nde Elektrik Alan Hesabı 17
2.4.1 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum 17
2.4.2 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunmadığı Durum 23
3. İNTEGRAL DENKLEM YÖNTEMİYLE KARŞILAŞTIRMA **25**
3.1 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunmadığı Durum 26
3.2 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum 27
4. UYGUNLAŞTIRICI ORTAM BAĞIL KOMPLEKS DİELEKTRİK SABİTİNİN ANALİZİ **29**
5. UYGUNLAŞTIRICI ORTAM ETKİLERİNİN ANALİZİ **31**
5.1 Kaynak Kafa Yüzeyinin Üzerinde İken Yapılan Analiz 31
5.2 Kaynak Serebrospinal Sıvı Tabakasında İken Yapılan Analiz 33
6. EK ANALİZLER **35**
6.1 Küresel Koordinatlarda Yarıçap Değişimine Göre Elektrik Alan Değerinin Gözlemlenmesi 35
6.2 Kutupsal Koordinatlarda Elektromanyetik Alan Hesabı 36
7. SONUÇ VE ÖNERİLER **39**
KAYNAKLAR **41**
ÖZGEÇMİŞ **43**

KISALTMALAR

DGF **:** Dyadic Green's Function
MM **:** Matching Media
IES **:** Integral Equation Solution
SD **:** Stroke Detection
TLM **:** Transmission Line Model
CSF **:** Cerebrospinal Fluid

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : Tabakaların Elektromanyetik Parametreleri..... …23

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : İki Tabakalı Dielektrik Küre Modeli 5
Şekil 2.2 : $\mathcal{N}$-Tabakalı Küresel Kafa Modeli 8
Şekil 2.3 : Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş ve Kaynak Uygunlaştırıcı Ortamda Konumlandırılmış 6 Tabakalı Küresel Kafa Modeli 11
Şekil 2.4 : Uygunlaştırıcı Ortam Bulunmayan ve Kaynak Boş Uzayda Konumlandırılmış 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli. 17
Şekil 2.5 : Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş ve Kaynak CSF Katmanında Konumlandırılmış 6 Tabakalı Küresel Kafa Modeli. 18
Şekil 2.6 : Uygunlaştırıcı Ortam Bulunmayan ve Kaynak CSF Katmanında Konumlandırılmış 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli. 23
Şekil 3.1 : 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 1... 26
Şekil 3.2 : 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 2... 26
Şekil 3.3 : 6 Tabakalı ve Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 1. 27
Şekil 3.4 : 6 Tabakalı ve Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 2. 27
Şekil 4.1 : Uygunlaştırıcı Ortam İçin Bağıl Kompleks Dielektrik Sabiti Seçimi. 29
Şekil 5.1 : Kaynak Kafa Modelinin Dışında Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Beyinde Gözlemlenmesi. 32
Şekil 5.2 : Kaynak Kafa Modelinin Dışında Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin CSF'de Gözlemlenmesi.. 32
Şekil 5.3 : Kaynak Kafa Modelinin Dışında Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Deride Gözlemlenmesi.. 33
Şekil 5.4 : Kaynak CSF'de Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Kafa Yüzeyinde Gözlemlenmesi. 34
Şekil 5.5 : Kaynak CSF'de Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Beyinde Gözlemlenmesi. 34
Şekil 6.1 : Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilen 6 Tabakalı Küresel Kafa Modelinde Elektromanyetik Alanın r'ye Göre Değişimi. 35
Şekil 6.2 : Kutupsal Koordinatlarda Uygunlaştırıcı Ortam Yokken Elektromanyetik Alan Hesabı.. 36
Şekil 6.3 : Kutupsal Koordinatlarda Uygunlaştırıcı Ortam Varken Elektromanyetik Alan Hesabı.. 37

DYADIC GREEN FONKSİYONU KULLANILARAK KÜRESEL BİR KAFA MODELİ'NDE ELEKTROMANYETİK ALAN HESABI VE UYGUNLAŞTIRICI ORTAM TABAKASININ ETKİLERİNİN GÖZLEMLENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, küresel bir kafa modelinin yüzeyine yerleştirilen bir uygunlaştırıcı ortam katmanının, küre üzerindeki elektromanyetik alan değişimine olan etkileri analiz edilmiştir. Uygunlaştırıcı ortam, kafa yüzeyi ile boş uzay arasına yerleştirilen ve dielektrik değerleri boş uzaydan farklı olan bir tabakayı temsil etmektedir. Çözülen problem, 5 tabakalı ve dışarısı boş uzay olan küresel bir kafa modelindeki her tabakada Dyadic Green Fonksiyonu (DGF) kullanılarak elektromanyetik alan probleminin çözülmesi, ardından kafanın yüzeyine yerleştirilen bir uygunlaştırıcı ortam katmanının küredeki elektromanyetik alan üzerindeki etkilerinin analiz edilmesi şeklinde özetlenebilir. Problemde, kafa modelindeki tabakaların içten dışa doğru beyin, serebrospinal sıvı (CSF), kemik doku, deri ve boş uzay olduğu varsayılmış, uygunlaştırıcı ortam tabakası deri ile boş uzay arasına yerleştirilmiştir. Problemin her aşamasında kaynağın z-ekseni üzerinde ve x-yönlü olduğu kabul edilmiştir.

Çalışmanın ilk aşamasında literatür araştırması yapılıp şimdiye kadar ortaya koyulan örnek çalışmalar incelenmiştir. Araştırmada öncelikle DGF kullanılarak küresel bir sistemde elektromanyetik alan probleminin çözümü üzerine literatür taraması yapılıp iki tabakalı dielektrik kürede ve $\mathcal{N}$-tabakalı küresel sistemlerde elektrik alan hesabı öneren örnek çalışmalara rastlanmıştır. Ardından uygunlaştırıcı ortam kullanımı üzerine araştırma yapılıp bu konuda ortaya koyulan bazı çalışmalar olduğu görülmüştür. Bu çalışmalardan Transmisyon Hat Modeli (TLM) ve 2D Kafa Modelinde Darbe Algılaması (SD) üzerine hazırlanan iki çalışmadaki değerler baz alınarak çeşitli karşılaştırmalar yapılıp bulunan sonuçlar analiz edilmiştir.

Örnek çalışmaların incelenmesinin ardından problem basamak basamak ele alınıp çözüme gidilmiştir. İlk olarak, DGF kullanılarak elektromanyetik alan hesaplama teknikleri incelenip küresel sistemlerdeki uygulanışı üzerine yoğunlaşılmıştır. Öncelikle, yalnızca 2 tabakalı dielektrik bir küre için verilen çözüm incelenmiş, katsayı hesaplaması ve DGF denklem çözümleri verilmiştir.

Ardından, problemi $\mathcal{N}$-tabakalı küresel sisteme genişletmek için önerilen denklemler incelenip analiz edilmiştir. $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir kafa modelinde katsayı hesabı adım adım ele alınmış, çözüm yöntemleri gösterilmiştir. $\mathcal{N}$-tabakalı sistemdeki her tabaka için kullanılan DGF fonksiyonları ve elektrik alan hesabı içeren denklemlerin çözüm yöntemleri açıklanmıştır. Burada, ele alınan $\mathcal{N}$-tabakalı her sistem için n adet DGF fonksiyonu ve elektrik alan denkleminin çözüm yöntemi anlatılmıştır. $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir sistemde elektrik alan hesabı öneren bu çözümde, öncelikle 2 tabakalı durum ele alınmış ve katsayı hesabı yapılıp, sonuçları bir önceki bölümde 2 tabakalı dielektrik küre için elde edilen katsayı sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Sonuçların aynı

çıktığı doğrulanmıştır. Bu doğrulama sonrasında, ilk olarak 6 tabakalı bir sistemde, kaynağın uygunlaştırıcı ortam olarak kabul edilen dıştan ikinci katmanda olduğu varsayılmış ve $\mathcal{N}$-tabakalı sistemlerde elektrik alan hesabı öneren çözüm kullanılarak elektrik alan hesabı yapılmış ve çözüm yöntemi adım adım anlatılmıştır. Uygunlaştırıcı ortamın dielektrik değerleri boş uzay ile aynı kabul edilerek 5 tabakalı duruma geçiş yapılmıştır. İkinci olarak ise, 6 tabakalı bir sistemde, uygunlaştırıcı ortamın deri ile boş uzay arasında bulunduğu varsayılmış, kaynak uygunlaştırıcı ortam tabakasına yerleştirilmiş ve $\mathcal{N}$-tabakalı sistemlerde elektrik alan hesabı öneren çözüm kullanılarak elektrik alan hesabı yapılmış, çözüm yöntemi adım adım anlatılmıştır. Benzer şekilde, uygunlaştırıcı ortamın dielektrik değerleri boş uzay ile aynı kabul edilerek 5 tabakalı duruma geçiş yapılmıştır.

Çalışmanın 3. Bölümü'nde, 5 tabakalı ve 6 tabakalı küresel bir kafa modelinde İntegral Denklem Çözümü (IES) kullanılarak hesaplanan elektrik alan değerleri, bir önceki bölümde elde edilen elektrik alan değerleri ile karşılaştırılmış ve analiz sonuçları paylaşılmıştır. IES metodu, küresel kafa modelinin çok sayıda hücreden oluştuğu varsayımına dayanarak, uygun integral denklemler ile her tabaka için çözüm bulan bir metottur. Karşılaştırmalar 4 durum için yapılmıştır: 5 tabakalı ve uygunlaştırıcı ortam bulunmayan küresel kafa modelinde kaynak boş uzayda konumlandırıldığında beyinde ve kafaya çok yakın bir noktada ölçüm yapılarak; 6 tabakalı, uygunlaştırıcı ortam deri ile boş uzay arasında bulunan küresel kafa modelinde, kaynak uygunlaştırıcı ortamda konumlandırıldığında beyinde ve kafaya çok yakın bir noktada ölçüm yapılarak. Her iki yöntem ile elde edilen sonuçların çok yakın mertebelerde olduğu gözlemlenmiştir. Bu doğrulama sonrasında, çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde, $\mathcal{N}$-tabakalı sistemler için elektromanyetik alan hesabı içeren çözüm yöntemi farklı durumlar için kullanılarak sayısal sonuçlar paylaşılmıştır.

Çalışmanın 4. Bölümü'nde, uygunlaştırıcı ortamın dielektrik değerleri analiz edilmiştir. Elde edilen sonuca göre, çalışmanın geri kalan kısmında uygunlaştırıcı ortam analizinde, uygun bulunan dielektrik değerler kullanılmıştır. 5. Bölüm'de, uygunlaştırıcı ortam varken ve yokken elektrik alandaki değişim gözlemlenmiştir. Uygunlaştırıcı ortamın etkisi öncelikle kaynak kafa yüzeyine çok yakın bir noktada konumlandırılıp beyin, CSF ve deri tabakalarında gözlemlenmiştir. Ardından kaynak CSF tabakasında beynin yüzeyine çok yakın bir noktada varsayılarak, uygunlaştırıcı ortam varken ve yokken kafa yüzeyine çok yakın bir noktada, kemik dokuda ve beyinde gözlemlenmiştir.

Bir sonraki bölümde, problemin kutupsal koordinatlarda tekrar çözülmesi ve küresel koordinatlarda elektrik alan değerlerinin r'ye göre değişimin gözlemlenmesi şeklinde ek analizler ve sonuçları paylaşılmıştır. Çalışmada varılan çıkarımlar, problemdeki kısıtlamalar ve çalışmadan sonra uygulanabilecek geleceğe yönelik çalışma önerileri sonuç bölümünde verilmiştir.

CALCULATION OF THE ELECTROMAGNETIC FIELDS OF SPHERICAL HEAD MODEL BY USING DYADIC GREEN'S FUNCTION AND ANALYSIS OF MATCHING MEDIA LAYER

SUMMARY

In this study, the calculation of electromagnetic fields in the spherical head model and the effects of a matching media (MM) layer. Matching medium represents a layer which locates between head and free space and has a different dielectric properties from free space. The problem can be summarized that solving the electromagnetic field problem by using Dyadic Green's Functions (DGF) of all the layers of 5-layered spherical head model whose last layer is free space; after that, analyzing the effects of a MM which is located on the surface of this head model.

At the first stage of the study, literature research is done and previous studies about the topic are analyzed. First of all, the literature research about the solution of the electromagnetic field problem of a spherical system by using DGFs is examined and lots of studies that suggest a solution of electromagnetic field problem of a 2-layered dielectric sphere and $\mathcal{N}$-layered spherical systems. After that, the research about the usage of MM is made and some reference studies are found. Some of them are Transmission Line Model (TLM) and Stroke Detection (SD) of 2D Head Model. By using the values of these studies, some comparisons are obtained and the results are analyzed. In these studies, the dielectric properties, such as permeability and permittivity of MM are suggested. Both of the values of these studies are examined.

After the analysis of the reference studies, the problem is approached step by step. First of all, the techniques of the calculation of electromagnetic fields by using DGF and the usage of these techniques on a spherical head model are examined. In this stage, just the solution which is about 2-layered dielectric sphere and a coefficient calculation of this solution are done. For this case, the x-directed dipole is layered on z-axis in free space. Three electromagantic field calculations are done. One of them is inside the dielectric sphere, and two of them are outside of the sphere (between the dipole-dielectric sphere and between dielectric sphere-infinite).

Thereafter, suggested equations for extending the problem to $\mathcal{N}$-layered sperical systems are analyzed. The coefficient calculations, DGF and electric field obtainments for all of the layers of spherical head model are described step by step. After the general expressions of obtainment of electromagnetic fields for $\mathcal{N}$-layered spherical head model, firstly 2-layered case is examined and coefficient calculation is done for 2-layered case. The results of this calculation are comparised to the results of the 2-layered dielectric sphere which is studied in the previous examination. The results show that two techniques are compeletely overlapped. After this confirmation, firstly in a 6-layered spherical system, x-directed dipole is located on z-axis in the outwardly second layer as a MM (located between skin and free space) and the calculation of electromagnetic field problem is done step by step. In this case, 40 coefficients and 6

different DGFs are calculated. There are as much DGF calculation as layer number (for this case, there are 6 layers and 6 DGF functions). After that, the calculation of 5-layered system is examined by considering the dielectric properties of the MM are equal to the dielectric properties of the free space. Secondly, the x-directed dipole is located on z-axis at the inwardly second layer of the 6-layered spherical system . For this case, there are 40 coefficients and 6 different DGFs calculated. The outwardly second layer is accepted as a MM and electromagnetic field calculation is done step by step. Similarly, for this case, 5-layered system is examined by accepting the dielectric properties of the MM are equal to the dielectric properties of free space. For all of the cases, the geometries of the problems are shown in proper figures.

At the third stage of the study, the electromagnetic field values of 5-layered and 6-layered spherical head model, which are obtained using IES Method, are compared the values that are obtained before. In the IES method, the spherical head is modeled as a sphere with hundreds of cells. The electromagnetic field calculation is done by using special integral equations. The layers of the spherical head model are suggested from inward to outward as a brain, cerebrospinal fluid (CSF), bone tissue, skin and free space. The MM layer is located between skin and free space. The purpose of this comparison is the confirmation of the method of a calculation of $\mathcal{N}$-layered spherical head model. The confirmation is done for four case. Firstly, MM layer is not used, the x-directed dipole is located on z-axis at the free space and the numerical results of electromagnetic fields are calculated both in the brain and free space (very close to the surface of the head). Secondly, MM layer is located between the skin and free space and x-directed dipole is located on z-axis at the MM layer. The observation points are located in the brain and outside the head samely. The same calculation is done by using IES method with and without MM layer. The results are compared each other (seperately in the brain and outside the head). Thirdly, when MM layer is not used, the x-directed dipole is located on z-axis at the free space and numerical results of electromagnetic fields are calculated both in the brain and free space (very close to the surface of the head). Finally, MM layer is located between the skin and free space and x-directed dipole is located on z-axis at the MM layer. The observation points are located in the brain and outside the head. The same calculation is done by using IES method with and without MM layer. The results are compared each other for this case too (seperately in the brain and outside the head). For these four cases, all of the results are almost overlapped. Against to this confirmation, the $\mathcal{N}$-layered spherical head model calculation method is used for all of the numerical examinations until the end of the study.

At the fourth stage, the dielectric properties of MM are examined. Especially, two suggested dielectric properties are analyzed. The layers of the spherical head model are suggested from inward to outward as a brain, CSF, bone tissue, skin and free space. The MM is located between skin and free space. The x-directed electric dipole is located on z-axis at the MM layer. The imaginary part of the relative permittivity is changed and for all of the cases, the observation point is located at the brain layer. In this study, besides the suggested relative permittivity values, free space and some other relative permittivity values are observed. After the examination, the proper dielectric values of MM are used until the end of the study.

At the fifth stage, the variation of the electromagnetic field values are investigated with and without MM. The layers of the spherical head model are suggested from inward to outward as a brain, CSF, bone tissue, skin and free space. The MM is located between skin and free space. First of all, the x-directed dipole is located on the z-axis

in free space and the observation is done in brain, CSF and skin layers. After that, a MM layer is located between skin and free space, the x-direxted dipole is located on z-axis in MM layer and the same observation is done again for this case. The results are compared to each other (seperately for skin, CSF and brain layers). The proper relative permittivity value of MM that is examined in previous stage is used. The electromagnetic field values for the case with MM are observed as larger than the elecromagnetic field values for the case without MM. Secondly, for the same case, the non-proper relative permettivity value of MM is used to calculate the electromagnetic fields inside the head. The values which are calculated with MM layer are observed as much smaller than the values for the case without MM layer. Against to this result, the proper relative permittivity value is proven again. Finally, the x-directed dipole is located on the z-axis in CSF layer and the observation is done in the outside of the head, bone tissue and brain. After that, a MM layer is located between skin and free space, the x-directed dipole is located on z-axis in MM layer and the same observation is done again for this case. The results are compared to each other (seperately brain, bone tissue and outside of the head).

At the next stage, some additional analyses and results are shared such as the investigation of the variation of electromagnetic field values by considering the variation of r and the solution of the problem in polar coordinates. First of all, the θ and φ values are accepted as constant and the changing of electromagnetic field is observed. Secondly, electromagnetic field calculation is done in polar coordinated. In this analysis, x is accepted as constant, y-axis and z-axis are changed in an interval. This analysis is examined for both a 5-layered spherical head model and 6-layered spherical head model with MM between skin and free space. For the 5-layered case, the electric dipole is located at the outside of the head. Beside this, for the 6-layered case, the electric dipole is located at MM layer. The calculation is done for 400 cells and the numerical results are shared. The inferences, the limitations of the problem and the suggestions about the study for the future are mentioned at the conclusion of the study.

1. GİRİŞ

Elektromanyetik dalgaların biyolojik sistemler ile olan etkileşimleri ve bu dalgaların insan sağlığına zararlı etkilerinin olup olmadığı, bilim insanlarının son 30 yıldır sıklıkla üzerinde çalıştığı bir konudur. Özellikle, teknolojinin hızla geliştiği son yıllarda kullanımı artan radar teknolojisi, mobil cihazlar, bluetooth, radyo ve televizyon yayınları, güvenlik sistemleri, tıbbi ve endüstriyel alanlarda kullanılan cihazlar, elektromanyetik dalgaların canlı sistemler üzerindeki etkilerinin araştırılmasına yönelik ilgiyi oldukça arttırmıştır. Elektromanyetik dalgaların biyolojik sistemlere olan etkileri üzerine çeşitli matematiksel yöntemler kullanılarak birtakım yaklaşımlar elde edilmekte ve yeni çözüm yöntemleri üzerine araştırmalar yapılmaya devam edilmektedir. Bu çalışmada, elektromanyetik teori temel alınarak, $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir kafa modeli problemi ele alınacak, DGF kullanılarak ilgili küresel sistemlerde elektromanyetik alan hesabı yapılacaktır. Ardından, kafa modelinin en dışına uygunlaştırıcı ortam tabakası eklenerek, eklenen tabakanın küredeki elektromanyetik alana olan etkileri analiz edilip, elde edilen sonuçlar yorumlanacaktır.

Bu bölümde, öncelikle tezin hazırlanış amacı kısaca anlatılacak, ardından DGF kullanılarak $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir kafa modelinde elektromanyetik alan probleminin çözümü ve uygunlaştırıcı ortam tabakası eklenmesinin elektromanyetik alan üzerindeki etkileri ile ilgili literatürdeki çalışmalardan bahsedilecektir. Son olarak tezin genel kapsamı anlatılacaktır.

1.1 Tezin Amacı

DGF kullanılarak küresel bir sistemde elektromanyetik alan hesabına ilişkin çözüm önerileri ve çeşitli sayısal sonuçlar bulunmakla birlikte, gerçek biyolojik değerlere sahip küresel bir kafa modelinde, her tabaka için elektromanyetik alan hesaplanmasına ilişkin pek fazla sayısal sonuca rastlanmamaktadır. Aynı zamanda, kullanılacak bir uygunlaştırıcı ortamın küresel kafa modelinin tabakalarında oluşacak elektromanyetik alan üzerindeki etkileri üzerine yapılmış simülasyon çalışmaları ile pek

karşılaşılmamaktadır. Bu çalışmada, DGF fonksiyonları kullanılarak $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir kafa modeli için çözüm geliştirilecek, ardından bu çözüm yöntemi kullanılarak uygunlaştırıcı ortam tabakasının küresel kafa modelinde ölçülen elekrik alana olan etkileri analiz edilecek ve sonuçları paylaşılacaktır.

1.2 Literatür Araştırması

DGF kullanılarak, küresel sistemlerde elektromanyetik alan hesaplanmasına ilişkin literatürde çeşitli çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalardan bazılarına örnek olarak, radyal elektrik kaynak yerleştirilmiş $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir sistemde Debye potansiyelleri ile elektrik cinsinden matematiksel formülasyon kullanılarak elektromanyetik alan hesaplaması [7-8], küresel koordinatlarda DGF için özişlev açılımı kullanılarak elektromanyetik alan hesabı [9], DGF yaklaşımıyla küresel bir kafa modelinde elektromanyetik modelleme [10-11], DGF integral denklemlerinin analitik olarak elde edilmesi [4] ve çok tabakalı ortamlarda elektromanyetik saçılım problemlerinin çözülmesi için kullanılan DGF denklemlerinin elde edilmesi [2] gösterilebilir. Özellikle DGF yaklaşımıyla küresel bir kafa modelinde elektromanyetik modelleme [10-11] çalışmalarında küresel Hansen vektör dalga fonksiyonları kullanılarak küresel bir kafa modelinde saçılan alan hesabına ilişkin DGF denklemleri için genel ifade adım adım yer almaktadır. Küresel sistemi bir kafa olarak ele alıp modellenmesini sağlayan bir diğer çalışmada, kafa 4 tabakalı kayıplı dielektrik küre olarak incelenmiştir [12]. Bu aşamada, tek eksenli anizortopik ortamlarda küresel dielektrik objeler için saçılım problemleri [6], boş uzayda DGF kullanılarak küresel dalga fonksiyonları açılımı [1] ve delta akım kaynağı kullanılan küresel bir sistemde, DGF ile alan hesabı içeren [3] örnek çalışmalara rastlanmıştır. Çalışmanın genel yapısının kurulması için, 2 tabakalı küresel dielektrik kürede elektrik alan hesabı içeren çalışma [15] ile $\mathcal{N}$-tabakalı küresel kafa modelinin tüm tabakalarında, kaynak konumundan bağımsız olarak çözüm öneren çalışma [5], problemin genel yapısının kurulması için temel kaynaklar olarak ele alınmıştır. Araştırmanın bu aşamasında, geliştirilen küresel kafa modelinde uygunlaştırıcı ortam kullanımına ilişkin literatür taraması yapılmış, gerçek bir 5 tabakalı kafa modeli için çözüm öneren bazı çalışmalara rastlanmıştır [13-14]. Geliştirilen küresel kafa modelinin tüm tabakalarında kullanılacak dielektrik değerler, tabakaların yarıçap uzunlukları gibi bilgiler, uygunlaştırıcı ortam için çözüm önerisi sunan bu çalışmalardan edinilmiştir

[13-14]. Geliştirilen 5 tabakalı kafa modelinde, uygunlaştırıcı ortam varken ve yokken ölçülen elektromanyetik alan değerlerinin doğrulanması için, IES yöntemi [16] kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalar yapılmıştır.

1.3. Tezin Genel Kapsamı

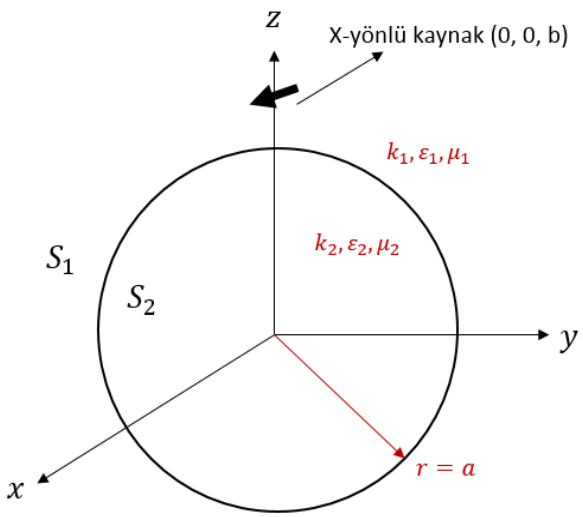
Bu çalışmada öncelikle, kafa modeli simülasyonunda kullanılmak üzere, $\mathcal{N}$-tabakalı sistemlerde elektromanyetik alan hesabı öneren çözüm yöntemi incelenecek, problem algoritması adım adım anlatılacak, 5 ve 6 tabakalı küresel bir kafa modelinde elektromanyetik alan hesabı için bu çözüm yöntemi adım adım uygulanacaktır. Ardından, küresel kafa modeli için elde edilen çözüm yöntemiyle bulunan sayısal sonuçlar, IES yöntemiyle benzer bir kafa modeli için elde edilen sayısal sonuçlarla karşılaştırılacak, her iki yöntem kullanılarak yapılan simülasyon sonucunda elde edilen sayısal sonuçların doğrulandığı gösterilecektir. Doğrulama sonrasında, kullanılacak uygunlaştırıcı ortam tabakasının bağıl dielektrik kompleks sabiti üzerine analiz yapılacak, uygun bir değer önerilecektir. Ardından, $\mathcal{N}$-tabakalı sistemlerde elektromanyetik alan hesabı öneren metot kullanılarak 5 ve 6 tabakalı sistemlerde elde edilen çözüm ele alınacak, 6 tabakalı durumun uygunlaştırıcı ortam tabakası içerdiği varsayımına dayanarak çeşitli simülasyonlar yapılacaktır. Uygunlaştırıcı ortam bulunduğu ve bulunmadığı durumlar için ayrı ayrı sayısal sonuçlar elde edilecek, elde edilen sonuçlar birbirleri ile karşılaştırılarak uygunlaştırıcı ortamın küresel bir kafa modelinin belli tabakalarındaki etkileri üzerine yapılan analiz sonuçları paylaşılacaktır. Bu analiz, kaynak hem kafanın dışında ve kafa yüzeyine çok yakın bir noktada, hem de beyin yüzeyine çok yakın olarak serebrospinal sıvıda (CSF) konumlandırılarak ayrı ayrı gerçekleştirilecektir. Kaynağın kafanın içerisinde, beyin yüzeyine çok yakın bir noktada konumlandırılmasının sebebi, dışarıdan gönderilen elektromanyetik dalgaların beyin yüzeyinden yansıyarak kaynak davranışı gösterdiği varsayımıdır. Çalışmanın son bölümünde, uygunlaştırıcı ortam varken θ ve φ eksenleri sabit kabul edilerek r eksenindeki değişime göre elektromanyetik alan değerlerinin ölçümü ve polar koordinatlarda elektromanyetik alan değerlerinin uygunlaştırıcı ortam bulunduğu ve bulunmadığı durumlar için ölçülmesi şeklinde ek analizler ve sayısal sonuçları paylaşılacaktır.

2. DYADIC GREEN FONKSİYONU KULLANILARAK KÜRESEL BİR SİSTEMDE ELEKTROMANYETİK ALAN HESAPLANMASI

2.1 İki Tabakalı Dielektrik Kürede Elektromanyetik Alan Hesabı

Problemin ilk aşamasında, iki tabakalı dielektrik bir küresel model ele alınmış ve kaynak kürenin dışında konumlandırılmıştır [15]. İlgili probleme ilişkin geometri Şekil 2.1'de verilmiştir. Bu geometride, a yarıçaplı homojen kayıplı küre sonsuz geniş bir ortamın içine yerleştirilmiş olup, dış uzayın elektromanyetik parametreleri ε_1 ve μ_1 ile gösterilmiştir. Burada ε_1 boş uzayın kompleks dielektrik sabitini, μ_1 ise manyetik geçirgenliği temsil etmektedir. Benzer şekilde kürenin iç kısmının elektromanyetik parametreleri ε_2 ve μ_2 ile gösterilmiştir. ε_2 kürenin iç kısmının kompleks dielektrik sabitini, μ_2 ise kürenin iç kısmının manyetik geçirgenliğini temsil etmektedir. Ortamlara ilişkin kompleks dalga sayıları ise aşağıdaki denklemlerle ifade edilmiştir [15]:

$$k_1 = \omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}, r \geq a$$
$$k_2 = \omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}, r \leq a \qquad \textbf{(2.1)}$$



Şekil 2.1 : İki Tabakalı Dielektrik Küre Modeli.

Dielektrik kürenin içindeki ve dışındaki elektrik alanın hesabı için [15]'tekine benzer formülasyon gözönüne alınırsa:

$$\bar{\bar{G}}_3^{(11)}(\bar{r},\bar{r'}) = \bar{\bar{G}}_0(\bar{r},\bar{r'}) + \bar{\bar{G}}_{3s}^{(11)}(\bar{r},\bar{r'}), r \geq a$$
$$\bar{\bar{G}}_3^{(21)}(\bar{r},\bar{r'}) = \bar{\bar{G}}_{3s}^{(21)}(\bar{r},\bar{r'}), r \leq a \quad \textbf{(2.2)}$$

yazılabilir.

(2.1) denklemlerinde kullanılan $\bar{r}$ ve $\bar{r'}$ terimleri sırasıyla gözlem ve kaynak noktalarını simgelemektedir. $\bar{\bar{G}}_3^{(11)}(\bar{r},\bar{r'})$ terimi kürenin içindeki alanı, $\bar{\bar{G}}_3^{(21)}(\bar{r},\bar{r'})$ terimi ise kürenin dışındaki alanı temsil etmektedir. $\bar{\bar{G}}_0(\bar{r},\bar{r'})$ kürenin bulunduğu ortamdaki alana karşı düşerken, $\bar{\bar{G}}_{3s}^{(11)}(\bar{r},\bar{r'})$ küreden yansımış (dışarıdaki bölgeye saçılmış) alanı, $\bar{\bar{G}}_{3s}^{(21)}(\bar{r},\bar{r'})$ ise kürenin içindeki alanı göstermektedir ve açılımları aşağıdaki (2.2), (2.3) ve (2.4) denklemleriyle ifade edilmektedir [15]:

$$\bar{\bar{G}}_{3s}^{(11)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_1}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(2-\delta_m^0)\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\Big[A_{o}^{e}{}_{mn}M_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}(k_1)M_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}(k_1) + B_{o}^{e}{}_{n}N_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}(k_1)N_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}(k_1)\Big] \quad \textbf{(2.3)}$$

$$\bar{\bar{G}}_{3s}^{(21)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_1}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(2-\delta_m^0)\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\Big[C_{o}^{e}{}_{n}\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}(k_2)M_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}(k_1) + D_{o}^{e}{}_{n}\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}(k_2)N_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}(k_1)\Big] \quad \textbf{(2.4)}$$

$$\bar{\bar{G}}_0(\bar{r},\overline{r'}) = \frac{ik_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(2-\delta_m^0)\frac{2n+1(n-m)!}{n(n+1)(n+m)!}\begin{cases}\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}(k_0)\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime}(k_0) + \bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}(k_0)\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime}(k_0), & r > r' \\ \bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}(k_0)M_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}(k_0) + \bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}(k_0)N_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}(k_0), & r < r'\end{cases} \quad \textbf{(2.5)}$$

Denklemlerde kullanılan δ Kronecker Delta Fonksiyonu'nu, $\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}$, $\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}$, $\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}$ ve $\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}$ terimleri, gözlem noktasını parametre olarak alan küresel vektör dalga fonksiyonlarını; $\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime}$, $\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime}$, $M_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}$ ve $N_{o}^{e}{}_{mn}^{\prime(1)}$ terimleri ise kaynak noktasını parametre olarak alan küresel vektör dalga fonksiyonlarını göstermektedir. "e" simgesi çift (even), "o" simgesi ise tek (odd) anlamında kullanılmıştır. $A_{o}^{e}{}_{n}, B_{o}^{e}{}_{n}, C_{o}^{e}{}_{n}$ ve $D_{o}^{e}{}_{n}$ ise ilgili tabaka için katsayıları simgelemektedir. $\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}$, $\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}$, $\bar{M}_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}$ ve $\bar{N}_{o}^{e}{}_{mn}^{(1)}$ terimlerinin açılımları aşağıdaki (2.6), (2.7), (2.8) ve (2.9) ile verilmiştir [15]:

$$\bar{M}_{\substack{e\\o}mn}^{(1)} = \mp \frac{m}{sin\theta} h_n^{(1)}(kr) P_n^m(cos\theta) \begin{matrix} sin\varphi \\ cos\varphi \end{matrix} \vec{e}_\theta - h_n^{(1)}(kr) \frac{\partial P_n^m(cos\theta)}{\partial \theta} \begin{matrix} cos\varphi \\ sin\varphi \end{matrix} \vec{e}_\varphi$$

(2.6)

$$\bar{N}_{\substack{e\\o}mn}^{(1)}(k) = \frac{n(n+1)}{kr} h_n^{(1)}(kr) P_n^m(cos\theta) \begin{matrix} sin\varphi \\ cos\varphi \end{matrix} \vec{e}_r + \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial r}\left[r h_n^{(1)}(kr)\right]\left(\frac{\partial P_n^m(cos\theta)}{\partial \theta} \begin{matrix} sin\varphi \\ cos\varphi \end{matrix} \vec{e}_\theta \mp \frac{m}{sin\theta} P_n^m(cos\theta) \begin{matrix} cos\varphi \\ sin\varphi \end{matrix} \vec{e}_\varphi\right)$$

(2.7)

$$\bar{M}_{\substack{e\\o}mn}(k) = \mp \frac{m}{sin\theta} j_n(kr) P_n^m(cos\theta) \begin{matrix} sin\varphi \\ cos\varphi \end{matrix} \vec{e}_\theta - j_n(kr) \frac{\partial P_n^m(cos\theta)}{\partial \theta} \begin{matrix} cos\varphi \\ sin\varphi \end{matrix} \vec{e}_\varphi$$

(2.8)

$$\bar{N}_{\substack{e\\o}mn}(k) = \frac{n(n+1)}{kr} j_n(kr) P_n^m(cos\theta) \begin{matrix} sin\varphi \\ cos\varphi \end{matrix} \vec{e}_r + \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial r}[r j_n(kr)]\left(\frac{\partial P_n^m(cos\theta)}{\partial \theta} \begin{matrix} sin\varphi \\ cos\varphi \end{matrix} \vec{e}_\theta \mp \frac{m}{sin\theta} P_n^m(cos\theta) \begin{matrix} cos\varphi \\ sin\varphi \end{matrix} \vec{e}_\varphi\right)$$

(2.9)

Küresel vektör dalga fonksiyonlarında kullanılan $j_n(kr)$ küresel Bessel fonksiyonunu, $h_n^{(1)}(kr)$ birinci dereceden küresel Hankel fonksiyonunu, P_n^m ise n. dereceden m. Basamaktan Legendre fonksiyonunu göstermektedir. Dielektrik kürenin yüzeyi olan r=a'da aşağıdaki sınır durum eşitlikleri kullanılarak, denklemlerde kullanılan katsayılar elde edilmiştir [15]:

$$\left.\begin{matrix} \hat{r}\ x\ \bar{\bar{G}}_3^{(11)} = \hat{r}\ x\ \bar{\bar{G}}_3^{(21)} \\ \frac{1}{\mu_1}\hat{r}\ x\ \nabla\ x\ \bar{\bar{G}}_3^{(11)} = \frac{1}{\mu_2}\hat{r}\ x\ \nabla\ x\ \bar{\bar{G}}_3^{(21)} \end{matrix}\right\}, r = a$$

(2.10)

Denklemlerde kullanılan $A_{\substack{e\\o}n}, B_{\substack{e\\o}n}, C_{\substack{e\\o}n}$ ve $D_{\substack{e\\o}n}$ katsayıları, sınır durum eşitliklerinden elde edilen aşağıdaki denklemler çözülerek bulunmuştur [15]:

$$j_n(\rho_1) + A_{\substack{e\\o}n} h_n^{(1)}(\rho_1) = C_{\substack{e\\o}n} j_n(\rho_2)$$

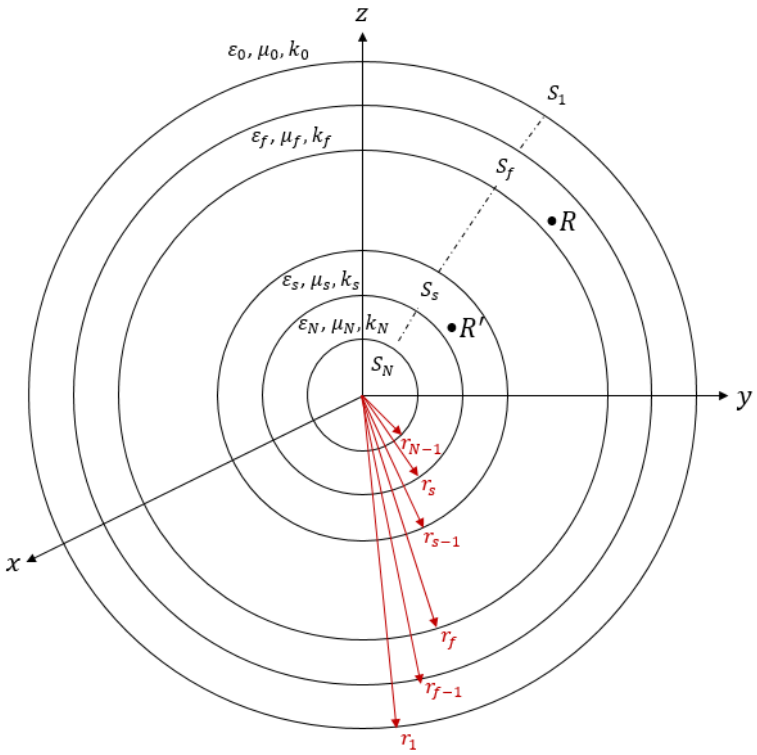
$$\frac{k_1}{\mu_1}\left\{\frac{[\rho_1 j_n(\rho_1)]'}{\rho_1} + A_{\substack{e\\o}n}\frac{\left[\rho_1 h_n^{(1)}(\rho_1)\right]'}{\rho_1}\right\} = \frac{k_2}{\mu_2}\left\{C_{\substack{e\\o}n}\frac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2}\right\}$$

$$\frac{[\rho_1 j_n(\rho_1)]'}{\rho_1} + B_{\substack{e\\o}n}\frac{\left[\rho_1 h_n^{(1)}(\rho_1)\right]'}{\rho_1} = D_{\substack{e\\o}n}\frac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2}$$
$$\frac{k_1}{\mu_1}\left[j_n(\rho_1) + B_{\substack{e\\o}n}h_n^{(1)}(\rho_1)\right] = D_{\substack{e\\o}n}\left(\frac{k_1}{\mu_1}\right)j_n(\rho_2) \quad \textbf{(2.11)}$$

Burada $\rho_1 = k_1 a$ ve $\rho_2 = k_2 a$, dielektrik kürede $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$ ve $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ alınmıştır [15].

2.2 $\mathcal{N}$-Tabakalı Dielektrik Kürede Elektrik Alan Hesabı

Çalışmanın bu aşamasında, $\mathcal{N}$-tabakalı sistemlerin her tabakasında elektromanyetik alan hesaplanması için çözüm adımları ele alınacaktır. Çalışmanın geometrisi Şekil 2.2'deki gibidir.



Şekil 2.2 : $\mathcal{N}$-Tabakalı Küresel Kafa Modeli.

Çalışmaya göre, $\mathcal{N}$-tabakalı bir sistemdeki elektrik alan hesabı aşağıdaki genel denklem kullanılarak bulunabilmektedir [5]:

$$\bar{G}_{es}^{(fs)}(r,r') = \frac{ik_s}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(2-\delta_m^0)\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}$$
$$\times\Big\{\big(1-\delta_f^{\mathcal{N}}\big)M_{\substack{e\\o}mn}^{(1)}(k_f)\Big[(1-\delta_s^1)A_M^{fs}M'_{\substack{e\\o}mn}(k_s)$$
$$+(1-\delta_s^{\mathcal{N}})B_M^{fs}M'^{(1)}_{\substack{e\\o}mn}(k_s)\Big]$$
$$+\big(1-\delta_f^{\mathcal{N}}\big)N_{\substack{e\\o}mn}^{(1)}(k_f)\Big[(1-\delta_s^1)A_N^{fs}N'_{\substack{e\\o}mn}(k_s)$$
$$+(1-\delta_s^{\mathcal{N}})B_N^{fs}N'^{(1)}_{\substack{e\\o}mn}(k_s)\Big]$$
$$+\big(1-\delta_f^1\big)M_{\substack{e\\o}mn}(k_f)\Big[(1-\delta_s^1)C_M^{fs}M'_{\substack{e\\o}mn}(k_s)$$
$$+(1-\delta_s^{\mathcal{N}})D_M^{fs}M'^{(1)}_{\substack{e\\o}mn}(k_s)\Big]$$
$$+\big(1-\delta_f^1\big)N_{\substack{e\\o}mn}(k_f)\Big[(1-\delta_s^1)C_N^{fs}N'_{\substack{e\\o}mn}(k_s)$$
$$+(1-\delta_s^{\mathcal{N}})D_N^{fs}N'^{(1)}_{\substack{e\\o}mn}(k_s)\Big]\Big\} \qquad \textbf{(2.12)}$$

Burada f, alan hesabının hangi tabakada yapıldığını, s kaynağın bulunduğu tabakayı, $\mathcal{N}$ ise tabaka sayısını temsil etmektedir. Alan hesabı için gerekli olan katsayılar ise aşağıdaki denklemler kullanılarak hesaplanmaktadır [5]:

$$\begin{bmatrix} A_{M,N}^{(f+1)s}+\delta_{f+1}^s & B_{M,N}^{(f+1)s} \\ C_{M,N}^{(f+1)s} & D_{M,N}^{(f+1)s}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\mathcal{R}_{Ff}^{H,V}}{\mathcal{T}_{Ff}^{H,V}} \\ \dfrac{\mathcal{R}_{Pf}^{H,V}}{\mathcal{T}_{Pf}^{H,V}} & \dfrac{1}{\mathcal{T}_{Pf}^{H,V}}\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_{M,N}^{fs} & B_{M,N}^{fs} \\ C_{M,N}^{fs} & D_{M,N}^{fs}+\delta_f^s\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} A_{M,N}^{Ns} \\ B_{M,N}^{Ns}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{M,N}^{1s} \\ D_{M,N}^{1s}\end{bmatrix} = 0 \qquad \textbf{(2.13)}$$

Denklemlerde kullanılan $\mathcal{R}_{Pf}^H$, $\mathcal{R}_{Ff}^H$, $\mathcal{R}_{Pf}^V$, $\mathcal{R}_{Ff}^V$, $\mathcal{T}_{Pf}^H$, $\mathcal{T}_{Ff}^H$, $\mathcal{T}_{Pf}^V$ ve $\mathcal{T}_{Pf}^V$ ifadelerinin açılımları ise aşağıdaki denklemler ile verilmektedir [5]:

$$\mathcal{R}_{Pf}^H = \frac{\mu_f k_{f+1}\partial h_{(f+1)f}h_{ff} - \mu_{f+1}k_f\partial h_{ff}h_{(f+1)f}}{\mu_f k_{f+1}\Im_{ff}\partial h_{(f+1)f} - \mu_{f+1}k_f\partial\Im_{ff}h_{(f+1)f}}$$
$$\mathcal{R}_{Ff}^H = \frac{\mu_f k_{f+1}\partial\Im_{(f+1)f}\Im_{ff} - \mu_{f+1}k_f\partial\Im_{ff}\Im_{(f+1)f}}{\mu_f k_{f+1}\partial\Im_{(f+1)f}h_{ff} - \mu_{f+1}k_f\Im_{(f+1)f}\partial h_{ff}}$$
$$\mathcal{R}_{Pf}^V = \frac{\mu_f k_{f+1}h_{(f+1)f}\partial h_{ff} - \mu_{f+1}k_f h_{ff}\partial h_{(f+1)f}}{\mu_f k_{f+1}\partial\Im_{ff}h_{(f+1)f} - \mu_{f+1}k_f\Im_{ff}\partial h_{(f+1)f}}$$
$$\mathcal{R}_{Ff}^V = \frac{\mu_f k_{f+1}\Im_{(f+1)f}\partial\Im_{ff} - \mu_{f+1}k_f\Im_{ff}\partial\Im_{(f+1)f}}{\mu_f k_{f+1}\Im_{(f+1)f}\partial h_{ff} - \mu_{f+1}k_f\partial\Im_{(f+1)f}h_{ff}}$$
$$\mathcal{T}_{Pf}^H = \frac{\mu_f k_{f+1}(\Im_{(f+1)f}\partial h_{(f+1)f} - \partial\Im_{(f+1)f}h_{(f+1)f})}{\mu_f k_{f+1}\Im_{ff}\partial h_{(f+1)f} - \mu_{f+1}k_f\partial\Im_{ff}h_{(f+1)f}}$$
$$\mathcal{T}_{Ff}^H = \frac{\mu_f k_{f+1}(\partial\Im_{(f+1)f}h_{(f+1)f} - \Im_{(f+1)f}\partial h_{(f+1)f})}{\mu_f k_{f+1}\partial\Im_{(f+1)f}h_{ff} - \mu_{f+1}k_f\Im_{(f+1)f}\partial h_{ff}}$$

$$\mathcal{T}_{Pf}^{V} = \frac{\mu_f k_{f+1}(\partial\Im_{(f+1)f} h_{(f+1)f} - \Im_{(f+1)f}\partial h_{(f+1)f})}{\mu_f k_{f+1}\partial\Im_{ff} h_{(f+1)f} - \mu_{f+1} k_f \Im_{ff}\partial h_{(f+1)f}}$$
$$\mathcal{T}_{Pf}^{V} = \frac{\mu_f k_{f+1}(\Im_{(f+1)f}\partial h_{(f+1)f} - \partial\Im_{(f+1)f} h_{(f+1)f})}{\mu_f k_{f+1}\Im_{(f+1)f}\partial h_{ff} - \mu_{f+1} k_f \partial\Im_{(f+1)f} h_{ff}}$$

(2.14)

Denklemlerde kullanılan μ_i ilgili manyetik geçirgenlik sabitini, h_{ij} ilgili birinci dereceden Hankel fonksiyonunu, $\Im_{ij}$ ilgili Bessel fonksiyonunu, ∂h_{ij} ilgili birinci dereceden Hankel fonksiyonun türevini ve $\partial\Im_{ij}$ de ilgili Bessel fonksiyonunun türevini temsil etmektedir. H horizontal, V ise vertical anlamına gelmektedir. Çalışmanın bu aşamasında, bir önceki bölümde 2 tabakalı dielektrik küre için hesaplanan katsayıların doğrulaması için [5]'te önerilen çözüme göre $\mathcal{N} = 2, \mathrm{s} = 1$ ve $\mathrm{f} = 1, 2$ alınarak katsayılar hesaplandığında aşağıdaki 4 katsayı bulunmuştur:

$$B_{M,N}^{11} = -\mathcal{R}_{F1}^{H,V}$$
$$D_{M,N}^{21} = \frac{1}{\mathcal{T}_{P1}^{H,V}}\left[-\mathcal{R}_{P1}^{H,V}\mathcal{R}_{F1}^{H,V} + 1\right]$$

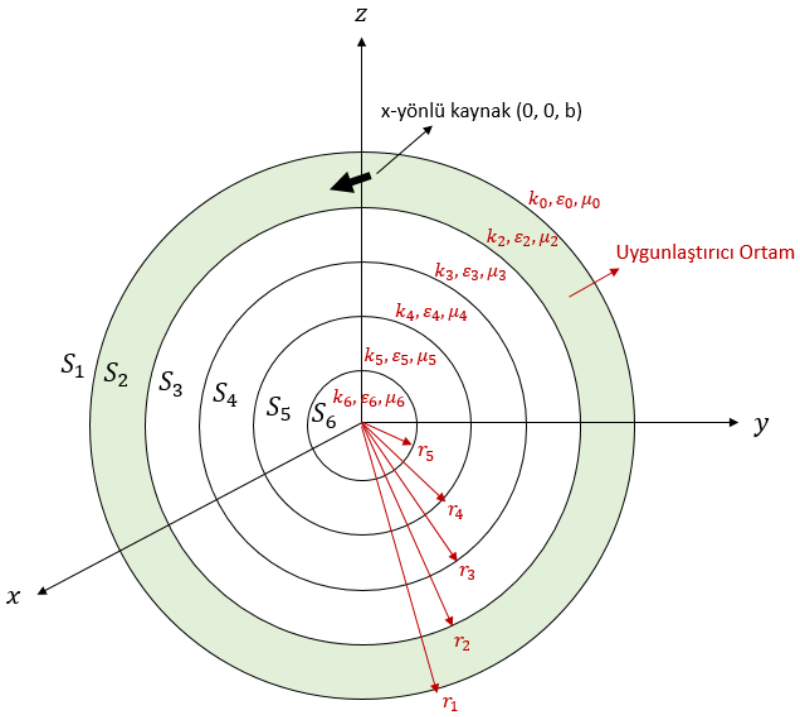
(2.15)

Burada bulunan B_M^{11} ve B_N^{11} katsayıları dielektrik kürenin dışındaki katsayıları temsil edip bir önceki bölümde bulunan A_{o}^{en} ve B_{o}^{en} katsayılarına denk gelmektedir. Aynı şekilde D_M^{21} ve D_N^{21} katsayıları dielektrik kürenin içindeki katsayıları temsil edip bir önceki bölümde bulunan C_{o}^{en} ve D_{o}^{en} katsayılarına denk gelmektedir. Katsayılar çözdürüldüğünde iki yöntemin aynı sonuç verdiği gözlemlenmiştir. Bundan sonraki aşamada hesaplama için [5]'te önerilen çözüm kullanılmış olup, problem 5 tabakalı ve uygunlaştırıcı ortam hesaplaması için 6 tabakalı sisteme genişletilmiştir.

2.3 Kaynağın En Dış Tabakada Konumlandırıldığı Küresel Kafa Modeli'nde Elektrik Alan Hesabı

2.3.1 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum

Problemin bu aşamasında küresel sistem 6 tabakalı olarak tasarlanmış, 2. Tabakanın uygunlaştırıcı ortam olduğu varsayılmış ve kaynak uygunlaştırıcı ortamda konumlandırılmıştır. Sistemin geometrisi Şekil 2.3'te verilmektedir.



Şekil 2.3 : Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş ve Kaynak Uygunlaştırıcı Ortamda Konumlandırılmış 6 Tabakalı Küresel Kafa Modeli.

$\mathcal{N} = 6$, s = 2 ve f = 1,2,3,4,5,6 alınıp (2.10) ve (2.11)'da verilen denklemlere göre katsayı hesabı yapıldığında aşağıdaki denklemler elde edilmiştir:

$$A_{M,N}^{22} + 1 = \frac{1}{\mathcal{T}_{F1}^{H,V}} A_{M,N}^{12}$$

$$A_{M,N}^{32} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} A_{M,N}^{22} + \frac{\mathcal{R}_{F2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} C_{M,N}^{22}$$

$$A_{M,N}^{42} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} A_{M,N}^{32} + \frac{\mathcal{R}_{F3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} C_{M,N}^{32}$$

$$A_{M,N}^{42} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} A_{M,N}^{32} + \frac{\mathcal{R}_{F4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} C_{M,N}^{42}$$

$$\frac{1}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} A_{M,N}^{52} + \frac{\mathcal{R}_{F5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} C_{M,N}^{52} = 0$$

$$B_{M,N}^{22} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F1}^{H,V}} B_{M,N}^{12}$$

$$B_{M,N}^{32} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} B_{M,N}^{22} + \frac{\mathcal{R}_{F2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} \left[D_{M,N}^{22} + 1 \right]$$

$$B_{M,N}^{42} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} B_{M,N}^{32} + \frac{\mathcal{R}_{F3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} D_{M,N}^{32}$$

$$B_{M,N}^{52} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} B_{M,N}^{42} + \frac{\mathcal{R}_{F4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} D_{M,N}^{42}$$

$$\frac{1}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} B_{M,N}^{52} + \frac{\mathcal{R}_{F5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} D_{M,N}^{52} = 0$$

$$C_{M,N}^{22} = \frac{\mathcal{R}_{P1}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P1}^{H,V}} A_{M,N}^{12}$$

$$C_{M,N}^{32} = \frac{\mathcal{R}_{P2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} A_{M,N}^{22} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} C_{M,N}^{22}$$

$$C_{M,N}^{42} = \frac{\mathcal{R}_{P3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} A_{M,N}^{32} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} C_{M,N}^{32}$$

$$C_{M,N}^{52} = \frac{\mathcal{R}_{P4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} A_{M,N}^{42} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} C_{M,N}^{42}$$

$$C_{M,N}^{62} = \frac{\mathcal{R}_{P5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} A_{M,N}^{52} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} C_{M,N}^{52}$$

$$D_{M,N}^{22} = \frac{\mathcal{R}_{P1}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P1}^{H,V}} B_{M,N}^{12}$$

$$D_{M,N}^{32} = \frac{\mathcal{R}_{P2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} B_{M,N}^{22} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} \left[D_{M,N}^{22} + 1 \right]$$

$$D_{M,N}^{42} = \frac{\mathcal{R}_{P3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} B_{M,N}^{32} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} D_{M,N}^{32}$$

$$D_{M,N}^{52} = \frac{\mathcal{R}_{P4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} B_{M,N}^{42} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} D_{M,N}^{42}$$

$$D_{M,N}^{62} = \frac{\mathcal{R}_{P5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} B_{M,N}^{52} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} D_{M,N}^{52}$$

(2.16)

(2.12) denklemi kullanılarak her bir tabaka için hesaplanan Dyadic Green Fonksiyonları aşağıda verilmiş, m = 1 alınmıştır.

$$\bar{G}_{es}^{(12)}(\bar{r}, \bar{r'}) = \frac{ik_2}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times \begin{Bmatrix} M_{\substack{e \\ o}mn}^{(1)}(k_0) A_M^{12} M'_{\substack{e \\ o}mn}(k_2) + N_{\substack{e \\ o}mn}^{(1)}(k_0) A_N^{12} N'_{\substack{e \\ o}mn}(k_2) \\ + M_{\substack{e \\ o}mn}^{(1)}(k_0) B_M^{12} M'^{(1)}_{\substack{e \\ o}mn}(k_2) + N_{\substack{e \\ o}mn}^{(1)}(k_0) B_N^{12} N'^{(1)}_{\substack{e \\ o}mn}(k_2) \end{Bmatrix}$$

(2.17)

$$\bar{G}_{es}^{(22)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_2}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{e_{omn}}^{(1)}(k_2)A_M^{22}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_2)A_N^{22}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}^{(1)}(k_2)B_M^{22}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_2)B_N^{22}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_2)C_M^{22}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_2)C_N^{22}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_2)D_M^{22}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_2)D_N^{22}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.18)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(32)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_2}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{e_{omn}}^{(1)}(k_3)A_M^{32}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_3)A_N^{32}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}^{(1)}(k_3)B_M^{32}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_3)B_N^{32}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_3)C_M^{32}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_3)C_N^{32}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_3)D_M^{32}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_3)D_N^{32}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.19)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(42)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_2}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{e_{omn}}^{(1)}(k_4)A_M^{42}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_4)A_N^{42}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}^{(1)}(k_4)B_M^{42}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_4)B_N^{42}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_4)C_M^{42}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_4)C_N^{42}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_4)D_M^{42}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_4)D_N^{42}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.20)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(52)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_2}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{e_{omn}}^{(1)}(k_5)A_M^{52}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_5)A_N^{52}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}^{(1)}(k_5)B_M^{52}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}^{(1)}(k_5)B_N^{52}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_5)C_M^{52}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_5)C_N^{52}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_5)D_M^{52}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_5)D_N^{52}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.21)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(62)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_2}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{e_{omn}}(k_6)C_M^{62}M'_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_6)C_N^{62}N'_{e_{omn}}(k_2) \\ +M_{e_{omn}}(k_6)D_M^{62}M'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) + N_{e_{omn}}(k_6)D_N^{62}N'^{(1)}_{e_{omn}}(k_2) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.22)}$$

Yukarıda hesaplanan DGF denklemlerine göre, her tabaka için bulunan elektromanyetik alanlar aşağıdaki denklemlerle verilmiştir:

$r > r_1$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_2\omega\mu_0 c}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}$$
$$\left\{\begin{array}{c} A_M^{12} j_n(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_0) + A_N^{12}\dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_0) \\ +B_M^{12} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_0) + B_N^{12}\dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_0) \end{array}\right\} \quad \textbf{(2.23)}$$

$r \le r_1$ ve $r > r_2$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_2\omega\mu_0 c}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}$$
$$\left\{\begin{array}{c} A_M^{22} j_n(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_2) + A_N^{22}\dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_2) \\ +B_M^{22} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_2) + B_N^{22}\dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_2) \\ +C_M^{22} j_n(\rho_2) M_{o1n}(k_2) + C_N^{22}\dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_2) \\ +D_M^{22} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}(k_2) + D_N^{22}\dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_2) \end{array}\right\} \quad \textbf{(2.24)}$$

$r \le r_2$ ve $r > r_3$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_2\omega\mu_0 c}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}$$
$$\left\{\begin{array}{c} A_M^{32} j_n(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_3) + A_N^{32}\dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_3) \\ +B_M^{32} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_3) + B_N^{32}\dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_3) \\ +C_M^{32} j_n(\rho_2) M_{o1n}(k_3) + C_N^{32}\dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_3) \\ +D_M^{32} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}(k_3) + D_N^{32}\dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_3) \end{array}\right\} \quad \textbf{(2.25)}$$

$r \leq r_3$ ve $r > r_4$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_2 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} A_M^{42} j_n(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_4) + A_N^{42} \dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_4) \\ +B_M^{42} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_4) + B_N^{42} \dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_4) \\ +C_M^{42} j_n(\rho_2) M_{o1n}(k_4) + C_N^{42} \dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_4) \\ +D_M^{42} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}(k_4) + D_N^{42} \dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_4) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.26)}$$

$r \leq r_4$ ve $r > r_5$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_2 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} A_M^{52} j_n(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_5) + A_N^{52} \dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_5) \\ +B_M^{52} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}^{(1)}(k_5) + B_N^{52} \dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}^{(1)}(k_5) \\ +C_M^{52} j_n(\rho_2) M_{o1n}(k_5) + C_N^{52} \dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_5) \\ +D_M^{52} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}(k_5) + D_N^{52} \dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_5) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.27)}$$

$r \leq r_5$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_2 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} C_M^{62} j_n(\rho_2) M_{o1n}(k_6) + C_N^{62} \dfrac{[\rho_2 j_n(\rho_2)]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_6) \\ +D_M^{62} h_n^{(1)}(\rho_2) M_{o1n}(k_6) + D_N^{62} \dfrac{\left[\rho_2 h_n^{(1)}(\rho_2)\right]'}{\rho_2} N_{e1n}(k_6) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.28)}$$

Denklemlerde kullanılan küresel vektör dalga fonksiyonlarının açılımları, (2.6), (2.7), (2.8) ve (2.9) denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$M_{o1n}(k) = \frac{1}{sin\theta} j_n(kr) P_n^1(cos\theta) cos\varphi \vec{e}_\theta - j_n(kr) \frac{\partial P_n^1(cos\theta)}{\partial \theta} sin\varphi \vec{e}_\varphi \quad \textbf{(2.29)}$$

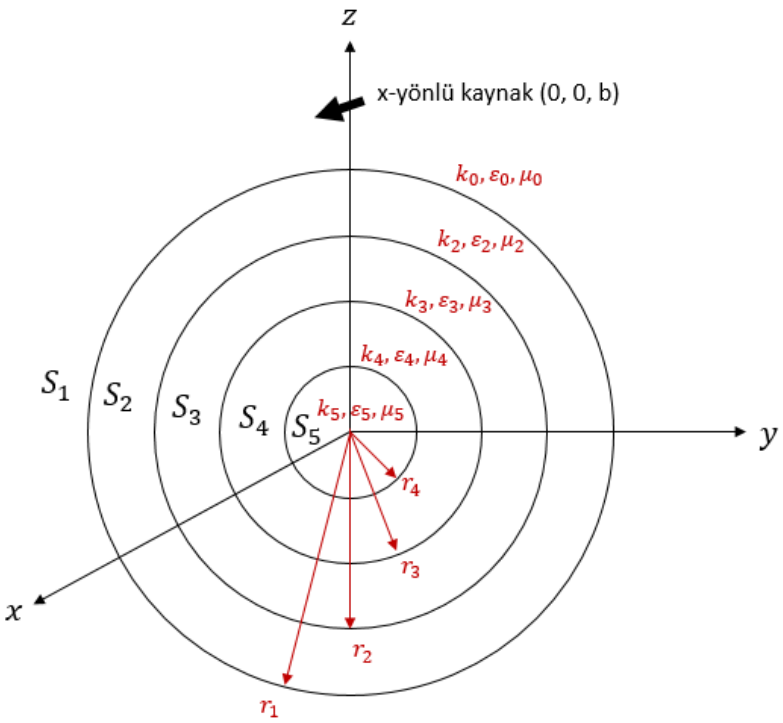
$$N_{e1n}(k) = \frac{n(n+1)}{kr} j_n(kr) P_n^1(cos\theta) cos\varphi \vec{e}_r + \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial r}[r j_n(kr)] \frac{\partial P_n^1(cos\theta)}{\partial \theta} cos\varphi \vec{e}_\theta - \frac{1}{kr}\frac{\partial}{\partial r}[r j_n(kr)] \frac{P_n^1(cos\theta)}{sin\theta} sin\varphi \vec{e}_\varphi \quad \textbf{(2.30)}$$

$$M_{o1n}^{(1)}(k) = \frac{1}{sin\theta} h_n^{(1)}(kr) P_n^1(cos\theta) cos\varphi \vec{e}_\theta - h_n^{(1)}(kr) \frac{\partial P_n^1(cos\theta)}{\partial \theta} sin\varphi \vec{e}_\varphi \quad \textbf{(2.31)}$$

$$N_{e1n}^{(1)}(k) = \frac{n(n+1)}{kr} h_n^{(1)}(kr) P_n^1(cos\theta) cos\varphi \vec{e}_r + \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial r}\left[r h_n^{(1)}(kr)\right] \frac{\partial P_n^1(cos\theta)}{\partial \theta} cos\varphi \vec{e}_\theta - \frac{1}{kr}\frac{\partial}{\partial r}\left[r h_n^{(1)}(kr)\right] \frac{P_n^1(cos\theta)}{sin\theta} sin\varphi \vec{e}_\varphi \quad \textbf{(2.32)}$$

2.3.2 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum

Problemin bu aşamasında, küresel sistem 5 tabakalı olarak tasarlanmış, uygunlaştırıcı ortam bulunmadığı varsayılmış ve kaynak boş uzayda konumlandırılmıştır. Bu problemin çözümünde, uygunlaştırıcı ortamın bulunduğu durum için elde edilen çözümde, uygunlaştırıcı ortam için verilen ε_2, k_2 ve μ_2 değerleri için boş uzay değerleri kullanılmış ve çözüm, 5 tabakalı yapıya indirgenmiştir. Sistemin geometrisi Şekil 2.4'te verilmektedir.

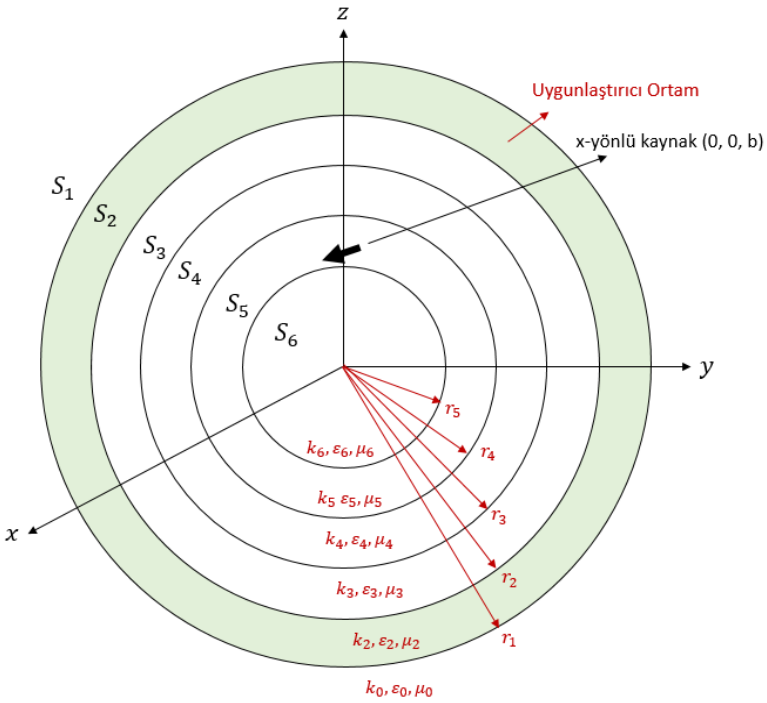


Şekil 2.4 : Uygunlaştırıcı Ortam Bulunmayan ve Kaynak Boş Uzayda Konumlandırılmış 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli.

2.4 Kaynağın Serebrospinal Sıvı Tabakasında Konumlandırıldığı Küresel Kafa Modeli'nde Elektrik Alan Hesabı

2.4.1 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum

Problemin bu aşamasında küresel sistem 6 tabakalı olarak tasarlanmış, kaynak beynin bir üst tabakası olan serebrospinal sıvı (CSF) tabakasında, beynin yüzeyine çok yakın bir noktada konumlandırılmış ve 2. Tabakanın uygunlaştırıcı ortam olduğu varsayılmıştır. Sistemin geometrisi Şekil 2.5'te verilmektedir.



Şekil 2.5 : Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş ve Kaynak CSF Katmanında Konumlandırılmış 6 Tabakalı Küresel Kafa Modeli.

$\mathcal{N} = 6$, s = 5 ve f = 1,2,3,4,5,6 alınıp (2.10) ve (2.11)'daki denklemlere göre katsayı hesabı yapıldığında aşağıdaki denklemler elde edilmiştir:

$$A_{M,N}^{25} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F1}^{H,V}} A_{M,N}^{15}$$

$$A_{M,N}^{35} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} A_{M,N}^{25} + \frac{\mathcal{R}_{F2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} C_{M,N}^{25}$$

$$A_{M,N}^{45} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} A_{M,N}^{35} + \frac{\mathcal{R}_{F3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} C_{M,N}^{35}$$

$$A_{M,N}^{55} + 1 = \frac{1}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} A_{M,N}^{45} + \frac{\mathcal{R}_{F4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} C_{M,N}^{45}$$

$$\frac{1}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} A_{M,N}^{55} + \frac{\mathcal{R}_{F5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} C_{M,N}^{55} = 0$$

$$B_{M,N}^{25} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F1}^{H,V}} B_{M,N}^{15}$$

$$B_{M,N}^{35} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} B_{M,N}^{25} + \frac{\mathcal{R}_{F2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F2}^{H,V}} D_{M,N}^{25}$$

$$B_{M,N}^{45} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} B_{M,N}^{35} + \frac{\mathcal{R}_{F3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F3}^{H,V}} D_{M,N}^{35}$$

$$B_{M,N}^{55} = \frac{1}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} B_{M,N}^{45} + \frac{\mathcal{R}_{F4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F4}^{H,V}} D_{M,N}^{45}$$

$$\frac{1}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} B_{M,N}^{55} + \frac{\mathcal{R}_{F5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{F5}^{H,V}} \left[D_{M,N}^{55} + 1 \right] = 0$$

$$C_{M,N}^{25} = \frac{\mathcal{R}_{P1}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P1}^{H,V}} A_{M,N}^{15}$$

$$C_{M,N}^{35} = \frac{\mathcal{R}_{P2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} A_{M,N}^{25} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} C_{M,N}^{25}$$

$$C_{M,N}^{45} = \frac{\mathcal{R}_{P3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} A_{M,N}^{35} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} C_{M,N}^{35}$$

$$C_{M,N}^{55} = \frac{\mathcal{R}_{P4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} A_{M,N}^{45} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} C_{M,N}^{45}$$

$$C_{M,N}^{65} = \frac{\mathcal{R}_{P5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} A_{M,N}^{55} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} C_{M,N}^{55}$$

$$D_{M,N}^{25} = \frac{\mathcal{R}_{P1}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P1}^{H,V}} B_{M,N}^{15}$$

$$D_{M,N}^{35} = \frac{\mathcal{R}_{P2}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} B_{M,N}^{25} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P2}^{H,V}} D_{M,N}^{25}$$

$$D_{M,N}^{45} = \frac{\mathcal{R}_{P3}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} B_{M,N}^{35} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P3}^{H,V}} D_{M,N}^{35}$$

$$D_{M,N}^{55} = \frac{\mathcal{R}_{P4}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} B_{M,N}^{45} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P4}^{H,V}} D_{M,N}^{45}$$

$$D_{M,N}^{65} = \frac{\mathcal{R}_{P5}^{H,V}}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} B_{M,N}^{55} + \frac{1}{\mathcal{T}_{P5}^{H,V}} \left[D_{M,N}^{55} \right]$$

(2.33)

(2.8) denklemi kullanılarak her bir tabaka için hesaplanan DGF denklemleri aşağıda verilmiş, m = 1 alınmıştır.

$$\bar{G}_{es}^{(15)}(\bar{r}, \bar{r'}) = \frac{ik_5}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times \begin{Bmatrix} M_{o^{e}mn}^{(1)}(k_0) A_M^{15} M'_{o^{e}mn}(k_5) + N_{o^{e}mn}^{(1)}(k_0) A_N^{15} N'_{o^{e}mn}(k_5) \\ + M_{o^{e}mn}^{(1)}(k_0) B_M^{15} M'^{(1)}_{o^{e}mn}(k_5) + N_{o^{e}mn}^{(1)}(k_0) B_N^{15} N'^{(1)}_{o^{e}mn}(k_5) \end{Bmatrix}$$

(2.34)

$$\bar{G}_{es}^{(25)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_5}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{o^emn}^{(1)}(k_2)A_M^{25}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_2)A_N^{25}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}^{(1)}(k_2)B_M^{25}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_2)B_N^{25}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_2)C_M^{25}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_2)C_N^{25}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_2)D_M^{25}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_2)D_N^{25}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.35)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(35)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_5}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{o^emn}^{(1)}(k_3)A_M^{35}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_3)A_N^{35}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}^{(1)}(k_3)B_M^{35}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_3)B_N^{35}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_3)C_M^{35}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_3)C_N^{35}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_3)D_M^{35}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_3)D_N^{35}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.36)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(45)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_5}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{o^emn}^{(1)}(k_4)A_M^{45}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_4)A_N^{45}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}^{(1)}(k_4)B_M^{45}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_4)B_N^{45}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_4)C_M^{45}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_4)C_N^{45}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_4)D_M^{45}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_4)D_N^{45}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.37)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(55)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_5}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{o^emn}^{(1)}(k_5)A_M^{55}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_5)A_N^{55}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}^{(1)}(k_5)B_M^{55}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}^{(1)}(k_5)B_N^{55}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_5)C_M^{55}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_5)C_N^{55}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_5)D_M^{55}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_5)D_N^{55}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.38)}$$

$$\bar{G}_{es}^{(65)}(\bar{r},\bar{r'}) = \frac{ik_5}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{2}{n(n+1)}$$
$$\times\begin{Bmatrix} M_{o^emn}(k_6)C_M^{65}M'_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_6)C_N^{65}N'_{o^emn}(k_5) \\ +M_{o^emn}(k_6)D_M^{65}M'^{(1)}_{o^emn}(k_5) + N_{o^emn}(k_6)D_N^{65}N'^{(1)}_{o^emn}(k_5) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(2.39)}$$

Yukarıda hesaplanan DGF denklemlerine göre, her tabaka için bulunan elektrik alanları aşağıdaki denklemlerle verilmiştir.

$r > r_1$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_5 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left\{ \begin{array}{c} A_M^{15} j_n(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_0) + A_N^{15} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_0) \\ + B_M^{15} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_0) + B_N^{15} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_0) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.40)}$$

$r \leq r_1$ ve $r > r_2$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_5 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left\{ \begin{array}{c} A_M^{25} j_n(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_2) + A_N^{25} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_2) \\ + B_M^{25} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_2) + B_N^{25} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_2) \\ + C_M^{25} j_n(\rho_5) M_{o1n}(k_2) + C_N^{25} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_2) \\ + D_M^{25} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}(k_2) + D_N^{25} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_2) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.41)}$$

$r \leq r_2$ ve $r > r_3$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_5 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left\{ \begin{array}{c} A_M^{35} j_n(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_3) + A_N^{35} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_3) \\ + B_M^{35} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_3) + B_N^{35} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_3) \\ + C_M^{35} j_n(\rho_5) M_{o1n}(k_3) + C_N^{35} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_3) \\ + D_M^{35} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}(k_3) + D_N^{35} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_3) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.42)}$$

$r \leq r_3$ ve $r > r_4$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_5 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} A_M^{45} j_n(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_4) + A_N^{45} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_4) \\ +B_M^{45} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_4) + B_N^{45} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_4) \\ +C_M^{45} j_n(\rho_5) M_{o1n}(k_4) + C_N^{45} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_4) \\ +D_M^{45} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}(k_4) + D_N^{45} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_4) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.43)}$$

$r \leq r_4$ ve $r > r_5$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_5 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} A_M^{55} j_n(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_5) + A_N^{55} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_5) \\ +B_M^{55} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}^{(1)}(k_5) + B_N^{55} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}^{(1)}(k_5) \\ +C_M^{55} j_n(\rho_5) M_{o1n}(k_5) + C_N^{55} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_5) \\ +D_M^{55} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}(k_5) + D_N^{55} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_5) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.44)}$$

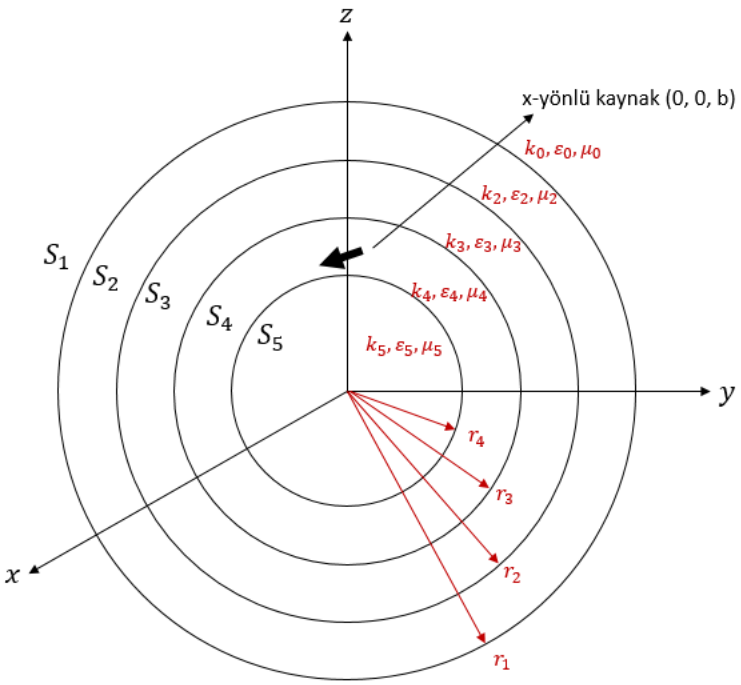
$r \leq r_5$ Durumu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_5 \omega \mu_0 c}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} C_M^{65} j_n(\rho_5) M_{o1n}(k_6) + C_N^{65} \dfrac{[\rho_5 j_n(\rho_5)]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_6) \\ +D_M^{65} h_n^{(1)}(\rho_5) M_{o1n}(k_6) + D_N^{65} \dfrac{\left[\rho_5 h_n^{(1)}(\rho_5)\right]'}{\rho_5} N_{e1n}(k_6) \end{array} \right\} \quad \textbf{(2.45)}$$

2.4.2 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunmadığı Durum

Problemin bu aşamasında küresel sistem 5 tabakalı olarak tasarlanmış, uygunlaştırıcı ortam bulunmadığı varsayılmış ve kaynak CSF tabakasında beyin yüzeyine çok yakın bir noktada konumlandırılmıştır. Sistemin geometrisi Şekil 2.6'da verilmektedir.



Şekil 2.6 : Uygunlaştırıcı Ortam Bulunmayan ve Kaynak CSF Katmanında Konumlandırılmış 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli.

Bu problemin çözümünde, uygunlaştırıcı ortamın bulunduğu durum için elde edilen çözümde, uygunlaştırıcı ortam için verilen ε_2, k_2 ve μ_2 değerleri için boş uzay değerleri kullanılmış ve çözüm, 5 tabakalı yapıya indirgenmiştir. Denklemlerde kullanılan vektör dalga fonksiyonları için (2.29), (2.30), (2.31) ve (2.25) denklemleriyle verilen fonksiyonlar kullanılmıştır.

3. İNTEGRAL DENKLEM YÖNTEMİYLE KARŞILAŞTIRMA

Çalışmanın bu aşamasında, 2. Bölüm'de anlatılan $\mathcal{N}$-katmanlı sistemlerde elektromanyetik alan hesabı yöntemi ile elde edilen sonuçlar, İntegral Denklem Yöntemi (IES) ile [16] elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma, kaynağın boş uzayda (uygunlaştırıcı ortam varken uygunlaştırıcı ortamda) bulunduğu durum için yapılmış, her iki durum için gözlem noktası beyinde ve kafa yüzeyinde iken elde edilen sonuçlar paylaşılmıştır.

Frekans $f = 1\ GHz$, açısal hız $\omega = 2\pi f$, boş uzayın dielektrik sabiti $\varepsilon_0 = \frac{10^9}{36\pi}$ ve akım momenti $c = 0.1$ kabul edilmiştir. Çizelge 3.1'de ise ortamlara ait yarıçap, bağıl kompleks dielektrik sabiti ve manyetik geçirgenlik sabiti değerleri yer almaktadır. Tüm problemler için manyetik geçirgenlik sabiti, boş uzayın manyetik geçirgenlik sabitine eşit kabul edilmiştir. Çizelge 3'teki yarıçap ve bağıl kompleks dielektrik sabiti değerleri [14]'ten alınmıştır.

Çizelge 3.1 : Tabakaların Elektromanyetik Parametreleri.

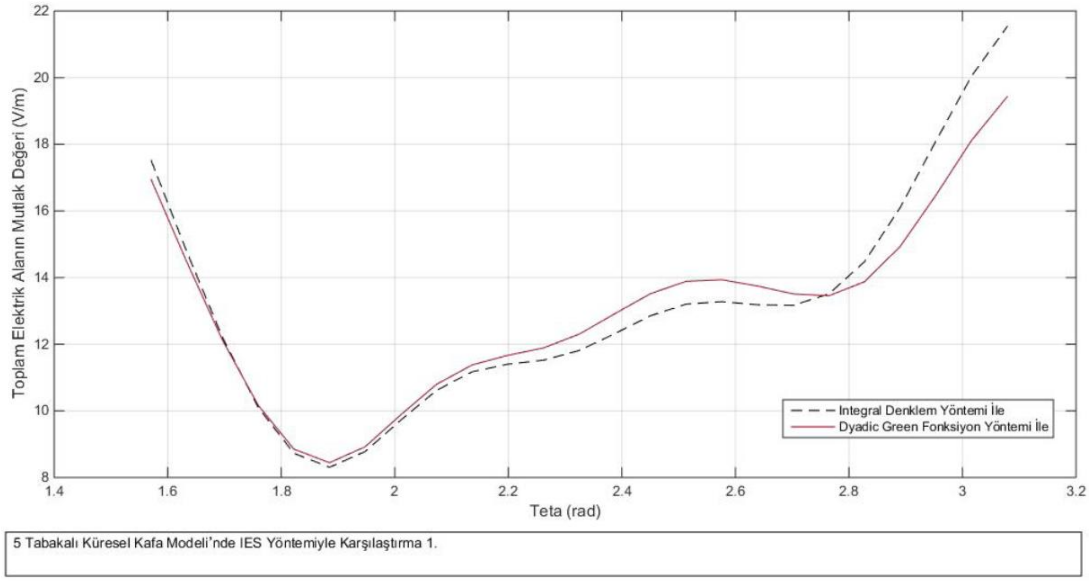
Yarıçap Değerleri	Bağıl Kompleks Dielektrik Sabitleri	Manyetik Geçirgenlik Sabitleri
	$\varepsilon_{r0} = 1$	$\mu_0 = 4\pi 10^7$
$r_{deri} = 0.100m$	$\varepsilon_{rDeri} = 40 + 11i$	$\mu_{deri} = \mu_0$
$r_{kemik} = 0.092m$	$\varepsilon_{rKemik} = 13 + 2i$	$\mu_{kemik} = \mu_0$
$r_{CSF} = 0.085m$	$\varepsilon_{rCSF} = 57 + 26i$	$\mu_{CSF} = \mu_0$
$r_{beyin} = 0.082m$	$\varepsilon_{rBeyin} = 45 + 16.4i$	$\mu_{beyin} = \mu_0$

Tabakaların dalga sayıları ise aşağıdaki eşitlikler kullanılarak hesaplanmıştır:

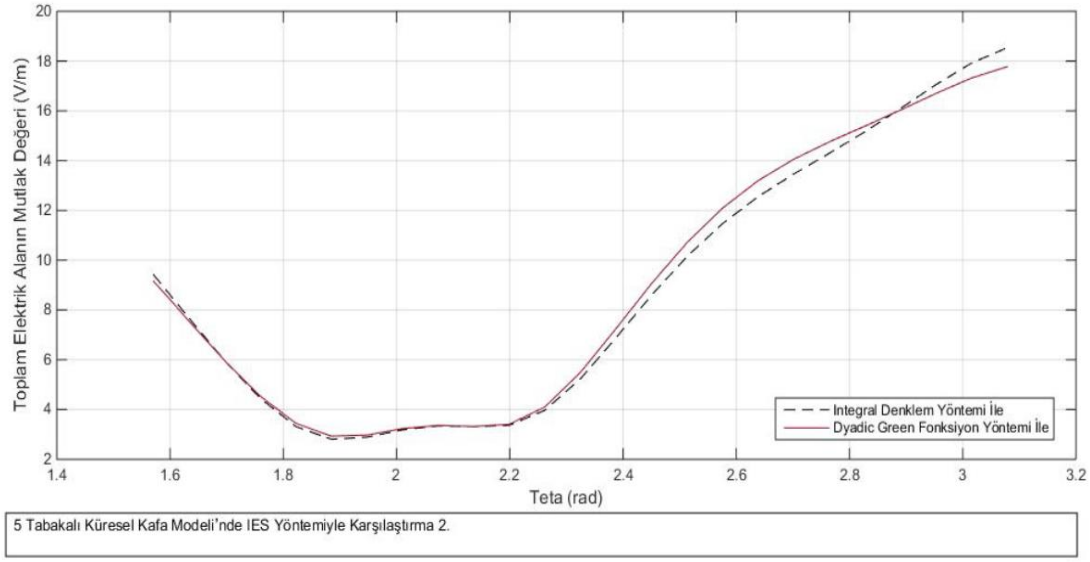
$$k_0 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$$
$$k_i = k_0 \sqrt{\varepsilon_{ri}}, n = 2, 3, 4, 5 \quad \textbf{(3.1)}$$

3.1 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunmadığı Durum

5 tabakalı küresel kafa modeli için boş uzayda ve beyinde karşılaştırma yapılmıştır. Kaynak boş uzayda $(0, 0, 0.120m)$ noktasına yerleştirilmiştir. Gözlem noktasının boş uzayda ve beyinde olduğu varsayılmış, elde edilen sonuçlar sırasıyla Şekil 3.1 ve Şekil 3.2 ile verilmiştir. Karşılaştırmaların tamamı için $\theta_{gözlem} = [\frac{\pi}{2}, \pi]$ aralığında ve $\varphi_{gözlem} = \frac{\pi}{2}$ kabul edilmiş; Şekil 3.1 için $r_{gözlem} = 0.102$ (boş uzayda), Şekil 3.2 içinse $r_{gözlem} = 0.080$ (beyinde) alınmıştır.



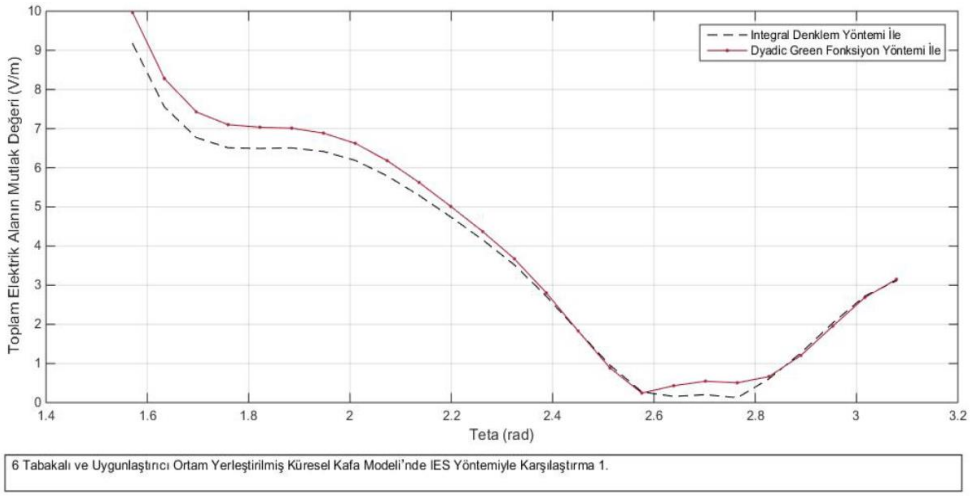
Şekil 3.1 : 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 1.



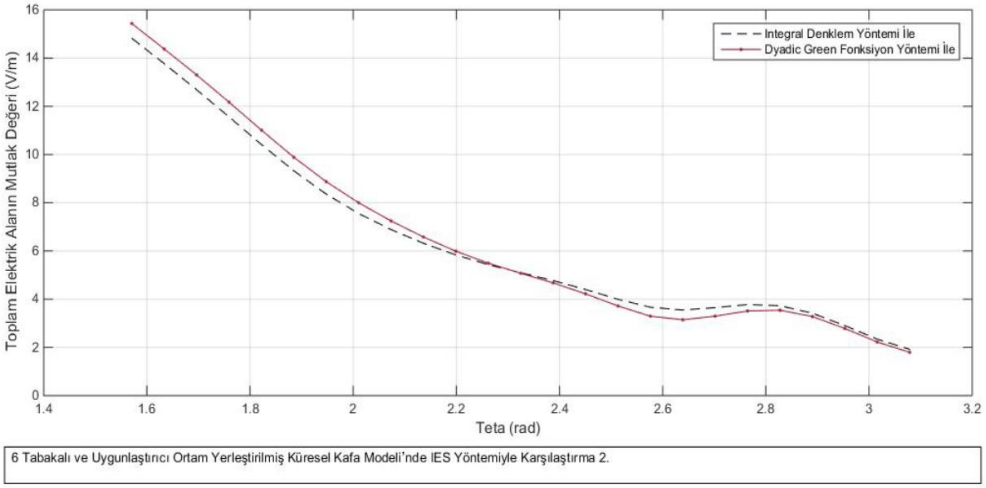
Şekil 3.2 : 5 Tabakalı Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 2.

3.2 Uygunlaştırıcı Ortamın Bulunduğu Durum

6 tabakalı model için uygunlaştırıcı ortamda ve beyinde her iki metot kullanılarak karşılaştırma yapılmıştır. Kaynak uygunlaştırıcı ortamda $(0, 0, 0.145m)$ noktasına yerleştirilmiştir. Uygunlaştırıcı ortamın yarıçapı $r_1 = 0.150m$, bağıl kompleks dielektrik sabiti ise $\varepsilon_{r2} = 40 + 13i$ [14] kabul edilmiştir. Gözlem noktasının uygunlaştırıcı ortamda ve beyinde olduğu varsayılmış, elde edilen sonuçlar sırasıyla Şekil 3.3 ve Şekil 3.4 ile verilmiştir.Karşılaştırmaların tamamı için $\theta_{gözlem} = [\frac{\pi}{2}, \pi]$ aralığında ve $\varphi_{gözlem} = \frac{\pi}{2}$ kabul edilmiş; Şekil 3.3 için $r_{gözlem} = 0.105$ (uygunlaştırıcı ortamda), Şekil 3.4 içinse $r_{gözlem} = 0.080$ (beyinde) alınmıştır.



Şekil 3.3 : 6 Tabakalı ve Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 1.

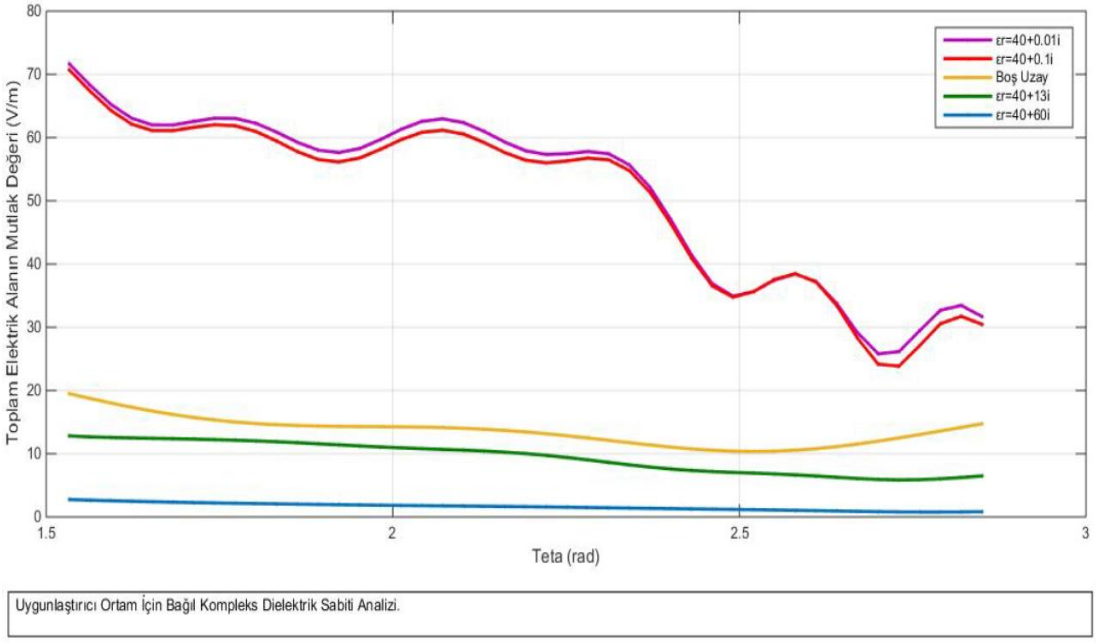


Şekil 3.4 : 6 Tabakalı ve Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilmiş Küresel Kafa Modeli'nde IES Yöntemiyle Karşılaştırma 2.

4. UYGUNLAŞTIRICI ORTAM BAĞIL KOMPLEKS DİELEKTRİK SABİTİNİN ANALİZİ

3. Bölüm'de yapılan tüm karşılaştırmalar için uygunlaştırıcı ortamın bağıl kompleks dielektrik sabiti, [14]'te verildiği gibi $\varepsilon_r = 40 + 13i$ alınmış ve sonuçlar bu değere istinaden elde edilmiştir. Çalışmanın bu aşamasında, uygunlaştırıcı ortamın bağıl kompleks dielektrik sabitinin sanal kısmı değiştirilerek optimum dielektrik sabiti bulunması hedeflenmiştir. Kaynak uygunlaştırıcı ortamda konumlandırıldığında kürenin iç tabakalarındaki elektrik alanın daha büyük olması amaçlanmış, bu kriteri sağlayacak uygun bağıl kompleks dielektrik sabiti bulunmaya çalışılmıştır.

Kaynak $(0, 0, 0.120m)$ noktasında konumlandırılmış, uygunlaştırıcı ortamın yarıçapı $0.140m$ kabul edilmiş ve beyinde elektrik alan gözlemlenmiştir. $\theta_{gözlem} = [\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{12}]$ aralığında ve $\varphi_{gözlem} = 0$ kabul edilmiş; $r_{gözlem} = 0.080$ alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.1'deki gibidir.



Şekil 4.1 : Uygunlaştırıcı Ortam İçin Bağıl Kompleks Dielektrik Sabiti Seçimi.

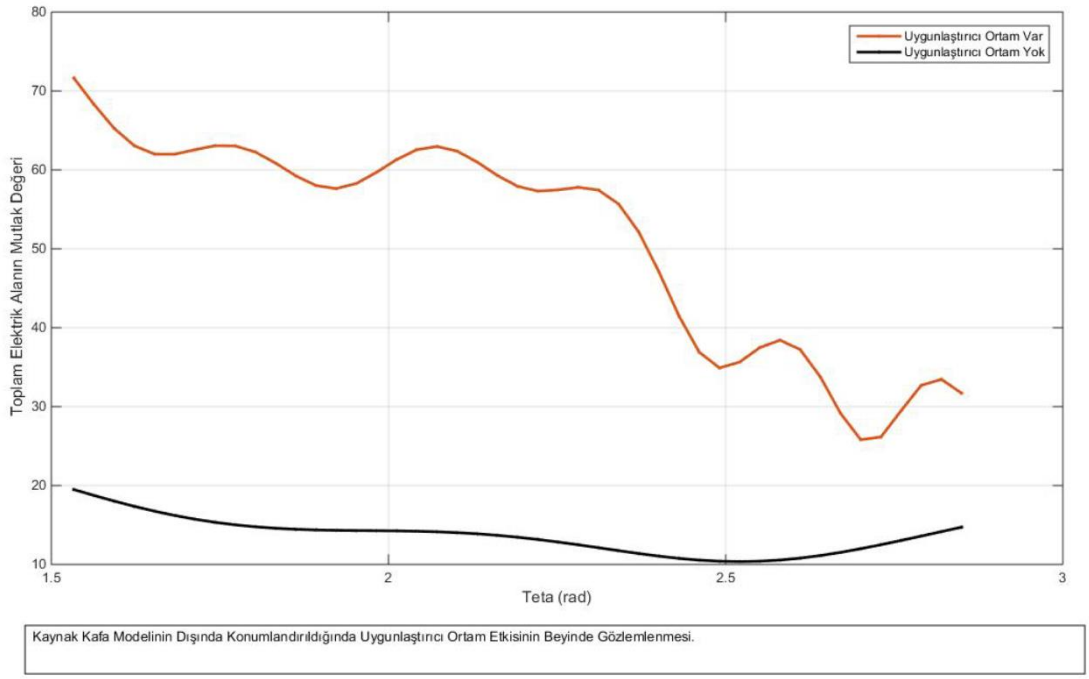
Şekil 4.1'de görüldüğü üzere, uygunlaştırıcı ortamın bağıl kompleks dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 40 + 0.01i$ [13] iken beyinde ölçülen elektrik alan değeri en yüksek noktada ve uygunlaştırıcı ortam boş uzay kabul edildiğinde ($\varepsilon_r = 1$) elde edilen değerden daha yüksektir. Bunun yanında, bir önceki örnekte ele alınan, [14]'te belirtilen $\varepsilon_r = 40 + 13i$ değeri alındığında elde edilen elektrik alan değerinin ise çok düşük olduğu gözlemlenmiştir. Burada elde edilen sonuca bağlı olarak, çalışmanın bundan sonraki aşamasında uygunlaştırıcı ortamın bağıl kompleks dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 40 + 0.01i$ [13] alınarak analiz yapılacaktır.

5. UYGUNLAŞTIRICI ORTAM ETKİLERİNİN ANALİZİ

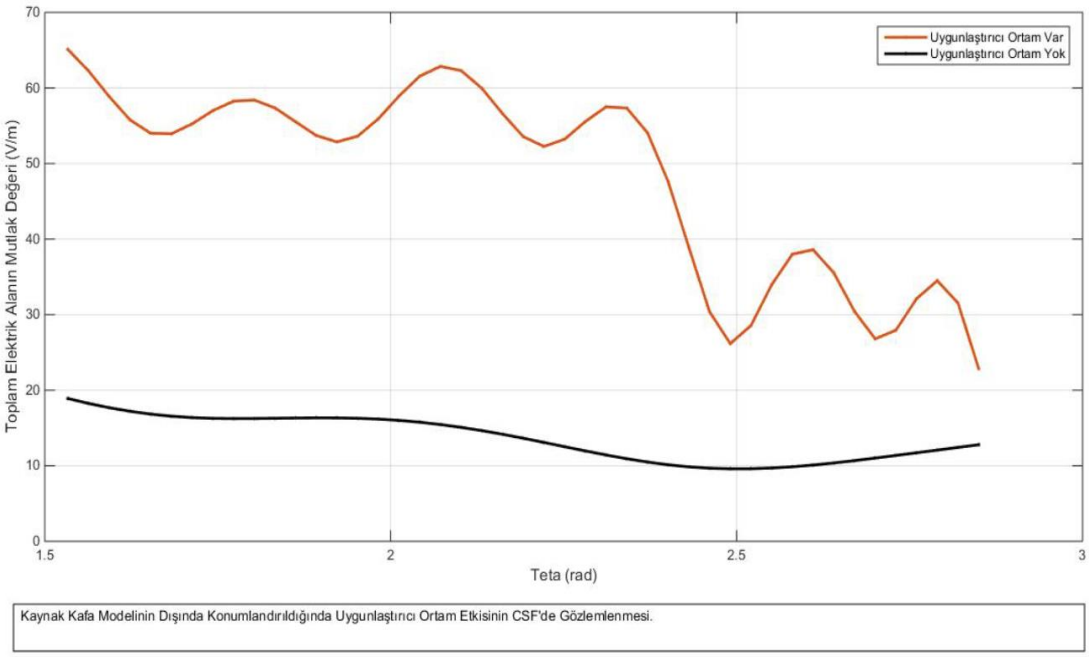
Bu bölümde, uygunlaştırıcı ortamın elektromanyetik alan üzerindeki etkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Analiz, kaynak boş uzayda (uygunlaştırıcı ortam varken uygunlaştırıcı ortamda) ve CSF tabakasında beyne çok yakın bir noktada alınarak her iki durum için yapılmış ve sonuçlar paylaşılmıştır.

5.1 Kaynak Kafa Yüzeyinin Üzerinde İken Yapılan Analiz

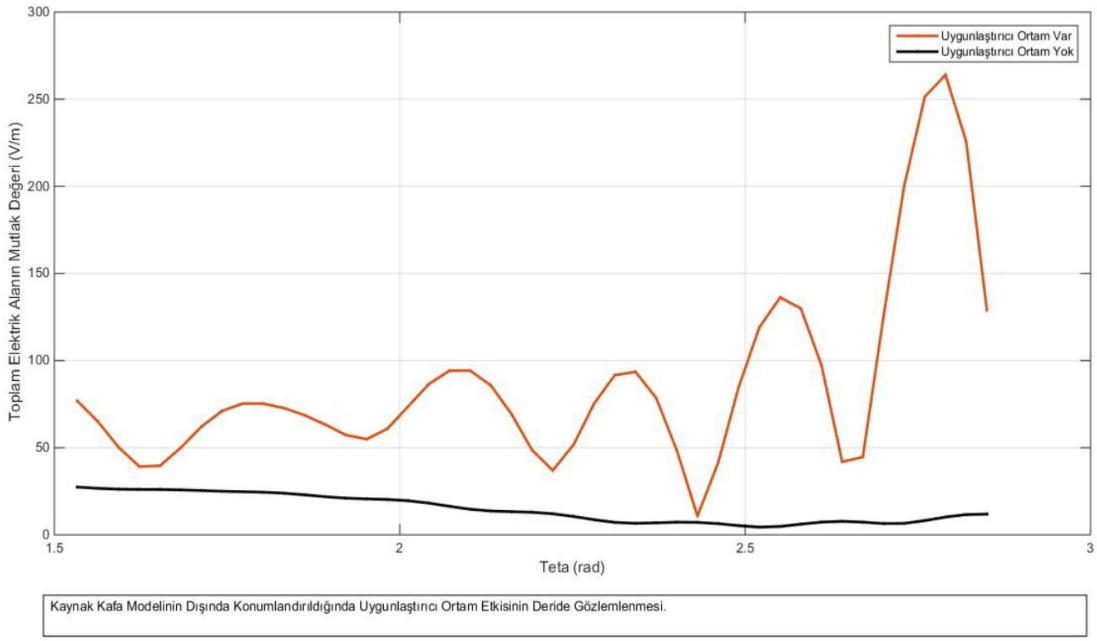
Gözlem noktaları sırasıyla beyinde ($r = 0.080m$), CSF tabakasında ($r = 0.083m$) ve deride ($r = 0.099m$) alınarak yapılan karşılaştırmalar sırasıyla Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'te gösterilmiştir. Tüm durumlar için $\theta_{gözlem} = [\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{12}]$ ve $\varphi_{gözlem} = 0$ alınmıştır. Kaynak $(0, 0, 0.120m)$ noktasında konumlandırılmış, uygunlaştırıcı ortamın yarıçapı $0.140m$ kabul edilmiştir. Üç durum için verilen değerler incelendiğinde, $\varepsilon_r = 40 + 0.01i$ bağıl kompleks dielektrik sabitine sahip uygunlaştırıcı bir ortam kullanıldığı durumda, kafanın içinde oluşan elektromanyetik alanın, uygunlaştırıcı ortam yokken ölçülen değerlere göre oldukça fazla olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 5.1 : Kaynak Kafa Modelinin Dışında Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Beyinde Gözlemlenmesi.



Şekil 5.2 : Kaynak Kafa Modelinin Dışında Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin CSF'de Gözlemlenmesi.

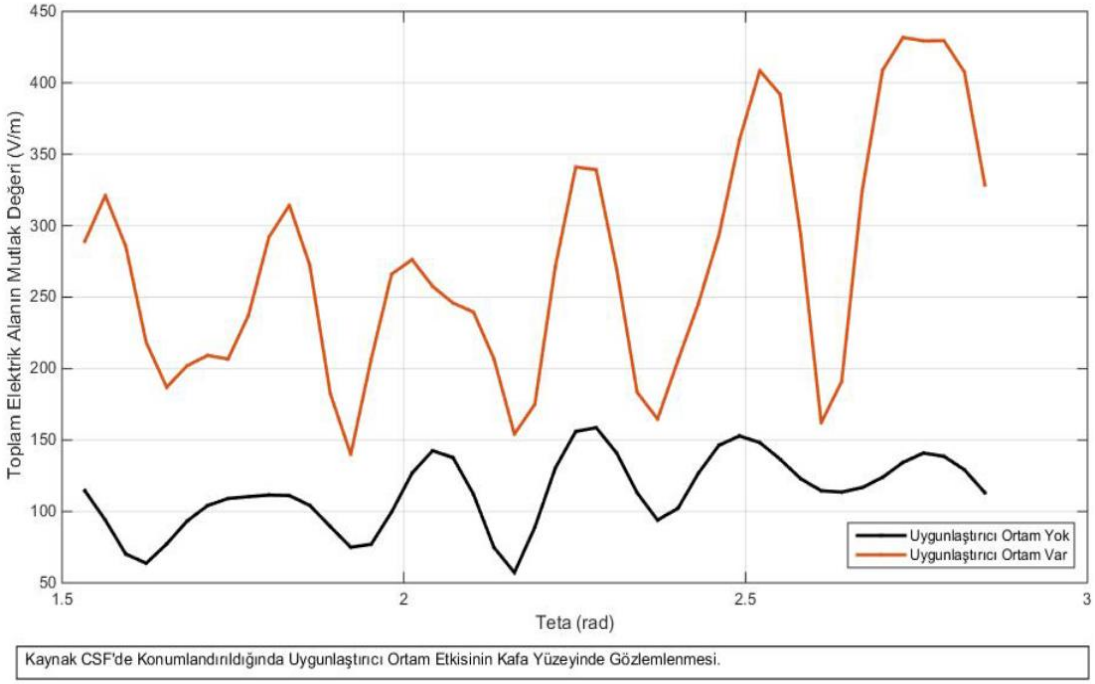


Şekil 5.3 : Kaynak Kafa Modelinin Dışında Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Deride Gözlemlenmesi.

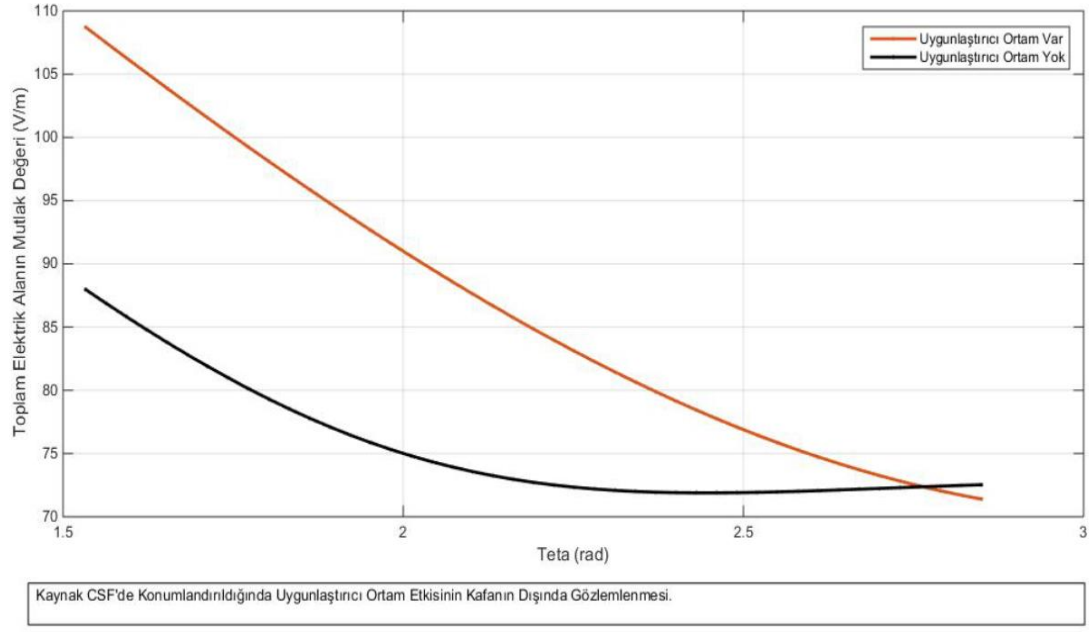
5.2 Kaynak Serebrospinal Sıvı Tabakasında İken Yapılan Analiz

CSF tabakasına kaynak yerleştirilerek analiz yapılmasının temel amacı, bu tabakadaki olası bir kanama veya anomaliyi modellemektir. Çünkü bu tür bir yapı, sağlıklı bir kafa içerisinde bir süreksizlik gibi düşünülebilir ve her süreksizlik dalga yayılımı bakımından bir kaynak gibi davranır. Böylelikle dışarıdan bir dalga ile aydınlatılmış kafa modelindeki bu tür bir süreksizliğin etkisi hakkında bilgi edinmek mümkün olacaktır. Tüm durumlar için $\theta_{gözlem} = [\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{12}]$ ve $\varphi_{gözlem} = 0$ alınmıştır. Kaynak $(0, 0, 0.083m)$ noktasında konumlandırılmış, uygunlaştırıcı ortamın yarıçapı $0.140m$ kabul edilmiştir. Uygunlaştırıcı ortamın bağıl kompleks dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 40 + 0.01i$ kabul edilmiştir.

Gözlem noktaları sırasıyla kafa yüzeyinde $(r = 0.105m)$ ve beyinde $(r = 0.010$ alınarak yapılan karşılaştırmalar Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'te gösterilmiştir.



Şekil 5.4 : Kaynak CSF'de Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Kafa Yüzeyinde Gözlemlenmesi.



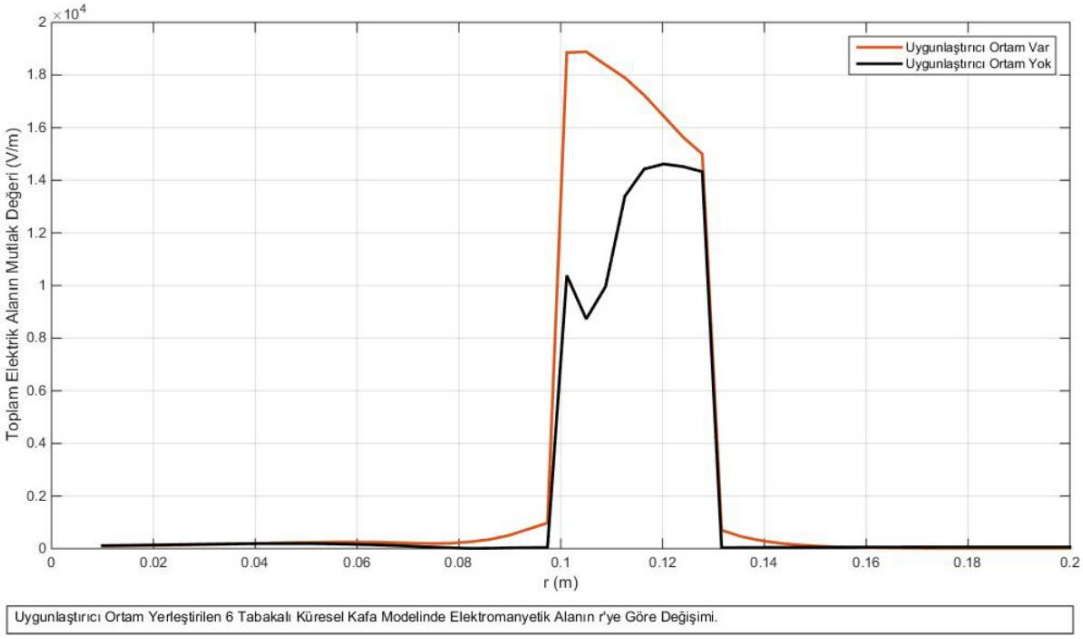
Şekil 5.5 : Kaynak CSF'de Konumlandırıldığında Uygunlaştırıcı Ortam Etkisinin Beyinde Gözlemlenmesi.

Sonuçlar analiz edildiğinde, kaynak dşarıda konumlandırıldığında çıkan sonuçlara benzer şekilde, beyinde ve kafanın yüzeyinde eklenen uygunlaştırıcı ortamın elektrik alanı arttırıcı etkileri açık bir şekilde gözlemlenmekte ve uygunlaştırıcı ortam bulunduğu durumlar için elektrik alan değerlerinin daha fazla olduğu görülmektedir.

6. EK ANALİZLER

6.1 Küresel Koordinatlarda Yarıçap Değişimine Göre Elektrik Alan Değerinin Gözlemlenmesi

Bundan önceki tüm analizlerde r ve φ değerleri sabit tutulup θ'daki değişime göre elektrik alan hesabı yapılmıştı. Problemin bu bölümünde θ ve φ değerleri sabit tutulup toplam elektrik alanın r'ye göre değişimi analiz edilmiştir. $r = (0.01, 0.2)$ aralığı 50 eşit parçaya bölünmüş, $\theta = \frac{\pi}{3}$ ve $\varphi = \frac{\pi}{2}$ alınmıştır. Uygunlaştırıcı ortamın bağıl kompleks dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 40 + 0.01i$ alınmıştır. Kaynak $(0,0,0.105m)$ noktasına yerleştirilmiştir. Sonuç Şekil 6.1'de görülmektedir.



Şekil 6.1 : Uygunlaştırıcı Ortam Yerleştirilen 6 Tabakalı Küresel Kafa Modelinde Elektromanyetik Alanın r'ye Göre Değişimi.

Şekilden de görüleceği üzere, derinin bitip uygunlaştırıcı ortamın başladığı $r = 0.100m$'den sonra toplam elektrik alanın hızlı bir şekilde arttığı ve kaynağın bulunduğu $r = 0.105m$ noktasında en üst seviyeye ulaştığı ve uygunlaştırıcı ortamın bitip boş uzayın başladığı $r = 0.130m$ noktasında ise hızla azaldığı söylenebilir.

Uygunlaştırıcı ortam bulunduğu durumda elektrik alan değerinin, uygunlaştırıcı ortam bulunmadığı durumda ölçülen elektrik alana göre daha büyük olduğu görülmektedir.

6.2 Kutupsal Koordinatlarda Elektromanyetik Alan Hesabı

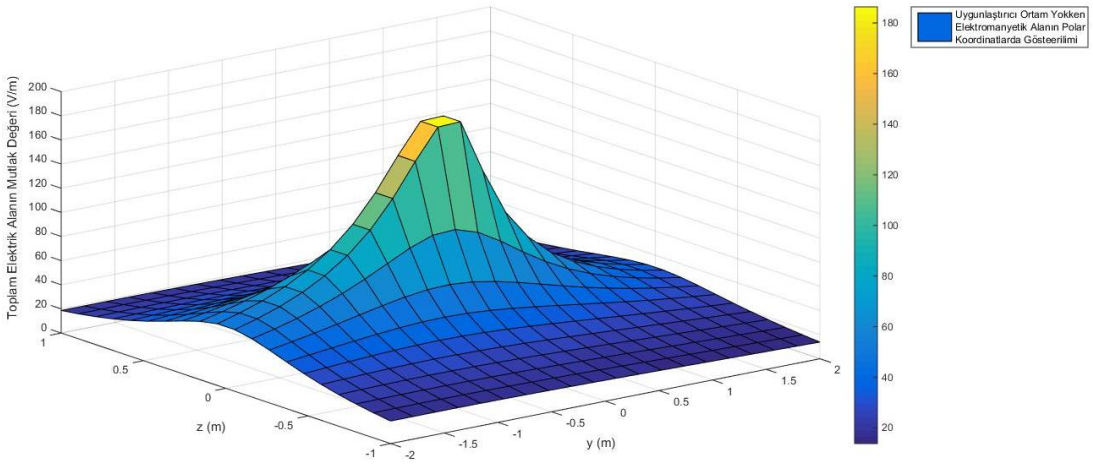
5 tabakalı küresel bir kafa modeli için toplam elektrik alanın mutlak değeri polr koordinatlarda hesaplanmıştır. Kaynak boş uzayda $r = (0{,}0{,}0.130\text{m})$ noktasında konumlandırılmıştır. Aşağıdaki eşitlikler kullanılarak küresel koordinatlardan kutupsal koordinatlara geçiş yapılmıştır:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{6.1}$$

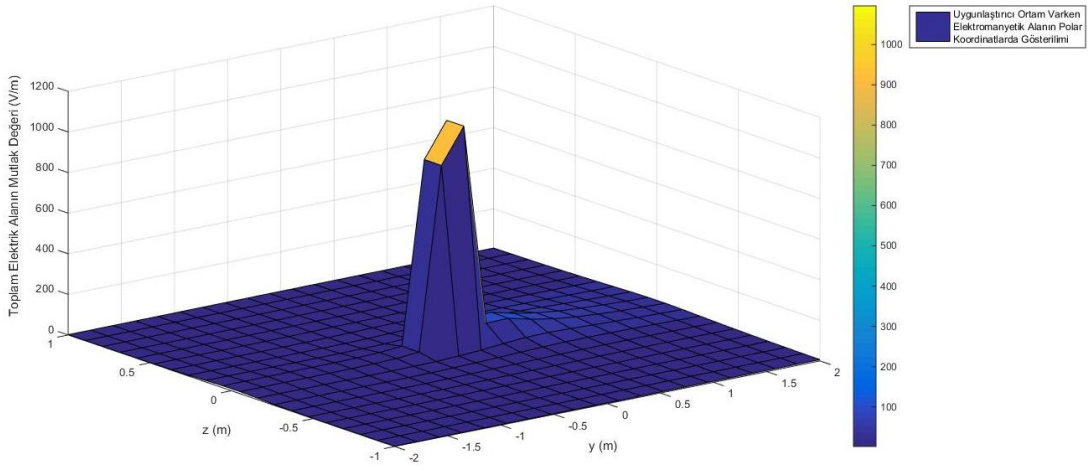
$$\theta = cos\left(\frac{z}{r}\right) \tag{6.2}$$

$$\varphi = tan\left(\frac{y}{x}\right) \tag{6.3}$$

yz düzlemi 400 hücreye bölmelendirilip $\text{xGozlem} = 0.12\text{m}, \text{yGozlem} = (-2\text{m}, 2\text{m})$ ve $\text{zGozlem} = (-1\text{m}, 1\text{m})$ alınarak hesaplanan toplam elektrik alanın mutlak değeri, uygunlaştırıcı ortamın bulunmadığı durum için Şekil 6.2'de, uygunlaştırıcı ortamın bulunduğu durum içinse Şekil 6.3'te gösterilmektedir. Uygunlaştırıcı ortam katmanının yarıçapı $0.170m$ olarak belirlenmiştir.



Şekil 6.2 : Kutupsal Koordinatlarda Uygunlaştırıcı Ortam Yokken Elektromanyetik Alan Hesabı.



Şekil 6.3 : Kutupsal Koordinatlarda Uygunlaştırıcı Ortam Varken Elektromanyetik Alan Hesabı.

Şekillerden de görüleceği üzere, özellikle kaynağın bulunduğu nokta ve çevresinde, uygunlaştırı ortam bulunurken ölçülen yoplam elektrik alan değerleri, uygunlaştırıcı ortam olmadan ölçülen değerlere göre oldukça büyüktür.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, DGF denklemleri kullanılarak $\mathcal{N}$-tabakalı küresel bir kafa modelinde elekromanyetik alan hesaplanmasına ilişkin yöntem tanıtılmış, bu yönteme bağlı olarak 5 tabakalı örnek bir kafa modeli esas alınıp, kafa modelinin tüm tabakalarında elektromanyetik alan hesaplaması yapılmıştır. Elde edilen sayısal sonuçlar, aynı problem için IES yöntemi kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlarla karşılaştırılmış ve doğrulanmıştır. Ardından 5 tabakalı kafa modeli üzerine bir uygunlaştırıcı ortam eklenerek, bu ortamın kafa modelinin tabakalarında oluşan elekromanyetik alana olan etkiler gözlemlenmiştir. Bu çalışmada, sadece x-yönlü ve z eksenli noktasal kaynak ele alınarak çözüm geliştirilmiştir. Alternatif olarak, kafa modelinin dışına yerleştirilecek çizgisel bir kaynak ele alınarak problem yeniden geliştirilip, uygunlaştırıcı ortamın bu durum için etkileri analiz edilebilir. Bu çalışmada, uygunlaştırıcı ortam tabakasının alabileceği uygun bağıl kompleks dielektrik sabiti değerleri incelenmiş ve sonuçları analiz edilmiştir. Uygunlaştırıcı ortam kullanımının, küresel kafa modelindeki tabakalarda oluşan elektromanyetik alan değerlerini arttırıcı etkisi olduğu, kaynağın konumu ve gözlem noktaları değiştirilerek yapılan çeşitli simülasyonlarla görülmüştür. Bu sonuç, kafa yüzeyine yerleştirilecek noktasal bir kaynağın, kafa içerisindeki belli noktalarda oluşturacağı elektromanyetik alanı arttırıcı etki gösteren bir uygunlaştırıcı ortam tabakasının, bazı biyomedikal ürünlerde kullanımına yönelik uygun bir yöntem sunmaktadır.

KAYNAKLAR

[1] **Azizoğlu S. A., Koç S. S., Büyükdura O. M.** (1998). Spherical Wave Expansion of the Time Domain Free-Space Dyadic Green's Function. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation, **vol. 52, no. 3**,* 677-683.

[2] **Cai W., Yu T.** (2000). Fast Calculation of Dyadic Green's Functions for Electromagnetic Scattering in a Multilayered Medium. *Journal of Computational Physics, **165,*** 1-21.

[3] **Fallahi A., Oswald B.** (2011). "On The Computation of Electromagnetic Dyadic Green's Function in Spherically Multilayered Media". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, **vol. 59, no. 6,*** 1433-1440.

[4] **Gao G., Torres-Verdin C., Habashy T. M.** (2005). "Analytical Techniques to Evaluate the Integrals of 3D and 2D Spatial Dyadic Green's Functions". *Progress in Elecromagnetics Research, **52,*** 47-80.

[5] **Li L. W., Kooi P. S., Leong M. S. ve Yeo T. S.** (1994). "Electromagnetic Dyadic Green's Function in Spherically Multilayered Media". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques., **vol. 42, no. 12,*** 2302–2310.

[6] **Mohammadirad M., Mohassel J. R., Komjani N.** (2011). "Scattering from Spherical Conducting/Dielectric Objects in a Rotationally Uniaxial Anisotropic Media". *International Journal of Electronics and Communications, **65,*** 539-542.

[7] **Okhmatovski V. I., Cangellaris A. C.** (2002). "A New Approach to the Evaluation of the Dyadic Gree's Function in Spherically Layered Media". *IEEE,* 800-803.

[8] **Okhmatovski V. I., Cangellaris A. C.** (2003). "Efficient Calculation of the Electromagnetic Dyadic Green's Function in Spherical Layered Media". *International Journal of Antennas and Propagation, **vol. 51, no. 12,*** 3209-3220.

[9] **Pan S. G.** (1988). "Eigenfunction Expansion of the Dyadic Green's Functions in Spherical Coordinates". *IEEE,* 300-306.

[10] **Reyhani S. M.S., Glover R. J.** (1999). "Electromagnetic Modeling of Spherical Head Using Dyadic Green's Function". *IEEE,* 1-8.

[11] **Reyhani, S. M. S.** (2002). "Electromagnetic Modeling of a Spherical Phantom Head by a Dyadic Green's Function Approach". *Electromagnetics, **22,*** 535-552.

[12] **Ruoss H. O., Landstorfer F. M.** (1996). "Electromagnetic Dyadic Green's Function for a Layered Homogeneous Lossy Dielectric Sphere as Head

Model for Numerical EMC Investigation". *Electronics Letters*, ***vol. 32, no. 21,*** 1935-1937.

[13] **Scapaticci R., Donato L. Di, Catapano I. ve Crocco L.** (2012). "A Feasibility Study on Microwave Imaging for Brain Stroke Monitoring". *Progress in Electromagnetics Research B.*, ***vol. 40,*** 305–324.

[14] **Semenov S. Y. ve Corfield D. R.** (2008). "Microwave Tomography for Brain Imaging: Feasibility Assessment for Stroke Detection". *Hindawi Publishing Corporation International Journal of Antennas and Propagation*, ***no. 254830,*** 1-8.

[15] **Tai C. T. (**1994). "Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory". *IEEE Press Series on Electromagnetic Waves,* ***2 Sub. Ed.,*** 168-188.

[16] **Yapar A. ve Bilgin E.** (2015). "Electromagnetic Scattering by Radially Inhomogeneous Dielectric Spheres". *IEEE Transactions on Antennas and Propagation (to appear)*, 1-10.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad **: Ayça AYGÜN**

Doğum Yeri ve Tarihi **: Fatih 01.08.1987**

E-Posta **: ayca_serap@yahoo.com**

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** **:** 2010, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Mühendisliği