ARAŞTIRMA MAKALESİ

Eksenel Körüklerin Analitik ve Sayısal Olarak İncelenmesi

Ahmet ATAK

Dr. Öğr. Üyesi
Ostim Teknik Üniversitesi
Mimarlık ve Tasarım Fakültesi
Endüstriyel Tasarım
Ankara
ahmet.atak@ostimteknik.edu.tr
orcid: 0000-0002-7320-0623

ÖZ

Kompansatörler kullanım gereksinimlerine bağlı olarak değişik tip ve boyutlarda akustik, termal ve titreşim yalıtımı için vazgeçilmez eleman olarak makine tasarımında sıklıkla kullanılmaktadır. Kullanıldıkları sistemlerin genleşme davranışlarını istenilen serbestlik derecelerinde katılaştırarak veya yumuşatarak sistemlerin dinamik cevabını değiştirmekte önemli avantajlar sağlamaktadır. Öte yandan, kompansatör rijitliklerini geometrik parametrelerin yanı sıra üretim yöntemleri, malzemesi ve çevresel şartlar gibi birçok faktör, rijitlik özelliklerini etkilemekte ve rijitlik değerlerinin belirlenmesinde ciddi zorlukları ve belirsizlikleri beraberinde getirmektedir.
Bu çalışmanın temel amacı, endüstride yaygın kullanım alanına sahip olan ancak literatürde belirgin bir hesap yöntemi olmayan eksenel tip metal kompansatörlerin eksenel rijitliklerinin belirlenmesinde kolaylık sağlayacak bir analitik yöntem ve model geliştirmektir. Burada analiz ve araştırmalara dayalı geliştirilmiş olan yöntem ve modelin doğrulanması ise, literatürde verilen testlere yakınsaması olan sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen sayısal modellerle kıyaslama yapılarak sağlanmıştır. Eksenel yükleme durumu için, rijitlik ve maksimum gerilmeyi hesaplamada analitik ifadeler, analitik ve sonlu elemanlar olmak üzere iki farklı yönteme göre hesaplanmış ve kıyaslanarak incelenmiştir. Bu çalışma sonucunda, yapısal tasarım ve sayısal analiz çalışmalarında kullanmak üzere, kullanıcıların eline eksenel tip kompansatörlerin rijitliklerinin hesaplanmasında kolay, güvenilir ve hızlı bir hesaplama yöntemi sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler

Kompansatör, Rijitlik, Esneklik, Körük, Gerilme.

Analytical and Numerical Analysis of the Design of Axial Bellows

ABSTRACT

The stiffness of the compensators (expansion joints), the bellows structures, are very important in terms of their static and dynamic behavior in the system where they are used. Depending on the usage requirements, expansion joints in different types and sizes are frequently used in machine design as an indispensable element for acoustic, thermal and vibration isolation. It provides significant advantages in changing the dynamic response of the systems by solidifying or softening the expansion behaviors of the systems they are used in at the desired degrees of freedom. On the other hand, many factors such as production methods, material and environmental conditions, as well as geometric parameters, affect the stiffness properties of the compensator and bring serious difficulties and uncertainties in determining the stiffness values.
The main purpose of this study is to create an analytical method and model that will facilitate the determination of axial stiffness of axial type metal expansion joints, which are widely used in many sectors in the industry. The validation of the method and model developed here based on analysis and research is provided by comparison with the numerical models obtained using the finite element method, which converges to the tests given in the literature. For the axial loading case, theoretical expressions for calculating stiffness and maximum stress were calculated according to two different methods, analytical and finite element method, and analyzed by comparison. As a result of this study, an easy, reliable and fast calculation method has been presented to users for calculating the stiffness of axial type compensators to be used in structural design and numerical analysis studies. In addition, the way to easily apply the stiffness determination method presented in this study to other compensator types has been paved.

Keywords

Compensator, Rigidity, Flexibility, Bellows, Stress.

Geliş Tarihi : 13.05.2023
Kabul Tarihi : 13.07.2023

Atak, A., Eksenel Körüklerin Analitik ve Sayısal Olarak İncelenmesi, Tesisat Mühendisliği Dergisi, sayı: 197, sf. 1-11, Temmuz-Ağustos 2023.

1. GİRİŞ

Metal kompansatörler, kimya ve enerji tesislerinde, otomotiv ve havacılık alanında ve diğer birçok ısı ve genleşmenin olduğu alanlarda kullanılmaktadır. Ayrıca titreşim, akustik ve termal izolasyon gibi farklı alanlarda kullanılmaktadır [1-6].

Tüm bu kullanım alanlarında, genleşmeden, akustik gürültü, mekanik titreşimden veya ısı kaynaklı etkilere karşı sistemin hasara uğramaması için çeşitli metal kompansatörler geliştirilmiştir. Örneğin motor ile egzoz sistemi arasında esnek ve gaz geçirmez bir bağlantı elamanı olarak kompansatörler kullanılmaktadır [7-9].

Esnek elemanlar olarak metal kompansatörler, geniş bir sıcaklık aralığı olan -50 ve 1000 °C aralıklarında çalışabilirler. Bu tür körük tipi elemanlara etki eden kuvvetlerin etkilerini hesaplamak oldukça karmaşıktır. Bunun temel sebebi sistemin çalışma şekli ve koşullarıdır. Birçok çalışmada bu yüzden malzeme yapıları yoğun bir biçimde araştırılmaktadır [10].

Yapılara etki eden kuvvetler statik olabileceği gibi ivme kaynaklı dinamik kuvvetlerin altında da olabilmektedir. Çevrimsel dinamik yüklenmeler sistemin diğer elemanları ile beraber metal kompansatörlerinde kullanım ömrünü belirlemektedirler. Ömür tahmin hesaplarının doğru yapılması içinde kullanılan kompansatör rijitliklerinin doğru hesaplanmış veya testlerle belirlenmiş olması gerekmektedir. Ayrıca ASME ve EJMA gibi uluslararası standartlara uygun şekilde tasarlanmaları gerekmektedir. Alternatif sistem tasarımları elastik körükler kullanılarak korozyon ve erozyon etkisi incelenmiştir [11-14].

Metal kompansatörlerin imalatı oldukça karmaşıktır ve üretim sonrası kendi iç yapısında ön gerilimler meydana gelebilmektedir. Bu nedenle bazen ön gerilmeleri kaldırmaya yönelik ısıl işlem uygulaması gerekebilmektedir. Esnek bir kompansatörün gaz geçirmezlik gibi kritik bir işlevi de bazı tasarımlarda söz konusu olabilmektedir. Körükte üretim sırasında veya kullanım ortamında oluşan çatlaklar çok önemli bir arıza nedenidir. Bu tür arızaların sebeplerinin tamamı henüz tespit edilebilmiş seviyede değildir [7, 10].

Literatür inceleme sonucunda körüklerin tasarım parametrelerinin statik incelemeleri tek boyutlu modeller üzerinden yapıldığı görülmüştür. Bu ise gerçek yüklenme şeklini yeterince yansıtamadığı ve modelin gerçeğe daha fazla yakınsaması gerektiğini göstermiştir. Literatürdeki çalışmalarındaki yapılan testler ile tek boyutlu yüklenme modeli arasındaki yüksek farkların olması bunu açıklamaktadır. Bu yüzden literatür deki çalışmalarda elde ettikleri eşitliklerde düzeltmeler yapılması ihtiyacı oluşmuştur [7].

Bazı çalışmalarda ise statik ve dinamik olarak körükler incelenmiş ve ancak testlerle bunlar doğrulanmadığı görülmüştür. Diğer taraftan yeterince analitik modellemelere rastlanamamış veya da eleman bazında değil sistem bazında analizler yapıldığı görülmüştür. Dinamik yüklenmeler ve etkileri de incelenmiş ve eksenel frekanslar gibi bazı parametreler belirlenerek dinamik modelleme çalışmaları yapılmıştır [15-17]. Bazılarında da körüklerin içinde bulundukları akışkanların veya çevre şartlarının körüğün ömür dayanımına olan etkileri incelenmiştir [18]. Ayrıca hasar tespit çalışmaların da analitik ve deneysel incelemeler yapılmıştır. Bunlarda da dayanım ve ömür tespit analizleri yapılarak hasarların kök sebeplerine yönelik veriler toplanmaya çalışılmıştır [3-6, 19].

Eksenel tip kompansatörlerin rijitliklerinin hesaplanmasında kullanılan mevcut yöntemler arasında analitik, istatistiksel ve sonlu eleman yöntemleri bulunmaktadır [20-21]. Bununla birlikte, bu yöntemlerin bazı sınırlamaları vardır. Bazı yöntemler karmaşık matematiksel hesaplamalar gerektirirken [22], diğerleri hesaplama süreçlerinde hız ve verimlilik sorunlarına yol açmaktadır [23]. Bu nedenle, bu araştırma çalışması, eksenel tip kompansatörlerin rijitliklerinin hızlı ve etkili bir şekilde hesaplanabilmesi için yeni bir yaklaşım geliştirmeyi hedeflemektedir.

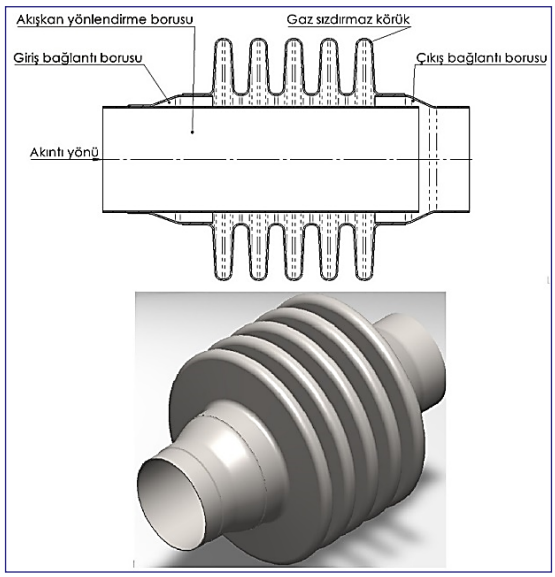
Bu çalışmada, tipik bir eksenel metal kompansatörün analitik matematiksel modeli, rijitlik ve maksimum gerilme hesaplamalarını içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu model, analitik, istatistiksel ve sonlu eleman hesaplamalarının bir kombinasyonunu kullanarak rijitlik hesaplamalarını gerçekleştirebilmektedir [24]. Böylece, yapısal tasarım ve analiz çalışmalarında, eksenel tip kompansatörlerin rijitlikleri kolayca hesaplanabilecek ve sisteme olan etkileri incelenebilecektir.

Bu yeni yaklaşımın, farklı kompansatör tipleri ve sistemlerinde de uygulanabilirliğinin yolu açılmış olacaktır. Elde edilen matematiksel analitik mo-

deller, eksenel körük tiplerinin yapısal tasarım ve analizlerinde statik ve dinamik yüklenmeler altındaki davranışlarını incelemek için önemli bir araç olacaktır [25]. Ayrıca, bu çalışma, metal kompansatörlerin optimize edilmesi ve daha güvenilir tasarımların geliştirilmesi konusunda mühendislik topluluğuna yol gösterecektir.

2. TEMEL TASARIM ÖZELLİKLERİ

Endüstride birçok farklı kompansatör çeşitleri olmasına rağmen, hepsi aynı temel yapı elemanlardan oluşan tasarıma sahiptirler (Şekil 1).



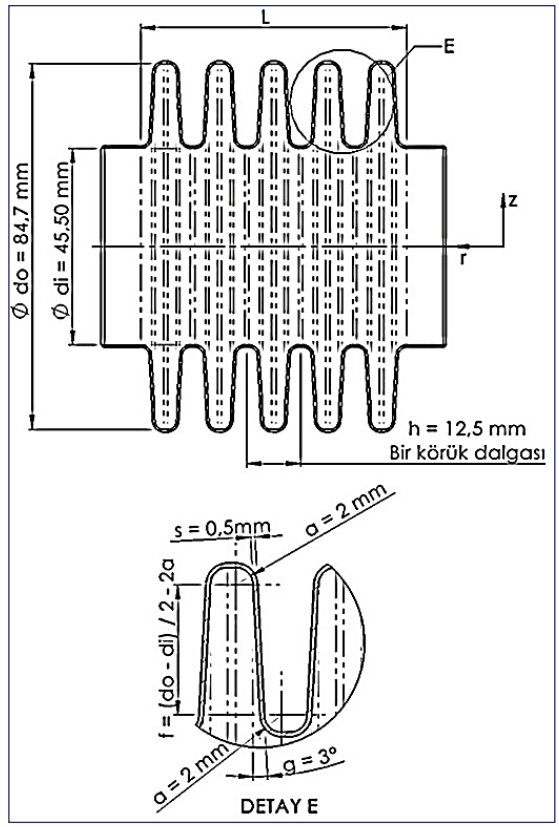
Şekil 1. Eksenel metal kompansatöre ait kesit görüntüsü ve sonlu elemanlar CAD modeli

Kompansatörün içinde genellikle iç hat adı verilen bir tür yüksek ısı koruması vardır. Bir sonraki katman gaz geçirmez körüktür ve dışta, körüğü dış mekanik darbeden koruma elemanı, örneğin bir örgü veya koruma borusu vardır. Bu üç parça, uç bağlantı giriş ve çıkış bağlantı borularında çeşitli yöntemlerle, örneğin kaynaklı birleştirme yapılarak birleştirilir.

Esnek körük, bir dizi kıvrımdan (dalgadan) oluşur (Şekil 2)'de incelenecek olan körük U-tipi olup, (f) kanadına ve (g) açısına sahip olup iç ve dış yarıçapları birbirine bağlar. İç radyus ölçüleri a'dır. İleride kullanılmak üzere bir z-r koordinat sistemi de tanımlanmıştır. Körük uzunluğu (L), toplam dalga sayısı (n= 5) ve bir dalga yüksekliği (h= 12,5 mm) ile çarpımından hesaplanır:

$$L = n \cdot h \quad (1)$$

Malzemenin kalınlığı, s= 0,5 mm ile diğer boyutlara göre küçüktür ve geometrinin tanımını dikkate değer bir derecelerde etkilemez.



Şekil 2. Örnek inceleme için U-Formu verilmiş körük ve bir dalga detay ölçüleri

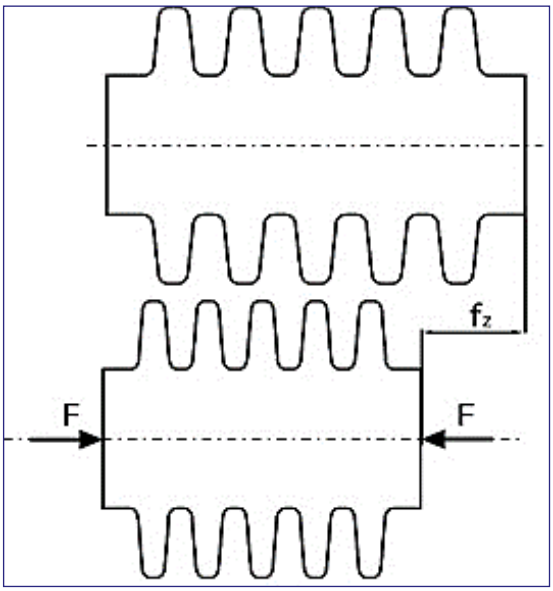
Körük karmaşık koşullar altında çalışıyor. Eksenel körük bağlantı borularının sistemsel eksenel hareketi ve sıcaklık değişimlerinden kaynaklı olmak üzere iki ana yüklenme çeşidi vardır. Prensip aynı olmasından burada ısıl genleşme hareketini toplam eksenel hareket içerisinde dahil kabul edilebilir.

İki bağlantı borusu arasındaki sistemsel göreli eksenel hareket, körükte gerilmelere neden olur. Çalışma sırasında körük farklı gerilim çeşitlerine maruz kalır. Bu çalışmada, mümkün olabilen üç ayrı (eksenel, eğilme ve burulma) yüklenme çeşidinden, eksenel yüklenme için analizler yapılacaktır.

3. EKSENEL KÖRÜĞÜN ANALİTİK MATEMATİKSEL MODELİ

3.1. Eksenel Yük

Bu bölümde, rijitlik ve eksenel yükleme sırasındaki gerilimler için ifadeler açıklanacaktır. Bu ifadeler, körüğün geometri ve malzeme özelliklerini içerecektir. Eksenel körüğün eksenel yük (F) ile deformasyon (fz)'ye maruz kalmaktadır (Şekil 3).



Şekil 3. Eksenel körüğün F eksenel yükü altında maruz kaldığı eksenel deformasyon fz

Körüğün eksenel rijitliği (k_z) yay hesaplarına benzer şekilde aşağıdaki eşitlik ile hesaplanır.

$$k_z = F / f_z \quad (2)$$

Bu eşitlik itme ve çekme yükleri (P pozitif ve negatif) için de aynı olduğu varsayılmıştır.

Eksenel simetriklikten ve tüm dalgaların eşit geometriye sahip olduğunu varsayarsak, bu model bazlı hesaplamayı kolaylaştıracaktır. Hesaplamayı dahada basitleştirme adına, körük eksenel yönde kesilip açılımı daireselden düz bir yüzeye koyduğumuzda z-eksenine dikey yöndeki ortalama çevresel uzunluğu (B), ortalama çap (d_m) yardımı ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$B = \pi \cdot d_m = \pi \cdot (d_o + d_i)/2 \quad (3)$$

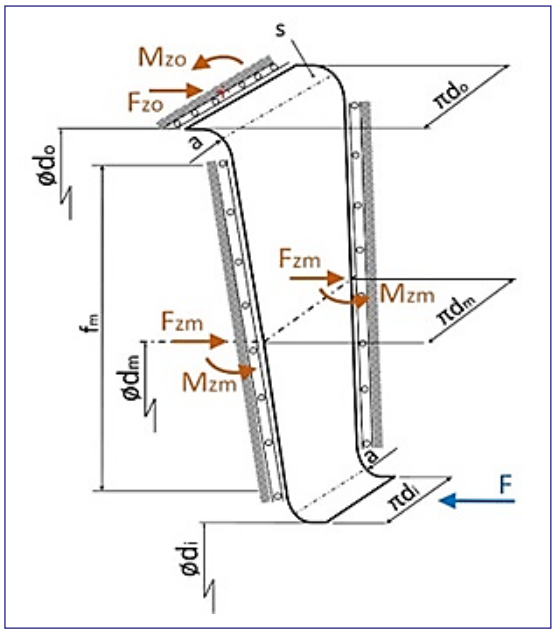
Burada d_m ortalama çapı ifade eder ve geometrik olarak $d_m = (d_o + d_i)/2$ ile hesaplanır.

Bu yaklaşım, iç ve dış çapın arasındaki fark ortalama çaptan çok daha küçük olduğundan, çok fazla hataya yol açmayacaktır.

Dalganın ortalama çap (d_m) çizgisinde simetrik olması nedeniyle (Şekil 4), modellemeyi daha anlaşılır ve basit hale getirmek için yalnızca dalganın dörtte biri dikkate alınmıştır. Bu yaklaşım, körüğün iki farklı sınır koşuluyla ele alınabilmesini sağlar. İlk sınır koşulu, radyal yönde herhangi bir yer değiştirmeye izin verilmemesidir. İkinci sınır koşulu ise radyal yönde herhangi bir kısıtlamanın olmadığı, yani radyal yönde serbest olduğu kabul edilmesidir. Bu çalışmada, eşitliklerin anlaşılır ve kullanışlı olması hedeflendiği için, körüğün radyal yönde serbest hareket ettiği ikinci sınır koşuluyla bir model oluşturulmuştur. Bununla birlikte, bu sınır koşulu, birinci sınır koşuluna göre daha düşük bir rijitlik anlamına gelir.

3.2. İki Boyutlu Yarım Dalga Modeli

Şekil 4'de iki boyutlu olarak yarım dalga körük parçasının eksenel kesilmiş ve açılmış şekilde, üş kenardan ankastre moment ve eksenel yönde tutulmuş serbest cisim diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 4. Körük modeli: 1/2 dalganın eksenel kesilmiş ve bir düzlemdeki serbest cisim diyagramı

Modelde körük yanal kanadının 3 derecelik açısı sıfır derece, yani dikey olarak kabul edilmiştir. Yük uygulandığında deforme olmuş konumda zaten bu açı sıfıra daha yakın olacağından, bu kabullenme uygundur.

Simetri çizgisi (d_m)'deki moment sıfırdır, yani ortalama çapın radyal konumunu değişmiyor denebilir. Ancak bu modelde körük dalgasının üst/alt kısmının yani dış ve iç çapın radyal yönde serbestçe konum değiştirdiği varsayılmaktadır. Bu durum, modelde neden radyal yönde (N) normal kuvveti olmadığını da açıklar.

Tepki kuvvetleri Şekil 4 dikkate alınarak kuvvetlerin dengede olduğu statik durum dikkate alınarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F = F_{zo} + 2F_{zm} \quad (4)$$

Tek boyutlu modelleme de uygulanan tüm kuvvetin ($F_{zo} = F$) olarak hesaplandığından yeterince uygun değildir. Burada ise uygulanan kuvvetin yan kenarlar ile üst dış çapa oranı, bir başka deyişle; (F_{zo})'ya gelen kuvvet miktarı yanlara gelen kuvvete nispetle, ($2f_m^2$) alanının toplam alan ($\pi d_m f_m$) miktarına oranlanarak aşağıdaki eşitlik ile hesaplanmıştır.

$$F_{zo} = [(\pi d_m f_m - 2f_m^2)/(\pi d_m f_m)]F$$

$$F_{zo} = [1 - (2f_m/\pi d_m)]F \quad (5)$$

Eşitlik (5)'i (4) eşitliğine yerleştirdiğimizde (F_{zm}) kuvveti hesaplanır.

$$F_{zm} = (f_m/\pi d_m)F \quad (6)$$

Ankastre momentlerini ise bu kuvvetleri ve eğme kollarını kullanarak hesaplanmıştır.

$$M_{zo} = -F_{zo} \cdot (f_m + 2a)$$

$$= -[1 - (2f_m/\pi d_m)] \cdot F \cdot (f_m + 2a)$$

$$= -(1 + 2a/f_m) \cdot [1 - (2f_m/\pi d_m)] \cdot Ff_m \quad (7)$$

$$M_{zo} = -(2F_{zm}\, \pi d_m/8)$$

$$= -(2\, \pi d_m f_m/8\, \pi d_m)F$$

$$= -(1/4)\, Ff_m \quad (8)$$

Eksenel yöndeki 1/2'lik dalganın deformasyonu (f_z), kısmi eksenel kuvvet (F_{zo}) ve ankastre kolu (f_m) ile hesaplanmıştır.

$$f_z = F_{zo} \cdot f_m^2/3EI_m \quad = F_{zo} \cdot f_m^2/3E(\pi d_m s^3/12)$$

$$= 4F_{zo} \cdot f_m^3/E\pi d_m s^3 \quad (9)$$

Eksenel rijitlik k_z; 1/2'lik simetriyi de dikkate alarak 2 katı ve eksenel z yönündeki tüm danga sayısını n ile çarparak hesaplanmıştır.

$$k_z = 2nF/\sum f_{zi} = 2nF/f_z$$

$$= 2nF \cdot E \cdot \pi d_m s^3/4F_{zo} \cdot f_m^3$$

$$= 2nF \cdot E \cdot \pi d_m s^3/4(1-(2f_m/\pi d_m)F \cdot f_m^3$$

$$= n \cdot [\pi E d_m/2(1-2f_m/\pi d_m)](s/f_m)^3 \quad (10)$$

Radyal yöndeki maksimum normal gerilme dış çapta meydana gelip, ankastre momenti ve dış çap (d_o)'daki atalet momenti ile hesaplanmıştır.

$$\sigma_{ro} = M_{zo} \cdot s/I_o \cdot 2 = 12M_{zo} \cdot s/2 \cdot \pi d_o \cdot s^3 = 6M_{zo}/\pi d_o \cdot s^2 \quad (11)$$

Eksenel yöndeki normal gerilim ise; hem ankastre moment yüzünden eğme gerilimi, hem de normal kuvvet nedeniyle oluşmaktadır.

$$\sigma_{zo} = 6M_{zo}/\pi d_o \cdot s^2 + F_{zo}/\pi d_o \quad (12)$$

Eksenel yöndeki maksimum kesme gerilimi ise (F_{zo}) ve dış çap kesiti ile hesaplanmıştır.

$$\tau_{zo} = 3F_{zo}/2A_a \sim 3F_{zo}/2\pi(d_o - a)s \quad (13)$$

Maksimum karşılaştırma gerilimi "Von Mises"-Teoremine göre hesaplanmıştır.

$$\sigma_{E,a} \sim \sigma_{E,o} = \sqrt{(\sigma_{ro}^2 + \sigma_{zo}^2 + 3\tau_{zo}^2)} \quad (14)$$

3.3. Örnek Baz Alınan Modelin Verilen Eşitlikler ile Hesap Sonuçları

Bu çalışmada sayısal örnek alınan modelin bir önceki paragrafta verilen eşitlikler yardımı ile kolayca hesaplanması aşağıda yapılmıştır. Çıkan bu sonuçlar bir sonraki paragrafta sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak karşılaştırması grafikler yardımıyla gösterilmiştir (Şekil 11-13).

Eksenel kuvvet: F = 96,4 (N)

Elastisite Modülü: E = 210000 (MPa)

İç çap: d_i = 45,5 (mm)

Eksenel parça uzunluğu: L_{01} = 0,5 (mm)

Dış çap: d_o = 84,7 (mm)

Yuvarlatma yarıçapı: a = 2 (mm)

Körük cidar kalınlığı: s = 0,5 (mm)

Körük dalga sayısı: n = 5

Körük bir dalga boyu: h = 11,63 (mm)

Körük uzunluğu: L = n·h = 58,15 (mm)

Dalganın radyal yöndeki düz uzunluğu: f = 15,1 (mm)

Dalganın radyal yöndeki toplam uzunluğu:

$f_m = (d_o - d_i)/2$ = 19,6 (mm)

Dalganın orta çapı:

$d_m = (d_o - d_i)/2 = 65{,}1$ (mm)

Dalganın orta çaptaki açılım uzunluğu:

$L_m = \pi d_m = 204{,}518$ (mm)

Hesaplamalar (Paragraf 3.2.'de gösterilen eşitliklere bakınız):

Tepki kuvveti:

$$F_{zo} = (1 - 2f_m/\pi d_m)\cdot F = 77{,}9 \text{ (N)} \quad (5)$$

Tepki momenti:

$$M_{zo} = -(1+2a/f_m)\cdot(1-2f_m/\pi d_m)\cdot F f_m = -1839 \text{ (Nmm)} \quad (7)$$

Yarım dalga eksenel deformasyonu:

$$f_z = 4F_{zo}\cdot f_m^{\,3}/E\pi d_m s^3 = 0{,}200 \text{ (mm)} \quad (9)$$

Yarım dalga eksenel rijitliği (katılığı):

$$k_{z,1/2} = F/f_z = 482{,}26 \text{ (N/mm)} \quad (10)$$

Körüğün eksenel rijitliği:

$$k_z = 2nF/f_z = 4822{,}6 \text{ (N/mm)} \quad (10)$$

Maksimum radyal gerilim (Dış çap; d_o'da):

$$\sigma_{ro} = 6M_{zo}/\pi d_o s^3 = 165{,}9 \text{ (Mpa)} \quad (11)$$

Maksimum eksenel gerilim (Dış çap; d_o'da):

$$\sigma_{zo} = 6M_{zo}/\pi d_o s^3 + F_{zo}/\pi d_o = 166{,}5 \text{ (Mpa)} \quad (12)$$

Maksimum eksenel kesme gerilimi (Dış çap; d_o'da):

$$\tau_{zo} = 3F_{zo}/2\pi(d_o - a)s = 0{,}9 \text{ (MPa)} \quad (13)$$

Maksimum karşılaştırma gerilimi:

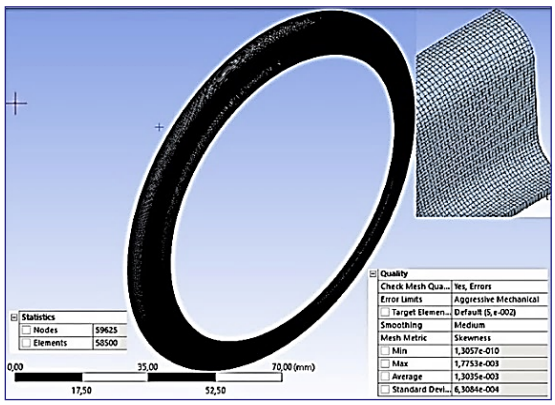
$$\sigma_{E,o} = \sqrt{(\sigma_{ro}^{\,2} + \sigma_{zo}^{\,2} + 3\tau_{zo}^{\,2})} = 235{,}0 \text{ (MPa)} \quad (11)$$

4. EKSENEL KÖRÜĞÜN SONLU ELEMANLAR MODELİ

Sayısal ölçü ve değerleri paragraf 3.3.'de verilen körüğün, Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Bu hesaplama için ANSYS Workbench 2022® serisi ile farklı element tipleri ve simetri özellikleri kullanılarak sayısal modeller oluşturulmuştur. Bu şekilde bu çalışmada elde edile kolay ve hızlı hesaplama için oluşturulan eşitliklerin doğrulanması yapılmıştır.

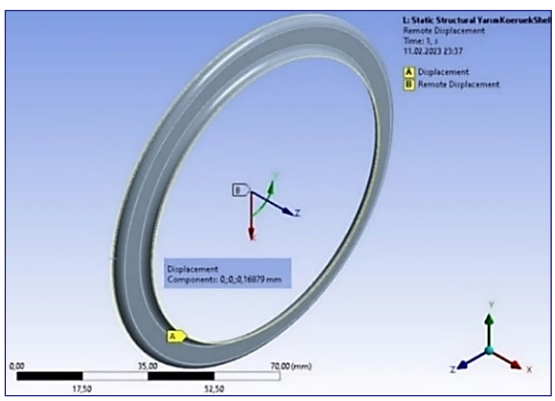
4.1. İki Boyutlu Yarım Dalga FEM Modeli

Şekil 5'de gösterilen dilim modelinin ölçü ve parametreleri paragraf 3.3'de verilmiştir. Ayrıca FEM-Modelinin (Mesh) modeli görüntüsü de gösterilmiştir (FEM= Finite Element Methode). Bu sonlu elemanlar modelinde 59625 tane düğüm noktası ve 58500 tane Quad4 eleman tipi kullanılmıştır. Quad4 burada bir yüzeyde, 4 düğümlü dörtgen eleman tipini ifade eder [26-28]. Ağın kalitesine baktığımızda; çarpıklık (Skewness) ölçütünü baz alırsak, maksimum 0,644 oranı ve ortalama 0,0018 değerleri ile oldukça iyi bir ağ olduğu değerlendirilmiştir.

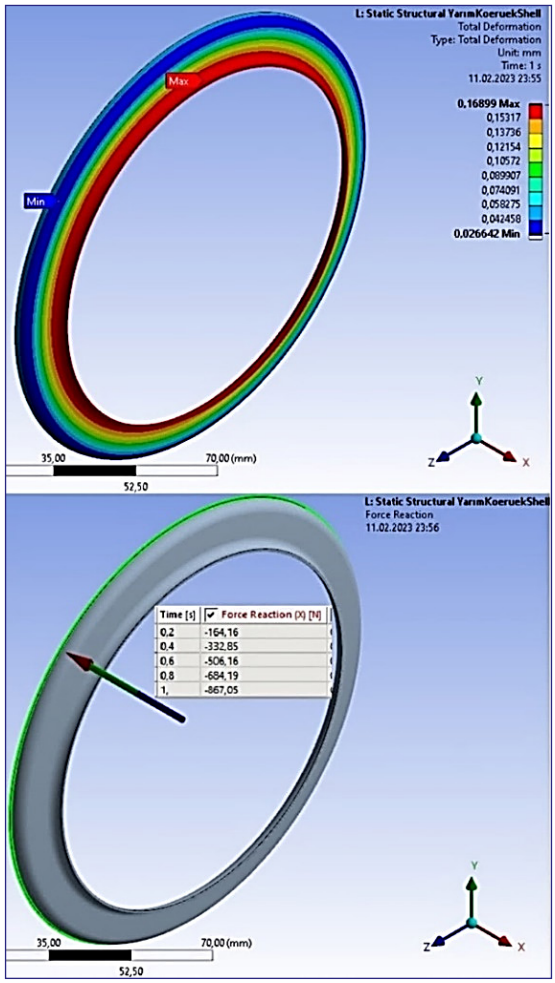


Şekil 5. İki boyutlu (yüzey) 1/2Dalga modelin matematiksel ağ (Mesh) modeli

Modelin sınır şartları ise önce Şekil 6'da 1/2 Dalga modelin eksenel olarak giriş kenarından eksenel, radyal ve dönme (teğet) yönünde tutulmuş ve diğer eksenel çıkış kenarından ise eksenel 0,6879 mm miktarında deformasyon uygulanmıştır.



Şekil 6. 1/2Dalga modelin kenarlarından sınır şartları tanımlanmıştır



Şekil 7. Uygulanan deformasyon ve elde edilen reaksiyon kuvveti

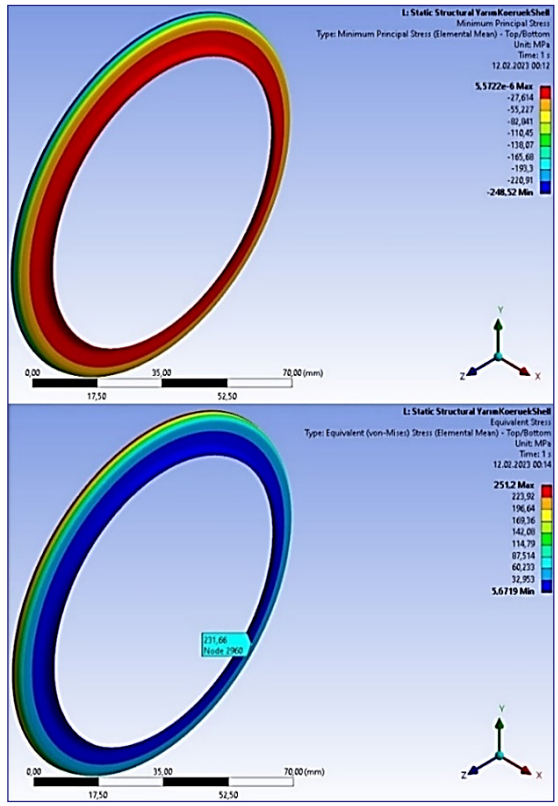
Sonlu elemanlar yönteminde yapısal malzeme özellikleri olarak aşağıdaki değerler ile analizler gerçekleştirilmiştir:

Elastisite modülü: E = 210000 (MPa)

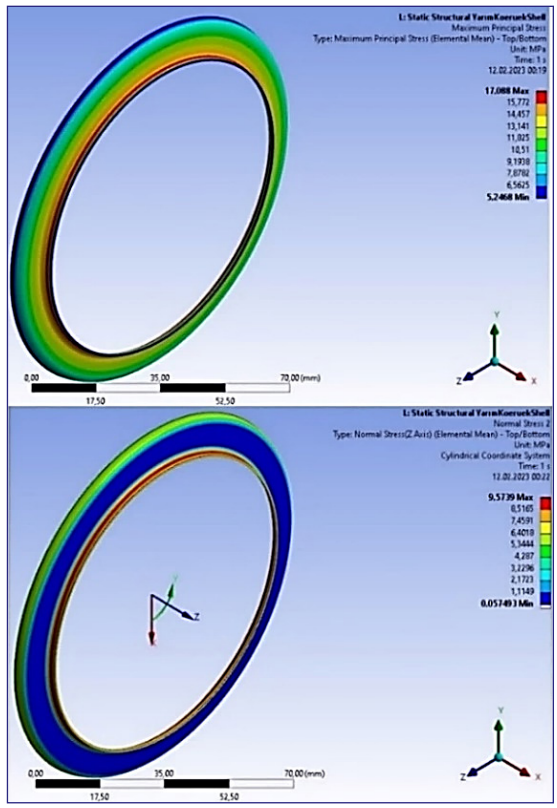
Poison Sayısı: μ = 0,3

Sayısal analizin hesaplama yöntemi "geometrinin doğrusal olmaması" (large deformation: on) ayarı kullanılarak geometrik lineer olmayan şekilde gerçekleştirilmiştir. Model Boyutu 354374 serbestlik derecesi ile gerçekleştirilmiştir. Lineer olmayan bu hesaplama dokuz adımda 2 dk 1 s gibi kısa sürede tamamlanmış ve hesaplamada 15,9 GB sabit disk alanı kullanılmıştır.

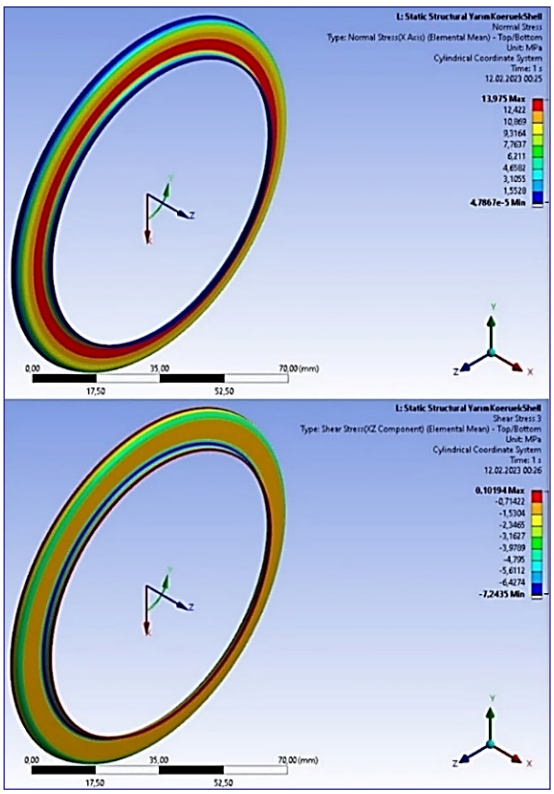
Şekil 7'deki uygulanan deformasyon f_z = 0,16896 mm ve F_z = 867,05 N elde edilen eksenel kuvvet ile körüğün toplam eksenel rijitliği hesaplanabilir.



Şekil 8. 1/2Dalga Modelin minimum prensibal gerilim ve "von MISES" karşılaştırma gerilimi



Şekil 9. 1/2 Dalga Modelin maksimum prensibal gerilim ve eksenel yöndeki normal gerilimi



Şekil 10. 1/2Dalga Modelin radyal yöndeki normal ve kesme gerilimi

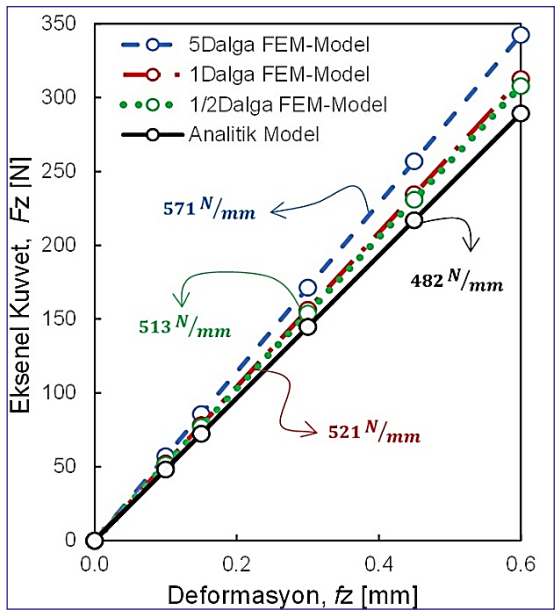
$k_z = F_z/2nf_z = 867{,}05/(2{\cdot}5{\cdot}0{,}16896) = 513{,}2$ (N/mm)

Analitik eşitlikler ile hesaplanmış k_z = 482,3 (N/mm) olup, FEM-Modeli ile sapma oranı %6,4'tür.

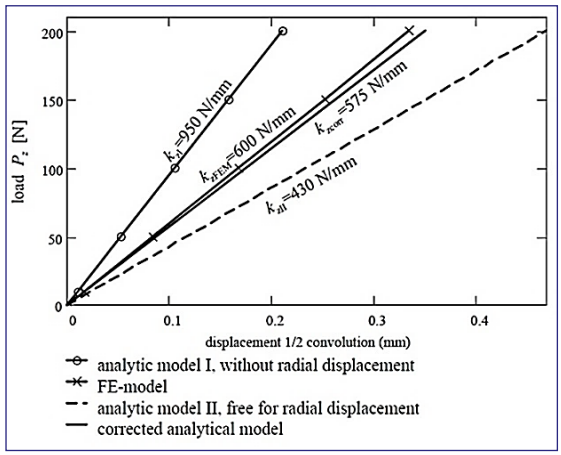
Şekil 8, Şekil 9 ve Şekil 10'da 1/2 Dalga sayısal FEM-Modelin eksenel ve radyal yönde maruz kaldığı gerilim dağılım görüntüleri verilmiştir.

Bu sayısal analizden elde edilen maksimum karşılaştırma gerilimi (Von Mises) Şekil 10'dan $\sigma_{E,FEM}$ = 251,2 (MPa) olarak okunmuştur. Paragraf 3.3'te analitik hesaplanan bu gerilim σ_E = 235 (MPa) daha düşüktür. Bu iki değeri karşılaştırırsak sapma %7 ile literatürde ki çok daha yüksek sapmalara göre oldukça iyi durumdadır. Bu gerilim hem sayısal hem de analitik modelde dış çapta ve dalganın tam ortasındadır. Bunun ana sebebi dalganın ortasında ankastre eğme momentinin oluşmasıdır.

Burada örneklem olması açısından uygulanan sayısal metot gösterilmiştir. Sayısal FEM-Modeli farklı üç şekilde ve hep yüzey elman tipi kullanılarak yapılmıştır. Benzer sayısal metodoloji aynı şekilde diğer iki; 1Dalga FEM Modeli ve 5Dalga FEM Modelinde de uygulanmıştır. Şekil 11'de farklı üç sayısal FEM-Modeli ve analitik model ile belirlenmiş eksenel rijitliklerin karşılaştırması grafiksel olarak gösterilmiştir. Tüm modellerde birbirine yakın değerler bulunmuştur. 5Dalga FEM Modeli baz alınırsa analitik ile sayısal model arasında en fazla sapma %18 olduğu görülmüştür. Elde edilmiş olan bu sonuç, literatürde ki yalnız tek boyutlu yüklenmeyi esas alan serbest cisim modellerdeki büyük farklar bu iki boyutlu analitik modellemede görülmemiş olup fazlada bir düzeltmeye gidilmesine gerek duyulmamaktadır. Ayrıca düşük deplasmanlarda sapmanın daha düşük olduğu Şekil 11'den de görülmektedir.



Şekil 11. Eksenel rijitliğin analitik model ile farklı 3 sayısal FEM-Modelin grafiksel gösterimi

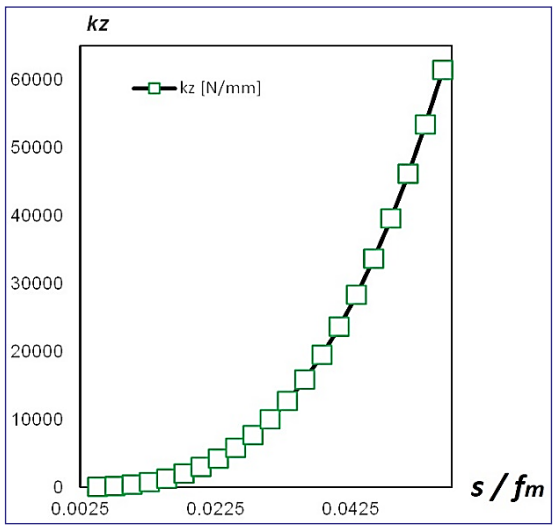


Şekil 12. Karşılaştırma amaçlı literatürden 1/2Dalga Modeli için Kuvvet-Uzama diyagramı; tek boyutlu yükleme modeli ile belirlenmiş benzer bir çalışma (d_i=66 mm; d_o=87 mm; s=0,25 mm; a=2 mm) [7]

Literatürden alınan benzer bir değerlendirme Şekil 12'de gösterilmiştir. Bu çalışmadaki ölçülerle karşılaştırıldığında benzer ölçülere sahip bir çalışma olduğu değerlendirilmiştir. Bu literatür çalışmasındaki analitik model II ile FE-Model ile belirlenen eksenel rijitlik değerlerinin sapması yaklaşık %40 olduğu görülmektedir. Bunun ana sebebinin tek boyutlu yükleme modeli ile rijitliğin belirlenmesidir. Bu çalışmada ise iki boyutlu bir yükleme modeli analitik çalışmaya temel alındığından sapma yalnızca %6.4 olduğu hesaplanmıştır.

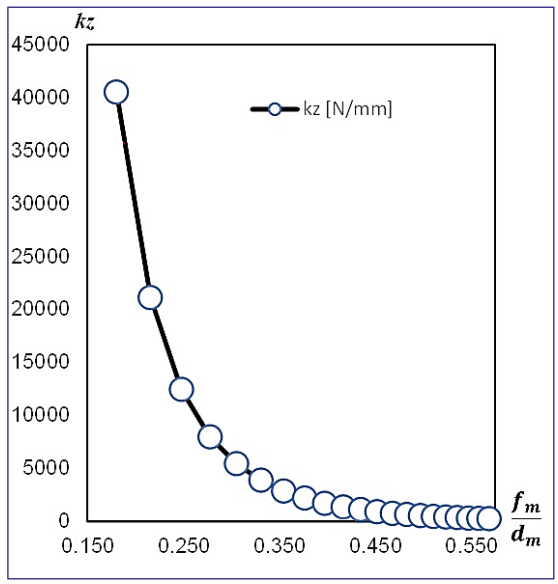
4.2. Eksenel Rijitliğin Parametrik Analizi

Burada oluşturulan ve FEM-Modellerine oldukça iyi bir yaklaşım gösteren Analitik Model de elde edilen eksenel rijitlik eşitliğinin parametreleri grafiksel olarak analiz edilmiştir. Eksenel rijitlik için elde edilmiş olan analitik eşitlik $k_z = n \cdot [\pi E d_m/2(1-2f_m/\pi d_m)](s/f_m)^3$'tür (Eşitlik (10)). Burada iki tane oransal parametre s/f_m ve f_m/d_m lineer olmayan bir etkileşim uyguladığı Şekil 13-14'te gösterilmiştir. Diğer parametreler (n) ve (E) oransal doğru orantılı olarak etkilemektedir. Elastisite modülü (E) çelik malzemelerde fazla değişkenlik göstermemektedir. Dalga sayısı (n) ise katsayı şeklinde ve ne kadar fazla deplasmana ihtiyaç olursa o kadar artırılabilir.



Şekil 13. Geometrik oran parametresi (s/f_m)'in eksenel katılığa etkisinin grafiksel gösterimi

Oransal parametre (s/f_m)'in eksenel katılığa olan etkisi Şekil 13'de grafiksel olarak gösterilmiştir. Oranın etkisi kübik ile doğru orantılı olarak eksenel rijitliği direkt olarak etkilemektedir. Cidar kalınlığı s yükseltilerek rijitlik kübik olarak çok hızlı bir şekilde yükseltilebilir. Rijitliği hızlıca düşürmek istersek o zaman cidar kalınlığı düşürmek gerekmektedir. Dış çap ile iç çap arasındaki ve radyal yöndeki dalga yüksekliğini simgeleyen (f_m) ise ters yönde bir davranış sergilemektedir. Yani; (f_m) yükseltilerek (dış çap büyür) rijitlik düşürülebilir ve rijitliği yükseltmek istersek o zaman fm ölçüsünü düşürmek (dış çap küçülür) gerekmektedir.



Şekil 14. Geometrik oran parametresi (f_m/d_m)'in eksenel katılığa etkisinin grafiksel gösterimi

Oransal parametre (f_m/d_m)'in eksenel katılığa olan etkisi Şekil 14'de grafiksel olarak gösterilmiştir. Parametrik oran (f_m/d_m)'in eksenel katılığa etkisi oldukça yüksek ve katlığa ters orantılıdır. Oran (f_m/d_m) yükseltilerek rijitlik potansiyel olarak çok hızlı bir şekilde küçültülebilir. Rijitliği hızlıca yükseltmek istersek o zaman (f_m/d_m) oranını düşürmek gerekmektedir. Dış çap ile iç çap arasındaki ve radyal yöndeki dalga yüksekliğini simgeleyen (f_m) burada kilit öneme sahiptir. Yani; (f_m) yükseltilerek (dış çap büyür) rijitlik düşürülebilir ve rijitliği yükseltmek istersek o zaman (f_m) ölçüsünü düşürmek (dış çap küçülür) gerekmektedir. Buradaki f_m oranı için geçerli olan davranış (s/f_m) oranında da geçerlidir. Dolayısı ile cidar kalınlığı s ile f_m eksenel katılığa çok hızlı etki eden ancak birbirine ters orantılı olarak eksenel rijitliği etkilemektedirler.

SONUÇ

Bu çalışmada enerji, otomotiv, kimya tesisi, makine ve borulama sektörlerinin çeşitli sistemlerinde kullanılan eksenel esneklik sağlayan körükler analitik ve sayısal olarak incelenmiş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Literatürdeki "tek boyutlu yükleme serbest cisim grafiği" yerine "iki boyutlu yüklenme serbest cisim grafiği" kullanılarak, hesaplanan rijitlik değerleri ve gerilme değerleri test [7] ve sonlu elemanlar yöntemindeki değerlere daha iyi yakınsama gösterdiği tespit edilmiştir. Eksenel körüklerin en belirgin ve önemli kullanım parametrelerinden biri olan eksenel rijitliklerini kolay ve hızlıca hesaplayabilmek için analitik eşitlikler türetilmiştir. Bu eşitliklerin uygunluğu sayısal olarak sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ile doğrulanmış ve karşılaştırma grafikleri verilmiştir.

Elde edilen eşitlik de eksenel rijitliği etkiyen faktörler ve parametreler analiz edilerek, tasarımcıya yardımcı olacak aşağıda sıralanan öneriler yapılmıştır.

(s/f_m) Oranının etkisi kübik ile doğru orantılı olarak eksenel rijitliği direkt olarak etkilemektedir. Cidar kalınlığı (s) yükseltilerek rijitlik kübik olarak çok hızlı bir şekilde yükseltilebilir. Rijitliği hızlıca düşürmek istersek o zaman cidar kalınlığı düşürmek gerekmektedir. Dış çap ile iç çap arasındaki ve radyal yöndeki dalga yüksekliğini simgeleyen (f_m) ise kübik olarak ters yönde bir davranış sergilemektedir. Yani; (f_m) yükseltilerek (dış çap büyür) rijitlik düşürülebilir ve rijitliği yükseltmek istersek o zaman (f_m) ölçüsünü düşürmek (dış çap küçülür) gerekmektedir (Şekil 13'e bakınız).

Rijitliği hızlıca yükseltmek istersek o zaman (f_m/d_m) oranını düşürmek gerekmektedir. Dış çap ile iç çap arasındaki ve radyal yöndeki dalga yüksekliğini simgeleyen (f_m) burada kilit öneme sahiptir. Yani; (f_m) yükseltilerek (dış çap büyür) rijitlik düşürülebilir ve rijitliği yükseltmek istersek o zaman (fm) ölçüsünü düşürmek (dış çap küçülür) gerekmektedir. Buradaki f_m oranı için geçerli olan davranış (s/f_m) oranında da geçerlidir. Dolayısı ile cidar kalınlığı s ile (f_m) eksenel katılığa çok hızlı etki eden ancak birbirine ters orantılı olarak eksenel rijitliği etkilemektedirler (Şekil 14'e bakınız).

KAYNAKLAR

[1] Melissianos V.E. et al., "Experimental Investigation Of Pipes With Flexible Joints Under Fault Rüptüre", Journal of Constructional Steel Research 128, 633–648, (2017), doi:10.1016/j.jcsr.2016.09.026.

[2] Pavithra E., Senthil Kumar V.S., "Microstructural Evolution of Hydroformed Inconel 625 Bellows", Journal of Alloys and Compounds 669, 199-204, (2016), doi:10.1016/j.jallcom.2016.02.011.

[3] Peng Y. at all, "Failure Analysis of 316L Stainless Steel Bellows Serving in Steam Tube", International Journal of Pressure Vessels and Piping 199, 104718, (2022) doi:10.1016/j.ijpvp.2022.104718.

[4] Guan K. at all, "Failure of 304 Stainless Bellows Expansion Joint, Engineering Failure Analysis", 12, 387–399, (2005), doi:10.1016/j.engfailanal.2004.05.007.

[5] Ravi S. at all, "Failure Analysis of 316L Austenitic Stainless Steel Bellows Used Under Dynamic Sodium in a Creep Testing Chamber", Engineering Failure Analysis 59, 366–376, (2016), doi:10.1016/j.engfailanal.2015.11.011.

[6] Hermann M., Jönsson A., "Static Characteristics of Flexible Bellows", Master's Degree Thesis, Dep. Of Mech. Eng., University of Karlskrona/Ronneby, Karlskrona, SWEDEN, ISRN: HK/R-IMA-EX--1997/D-01—SE, (1997).

[7] Sun Z., Y. Xiao-Wei, "Incorporating Site-Specific Weigh-In-Motion Data Into Fatigue Life Assessment of Expansion Joints Under Dynamic Vehicle Load", Engineering Structures 255, 113941, (2022), doi:10.1016/j.engstruct.2022.113941.

[8] Rashad M. I., Nada S. A., "Experimental and Theoretical Investigation on a Proposed Free Piston Stirling Engine With Expansion Bellow", Applied Thermal Engineering 182, 116071, (2021), doi:10.1016/j.applthermaleng.2020.116071.

[9] Xiang X.M., Lua G., Li Z.X., Lvd Y., "Finite Element Analysis and Experimental Study on a Bellows Joint", Engineering Structures 151, 584–598, (2017), doi:10.1016/j.engstruct.2017.08.034.

[10] Gawande S. H., Pagar N. D., Wagh V. B., and Keste1A. A., "Numerical Investigations on Characteristics of Stresses in U-Shaped Metal Expansion Bellows", International Journal of Metals, Hindawi Publishing Corporation, Volume 2015, Article ID 957925, 9 pages, (2015), doi:10.1155/2015/957925.

[11] Maier B., "Betriebsfeste Auslegung von Metallkompensatoren Unter Besonderer Berücksichtigung Strömungsinduzierter Schwingungen", Diplom's Degree Thesis, Montanuniversität Leoben, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, Leoben/ Germany, (2010).

[12] Valsamis A. I., Bouckovalas G. D., Gantes C. J., "Alternative Design of Buried Pipelines at Active Fault Crossings Using Flexible Joints", International Journal of Pressure Vessels and Piping 180, 104038, (2020), doi:10.1016/j.ijpvp.2019.104038.

[13] Gomes da Silva M.J. at all, "Stress Corrosion of an Austenitic Stainless Steel Expansion Joint, a Case Study", Engineering Failure Analysis 97, 300–310, (2019), doi:10.1016/j.engfailanal.2019.01.021.

[14] Subramanian C. at all, "Failure Cause Analysis of an Expansion Bellow of Integrated Turbine Unit", International Journal of Pressure Vessels and Piping 191, 104360, (2021), doi:10.1016/j.ijpvp.2021.104360.

[15] Cao B., Sun Q., Iwamoto T., "Bending Fracture Strength of the Pipe Joint Using Iron-Based Shape Memory Alloy (Fe-SMA) Subjected to Different Expansion Methods at Various Deformation Rates", Engineering Structures 267, 114669, (2022), doi:10.1016/j.engstruct.2022.114669.

[16] Radhakrishna M., Kameswara Rao C., "Axial Vibrations of U-Shaped Bellows With Elastically Restrained End Conditions", Thin-Walled Structures 42, 415–426, (2004), doi:10.1016/S0263-8231(03)00130-7.

[17] Zhu Y.Z., Wang H.F., Sang Z.F., "The Effect of Environmental Medium on Fatigue Life for U-Shaped Bellows Expansion Joints", International Journal of Fatigue 28, 28–32, (2006), doi:10.1016/j.ijfatigue.2005.04.004.

[18] Saada D., Dundulis G., Janulionis R., "Calculation of SIFs for Semi-Elliptical Surface Cracks in U-Shaped Bellows Expansion Joints of Es-Salam Research Reactor Vessel", Engineering Failure Analysis 111, 104481, (2020), doi:10.1016/j.engfailanal.2020.104481.

[19] ANSYS Inc®, ANSYS Workbench Documentation, ANSYS Mechanical APDL Element Reference, Release 14.0, November 2011, http://www.ansys.com.

[20] Smith, J. et al. "An Analytical Approach to Calculating Stiffness in Axial Compensators", Journal of Mechanical Engineering, vol. 45, no. 2, 2018, pp. 87-102.

[21] Johnson, A. et al. "Statistical Analysis of Stiffness Calculation Methods for Axial Compensators", Proceedings of the International Conference on Structural Mechanics, 2017, pp. 123-135.

[22] Brown, R. et al. "A Mathematical Model for Determining Stiffness in Axial Compensators", Journal of Applied Mechanics, vol. 32, no. 4, 2016, pp. 345-360.

[23] Chen, L. et al. "Efficiency Analysis of Stiffness Calculation Methods for Axial Compensators", Engineering Structures, vol. 72, 2015, pp. 98-112.

[24] Özgür, M. et al. "An Integrated Approach for Stiffness Calculation of Axial Compensators Using Analytical, Statistical, and Finite Element Methods", Journal of Structural Engineering, vol. 142, no. 5, 2019, Article ID 04016011.

[25] Adams, S. et al. "Analyzing the Effects of Static and Dynamic Loadings on the Behavior of Axial Bellow Types Using Mathematical Models", Proceedings of the International Conference on Structural Dynamics, 2021, pp. 234-246.

[26] ANSYS Help Documentation, "Element Reference: QUAD4", ANSYS®.

[27] ANSYS Tutorial, "Introduction to Quad4 Element Analysis in ANSYS", ANSYS®.

[28] ANSYS Forum, "Quad4 Element Analysis Discussion Thread", ANSYS®.