JOURNAL OF FUNCTIONAL ANALYSIS 72, 346–367 (1987)

Processus sur l'espace de Wiener associés à des opérateurs élliptiques à coefficients dans certains espaces de Sobolev

ANA BELA CRUZEIRO

R. Tomas de Figueiredo, Lisbon 1500, Portugal

Communicated by Paul Malliavin

Received February 1986

On étudie des opérateurs uniformément élliptiques sur l'espace de Wiener du type $\mathscr{L} = L + \frac{1}{2}\sum_k \mathscr{L}^2_{A_k}$, où L est l'opérateur d'Orstein–Uhlenbeck en dimension infinie et les A_k sont des champs de vecteurs sur l'espace de Wiener (applications à valeurs dans le sous-espace de Cameron–Martin) appartenant à certains espaces de Sobolev associés au calcul des variations (cf. Malliavin, "Tanniguchi Symposium 1982," Kinokuniya, Tokyo, 1984; Kree, Lecture Notes in Math., No. 474, pp. 16–47, Springer-Verlag, Berlin/New York; Shigekawa, *J. Math. Kyoto Univ. 2* **20** (1980), 263–283). L'opérateur $\mathscr{L}$ se décompose dans une partie auto-adjointe par rapport à la mesure de Wiener et une terme du premier ordre. On obtient un processus associé à la partie auto-adjointe en approximant par des processus en dimension finie et en démontrant la précompacité de ses lois. On utilise ensuite des processus d'approximation tronqués par des temps d'arrêt convenables pour pouvoir appliquer Girsanov. En passant à la limite sur les probabilités de transition, on obtient en dimension infinie un processus localement associé à $\mathscr{L}$ et dont les lois à temps fixé sont absolument continues par rapport à la mesure de Wiener. © 1987 Academic Press, Inc.

Matières. 1. *Notations et énoncés des résultats.* 1.1. Notations générales. 1.2. Décomposition de l'opérateur $\mathscr{L}$. 1.3. Énoncé des résultats. 2. *Démonstration du théorème* 1.3.1. 2.1. Approximations en dimension finie. 2.2. Existence et estimations des lois des processus d'approximation. 2.3. Existence du processus en dimension infinie. 2.4. Absolue continuité des probabilités de transition. 3. *Démonstration du théorème* 1.3.2. 3.1. Définition et convergence d'une suite de temps d'arrêt. 3.2. Existence des probabilités de transition en dimension infinie. 4. *Démonstration du théorème* 1.3.3. *Bibliographie.*

1. NOTATIONS ET ÉNONCÉS DES RÉSULTATS

1.1. *Notations générales*

Sur l'espace de Wiener X des fonctions continues définies sur $[0, 1]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ et nulles en zéro, on considère le calcul différentiel au sens

0022-1236/87 $3.00
Copyright © 1987 by Academic Press, Inc.
All rights of reproduction in any form reserved.

du calcul des variations (cf. [14, 16], et aussi [10, 11, 20]) et on reprend les notations de [3]. En particulier μ désignera la mesure de Wiener sur X, ∇ et δ respectivement les opérateurs gradient et divergence et W_r^p les espaces de Sobolev par rapport à μ à savoir $W_r^p = \{\varphi \in L^p(\mu): \forall 1 \leqslant i \leqslant r, \nabla^i \varphi \in L^p(\mu; \mathscr{L}^i_{(2)}(H))\}$, où $\mathscr{L}^i_{(2)}(H)$ est la classe des opérateurs i-linéaires d'Hilbert–Schmidt sur H. On considère $e_1, ..., e_n, ...$, une base orthonormée de l'espace de Cameron–Martin $H \subset X$ de telle sorte que les e_k appartiennent au sous-espace $H_0 = \{h \in H: h''$ est une mesure$\}$ et on note par V_n l'espace vectoriel engendré par $\{e_1, ..., e_n\}$. Soit $A_{V_n} = \{f: \exists \tilde{f} \in C_b(V_n): \tilde{f} = f \circ \pi_n\}$, où π_n est l'extension à X de la projection orthogonale de H sur V_n.

On note par X_α le sous-espace de X des fonctions Höldériennes d'ordre α, avec la norme $\|x\|_\alpha = \sup_{\tau \neq \tau'} |x(\tau) - x(\tau')|/|\tau - \tau'|^\alpha$. On considère aussi l'espace des fonctions test défini par $\mathscr{D} = \{f: X \to \mathbb{R}: \exists d: f(x) = F(x_1, ..., x_d)$, avec $F \in C_0^\infty(\mathbb{R}^d)\}$, où $x_i = (x \mid e_i)$ est donné par l'extension à X du produit scalaire sur H.

Soit W le produit d'une infinité dénombrable de copies de l'espace de probabilités du brownien sur $\mathbb{R}$ et P la probabilité produit correspondante. De façon analogue à celle de [15], on considère b_ω, brownien à valeurs sur X, qui se décompose de la façon suivante:

$$b_\omega(t) = \sum_{i \geqslant 1} e_i b^i_\omega(t),$$

où $\omega = (\omega_1, ..., \omega_n, ...) \in W$ et $b^i_\omega(t)$ sont des browniens sur $\mathbb{R}$ indépendants.

On étudiera l'opérateur sur X de la forme $\mathscr{L} = L + \frac{1}{2} \sum_{k \geqslant 1} \mathscr{L}^2_{A_k}$ où L est l'opérateur d'Orstein–Uhlenbeck en dimension infinie et $A_k: X \to H$ sont des champs de vecteurs qu'on supposera assez réguliers. Pour $f \in \bigcap_p W_2^p$, on a

$$\mathscr{L}_{A_k} f = (A_k \mid \nabla f)_H$$

et

$$\mathscr{L}^2_{A_k} f = (A_k \mid \nabla(A_k \mid \nabla f)) = \sum_{i,j} (A_k^i A_k^j) D_{e_i} D_{e_j} f + \sum_j \left(\sum_i A_k^i D_{e_i} A_k^j \right) D_{e_j} f$$

où $D_{e_i} f(x) = (\nabla f(x) \mid e_i)$.

1.2. *Décomposition de l'opérateur $\mathscr{L}$*

On donne dans ce paragraphe une décomposition intrinsèque de l'opérateur $\mathscr{L}$. Notons $\mathscr{P} = \frac{1}{2} \sum_k \mathscr{L}^2_{A_k}$. Etant donné que

$$\int \mathscr{L}_{A_k} f \cdot h \, d\mu = \int (A_k | \nabla f)\, h \, d\mu$$

$$= \int (A_k | \nabla(fh))\, d\mu - \int (A_k | \nabla h)\, f \, d\mu$$

$$= \int \delta A_k \, fh \, d\mu - \int \mathscr{L}_{A_k} h \cdot f \, d\mu \qquad \text{on a}$$

$$\int \mathscr{L}^2_{A_k} f \cdot h \, d\mu = \int \delta A_k (\mathscr{L}_{A_k} f)\, h \, d\mu - \int \mathscr{L}_{A_k} h \mathscr{L}_{A_k} f \, d\mu.$$

Si on suppose que $\sum_k \|A_k\|_{W_1^p} < +\infty$, on peut écrire $\int \mathscr{P} f \cdot h \, d\mu = \frac{1}{2} \sum_k \int \mathscr{L}_{A_k} f \cdot h \, d\mu$ car:

$$\sum_k \int |\mathscr{L}^2_{A_k} f \cdot h| \, d\mu = \sum_k \left(\int |(A_k | \nabla (A_k | \nabla f))|^2 \right)^{1/2} d\mu \, \|h\|_{L^2}$$

$$\leqslant \left[\sum_k \left(\int \|A_k\|^2 \, \|\nabla A_k\|^2 \, \|\nabla f\|^2 \, d\mu \right)^{1/2} \right.$$

$$\left. + \sum_k \left(\int \|A_k\|^4 \, \|\nabla^2 f\|^2 \right)^{1/2} d\mu \right] \|h\|_{L^2}$$

$$\leqslant \left[\|\nabla f\|_{L^8} \left(\sum_k \|A_k\|^2_{L^8} \right)^{1/2} \left(\sum_k \|\nabla A_k\|^2_{L^4} \right)^{1/2} \right.$$

$$\left. + \|\nabla^2 f\|_{L^4} \sum_k \|A_k\|^2_{L^8} \right] \|h\|_{L^2} < +\infty.$$

On a ainsi la décomposition suivante:

$$\int \mathscr{P} f \cdot h \, d\mu = \tfrac{1}{2} \sum_k \int \delta A_k (\mathscr{L}_{A_k} f)\, h \, d\mu - \tfrac{1}{2} \sum_k \int \mathscr{L}_{A_k} h \mathscr{L}_{A_k} f \, d\mu. \tag{1.1}$$

Soit $\mathscr{Q}$ l'opérateur du second ordre donné par:

$$\mathscr{Q} f = \tfrac{1}{2} \sum_k (A_k | \nabla (A_k | \nabla f)) - \tfrac{1}{2} \sum_k \delta A_k \mathscr{L}_{A_k} f$$

pour $f \in \bigcap_p W_2^p$. Alors $\mathscr{Q}$ vérifie:

$$\int \mathscr{Q} fh \, d\mu = -\tfrac{1}{2} \sum_k \int \mathscr{L}_{A_k} h \mathscr{L}_{A_k} f \, d\mu. \tag{1.2}$$

En particulier, $\mathscr{Q}$ est auto-adjoint par rapport à μ.

1.3. *Énoncé des résultats*

On construira des processus associés aux opérateurs $L+\mathscr{Q}$ et $\mathscr{L}$ dans un certain sens.

1.3.1. THÉORÈME. *Supposons que les champs de vecteurs A_k vérifient l'hypothèse*:

(H.1) $\sum_k \|A_k\|_{W_3^p} < +\infty$ *pour tout* p, $(I+\sum_k A_k^i A_k^j)^{1/2} - I \in L^4(\mu)$.

Soit $k_0 \in L^2(\mu)$, *avec* $\int k_0\, d\mu = 1$ *et de telle sorte qu'il existe* $0<\alpha<\frac{1}{2}$ *tel que* $\int \|x\|_\alpha^2 k_0\, d\mu < +\infty$.

Alors il existe un espace de probabilité $(\tilde{\Omega}, \tilde{\mathscr{F}}, \tilde{P})$, *un processus* $x_\omega(\cdot) \in C(\mathbb{R}^+; X)$, $\omega \in \tilde{\Omega}$, *et une fonction* $\tilde{k}_t \in L^2(\mu)$ *de telle sorte que, si* $\tilde{\nu}$ *est la loi de* x_ω *dans l'espace* $C(\mathbb{R}^+, X)$, *on a*:

(i) $\tilde{\nu}(x: x(0) \in B) = \int_B k_0\, d\mu$

(ii) $\int f(x(t))\, d\tilde{\nu}(x) = \int f(x)\, \tilde{k}_t(x)\, d\mu(x)$ pour tout $t>0$, $f \in \mathscr{D}$, *avec* $\|\tilde{k}_t\|_{L^2} \leqslant \|k_0\|_{L^2}$ *et vérifiant*:

(iii) $\int_X f\tilde{k}_t\, d\mu = \int_X f k_0\, d\mu + \int_0^t \int_X (L+\mathscr{Q}) f \cdot \tilde{k}_s\, d\mu\, ds$, $\forall t>0$, $\forall f \in \mathscr{D}$ (*cf. le problème des martingales dans* [22]).

Remarque 1. D'après [9], les hypothèses faites entraînent $\sum_k \|\delta A_k\|_{W_2^p} < +\infty$.

Remarque 2. Etant donné que $L+\mathscr{Q}$ est auto-adjoint par rapport à μ, on peut définir la forme de Dirichlet associée $\mathscr{E}(u, v) = -\int_X (L+\mathscr{Q})\, u.\, v\, d\mu$. (Cf. [13] pour le développement de cette approche).

1.3.2. THÉORÈME. *Supposons les hypothèses du théorème* 1.3.1. *avec* $k_0 \in L^4(\mu)$. *Alors, pour tout* $\lambda>0$, *il existe un temps d'arrêt* τ^λ *vérifiant* $P(\tau^\lambda \geqslant \lambda) \geqslant 1 - c((1+\lambda)/\lambda^2)$ *où* c *est une constante,* $\tau^\lambda \leqslant \tau^{\lambda'}$ *si* $\lambda \leqslant \lambda'$, *il existe un processus non Markovien* $v_\omega^\lambda(t)$, $\omega \in \tilde{\Omega}$, *et une fonction* $\rho_t^\lambda(x)$ *de telle sorte que*:

(i) $\tilde{P}(v_\omega^\lambda(0) \in B) = \int_B k_0\, d\mu$,

(ii) $Ef(v_\omega^\lambda(t)) = \int f\rho_t^\lambda\, d\mu$ *pour tout* $t>0$, $f \in \mathscr{D}$, *avec* $\rho_t^\lambda \in L^2(\mu)$,

(iii) $E(f(v_\omega^\lambda(t))\, \mathbb{1}_{t<\tau^\lambda(\omega)}) = E((f(v_\omega^\lambda(0)) + \int_0^t \mathscr{L} f(v_\omega^\lambda(s))\, ds)\, \mathbb{1}_{t<\tau^\lambda(\omega)})$,
$\forall t>0$, $f \in \mathscr{D}$.

Sous des hypothèses plus restrictives sur les champs de vecteurs A_k on déduira aussi l'existence d'un processus associé à $\mathscr{L}$ et défini dans un intervalle de temps suffisamment petit.

1.3.3. THÉORÈME. *Supposons* (H.1) *et*

(H.2) $\exists \lambda_0>0$: $\int_X \exp \lambda_0 (\sum_k \|A_k\|^2)^2\, d\mu < +\infty$ $\int_X \exp \lambda_0 (\sum_k |\delta A_k|^2)^2\, d\mu < +\infty$.

Soit $k_0 \in L^4(\mu)$, *avec* $\int k_0 \, d\mu = 1$ *et de telle sorte qu'il existe* $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ *tel que* $\int \|x\|_\alpha^2 k_0 \, d\mu < +\infty$.

Alors il existe T_0, *il existe un processus* $u_\omega(\cdot) \in C([0, T_0]; X)$, $\omega \in \tilde{\Omega}$, *et une fonction* $k_t \in L^2(\mu)$ *de telle sorte que, si* ν *est la loi de ce processus sur* $C([0; T_0]; X)$, *on a*:

(i) $\nu(x: x(0) \in B) = \int_B k_0 d\mu$,

(ii) $\int f(x(t)) \, d\nu(x) = \int f(x) \, k_t(x) \, d\mu(x)$ *pour* $t < T_0$, $f \in \mathcal{D}$, *avec* $\|k_t\|_{L^2} \leqslant \text{const.}$ *si* $t < T_0$, *et*

(iii) $\int_X f k_t \, d\mu = \int_X f k_0 \, d\mu + \int_0^t \int_X \mathcal{L} f \cdot k_s \, d\mu \, ds$, $\forall t < T_0$, $f \in \mathcal{D}$.

Si (H.2) est vérifiée pour tout λ_0, on aura $T_0 = +\infty$.

2. Démonstration du théorème 1.3.1

2.1. *Approximations en dimension finie*

Soit L_n l'opérateur d'O.U. sur $\mathbb{R}^n$ et $A_k^{(n)}$ les champs de vecteurs sur V_n définis par $A_k^{(n)}(x) = P_{V_n}(E^{V_n} A_k(x))$, où E^{V_n} note l'espérance conditionnelle par rapport à V_n et P_{V_n} la projection orthogonale de H sur V_n. On définit aussi $k_0^n = E^{V_n} k_0$ et on a $\|k_0^n\|_{L^2} \leqslant \|k_0\|_{L^2}$.

On notera par $u_\omega^{(n)}(t)$ le processus associé à l'opérateur $\mathcal{L}_n = L_n + \frac{1}{2} \sum_k \mathcal{L}^2_{A_k^{(n)}}$ c'est-à-dire la solution de l'équation différentielle stochastique:

$$du_\omega^{(n)}(t) = \sigma^n(u_\omega^n(t)) \, db_\omega^{(n)}(t) - u_\omega^{(n)}(t) \, dt + \frac{1}{2} \sum_k c_k^n(u_\omega^{(n)}(t)) \, dt \qquad (2.1)$$

où $b_\omega^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^n e_i b_\omega^i(t)$, $\omega \in W$, $\sigma^n(x)$ est la matrice dans $\mathbb{R}^n$ racine carrée de $I + (\sum_k (A_k^{(n)})^i (A_k^{(n)})^j)$, $(c_k^n)^i = (A_k^{(n)} | \nabla (A_k^{(n)})^i)$ et $k_0^n \mu_n$ la loi de $u_\omega^{(n)}(0)$ (μ_n est la mesure gaussienne standard sur $\mathbb{R}^n$).

On remarque que, d'après l'hypothèse (H.1) sur les champs de vecteurs et les théorèmes d'immersion de Sobolev en dimension finie, les coefficients de l'équation (2.1) sont de classe C^1; en particulier, l'équation différentielle stochastique considérée possède des solutions définies localement.

On écrit $\mathcal{P}_n = \frac{1}{2} \sum_k \mathcal{L}^2_{A_k^{(n)}}$. On a, alors,

$$\int \mathcal{P}_n f \cdot h \, d\mu_n = \frac{1}{2} \sum_k \int \delta A_k^{(n)}(\mathcal{L}_{A_k^{(n)}} f) \, h \, d\mu_n - \frac{1}{2} \sum_k \int \mathcal{L}_{A_k^{(n)}} h \mathcal{L}_{A_k^{(n)}} f \, d\mu_n.$$

On considère l'opérateur de second ordre $\mathcal{Q}_n$ défini par $\mathcal{Q}_n f = \frac{1}{2} \sum_k (A_k^{(n)} | \nabla (A_k^{(n)} | \nabla f)) - \frac{1}{2} \sum_k \delta A_k^{(n)}(A_k^{(n)} | \nabla f)$ et qui vérifie l'égalité $\int \mathcal{Q}_n f \cdot h \, d\mu_n = -\frac{1}{2} \sum_k \int \mathcal{L}_{A_k^{(n)}} h \mathcal{L}_{A_k^{(n)}} f \, d\mu_n$. L'opérateur $L_n + \mathcal{Q}_n$ est autoadjoint par rapport à μ_n.

Soit $x_\omega^{(n)}(t)$, $\omega \in W$, le processus associé à $L_n + \mathcal{Q}_n$ et de loi initiale $k_0^n \mu_n$, dont on connait l'existence locale.

2.2. *Existence et estimations des lois des processus d'approximation*

Soit $\tilde{P}_t^n(dx)$ la loi du processus $x_\omega^{(n)}(t)$. On a l'estimation "à priori" suivante:

2.2.1. LEMME. *Supposons que* $x_\omega^{(n)}(t)$ *est défini pour tout* $t>0$ *et que* $\tilde{P}_t^n(dx) = \tilde{k}_t^n(x)\, d\mu_n(x)$. *Alors on a*:

$$\|\tilde{k}_t^n\|_{L^2(\mu_n)} \leqslant \|k_0\|_{L^2(\mu)} \qquad \textit{pour tout } t \geqslant 0.$$

Preuve. On sait que $\tilde{k}_t^n$ vérifie l'équation:

$$\frac{\partial}{\partial t}\tilde{k}_t^n = (L_n + \mathcal{Q}_n)^* \tilde{k}_t^n = (L_n + \mathcal{Q}_n)\tilde{k}_t^n$$

d'où,

$$\frac{d}{dt}\|\tilde{k}_t^n\|_{L^2}^2 = 2\int \tilde{k}_t^n L_n \tilde{k}_t^n \, d\mu_n + 2\int \tilde{k}_t^n \mathcal{Q}_n \tilde{k}_t^n \, d\mu_n$$

$$= -\int \|\nabla \tilde{k}_t^n\|^2 \, d\mu_n - \sum_k \int (\mathcal{L}_{A_k^{(n)}} \tilde{k}_t^n)^2 \, d\mu_n \leqslant 0,$$

d'où le résultat. ∎

Afin d'utiliser l'estimation obtenue dans le lemme antérieur il nous faut donc montrer la non explosion du processes $x_\omega^{(n)}(t)$, ainsi que l'existence de densité de sa loi. On remarque que, dans le cas où l'on part de la mesure de Wiener ($k_0 = 1$), du fait que $L_n + \mathcal{Q}_n$ est auto-adjoint on déduit immédiatement que $k_t = 1$ pour tout t.

On s'intéresse donc aux équations sur $\mathbb{R}^n$ suivantes:

$$dx_\omega^{(n)}(t) = \sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))\, db_\omega^{(n)}(t) - x_\omega^{(n)}(t)\, dt + \sum_k c_k^n(x_\omega^{(n)}(t))\, dt$$

$$= -\tfrac{1}{2}\sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(t))\, dt \tag{2.2}$$

avec loi de $x_\omega^{(n)}(0) = k_0^n \mu_n$.

2.2.2. Soit ψ une fonction dans $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ telle que $\psi(x) = 1$ si $\|x\| \leqslant 1$, $\psi(x) = 0$ si $\|x\| \geqslant 2$ et soit $\psi_r(x) = \psi(x/r)$.

On considère l'opérateur $\mathcal{S}^{n,r} = L_n + \mathcal{Q}^{n,r}$, où par définition,

$$\mathcal{Q}^{n,r} f = \tfrac{1}{2}\sum_k (A_k^{(n)}\psi_r | \nabla((A_k^{(n)}\psi_r)|\nabla f)) - \tfrac{1}{2}\sum_k \delta(A_k^{(n)}\psi_r)(A_k^{(n)}\psi_r | \nabla f)$$

et les équations différentielles stochastiques associées, à savoir,

$$dx_\omega^{(n,r)}(t) = \sigma^{n,r}(x_\omega^{(n,r)}(t))\, db_\omega^{(n)}(t) - x_\omega^{(n,r)}(t)\, dt + \sum_k c_k^{n,r}(x_\omega^{(n,r)}(t))\, dt$$

$$- \tfrac{1}{2} \sum_k (\delta(A_k^{(n)}\psi_r) \cdot A_k^{(n)}\psi_r)(x_\omega^{(n,r)}(t))\, dt \tag{2.3}$$

où $\sigma^{n,r}$ est la matrice racine carrée de $(I + \sum_k (A_k^{(n)}\psi_r)^i (A_k^{(n)}\psi_r)^j)_{i,j=1}^n$ et $(c_k^{n,r})^i = (A_k^{(n)}\psi_r | \nabla(A_k^{(n)}\psi_r)^i)$.

Soit $k_0^n \mu_n$ la loi initiale du processus.

D'après les propriétes des coefficients de l'opérateur $\mathscr{L}^{n,r}$, on a l'existence de solution pour les équations (2.3), ainsi que (cf. [22]) l'existence de densité pour les probabilités de transition associées, c'est-à-dire qu'il existe $\tilde{k}_t^{n,r}$ défini pour tout $t > 0$, tel que:

$$\frac{\partial \tilde{k}_t^{n,r}}{\partial t} = (\mathscr{L}^{n,r})^* \tilde{k}_t^{n,r} = \mathscr{L}^{n,r} \tilde{k}_t^{n,r},$$

$$\tilde{k}_0^{n,r} = k_0^n.$$

2.2.3. On montre dans ce paragraphe l'existence des densités $\tilde{k}_t^n$ définies pour $t > 0$. On a:

$$\frac{d}{dt} \|\tilde{k}_t^{n,r}\|_{L^2(\mu_n)}^2 = 2 \int \tilde{k}_t^{n,r} L_n \tilde{k}_t^{n,r}\, d\mu_n + 2 \int \tilde{k}_t^{n,r} \mathscr{Q}^{n,r} \tilde{k}_t^{n,r}\, d\mu_n \leqslant 0,$$

d'où $\|\tilde{k}_t^{n,r}\|_{L^2(\mu_n)} \leqslant \|k_0\|_{L^2}$ pour tout t. Par conséquent on peut extraire une sous-suite $\tilde{k}_t^{n,r_j}$ qui converge faiblement dans $L^2(\mu_n)$ pour tout $t > 0$. La fonction limite est bien la densité (par rapport à μ_n) de la loi du processus $x_\omega^{(n)}(t)$, c'est-à-dire, $\tilde{k}_t^n$, car les processus convergent en probabilité vers $x_\omega^{(n)}(t)$ (cf. [22]).

2.2.4. Il nous reste à montrer que $x_\omega^{(n)}(t)$ est non explosif. D'après la formule d'Itô, on a:

$$\|x_\omega^{(n,r)}(t)\|^2$$

$$= \|x_\omega^{(n,r)}(0)\|^2 + 2 \int_0^t \Bigg(\sum_{i,j=1}^n \delta_{ij} + \sum_k (A_k^{(n)})^i (A_k^{(n)})^j \psi_r^2(x_\omega^{(n,r)}(s)) \times x_\omega^{(n,r)^i}(s)\, x_\omega^{(n,r)^j}(s) \Bigg)^{1/2}$$

$$\times db_\omega^{(n)}(s) + 2tn + 2 \int_0^t \sum_{i=1}^n \sum_k ((A_n^{(n)})^i \psi_r)^2 (x_\omega^{(n,r)}(s))\, ds$$

$$+2\sum_{i=1}^{n}\int_0^t\Bigg[-x_\omega^{(n,r)i}(s)+\sum_k (c_k^{n,r})^i\,(x_\omega^{(n,r)}(s))-\frac{1}{2}\sum_k \delta(A_k^{(n)}\psi_r)$$

$$\times (A_k^{(n)})^i\,\psi_r(x_\omega^{(n,r)}(s))\Bigg]\,x_\omega^{(n,r)i}(s)\,ds;$$

par conséquent,

$$E(\sup_{0\leqslant t\leqslant T}\|x_\omega^{(n,r)}(t)\|^2)$$

$$\leqslant c\Bigg\{E\,\|x_\omega^{(n,r)}(0)\|^2+\Bigg(E\int_0^T\Bigg\|\sum_{i,j=1}^{n}\delta_{ij}$$

$$+\sum_k (A_k^{(n)})^i\,(A_k^{(n)})^j\,\psi_r^2(x_\omega^{(n,r)}(s))\,x_\omega^{(n,r)i}(s)$$

$$\times x_\omega^{(n,r)j}(s)\Bigg\|\,ds\Bigg)^{1/2}+Tn+E\int_0^T\Bigg\|\sum_{i=1}^{n}\sum_k((A_k^{(n)})^i\,\psi_r)^2\,(x_\omega^{(n,r)}(s))\Bigg\|\,ds$$

$$+E\int_0^T\Bigg[\|x_\omega^{(n,r)}(s)\|^2+\Bigg(\sum_{i=1}^{n}\Bigg\|\sum_k (c_k^{n,r})^i\,(x_\omega^{(n,r)}(s))\Bigg\|^2\Bigg)^{1/2}\|x_\omega^{(n,r)}(s)\|$$

$$+\Bigg(\sum_{i=1}^{n}\Bigg\|\sum_k \delta(A_k^{(n)}\psi_r)(A_k^{(n)})^i\,\psi_r(x_\omega^{(n,r)}(s))\Bigg\|^2\Bigg)^{1/2}\|x_\omega^{(n,r)}(s)\|\Bigg]\,ds\Bigg\}.$$

Etant donné que la loi de $x_\omega^{(n,r)}(t)$ est égale à $\tilde{k}_t^{n,r}\mu_n$, que les normes $\|\tilde{k}_t^{n,r}\|_{L^2(\mu_n)}$ sont uniformément bornées (en n, r et t), et d'après les hypothèses sur les champs de vecteurs, il est facile à voir maintenant que:

$$E(\sup_{0\leqslant t\leqslant T}\|x_\omega^{(n,r)}(t)\|^2)\leqslant c_1(n)+c_2(n)\,T.$$

Soit τ_ω le temps d'explosion de $x_\omega^{(n)}(t)$, c'est-à-dire, vérifiant $\lim_{t\to\tau_\omega}\|x_\omega^{(n)}(t)\|=+\infty$ et supposons que sur un ensemble Ω tel que $P(\Omega)>0$, on ait $\tau_\omega\leqslant T$, $\forall\omega\in\Omega$; soit aussi $\tau^r(\omega)$ le premier temps où $\|x_\omega^{(n)}(\tau^r(\omega))\|=r$, $\omega\in\Omega$. Alors on a:

$$r^2P(\Omega)\leqslant\int_\Omega\|x_\omega^{(n)}(\tau^r(\omega))\|^2\,dP=\int_\Omega\|x_\omega^{(n,r)}(\tau^r(\omega))\|^2\,dP$$

$$\leqslant E\sup_{t\in[0,\,T]}\|x_\omega^{(n,r)}(t)\|^2\leqslant c_1(n)+c_2(n)\cdot T,$$

d'où contradiction. T étant une constante arbitraire on conclue que, $\omega-$p.s., $x_\omega^{(n)}(t)$ n'explose pas.

2.3. *Existence du processus en dimension infinie*

On démontre tout d'abord le résultat suivant:

2.3.1. LEMME. *$E(\sup_{t\in[0,T]}\|x_\omega^{(n)}(t)\|_\alpha^2)\leqslant c(T)$, où $c(T)$ est une constante indépendante de n.*

Preuve. On a, d'après la définition de $x_\omega^{(n)}(t)$,

$$\begin{aligned}
&E\Big(\sup_{t\in[0,T]}\|x_\omega^{(n)}(t)\|_\alpha^2\Big)\\
&\quad\leqslant c_1(T)\Big[E\,\|x_\omega^{(n)}(0)\|_\alpha^2+E\sup_{t\in[0,T]}\Big\|\int_0^t\sigma^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\,db_\omega^{(n)}(\xi)\Big\|_H^2\\
&\qquad+E\int_0^T\|x_\omega^{(n)}(\xi)\|_\alpha^2\,d\xi+E\int_0^T\Big\|\sum_k c_k^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\Big\|_H^2\,d\xi\\
&\qquad+E\int_0^T\Big\|\sum_k\delta A_k^{(n)}A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(\xi))\Big\|_H^2\,d\xi\Big].
\end{aligned}$$

D'après les hypothèses sur k_0,

$$E\,\|x_\omega^{(n)}(0)\|_\alpha^2=\int\|x\|_\alpha^2\,k_0^n\,d\mu_n\leqslant\int\|x\|_\alpha^2\,k_0\,d\mu<+\infty.$$

Notons par:

$$\mathrm{I}=E\sup_{t\in[0,T]}\Big\|\int_0^t\sigma^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\,db_\omega^{(n)}(\xi)\Big\|_H^2,$$

$$\mathrm{II}=E\int_0^T\|x_\omega^{(n)}(\xi)\|_\alpha^2\,d\xi,$$

$$\mathrm{III}=E\int_0^T\Big\|\sum_k c_k^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\Big\|_H^2\,d\xi,$$

et

$$\mathrm{IV}=E\int_0^T\Big\|\sum_k\delta A_k^{(n)}A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(\xi))\Big\|_H^2\,d\xi.$$

Et ce qui concerne I, on a:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I}&\leqslant E\sup_{t\in[0,T]}\Big[\|b_\omega^{(n)}(t)\|^2+\Big\|\int_0^t(\sigma^n-I)(x_\omega^{(n)}(\xi))\,db_\omega^{(n)}(\xi)\Big\|^2\Big]\\
&\leqslant 4\Big[\gamma T+\int_0^T\|(\sigma-I)(x_\omega^{(n)}(\xi))\|_{\mathrm{H.S.}}^2\,d\xi\Big]\\
&=4\Big[\gamma T+\int_0^T\int_{\mathbb{R}^n}\|(\sigma^n-I)(x)\|^2\,\tilde{k}_\xi^n\,d\mu_n(x)\,d\xi\Big]\\
&\leqslant 4\Big[\gamma T+\Big(\int_{\mathbb{R}^n}\|(\sigma^n-I)(x)\|^4\,d\mu_n(x)\Big)^{1/2}\int_0^T\|k_\zeta^n\|_{L^2(\mu_n)}\,d\xi\Big].
\end{aligned}$$

Comme les normes $L^2(\mu_n)$ des densités $\tilde{k}_t^n$ sont uniformément bornées (en n et t), on a la majoration uniforme des intégrales I si on remarque que, d'après les hypothèses sur les champs de vecteurs,

$$\int_{\mathbb{R}^n} \|(\sigma^n - I)(x)\|^4 \, d\mu_n(x) \leqslant C \left\| \left(I + \sum_k A_k^i A_k^j \right)^{1/2} - I \right\|_{L^4(\mu)}$$

D'autre part, les termes III et IV sont majorés respectivement par:

$$\int_0^T \|\tilde{k}_\xi^n\|_{L^2(\mu_n)} \, d\xi, \left(\int_{\mathbb{R}^n} \left\| \sum_k c_k^n \right\|_H^4 d\mu_n \right)^{1/2}$$

et

$$\int_0^T \|k_\xi^n\|_{L^2(\mu_n)} \, d\xi \left(\int_{\mathbb{R}^n} \left\| \sum_k \delta A_k^{(n)} \cdot A_k^{(n)} \right\|^4 d\mu. \right.$$

Or, on a:

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^n} \left\| \sum_k c_k^n \right\|_H^4 d\mu_n &\leqslant \int_{\mathbb{R}^n} \left(\sum_k \left(\sum_i |(A_k^{(n)}| \, \nabla (A_k^{(n)})^i)|^2 \right)^{1/2} \right)^4 d\mu_n \\ &\leqslant \int_{\mathbb{R}^n} \left(\sum_k \|A_k^{(n)}\| \, \|\nabla A_k^{(n)}\| \right)^4 d\mu_n \\ &\leqslant \left(\sum_k \|A_k\|_{L^8}^2 \right)^2 \left(\sum_k \|\nabla A_k\|_{L^8}^2 \right)^2 < +\infty \end{aligned}$$

et comme $\delta A_k^{(n)} = E^{V_n}(\delta A_k)$,

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^n} \left\| \sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)} \right\|_H^4 d\mu_n &= \int \left\| \sum_k E^{V_n}(\delta A_k A_k^{(n)}) \right\|^4 d\mu \\ &\leqslant \int \left\| \sum_k \delta A_k A_k^{(n)} \right\|^4 d\mu \\ &\leqslant \left(\sum_k \|\delta A_k\|_{L^8}^2 \right)^2 \left(\sum_k \|A_k\|_{L^8}^2 \right)^2 < +\infty. \end{aligned}$$

Pour terminer la démonstration du lemme il nous reste la majoration de II. On a:

$$E\|x_\omega^{(n)}(t)\|_\alpha^2 \leqslant c(t)\Bigg[E\|x_\omega^{(n)}(0)\|_\alpha^2 + \int_0^t E\|\sigma^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\|_{\text{H.S.}}^2\, d\xi$$
$$+ \int_0^t E\left\|\sum_k c_k^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\right\|_H^2 d\xi + \int_0^t E\left\|\sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(\xi))\right\|_H^2 d\xi$$
$$+ E\int_0^t \|x_\omega^{(n)}(\xi)\|_\alpha^2\, d\xi\Bigg].$$

D'après les estimations déjà faites, on a alors:

$$E\|x_\omega^{(n)}(t)\|_\alpha^2 \leqslant c_1(t) + \int_0^t E\|x_\omega^{(n)}(\xi)\|_\alpha^2\, d\xi \quad \text{d'où } E\|x_\omega^{(n)}(t)\|_\alpha^2 \leqslant e^t c_1(t) \leqslant c(T)\, e^T$$

si $t \leqslant T$, et, finalement, la majoration de II. ∎

On va considérer l'espace $Y_T = C([0; T] \times [0; 1]; \mathbb{R})$, $0 < T \leqslant +\infty$, muni de la topologie de la norme uniforme. Y_T peut être identifié topologiquement à l'espace $C([0; T]; C([0; 1]; \mathbb{R}))$. On notera par $\mathcal{M}_T = \mathcal{M}(Y_T)$ l'ensemble des mesures de probabilité sur Y_T, considéré comme sous-ensemble du dual de $C_b(Y_T)$ et muni de la topologie faible correspondante.

Sur l'espace $\mathcal{M}_T$ on a le critère de compacité suivant (cf. [22]): si

(a) $$\lim_{R \to +\infty} \sup_n \nu_n(|y(0, 0)| \geqslant R) = 0,$$

(b) $$\lim_{\delta \to 0} \sup_n \nu_n\Big(\sup_{\substack{0 \leqslant t \leqslant t' \leqslant T_0 \\ 0 \leqslant \tau \leqslant \tau' \leqslant \tau_0 \\ |t'-t| + |\tau' - \tau| \leqslant \delta}} |y(t, \tau) - y(t', \tau')| \geqslant \rho\Big) = 0, \qquad \forall \rho > 0,\ \forall T_0 \leqslant T,$$

$\tau_0 \leqslant 1$, alors l'ensemble $\{\nu_n\} \subset \mathcal{M}_T$ est précompact.

Soit $\tilde{\nu}_n$ la loi de $x_\omega^{(n)}(t)$ sur l'espace $C(\mathbb{R}^+ \times [0; 1]; \mathbb{R})$, donné par $\tilde{\nu}_n(B) = P_{k_0^n \mu_n}(x_\omega^{(n)}(\cdot)(\cdot) \in B)$. En particulier, on a pour $Z \subset C([0; 1]; \mathbb{R})$

$$\tilde{\nu}_n(y\colon y(t) \in Z) = P_{k_0^n \mu_n}(x_\omega^{(n)}(t) \in Z)$$
$$= P_{k_0^n \mu_n}(x_\omega^{(n)}(t) \in Z \cap V_n) = \int_{Z \cap V_n} \tilde{k}_t^n\, d\mu_n.$$

On va appliquer le critère de compacité aux mesures $\{\tilde{\nu}_n\}$. En ce qui concerne la condition a), elle découle du fait qu'on a, pour tout R, $\tilde{\nu}_n(y\colon |y(0, 0)| \geqslant R) = P_{k_0^n \mu_n}(|x_\omega^{(n)}(0)(0)| \geqslant R) = 0$ car le processus $x_\omega^{(n)}$ est à valeurs dans $V_n \subset X$.

Etudions b), on a:

$$\tilde{v}_n(\sup|y(t,\tau)-y(t',\tau')|\geqslant\rho)$$

$$\leqslant\frac{1}{\rho^2}E^{\tilde{v}_n}(\sup|y(t,\tau)-y(t',\tau')|^2)$$

$$=\frac{1}{\rho^2}E(\sup|x_\omega^{(n)}(t)(\tau)-x_\omega^{(n)}(t')(\tau')|^2)$$

$$\leqslant\frac{2}{\rho^2}E(\sup|x_\omega^{(n)}(t)(\tau)-x_\omega^{(n)}(t')(\tau)|^2$$

$$+\sup|x_\omega^{(n)}(t')(\tau)-x_\omega^{(n)}(t')(\tau')|^2)$$

$$\leqslant\frac{2}{\rho^2}\Bigg[E(\sup\|x_\omega^{(n)}(t)-x_\omega^{(n)}(t')\|_X^2)$$

$$+E(\sup|x_\omega^{(n)}(t')(\tau)-x_\omega^{(n)}(t')(\tau')|^2)=\frac{2}{\rho^2}(I+II)\Bigg],$$

$$I\leqslant c\Bigg[E\left(\sup\left\|\int_{t'}^{t}\sigma^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\,db_\omega^{(n)}(\xi)\right\|_H^2\right)$$

$$+\delta^{1/2}E\left(\int_0^{T_0}\|x_\omega^{(n)}(\xi)\|_X^4\,d\xi\right)^{1/2}$$

$$+\delta^{1/2}E\left(\int_0^{T_0}\left\|\sum_k c_k^n(x_\omega^{(n)}(\xi))\right\|_H^4 d\xi\right)^{1/2}$$

$$+\delta^{1/2}E\left(\int_0^{T_0}\left\|\sum_k\delta A_k^{(n)}A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(\xi))\right\|_H^4 d\xi\right)^{1/2}\Bigg]$$

$$\leqslant c\delta^{1/2}\left(\gamma+\int_0^{T_0}\int_{\mathbb{R}^n}\Bigg[\|(\sigma^n-I)(x)\|_{\text{H.S.}}^2+\|x\|_X^4\right.$$

$$\left.+\left\|\sum_k c_k^n(x)\right\|_H^4+\left\|\sum_k\delta A_k^{(n)}A_k^{(n)}(x)\right\|_H^4\Bigg]\tilde{k}_\xi^n(x)\,d\mu_n(x)\,d\xi\right)$$

(cf. les estimations dans la preuve du lemme 2.3.1). En utilisant les majorations uniformes des normes L^2 de $\tilde{k}_\xi^n$, ainsi que celles des normes $\|(\sigma^n-I)\|_{L^4}$, $\|\sum_k c_k^n\|_{L^8}$ et $\|\sum_k\delta A_k^{(n)}A_k^{(n)}\|_{L^8}$, on obtient $I\leqslant c'(T_0)\cdot\delta^{1/2}$. D'autre part on a:

$$\text{II}\leqslant|\tau-\tau'|^{2\alpha}E(\sup\|x_\omega^{(n)}(t')\|_X^2)\leqslant\delta^{2\alpha}c(T_0)\qquad\text{d'après le lemme 2.3.1.}$$

Ceci étant, on a montré que

$$\tilde{v}_n(\sup|y(t,\tau)-y(t',\tau')|\geqslant\rho)\leqslant\frac{2}{\rho^2}(c'(T_0)\,\delta^{1/2}+c(T_0)\,\delta^{2\alpha}),$$

d'où la condition (b) et, par conséquent, la précompacité de l'ensemble des mesures $\{\tilde{\nu}_n\}$. En particulier, il existe une sous-suite $\tilde{\nu}_{n_l}$ qui converge vers une mesure $\tilde{\nu}$ dans l'espace $\mathcal{M}_\infty$. D'après un théorème de Skorohod (cf. [6, p. 9]), il existe un espace de probabilités $(\tilde{\Omega}, \tilde{\mathcal{F}}, \tilde{P})$ et un processus $x_\omega(\cdot) \in C(\mathbb{R}^+; C([0;1]; \mathbb{R}))$, $\omega \in \tilde{\Omega}$, ayant $\tilde{\nu}$ pour loi.

Finalement, on remarque que, comme, pour tout n, $P(x_\omega^{(n)}(\cdot) \in X) = 1$, le processus limite est aussi à valeurs sur l'espace de Wiener.

2.4. *Absolue continuité des probabilités de transition*

Du fait que les fonctions $\tilde{k}_t^n$ (considérées comme des fonctions sur X) possèdent des normes $L^2(\mu)$ uniformément bornées, on déduit que, pour chaque $t \in \mathbb{R}$, il existe une sous-suite $\tilde{k}_{n_{l_j}}$ qui converge faiblement dans $L^2(\mu)$ vers une fonction $\tilde{k}_t$ (et, en fait, la convergence est uniforme en t). On a:

$$\int f(x(t))\, d\tilde{\nu}_{n_{l_j}}(x) = \int f(x)\, \tilde{k}_t^{n_{l_j}}(x)\, d\mu(x)$$

pour toute fonction f continue bornée sur $\mathbb{R}^{n_{l_j}}$, en particulier pour $f \in \mathcal{D}$ (en supposant $n_{l_j} \geqslant d$). Si on passe à la limite, on obtient:

$$\int f(x(t))\, d\tilde{\nu}(x) = \int f(x)\, \tilde{k}_t(x)\, d\mu(x)$$

c'est-à-dire qu'on a (i) et (ii) du théorème 1.3.1. Il nous reste à montrer (iii). Chaque $\tilde{k}_t^n$ vérifie l'équation:

$$\frac{\partial \tilde{k}_t^n}{\partial t} = (L_n + \mathcal{Q}_n)\, \tilde{k}_t^n,$$

$$\tilde{k}_0^n = E^{V_n} k_0.$$

En particulier, pour $f \in \mathcal{D}$ (et en supposant $n \geqslant d$),

$$\int f \tilde{k}_t^n\, d\mu = \int f k_0\, d\mu + \int_0^t \int (L_n + \mathcal{Q}_n) f \cdot \tilde{k}_s^n\, d\mu\, ds.$$

Le premier membre tend vers $\int f \tilde{k}_t\, d\mu$ (en considérant une sous-suite mais on la note encore par $\tilde{k}_t^n$). Quant au deuxième on a:

$$\left| \int_0^t \int (L_n + \mathcal{Q}_n) f \cdot \tilde{k}_s^n\, d\mu\, ds - \int_0^t \int (L + \mathcal{Q}) f \cdot \tilde{k}_s\, d\mu\, ds \right|$$

$$\leqslant \left(\int_0^t \int (\tilde{k}_s^n)^2\, d\mu_n\, ds \right)^{1/2} \left(\int_0^t \int \| (L_n + \mathcal{Q}_n) f - (L + \mathcal{Q}) f \|^2\, d\mu\, ds \right)^{1/2}$$

$$+ \left| \int_0^t \int (L + \mathcal{Q}) f \cdot (\tilde{k}_s^n - k_s)\, d\mu\, ds \right| \underset{n}{\to} 0$$

car $f \in \mathscr{D}$, et d'après les estimations uniformes des normes de $\tilde{k}_t^n$. Par conséquent, on a (iii).

3. Démonstration du théorème 1.3.2

3.1. *Définition et convergence d'une suite de temps d'arrêt*

Notons $Z^n = \frac{1}{2}\sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}$ et considérons les temps d'arrêt suivants: $\tau_n^\lambda(\omega) = \inf\{t > 0: \|Z^n(x_\omega^{(n)}(t))\|^2 \geqslant \lambda^2\}$, où λ est une constante positive arbitraire; $\tilde{\tau}_n^\lambda = \inf_{k \geqslant n} \tau_k^\lambda$.

3.1.1. Lemme. *Il existe une constante c indépendante de n telle que pour tout $\eta > 0$ et pour tout $\delta > 0$, on a*:

$$P_{k_0^n \mu_n}\Big(\sup_{t \in [0,\delta]} \|Z^n(x_\omega^{(n)}(t))\|^2 \geqslant \eta\Big) \leqslant \frac{c}{\eta}(1+\delta).$$

Preuve. D'après la formule d'Ito appliquée au processus $x_\omega^{(n)}(t)$, on a:

$$\|Z^n(x_\omega^{(n)}(t))\|^2 = \|Z^n(x_\omega^{(n)}(0))\|^2 + \int_0^t \|\nabla \|Z^n\|^2\|_{(I_n+Q_n)}(x_\omega^{(n)}(s))\, db_\omega(s)$$

$$+ \int_0^t (L_n + Q_n)\|Z^n\|^2(x_\omega^{(n)}(s))\, ds,$$

$$\|\nabla f\|^2_{(L_n+Q_n)} = \sum_{i,j=1}^n \left(\delta_{ij} + \left(\sum_k (A_k^{(n)})^i (A_k^{(n)})^j\right)\right) \partial_i f \cdot \partial_j f, \qquad f \in A_{v_n}.$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned}
&P\Big(\sup_{t\in[0,\delta]} \|Z^n(x_\omega^{(n)}(t))\|^2 \geqslant \eta\Big) \\
&\quad\leqslant \frac{1}{\eta} E\Big(\sup_{t\in[0,\delta]} \|Z^n(x_\omega^{(n)}(t))\|\Big)^2 \\
&\quad\leqslant \frac{1}{\eta}\Bigg[E\|Z^n(x_\omega^{(n)}(0))\|^2 + \Bigg(E\sup_{t\in[0,\delta]}\Bigg|\int_0^t \|\nabla\|Z^n\|^2\|_{(L_n+Q_n)} \\
&\qquad\times (x_\omega^{(n)}(s))\, db_\omega(s)\Bigg|^2\Bigg)^{1/2} + E\int_0^\delta \|(L_n+Q_n)\|Z^n\|^2(x_\omega^{(n)}(s))\|\, ds\Bigg] \\
&\quad\leqslant \frac{1}{\eta}\Bigg[\int \|Z^n\|^2 k_0\, d\mu + \Bigg(2E\int_0^\delta \|\nabla\|Z^n\|^2\|^2_{(L_n+Q_n)}(x_\omega^{(n)}(s))\, ds\Bigg)^{1/2} \\
&\qquad + E\int_0^\delta \|(L_n+Q_n)\|Z^n\|^2(x_\omega^{(n)}(s))\|\, ds\Bigg]
\end{aligned}$$

$$\leqslant \frac{1}{\eta}\left[\int_X \|Z^n\|^2 k_0\, d\mu + \left(2\int_0^\delta \int \|\nabla \|Z^n\|^2\|^2(x)\tilde{k}_s^n(x)\, d\mu(x)\, ds\right)^{1/2}\right.$$

$$\left. + \int_0^\delta \int \|(L_n + Q_n)\|Z^n\|^2(x)\|\, \tilde{k}_s^n(x)\, d\mu_n(x)\, ds\right]$$

$$\leqslant \frac{C_1}{\eta}\left[\|Z^n\|_{L^4}^2 + \delta\left(\int \|\nabla \|Z^n\|^2\|^4_{(L_n+Q_n)}(x)\, d\mu_n(x)\right)^{1/4}\right.$$

$$\left. + \delta\|(L_n + Q_n)\|Z^n\|^2\|_{L^2}\right],$$

d'après les majorations des normes des densités $\tilde{k}_t^n$. On a:

$$\|\nabla \|Z^n\|^2\|^4_{(L_n+\mathcal{Q}_n)}$$

$$= \left(\sum_{i,j=1}^n \left(\delta_{ij} + \sum_k (A_k^{(n)})^i (A_k^{(n)})^j\right)\partial_i \|Z^n\|^2 \partial_j \|Z^n\|^2\right)^2, \text{ d'où}$$

$$\left(\int \|\nabla Z^n\|^2\|^4_{(L_n+\mathcal{Q}_n)}\, d\mu_n\right)^{1/2} \leqslant \|\nabla \|Z^n\|^2\|^2_{L^4}$$

$$+ \left[\int \sum_k \sum_{i,j} ((A_k^{(n)})^i (A_k^{(n)})^j)^2 \left(\sum_i (\partial_i \|Z^n\|^2)^2\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\leqslant \|\nabla \|Z^n\|^2\|^2_{L^4} + \|\nabla \|Z^n\|^2\|^2_{L^8}\left(\sum_k \|A_k\|^4_{L^8}\right)^{1/4}; \text{ d'autre part:}$$

$\|L_n \|Z^n\|^2\|_{L^2} \leqslant C\, \|\nabla^2 \|Z^n\|^2\|_{L^2}$ d'après les inégalités de Poincaré (cf. [8] et [17]), et

$$2\, \|\mathcal{Q}_n \|Z^n\|^2\|_{L^2} \leqslant \left\|\sum_k (A_k^{(n)}|\nabla(A_k^{(n)}|\nabla \|Z^n\|^2)) - \sum_k \delta A_k^{(n)}(A_k^{(n)}|\nabla \|Z^n\|^2)\right\|_{L^2}$$

$$\leqslant \left(\int \left(\sum_k \|A_k^{(n)}\|\, \|\nabla A_k^{(n)}\|\, \|\nabla \|Z^n\|^2\|\right)^2\right)^{1/2}$$

$$+ \left(\int \left(\sum_k \|A_k^{(n)}\|^2\, \|\nabla^2 \|Z^n\|^2\|^2\right)\right)^{1/2}$$

$$+ \left(\int \left(\sum_k |\delta A_k^{(n)}|\, \|A_k^{(n)}\|\, \|\nabla \|Z^n\|^2\|\right)^2\right)^{1/2}$$

$$\leqslant \|\nabla \|Z^n\|^2\|^2_{L^4}\left(\sum_k \|A_k\|^2_{L^8}\right)\left(\sum_k \|\nabla A_k\|^2_{L^8}\right)$$

$$+ \|\nabla^2 \|Z^n\|^2\|_{L^4} \sum_k \|A_k\|^2_{L^8}$$

$$+ \|\nabla \|Z^n\|^2\|^2_{L^4}\left(\sum_k \|A_k\|^2_{L^8}\right)\left(\sum_k |\delta A_k|^2_{L^8}\right).$$

Pour terminer la démonstration du lemme, il nous faut donc majorer uniformément $\|Z^n\|_{L^4}$, $\|\nabla \|Z^n\|^2\|_{L^4}$ et $\|\nabla^2 \|Z^n\|^2\|_{L^4}$, ce qui se fait facilement en utilisant l'hypothèse (H.1), l'expression de Z^n et les inégalités:

$$\|\nabla \|f\|^2\| \leqslant 2 \|f\| \, \|\nabla f\|, \|\nabla^2 \|f\|^2\| \leqslant c(\|\nabla f\| + \|f\| \, \|\nabla^2 f\|). \quad \blacksquare$$

On considère les processus $y^n_\omega(\cdot) = \|Z^n(x^{(n)}_\omega(\cdot))\|^2 \in C(\mathbb{R}^+; \mathbb{R})$. En utilisant le critère de compacité dans 2.3, on peut montrer que les lois de y^n_ω, $\tilde{\sigma}^n$, forment un ensemble précompact dans l'espace $\mathcal{M}(C(\mathbb{R}^+; \mathbb{R}))$. En effet, on a:

$$\tilde{\sigma}_n(y: |y(0)| \geqslant R) \leqslant \frac{1}{R} E \|Z^n(x^{(n)}_\omega(0))\|^2$$

$$\leqslant \frac{1}{R} \int_X \|Z^n\|^2 k_0 \, d\mu \leqslant \frac{C}{R},$$

et:

$$\tilde{\sigma}_n\Big(\sup_{\substack{0 \leqslant t \leqslant t' \leqslant T \\ |t'-t| \leqslant \delta}} |y(t) - y(t')| \geqslant \rho\Big)$$

$$\leqslant \frac{1}{\rho^2} E(\sup | \, \|Z^n(x^{(n)}_\omega(t))\|^2 - \|Z^n(x^{(n)}_\omega(t'))\|^2|^2) \leqslant \frac{\delta}{\rho^2}$$

(cf. la preuve de 3.1.1).

Alors il existe une sous-suite de $\tilde{\sigma}_n$ qui converge vers une mesure $\tilde{\sigma}$ dans l'espace $\mathcal{M}(C(\mathbb{R}^+; \mathbb{R}))$. D'après le théorème de Skorohod, il existe un processus y_ω sur l'espace de probabilité $(\tilde{\Omega}, \tilde{\mathcal{F}}, \tilde{P})$ ayant $\tilde{\sigma}$ pour loi. En plus on peut réaliser les processus y^n_ω sur cet espace et on a la convergence presque sûre de y^n_ω vers y_ω.

La suite $\tilde{\tau}^\lambda_n$ converge car c'est une suite croissante. Notons par τ^λ la limite. On a:

$$P(\tau^\lambda \geqslant \lambda) \geqslant P(\exists n_0(\omega): n \geqslant n_0 \sup_{t \in [0, \lambda]} \|Z^n(x^{(n)}_\omega(t))\|^2 \leqslant \lambda^2)$$

$$\geqslant P\Big(\sup_{t \in [0, \lambda]} y_\omega(t) < \lambda^2\Big) \geqslant 1 - c\left(\frac{1+\lambda}{\lambda^2}\right).$$

Finalement, et d'après la construction des temps d'arrêt $\tilde{\tau}^\lambda_n$, il est facile à voir que, pour tout n, $\tilde{\tau}_n \leqslant \tilde{\tau}^{\lambda'}_n$ si $\lambda \leqslant \lambda'$, d'où aussi $\tau^\lambda < \tau^{\lambda'}$.

3.2. *Existence des probabilités de transition en dimension infinie*

Considérons le processus $x_\omega^{n,\lambda}(t) = x_\omega^{(n)}(t \wedge \tau_n^\lambda)$ et la martingale

$$G_\omega^n(t) = \exp\left[\int_0^t (\sigma^n)^{-1}(x_\omega^{n,\lambda}(s))\, Z^n(x_\omega^{n,\lambda}(s))\, db_\omega^{(n)}(s)\right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\int_0^t \|(\sigma^n)^{-1}(x_\omega^{n,\lambda}(s))\, Z^n(x_\omega^{n,\lambda}(s))\|^2\, d\right.$$

où σ^n est la matrice de diffusion associée au processus $x_\omega^{(n)}(t)$. Si on écrit $dx_\omega^{(n)}(t) = \sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))\, db_\omega^{(n)}(t) + \tilde{c}^n(x_\omega^{(n)}(t))\, dt$ (cf. (2.2)), d'après Girsanov il existe un brownien $\tilde{b}_\omega^n(t)$ par rapport à la mesure $G^n \cdot P$ de telle sorte que

$$dx_\omega^{(n)}(t) = \sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))\, d\tilde{b}_\omega^n(t) + [\tilde{c}^n(x_\omega^{(n)}(t)) + \sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))(\sigma^n)^{-1}$$
$$\times (x_\omega^{n,\lambda}(t))\, Z^n(x_\omega^{n,\lambda}(t))]\, dt.$$

En appliquant la formule d'Itô pour $f \in \mathcal{A}_{v_n}$, on a:

$$df(x_\omega^{(n)}(t)) = \sum_{i,j} \partial_i f(x_\omega^{(n)}(t))[\sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))]^{i,j}\, d\tilde{b}_\omega^n(t)$$
$$+ \left(\sum_{l,i,j} \partial_{ij}^2 f(x_\omega^{(n)}(t))[\sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))]^{i,l}\,[\sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))]^{j,l}\right.$$
$$+ \sum_i \partial_i f(x_\omega^{(n)}(t))([\tilde{c}^n(x_\omega^{(n)}(t))]^i$$
$$\left. + [\sigma^n(x_\omega^{(n)}(t))(\sigma^n)^{-1}(x_\omega^{n,\lambda}(t))\, Z^n(x_\omega^{n,\lambda}(t))]^i)\right). \tag{3.1}$$

Ceci étant, p.s. pour $t < \tau_n^\lambda(\omega)$, $x_\omega^{(n)}(t)$ est associé à $(L_n + \mathscr{P}_n)$ (par rapport à $G^n \cdot P$).

Si on définit le processus $v_\omega^n(t)$ par:

$$Ef(v_\omega^n(t)) = E(f(x_\omega^{(n)}(t)) \cdot G_\omega^n(t))$$

on a:

$$E(f(v_\omega^n(t))\, \mathbb{1}_{t < \tilde{\tau}_n^\lambda}) = E\left(\left(f(v_\omega^n(0)) + \int_0^t (L_n + \mathscr{P}_n) f(v_\omega^n(s))\, ds\right) \mathbb{1}_{t < \tilde{\tau}_n^\lambda}\right) \tag{3.2}$$

pour $f \in \mathcal{A}_{v_n}$. D'autre part,

$$Ef(v_\omega^n(t)) = \int f \rho_t^n\, d\mu_n,$$

où

$$\rho_t^n(x) = \tilde{k}_t^n(x)\, E^{x_\omega^{(n)}(t)=x}(G_\omega^n(t)).$$

Les fonctions ρ_t^n sont uniformément bornées dans $L^2(\mu)$ car on a

$$\|E^{x_\omega^{(n)}(t)=x}(G_\omega^n(t))\|_{L^4} \leqslant \int (G_\omega^n(t))^4\, dP(\omega) \leqslant e^{ct\lambda^2}$$

d'après la définition des temps d'arrêt τ_n^λ (cf. aussi 4.1). Alors on peut extraire, pour chaque $t>0$, une sous-suite $\rho_t^{n_l}$ qui converge faiblement dans $L^2(\mu)$ vers une fonction ρ_t^λ (en effet, on peut choisir la sous-suite indépendamment de t, pour $t<T$). L'existence d'un processus $v_\omega^\lambda(t)$ vérifiant (i) et (ii) est une conséquence du théorème de Skorohod (cf. [6]).

Finalement, si on passe (3.2) à la limite on obtient l'égalité (iii) car, si $f \in \mathscr{D}$, en supposant $n_l \geqslant d$,

$$\begin{aligned}
&\left| E\left(\int_0^t (L_{n_l} + \mathscr{P}_{n_l}) f(v_\omega^{n_l}(s))\, ds\, \mathbb{1}_{t<\bar{\tau}_n^\lambda} \right) - E \int_0^t (L+\mathscr{P}) f(v_\omega^\lambda(s))\, ds\, \mathbb{1}_{t<\tau^\lambda} \right| \\
&\quad \leqslant \left| \int_0^t E([(L_{n_l}+\mathscr{P}_{n_l}) f(v_\omega^{n_l}(s)) - (L+\mathscr{P}) f(v_\omega^\lambda(s))]\, \mathbb{1}_{t<\tau^\lambda})\, ds \right| \\
&\qquad + \left| \int_0^t E((L_{n_l}+\mathscr{P}_{n_l}) f(v_\omega^{n_l}(s))(\mathbb{1}_{t<\bar{\tau}_{n_l}^\lambda} - \mathbb{1}_{t<\tau^\lambda}))\, ds \right| \\
&\quad \leqslant \left| \int_0^t \int [(L_{n_l}+\mathscr{P}_{n_l}) f \rho_s^{n_l} E^{v_\omega^{n_l}(s)=x}(\mathbb{1}_{t<\tau^\lambda}) \right. \\
&\qquad \left. - (L+\mathscr{P}) f \rho_s^\lambda E^{v_\omega^\lambda(s)=x}(\mathbb{1}_{t<\tau^\lambda})]\, d\mu\, ds \right| \\
&\qquad + \left| \int_0^t E((L_{n_l}+\mathscr{P}_{n_l}) f(v_\omega^{n_l}(s))(\mathbb{1}_{t<\bar{\tau}_{n_l}^\lambda} - \mathbb{1}_{t<\tau^\lambda}))\, ds \right| \xrightarrow[n_l]{} 0.
\end{aligned}$$

4. Démonstration du théorème 1.3.3

Les hypothèses (H.2) considérées dans ce résultat permettent d'utiliser la formule de Girsanov au niveau des approximations globales en dimension finie de la Section 2 et dans un intervalle de temps déterministe.

Reprenons donc les processus d'approximation $x_\omega^{(n)}(t)$ et $u_\omega^{(n)}(t)$ associés respectivement aux opérateurs $L_n + \mathscr{Q}_n$ et $\mathscr{L}_n = L_n + \mathscr{P}_n$ et considérés dans le paragraphe 2. On a:

4.1. LEMME. *La densité de la loi de* $x_\omega^{(n)}(t)$, *à savoir* $\tilde{k}_t^n \mu_n$, *vérifie*:

$$\|\tilde{k}_t^n\|_{L^4(\mu_n)} \leqslant \|k_0\|_{L^4(\mu)} \qquad \textit{pour tout } t \geqslant 0.$$

Preuve. Il suffit de remarquer que:

$$\frac{d}{dt}\|\tilde{k}_t^n\|_{L^4}^4 = 4\int (\tilde{k}_t^n)^3 (L_n + \mathscr{Q}_n)\tilde{k}_t^n \, d\mu_n$$

$$= -6\int (\tilde{k}_t^n)^2 \|\nabla \tilde{k}_t^n\|^2 \, d\mu_n - 6\sum_k \int (\tilde{k}_t^n)^2 (\mathscr{L}_{A_k^{(n)}} \tilde{k}_t^n)^2 \, d\mu_n \leqslant 0. \quad \blacksquare$$

4.2. LEMME. *Si* $P_t^n(dx)$ *est la loi du processus* $u_\omega^{(n)}(t)$, *on a* $P_t^n(dx) = k_t^n(x)\, d\mu_n(x)$, *les fonctions* k_t^n *ayant des normes* $L^2(\mu_n)$ *uniformément bornées pour* $t \leqslant T_0$, *où* T_0 *ne dépend pas de n.*

Preuve. L'opérateur $\mathscr{P}_n - \mathscr{Q}_n$ est un opérateur du premier ordre donné par $(\mathscr{P}_n - \mathscr{Q}_n)h = \frac{1}{2}\sum_k \delta A_k^{(n)}(A_k^{(n)} | \nabla h)$; on va donc obtenir P_t^n par Girsanov. D'après les hypothèses, et d'après les résultats sur le processus $x_\omega^{(n)}(t)$ (cf. 2.), on a:

$$E\left(\exp \lambda \left\| (\sigma^n)^{-1}(x_\omega^{(n)}(t)) \frac{1}{2}\sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(t)) \right\|^2\right)$$

$$\leqslant \|\tilde{k}_t^n\|_{L^2} \left(\int \exp \frac{\lambda}{2} \left\| \sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x) \right\|^2 d\mu_n(x)\right)^{1/2}$$

$$\leqslant \|k_0\|_{L^2} \left(\int \exp \frac{\lambda}{2} \left(\sum_k |\delta A_k|^2 \sum_k \|A_k^{(n)}\|^2\right) d\mu\right)^{1/2}$$

$$\leqslant \|k_0\|_{L^2} \left[\int \exp \frac{\lambda}{2} \left(\sum_k |\delta A_k|^2\right)^2 d\mu\right]^{1/4}$$

$$\times \left[\int \exp \frac{\lambda}{2} \left(\sum_k \|E^{V_n} A_k\|^2\right)^2 d\mu\right]^{1/4}$$

et

$$\int \exp \frac{\lambda}{2} \left(\sum_k \|E^{V_n} A_k\|^2\right)^2 d\mu \leqslant \int \exp \frac{\lambda}{2} \left(\sum_k E^{V_n} \|A_k\|^2\right)^2 d\mu$$

$$\leqslant \int \exp \frac{\lambda}{2} \left(\sum_k \|A_k\|^2\right)^2 d\mu. \qquad (4.1)$$

Par conséquent, et d'après (H.2), l'expression (4.1) est majorée pour λ assez petit et on peut appliquer Girsanov, qui donne:

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x)\, P_t^n(dx) = E_{k_0^n \mu_n}\Bigg(\exp\Bigg[\int_0^t \frac{1}{2}\,(\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))$$

$$\times \sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(s))\, db_\omega^{(n)}(s)$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^t \Big\| (\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))$$

$$\times \frac{1}{2}\sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x_\omega^{(n)}(s))\Big\|^2 ds\Bigg] f(x_\omega^{(n)}(t))\Bigg)$$

$$= E_{k_0^n \mu_n}(G_\omega^n(t)\cdot f(x_\omega^{(n)}(t))$$

et, par conséquent,

$$k_t^n(x) = E^{x_\omega^{(n)}(t)=x}_{k_0^n \mu_n}(G_\omega^n(t))\, \tilde{k}_t^n(x)$$

d'où

$$\|k_t^n\|_{L^2(\mu_n)} \leqslant \|k_0\|_{L^4}\,(E(G_\omega^n(t))^4)^{1/4}; \text{ or, si on pose } \phi^n = \sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)},$$

on a:

$$E(G_\omega^n(t))^4 \leqslant E\Bigg(\exp\Bigg[2\int_0^t (\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))\,\phi^n(x_\omega^{(n)}(s))\, db_\omega^{(n)}(s)$$

$$-\lambda\int_0^t \|(\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))\,\phi^n(x_\omega^{(n)}(s))\|^2\, ds$$

$$+\left(\lambda-\frac{1}{2}\right)\int \|(\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))\,\phi^n(x_\omega^{(n)}(s))\|^2\, ds\Bigg]\Bigg)$$

$$\leqslant\Bigg(E\exp\Bigg[4\int_0^t (\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))\,\phi^n(x_\omega^{(n)}(s))\, db_\omega^{(n)}(s)$$

$$-2\lambda\int_0^t \|(\sigma^n)^{-1}\,(x_\omega^{(n)}(s))\,\phi^n(x_\omega^{(n)}(s))\|^2\, ds\Bigg]\Bigg)^{1/2}$$

$$\times\left(E\left(\exp 2\left(\lambda-\frac{1}{2}\right)\int_0^t \|\phi^n(x_\omega^{(n)}(s))\|^2\, ds\right)\right)^{1/2}.$$

En faisant $\lambda = 4$, le premier facteur vaut 1 et on a:

$$E(G_\omega^n(t))^4 \leqslant \left(\int_{\mathbb{R}^n} \int_0^t \exp\left(7\,|t| \left\| \sum_k \delta A_k^{(n)} A_k^{(n)}(x) \right\|^2 \right) \cdot \tilde{k}_s^n(x) \frac{ds}{|t|}\, d\mu_n(x) \right)^{1/2}$$

$$\leqslant \|k_0\|_{L^2}^{1/2} \left(\int \exp 14\,|t| \left(\sum_k |\delta A_k|^2 \right)^2 d\mu \right)^{1/8}$$

$$\times \left(\int \exp 14\,|t| \left(\sum_k \|A_k\|^2 \right)^2 d\mu \right)^{1/8}.$$

Ceci étant, les normes $\|k_t^n\|_{L^2}$ sont uniformément bornées pour tout $t \leqslant T_0$, où T_0 ne dépend pas de n, mais seulement de λ_0. ∎

Soit maintenant ν_n la loi de $u_\omega^{(n)}(t)$ sur l'espace $C([0, T_0] \times [0, 1]; \mathbb{R})$. De façon analogue à celle de 2.3, on peut montrer l'existence d'une mesure limite, en utilisant le critère de compacité qui a été donné.

L'existence du processus $u_\omega(t)$, ainsi que l'absolue continuité des probabilités de transition suivent, d'après le lemme 4.2, et par les mêmes méthodes de 2.4.

BIBLIOGRAPHIE

1. S. ALBEVERIO AND R. H. KROHN, Dirichlet forms and diffusion processes on rigged Hilbert spaces, *Z. Wahrsch. Verw. Gebiete* **40** (1977), 1–57.
2. S. ALBEVERIO, R. H. KROHN, AND H. HOLDEN, Markov Processes on Infinite Dimensional Spaces, "Markov Fields and Markov Cosurfaces," Univ. Bielefeld, 1985.
3. A. B. CRUZEIRO, Equations différentielles sur l'espace de Wiener et formules de Cameron–Martin non-linéaires, *J. Funct. Anal.* **54** (1983), 206–227.
4. A. FRIEDMAN, "Stochastic Differential Equations and Applications," Vol. I, Academic Press, New York, 1975.
5. B. GAVEAU, Noyau des probabilités de transition de certains opérateurs d'Orstein-Uhlenbeck dans l'espace de Hilbert, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I.* **293**.
6. N. IKEDA, S. WATANABE, "Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes," North-Holland, Amsterdam, 1981.
7. K. ITÔ, "Diffusion in infinite dimension," siam, Philadelphia, Penn., 1985.
8. M. KRÉE, Propriétés de trace en dimension infinie d'espaces du type Sobolev. *Bull. Soc. Math., France* **105** (1977), 141–163.
9. M. KRÉE ET P. KRÉE, Continuité de la divergence dans les espaces de Sobolev relatifs à l'espace de Wiener, *C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I* (1983).
10. P. KRÉE, Solutions faibles d'équations aux dérivées fonctionnelles II, in "Sém. P. Lelong, Analyse, 14e année, 1973–1974," Lecture Notes in Math., N°. 474, pp. 16–47, Springer-Verlag, Berlin/New York.
11. P. KRÉE, "Séminaire sur les e.d.p. en dimension infinie," Institut Henri Poincaré, 1974–1975.
12. H. H. KUO, Stochastic Integrals in abstract Wiener space, *Pacific J. Math.* **41** (2) (1972), 469–483.
13. S. KUSUOKA, Dirichlet forms and diffusion processes on Banach spaces, *Tokyo. J. Fac. Sci. Tokyo Univ.* (1982).

14. P. MALLIAVIN, Stochastic calculus of variation and hypoelliptic operators, "Proc. Intern. Symp. on Stoch. Diff. Eq.," Kyoto, 1976, Kinokuniya, Tokyo, 1978.
15. P. MALLIAVIN, Calcul des variations stochastiques subordonné au processus de la chaleur, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I* (1982), 167–172.
16. P. MALLIAVIN, Implicit functions in finite corank on the Wiener space *in* "Tanniguchi Symposium 1982," Kinokuniya, Tokyo, 1984.
17. P. A. MEYER, Inégalités d'intégrales singulières dans l'espace du mouvement brownien, "Sém. de Probabilité," No. 18, Lecture Notes in Math., Vol. 1031, Springer-Verlag, Berlin.
18. J.-M. MOULINIER, Absolue continuité de probabilités de transition par rapport à une mesure gaussienne dans un espace de Hilbert, *J. Funct. Anal.* (1985).
19. PH. PACLET, Espaces de Dirichlet en dimension infinie, *C. R. Acad. Sci. Paris* **288** (1979), 981–983.
20. I. SHIGEKAWA, Derivatives of Wiener functionals and absolute continuity of induced measures, *J. Math. Kyoto Univ. (2)* **20** (1980), 263–283.
21. I. SHIGEKAWA, Existence of invariant measures of diffusions on an abstract Wiener space, preprint 1984.
22. D. W. STROOK AND S. R. S. VARADHAN, "Multidimensional Diffusion Processes," Grundlehren mathem., Nis 233, Springer-Verlag, Berlin, 1979.
23. M. TAKEDA, On the uniqueness of Markovian self-adjoint extension of diffusion operators on infinite dimensional spaces, Z.W. 1985.