T.C.

TRAKYA ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ SANDVİÇ KİRİŞ VE PLAKLARIN DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE EĞİLME VE TİTREŞİM ANALİZİ

PINAR AYDAN DEMİRHAN

DOKTORA

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Tez Danışmanı: YRD.DOÇ.DR.VEDAT TAŞKIN

EDİRNE-2016

T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü onayı

Prof.Dr. Murat YURTCAN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Bu tezin DOKTORA tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

Prof.Dr. Ayşegül ÖZTÜRK
Anabilim Dalı Başkanı

Bu tez tarafımca okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

Yrd.Doç.Dr.Vedat TAŞKIN
Tez Danışmanı

Bu tez, tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından Makine Mühendisliği Anabilim Dalında bir Doktora tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Prof.Dr. Metin AYDOĞDU	
Doç.Dr. Bahar UYMAZ	
Yrd.Doç.Dr. Vedat TAŞKIN	
Yrd.Doç.Dr. Altan MESUT	
Yrd.Doç.Dr. Sencer Süreyya KARABEYOĞLU	

Tarih: 25/11/2016

T.Ü. FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ DOKTORA PROGRAMI

DOĞRULUK BEYANI

İlgili tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin kaynak gösterilerek ilgili tezde yer aldığını beyan ederim.

25/11/2016

Pınar Aydan DEMİRHAN

Doktora Tezi

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ SANDVİÇ KİRİŞ VE PLAKLARIN DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE EĞİLME VE TİTREŞİM ANALİZİ

T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

ÖZET

Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş öz veya yüzey tabakalarına sahip sandviç kiriş ve plakların eğilme ve titreşim analizi dört değişkenli kayma deformasyon teorisi kullanılarak yapılmıştır. Bu teori yüksek mertebe teorilerle karşılaştırılabilecek hassasiyete sahip olmakla birlikte işlem kolaylığı açısından klasik teoriye benzemektedir. Düşey yerdeğiştirmenin eğilme ve kayma bileşenlerine ayırılarak işleme alındığı teoride, düşey kayma genlemelerinin kalınlık boyunca ikinci derece dağılım gösterdiği kabul edilmektedir. Bunun sonucunda kayma düzeltme katsayısı kullanımına ihtiyaç duyulmadan plak alt ve üst yüzeylerinde kayma gerilmesinin sıfır olması koşulu da sağlanmaktadır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş öz ve yüzey tabakalarının etkin özellikleri üstel bir fonksiyon kullanılarak karışımlar kuralı ile elde edilmiştir. Sandviç kiriş ve plak için yerdeğiştirme bileşenlerinin tanımlanmasında çeşitli şekil fonksiyonları ile birlikte polinomik şekil fonksiyonu kullanılmıştır. Sandviç kiriş ve plağın hareket denklemleri Hamilton Prensibi ile elde edilmiştir. Basit desteklenmiş kiriş ve plak için Navier yaklaşımı kullanılmıştır. Statik analiz için analitik çözüm elde edilmiş, dinamik analizde elde edilen özdeğer problemi çözülmüştür. Karşılıklı iki kenarı basit destekli plak için Levy yaklaşımı kullanılmış, statik ve dinamik analiz için Durum-Uzay (State-Space) yöntemi ile çözüm elde edilmiştir.

Çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş yapı, yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş izotropik öze sahip yapı ve özü fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyleri izotropik yapı olmak üzere üç farklı tipte sandviç yapı analiz edilmiştir. Plak ve kiriş kalınlığının uzunluğa oranı, öz ve yüzey tabakalarının kalınlık oranları, hacimsel değişim üsteli değiştirilerek numerik sonuçlar üretilmiştir. Elde edilen sonuçlar literatürle karşılaştırılmış ve oldukça uyumlu olduğu gözlenmiştir.

Yıl : 2016

Sayfa Sayısı : 127

Anahtar Kelimeler : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, sandviç yapılar, eğilme, gerilme, titreşim, kiriş, plak, Navier metodu, Levy metodu, Durum-Uzay (State Space) metodu

Doctoral Thesis

BENDING AND VIBRATION ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED SANDWICH PLATE AND BEAM BY USING FOUR VARIABLE SHEAR DEFORMATION THEORY

Trakya University Institute of Natural Sciences

Mechanical Engineering

ABSTRACT

In this thesis, bending and vibration analysis of functionally graded sandwich plates and beams by using four variable shear deformation theory are studied. This theory is efficient as high order theories and it also has a simple calculation routine. It separates the transverse displacement into bending and shear components. It accounts for a quadratic variation of the transverse shear strains along the thickness, and satisfies the zero traction boundary conditions on the top and bottom surfaces of the plate without using shear correction factors.

Effective properties of functionally graded core and skins are calculated by using power law with mixing rules. In the definition of the displacement components of the sandwich plates and beams, polynomial, sinusoidal, exponential and hyperbolic shape functions are used. Motion equations are derived through the Hamilton principle. Navier approach is used for simply supported plate and beam. Levy solution procedure with State-Space approach is used for sandwich plate with two simply supported opposite sides.

Three different types of sandwiches are used in the study. Functionally graded structure, sandwich with functionally graded skins and isotropic core, and sandwich with functionally graded core and isotropic skins are analyzed. Different thickness to length ratio, skin thickness to core thickness ratio and power law indices are used for numerical

results. The results are compared with the literature and it is seen that they are in good agreement.

Year : 2016
Number of Pages : 127
Keywords : Functionally graded materials, Sandwich structure, Bending, Stress, Vibration, Beam, Plate, Navier's method, Levy's method, State-Space method

ÖNSÖZ

Doktora eğitimim süresince bilgi ve tecrübesiyle beni her zaman destekleyen, dinleyen, yol gösteren ve cesaretlendiren değerli hocam, danışmanım Yrd. Doç. Dr. Vedat Taşkın' a üzerimdeki tüm emekleri için çok teşekkür ederim.

Başta Prof.Dr. Metin Aydoğdu hocam olmak üzere değerli yorum ve önerileri için Doç.Dr. Bahar Uymaz, Yrd.Doç.Dr. Altan Mesut ve Yrd.Doç.Dr. Sencer S. Karabeyoğlu'na teşekkür ederim.

Her ihtiyaç duyduğumda yanıma koşan, bugünlere gelmemde en büyük paya sahip annem ve babama, maddi ve manevi destekleriyle beni yalnız bırakmayan tüm aileme ve arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Hayat arkadaşım Tolga Demirhan'a ve biricik oğlumuz Yiğit Uras Demirhan'a bu uzun süreçte beni daima destekledikleri, moral verdikleri, sabır ve anlayış gösterdikleri için çok teşekkür ederim.

Pınar Aydan DEMİRHAN

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1 ..... **1**

GİRİŞ **1**

1.1. PROBLEMİN ÖNEMİ 1

1.2. TEZİN KONUSU VE KAPSAMI 1

1.3 LİTERATÜR ÖZETİ 2

1.4 TEZİN ORGANİZASYONU 6

BÖLÜM 2 ..... **8**

GENEL BİLGİLER **8**

2.1. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELERDE ETKİN ÖZELLİKLERİN DEĞİŞİMİ 10

2.2. KOMPOZİT MALZEMELERİN MEKANİK ÖZELLİKLERİ 12

2.3. PLAK VE KİRİŞ TEORİLERİ 13

2.3.1 Plak Teorileri 14

2.3.2. Kiriş Teorileri 16

BÖLÜM 3 ..... **18**

SANDVİÇ KİRİŞ VE PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ **18**

3.1. SANDVİÇ KİRİŞ VE PLAĞIN ETKİN ÖZELLİKLERİNİN TANIMLANMASI 18

3.2. DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ SANDVİÇ KİRİŞİN EĞİLME VE TİTREŞİM ANALİZİ 20

3.2.1. Sandviç Kirişin Eğilme Analizi 23

3.2.2. Sandviç Kirişin Titreşim Analizi 24

3.3. DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ SANDVİÇ PLAĞIN EĞİLME VE TİTREŞİM ANALİZİ 24

3.3.1. Sandviç Plağın Eğilme Analizi 27

3.3.1.1. Dört Kenarı Basit Desteklenmiş Plak 27

3.3.1.2. Karşılıklı İki Kenarı Basit Destekli Plaklar 28

3.3.2. Sandviç Plağın Titreşim Analizi 37
3.3.2.1. Dört Kenarı Basit Desteklenmiş Plak 37
3.3.2.2. Karşılıklı İki Kenarı Basit Desteklenmiş Plak 38
BÖLÜM 4 42
SONUÇLAR 42
4.1. DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE SANDVİÇ KİRİŞİN EĞİLMESİ 44
4.1.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş (Tip A) 44
4.1.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sandviç kiriş (Tip B) 52
4.1.3. Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C) 66
4.2. DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE SANDVİÇ KİRİŞ TİTREŞİMİ 73
4.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş (TipA) Titreşimi 73
4.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Yüzey Tabakalı Sandviç Kiriş (Tip B) Titreşimi 74
4.2.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Özlü Sandviç Kiriş (Tip C) Titreşimi 76
4.3.DÖRT DEĞİŞKENLİ KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ İLE SANDVİÇ PLAKLARIN EĞİLME ANALİZİ 78
4.3.1.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Plak (Tip A) 78
4.3.2.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Yüzey Tabakalı Plağın (Tip B) Eğilme Analizi 86
4.3.3.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Özlü Sandviç Plak (Tip C) 97
4.4. DÖRT DEĞİŞKENLİ TEORİ İLE SANDVİÇ PLAK TİTREŞİMİ 105
4.4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Plak (TipA) Titreşimi 105
4.4.2.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Yüzey Tabakalı Plak (Tip B) Titreşimi 111
BÖLÜM 5 118
SONUÇ VE DEĞERLENDİRME 118
KAYNAKLAR 121
ÖZGEÇMİŞ 125
BİLİMSEL FAALİYETLER 126

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. A fazının x ekseni boyunca hacimsel oranının değişimi 10
Şekil 2.2. İki saf faz arasında derecelendirilmiş geçiş 11
Şekil 2.3. Tipik bir dikine düz çizginin farklı kiriş teorilerine göre deformasyonu..... 17
Şekil 3.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş plak (Tip A) 18
Şekil 3.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sandviç plak (Tip B) 19
Şekil 3.3. Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert ve yumuşak özlü sandviç plakların (Tip B) kesit görünüşü 19
Şekil 3.4 Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plak (Tip C) 20
Şekil 4.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) elastiklik modülünün değişimi 44
Şekil 4.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) çökmesi 47
Şekil 4.3. Fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) çökmesinde eğilme ve kayma bileşenlerinin etkisi 48
Şekil 4.4. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) çökmesi 49
Şekil 4.5. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5-20 için boyutsuz çökmesi 49
Şekil 4.6. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) boyutsuz normal gerilme dağılımı 50
Şekil 4.7. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5,20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı 51
Şekil 4.8. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5-20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı 51
Şekil 4.9. Al-Al2O3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5 ve L/h=20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı 51
Şekil 4.10. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç kirişin kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi 53
Şekil 4.11. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç kirişin boyutsuz çökmesi farklı sandviç kalınlık oranları ve L/h=5-20 için 60

Şekil 4.12. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için boyutsuz çökmesi.....61
Şekil 4.13. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı 62
Şekil 4.14. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için normal gerilme dağılımı.....63
Şekil 4.15. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı 64
Şekil 4.16. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için kayma gerilmesi dağılımı.....66
Şekil 4.17. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi.....67
Şekil 4.18. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için kalınlık boyunca çökme eğrisi 69
Şekil 4.19. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için boyutsuz normal gerilmesi.....70
Şekil 4.20. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için boyutsuz kayma gerilmesi 71
Şekil 4.21. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) L/h=5-20 için çökme eğrileri.....71
Şekil 4.22. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) L/h=5-20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı 72
Şekil 4.23. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) L/h=5-20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı 72
Şekil 4.24. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın a/h=5, 20 için çökme eğrileri 80
Şekil 4.25. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın çökme eğrileri.....81
Şekil 4.26. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı şekil fonksiyonları için çökme eğrileri 81
Şekil 4.27. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için çökme eğrileri 82

Şekil 4.28. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı 82
Şekil 4.29. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için normal gerilme dağılımı 83
Şekil 4.30. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) kayma gerilmesi dağılımı 83
Şekil 4.31. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için kayma gerilmesi dağılımı 84
Şekil 4.32. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı sınır koşulları için boyutsuz çökmesi 86
Şekil 4.33. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç plağın kalınlık boyunca çökme dağılımı 90
Şekil 4.34. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) normal gerilme dağılımı 91
Şekil 4.35. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç plağın kayma gerilmesi dağılımı 92
Şekil 4.36. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç plağın (Tip B) farklı kalınlık oranları ve a/h=5-20 için çökme eğrileri 93
Şekil 4.37. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç plağın (Tip B) normal gerilme dağılımı 94
Şekil 4.38. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç plağın (Tip B) kayma gerilmesi dağılımı 95
Şekil 4.39. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) Levy tipi çözüm ile elde edilen çökme eğrileri 97
Şekil 4.40. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) farklı teorilerin şekil fonksiyonları için çökme eğrileri 101
Şekil 4.41. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın farklı şekil fonksiyonları için normal gerilme dağılımları 101
Şekil 4.42. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın farklı şekil fonksiyonları için kayma gerilmesi dağılımları 102
Şekil 4.43. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) elastiklik modülünün kalınlık boyunca dağılımı 103

Şekil 4.44. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) çökme eğrileri 103
Şekil 4.45. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) boyutsuz normal gerilme dağılımı 104
Şekil 4.46. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı 104
Şekil 4.47. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) elastiklik modülü, normal gerilmesi ve kayma gerilmesi 105
Şekil 4.48. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın boyutsuz frekans değerleri 109
Şekil 4.49. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın boyutsuz doğal frekans değerleri 110
Şekil 4.50. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın boyutsuz doğal frekans değerleri 111

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 4.1. Malzeme özellikleri……... 42
Tablo 4.2. Sandviç kirişin öz ve yüzey tabakalarının kalınlık oranları…… 43
Tablo.4.3. Literatürde yer alan ve çalışmada kullanılan bazı şekil fonksiyonları… 43
Tablo.4.4. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş için boyutsuz çökme değerleri..... 45
Tablo.4.5. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş için boyutsuz normal gerilme…… 46
Tablo.4.6. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş için boyutsuz kayma gerilmesi..… 47
Tablo.4.7. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz çökme değerleri……. 54
Tablo.4.8. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz çökme değerleri…..... 55
Tablo.4.9. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz normal gerilme değerleri……... 56
Tablo.4.10. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz normal gerilme değerleri ……. 57
Tablo.4.11. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri ……. 58
Tablo.4.12. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri ..……. 59
Tablo.4.13. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) boyutsuz çökme değerleri ……. 67
Tablo.4.14. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C) için boyutsuz normal gerilme değerleri ……. 68
Tablo.4.15. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C) için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri …….. 68
Tablo.4.16. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) kirişin boyutsuz doğal frekansı (1. Mod) …..... 73
Tablo.4.17. Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) boyutsuz doğal frekansı (2. ve 3. Mod)……..... 73

Tablo.4.18. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz doğal frekansı (1. Mod)…… 74
Tablo.4.19. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz doğal frekansı …… 75
Tablo.4.20. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü kirişin (Tip B) boyutsuz doğal frekansı ……... 76
Tablo.4.21. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) boyutsuz doğal frekansı (1. Mod) ……. 77
Tablo.4.22. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) boyutsuz doğal frekansı (2. ve 3. Mod)……..... 78
Tablo.4.23. Sinusoidal yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi ……. 79
Tablo.4.24. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz normal gerilmesi …… 79
Tablo.4.25. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz kayma gerilmesi ……. 80
Tablo.4.26. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi …….. 84
Tablo.4.27. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi …….. 85
Tablo.4.28. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi …….. 85
Tablo.4.29. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) boyutsuz çökmesi …….. 87
Tablo.4.30. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) boyutsuz normal gerilmesi ……. 88
Tablo.4.31. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç (Tip B) plağın boyutsuz kayma gerilmesi ……. 89
Tablo.4.32. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) boyutsuz çökmesi..... 96

Tablo.4.33. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın boyutsuz çökmesi ……..... 98
Tablo.4.34. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) boyutsuz normal gerilmesi ……. 99
Tablo.4.35. Sinüsoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın boyutsuz kayma gerilmesi ……. 100
Tablo.4.36. Al-ZrO_2 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz frekansı ……. 106
Tablo.4.37. Al-ZrO_2 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz frekansı (farklı boyutsuzlaştırma parametresi ile)……. 106
Tablo.4.38. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz frekansı ……. 107
Tablo.4.39. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) Navier ve Levy yaklaşımı ile elde edilmiş boyutsuz frekansı ……...…. 107
Tablo.4.40. Al-ZrO_2 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı sınır koşulları için boyutsuz frekansı …… 108
Tablo.4.41. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı sınır koşulları için boyutsuz frekansı …… 109
Tablo.4.42. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) plağın boyutsuz frekansı ……... 112
Tablo.4.43. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) Levy yaklaşımı ile elde edilmiş boyutsuz frekansı ……. 113
Tablo.4.44. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) Navier yaklaşımı ile elde edilmiş boyutsuz frekansı ……. 114
Tablo.4.45. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) Navier yaklaşımı ile elde edilmiş ilk on boyutsuz frekansı …… 114
Tablo.4.46. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) 2, 3 ve 4. titreşim modları için boyutsuz frekansı ……. 115

Tablo.4.47. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) farklı sınır koşulları için boyutsuz frekansı ……. 116
Tablo.4.48. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (TipB) plağın boyutsuz frekansı ……... 117

SİMGELER DİZİNİ

C_{ij}, C_{ji}	Elastik sabitler matrisi
E, E_1, E_2	Elastiklik modülü
E_A	A fazının elastiklik modülü
E_B	B fazının elastiklik modülü
$f_A(x)$	A fazının hacimsel değişim fonksiyonu
f_A	A fazının hacimsel oranı
f_B	B fazının hacimsel oranı
f(z)	Yerdeğiştirme şekil fonksiyonu
G	Kayma modülü
G_B	B fazının Kayma modülü
h_i	Plak ve kiriş kalınlığı
I_i, J_i, K_i	Atalet bileşenleri
K	Bulk modülü
K_A	A fazının Bulk modülü
K_B	B fazının Bulk modülü
M_x, M_y, M_{xy}	Moment bileşenleri
N_x, N_y, N_{xy}	Kuvvet bileşenleri
p	Hacimsel değişim üsteli
P	Malzemenin etkin özelliği
P_A	A fazının etkin özelliği
P_B	B fazının etkin özelliği
q	Dış kuvvet
Q	Kesme kuvveti
Q_{ij}	İndirgenmiş Sertlik matrisi
u	x ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirme
u_b	x ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmenin eğilme bileşeni
u_s	x ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmenin kayma bileşeni
v	y ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirme

v_b	y ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmenin eğilme bileşeni
v_s	y ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmenin kayma bileşeni
V(z)	Hacimsel değişim oranı
V_A	A fazının hacimsel değişim oranı
V_B	B fazının hacimsel değişim oranı
w	z ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirme
w_b	z ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmenin eğilme bileşeni
w_s	z ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmenin kayma bileşeni
W	Bağıl iş
x_A	A fazının sınır konumu
x_B	B fazının sınır konumu
x, y, z	Kartezyen koordinatlarda kullanılan eksen takımı
γ_{ij}	Kayma genlemesi
δK	Kinetik enerjinin varyasyonel ifadesi
δU	Genleme enerjisinin varyasyonel ifadesi
δV	Dış kuvvet tarafından yapılan işin varyasyonel ifadesi
$\varepsilon_i, \varepsilon_j$	Genleme
σ_i	Normal gerilme
τ_{ij}	Kayma Gerilmesi
ϕ_x, ϕ_y	y ve x eksenlerine göre dönme
ω	Doğal frekans

Kısaltmalar

KKT	Klasik kiriş teorisi
PŞF	Polinomik şekil fonksiyonu
ÜŞF	Üstel şekil fonksiyonu
SŞF	Sinüsoidal şekil fonksiyonu
HŞF	Hiperbolik şekil fonksiyonu
F.D.K	Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş
F.D.P	Fonksiyonel derecelendirilmiş plak

FD	Fonksiyonel derecelendirilmiş
S.Ö.S.K	Sert özlü sandviç kiriş
Y.Ö.S.K	Yumuşak özlü sandviç kiriş
S.Ö.S.P	Sert özlü sandviç plak
Y.Ö.S.P	Yumuşak özlü sandviç plak
BBBB	Basit-basit-basit-basit destekli
BABA	Basit-ankastre-basit-ankastre destekli
BSBS	Basit-serbest-basit-serbest destekli
BBBA	Basit-basit-basit-ankastre destekli
BABS	Basit-ankastre-basit-serbest destekli
BBBS	Basit-basit-basit-serbest destekli

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu bölümde problemin önemi, tezin konusu ve kapsamı, ilgili literatür özeti ve tezin organizasyonuna yer verilmiştir.

1.1. Problemin Önemi

Uzay, havacılık, denizcilik, enerji, spor ve inşaat gibi çeşitli endüstrilerde sandviç yapılar yaygın olarak kullanılmaktadır. Sandviç yapılarda sıkça kullanılmaya başlanan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler iki malzemenin özelliklerini yumuşak geçişlerle bünyesinde barındıran malzemelerdir. Çoğunlukla kiriş ve plak formunda kullanılan bu fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç yapıların yük altında eğilme davranışlarının ve serbest titreşim frekanslarının bilinmesi oldukça önemlidir.

1.2. Tezin Konusu ve Kapsamı

Bu tez çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme içeren sandviç yapıların eğilme ve titreşim davranışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda literatürde problemin çözümüne yönelik kullanılan teoriler incelenmiştir. Hassasiyeti ve işlem kolaylığı açısından karşılaştırılan teoriler arasında son zamanlarda öne çıkan dört değişkenli plak teorisi ile sandviç kiriş ve plakların bazı statik ve dinamik analizlerinin literatürde yer aldığı ancak konu ile ilgili henüz çalışılmamış kısımların bulunduğu görülmüştür. Çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş ve plak, yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş homojen özlü sandviç kiriş ve plak ve yüzey tabakaları homojen fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş ve plak için eğilme ve serbest titreşim problemleri ele alınmıştır. Kiriş ve plakların hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Tüm kenarları basit desteklenmiş kiriş ve plak için Navier çözüm yöntemi kullanılarak analitik çözüm elde edilmiştir. Karşılıklı iki kenarı basit destekli diğer iki kenarı çeşitli tipte desteklenmiş plağın eğilme ve titreşim probleminde Levy tipi çözüm ile birlikte Durum Uzay (State Space) yöntemi kullanılmıştır. Dört değişkenli kayma deformasyon teorisi ile fonksiyonel

derecelendirilmiş sandviç plağın eğilme analizinde Durum Uzay yöntemini kullanan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Benzer şekilde titreşim problemi için yalnızca fonksiyonel derecelendirilmiş plağın analizinde Durum Uzay yöntemini kullanan bir çalışma olduğu halde çeşitli tipteki sandviç plaklar için bu yöntemi kullanan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

1.3 Literatür Özeti

Sandviç yapılarla ilgili çalışmalarda yüzey tabakaları izotropik veya ortotropik kabul edilirler. Öz malzemesi olarak kullanılan balpetek, ahşap veya köpük yapıların makroskopik mekanik davranışları izotropik veya ortotropik kabul edilir. Sandviç yapıların analizinde kullanılan klasik tabakalı plak teorisi (KTPT), izotropik ince plak teorisinden türetilmiştir ve dikine kayma deformasyonlarını hesaba katmaz. Sandviç plaklar genellikle kalın yapıda olduğundan ve kullanılan özlerin kayma deformasyonuna uğramasından dolayı klasik plak teorisinin sandviç plaklara uygulanabilirliği sınırlıdır. Ancak yüzey tabakalarının düzlemiçi analizlerinde ve düzlemiçi boyutları kalınlıktan çok büyük olan sandviç plaklarda KTPT önemli bir referans olmaktadır. [1]

Sandviç yapılarla ilgili olarak Plantema, Allen ve Zenkert tarafından yapılan çalışmalarda sandviç panelin çökmesi kısmi çökmelerle analiz edilmiştir. Örneğin eğilmeden kaynaklanan çökme ile kaymadan kaynaklanan çökme ayrı ayrı elde edilip tüm deformasyon modları çözüme eklenerek toplam çökme elde edilmiştir. Sandviç plak ve çubukların analizine en uygun uygulama Reissner ve Mindlin tarafından homojen ve izotropik plaklar için geliştirilen birinci mertebe kayma deformasyon teorisinin ortotropik yüzey tabakalı sandviç plaklara genişletilmesi ile elde edilmiştir. Analiz bazı kabullere dayanmaktadır: [1]

- Yüzey tabakaları öze göre ince kabul edilmektedir ve düzlem gerilme etkisindedir. ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$)
- Özdeki düzlem içi gerilmeler σ_x, σ_y ve τ_{xy} ihmal edilir.
- Yüzey tabakalarının düzlem içi yerdeğiştirmeleri u ve v kalınlık boyunca üniformdur ve orta düzlemdeki değerleri kabul edilir.
- Düzlem dışı yerdeğiştirme w, z koordinatından bağımsız kabul edilir. $\varepsilon_z = \partial w/\partial z = 0$
- Özün düzlem içi yerdeğiştirmeleri u ve v kalınlık koordinatı z boyunca lineerdir.

Klasik plak teorisi, ince plaklar için basit ve kullanışlı bir teori olmasına karşın düşey kayma etkilerini yok saydığından plak kalınlığı arttıkça çökme, burkulma ve frekans hesabında istenen hassasiyette sonuç üretememektedir. Kompozit plak ve kabuklarda yapının kararsızlığı ve hasarında kayma deformasyonları, uzama-eğilme ve eğilme-kayma bileşenleri önemli rol oynamaktadır. Kompozit malzemeler için daha hassas ve güvenilir tahminler elde etmek için yeni teoriler geliştirilmiştir. Pek çok kayma deformasyon teorisi dikine kayma etkilerini dikkate alarak klasik plak teorisinin eksikliklerini gidermiştir. Reissner ve Mindlin tarafından ortaya koyulan Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi kalınlık boyunca düzlem içi yer değiştirmelerin lineer dağıldığı kabulüyle kayma etkisini hesaba katmıştır. Ancak alt ve üst yüzeylerde denge durumunu bozduğundan kayma gerilme/genlemelerinin kalınlık boyunca bu gerçekdışı dağılımını düzeltmek için bir kayma düzeltme faktörüne ihtiyaç duymaktadır. Bu sınırlamaları ortadan kaldırmak için kalınlık doğrultusundaki yer değiştirmenin Taylor açılımının yüksek mertebe terimlerini içeren çeşitli Yüksek Mertebe Kayma Deformasyon Teorileri geliştirilmiştir.

Yüksek mertebe kayma deformasyon teorilerinde yer değiştirme fonksiyonunun bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$u(x,y,z) = u_0(x,y,z) - z\frac{\partial w}{\partial x} + \psi(z)\varphi_x \tag{1.1}$$

$$v(x,y,z) = v_0(x,y,z) - z\frac{\partial w}{\partial y} + \psi(z)\varphi_y \tag{1.2}$$

$$w(x,y,z) = w_0(x,y,z) \tag{1.3}$$

Shimpi [2] izotropik plaklar için kayma deformasyonlarını da hesaba katan ve sadece iki bilinmeyen fonksiyon içeren geliştirilmiş bir plak teorisi sunmuştur. Teori kayma kuvvetleri ve eğilme momentlerinin etkilerini birbirinden ayırarak formülasyonu basitleştirmiştir. Yönetici denklemler, sınır koşulları ve moment ifadeleri klasik plak teorisine çok benzemekle birlikte kayma düzeltme katsayısı kullanımını gerektirmemektedir.

Kalınlık doğrultusundaki yer değiştirme bileşeni w, her ikisi de x ve y' nin fonksiyonu olan eğilme w_b ve kayma w_s bileşenlerine sahiptir.

$$w = w_b + w_s \tag{1.4}$$

x ve y doğrultularındaki yer değiştirme bileşenleri u ve v' nin eğilme bileşenleri klasik plak teorisindeki gibidir.

$$u_b = -z\frac{\partial w_b}{\partial x} \tag{1.5}$$

$$v_b = -z\frac{\partial w_b}{\partial y} \tag{1.6}$$

Düzlem dışı kayma gerilmelerinin (τ_{zx},τ_{zy}) hesabında u_b, v_b ve w_b yer almamaktadır. u ve v yer değiştirmelerinin kayma bileşenleri u_s ve v_s, kayma gerilmelerinin (τ_{zx} ve τ_{zy}) kalınlık boyunca parabolik değişimini ve alt ve üst yüzeylerde sıfır olmasını sağlamaktadır. ε_x, ε_y ve γ_{xy} nin hesaplanmasında katkısı olan u_s ve v_s bileşenlerinin moment bileşenlerinin (M_x, M_y, M_{xy}) hesaplanmasına bir katkısı yoktur.

$$u_s = \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3}z\left(\frac{z}{h}\right)^2\right]\frac{\partial w_s}{\partial x} \tag{1.7}$$

$$v_s = \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3}z\left(\frac{z}{h}\right)^2\right]\frac{\partial w_s}{\partial y} \tag{1.8}$$

Yer değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$u = -z\frac{\partial w_b}{\partial x} + h\left[\frac{1}{4}\left(\frac{z}{h}\right) - \frac{5}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^3\right]\frac{\partial w_s}{\partial x} \tag{1.9}$$

$$v = -z\frac{\partial w_b}{\partial y} + h\left[\frac{1}{4}\left(\frac{z}{h}\right) - \frac{5}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^3\right]\frac{\partial w_s}{\partial y} \tag{1.10}$$

$$w = w_b + w_s \tag{1.11}$$

İki değişkenli plak teorisi Shimpi ve Patel [3] tarafından ortotropik plaklar için düzenlenmiş ve sunulmuştur. Kim ve arkadaşları [4] iki değişkenli plak teorisini tabakalı kompozitler için uygulamıştır. Mechab ve arkadaşları [5] yaptıkları çalışma ile iki değişkenli plak teorisini fonksiyonel derecelendirilmiş plakların eğilme analizinde kullanmıştır. Abdelaziz ve arkadaşları [6] iki değişkenli plak teorisini sandviç plaklara uygulamışlardır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin eğilme ve titreşim analizi konusunda çeşitli teorilerden yaralanan çok sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Mantari ve Yarasca [7] kalınlığın uzama etkisi ve kayma deformasyonlarını da hesaba katan yarı üç boyutlu hibrit bir teori kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş ve sandviç kirişlerin statik analizini yapmıştır. Vo ve arkadaşları [8] kalınlık uzama etkilerinin ve kayma

deformasyonlarını dikkate alan yarı üç boyutlu bir teori kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişin statik davranışını sonlu elemanlar yöntemi kullanarak incelemişlerdir. Thai ve Vo [9] fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin titreşim ve eğilme problemleri için kiriş derinliği boyunca dikine kayma genlemesinin yüksek mertebe değişimini hesaba katan çeşitli yüksek mertebe kayma deformasyon teorileri geliştirmişlerdir. Nguyen ve Nguyen [10] sandviç kirişlerin eğilme, titreşim ve burkulma analizleri için eksenel yerdeğiştirmenin üçüncü dereceden ters trigonometrik bir dağılım gösterdiği yeni bir yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi sunmuşlardır. Vo ve arkadaşları [11] fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişin burkulma ve titreşim problemi için düzeltilmiş kayma deformasyon teorisi temelli bir sonlu elemanlar modeli geliştirmişlerdir. Vo ve arkadaşları [12] fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişin burkulma ve titreşim problemi için kalınlık uzama etkisini ve kayma deformasyonlarını hesaba katan yarı üç boyutlu bir teori kullanarak sonlu elemanlar modeli oluşturmuşlardır. Nguyen ve arkadaşları [13] dikine kayma gerilmelerinin hiperbolik dağılım gösterdiği bir yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi geliştirerek sandviç kirişin burkulma ve titreşim problemine uygulamışlardır. Hareket denkleminin elde edilmesinde Lagrange denklemlerini kullanmış ve çeşitli sınır koşullarına sahip sandviç kiriş için analitik çözüm elde etmişlerdir. Osofero ve arkadaşları [14] çeşitli yarı üç boyutlu teorileri kullanarak sandviç kirişlerin burkulma ve titreşimi için analitik çözümü elde etmişlerdir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plakların eğilme ve titreşim analizlerinin ele alındığını çok sayıda çalışma yapılmıştır. Mantari ve Soares [15] fonksiyonel derecelendirilmiş plakların statik analizini hassas bir yüksek mertebe teori kullanarak yapmıştır. Zenkour [16] basit destekli sandviç plakların çökme ve gerilme analizlerini iki boyutlu olarak çözmüş ve klasik teori, birinci ve üçüncü mertebe teorilerle elde ettiği sonuçları karşılaştırmıştır. Zenkour [17] daha önceki çalışmasında ortaya attığı sinüsoidal kayma deformasyon teorisini sandviç plakların burkulma ve titreşim analizinde de kullanmıştır. Zenkour [18] yaptığı başka bir çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plakların eğilme analizini dikine kayma genlemeleri ile dikine normal genlemeleri birlikte hesaba katan dört değişkenli düzeltilmiş trigonometrik yüksek mertebe kayma deformasyon teorisini kullanarak yapmıştır. Thai ve arkadaşları [19] fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın statik, dinamik ve burkulma analizi için yeni bir dört değişkenli kayma deformasyon teorisi sunmuşlar, sistemin denklemini

Galerkin zayıf form ile elde ederek izogeometrik analiz ile numerik olarak çözmüşlerdir. Thai ve Kim [20] fonksiyonel derecelendirilmiş plakların eğilme ve titreşim analizi için sadece dört bilinmeyen içeren ve plak kalınlığı doğrultusundaki dikine kayma genlemelerinin dağılımını parabolik kabul eden yeni bir yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi sunmuşlardır. Li, Iu ve Kou [21] fonksiyonel derecelendirilmiş dikdörtgensel sandviç plakların titreşim analizini Chebyshev polinomları ve Ritz metodu kullanarak üç boyutlu lineer elastisite teorisi ile yapmıştır. Bessaim ve arkadaşları [22] beş bilinmeyen değişkene sahip dikine kayma genlemelerinin dağılımını hiperbolik kabul eden yeni bir kayma deformasyon teorisini ortaya atmışlardır. Nguyen, Thai ve Vo [23] fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plakların eğilme, burkulma ve titreşim analizi için dikine kayma gerilmelerinin dağılımını hiperbolik kabul eden bir düzeltilmiş yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi sunmuştur. Thai ve arkadaşları [24] fonksiyonel derecelendirilmiş plaklar için birinci mertebe teoriden daha az sayıda bilinmeyen içerdiğinden hesaplama kolaylığına sahip yeni bir kayma deformasyon teorisi sunmuşlardır. Neves ve arkadaşları [25] kalınlık boyunca uzayabilen sandviç plaklar için yüksek mertebe bir kayma deformasyon teorisi önermişlerdir. Thai ve Choi [26] karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş plakların serbest titreşim analizini dört değişkenli düzeltilmiş kayma deformasyon teorisi ile Levy tipi çözüm metodu ve durum uzay (state space) yöntemi kullanarak yapmışlardır.

1.4 Tezin Organizasyonu

Tezin birinci bölümünde problemin öneminden bahsedilmiş, tezin konusu ve kapsamı sunulmuş, ilgili literatür özeti ve tezin organizasyonuna yer verilmiştir.

İkinci bölüme fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ve sandviç yapılar tanıtılmış, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde etkin özelliklerin değişimi için kullanılan mikromekanik modellerinden bahsedilmiştir. Temel kompozit malzeme mekaniği ve malzeme sabitlerinin elde edilmesine yer verilmiştir. Mevcut kiriş ve plak teorilerinden söz edilmiştir.

Üçüncü bölümde öncelikle tezde kullanılan sandviç plağın özellikleri verilmiş ve çeşitli sandviç tipleri tanımlanmıştır. Dört değişkenli plak teorisi kullanılarak sandviç kirişlerin eğilmesi ve titreşim problemi basit destekli kiriş için Navier yaklaşımı kullanılarak çözülmüştür. Sandviç plakların eğilme ve titreşim problemleri basit

desteklenmiş plak için Navier yaklaşımı kullanılarak analitik olarak çözülmüş, karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş sandviç plak için ise Levy çözüm yaklaşımı ile Durum Uzay (state space) lineerleştirme metodu kullanılarak elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde sırasıyla çeşitli tipteki sandviç kirişlerin ve plakların eğilme ve titreşimlerinin numerik sonuçları tablolar ve grafiklerle verilmiştir. Sonuçların literatürle uyumunun görülebilmesi için tablolarda literatürde yer alan değerlere de yer verilmiştir.

Beşinci bölümde tezde elde edilen bulgular özetlenmiştir.

BÖLÜM 2

GENEL BİLGİLER

Geleneksel malzemelerin bazı çevresel koşullarda çalışmaya uygun olmaması yeni malzemeler geliştirilmesi zorunluluğunu ortaya çıkarmıştır. Bu nedenle yüksek sıcaklık ve yüksek gerilmelere dayanabilecek şekilde tasarlanan kaplanmış veya birleştirilmiş malzemeler gibi homojen olmayan kompozit malzemelerle ilgili çalışmalar hız kazanmıştır. [27]

İki veya daha fazla malzemenin makroskopik ölçekte birleştirilmesiyle oluşturulan kompozit malzemeler ile dayanım, yorulma ömrü, katılık, korozyon direnci, ısıl iletkenlik, aşınma direnci, ses yalıtımı gibi özellikler iyileştirilebilmektedir. [28]

Bileşenlerinin farklı özelliklerinden yararlanmak için tasarlanan sandviç yapılar yüksek dayanıma sahip iki ince yüzey tarafından çevrelenmiş, yüzey tabakalarına dik olan doğrultuda yeterli dayanıma sahip, kalın ve hafif bir öz tabakasından meydana gelen kompozit yapılardır. Farklı yüzey ve öz malzemeleri kullanılarak çok farklı sandviç yapı alternatifleri oluşturulabilir. Yüzey tabakaları için çelik, alüminyum, ahşap, elyaf takviyeli plastik, beton veya derecelendirilmiş malzemelerden kullanılabilir. Öz için mantar, balsa ağacı, kauçuk, plastik, metal-kağıt bal petek yapı, katı köpük malzemeler veya fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler kullanılabilir. Sandviç yapı oluşturulurken farklı malzemelerin bir arada kullanılabilmesi, belirli amaçlara yönelik uygulamalar için optimum tasarımın üretilebilmesini sağlar. Her malzemenin iyi özellikleri kullanılırken negatif özellikleri elimine edilir. [29]

Uçak sanayiinde 1940'dan beri kullanılan sandviç yapılar günümüzde roket ve uydu yapıları, helikopterlerin gövde, kargo kapıları, ana rotor ve kuyruk rotoru palaları; uyduların güneş panelleri, yansıtıcı anten ve gövde yapıları; gemilerin gövde dış kısmı, asma tavanları, kamara bölmeleri ve hava kalkanlarında kullanılmaktadır. Ayrıca trenler, tramvaylar, yelkenli tekneler, yarış araçları ve arabaları da sandviç konstrüksiyonun kullanıldığı araçlardır. Isıl ve akustik yalıtım, yüksek katılık ve yüksek mukavemet/ağırlık oranı, yüksek yük taşıma kapasitesi, yorulma ömrünün uzun oluşu,

çatlak büyümesi ve kırılma tokluğu karakteristiklerinin katmanlı yapılara kıyasla daha iyi olması nedeniyle sandviç yapıların kullanımı artmaktadır. [30]

Homojen olmayan kompozit malzemeler her bileşenlerinin farklı karakteristik özellikleri olmasından dolayı iki veya daha fazla fonksiyona sahiptirler. Ancak ne yazık ki malzemenin fiziksel ve kimyasal özelliklerinin süreksizliği nedeniyle dış yüklere karşı istenmeyen çeşitli davranışlar ortaya çıkmaktadır. Örneğin kaplanmış kompozit yapılarda ısıl gerilmeler sonucunda sınırlarda meydana gelen ayrılmalar önemli bir dezavantaj oluşturmaktadır. [27]

1980'lerde uzay uygulamaları için termal gerilmelere dayanıklı malzemeler geliştirme hedefiyle birleşme bölgelerindeki problemleri ortadan kaldıran yeni bir malzeme kavramı ortaya atılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler olarak anılan bu malzemeler genel olarak içerdiği iki veya daha fazla faz, yapı veya özelliği belirli bir doğrultuda yumuşak bir geçiş gösterecek şekilde değişen kompozitlerdir. Bileşim veya yapılarındaki bu değişim sonucu malzemenin fonksiyonu da derecelendirme doğrultusu boyunca değişmektedir. [27]

Hacimsel oranların kademeli değişmesi sayesinde malzeme özellikleri bir yüzeyden diğerine geçerken sürekli ve düzgün bir değişim gösterir. Bu da ara yüzey problemlerini yok ederken, gerilme yığılmalarının azalmasını sağlamaktadır. Örneğin, yüksek sıcaklık uygulamalarında termal bariyer olarak kullanılan plak yapıları seramik ve metal karışımından oluşan bir malzemeden yapılabilir. Malzemenin bileşimi seramik-zengin yüzeyden metal-zengin yüzeye istenen bir hacimsel değişim oranına bağlı olarak iki yüzey arasında değişebilir. Malzemenin seramik bileşeni düşük termal iletkenliği ile yüksek sıcaklık dayanımını sağlar. Malzeme özelliklerinin kademeli değişimi farklı uygulamalar ve ortamlar için özel olarak uyarlanabilir. Bu avantaj fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin pek çok uygulama için tercih edilebilir hale gelmesine neden olmuştur. [31]

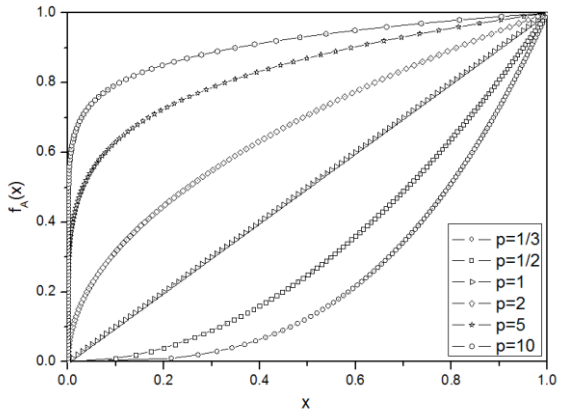
Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kavramı ortaya ilk atıldığında özellikle termal gerilmeleri azaltma etkisine odaklanılmıştır. Ancak günümüzde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerle ilgili araştırmalar yapısal malzemeler, elektronik, optik ve biomalzemeler gibi geniş alanlara yayılmıştır. [27]

2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Etkin Özelliklerin Değişimi

Fonksiyonel derecelendirilmiş bir malzeme mikroyapısı veya bileşim kademelendirmesi ile karakterize edilir. Derecelendirme malzemenin içerdiği bileşenlerin fazlarının konumsal dağılımını veren bir kabuldür. A ve B gibi iki bileşen içeren bir fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme için örneğin x doğrultusu kademelendirme doğrultusu olarak seçilirse, iç ve dış yüzeyler sırasıyla saf A fazı ve saf B fazı bileşenlerini içerecek şekilde A fazının hacimsel oranı $f_A(x)$ sürekli fonksiyonu ile tanımlanabilir.

$$f_A(x) = \left(\frac{x_B - x}{x_B - x_A}\right)^p \tag{2.1}$$

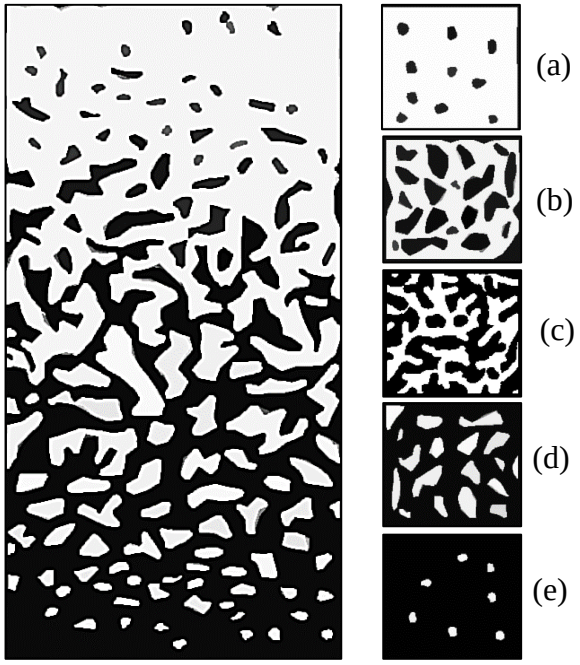
Burada x_A ve x_B saf A ve B fazlarının sınır konumlarını, p ise değişim parametresini temsil etmektedir. Şekil 1.1'de A fazının x ekseni boyunca hacimsel oranının değişimi verilmiştir.



Şekil 2.1. A fazının x ekseni boyunca hacimsel oranının değişimi

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin bileşim fonksiyonları değişik şekillerde tanımlanabilir. Bileşim dağılım fonksiyonu seçiminden sonra verilen bileşim profili için fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin karakteristiklerini tahmin etmek önem kazanmaktadır. Öncelikle her bir bileşenin karakteristiğinin bilinmesi gerekir. Heterojen malzemelerin efektif özelliklerinin hesaplanabilmesi için çeşitli karışım kuralları geliştirilmiştir. Karışım kuralları sadece özel durumlardaki mikroyapılar için geçerlidir. Şekil 1.2'de iki ucunda saf A ve saf B fazlarını içeren derecelendirilmiş bir iç yapı örneği görülmektedir. İki uç arasında 5 tipik yapı dikkat çekmektedir. a'da A fazı B içinde rasgele dağılmıştır, b'de A fazı B içinde kümelenmiş bir yapıdadır, c'de A ve B

fazı birbiri içinde sızıntı şeklinde yayılmıştır, d'de B fazı A içinde kümelenmiş yapıdadır, e'de ise B fazı A içinde rasgele yayılmıştır. [27]



Şekil 2.2. İki saf faz arasında derecelendirilmiş geçiş [27]

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin tasarımı için çok çeşitli karışımlar kuralları geliştirilmiştir. A ve B gibi iki bileşene sahip bir malzeme için P_A ve P_B saf A ve B fazının belirli bir özelliği ve f_A ve f_B ise A ve B nin hacimsel oranlarını temsil etsin. Malzeme tam dolu ise f_B=1- f_A olacaktır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler için bu hacimsel oran derecelendirme yönündeki koordinatla bağıntılıdır. Sürekli elyaf takviyeli kompozitlerde etkin özellikleri tanımlamada yaygın olarak kullanılan Voigt tipi karışımlar kuralı Denklem 2.2'deki gibi ifade edilebilir. [27]

$$P = f_A P_A + f_B P_B \tag{2.2}$$

Bir başka yaygın kullanılan yaklaşım ise Mori-Tanaka mikromekanik modeldir. Takviye malzemesi olarak kullanılan küresel seramik parçacıkların boyut, şekil ve dağılımı hassas bir şekilde bilinemeyeceğinden etkin malzeme özelliklerinin tahmininde mikromekanik modellerden yararlanılır. Mori- Tanaka mikromekanik modeli çoğunlukla sürekli matris malzemesi içinde süreksiz takviye bulunması durumunda kullanılmaktadır. [32] G malzemenin kayma modülü, A bileşeninin hacimsel oranı V_A ve B bileşeninin hacimsel oranı V_B ve V_B=1-V_A olmak üzere, Mori-Tanaka modeline göre malzemenin hacimsel (bulk) modülü Denklem 2.3 ile elde edilir.

$$K(z) = K_B + (K_A - K_B)\frac{V_A}{1+V_B\frac{K_A-K_B}{K_B+\frac{4}{3}G_B}} \quad (2.3)$$

Hacimsel modülü K ve kayma modülü G malzemenin elastiklik modülü ve Poisson oranı ile ilişkilidir.

$$K = E/3(1-2\nu) \quad (2.4)$$

$$G = E/2(1+\nu) \quad (2.5)$$

Kalınlık doğrultusundaki etkin elastiklik modülünü bulmak için ifade aşağıdaki gibi yazılabilir. [33]

$$E(z) = E_B + (E_A - E_B)\frac{V_A}{1+V_B(\frac{E_A}{E_B}-1)\frac{1+\nu}{3-3\nu}} \quad (2.6)$$

2.2. Kompozit Malzemelerin Mekanik Özellikleri

Kompozit malzeme mekaniğinde bir tabakanın kurucu denklemleri elde edilirken tabakanın boşluk içermeyecek şekilde sürekli olduğu ve lineer elastik bir malzeme gibi davrandığı kabulleri yapılır. Birinci kabul tabakanın makroskobik davranışlarını açıklamada kolaylık sağlar. Matris elyaf ayrılması, elyaf kırılması gibi durumları kurucu ilişkilere dâhil etmek için mikromekanik yaklaşımlardan yararlanmak gerekir. İkinci kabul ise malzemenin genelleştirilmiş Hooke yasasına uyduğunu belirtmektedir. Ortogonal kartezyen koordinat sisteminde (x_1, x_2, x_3), σ_i gerilme bileşenleri, ε_j genleme bileşenleri ve C_{ij} malzeme katsayıları olmak üzere anizotropik malzemeler için genelleştirilmiş Hooke yasası Denklem 2.7'de verilmiştir. [34]

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad (2.7)$$

C_{ij} katılık matrisi 36 sabitten oluşmaktadır. Ancak elastik malzemelerin önemli karakteristik özelliklerinden olan genleme enerjisi dikkate alındığında bu sabitlerden 21 tanesinin bağımsız değişken olduğu görülmektir. Malzemede bir veya daha fazla simetri ekseni olması durumunda bağımsız sabit sayısı azalmaktadır. Malzeme özellikleri açısından sonsuz sayıda simetri düzlemine sahip malzemeler izotropik malzemeler için bağımsız elastik sabit sayısı 2'dir. İzotropik malzemelerin üç boyutlu gerilme durumu için gerilme genleme ilişkileri Denklem 2.8'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \tau_{23}\\ \tau_{31}\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \gamma_{23}\\ \gamma_{31}\\ \gamma_{12}\end{bmatrix} \tag{2.8}$$

İzotropik malzemeler için mühendislik sabitleri birbirlerine kesin ilişkilerle bağlıdır. Kayma modülü, elastiklik modülü ve Poisson oranı arasındaki ilişki Denklem 2.9'da verilmiştir.

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.9}$$

E ve G daima pozitiftir. Poisson oranı ve elastiklik modülü ile ifade edilen hacimsel (bulk) modülü Denklem 2.10'da verilmiştir.

$$K=\frac{E}{3(1-2\nu)} \tag{2.10}$$

İzotropik malzemeler için düzlem gerilme halinde gerilme genleme ilişkileri Denklem 2.11'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & Q_{11} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix} \tag{2.11}$$

İzotropik malzemeler için indirgenmiş sertliklerin mühendislik sabitleri cinsinden ifadeleri Denklem 2.12-2.14'te verilmiştir.

$$Q_{11}=\frac{E}{1-\nu^2} \tag{2.12}$$

$$Q_{12}=\frac{\nu E}{1-\nu^2} \tag{2.13}$$

$$Q_{66}=\frac{E}{2(1+\nu)}=G \tag{2.14}$$

2.3. Plak ve Kiriş Teorileri

Plaklar yük altında uzama ile birlikte eğilme deformasyonuna da uğrayan, diğer boyutları kalınlıklarına kıyasla büyük olan, düzlem formunda yapısal elemanlardır. Çoğunlukla düzlem içi boyutlar kalınlığın on katından büyüktür. Bu nedenle üç boyutlu elastisite denklemlerinin kullanılmasına ihtiyaç duyulmaz. Kirişler ise plakların tek boyutlu durumudur.

Kiriş ve plaklar için yönetici denklemler enerji ve varyasyonel prensipler veya vektör mekaniği kullanılarak elde edilebilir. Vektör mekaniğinde tipik bir plak elemanı için kuvvetler ve momentler hareket veya denge denklemleri yardımıyla elde edilir. Enerji

yöntemlerinde ise sanal iş ilkesi veya minimum potansiyel enerji, toplam potansiyel enerji ilkeleri gibi sanal iş ilkesinin türevleri denklemleri elde etmek için kullanılır. Her yöntem aynı denklemleri verir ancak enerji yöntemleri sınır koşullarının oluşmasında bilgi vermesi açısından avantajlıdır. [35]

Kiriş ve plak teorileri, yer değiştirme veya gerilme alanı bileşenlerini, kalınlık koordinatı ile bilinmeyen bir fonksiyonun lineer bir kombinasyonu olarak kabul eder. Yer değiştirme alanı bileşenleri için sanal yer değiştirmeler prensibi veya dinamik versiyonu olan Hamilton prensibi kullanılarak, gerilme bileşenleri için ise sanal kuvvetler prensibi kullanılarak yönetici denklemler elde edilir. Yer değiştirme alanı bileşenlerinin kalınlık koordinatının fonksiyonu olduğu kabulü ile problem iki boyutlu olarak incelenebilir. [35]

2.3.1 Plak Teorileri

En temel plak teorisi olan Klasik Plak Teorisi'nde basit eğilme durumunda yer değiştirme bileşenleri Denklem 2.15-2.17'de verilmiştir.

$$u(x,y,z,t) = u_0 - z\frac{dw_0}{dx} \tag{2.15}$$

$$v(x,y,z,t) = u_0 - z\frac{dw_0}{dy} \tag{2.16}$$

$$w(x,y,z,t) = w_0(x,y,t) \tag{2.17}$$

Burada (u, v, w) sırasıyla (x, y, z) koordinatları yönündeki yer değiştirme bileşenlerini temsil eder. w_0 ise plak orta düzlemindeki bir noktanın düşey yer değiştirmesidir. Bu yer değiştirme bileşenleri deformasyondan önce xy düzlemine dik olan bir düz çizginin deformasyondan sonra da düz olmasını ve orta düzleme dik kalmasını sağlar. Kirchhoff kabulleri eğilmeden kaynaklanan deformasyonda dikine kayma genlemelerini ve normal genlemeleri yok sayar. [35]

Reissner ve Mindlin tarafından ortaya atılan ve klasik plak teorisinin kinematik olarak genişletilmesiyle elde edilen Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi'nin yer değiştirme bileşenleri Denklem 2.18-2.20'deki gibi tanımlanmıştır.

$$u(x,y,z,t) = -z\emptyset_x(x,y,t) \tag{2.18}$$

$$v(x,y,z,t) = -z\emptyset_y(x,y,t) \tag{2.19}$$

$$w(x,y,z,t) = w_0(x,y,t) \tag{2.20}$$

ϕ_x ve ϕ_y sırasıyla y ve x eksenlerine göre dönmeleri temsil eder. Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi düşey kayma deformasyonlarını hesaba katar. Düşey kayma genlemelerini kalınlık koordinatı boyunca sabit kabul eder ancak gerçekte durum böyle değildir. Bu farklılığı gidermek için plağın geometrik parametrelerine, yükleme ve sınır koşullarına bağlı Kayma Düzeltme Faktörü tanımlanır. Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi, basitliği ve hesaplama maliyetinin düşüklüğünün yanı sıra maksimum çökme, kritik burkulma yükleri, serbest titreşim frekansları ve mod şekilleri hesaplarında ince ve orta kalınlıkta plaklar için yeterli derecede hassas sonuçlar üretmektedir. [35]

İkinci ve daha yüksek mertebe plak teorileri plak kalınlığı boyunca yer değiştirme bileşenlerinin açılımında yüksek mertebe polinomlar kullanılır. Yüksek mertebe teorilerde fiziksel anlamda yorumlaması zor ilave bilinmeyenler tanımlanır. Dikine uzamayı ihmal eden ikinci mertebe teorinin yer değiştirme bileşenleri Denklem 2.21-2.23'te verilmiştir. [35]

$$u(x,y,z,t) = z\emptyset_x(x,y,t) + z^2\psi_x(x,y,t) \tag{2.21}$$

$$v(x,y,z,t) = z\emptyset_y(x,y,t) + z^2\psi_y(x,y,t) \tag{2.22}$$

$$w(x,y,z,t) = w_0(x,y,t) \tag{2.23}$$

Literatürde pek çok yüksek mertebe teori vardır, en sık kullanılanlardan biri olan Reddy tarafından tanımlanan üçüncü mertebe kayma deformasyon teorisinin yer değiştirme bileşenleri Denklem 2.24-2.26'da verilmiştir. [35]

$$u(x,y,z,t) = z\emptyset_x(x,y,t) + z^3(-\frac{4}{3h^2})(\emptyset_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}) \tag{2.24}$$

$$v(x,y,z,t) = z\emptyset_y(x,y,t) + z^3(-\frac{4}{3h^2})(\emptyset_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}) \tag{2.25}$$

$$w(x,y,z,t) = w_0(x,y,t) \tag{2.26}$$

Yer değiştirme alanı düşey genleme ve gerilmenin ikinci mertebe olmasını sağlar ve plağın alt ve üst yüzeylerinde düşey kayma gerilmelerinin yok sayılmasına imkan verir. Bu nedenle yüksek mertebe teorilerde kayma düzeltme faktörü kullanılmasına gerek yoktur. Yüksek mertebe teoriler birinci mertebe teoriye göre hassasiyetin artmasını sağlasa da hesaplama maliyeti oldukça fazladır. [35]

2.3.2. Kiriş Teorileri

Deformasyon kinematiğini temsil etmek için çeşitli kiriş teorileri ortaya atılmıştır. Bunlardan en bilinenleri Euler-Bernoulli kiriş teorisi ve Timoshenko kiriş teorisidir. En basit teori olan Euler-Bernoulli kiriş teorisinin yer değiştirme alanları w_0 kiriş orta düzlemindeki bir noktanın düşey yer değiştirmesi olmak üzere Denklem 2.27-2.28'deki gibi tanımlanır. [35]

$$u(x,z) = u_0 - z\frac{\partial w_0}{\partial x} \tag{2.27}$$

$$w(x,z) = w_0(x) \tag{2.28}$$

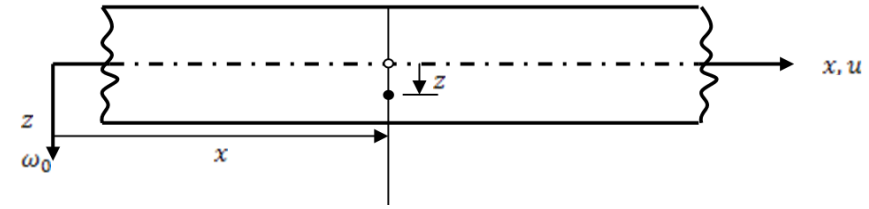
Bu yer değiştirme alanı deformasyondan önce orta düzleme dik olan düz bir çizginin deformasyondan sonra da düz ve orta düzleme dik kalmasını sağlar. Bu kabuller düşey kayma genlemelerinin ve normal genlemelerin yok sayılması anlamına gelir. [35]

Timoshenko kiriş teorisinin yer değiştirme alanı bileşenleri, ϕ kesitin dönmesi olmak üzere Denklem 2.29-2.30'da verilmiştir.

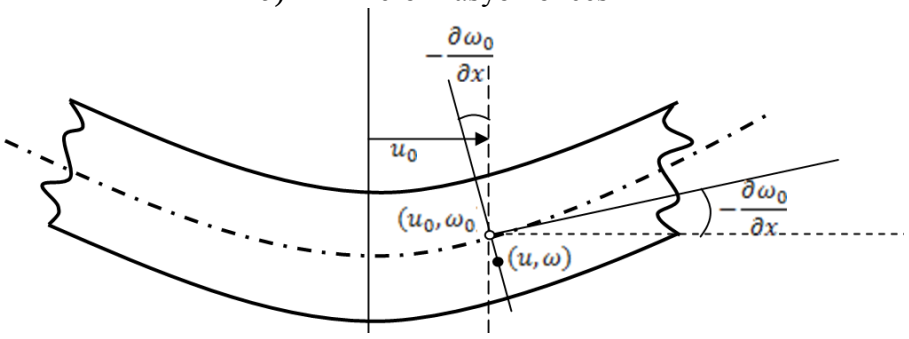
$$u(x,z) = u_0 - z\emptyset(x) \tag{2.29}$$

$$w(x,z) = w_0(x) \tag{2.30}$$

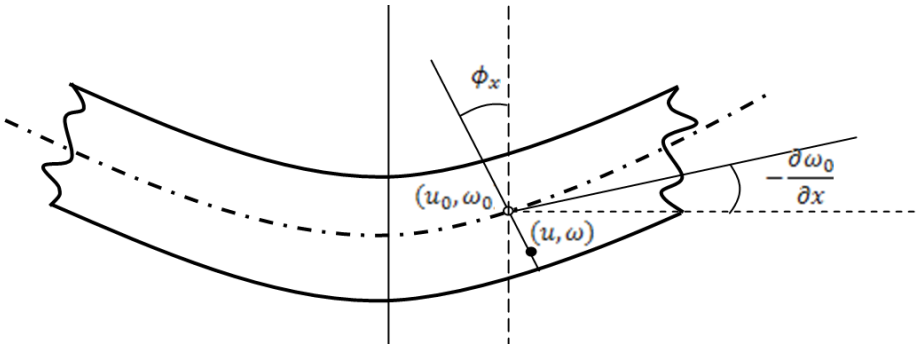
Timoshenko kiriş teorisinde, Euler-Bernoulli kiriş teorisinin diklik kabulü esnetilerek düşey kayma genlemeleri kalınlık doğrultusu boyunca sabit kabul edilmiştir. Bu nedenle Timoshenko kiriş teorisi kayma düzeltme faktörü kullanılmasını gerektirmektedir. Şekil 2.3'te tipik bir düşey düz çizginin farklı kiriş teorilerine göre deformasyonu verilmiştir. [35]



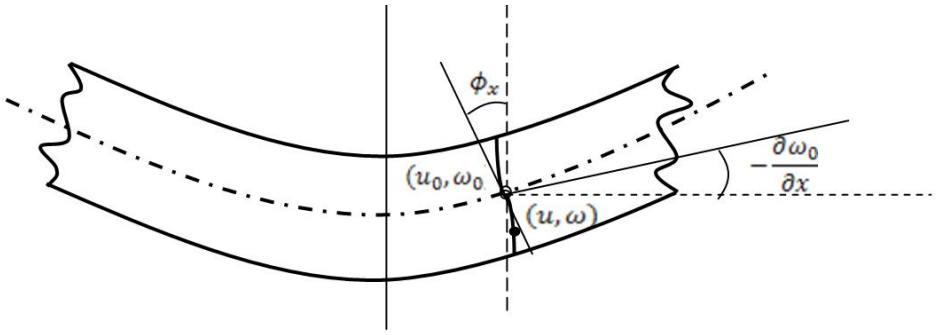
a) Deformasyon öncesi



b) Euler-Bernoulli kiriş teorisinde deformasyon



c) Timoshenko kiriş teorisinde deformasyon



d) Yüksek mertebe teorilerde deformasyon

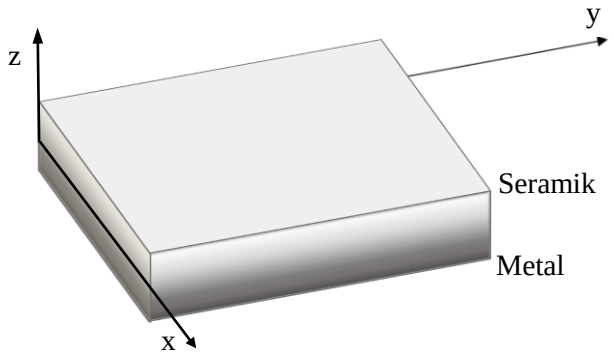
Şekil 2.3. Tipik bir dikine düz çizginin farklı kiriş teorilerine göre deformasyonu [35]

BÖLÜM 3

SANDVİÇ KİRİŞ VE PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

3.1. Sandviç Kiriş ve Plağın Etkin Özelliklerinin Tanımlanması

Çalışmada 3 tip fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plak kullanılmıştır. Tip A yüzey tabakası içermeyen fonksiyonel derecelendirilmiş plaktır. Tip B yüzey tabakaları fonksiyonel derecelendirilmiş öz tabakası izotropik olan sandviç plaktır. Tip C ise yüzey tabakaları izotropik öz tabakası fonksiyonel derecelendirilmiş plak olarak belirlenmiştir.



Şekil 3.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş plak (Tip A)

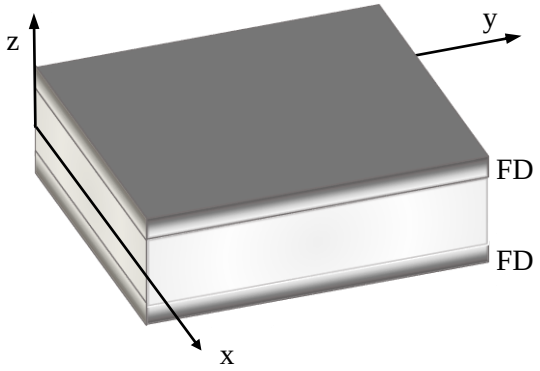
Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin etkin özelliklerinin değişiminin tanımlanmasında çeşitli yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bu çalışmada karışımlar kuralından yararlanılmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın elastiklik modülünün kalınlıkla değişimi E(z) fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

$$E(z) = E_1 + (E_2 - E_1)V(z) \tag{3.1}$$

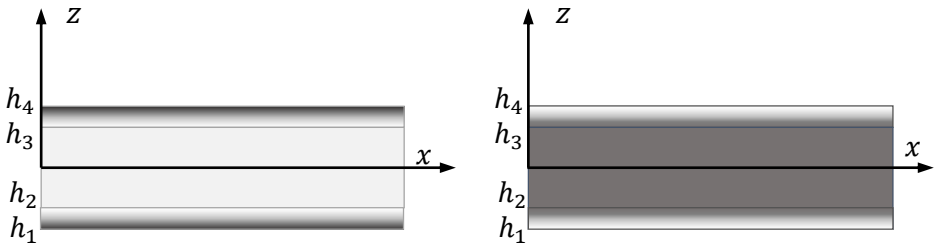
$$V(z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^p \tag{3.2}$$

Fonksiyonel derecelendirilmiş plak Tip A için E_2 seramik yüzeyin, E_1 metal yüzeyin elastiklik modülüdür ve hacimsel değişim fonksiyonu Denklem 3.2'de tanımlanmıştır. p hacimsel değişim üsteli 0'a eşit veya 0'dan büyük değerler alabilmektedir.



Şekil 3.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sandviç plak (Tip B)

Tip B, Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı ve izotropik özlü sandviç yapıda yüzey tabakalarının fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden olduğu öz tabakasının ise homojen olduğu kabul edilmiştir (Şekil 3.2). Tip B için iki değişik varyasyon hesaplanmıştır. Sert özlü olarak adlandırılan birinci varyasyonda özün seramik olduğu, fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalarının etkin özelliklerinin içten dışa gittikçe seramikten metale döndüğü düşünülmüştür. Yumuşak özlü olarak adlandırılan ikinci varyasyonda ise özün metal olduğu, fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalarının etkin özelliklerinin içten dışa gittikçe metalden seramiğe döndüğü düşünülmüştür (Şekil 3.3)



a) Sert özlü sandviç plak b) Yumuşak özlü sandviç plak

Şekil 3.3. Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert ve yumuşak özlü sandviç plakların (Tip B) kesit görünüşü

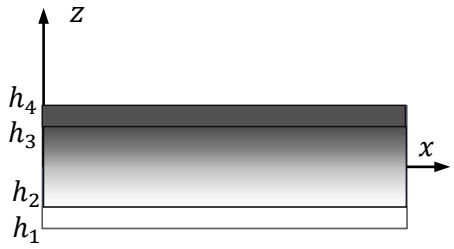
Şekil 3.3'de ayrıca tabakaların kalınlık doğrultusundaki koordinatları da verilmiştir. h_1 ile h_2 arası alt yüzey tabakasını temsil etmektedir. h_2 ile h_3 öz tabakasının, h_3 ile h_4 ise üst yüzey tabakasının koordinatlarıdır.

Etkin malzeme özelliklerinin kalınlıkla değişimi için hacimsel değişim fonksiyonu Tip B sandviç plak için Denklem 3.3'te tanımlanmıştır.

$$V(z) = \begin{cases} \left(\frac{z-h_1}{h_2-h_1}\right)^p & h_1 < z < h_2 \\ 1 & h_2 < z < h_3 \\ \left(\frac{z-h_4}{h_3-h_4}\right)^p & h_3 < z < h_4 \end{cases} \quad (3.3)$$

Karışımlar kuralı yardımıyla etkin malzeme özellikleri bulunabilir (Denklem 3.1). Tip B sandviç yapıda yüzey tabakalarının dış yüzünün elastiklik modülü E_1, öz tabakası ve yüzey tabakasının iç yüzünün elastiklik modülü ise E_2 olarak tanımlanmıştır. Sert özlü sandviç plak için E_2 seramik malzeme olarak tanımlanır, yumuşak özlü plak için ise metal malzeme olarak tanımlanır.

Tip C, fonksiyonel derecelendirilmiş öze ve izotropik yüzey tabakalarına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plak olarak kabul edilmiştir (Şekil 3.4). Tip C sandviç plakta alt ve üst yüzey tabakalarının izotropik olduğu ancak farklı malzemelerden yapıldığı kabul edilmektedir. Özün alt yüzünün alt yüzey tabakası ile aynı malzemeden olduğu ve üst yüzünün de üst yüzey tabakası ile aynı malzemeden olduğu kabul edilmekte, alt ve üst yüzler arasında malzeme özelliklerinin fonksiyonel olarak değiştiği kabul edilmektedir.



Şekil 3.4 Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plak (Tip C)

Tip C yüzey tabakaları homojen, öz tabakası fonksiyonel derecelendirilmiş olan sandviç yapı için (Şekil 3.4) hacimsel değişim fonksiyonu Denklem 3.4'de verilmiştir. Elastiklik modülünün değişimi karışımlar kuralı ile tanımlanmıştır (Denklem 3.1).

$$V(z) = \begin{cases} 0 & h_1 < z < h_2 \\ \left(\frac{z-h_2}{h_3-h_2}\right)^p & h_2 < z < h_3 \\ 1 & h_3 < z < h_4 \end{cases} \quad (3.4)$$

3.2. Dört Değişkenli Kayma Deformasyon Teorisi ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Sandviç Kirişin Eğilme ve Titreşim Analizi

Farklı tipte sandviç kirişler için kalınlık boyunca malzeme özelliklerinin değişimi karışımlar kuralı yardımıyla Denklem 3.1-3.4'de tanımlanmıştır.

z yönündeki yer değiştirme eğilme ve kayma bileşenlerine ayrılmıştır. Yer değiştirme alanı Denklem 3.5-3.6'de tanımlanmıştır. Kullanılan f(z) yerdeğiştirme şekil fonksiyonları Tablo 4.3'te verilmiştir.

$$u = u_0(x) - z\frac{dw_b}{dx} - f(z)\frac{(dw_s)}{dx} \tag{3.5}$$

$$w = w_b(x) + w_s(x) \tag{3.6}$$

Genleme yerdeğiştirme ilişkileri Denklem 3.7-3.8'da verilmiştir.

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - z\frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z)\frac{d^2w_s}{dx^2} \tag{3.7}$$

$$\gamma_{xz} = \left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)\frac{dw_s}{dx} \tag{3.8}$$

Gerilme genleme ilişkileri Denklem 3.9-3.10'de verilmiştir.

$$\sigma_x = Q_{11}(z)\varepsilon_x = \frac{E(z)}{(1-\upsilon^2)}\left[\frac{du}{dx} - z\frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z)\frac{d^2w_s}{dx^2}\right] \tag{3.9}$$

$$\tau_{xz} = Q_{55}(z)\gamma_{xz} = G(z)\left[\left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)\frac{dw_s}{dx}\right] \tag{3.10}$$

Katılık matrisi elemanları Denklem 3.11-3.12'de verilmiştir.

$$Q_{11}(z) = \frac{E(z)}{(1-\upsilon^2)} \tag{3.11}$$

$$Q_{55}(z) = \frac{E(z)}{2(1+\upsilon)} = G(z) \tag{3.12}$$

Hareket denklemlerinin elde edilmesinde Hamilton prensibinden yararlanılmıştır. $\delta U, \delta V$ ve δK sırasıyla genleme enerjisi, dış kuvvet tarafından yapılan iş ve kinetik enerjinin varyasyonel ifadesidir.

$$\int(\delta U + \delta V - \delta K)dt = 0 \tag{3.13}$$

$$\delta U = \int_0^L \int_A (\sigma_x \delta\varepsilon_x + \tau_{xz}\delta\gamma_{xz})\, dAdx = \int_0^L \left(N\frac{d\delta u}{dx} - M_b\frac{d^2\delta w_b}{dx^2} - M_s\frac{d^2\delta w_s}{dx^2} + Q\frac{d\delta w_s}{dx}\right)dx \tag{3.14}$$

$$\delta V = \int_0^L q\delta w dx = \int_0^L q\delta(w_b + w_s)dx \tag{3.15}$$

$$\delta K = \int_0^L \int_A \rho(z)(\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{w}\delta\dot{w})\, dAdx = \int_0^L \Big\{I_0[\dot{u}\delta\dot{u} + (\dot{w}_b + \dot{w}_s)\delta(\dot{w}_b + \dot{w}_s)] -$$
$$I_1\left[\dot{u}\frac{d\delta\dot{w}_b}{dx} + \delta\dot{u}\frac{d\dot{w}_b}{dx}\right] + I_2\left[\frac{d\dot{w}_b}{dx}\frac{d\delta\dot{w}_b}{dx}\right] - J_1\left[\dot{u}\frac{d\delta\dot{w}_s}{dx} + \delta\dot{u}\frac{d\dot{w}_s}{dx}\right] + K_2\left[\frac{d\dot{w}_s}{dx}\frac{d\delta\dot{w}_s}{dx}\right] +$$
$$J_2\left[\frac{d\dot{w}_b}{dx}\frac{d\delta\dot{w}_s}{dx} + \frac{d\delta\dot{w}_b}{dx}\frac{d\dot{w}_s}{dx}\right]\Big\}dx \tag{3.16}$$

Denklem 3.14, 3.15 ve 3.16 Denklem 3.13'te yerine yazılır. İntegraller alındıktan sonra δu, δw_b ve δw_s'nin katsayıları bir araya toplandığında Denklem 3.17-3.19 elde edilir.

$$\delta u: \ \frac{dN}{dx} = I_0\ddot{u} - I_1\frac{d\ddot{w}_b}{dx} - J_1\frac{d\ddot{w}_s}{dx} \tag{3.17}$$

$$\delta w_b: \ \frac{d^2M_b}{dx^2} + q = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - I_1\frac{d\ddot{u}}{dx} - I_2\frac{d^2\ddot{w}_b}{dx^2} - J_2\frac{d^2\ddot{w}_s}{dx^2} \tag{3.18}$$

$$\delta w_s: \ \frac{d^2M_s}{dx^2} - \frac{dQ}{dx} + q = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - J_1\frac{d\ddot{u}}{dx} - J_2\frac{d^2\ddot{w}_b}{dx^2} - K_2\frac{d^2\ddot{w}_s}{dx^2} \tag{3.19}$$

Eksenel kuvvet, eğilme momentinin eğilme ve kayma bileşenleri, kesme kuvveti Denklem 3.20-3.23'te sırasıyla verilmiştir.

$$N = \int_A \sigma_x dA = \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\frac{E(z)}{(1-\upsilon^2)}\left(\frac{du}{dx} - z\frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z)\frac{d^2w_s}{dx^2}\right)\right] dzdx \tag{3.20}$$

$$M_b = \int_A z\sigma_x dA = \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[z\frac{E(z)}{(1-\upsilon^2)}\left(\frac{du}{dx} - z\frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z)\frac{d^2w_s}{dx^2}\right)\right] dzdx \tag{3.21}$$

$$M_s = \int_A f\sigma_x dA = \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[f\frac{E(z)}{(1-\upsilon^2)}\left(\frac{du}{dx} - z\frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z)\frac{d^2w_s}{dx^2}\right)\right] dzdx \tag{3.22}$$

$$Q = \int_A \left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)\tau_{xz} dA = \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[g(z)\frac{E(z)}{(1-\upsilon^2)}\left(\frac{du}{dx} - z\frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z)\frac{d^2w_s}{dx^2}\right)\right] dzdx \tag{3.23}$$

Atalet ifadeleri 3.24-3.29'da tanımlanmıştır.

$$I_0 = \int_A \rho(z) dA \tag{3.24}$$

$$I_1 = \int_A z\rho(z) dA \tag{3.25}$$

$$I_2 = \int_A z^2\rho(z) dA \tag{3.26}$$

$$J_1 = \int_A f(z)\rho(z) dA \tag{3.27}$$

$$J_2 = \int_A zf(z)\rho(z) dA \tag{3.28}$$

$$K_2 = \int_A [f(z)]^2\rho(z) dA \tag{3.29}$$

Kuvvet ve moment bileşenleri Denklem 3.30-3.31'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} N \\ M_b \\ M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B_s \\ B & D & D_s \\ B_s & D_s & H_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{du}{dx} \\ -\frac{d^2w_b}{dx^2} \\ -\frac{d^2w_s}{dx^2} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

$$[Q] = [A_s]\left[\left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)\frac{dw_s}{dx}\right] \tag{3.31}$$

Sertlik matrisi katsayıları Denklem 3.32-3.38'de tanımlanmıştır.

$$A = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11} dz \tag{3.32}$$

$$B = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} zQ_{11} dz \tag{3.33}$$

$$D = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 Q_{11} dz \tag{3.34}$$

$$B_s = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z Q_{11} dz \tag{3.35}$$

$$D_s = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z f(z) Q_{11} dz \tag{3.36}$$

$$H_s = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [f(z)]^2 Q_{11} dz \tag{3.37}$$

$$A_s = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[1 - \frac{df(z)}{dz}\right]^2 Q_{55} dz \tag{3.38}$$

Kuvvet ve moment bileşenleri Denklem 3.17-3.19'da yerlerine yazılarak sistemin hareket denklemleri elde edilir (Denklem 3.39-3.41)

$$A\frac{d^2u}{dx^2} - B\frac{d^3w_b}{dx^3} - B_s\frac{d^3w_s}{dx^3} = I_0\ddot{u} - I_1\frac{d\ddot{w}_b}{dx} - J_1\frac{d\ddot{w}_s}{dx} \tag{3.39}$$

$$B\frac{d^3u}{dx^3} - D\frac{d^4w_b}{dx^4} - D_s\frac{d^4w_s}{dx^4} + q = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - I_1\frac{d\ddot{u}}{dx} - I_2\frac{d^2\ddot{w}_b}{dx^2} - J_2\frac{d^2\ddot{w}_s}{dx^2} \tag{3.40}$$

$$B_s\frac{d^3u}{dx^3} - D_s\frac{d^4w_b}{dx^4} - H_s\frac{d^4w_s}{dx^4} + A_s\frac{d^2w_s}{dx^2} + q = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) - J_1\frac{d\ddot{u}}{dx} - J_2\frac{d^2\ddot{w}_b}{dx^2} - K_2\frac{d^2\ddot{w}_s}{dx^2} \tag{3.41}$$

3.2.1. Sandviç Kirişin Eğilme Analizi

Sandviç kirişin eğilme probleminin çözümünde Navier tipi çözüm yaklaşımı kullanılmıştır. Yerdeğiştirme bileşenleri seriye açılarak Denklem 3.42-3.44'te tanımlanmıştır.

$$u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(\alpha x) \tag{3.42}$$

$$w_b(x) = \sum_{n=1}^{\infty} W_{bn} \sin(\alpha x) \tag{3.43}$$

$$w_s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} W_{sn} \sin(\alpha x) \tag{3.44}$$

Dik yöndeki yükleme seriye açılarak Denklem 3.45'de tanımlanmıştır.

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin(\alpha x) \tag{3.45}$$

$$\alpha = \frac{n\pi}{L} \tag{3.46}$$

Düzgün yayılı yük için $Q_n = \frac{4q_0}{n\pi}$ (n=1,3,5,…) ve sinüsoidal yükleme için $Q_n = q_0$ olarak elde edilir.

Yerdeğiştirme ifadeleri (Denklem 3.42-3.44) denge denklemlerinde (Denklem 3.39-3.41) yerine yazılarak sistemin diferansiyel denklemleri elde edilmiş olur.

$$-A\alpha^2 U_n + B\alpha^3 W_{bn} + B_s\alpha^3 W_{sn} = 0 \quad (3.47)$$

$$B\alpha^3 U_n - D\alpha^4 W_{bn} - D_s\alpha^4 W_{sn} + Q_n = 0 \quad (3.48)$$

$$B_s\alpha^3 U_n - D_s\alpha^4 W_{bn} - H_s\alpha^4 W_{sn} + A_s\alpha^2 W_{sn} + Q_n = 0 \quad (3.49)$$

Bilinmeyen yerdeğiştirme katsayılarının bulunması için Denklem 3.50 çözülmüştür.

$$\begin{bmatrix} U_n \\ W_{bn} \\ W_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\alpha^2 & -B\alpha^3 & -B_s\alpha^3 \\ -B\alpha^3 & D\alpha^4 & D_s\alpha^4 \\ -B_s\alpha^3 & D_s\alpha^4 & H_s\alpha^4 + A_s\alpha^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -Q_n \\ -Q_n \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

3.2.2. Sandviç Kirişin Titreşim Analizi

Sandviç kirişin serbest titreşim analizinde Navier tipi çözüm yaklaşımı kullanılmıştır. Yerdeğiştirme bileşenleri seriye açılarak Denklem 3.51-3.53'te tanımlanmıştır.

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n e^{i\omega t} \cos(\alpha x) \quad (3.51)$$

$$w_b(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_{bn} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \quad (3.52)$$

$$w_s(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_{sn} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \quad (3.53)$$

Yerdeğiştirme bileşenleri hareket denklemlerinde (Denklem 3.39-3.41) yerlerine yazılarak türevler alınmış ve denklemler Denklem 3.54'deki şekli almıştır. Elde edilen özdeğer problemi çözülerek doğal frekanslar elde edilmiştir.

$$\left(\begin{bmatrix} A\alpha^2 & -B\alpha^3 & -B_s\alpha^3 \\ -B\alpha^3 & D\alpha^4 & D_s\alpha^4 \\ -B_s\alpha^3 & D_s\alpha^4 & H_s\alpha^4 + A_s\alpha^2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} I_0 & -I_1\alpha & -J_1\alpha \\ -I_1\alpha & I_0 + I_2\alpha^2 & I_0 + J_2\alpha^2 \\ -J_1\alpha & I_0 + J_2\alpha^2 & I_0 + K_2\alpha^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} U_n \\ W_{bn} \\ W_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

3.3. Dört Değişkenli Kayma Deformasyon Teorisi ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Sandviç Plağın Eğilme ve Titreşim Analizi

Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plak için elastiklik modülünün kalınlık boyunca değişimi Denklem 3.1'de verilmiştir. Farklı tipte sandviç plaklar için hacimsel değişim oranı V(z) Denklem 3.2-3.4'te tanımlanmıştır.

Dört değişkenli kayma deformasyon teorisinde kalınlık doğrultusundaki yer değiştirme olan w, eğilme (w_b) ve kayma(w_s) bileşenlerine ayrılmıştır.

Yer değiştirme bileşenleri Denklem 3.55-3.57'de tanımlanmıştır.

$$u = u_0 - z\frac{\partial w_b}{\partial x} - \mathrm{f(z)}\frac{\partial w_s}{\partial x} \tag{3.55}$$

$$v = v_0 - z\frac{\partial w_b}{\partial y} - \mathrm{f(z)}\frac{\partial w_s}{\partial y} \tag{3.56}$$

$$w = w_b + w_s \tag{3.57}$$

f(z) fonksiyonu farklı teoriler için farklı değerler almaktadır. f(z)=0 değeri için dört değişkenli plak teorisi klasik plak teorisine dönüşmektedir. Farklı teoriler için f(z) şekil fonksiyonları Tablo 4.3'te verilmiştir.

Genleme yer değiştirme ilişkileri Denklem 3.58-3.63'te tanımlanmıştır.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - \mathrm{f(z)}\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \tag{3.58}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} - \mathrm{f(z)}\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \tag{3.59}$$

$$\varepsilon_z = 0 \tag{3.60}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} - 2\mathrm{f(z)}\frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \tag{3.61}$$

$$\gamma_{yz} = \left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)\frac{\partial w_s}{\partial y} \tag{3.62}$$

$$\gamma_{xz} = \left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)\frac{\partial w_s}{\partial x} \tag{3.63}$$

Lineer elastik fonksiyonel derecelendirilmiş plaklar için kurucu ilişkiler Denklem 3.64-3.65'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} \tag{3.64}$$

$$\begin{Bmatrix}\tau_{yz} \\ \tau_{xz}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\gamma_{yz} \\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix} \tag{3.65}$$

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu^2} \tag{3.66}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu E(z)}{1-\nu^2} \tag{3.67}$$

$$Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \tag{3.68}$$

Hareket denklemlerini elde etmek için Hamilton prensibinden yararlanılmıştır.

$$\int(\delta U + \delta V - \delta K)dt = 0 \tag{3.69}$$

$$\delta U = \int_{-h/2}^{h/2}\int_{\mathrm{A}}(\sigma_x\delta\varepsilon_x + \sigma_y\delta\varepsilon_y + \tau_{xy}\delta\gamma_{xy} + \tau_{yz}\delta\gamma_{yz} + \tau_{xz}\delta\gamma_{xz})\,d\mathrm{A}dz \tag{3.70}$$

$$\delta V = \int_{\mathrm{A}} q\delta W d\mathrm{A} = \int_{\Omega} q(\delta w_b + \delta w_s)d\mathrm{A} \tag{3.71}$$

$$\delta K = \int_{-h/2}^{h/2}\int_{\mathrm{A}}[\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{v}\delta\dot{v} + (\dot{w}_b + \dot{w}_s)\delta(\dot{w}_b + \dot{w}_s)]\,\rho(z)d\mathrm{A}dz \tag{3.72}$$

İntegraller alınarak hareket denklemi elde edilir.

$$\delta u: \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u} - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} \tag{3.73}$$

$$\delta v: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_0 \ddot{v} - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial y} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial y} \tag{3.74}$$

$$\delta w_b: \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + I_1\left(\frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y}\right) - I_2\left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial y^2}\right) - J_2\left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial y^2}\right) \tag{3.75}$$

$$\delta w_s: \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_1\left(\frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y}\right) - J_2\left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial y^2}\right) - K_2\left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial y^2}\right) \tag{3.76}$$

Atalet ifadeleri Denklem 3.77'de, kuvvet ve moment bileşenleri ise Denklem 3.78-79'da tanımlanmıştır.

$$(I_0, I_1, I_2, J_1, J_2, K_2) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, z^2, f, zf, f^2)\, \rho(z) dz \tag{3.77}$$

$$\left(N_i, M_i^b, M_i^s\right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, f)\, \sigma_i dz \ , \ (i = x, y, xy) \tag{3.78}$$

$$S_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right) \sigma_i dz \ , \ (i = xz, yz) \tag{3.79}$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial u/\partial x \\ \partial v/\partial y \\ \partial u/\partial y + \partial v/\partial x \\ -\partial^2 w_b/\partial x^2 \\ -\partial^2 w_b/\partial y^2 \\ -2\,\partial^2 w_b/\partial x \partial y \\ -\partial^2 w_s/\partial x^2 \\ -\partial^2 w_s/\partial y^2 \\ -2\,\partial^2 w_s/\partial x \partial y \end{Bmatrix} \tag{3.80}$$

$$\begin{Bmatrix} S_{yz} \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial w_s/\partial x \\ \partial w_s/\partial x \end{Bmatrix} \tag{3.81}$$

Sertlik matrisinin terimlerinin ifadesi Denklem 3.82'deki gibi olacaktır.

$$\left\{A_{ij}, A_{ij}^s,\ B_{ij}, B_{ij,}^s\ D_{ij}, D_{ij}^s, H_{ij}^s\ \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{1, \left(1 - \frac{df(z)}{dz}\right)^2, z, f, z^2, zf, f^2\right\} Q_{ij} dz \ (i, j = 1,2,6) \tag{3.82}$$

Denklem 3.80-3.81'den kuvvet ve moment ifadeleri Denklem 3.73-3.76'da yerlerine yazılarak yönetici denklemler elde edilmiştir.

$$A_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+A_{66}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+(A_{12}+A_{66})\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}-B_{11}\frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3}-(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 w_b}{\partial x\partial y^2}-B_{11}^s\frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3}-$$

$$(B_{12}^s+2B_{66}^s)\frac{\partial^3 w_s}{\partial x\partial y^2}=I_0\ddot{u}-I_1\frac{\partial\ddot{w}_b}{\partial x}-J_1\frac{\partial\ddot{w}_s}{\partial x} \quad (3.83)$$

$$A_{66}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+A_{22}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+(A_{12}+A_{66})\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-B_{22}\frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3}-(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 w_b}{\partial x^2\partial y}-B_{22}^s\frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3}-$$

$$(B_{12}^s+2B_{66}^s)\frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2\partial y}=I_0\ddot{v}-I_1\frac{\partial\ddot{w}_b}{\partial y}-J_1\frac{\partial\ddot{w}_s}{\partial y} \quad (3.84)$$

$$B_{11}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}+(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y^2}+(B_{12}+2B_{66})\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial y}+B_{22}\frac{\partial^3 v}{\partial y^3}-D_{11}\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4}-2(D_{12}+$$

$$2D_{66})\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2\partial y^2}-D_{22}\frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4}-D_{11}^s\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4}-2(D_{12}^s+2D_{66}^s)\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2\partial y^2}-D_{22}^s\frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4}=I_0(\ddot{w}_b+$$

$$\ddot{w}_s)+I_1\left(\frac{\partial\ddot{u}}{\partial x}+\frac{\partial\ddot{v}}{\partial y}\right)-I_2\left(\frac{\partial^2\ddot{w}_b}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\ddot{w}_b}{\partial y^2}\right)-J_2(\frac{\partial^2\ddot{w}_s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\ddot{w}_s}{\partial y^2}) \quad (3.85)$$

$$B_{11}^s\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}+(B_{12}^s+2B_{66}^s)\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y^2}+(B_{12}^s+2B_{66}^s)\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial y}+B_{22}^s\frac{\partial^3 v}{\partial y^3}-D_{11}^s\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4}-2(D_{12}^s+$$

$$2D_{66}^s)\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2\partial y^2}-D_{22}^s\frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4}-H_{11}^s\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4}-2(H_{12}^s+2H_{66}^s)\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2\partial y^2}-H_{22}^s\frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4}+A_{55}^s\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}+$$

$$A_{44}^s\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2}=I_0(\ddot{w}_b+\ddot{w}_s)+J_1\left(\frac{\partial\ddot{u}}{\partial x}+\frac{\partial\ddot{v}}{\partial y}\right)-J_2\left(\frac{\partial^2\ddot{w}_b}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\ddot{w}_b}{\partial y^2}\right)-K_2(\frac{\partial^2\ddot{w}_s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\ddot{w}_s}{\partial y^2}) \quad (3.86)$$

3.3.1. Sandviç Plağın Eğilme Analizi

3.3.1.1. Dört Kenarı Basit Desteklenmiş Plak

Dört kenarı basit destekli plak için sınır koşulları 3.87-3.92'de verilmiştir.

$$v(0,y)=w_b(0,y)=w_s(0,y)=\frac{\partial w_b}{\partial y}(0,y)=\frac{\partial w_s}{\partial y}(0,y)=0 \quad (3.87)$$

$$v(a,y)=w_b(a,y)=w_s(a,y)=\frac{\partial w_b}{\partial y}(a,y)=\frac{\partial w_s}{\partial y}(a,y)=0 \quad (3.88)$$

$$N_x(0,y)=M_x^b(0,y)=M_x^s(0,y)=N_x(a,y)=M_x^b(a,y)=M_x^s(a,y)=0 \quad (3.89)$$

$$u(x,0)=w_b(x,0)=w_s(x,0)=\frac{\partial w_b}{\partial x}(x,0)=\frac{\partial w_s}{\partial x}(x,0)=0 \quad (3.90)$$

$$u(x,b)=w_b(x,b)=w_s(x,b)=\frac{\partial w_b}{\partial x}(x,b)=\frac{\partial w_s}{\partial x}(x,b)=0 \quad (3.91)$$

$$N_y(x,0)=M_y^b(x,0)=M_y^s(x,0)=N_y(x,b)=M_y^b(x,b)=M_y^s(x,b)=0 \quad (3.92)$$

Dört kenarı basit desteklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın eğilme analizinde Navier çözüm prosedürü kullanılarak sınır koşullarını sağlayan yerdeğiştirme bileşenleri Denlem 3.93'deki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn}\cos(\lambda x)\sin(\mu y) \\ V_{mn}\sin(\lambda x)\cos(\mu y) \\ W_{bmn}\sin(\lambda x)\sin(\mu y) \\ W_{smn}\sin(\lambda x)\sin(\mu y) \end{Bmatrix} \tag{3.93}$$

Navier tipi dış kuvvetler çift trigonometrik seri olarak ifade edilebilir:

$$q(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} q_{mn}\sin(\lambda x)\sin(\mu y) \qquad m = n = 1,\ \ q_{11} = q_0 \tag{3.94}$$

U_{mn}, V_{mn}, W_{bmn}, W_{smn} bilinmeyen sabitleri bulmak için Denklem 3.95 çözülür.

$$K\Delta = F \tag{3.95}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix} \{U_{mn},\ V_{mn},\ W_{bmn},\ W_{smn}\}^T = \{0,\ 0,\ -q_{mn},\ -q_{mn}\} \tag{3.96}$$

$$a_{11} = A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2 \tag{3.97}$$

$$a_{12} = \lambda\mu(A_{12} + A_{66}) \tag{3.98}$$

$$a_{13} = -\lambda[B_{11}\lambda^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2] \tag{3.99}$$

$$a_{14} = -\lambda[B_{11}^s\lambda^2 + (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\mu^2] \tag{3.100}$$

$$a_{22} = A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2 \tag{3.101}$$

$$a_{23} = -\mu[(B_{12} + 2B_{66})\lambda^2 + B_{22}\mu^2] \tag{3.102}$$

$$a_{24} = -\mu[(B_{12}^s + 2B_{66}^s)\lambda^2 + B_{22}^s\mu^2] \tag{3.103}$$

$$a_{33} = D_{11}\lambda^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4 \tag{3.104}$$

$$a_{34} = D_{11}^s\lambda^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\lambda^2\mu^2 + D_{22}^s\mu^4 \tag{3.105}$$

$$a_{44} = H_{11}^s\lambda^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\lambda^2\mu^2 + H_{22}^s\mu^4 - A_{55}^s\lambda^2 - A_{44}^s\mu^2 \tag{3.106}$$

3.3.1.2. Karşılıklı İki Kenarı Basit Destekli Plaklar

Karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş, diğer iki kenarı ise basit, ankastre, serbest desteklenmiş plağın y=0 ve y=b kenarları basit desteklenmiş olarak kabul edilmiştir ve bu kenarın sınır koşulları Denklem 3.107'daki gibidir.

$$w_b = w_s = M_y^b = M_y^s = 0 \tag{3.107}$$

x=0 ve x=a kenarları basit destekli, ankastre destekli veya serbest olarak düşünülmüştür. Her bir durum için sınır koşulları Denklem 3.108-3.112'de verilmiştir.

Basit destekli sınır koşulları:

$$u = w_b = w_s = N_x = M_x^b = M_x^s = 0 \tag{3.108}$$

Ankastre destekli sınır koşulları:

$$u = v = w_b = w_s = \frac{\partial w_b}{\partial x} = \frac{\partial w_s}{\partial x} = 0 \tag{3.109}$$

Serbest sınır koşulları:

$$N_x = N_{xy} = M_x^b = M_x^s = 0 \tag{3.110}$$

$$\frac{\partial M_x^b}{\partial x} + 2\frac{\partial M_{xy}^b}{\partial y} = 0 \tag{3.111}$$

$$\frac{\partial M_x^s}{\partial x} + 2\frac{\partial M_{xy}^s}{\partial y} + Q_{xz} + \mathrm{Q} = 0 \tag{3.112}$$

Belirtilen sınır koşulları için yönetici denklemlerin çözümünde Levy tipi çözüm varsayımı kullanılmıştır. Buna göre yer değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_n(x)\sin(\beta y) \\ V_n(x)\cos(\beta y) \\ W_{bn}(x)\sin(\beta y) \\ W_{sn}(x)\sin(\beta y) \end{Bmatrix} \tag{3.113}$$

Burada $\beta = \frac{n\pi}{b}$ ve $U_n(x), V_n(x), W_{bn}(x), W_{sn}(x)$ ise bilinmeyen fonksiyonlardır. Plak üzerine uygulanan dikine yük q tek seri açılımı şeklinde aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$q(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n(x)\sin\beta y \tag{3.114}$$

$$Q_n(x) = \frac{2}{b}\int_0^b q(x,y)\sin\beta y dy \tag{3.115}$$

$Q_n(x)$ katsayısı düzgün yayılı yük uygulanması halinde Denklem 3.116'daki gibi, sinüsoidal yayılı yük için ise Denklem 3.117'deki gibi elde edilir.

$$Q_n(x) = \frac{4q_0}{n\pi} \tag{3.116}$$

$$Q_n(x) = q_0 \tag{3.117}$$

Çözüm varsayımı yönetici denklemlerde (Denklem 3.83-3.86) yerine yazılarak türevler alınır ve sistemin diferansiyel denklemi (Denklem 3.118-3.121) elde edilir.

$$A_{11}\mathrm{U}_n'' - A_{66}\beta^2\mathrm{U}_n - (A_{12}+A_{66})\beta\mathrm{V}_n' - B_{11}\mathrm{W}_{bn}''' + (B_{12}+2B_{66})\beta^2\mathrm{W}_{bn}' - B_{11}^s\mathrm{W}_{sn}''' - (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\beta^2\mathrm{W}_{sn}' = 0 \tag{3.118}$$

$$(A_{12}+A_{66})\beta\mathrm{U}_n' - A_{22}\beta^2\mathrm{V}_n + A_{66}\mathrm{V}_n'' + B_{22}\beta^3\mathrm{W}_{bn} - (B_{12}+2B_{66})\beta\mathrm{W}_{bn}'' - B_{22}^s\beta^3\mathrm{W}_{sn} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\beta\mathrm{W}_{sn}'' = 0 \tag{3.119}$$

$$B_{11}\mathrm{U}_n''' - (B_{12}+2B_{66})\beta^2\mathrm{U}_n' + B_{22}\beta^3\mathrm{V}_n - (B_{12}+2B_{66})\beta\mathrm{V}_n'' - D_{22}\beta^4\mathrm{W}_{bn} + 2(D_{12}+2D_{66})\beta^2\mathrm{W}_{bn}'' - D_{11}\mathrm{W}_{bn}^{iv} - D_{22}^s\beta^4\mathrm{W}_{sn} + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\beta^2\mathrm{W}_{sn}'' - D_{11}^s\mathrm{W}_{sn}^{iv} - Q_n = 0 \tag{3.120}$$

$$B_{11}^s\mathrm{U}_n''' - (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\beta^2\mathrm{U}_n' - B_{22}^s\beta^3\mathrm{V}_n - D_{11}^s\mathrm{W}_{bn}^{iv} - D_{22}^s\beta^4\mathrm{W}_{bn} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\beta\mathrm{V}_n'' - H_{11}^s\mathrm{W}_{sn}^{iv} - H_{22}^s\mathrm{W}_{sn}^{iv} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\beta^2\mathrm{W}_{bn}'' - 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\beta^2\mathrm{W}_{sn}'' - A_{55}^s\mathrm{W}_{sn}'' - A_{44}^s\beta^2\mathrm{W}_{sn} - Q_n = 0 \tag{3.121}$$

Denklem 3.118-3.121 yeniden düzenlenerek aşağıdaki şeklini alır.

$$U_n'' = c_1 U_n + c_2 V_n' + c_3 W_{bn}' + c_4 W_{bn}''' + c_{3s} W_{sn}' + c_{4s} W_{sn}''' \quad (3.122)$$

$$V_n'' = c_5 U_n' + c_6 V_n + c_7 W_{bn} + c_8 W_{bn}'' + c_{7s} W_{sn} + c_{8s} W_{sn}'' \quad (3.123)$$

$$W_{bn}^{iv} = c_9 U_n' + c_{10} V_n + c_{11} W_{bn} + c_{12} W_{bn}'' + c_{13} W_{sn} + c_{14} W_{sn}'' + c_{15} Q_n \quad (3.124)$$

$$W_{sn}^{iv} = c_{9s} U_n' + c_{10s} V_n + c_{11s} W_{bn} + c_{12s} W_{bn}'' + c_{13s} W_{sn} + c_{14s} W_{sn}'' + c_{15s} Q_n \quad (3.125)$$

Durum uzay (State space) yöntemi uygulanır (Denklem 3.126).

$$\{Z^I(x)\} = [T]\{Z(x)\} + \{F\} \quad (3.126)$$

Burada durum vektörü Z(x), kuvvet vektörü F ve transfer matrisi T aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\{Z(x)\} = \{U_n \;\; U_n' \;\; V_n \;\; V_n' \;\; W_{bn} \; W_{bn}^I \;\; W_{bn}^{II} \;\; W_{bn}^{III} \;\; W_{sn} \;\; W_{sn}^I \;\; W_{sn}^{II} \;\; W_{sn}^{III}\}^T \quad (3.127)$$

$$\{F\} = \{0\;0\;0\;0 \;\; 0\;0 \;\; 0 \;\; c_{15} Q_n \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; c_{15s} Q_n\}^T \quad (3.128)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & c_3 & 0 & c_4 & 0 & c_{3s} & 0 & c_{4s} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_5 & c_6 & 0 & c_7 & 0 & c_8 & 0 & c_{7s} & 0 & c_{8s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_9 & c_{10} & 0 & c_{11} & 0 & c_{12} & 0 & c_{13} & 0 & c_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & c_{50} & c_{10s} & 0 & c_{11s} & 0 & c_{12s} & 0 & c_{13s} & 0 & c_{14s} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.129)$$

Katsayılar için çeşitli kısaltmalar yapılmıştır.

$$c_1 = \frac{A_{66}}{A_{11}}\beta^2 \quad (3.130)$$

$$c_2 = \frac{A_{12}+A_{66}}{A_{11}}\beta \quad (3.131)$$

$$c_3 = \frac{-(B_{12}+2B_{66})}{A_{11}}\beta^2 \quad (3.132)$$

$$c_4 = \frac{B_{11}}{A_{11}} \quad (3.133)$$

$$c_{3s} = \frac{-(B_{12}^S+2B_{66}^S)}{A_{11}}\beta^2 \quad (3.134)$$

$$c_{4s} = \frac{B_{11}^S}{A_{11}} \quad (3.135)$$

$$c_5 = \frac{-(A_{12}+A_{66})}{A_{66}}\beta \quad (3.136)$$

$$c_6 = \frac{A_{22}}{A_{66}}\beta^2 \quad (3.137)$$

$$c_7 = -\frac{B_{22}}{A_{66}}\beta^3 \quad (3.138)$$

$$c_8 = \frac{(B_{12}+2B_{66})}{A_{66}}\beta \quad (3.139)$$

$$c_{7s} = -\frac{B_{22}^s}{A_{66}}\beta^3 \quad (3.140)$$

$$c_{8s} = \frac{(B_{12}^s+2B_{66}^s)}{A_{66}}\beta \quad (3.141)$$

$$c_9 = \frac{e_{2s}e_3 - e_2e_{3s}}{c_0} \quad (3.142)$$

$$c_{9s} = \frac{e_1e_{3s} - e_{1s}e_3}{c_0} \quad (3.143)$$

$$c_{10} = \frac{e_{2s}e_4 - e_2e_{4s}}{c_0} \quad (3.144)$$

$$c_{10s} = \frac{e_1e_{4s} - e_{1s}e_4}{c_0} \quad (3.145)$$

$$c_{11} = \frac{e_{2s}e_5 - e_2e_{5s}}{c_0} \quad (3.146)$$

$$c_{11s} = \frac{e_1e_{5s} - e_{1s}e_5}{c_0} \quad (3.147)$$

$$c_{12} = \frac{e_{2s}e_6 - e_2e_{6s}}{c_0} \quad (3.148)$$

$$c_{12s} = \frac{e_1e_{6s} - e_{1s}e_6}{c_0} \quad (3.149)$$

$$c_{13} = \frac{e_{2s}e_7 - e_2e_{7s}}{c_0} \quad (3.150)$$

$$c_{13s} = \frac{e_1e_{7s} - e_{1s}e_7}{c_0} \quad (3.151)$$

$$c_{14} = \frac{e_{2s}e_8 - e_2e_{8s}}{c_0} \quad (3.152)$$

$$c_{14s} = \frac{e_1e_{8s} - e_{1s}e_8}{c_0} \quad (3.153)$$

$$c_{15} = \frac{e_2 - e_{2s}}{c_0} \quad (3.154)$$

$$c_{15s} = \frac{e_{1s} - e_1}{c_0} \quad (3.155)$$

$$c_0 = e_{2s}e_1 - e_2e_{1s} \quad (3.156)$$

$$e_1 = -B_{11}c_4 + D_{11} \quad (3.157)$$

$$e_{1s} = -B_{11}^s c_4 + D_{11}^s \quad (3.158)$$

$$e_2 = -B_{11}c_{4s} + D_{11}^s \quad (3.159)$$

$$e_{2s} = -B_{11}^s c_{4s} + H_{11}^s \quad (3.160)$$

$$e_3 = B_{11}(c_1 + c_2c_5) - (B_{12} + 2B_{66})(\beta c_5 + \beta^2) \quad (3.161)$$

$$e_{3s} = B_{11}^s(c_1 + c_2c_5) - (B_{12}^s + 2B_{66}^s)(\beta c_5 + \beta^2) \quad (3.162)$$

$$e_4 = B_{11}c_2c_6 - (B_{12} + 2B_{66})\beta c_6 + B_{22}\beta^3) \quad (3.163)$$

$$e_{4s} = B^s_{11}c_2c_6 - (B^s_{12} + 2B^s_{66})\beta c_6 + B^s_{22}\beta^3 \quad (3.164)$$

$$e_5 = B_{11}c_2c_7 - (B_{12} + 2B_{66})\beta c_7 - D_{22}\beta^4) \quad (3.165)$$

$$e_{5s} = B^s_{11}c_2c_7 - (B^s_{12} + 2B^s_{66})\beta c_7 - B^s_{22}\beta^4) \quad (3.166)$$

$$e_6 = B_{11}(c_3 + c_2c_8) - (B_{12} + 2B_{66})\beta c_8 + 2(D_{12} + 2D_{66})\beta^2) \quad (3.167)$$

$$e_{6s} = B^s_{11}(c_3 + c_2c_8) - (B^s_{12} + 2B^s_{66})\beta c_8 + 2(D^s_{12} + 2D^s_{66})\beta^2) \quad (3.168)$$

$$e_7 = B_{11}c_2c_{7s} - (B_{12} + 2B_{66})\beta c_{7s} - D^s_{22}\beta^4 \quad (3.169)$$

$$e_{7s} = B^s_{11}c_2c_{7s} - (B^s_{12} + 2B^s_{66})\beta c_{7s} - H^s_{22}\beta^4 - A^s_{44}\beta^2 \quad (3.170)$$

$$e_8 = B_{11}(c_{3s} + c_2c_{8s}) - (B_{12} + 2B_{66})\beta c_{8s} + 2(D^s_{12} + 2D^s_{66})\beta^2) \quad (3.171)$$

$$e_{8s} = B^s_{11}(c_{3s} + c_2c_{8s}) - (B^s_{12} + 2B^s_{66})\beta c_{8s} + 2(H^s_{12} + 2H^s_{66})\beta^2 + A^s_{55} \quad (3.172)$$

Z(x) için formal çözüm Denklem 3.173'te verilmiştir.

$$\{Z(x)\} = \mathrm{e}^{\mathrm{Tx}}\{K\} + \mathrm{e}^{\mathrm{Tx}}\int_0^x \mathrm{e}^{-\mathrm{T}\xi}\{F\}d\xi \quad (3.173)$$

Burada {K}matrisi y eksenine paralel iki kenarın (x=0 ve x=a) sınır koşulları ile belirlenen sabit sütun matrisidir. e^{Tx} Denklem 3.174' ün çözümüdür.

$$\mathrm{e}^{\mathrm{Tx}} = [E]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_7 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_8 x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_9 x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{10} x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{11} x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{12} x} \end{bmatrix}[E]^{-1} \quad (3.174)$$

Burada [E] matrisi [T] matrisinin özvektörleridir, λ_i ise [T] matrisinin özdeğerleridir.

$$\{Z(x)\} = [E]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_7 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_8 x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_9 x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{10} x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{11} x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{12} x} \end{bmatrix}[E]^{-1}\{K\} +$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{Tx}} \int_0^x \mathrm{e}^{-\mathrm{T}\xi}\{F\}d\xi \tag{3.175}$$

Hesaplama sırasında hasta durumlarla karşılaşmamak için ifade aşağıdaki şekle dönüştürülmüştür.

$$\mathrm{Z(x)} = [E]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_7 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_8 x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_9 x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{10} x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{11} x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{12} x} \end{bmatrix}\{P\} +$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{Tx}} \int_0^x \mathrm{e}^{-\mathrm{T}\xi}\{F\}d\xi \tag{3.176}$$

{P}matrisi Denklem 3.177'den çözülür.

$$\{P\} = [E]^{-1}\{K\} \tag{3.177}$$

y eksenine paralel iki kenarın sınır koşulları bilinmeyen U_n, V_n, W_{bn} ve W_{sn} fonksiyonları cinsinden ifade edilir.

Basit:

$$V_n = W_{bn} = W_{sn} = 0 \tag{3.178}$$

$$A_{11}U_n' - A_{12}\beta V_n - B_{11}W_{bn}'' + B_{12}\beta^2 W_{bn} - B_{11}^s W_{sn}'' + B_{12}^s \beta^2 W_{sn} = 0 \tag{3.179}$$

$$B_{11}U_n' - B_{12}\beta V_n - D_{11}W_{bn}'' + D_{12}W_{bn}\beta^2 - D_{11}^s W_{sn}'' + D_{12}^s W_{sn}\beta^2 = 0 \tag{3.180}$$

$$B_{11}^s U_n' - B_{12}^s \beta V_n - D_{11}^s W_{bn}'' + D_{12}^s W_{bn}\beta^2 - H_{11}^s W_{sn}'' + H_{12}^s W_{sn}\beta^2 = 0 \tag{3.181}$$

Ankastre:

$$U_n = V_n = W_{bn} = W_{sn} = \mathrm{W}_{bn}' = \mathrm{W}_{sn}' = 0 \tag{3.182}$$

Serbest:

$$A_{11}U_n'-A_{12}\beta V_n - B_{11}W_{bn}'' + B_{12}W_{bn}\beta^2 - B_{11}^sW_{sn}'' + B_{12}^sW_{sn}\beta^2 = 0 \quad (3.183)$$

$$A_{66}\beta U_n+A_{66}V_n' - 2(B_{66}\beta W_{bn}' + B_{66}^s\beta W_{sn}') = 0 \quad (3.184)$$

$$B_{11}U_n'-B_{12}\beta V_n - D_{11}W_{bn}'' + D_{12}W_{bn}\beta^2 - D_{11}^sW_{sn}'' + D_{12}^sW_{sn}\beta^2 = 0 \quad (3.185)$$

$$B_{11}^sU_n' - B_{12}^s\beta V_n - D_{11}^sW_{bn}'' + D_{12}^sW_{bn}\beta^2 - H_{11}^sW_{sn}'' + H_{12}^sW_{sn}\beta^2 = 0 \quad (3.186)$$

$$(B_{11}c_1 - 2B_{66}\beta^2)U_n + (B_{11}c_2-B_{12}\beta - 2B_{66}\beta)V_n' + (B_{11}c_3+D_{12}\beta^2 + 4D_{66}\beta^2)W_{bn}' + (B_{11}c_4-D_{11})W_{bn}''' + (B_{11}c_{3s}+D_{12}^s\beta^2 - 4D_{66}^s\beta^2)W_{sn}' + (B_{11}c_{4s} - D_{11}^s)W_{sn}''' = 0 \quad (3.187)$$

$$(B_{11}^sc_1 - 2B_{66}\beta^2)U_n + (B_{11}^sc_2 - B_{12}^s\beta - 2B_{66}\beta)V_n' + (B_{11}^sc_3 + D_{12}^s\beta^2 + 4D_{66}^s\beta^2)W_{bn}' + (B_{11}^sc_4 - D_{11}^s)W_{bn}''' + (B_{11}^sc_{3s}+H_{12}^s\beta^2 + 4H_{66}^s\beta^2 + A_{55}^s)W_{sn}' + (B_{11}^sc_{4s} - H_{11}^s)W_{sn}''' = 0 \quad (3.188)$$

Sınır koşullarından elde edilen denklemler Denklem 3.189'de yerine yazılarak sistemin homojen olmayan denklemi elde edilir ve P vektörü için çözülür.

$$[M]\{P\} + \{R\} = 0 \quad (3.189)$$

M matrisinin ve R vektörünün elemanları farklı sınır koşulları için Denklem 3.188- 3.223'teki gibi elde edilmiştir.

x=0 ve x=a için basit destek için M matrisi elemanları;

$$M_{1j} = G_{3j}(x) \quad (3.190)$$

$$M_{2j} = G_{5j}(x) \quad (3.191)$$

$$M_{3j} = G_{9j}(x) \quad (3.192)$$

$$M_{4j} = A_{11}G_{2j}(x)-A_{12}\beta G_{3j}(x) - B_{11}G_{7j}(x) + B_{12}\beta^2G_{5j}(x) - B_{11}^sG_{11j}(x) + B_{12}^s\beta^2G_{9j}(x) \quad (3.193)$$

$$M_{5j} = B_{11}G_{2j}(x)-B_{12}\beta G_{3j}(x) - D_{11}G_{7j}(x) + D_{12}G_{5j}(x)\beta^2 - D_{11}^sG_{11j}(x) + D_{12}^sG_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.194)$$

$$M_{6j} = B_{11}^sG_{2j}(x) - B_{12}^s\beta G_{3j}(x) - D_{11}^sG_{7j}(x) + D_{12}^sG_{5j}(x)\beta^2 - H_{11}^sG_{11j}(x) + H_{12}^sG_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.195)$$

x=0 ve x=a için basit destek için R vektörü elemanları;

$$R_1 = H_3 \quad (3.196)$$

$$R_2 = H_5 \quad (3.197)$$

$$R_3 = H_9 \quad (3.198)$$

$$R_4 = A_{11}H_2-A_{12}\beta H_3 - B_{11}H_7 + B_{12}\beta^2H_5 - B_{11}^sH_{11} + B_{12}^s\beta^2H_9 \quad (3.199)$$

$$R_5 = B_{11}H_2-B_{12}\beta H_3 - D_{11}H_7 + D_{12}\beta^2H_5 - D_{11}^sH_{11} + D_{12}^s\beta^2H_9 \quad (3.200)$$

$$R_6 = B_{11}^sH_2 - B_{12}^s\beta H_3 - D_{11}^sH_7 + D_{12}^s\beta^2H_5 - H_{11}^sH_{11} + H_{12}^s\beta^2H_9 \quad (3.201)$$

x=0 ve x=a kenarı ankastre destek için M matrisi elemanları;

$$M_{1j} = G_{1j}(x) \tag{3.202}$$

$$M_{2j} = G_{3j}(x) \tag{3.203}$$

$$M_{3j} = G_{5j}(x) \tag{3.204}$$

$$M_{4j} = G_{6j}(x) \tag{3.205}$$

$$M_{5j} = G_{9j}(x) \tag{3.206}$$

$$M_{6j} = G_{10j}(x) \tag{3.207}$$

x=0 ve x=a kenarı ankastre destek için R vektörü elemanları;

$$R_1 = H_1 \tag{3.208}$$

$$R_2 = H_3 \tag{3.209}$$

$$R_3 = H_5 \tag{3.210}$$

$$R_4 = H_6 \tag{3.211}$$

$$R_5 = H_9 \tag{3.212}$$

$$R_6 = H_{10} \tag{3.213}$$

x=0 ve x=a kenarı serbest durum için M matrisi elemanları;

$$M_{1j} = A_{11}G_{2j}(x) - A_{12}\beta G_{3j}(x) - B_{11}G_{7j}(x) + B_{12}\beta^2 G_{5j}(x) - B_{11}^s G_{11j}(x) + B_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \tag{3.214}$$

$$M_{2j} = A_{66}\beta G_{1j}(x) + A_{66}G_{3j}(x) - 2\left(B_{66}\beta G_{6j}(x) + B_{66}^s \beta G_{10j}(x)\right) \tag{3.215}$$

$$M_{3j} = B_{11}G_{2j}(x) - B_{12}\beta G_{3j}(x) - D_{11}G_{7j}(x) + D_{12}G_{5j}(x)\beta^2 - D_{11}^s G_{11j}(x) + D_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \tag{3.216}$$

$$M_{4j} = B_{11}^s G_{2j}(x) - B_{12}^s \beta G_{3j}(x) - D_{11}^s G_{7j}(x) + D_{12}^s G_{5j}(x)\beta^2 - H_{11}^s G_{11j}(x) + H_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \tag{3.217}$$

$$M_{5j} = (B_{11}c_1 - 2B_{66}\beta^2)G_{1j}(x) + (B_{11}c_2 - B_{12}\beta - 2B_{66}\beta)G_{4j}(x) + (B_{11}c_3 + D_{12}\beta^2 + 4D_{66}\beta^2)G_{6j}(x) + (B_{11}c_4 - D_{11})G_{8j}(x) + (B_{11}c_{3s} + D_{12}^s\beta^2 - 4D_{66}^s\beta^2)G_{9j}(x) + (B_{11}c_{4s} - D_{11}^s)G_{12j}(x) = 0 \tag{3.218}$$

$$M_{6j} = (B_{11}^s c_1 - 2B_{66}\beta^2)G_{1j}(x) + (B_{11}^s c_2 - B_{12}^s\beta - 2B_{66}\beta)G_{4j}(x) + (B_{11}^s c_3 + D_{12}^s\beta^2 + 4D_{66}^s\beta^2)G_{6j}(x) + (B_{11}^s c_4 - D_{11}^s)G_{8j}(x) + (B_{11}^s c_{3s} + H_{12}^s\beta^2 + 4H_{66}^s\beta^2 + A_{55}^s)G_{9j}(x) + (B_{11}^s c_{4s} - H_{11}^s)G_{12j}(x) = 0 \tag{3.219}$$

x=0 ve x=a kenarı serbest durum için R vektörü elemanları;

$$R_1 = A_{11}H_2 - A_{12}\beta H_3 - B_{11}H_7 + B_{12}\beta^2 H_5 - B_{11}^s H_{11} + B_{12}^s H_9\beta^2 \tag{3.220}$$

$$R_2 = A_{66}\beta H_1 + A_{66}H_3 - 2(B_{66}\beta H_6 + B^s_{66}\beta H_{10}) \quad (3.221)$$

$$R_3 = B_{11}H_2 - B_{12}\beta H_3 - D_{11}H_7 + D_{12}H_5\beta^2 - D^s_{11}H_{11} + D^s_{12}H_9\beta^2 \quad (3.222)$$

$$R_4 = B^s_{11}H_2 - B^s_{12}\beta H_3 - D^s_{11}H_7 + D^s_{12}H_5\beta^2 - H^s_{11}H_{11} + H^s_{12}H_9\beta^2 \quad (3.223)$$

$$R_5 = (B_{11}c_1 - 2B_{66}\beta^2)H_1 + (B_{11}c_2 - B_{12}\beta - 2B_{66}\beta)H_4 + (B_{11}c_3 + D_{12}\beta^2 + 4D_{66}\beta^2)H_6 + (B_{11}c_4 - D_{11})H_8 + (B_{11}c_{3s} + D^s_{12}\beta^2 - 4D^s_{66}\beta^2)H_9 + (B_{11}c_{4s} - D^s_{11})H_{12} = 0 \quad (3.224)$$

$$R_6 = (B^s_{11}c_1 - 2B_{66}\beta^2)H_1 + (B^s_{11}c_2 - B^s_{12}\beta - 2B_{66}\beta)H_4 + (B^s_{11}c_3 + D^s_{12}\beta^2 + 4D^s_{66}\beta^2)H_6 + (B^s_{11}c_4 - D^s_{11})H_8 + (B^s_{11}c_{3s} + H^s_{12}\beta^2 + 4H^s_{66}\beta^2 + A^s_{55})H_9 + (B^s_{11}c_{4s} - H^s_{11})H_{12} = 0 \quad (3.225)$$

$$\mathrm{Z(x)} = [E]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_7 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_8 x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_9 x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{10} x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{11} x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{12} x} \end{bmatrix}\{P\} +$$

$$[E]\begin{bmatrix} \frac{-1}{\lambda_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\lambda_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_9} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_{10}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda_{12}} \end{bmatrix}[E]^{-1}\{F\} \quad (3.226)$$

İfade Denklem 3.225'teki halini alır.

$$\mathrm{Z(x)} = [G(x)]\{P\} + \{H\} \quad (3.227)$$

Denklem 3.189 P için çözüldükten sonra Denklem 3.227'de yerine yazılarak bilinmeyen Z(x) sabitleri bulunur ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılır.

3.3.2. Sandviç Plağın Titreşim Analizi

3.3.2.1. Dört Kenarı Basit Desteklenmiş Plak

Tüm kenarları basit desteklenmiş plağın titreşim analizi Navier tipi çözüm yaklaşımı:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn}e^{i\omega t}\cos(\lambda x)\sin(\mu y) \\ V_{mn}\,e^{i\omega t}\sin(\lambda x)\cos(\mu y) \\ W_{bmn}e^{i\omega t}\sin(\lambda x)\sin(\mu y) \\ W_{smn}e^{i\omega t}\sin(\lambda x)\sin(\mu y) \end{Bmatrix} \tag{3.228}$$

Denklem 3.229'deki özdeğer probleminin çözülmesiyle doğal frekanslar elde edilir.

$$(K + \omega^2 \mathrm{M})\Delta = F \tag{3.229}$$

$$\Delta^T = \{U_{mn},\ V_{mn},\ W_{bmn},\ W_{smn}\} \tag{3.230}$$

$$F^T = \{0,\ 0,\ 0,\ 0\} \tag{3.231}$$

$$K = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix} \tag{3.232}$$

$$\mathrm{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} \end{bmatrix} \tag{3.233}$$

K ve M matrisi katsayıları aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$a_{11} = A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2 \tag{3.234}$$

$$a_{12} = \lambda\mu(A_{12} + A_{66}) \tag{3.235}$$

$$a_{13} = -\lambda[B_{11}\lambda^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2] \tag{3.236}$$

$$a_{14} = -\lambda[B^s_{11}\lambda^2 + (B^s_{12} + 2B^s_{66})\mu^2] \tag{3.237}$$

$$a_{22} = A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2 \tag{3.238}$$

$$a_{23} = -\mu[(B_{12} + 2B_{66})\lambda^2 + B_{22}\mu^2] \tag{3.239}$$

$$a_{24} = -\mu[(B^s_{12} + 2B^s_{66})\lambda^2 + B^s_{22}\mu^2] \tag{3.240}$$

$$a_{33} = D_{11}\lambda^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4 \tag{3.241}$$

$$a_{34} = D^s_{11}\lambda^4 + 2(D^s_{12} + 2D^s_{66})\lambda^2\mu^2 + D^s_{22}\mu^4 \tag{3.242}$$

$$a_{44} = H^s_{11}\lambda^4 + 2(H^s_{12} + 2H^s_{66})\lambda^2\mu^2 + H^s_{22}\mu^4 + A^s_{55}\lambda^2 + A^s_{44}\mu^2 \tag{3.243}$$

$$m_{11} = I_0 \tag{3.244}$$

$$m_{12} = 0 \tag{3.245}$$

$$m_{13} = -I_1\lambda \tag{3.246}$$

$$m_{14} = -J_1\lambda \tag{3.247}$$

$$m_{22} = I_0 \tag{3.248}$$

$$m_{23} = -I_1\mu \tag{3.249}$$

$$m_{24} = -J_1\mu \tag{3.250}$$

$$m_{33} = I_0 + I_2(\lambda^2 + \mu^2) \tag{3.251}$$

$$m_{34} = I_0 + J_2(\lambda^2 + \mu^2) \tag{3.252}$$

$$m_{44} = I_0 + K_2(\lambda^2 + \mu^2) \tag{3.253}$$

3.3.2.2. Karşılıklı İki Kenarı Basit Desteklenmiş Plak

Karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş diğer kenarları basit, ankastre veya serbest olan plağın y=0 ve y=b kenarları basit destekli kabul edilmiş ve sınır koşulları Denklem 3.254'te verilmiştir.

$$u = w_b = w_s = N_y = M_y^b = M_y^s = 0 \tag{3.254}$$

Diğer iki kenar olan x=0 ve x=a için sırasıyla ankastre, basit ve serbest durum için sınır koşulları verilmiştir.

x=0 ve x=a ankastre destek için:

$$u = v = w_b = w_s = \frac{\partial w_b}{\partial x} = \frac{\partial w_s}{\partial x} = 0 \tag{3.255}$$

x=0 ve x=a basit destek için:

$$v = w_b = w_s = N_x = M_x^b = M_x^s = 0 \tag{3.256}$$

x=0 ve x=a serbest olduğu durum için:

$$N_y = N_{xy} = M_x^b = M_x^s = 0 \tag{3.257}$$

$$\frac{\partial M_x^b}{\partial x} + 2\frac{\partial M_{xy}^b}{\partial y} - I_1\ddot{u} + I_2\frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} + J_2\frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} = 0 \tag{3.258}$$

$$\frac{\partial M_x^s}{\partial x} + 2\frac{\partial M_{xy}^s}{\partial y} + Q_{xz} - J_1\ddot{u} + J_2\frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} + K_2\frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} = 0 \tag{3.259}$$

Denklem 3.255-3.259'da tanımlanan sınır koşulları için yönetici denklemlerin çözümünde Levy tipi çözüm yaklaşımı kullanılmıştır. Buna göre yerdeğiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_n(x)\, e^{-i\omega_n t}\sin(\beta y) \\ V_n(x) e^{-i\omega_n t}\cos(\beta y) \\ W_{bn}(x) e^{-i\omega_n t}\sin(\beta y) \\ W_{sn}(x) e^{-i\omega_n t}\sin(\beta y) \end{Bmatrix} \tag{3.260}$$

Çözüm için Durum uzay (State space) yöntemi uygulanmıştır.

$$\{Z^I(x)\} = [T]\{Z(x)\} \tag{3.261}$$

Durum vektörü Z(x), kuvvet vektörü F ve transfer matrisi T aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Z(x) = \{U_n\ U_n'\ V_n\ V_n'\ W_{bn}\ W_{bn}'\ W_{bn}''\ W_{bn}'''\ W_{sn}\ W_{sn}'\ W_{sn}''\ W_{sn}'''\} \tag{3.262}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 & 0 & 0 & C_2 & 0 & C_3 & 0 & C_4 & 0 & C_{3s} & 0 & C_{4s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_5 & C_6 & 0 & C_7 & 0 & C_8 & 0 & C_{7s} & 0 & C_{8s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_9 & C_{10} & 0 & C_{11} & 0 & C_{12} & 0 & C_{13} & 0 & C_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & C_{9s} & C_{10s} & 0 & C_{11s} & 0 & C_{12s} & 0 & C_{13s} & 0 & C_{14s} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.263}$$

Denklem 3.261 için formal çözüm Denklem 3.264'te verilmiştir.

$$Z(x) = e^{Tx}K \tag{3.264}$$

Burada e^{Tx} aşağıdaki şekliyle kullanılmıştır.

$$e^{Tx} = [E]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_7 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_8 x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_9 x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{10} x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{11} x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{12} x} \end{bmatrix} \tag{3.265}$$

$$M_{ij}K_j = 0 \quad (i,j = 1,2,..,12) \tag{3.266}$$

$$G(x) = [E]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_7 x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_8 x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_9 x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{10} x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{11} x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_{12} x} \end{bmatrix}[E]^{-1} \quad (3.267)$$

M matrisinin elemanları farklı sınır koşulları için Denklem 3.268- 3.285'teki gibi elde edilmiştir.

x=0 ve x=a için basit destek için M matrisi elemanları;

$$M_{1j} = G_{3j}(x) \quad (3.268)$$

$$M_{2j} = G_{5j}(x) \quad (3.269)$$

$$M_{3j} = G_{9j}(x) \quad (3.270)$$

$$M_{4j} = A_{11}G_{2j}(x) - A_{12}\beta G_{3j}(x) - B_{11}G_{7j}(x) + B_{12}\beta^2 G_{5j}(x) - B_{11}^s G_{11j}(x) + B_{12}^s \beta^2 G_{9j}(x) \quad (3.271)$$

$$M_{5j} = B_{11}G_{2j}(x) - B_{12}\beta G_{3j}(x) - D_{11}G_{7j}(x) + D_{12}G_{5j}(x)\beta^2 - D_{11}^s G_{11j}(x) + D_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.272)$$

$$M_{6j} = B_{11}^s G_{2j}(x) - B_{12}^s \beta G_{3j}(x) - D_{11}^s G_{7j}(x) + D_{12}^s G_{5j}(x)\beta^2 - H_{11}^s G_{11j}(x) + H_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.273)$$

x=0 ve x=a kenarı ankastre destek için M matrisi elemanları;

$$M_{1j} = G_{1j}(x) \quad (3.274)$$

$$M_{2j} = G_{3j}(x) \quad (3.275)$$

$$M_{3j} = G_{5j}(x) \quad (3.276)$$

$$M_{4j} = G_{6j}(x) \quad (3.277)$$

$$M_{5j} = G_{9j}(x) \quad (3.278)$$

$$M_{6j} = G_{10j}(x) \quad (3.279)$$

x=0 ve x=a kenarı serbest durum için M matrisi elemanları;

$$M_{1j} = A_{11}G_{2j}(x) - A_{12}\beta G_{3j}(x) - B_{11}G_{7j}(x) + B_{12}\beta^2 G_{5j}(x) - B_{11}^s G_{11j}(x) + B_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.280)$$

$$M_{2j} = A_{66}\beta G_{1j}(x) + A_{66}G_{3j}(x) - 2\left(B_{66}\beta G_{6j}(x) + B_{66}^s \beta G_{10j}(x)\right) \quad (3.281)$$

$$M_{3j} = B_{11}G_{2j}(x) - B_{12}\beta G_{3j}(x) - D_{11}G_{7j}(x) + D_{12}G_{5j}(x)\beta^2 - D_{11}^s G_{11j}(x) + D_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.282)$$

$$M_{4j} = B_{11}^s G_{2j}(x) - B_{12}^s \beta G_{3j}(x) - D_{11}^s G_{7j}(x) + D_{12}^s G_{5j}(x)\beta^2 - H_{11}^s G_{11j}(x) + H_{12}^s G_{9j}(x)\beta^2 \quad (3.283)$$

$$M_{5j} = (B_{11}c_1 - 2B_{66}\beta^2)G_{1j}(x) + (B_{11}c_2 - B_{12}\beta - 2B_{66}\beta)G_{4j}(x) + (B_{11}c_3 + D_{12}\beta^2 + 4D_{66}\beta^2)G_{6j}(x) + (B_{11}c_4 - D_{11})G_{8j}(x) + (B_{11}c_{3s} + D_{12}^s\beta^2 - 4D_{66}^s\beta^2)G_{9j}(x) + (B_{11}c_{4s} - D_{11}^s)G_{12j}(x) = 0 \quad (3.284)$$

$$M_{6j} = (B_{11}^s c_1 - 2B_{66}\beta^2)G_{1j}(x) + (B_{11}^s c_2 - B_{12}^s\beta - 2B_{66}\beta)G_{4j}(x) + (B_{11}^s c_3 + D_{12}^s\beta^2 + 4D_{66}^s\beta^2)G_{6j}(x) + (B_{11}^s c_4 - D_{11}^s)G_{8j}(x) + (B_{11}^s c_{3s} + H_{12}^s\beta^2 + 4H_{66}^s\beta^2 + A_{55}^s)G_{9j}(x) + (B_{11}^s c_{4s} - H_{11}^s)G_{12j}(x) = 0 \quad (3.285)$$

T matrisinin özvektörü E ve özdeğerleri λ olmak üzere G(x) matrisinin determinantını sıfıra eşitleyen doğal frekanslar bulunarak çözüm elde edilir. Doğal frekans ifadesi T matrisinin içinde de yer aldığı için bu prosedürle direk olarak bulunamamaktadır. Deneme yanılma prosedürü izlenerek doğal frekans sonuçları bulunabilir. İterasyon prosedürü ω_n^2 için çok küçük bir başlangıç değeri seçilerek başlar. Bu değer için T matrisi oluşturulur ve özdeğerler ile özvektörler hesaplanır. Sınır koşullarına uygun olarak M matrisi oluşturulur ve determinantının işaret değiştirip değiştirmediği kontrol edilir. Determinantın işaret değiştirdiği değer doğal frekans değerini verecektir.

BÖLÜM 4

SONUÇLAR

Bu bölümde sandviç kiriş ve plaklarla yapılan analizlerin numerik sonuçlarına yer verilmiştir. Sayısal sonuçların elde edilmesinde kullanılan malzeme özellikleri Tablo 4.1. de tanımlanmıştır.

Tablo 4.1. Malzeme özellikleri

	Malzeme Cinsi		
	Metal:	Seramik:	
Malzeme Özellikleri	Alüminyum(Al)	Alümina(Al_2O_3)	Zirkonya(ZrO_2)
Elastiklik Modülü	E_m=70GPa	E_s=380GPa	E_s=151GPa
Poisson Oranı	ν_m=0.3	ν_s=0.3	ν_s=0.3
Yoğunluğu	ρ_m=2707 kg/m^3	ρ_s=3800 kg/m^3	ρ_s=5400 kg/m^3

Literatürde yeralan değerlerle karşılaştırma yapabilmek için Denklem 4.1- 4.7'de verilen boyutsuzlaştırma ifadeleri tercih edilmiştir.

$$\bar{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) \tag{4.1}$$

$$\bar{W} = \frac{10h^3 E_{\mathrm{c}}}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) \tag{4.2}$$

$$\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a} \sigma_x\left(\frac{a}{2}, \mathrm{z}\right) \tag{4.3}$$

$$\overline{\tau_{xz}} = \frac{h}{q_0 a} \tau_{xz}(0, \mathrm{z}) \tag{4.4}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}} \tag{4.5}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}} \tag{4.6}$$

$$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}} \tag{4.7}$$

Numerik sonuçların karşılaştırılabilmesi için literatürde sıkça kullanılan kiriş kalınlık oranları kullanılmıştır (Tablo 4.2).

Tablo 4.2. Sandviç kirişin öz ve yüzey tabakalarının kalınlık oranları

	Koordinatlar		
Kısaltma	h_2	h_3	Açıklama
1-0-1	0	0	Öz tabakası içermeyen plaktır.
1-1-1	-h/6	h/6	Öz ve yüzey tabaka kalınlıklarının eşit olduğu durumdur.
1-2-1	-h/4	h/4	Yüzey tabakalarının özün yarı kalınlığında olduğu durumdur.
2-1-2	-h/10	h/10	Öz tabakasının yüzey tabakalarının yarı kalınlığında olduğu durumdur.
2-1-1	0	h/4	Alt yüzey tabaka kalınlığının öz ve üst yüzey tabaka kalınlığının iki katı olduğu durumdur.
2-2-1	-h/10	3h/4	Üst yüzey tabaka kalınlığının öz ve alt yüzey tabaka kalınlığının yarısı olduğu durumdur.
1-8-1	-2h/5	2h/5	Yüzey tabakalarının özün sekizde biri kalınlığında olduğu durumdur.

Tablo 4.3. Literatürde yer alan ve çalışmada kullanılan bazı şekil fonksiyonları

Model	
KKT	$f(z) = z$
PŞF [36]	$f(z) = -\frac{z}{4} + \frac{5z^3}{3h^2}$
ÜŞF [37]	$f(z) = z - ze^{\frac{-2z^2}{h^2}}$
SŞF [16]	$f(z) = z - \frac{h}{\pi}\sin\frac{\pi z}{h}$
HŞF [38]	$f(z) = z - h\sinh\left(\frac{z}{h}\right) + z\cosh\left(\frac{1}{2}\right)$
[8]	$f(z) = \frac{4z^3}{3h^2}$
[7]	$f(z) = \tan\left(\frac{z}{4h}\right)$
[31]	$f(z) = z\left[1 - \frac{4}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^2\right]$
[39]	$f(z) = z\alpha^{-2(z/h)^2/\ln\alpha}$

Dört değişkenli kayma deformasyon teorisi ile sandviç kiriş ve plağın analizinde kullanılan şekil fonksiyonları Tablo 4.3'te verilmiştir. Klasik Kiriş Teorisi (KKT),

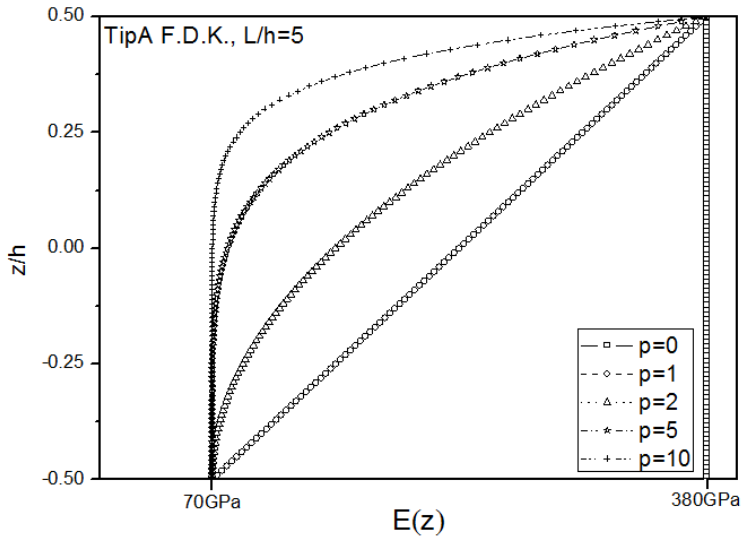
Polinomik şekil fonksiyonu (PŞF), Üstel şekil fonksiyonu (ÜŞF), Sinüsoidal şekil fonksiyonu (SŞF) ve Hiperbolik şekil fonksiyonu (HŞF) şekil fonksiyonları ile değerler hesaplanarak sunulmuştur.

4.1. Dört Değişkenli Kayma Deformasyon Teorisi ile Sandviç Kirişin Eğilmesi

Sinüsoidal yayılı yük altındaki basit destekli fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişin Navier çözümü için çeşitli sayısal sonuçlar sunulmuştur.

4.1.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş (Tip A)

Şekil 4.1'de fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi verilmiştir. Hacimsel değişim üsteli p'nin 0 değeri seramik kirişi temsil etmektedir. p'nin diğer değerleri için kirişin alt yüzeyi metal ve üst yüzeyi seramik olacak şekilde kademeli olarak elastiklik modülünün değişimi görülmektedir. p değeri arttıkça kirişin metalik özelliği artmaktadır.



Şekil 4.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) elastiklik modülünün değişimi

Tablo 4.4. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş (Tip A) için boyutsuz çökme değerleri

		p				
L/h	Teori	0	1	2	5	10
5	KKT	2,8783	5,7746	7,4004	8,7508	9,6071
	PŞF	3,1654	6,2594	8,0677	9,8281	10,9381
	ÜŞF	3,1635	6,2563	8,0666	9,8414	10,9404
	SŞF	3,1649	6,2586	8,0683	9,8367	10,9420
	HŞF	3,1654	6,2594	8,0675	9,8271	10,9375
	[40]	3,1657	6,2599	8,0602	9,7802	10,8979
	[8]	3,1397	6,1338	7,8606	9,6037	10,7578
	[7]	3,1397	6,1338	7,8605	9,6033	10,7575
10	KKT	2,8783	5,7746	7,4004	8,7508	9,6072
	PŞF	2,9501	5,8959	7,5673	9,0204	9,9403
	ÜŞF	2,9497	5,8952	7,5671	9,0239	9,9410
	SŞF	2,9500	5,8957	7,5675	9,0226	9,9414
	HŞF	2,9501	5,8959	7,5673	9,0201	9,9402
20	KKT	2,8783	5,7746	7,4004	8,7508	9,6072
	PŞF	2,8962	5,8049	7,4421	8,8182	9,6905
	ÜŞF	2,8961	5,8047	7,4420	8,8191	9,6907
	SŞF	2,8962	5,8049	7,4421	8,8188	9,6908
	HŞF	2,8962	5,8049	7,4421	8,8188	9,6908
	[40]	2,8962	5,8049	7,4415	8,8151	9,6879
	[8]	2,8947	5,7201	7,2805	8,6479	9,5749
	[7]	2,8947	5,7201	7,2805	8,6479	9,5749

$* \bar{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$, $E_{\mathrm{m}} = 70GPa$

Tablo 4.4, 4.5 ve 4.6'da sırasıyla fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş (Tip A) için çeşitli kayma deformasyon teorilerinin şekil fonksiyonları kullanılarak boyutsuz çökme değerleri, boyutsuz normal gerilme değerleri ve boyutsuz kayma gerilmesi değerleri literatürdeki bazı çalışmalarla birlikte sunulmuştur. Klasik kiriş teorisinin çökme, normal gerilme ve kayma gerilmesi sonuçlarının kalın kirişler için hassasiyetinin yetersiz olduğu, ancak kiriş kalınlığı azaldıkça daha hassas sonuçlar ürettiği görülmüştür. İnce fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin eğilmesi için klasik kiriş teorisinin

uygulanabilir olduğu ancak kiriş kalınlığının artmasıyla teorinin hassasiyetinin yetersiz olduğu görülmüştür. Diğer şekil fonksiyonları kullanılarak elde edilen sonuçların kalın kirişler için bile yeterince hassas olduğu görülmektedir. Kullanılan şekil fonksiyonlarının kayma gerilmesi dağılımında oldukça etkili olduğu görülmüştür.

Tablo 4.5. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş (Tip A) için boyutsuz normal gerilme değerleri

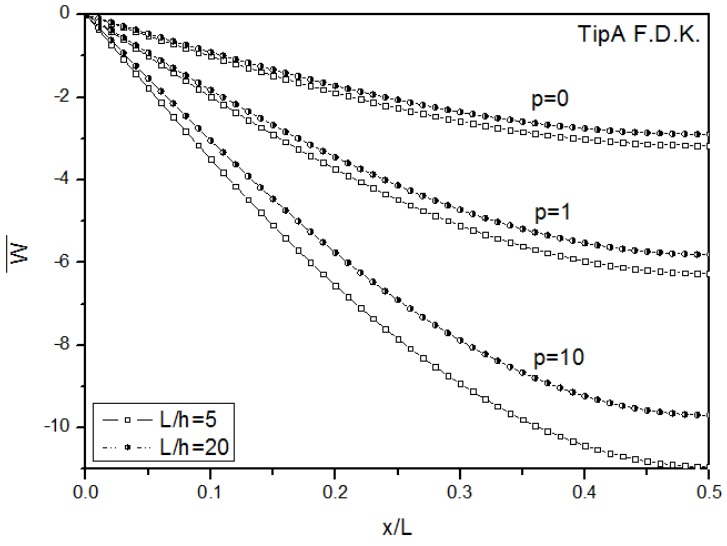
		p				
L/h	Model	0	1	2	5	10
5	KKT	3,7500	5,7959	6,7676	7,9427	9,5226
	PŞF	3,8020	5,8837	6,8826	8,1106	9,7123
	ÜŞF	3,8084	5,8945	6,8972	8,1332	9,7345
	SŞF	3,8053	5,8893	6,8901	8,1222	9,7239
	HŞF	3,8017	5,8832	6,8819	8,1096	9,7112
	[40]	3,8020	5,8837	6,8812	8,1030	9,7063
	[8]	3,8005	5,8812	6,8818	8,1140	9,7164
	[7]	3,8007	5,8815	6,8822	8,1141	9,7166
10	KKT	7,5000	11,5917	13,5353	15,8855	19,0457
	PŞF	7,5260	11,6356	13,5927	15,9695	19,1404
	ÜŞF	7,5292	11,6410	13,600	15,9808	19.1515
	SŞF	7,5277	11,6384	13,5965	15,9753	19,1462
	HŞF	7,5258	11,6354	13,5924	15,9690	19,1399
20	KKT	15,000	23,1834	27,0704	31,7711	38,0913
	PŞF	15,0130	23,2053	27,0991	31,8130	38.1385
	ÜŞF	15,0145	23,2079	27,1026	31,8184	38,1438
	SŞF	15,0137	23,2066	27,1008	31,8156	38,1411
	HŞF	15,0159	23,2103	27,1057	31,8226	38,1505
	[40]	15,0130	23,2054	27,0989	31,8112	38,1372
	[8]	15,0125	23,2046	27,0988	31,8137	38,1395
	[7]	15,0141	23,2073	27,1017	31,8168	38,1429

* $\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a}\sigma_x(\frac{a}{2}, \mathrm{z})$

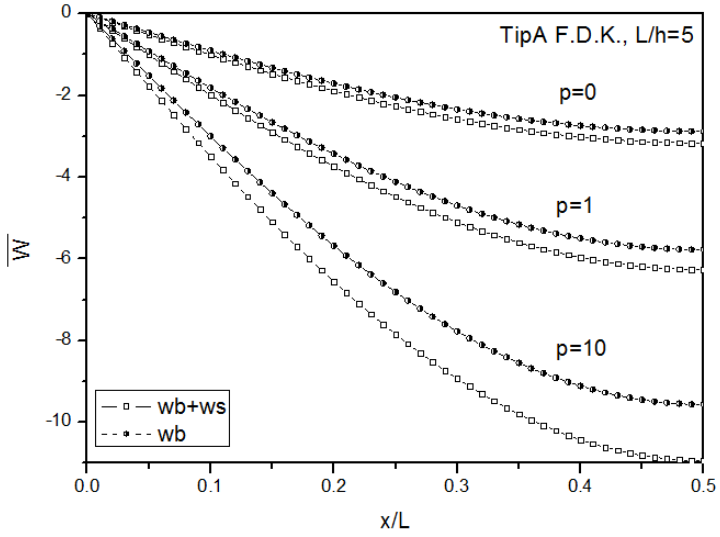
Tablo 4.6. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş (Tip A) için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri

L/h	Model	p				
		0	1	2	5	10
5	PŞF	0,7332	0,7332	0,6706	0,5905	0,6467
	ÜŞF	0,7764	0,7774	0,7173	0,6412	0,6945
	SŞF	0,7549	0,7549	0,6933	0,6155	0,6708
	HŞF	0,7312	0,7312	0,6685	0,5883	0,6445
	[40]	0,7500	0,7500	0,6787	0,5790	0,6436
	[8]	0,7233	0,7233	0,6622	0,5840	0,6396
	[7]	0,7223	0,7223	0,6612	0,5829	0,6385
10	PŞF	0,7414	0,7414	0,6787	0,5985	0,6555
	ÜŞF	0,7871	0,7881	0,7280	0,6520	0,7061
	SŞF	0,7642	0,7642	0,7026	0,6248	0,6809
	HŞF	0,7393	0,7393	0,6765	0,5961	0,6532
20	PŞF	0,7451	0,7451	0,6824	0,6023	0,6596
	ÜŞF	0,7921	0,7931	0,7330	0,6571	0,7117
	SŞF	0,7686	0,7686	0,7069	0,6292	0,6858
	HŞF	0,7429	0,7429	0,6802	0,5998	0,6572
	[40]	0,7500	0,7500	0,6787	0,5790	0,6436
	[8]	0,7432	0,7432	0,6809	0,6010	0,6583
	[7]	0,7423	0,7424	0,6799	0,6005	0,6522

* $\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(0,z)$



Şekil 4.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) çökmesi



Şekil 4.3. Fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) çökmesinde eğilme ve kayma bileşenlerinin etkisi

Şekil 4.2-4.9' da fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) sinüsoidal yayılı yük altında polinomik şekil fonksiyonu kullanılarak hesaplanan çökme, normal gerilme ve kayma gerilmesi değerleri verilmiştir.

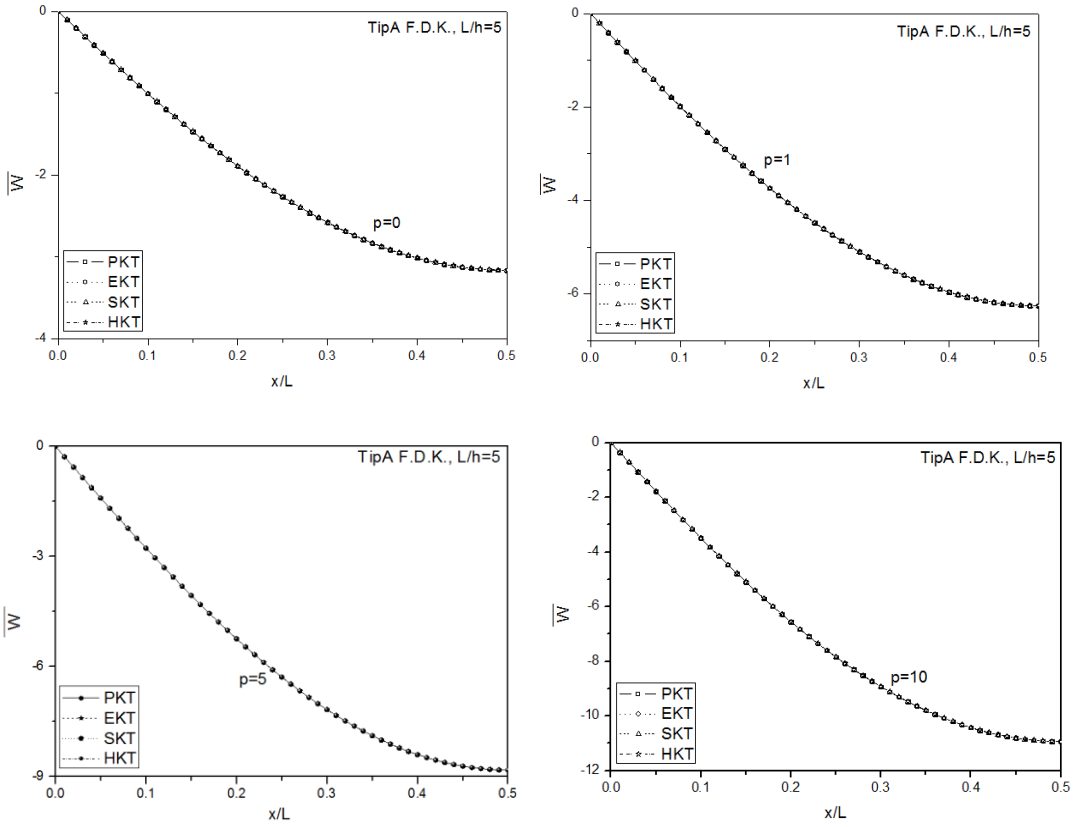
Şekil 4.2' de fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) çökme eğrisi hacimsel değişim oranı p'nin 0, 1 ve 10 değerleri için L/h oranlarına göre verilmiştir. p'nin 0 değeri için L/h=5 ve L/h=20 olan kirişin çökme eğrileri arasındaki fark daha az iken, p=1 değeri için fark artmakta ve p=10 değerinde ise her iki kirişin çökme eğrileri birbirlerinden uzaklaşmaktadır.

Şekil 4.3'de fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) Al-Al_2O_3 kalın (L/h=5) kirişin çökme eğrisi verilmiştir. p'nin 0, 1 ve 10 değerleri için kayma etkisi hesaba katılmadan sadece eğilmeden kaynaklanan çökme (w_b) eğrileri ile kayma ve eğilmeden kaynaklanan çökme (w_b+w_s) eğrileri karşılaştırılmıştır. P değerinin artmasıyla kayma etkisinden kaynaklanan çökme değerinin arttığı görülmektedir.

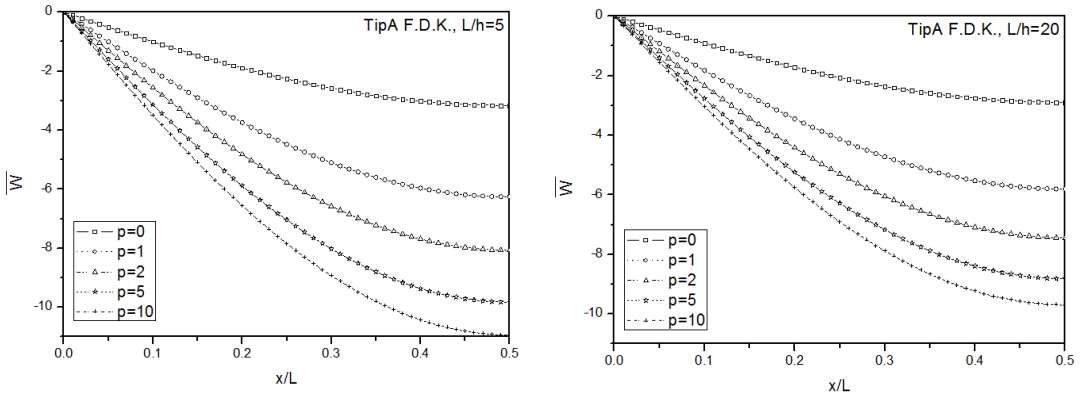
Şekil 4.4'de fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) çökmesi farklı şekil fonksiyonları için karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Kiriş uzunluğu boyunca çökme değeri hacimsel değişim üsteli p'nin 0,1,5 ve 10 değerleri için hesaplanarak grafikleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde farklı şekil fonksiyonlarının maksimum çökme değerlerinin birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.

Şekil 4.5'de fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 olan kirişin (Tip A) çökme eğrisi p'nin 0, 1, 2, 5 ve 10 değerleri ve L/h=5,20 değerleri için verilmiştir. Her iki L/h

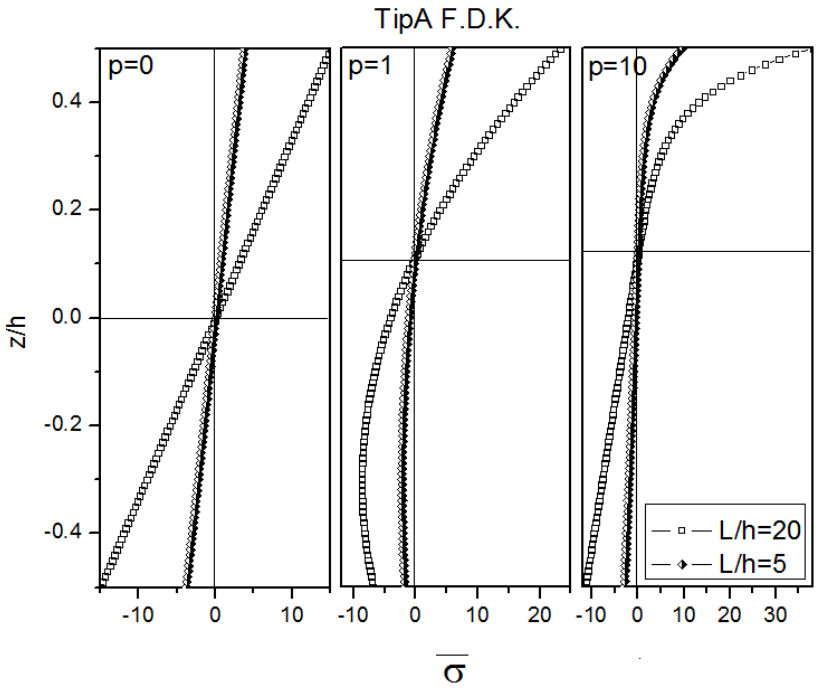
oranı için p değerindeki artış ile birlikte maksimum çökme değeri artmaktadır. L/h oranı 5 olan kirişte bu artışın daha fazla olduğu grafiklerden görülmektedir.



Şekil 4.4. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) çökmesi



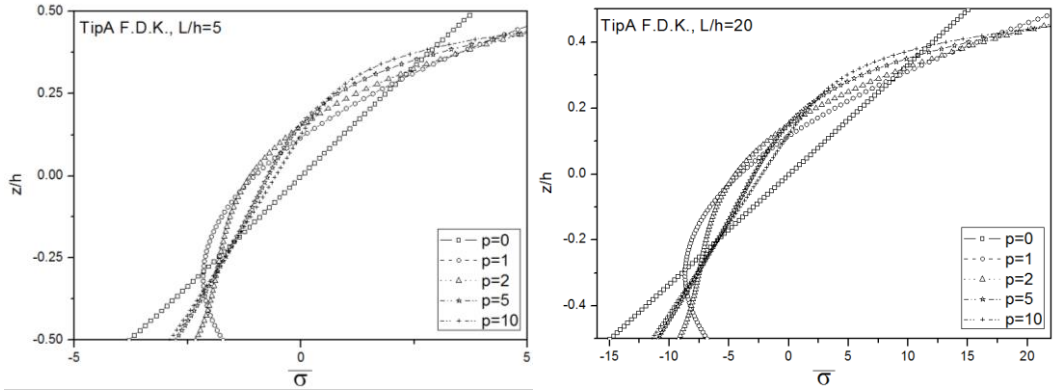
Şekil 4.5. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5-20 için boyutsuz çökmesi



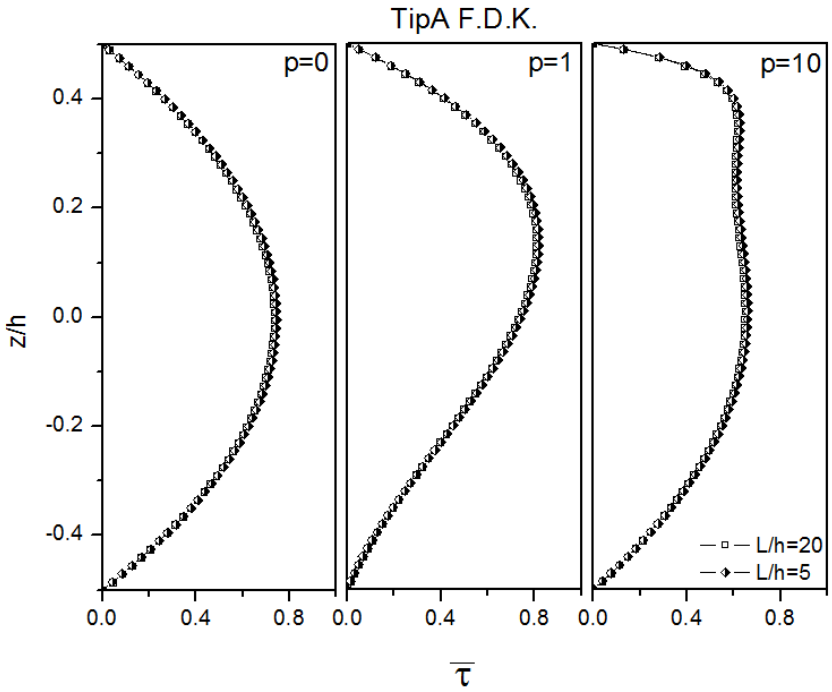
Şekil 4.6. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) boyutsuz normal gerilme dağılımı

Şekil 4.6'da Fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) kalınlık boyunca boyutsuz normal gerilme dağılımı L/h=5 ve L/h=20 için verilmiştir. p'nin 0 değeri için her iki kirişin normal gerilme dağılımları lineerdir kirişin orta ekseninde sıfır değerini almaktadır. Beklendiği şekilde L/h=20 olan kirişin maksimum normal gerilme değeri L/h=5 olan kirişten daha fazladır. p=1 değerinde ise normal gerilme dağılımları parabolik bir hal alırken tarafsız eksen 0.11h civarına kaymıştır. L/h=20 olan kirişin gerilme dağılımı L/h=5 olan kirişe göre lineere daha yakındır. p=10 değerinde ise metal yüzeyden itibaren tarafsız eksene kadar olan gerilme dağılımının her iki kiriş için lineere yakın olduğu görülürken tarafsız eksenin üst kısmında yani seramik yüzeye yaklaştıkça lineerlikten uzaklaştığı görülmektedir.

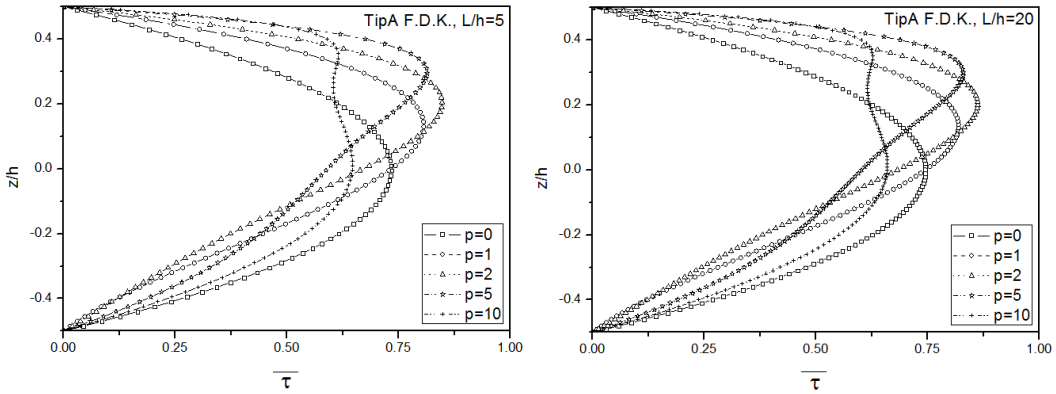
Şekil 4.7'de Fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) kalınlık boyunca boyutsuz normal gerilme dağılımı verilmiştir. p'nin 0,1,2,5 ve 10 değerleri L/h=5 ve 20 olan kiriş için karşılaştırıldığında normal gerilme dağılımının p=0 değerinde lineer olduğu, p' nin diğer değerlerinde ise lineerlikten uzaklaştığı görülmektedir. L/h=5 ve 20 olan kiriş karşılaştırıldığında aynı p değerleri için gerilme dağılımı formunun birbirine yakın olduğu gözlenirken L/h=5 olan kirişteki maksimum değerlerin L/h=20 olan kirişteki değerlerden daha düşük olduğu görülmektedir.



Şekil 4.7. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5,20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı



Şekil 4.8. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5-20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı



Şekil 4.9. Al-Al2O3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) L/h=5 ve L/h=20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı

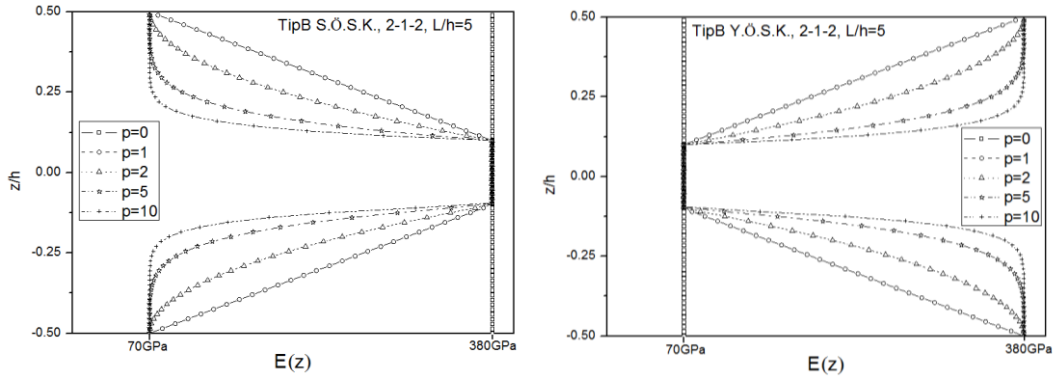
Şekil 4.8'de fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) kalınlık boyunca boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı verilmiştir. L/h=5 ve 20 olan kirişlerin kayma gerilmesi dağılımının formunun birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. p'nin her değeri için maksimum kayma gerilmesi civarında her iki kiriş arasındaki farkın arttığı kenarlara yaklaşıldıkça farkın kapandığı görülmektedir.

Şekil 4.9'da fonksiyonel derecelendirilmiş Al-Al_2O_3 kirişin (Tip A) kalınlık boyunca boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı farklı p değerleri için karşılaştırılmıştır. p=0 da kirişin L/h=5 ve 20 için kayma gerilmesi dağılımı tarafsız eksene göre simetrik iken artan p değeriyle birlikte maksimum kayma gerilmesinin ortaya çıktığı tarafsız eksen seramik yüzeye doğru yaklaşmaktadır. L/h=5 ve 20 olan kirişler için p değerleri karşılaştırıldığında p=0 değerinden itibaren p değerinin artmasıyla maksimum kayma gerilmesi değerinin arttığı, en büyük maksimum kayma gerilmesinin her iki kirişte de p=2 değerinde elde edildiği görülmektedir. p=2 değerinden sonra maksimum kayma gerilmesi değerleri düşmeye başlamakta ve en düşük maksimum kayma gerilmesi değerinin p=10 değerinde ortaya çıktığı görülmektedir.

4.1.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sandviç kiriş (Tip B)

Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı ve izotropik özlü sandviç kirişin (Tip B) sinüsoidal yük altındaki çökme, normal gerilme ve kayma gerilmesi grafikleri Şekil 4.11-4.16'da verilmiştir.

Şekil 4.10'da alüminyum-alümina (Al-Al_2O_3) fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı (Tip B) sert özlü sandviç kirişin (S.Ö.S.K.) ve yumuşak özlü sandviç kirişin (Y.Ö.S.K.) kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi verilmiştir. p=0 değeri için sert özlü sandviç kiriş seramik iken, yumuşak özlü sandviç kiriş ise metal olmaktadır. Sert özlü kirişte artan p değeri ile birlikte kirişin metalik özelliği artmakta, yumuşak özlü kirişte ise artan p ile birlikte seramik özellik artmaktadır.



Şekil 4.10. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç kirişin kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi

Tablo 4.7-4.12'de sırasıyla fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) boyutsuz çökme değerleri, boyutsuz normal gerilme değerleri ve boyutsuz kayma gerilmesi değerleri L/h=5-20, farklı kalınlık oranları ve hacimsel değişim üsteli için verilmiştir.

Tablo 4.7. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz çökme değerleri*

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	3,1654	3,1654	3,1654	3,1654	3,1654	3,1654
	ÜŞF	3,1635	3,1635	3,1635	3,1635	3,1635	3,1635
	SŞF	3,1649	3,1649	3,1649	3,1649	3,1649	3,1649
	HŞF	3,1654	3,1654	3,1654	3,1654	3,1654	3,1654
	[8]	-	3,1397	3,1397	-	3,1397	3,1397
	[7]	-	-	3,1397	-	-	3,1397
1	PŞF	7,8352	6,2693	5,4122	6,9327	6,5451	5,8404
	ÜŞF	7,8273	6,2663	5,4122	6,9273	6,5418	5,8385
	SŞF	7,8317	6,2682	5,4125	6,9304	6,5439	5,8399
	HŞF	7,8355	6,2694	5,4121	6,9329	6,5452	5,8404
	[8]	-	6,2098	5,3612	-	6,4719	5,7777
	[7]	-	-	5,3611	-	-	5,7777
2	PŞF	11,3415	8,3893	6,7579	9,6780	8,8898	7,5584
	ÜŞF	11,3243	8,3838	6,7580	9,6673	8,8837	7,5552
	SŞF	11,3335	8,3869	6,7582	9,6730	8,8871	7,5572
	HŞF	11,3422	8,3895	6,7579	9,6784	8,8900	7,5585
	[8]	-	8,3069	6,6913	-	8,7701	7,4629
	[7]	-	-	6,6913	-	-	7,4631
5	PŞF	15,1798	11,2274	8,5137	13,2038	11,8250	9,7923
	ÜŞF	15,1413	11,2151	8,5121	13,1805	11,8123	9,7850
	SŞF	15,1615	11,2215	8,5131	13,1926	11,8191	9,7890
	HŞF	15,1814	11,2279	8,5137	13,2048	11,8255	9,7925
	[8]	-	11,1175	8,4276	-	11,6384	9,6459
	[7]	-	-	8,4277	-	-	9,6463
10	PŞF	16,2910	12,5659	9,4050	14,6239	13,0140	10,8490
	ÜŞF	16,2417	12,5482	9,4015	14,5915	12,9977	10,8388
	SŞF	16,2678	12,5573	9,4034	14,6082	13,0063	10,8443
	HŞF	16,2930	12,5667	9,4051	14,6253	13,0147	10,8494
	[8]	-	12,4453	9,3099	-	12,8026	10,6769
	[7]	-	-	9,3100	-	-	10,6773

* $\bar{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}\right),\ E_{\mathrm{m}} = 70GPa$

Tablo 4.8. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz çökme değerleri

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962
	ÜŞF	2,8961	2,8961	2,8961	2,8961	2,8961	2,8961
	SŞF	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962
	HŞF	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962	2,8962
	[8]	-	2,8947	2,8947	-	2,8947	2,8947
	[7]	-	-	2,8947	-	-	2,8947
1	PŞF	7,4415	5,9401	5,1006	6,5837	6,1978	5,5161
	ÜŞF	7,4410	5,9399	5,1006	6,5834	6,1976	5,5160
	SŞF	7,4413	5,9400	5,1006	6,5835	6,1977	5,5161
	HŞF	7,4415	5,9401	5,1006	6,5837	6,1978	5,5161
	[8]	-	5,9364	5,0975	-	6,1810	5,5040
	[7]	-	-	5,0975	-	-	5,5040
2	PŞF	10,8612	8,0313	6,4276	9,2864	8,5005	7,2081
	ÜŞF	10,8602	8,0309	6,4276	9,2858	8,5002	7,2080
	SŞF	10,8607	8,0311	6,4276	9,2861	8,5004	7,2081
	HŞF	10,8613	8,0313	6,4276	9,2864	8,5006	7,2082
	[8]	-	8,0262	6,4235	-	8,4572	7,1790
	[7]	-	-	6,4235	-	-	7,1791
5	PŞF	14,5237	10,8376	8,1642	12,7563	11,3787	9,4124
	ÜŞF	14,5213	10,8369	8,1641	12,7549	11,3779	9,4119
	SŞF	14,5225	10,8373	8,1642	12,7556	11,3783	9,4122
	HŞF	14,5238	10,8377	8,1642	12,7564	11,3787	9,4124
	[8]	-	10,8309	8,1589	-	11,2886	9,3498
	[7]	-	-	8,1589	-	-	9,3500
10	PŞF	15,4433	12,1593	9,0471	14,1374	12,5287	10,4530
	ÜŞF	15,4402	12,1582	9,0469	14,1353	12,5277	10,4524
	SŞF	15,4418	12,1588	9,0470	14,1364	12,5282	10,4527
	HŞF	15,4434	12,1593	9,0471	14,1374	12,5287	10,4530
	[8]	-	12,1519	9,0413	-	12,4206	10,3715
	[7]	-	-	9,0413	-	-	10,3718

* $\bar{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W(\frac{a}{2}),\ E_{\mathrm{m}} = 70GPa$

Tablo 4.9. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz normal gerilme değerleri

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	3,8020	3,8020	3,8020	3,8020	3,8020	3,8020
	ÜŞF	3,8084	3,8084	3,8084	3,8084	3,8084	3,8084
	SŞF	3,8053	3,8053	3,8053	3,8053	3,8053	3,8053
	HŞF	3,8017	3,8017	3,8017	3,8017	3,8017	3,8017
	[8]	-	3,8005	3,8005	-	3,8005	3,8005
	[7]	-	-	3,8007	-	-	3,8007
1	PŞF	1,7966	1,4349	1,2329	1,5898	1,3884	1,2475
	ÜŞF	1,7986	1,4368	1,2348	1,5917	1,3904	1,2493
	SŞF	1,7977	1,4359	1,2339	1,5908	1,3894	1,2484
	HŞF	1,7965	1,4348	1,2328	1,5897	1,3883	1,2474
	[8]	-	1,4330	1,2315	-	1,3866	1,2459
	[7]	-	-	1,2316	-	-	1,2460
2	PŞF	2,6194	1,9382	1,5527	2,2399	1,8475	1,5874
	ÜŞF	2,6216	1,9404	1,5550	2,2420	1,8498	1,5895
	SŞF	2,6205	1,9393	1,5539	2,2410	1,8487	1,5885
	HŞF	2,6193	1,9381	1,5526	2,2398	1,8474	1,5873
	[8]	-	1,9352	1,5505	-	1,8446	1,5849
	[7]	-	-	1,5506	-	-	1,5851
5	PŞF	3,5002	2,6123	1,9705	3,0730	2,4069	2,0194
	ÜŞF	3,5021	2,6144	1,9730	3,0747	2,4095	2,0217
	SŞF	3,5012	2,6134	1,9718	3,0739	2,4082	2,0206
	HŞF	3,5001	2,6122	1,9704	3,0729	2,4068	2,0193
	[8]	-	2,6079	1,9672	-	2,4030	2,0160
	[7]	-	-	1,9674	-	-	2,0162
10	PŞF	3,7235	2,9293	2,1826	3,4043	2,6296	2,2199
	ÜŞF	3,7257	2,9312	2,1851	3,4057	2,6322	2,2222
	SŞF	3,7247	2,9303	2,1839	3,4051	2,6310	2,2211
	HŞF	3,7234	2,9293	2,1825	3,4042	2,6295	2,2198
	[8]	-	2,9245	2,1788	-	2,6254	2,2161
	[7]	-	-	2,1791	-	-	2,2164

$*\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a}\sigma_x(\frac{a}{2})$

Tablo 4.10. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz normal gerilme değerleri

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	15,0130	15,0130	15,0130	15,0130	15,0130	15,0130
	ÜŞF	15,0146	15,0146	15,0146	15,0146	15,0146	15,0146
	SŞF	15,0138	15,0138	15,0138	15,0138	15,0138	15,0138
	HŞF	15,0129	15,0129	15,0129	15,0129	15,0129	15,0129
	[8]	-	15,0125	15,0125	-	15,0125	15,0125
	[7]	-	-	15,0141	-	-	15,0141
1	PŞF	7,1229	5,6850	4,8801	6,3018	5,4960	4,9364
	ÜŞF	7,1234	5,6855	4,8806	6,3023	5,4965	4,9369
	SŞF	7,1231	5,6852	4,8803	6,3021	5,4963	4,9367
	HŞF	7,1229	5,6850	4,8801	6,3018	5,4960	4,9364
	[8]	-	5,6845	4,8797	-	5,4955	4,9360
	[7]	-	-	4,8803	-	-	4,9367
2	PŞF	10,4011	7,6912	6,1532	8,8943	7,3228	6,2889
	ÜŞF	10,4017	7,6917	6,1538	8,8948	7,3233	6,2895
	SŞF	10,4014	7,6915	6,1535	8,8945	7,3231	6,2892
	HŞF	10,4011	7,6912	6,1532	8,8942	7,3227	6,2889
	[8]	-	7,6904	6,1526	-	7,3220	6,2882
	[7]	-	-	6,1535	-	-	6,2892
5	PŞF	13,9070	10,3836	7,8194	12,2221	9,5508	8,0109
	ÜŞF	13,9074	10,3841	7,8200	12,2225	9,5515	8,0115
	SŞF	13,9072	10,3838	7,8197	12,2223	9,5512	8,0112
	HŞF	13,9069	10,3835	7,8194	12,2221	9,5508	8,0109
	[8]	-	10,3824	7,8185	-	9,5498	8,0100
	[7]	-	-	7,8197	-	-	8,0112
10	PŞF	14,7789	11,6513	8,6666	13,5455	10,4357	8,8105
	ÜŞF	14,7795	11,6518	8,6672	13,5458	10,4364	8,8110
	SŞF	14,7792	11,6515	8,6669	13,5457	10,4361	8,8107
	HŞF	14,7789	11,6513	8,6665	13,5455	10,4357	8,8104
	[8]	-	11,6500	8,6655	-	10,4346	8,8094
	[7]	-	-	8,6669	-	-	8,8430

$*\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a}\sigma_x(\frac{a}{2}, \mathrm{z})$

Tablo 4.11. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri

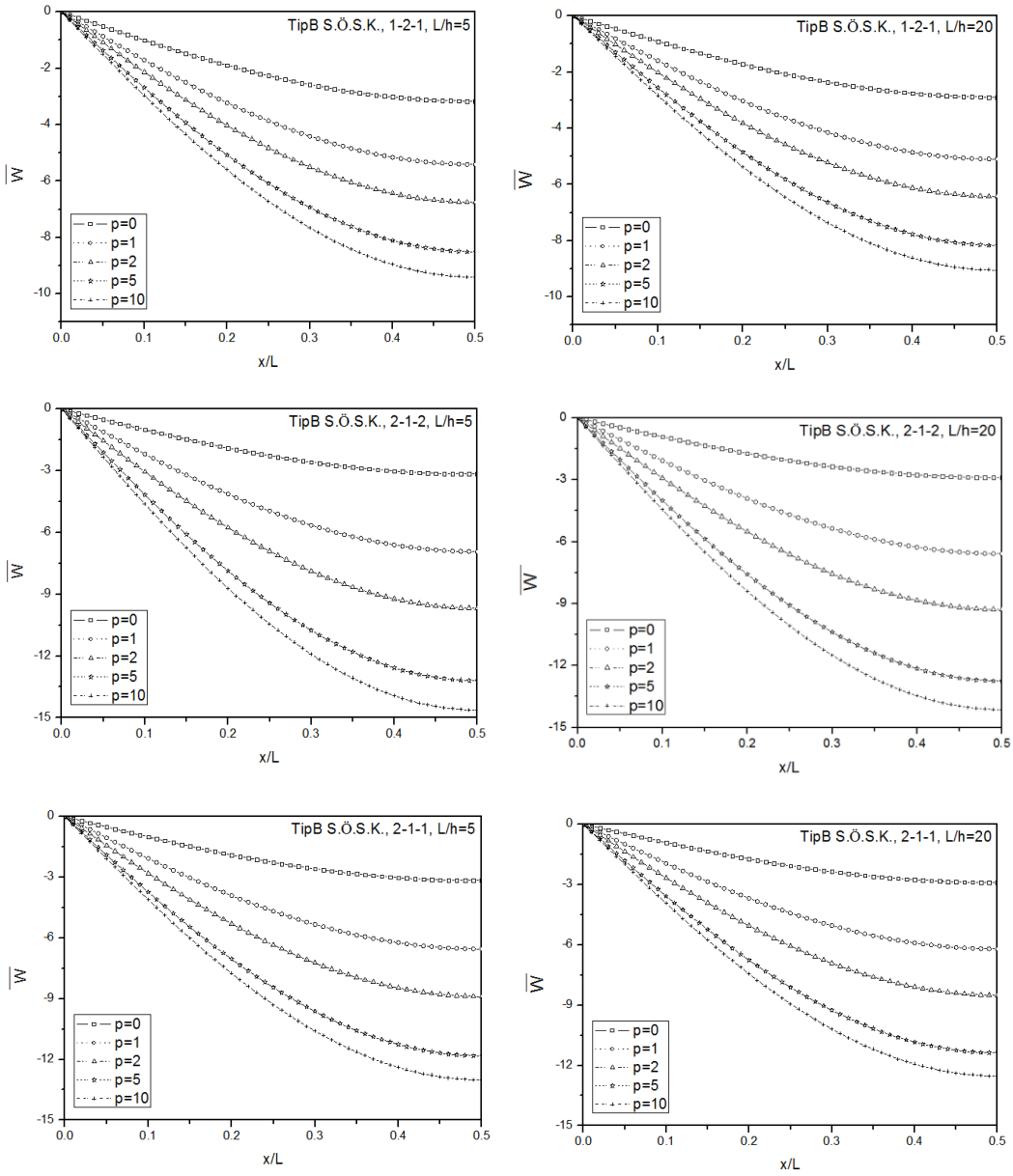
		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	0,7332	0,7332	0,7332	0,7332	0,7332	0,7332
	ÜŞF	0,7764	0,7764	0,7764	0,7764	0,7764	0,7764
	SŞF	0,7549	0,7549	0,7549	0,7549	0,7549	0,7549
	HŞF	0,7312	0,7312	0,7312	0,7312	0,7312	0,7312
	[8]	-	0,7233	0,7233	-	0,7233	0,7233
	[7]	-	-	0,7223	-	-	0,7223
1	PŞF	1,0333	0,8586	0,8123	0,9124	0,9088	0,8479
	ÜŞF	1,0708	0,8980	0,8570	0,9487	0,9511	0,8905
	SŞF	1,0522	0,8781	0,8344	0,9305	0,9299	0,8691
	HŞF	1,0316	0,8568	0,8103	0,9107	0,9069	0,8459
	[8]	-	0,8444	0,7993	0,8940	0,8940	0,8342
	[7]	-	-	0,7983	-	-	0,8333
2	PŞF	1,2652	0,9249	0,8493	1,0197	1,0136	0,9075
	ÜŞF	1,2917	0,9585	0,8929	1,0464	1,0525	0,9472
	SŞF	1,2788	0,9415	0,8707	1,0331	1,0329	0,9272
	HŞF	1,2639	0,9234	0,8474	1,0184	1,0118	0,9056
	[8]	-	0,9084	0,8349	-	0,9961	0,8920
	[7]	-	-	0,8340	-	-	0,8911
5	PŞF	1,7720	1,0125	0,8925	1,1851	1,1742	0,9859
	ÜŞF	1,7795	1,0327	0,9311	1,1908	1,2066	1,0191
	SŞF	1,7770	1,0224	0,9113	1,1883	1,1903	1,0024
	HŞF	1,7714	1,0115	0,8908	1,1847	1,1727	0,9844
	[8]	-	0,9931	0,8763	-	1,1532	0,9683
	[7]	-	-	0,8754	-	-	0,9676
10	PŞF	2,3119	1,0665	0,9151	1,3066	1,2875	1,0335
	ÜŞF	2,3298	1,0772	0,9496	1,2990	1,3190	1,0626
	SŞF	2,3232	1,0718	0,9318	1,3035	1,3032	1,0480
	HŞF	2,3106	1,0660	0,9136	1,3068	1,2861	1,0321
	[8]	-	1,0458	0,8980	-	1,2646	1,0148
	[7]	-	-	0,8972	-	-	1,0140

*$\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(0)$

Tablo 4.12. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	0,7451	0,7451	0,7451	0,7451	0,7451	0,7451
	ÜŞF	0,7921	0,7921	0,7921	0,7921	0,7921	0,7921
	SŞF	0,7686	0,7686	0,7686	0,7686	0,7686	0,7686
	HŞF	0,7429	0,7429	0,7429	0,7429	0,7429	0,7429
	[8]	-	0,7432	0,7432	-	0,7432	0,7432
	[7]	-	-	0,7423	-	-	0,7423
1	PŞF	1,0449	0,8681	0,8215	0,9225	0,9191	0,8575
	ÜŞF	1,0862	0,9110	0,8697	0,9622	0,9650	0,9036
	SŞF	1,0656	0,8893	0,8453	0,9422	0,9419	0,8804
	HŞF	1,0430	0,8662	0,8194	0,9206	0,9170	0,8554
	[8]	-	0,8657	0,8193	-	0,9166	0,8552
	[7]	-	-	0,8185	-	-	0,8544
2	PŞF	1,2789	0,9344	0,8581	1,0302	1,0242	0,9168
	ÜŞF	1,3095	0,9712	0,9048	1,0602	1,0666	0,9599
	SŞF	1,2945	0,9525	0,8810	1,0452	1,0452	0,9381
	HŞF	1,2774	0,9327	0,8560	1,0288	1,0222	0,9148
	[8]	-	0,9316	0,8556	-	1,0212	0,9142
	[7]	-	-	0,8549	-	-	0,9135
5	PŞF	1,7919	1,0227	0,9014	1,1971	1,1862	0,9957
	ÜŞF	1,8045	1,0461	0,9432	1,2061	1,2224	1,0321
	SŞF	1,7995	1,0342	0,9217	1,2019	1,2042	1,0137
	HŞF	1,7911	1,0217	0,8995	1,1966	1,1845	0,9940
	[8]	-	1,0194	0,8986	-	1,1826	0,9927
	[7]	-	-	0,8975	-	-	0,9900
10	PŞF	2,3398	1,0773	0,9243	1,3196	1,3008	1,0436
	ÜŞF	2,3647	1,0911	0,9619	1,3153	1,3363	1,0760
	SŞF	2,3546	1,0842	0,9425	1,3182	1,3185	1,0598
	HŞF	2,3382	1,0766	0,9226	1,3196	1,2991	1,0421
	[8]	-	1,0736	0,9214	-	1,2969	1,0405
	[7]	-	-	0,9227	-	-	1,0396

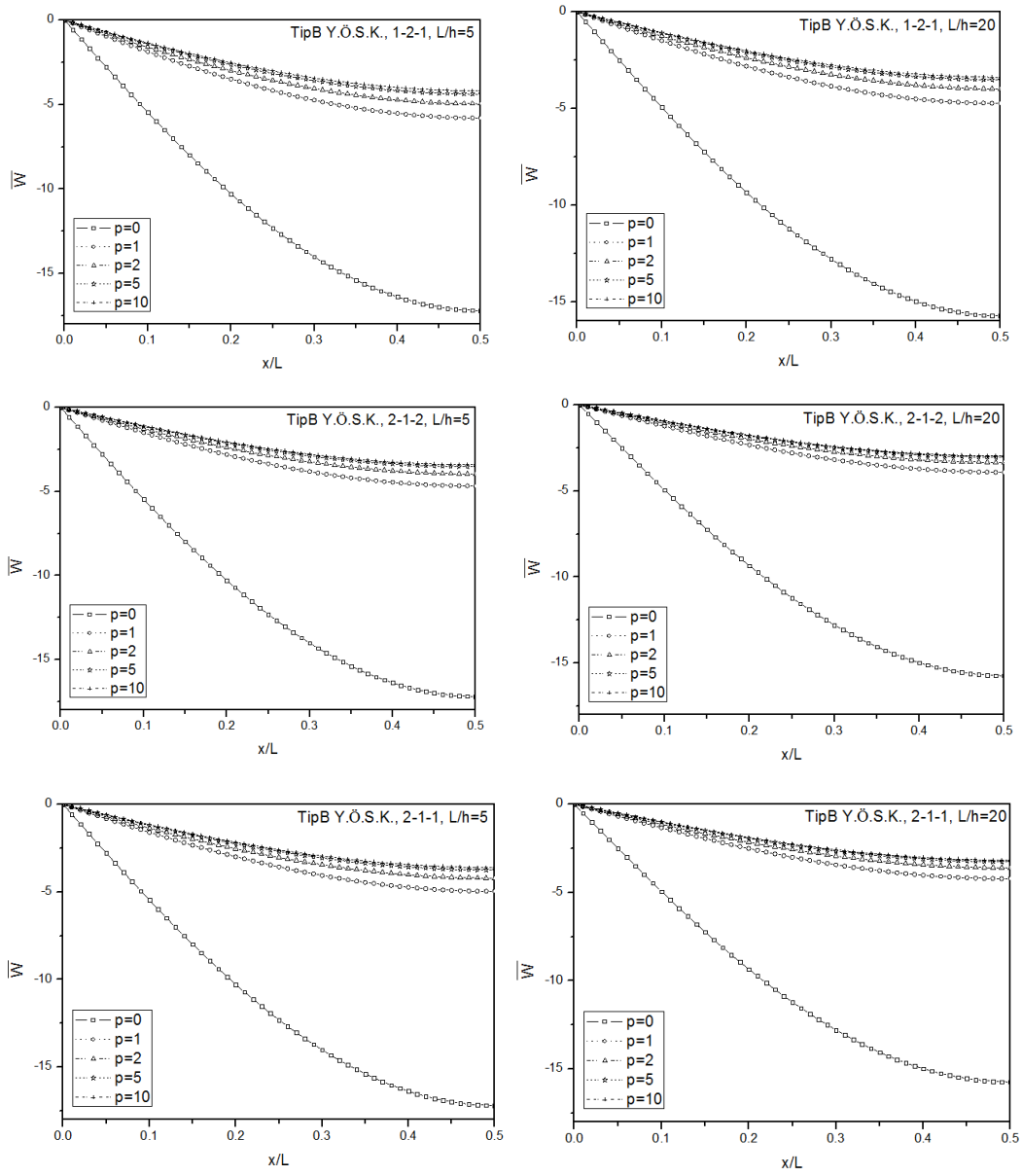
*$\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(0, z)$



Şekil 4.11. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç kirişin boyutsuz çökmesi farklı sandviç kalınlık oranları ve L/h=5-20 için

Şekil 4.11'de Al-Al_2O_3 sert özlü sandviç kirişin (Tip B) kalınlık boyunca boyutsuz çökmesi farklı yüzey tabakası/ kalınlık oranları için verilmiştir. Sert özlü sandviç kiriş için p=0 durumu tüm kirişin seramik olduğu durumu vermektedir. Bu yüzden tüm kalınlık oranları için en düşük maksimum çökme değeri p=0'da elde edilmiştir. Artan p değeri ile birlikte kirişlerin metalik özellikleri artmakta ve bu nedenle aynı yükleme durumunda daha fazla çökme görülmektedir. İnce yüzey tabakalı simetrik kirişte (1-2-1), kalın yüzey tabakalı simetrik kirişte (2-1-2) ve simetrik olmayan kirişte (2-1-1) artan p değeri ile

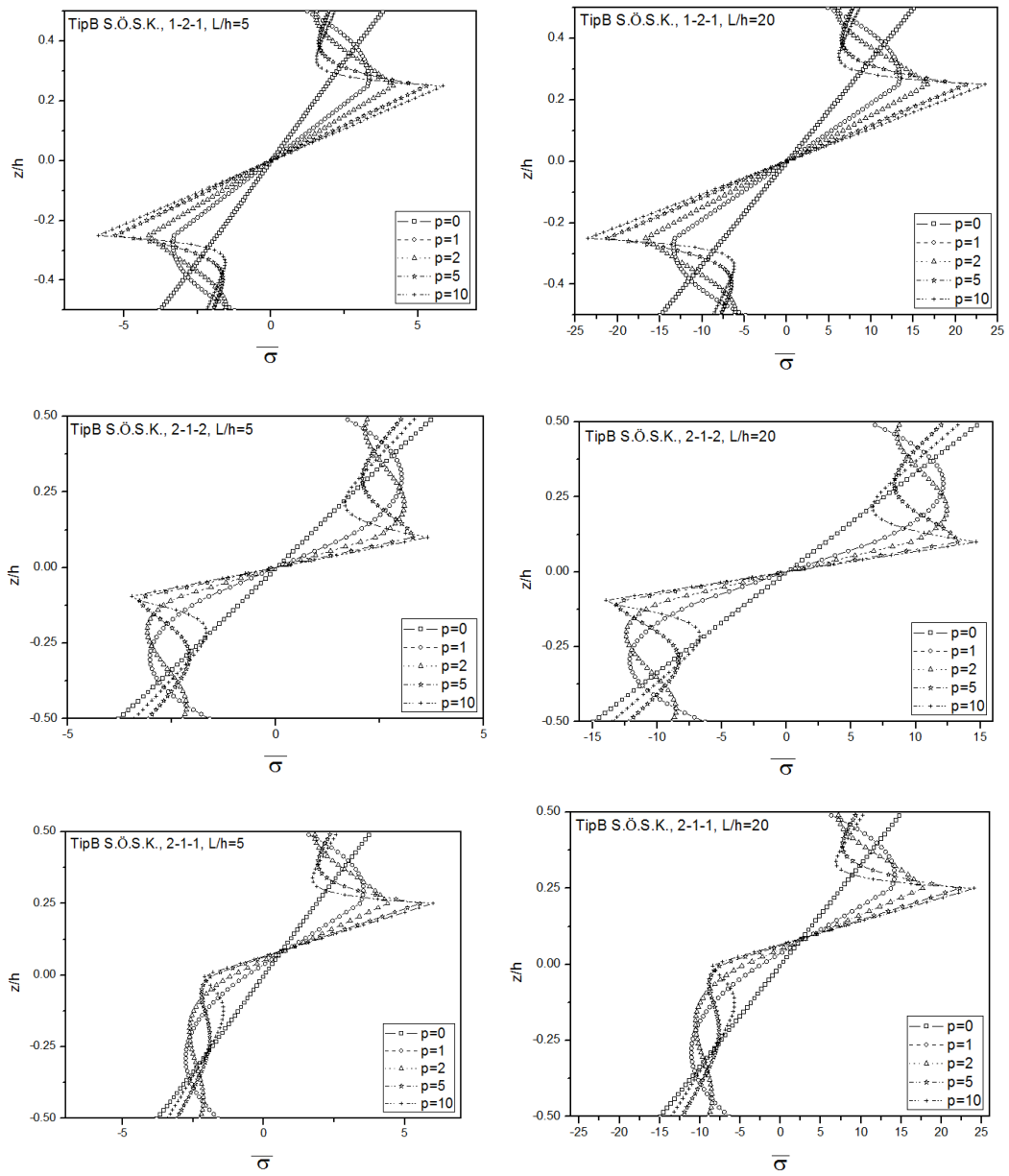
birlikte maksimum çökme değerlerinin arttığı görülmektedir. Tüm kalınlık oranları için L/h oranı arttıkça maksimum çökme değerinin azaldığı görülmektedir.



Şekil 4.12. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için boyutsuz çökmesi

Şekil 4.12'de Al-Al_2O_3 yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) kalınlık boyunca boyutsuz çökmesi farklı kalınlık oranları için verilmiştir. Yumuşak özlü sandviç kiriş için p=0 durumu tüm kirişin metal olduğu durumu vermektedir. Bu yüzden tüm tipler için en büyük maksimum çökme değeri p=0'da elde edilmiştir. Artan p değeri ile birlikte kirişlerin seramik özellikleri artmakta ve bu nedenle aynı yükleme durumunda daha az çökme görülmektedir. İnce yüzey tabakalı simetrik kirişte (1-2-1), kalın yüzey tabakalı

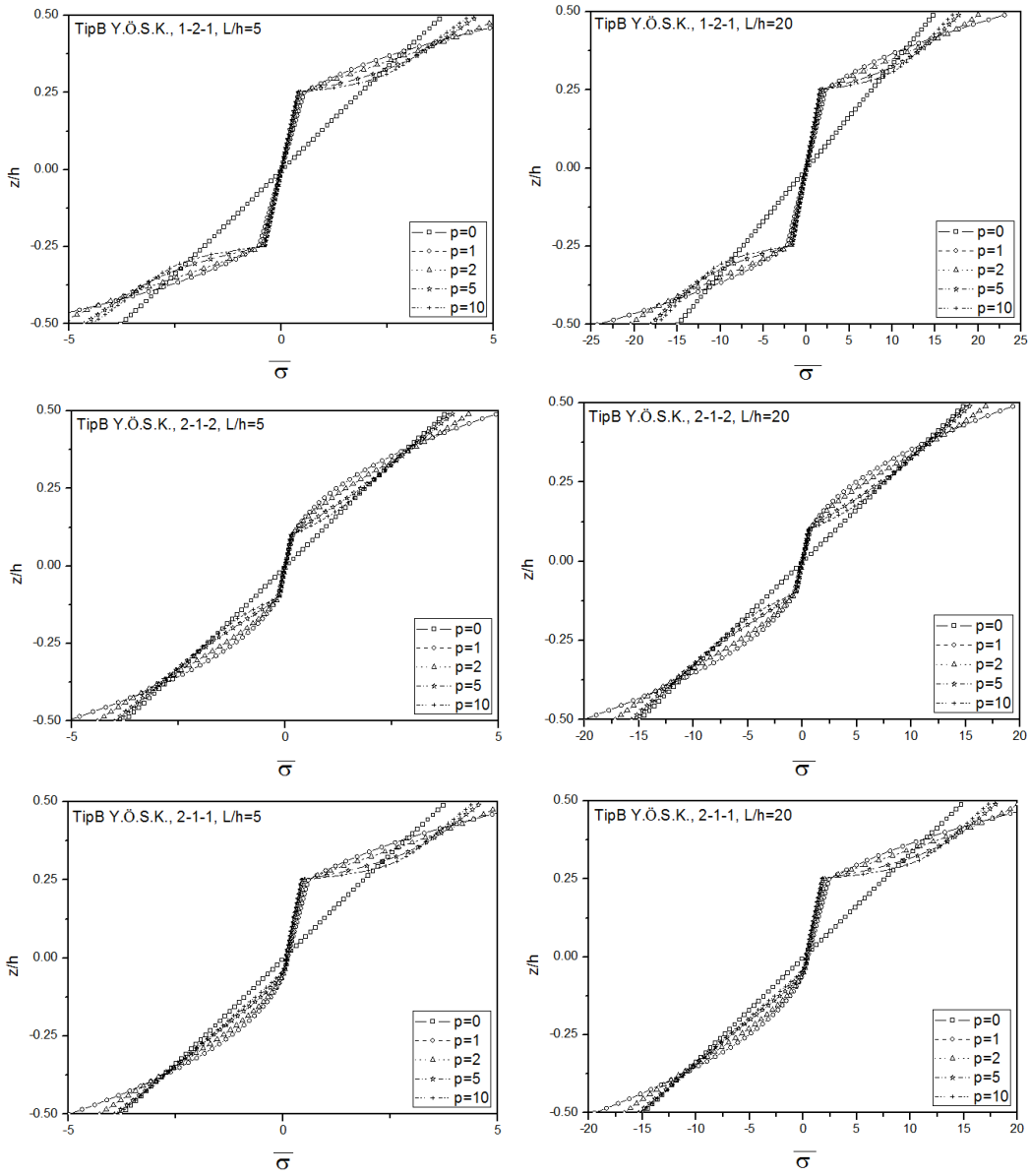
simetrik kirişte (2-1-2) ve simetrik olmayan kirişte (2-1-1) artan p değeri ile birlikte maksimum çökme değerlerinin düştüğü görülmektedir. Maksimum çökme değeri ile L/h arasında ters orantı olduğu, tüm tipler için L/h oranı arttıkça aynı p değerleri için maksimum çökme değerinin azaldığı görülmektedir.



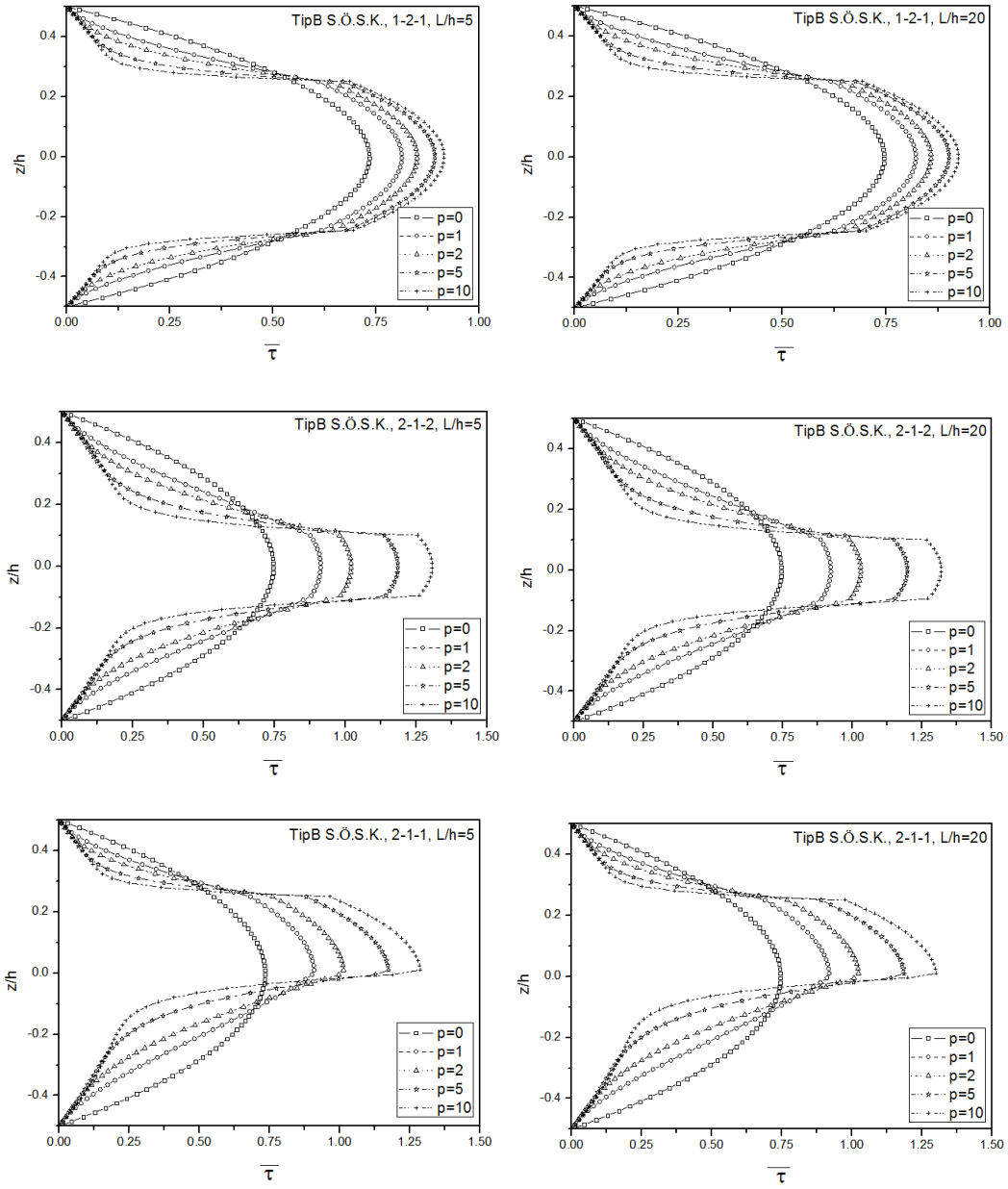
Şekil 4.13. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı

Şekil 4.13'de Al-Al_2O_3 sert özlü sandviç kirişin (Tip B) kalınlık boyunca boyutsuz normal gerilme dağılımı farklı kalınlık oranları için verilmiştir. Sert özlü sandviç kiriş için p=0 yani tüm kirişin seramik olduğu durumda normal gerilme dağılımı lineerdir.

Artan p değeri ile birlikte normal gerilme dağılımının lineerlikten uzaklaştığı görülmektedir. İnce yüzey tabakalı simetrik kiriş (1-2-1) ile kalın yüzey tabakalı simetrik kiriş (2-1-2) aynı L/h oranları için karşılaştırıldığında ince yüzey tabakalı simetrik kirişte oluşan maksimum normal gerilme değerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. Simetrik olmayan kirişte (2-1-1) kalın yüzey tabakası ile özün birleştiği arayüzde oluşan gerilme yığılmasının değerinin ince yüzey ile öz arasında oluşan gerilme değerinden daha düşük olduğu görülmektedir. Tüm kalınlık oranları için L/h oranı arttıkça aynı p değerleri için maksimum normal gerilme değerinin arttığı görülmektedir.



Şekil 4.14. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için normal gerilme dağılımı



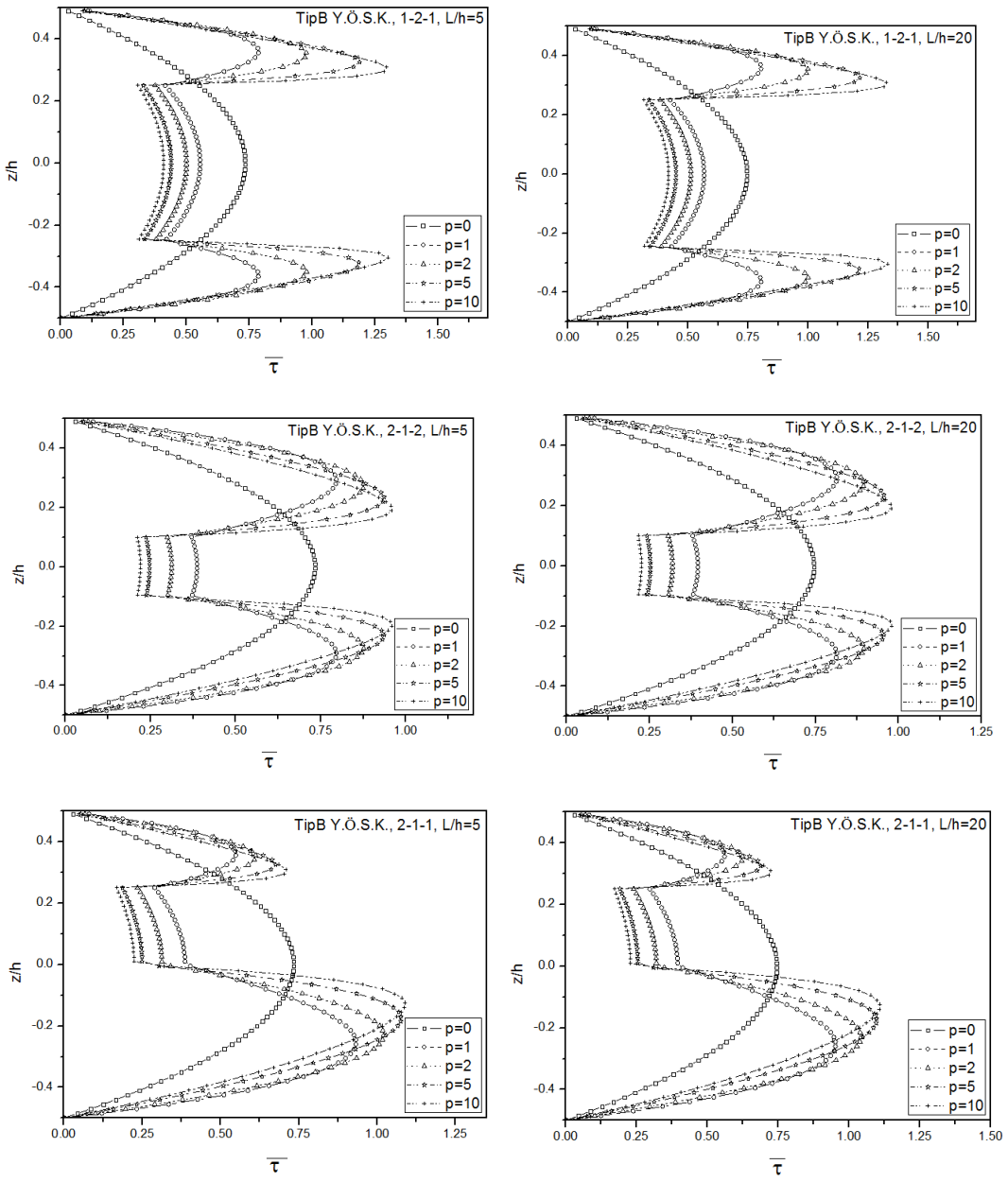
Şekil 4.15. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı

Şekil 4.14'de Al-Al_2O_3 yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) kalınlık boyunca boyutsuz normal gerilme dağılımı farklı kalınlık oranları için verilmiştir. Yumuşak özlü sandviç kiriş için p=0 yani tüm kirişin metal olduğu durumda normal gerilme dağılımı lineerdir. Artan p değeri ile birlikte normal gerilme dağılımının lineerlikten uzaklaştığı görülmektedir. İnce yüzey tabakalı simetrik kiriş (1-2-1) ile kalın yüzey tabakalı simetrik kiriş (2-1-2) aynı L/h oranları için karşılaştırıldığında ince yüzey tabakalı simetrik kirişte oluşan maksimum normal gerilme değerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. Simetrik

olmayan kirişte (2-1-1) kalın yüzey tabakası ile özün birleştiği arayüzde oluşan gerilme yığılmasının değerinin ince yüzey ile öz arasında oluşan gerilme değerinden daha düşük olduğu görülmektedir. Tüm kalınlık oranları için L/h oranı arttıkça aynı p değerleri için maksimum normal gerilme değerinin arttığı görülmektedir.

Şekil 4.15'te Al-Al_2O_3 sert özlü sandviç kirişin (Tip B) kalınlık boyunca boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı farklı kalınlık oranları için verilmiştir. Sert özlü sandviç kiriş için p=0 durumu tüm kirişin seramik olduğu durumda maksimum kayma gerilmesi değeri en düşük iken, artan p değeri ile birlikte maksimum kayma gerilmesi değeri artmaktadır. Yüzey tabakalarında ortaya çıkan kayma gerilmeleri artan p ile birlikte azalırken, yüzey tabakaları ile özün arayüzündeki gerilme değerleri hızla artmaktadır. İnce yüzey tabakalı simetrik kiriş (1-2-1) ile kalın yüzey tabakalı simetrik kiriş (2-1-2) aynı L/h oranları için karşılaştırıldığında kalın yüzey tabakalı simetrik kirişte oluşan maksimum kayma gerilmesi değerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. Simetrik olmayan kirişte (2-1-1) kalın yüzey tabakası ile özün birleştiği arayüzde oluşan gerilme yığılmasının değerinin ince yüzey ile öz arasında oluşan gerilme değerinden daha yüksek olduğu görülmektedir. Tüm kalınlık oranları için L/h oranı arttıkça aynı p değerleri için maksimum normal gerilme değerinin arttığı görülmektedir.

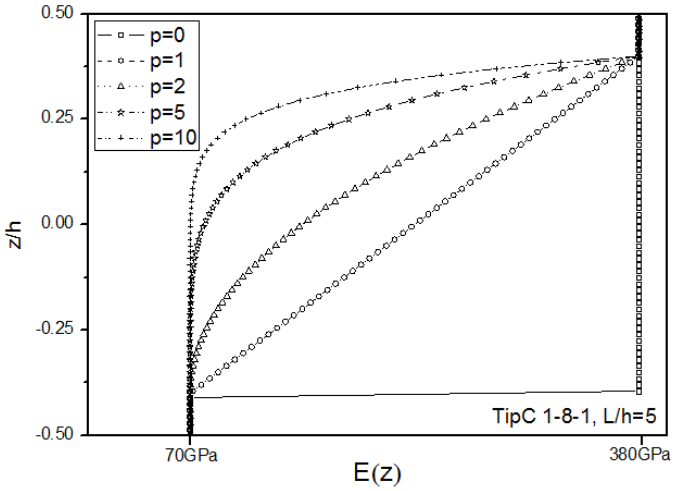
Şekil 4.16'da Al-Al_2O_3 yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) kalınlık boyunca boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı farklı kalınlık oranları için verilmiştir. Yumuşak özlü sandviç kiriş için p=0 yani tüm kirişin metal olduğu durumda maksimum kayma gerilmesi değeri en düşük iken, artan p değeri ile birlikte maksimum kayma gerilmesi değeri artmaktadır. Yüzey tabakalarında ortaya çıkan kayma gerilmeleri artan p ile birlikte artarken, öz tabakasının kayma gerilmesi azalmaktadır. Öz ve yüzey tabakaları arasındaki arayüzlerde oluşan gerilme yığılmaları artan p ile birlikte hızla artmaktadır. İnce yüzey tabakalı simetrik kiriş (1-2-1) ile kalın yüzey tabakalı simetrik kiriş (2-1-2) aynı L/h oranları için karşılaştırıldığında kalın yüzey tabakalı simetrik kirişte oluşan maksimum kayma gerilmesi değerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. Simetrik olmayan kirişte (2-1-1) kalın yüzey tabakası ile özün birleştiği arayüzde oluşan gerilme yığılmasının değerinin ince yüzey ile öz arasında oluşan gerilme değerinden çok daha yüksek olduğu görülmektedir. Maksimum kayma gerilmesi değeri ile L/h arasında doğru orantı olduğu, tüm tipler için L/h oranı arttıkça aynı p değerleri için maksimum kayma gerilmesi değerinin arttığı görülmektedir



Şekil 4.16. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5-20 için kayma gerilmesi dağılımı

4.1.3. Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C)

Şekil 4.17'de Al-Al_2O_3 (Tip C) fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi verilmiştir. Alt yüzey tabakası metal ve üst yüzey tabakası seramiktir. p=0 değerinde öz tabakası seramik iken artan p değeri ile birlikte öz tabakasının metalik özelliği artmaktadır.



Şekil 4.17. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin kalınlık boyunca elastiklik modülünün değişimi

Tablo 4.13. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) boyutsuz çökme değerleri

		p				
L/h	Model	0	1	2	5	10
5	PŞF	3,9789	6,7173	8,0094	9,0703	9,4827
	ÜŞF	3,9791	6,7138	8,0108	9,0972	9,5149
	SŞF	3,9794	6,7163	8,0112	9,0855	9,5015
	HŞF	3,9788	6,7173	8,0091	9,0687	9,4808
	[8]	3,9374	6,5505	7,7721	8,8089	9,2426
	[7]	3,9374	6,5505	7,7719	8,8081	9,2417
10	PŞF	3,7506	6,3551	7,5296	8,3422	8,5872
	ÜŞF	3,7507	6,3543	7,5301	8,3491	8,5954
	SŞF	3,7507	6,3549	7,5301	8,3461	8,5919
	HŞF	3,7506	6,3551	7,5296	8,3418	8,5867
20	PŞF	3,6935	6,2645	7,4096	8,1599	8,3630
	ÜŞF	3,6935	6,2643	7,4097	8,1617	8,3650
	SŞF	3,6935	6,2644	7,4097	8,1609	8,3642
	HŞF	3,6935	6,2445	7,4095	8,1598	8,3628
	[8]	3,6841	6,1383	7,2143	7,9435	8,1710
	[7]	3,6841	6,1383	7,2141	7,9435	8,1790

*$\bar{W} = \frac{100h^3 E_m}{q_0 a^4} W(\frac{a}{2}),\ E_m = 70GPa$

Tablo 4.13-4.15'te fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C) için sırasıyla boyutsuz çökme değerleri, boyutsuz normal gerilme değerleri ve boyutsuz kayma gerilmesi değerleri 1-8-1 kalınlık oranına sahip kiriş için verilmiştir.

Tablo 4.14. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C) için boyutsuz normal gerilme değerleri

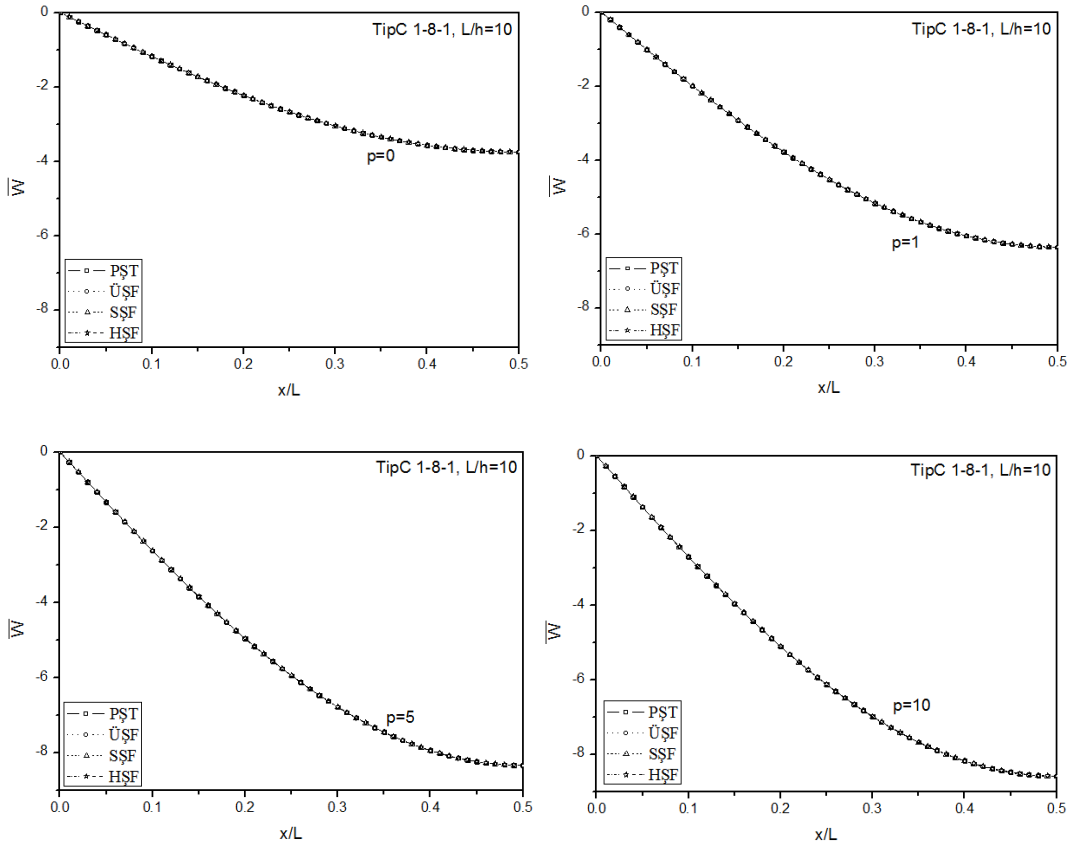
		p				
L/h	Model	0	1	2	5	10
5	PŞF	4,4636	6,0094	6,5257	6,8887	7,2230
	ÜŞF	4,4714	6,0202	6,5402	6,9121	7,2478
	SŞF	4,4676	6,0150	6,5332	6,9006	7,2358
	HŞF	4,4633	6,0089	6,5250	6,8876	7,2218
	[8]	4,4603	6,0069	6,5253	6,8927	7,2292
	[7]	4,4607	6,0073	6,5256	6,8928	7,2292
10	PŞF	8,8386	11,8870	12,8843	13,5433	14,1806
	ÜŞF	8,8425	11,8924	12,8916	13,5550	14,1930
	SŞF	8,8406	11,8898	12,8881	13,5493	14,1870
	HŞF	8,8385	11,8867	12,8840	13,5427	14,1800
20	PŞF	17,6329	23,7080	25,6850	26,9694	28,2283
	ÜŞF	17,6347	23,7106	25,6885	26,9750	28,2343
	SŞF	17,6338	23,7093	25,6867	26,9722	28,2313
	HŞF	17,6363	23,7130	25,6913	26,9780	28,2387
	[8]	17,6318	23,7073	25,6848	26,9703	28,2298
	[7]	17,6340	23,7100	25,6875	26,9730	28,2324

$*\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a}\sigma_x(\frac{a}{2})$

Tablo 4.15. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş (Tip C) için boyutsuz kayma gerilmesi değerleri

		p				
L/h	Model	0	1	2	5	10
5	PŞF	0,7597	0,7318	0,6445	0,5319	0,5792
	SŞF	0,7830	0,7533	0,6677	0,5585	0,6084
	HŞF	0,7576	0,7298	0,6423	0,5295	0,5765
	[8]	0,7486	0,7219	0,6365	0,5262	0,5733
	[7]	0,7476	0,7209	0,6354	0,5249	0,5720
10	PŞF	0,7671	0,7399	0,6522	0,5391	0,5873
	SŞF	0,7915	0,7626	0,6767	0,5671	0,6179
	HŞF	0,7648	0,7378	0,6500	0,5366	0,5845
20	PŞF	0,7703	0,7436	0,6558	0,5425	0,5910
	SŞF	0,7953	0,7669	0,6809	0,5711	0,6225
	HŞF	0,7680	0,7415	0,6535	0,5399	0,5882
	[8]	0,7683	0,7418	0,6543	0,5414	0,5900
	[7]	0,7674	0,7409	0,6533	0,5401	0,5861

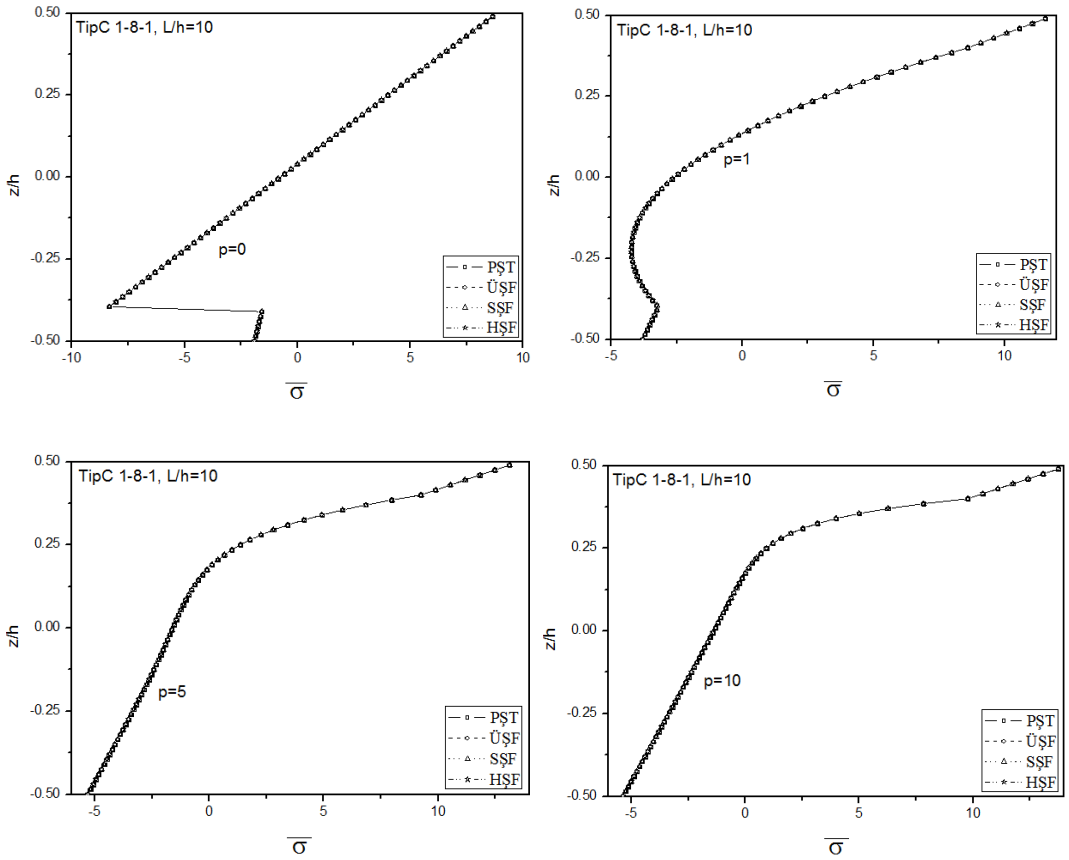
$*\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(0)$



Şekil 4.18. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için kalınlık boyunca çökme eğrisi

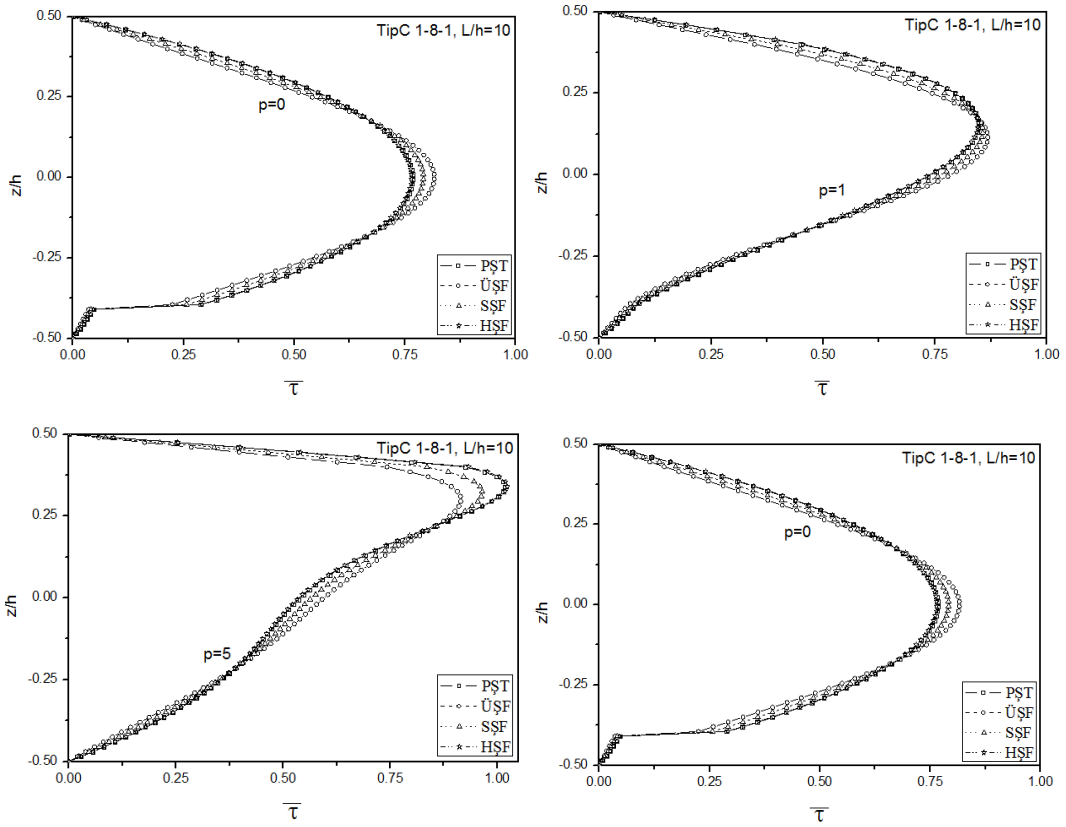
Şekil 4.18'de Al-Al_2O_3 (Tip C) fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için kalınlık boyunca çökme eğrisi verilmiştir. Şekil fonksiyonlarının maksimum çökme değeri üzerindeki etkisinin anlaşılması için p' nin 0, 1, 5 ve 10 değerleri için maksimum çökme değerleri farklı fonksiyonlar kullanılarak hesaplanmış ve grafiklere dökülmüştür. Şekil fonksiyonlarının maksimum çökme değeri üzerinde etkisinin oldukça az olduğu görülmüştür.

Şekil 4.19'da Al-Al_2O_3 (Tip C) fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için kalınlık boyunca normal gerilme dağılımı verilmiştir. p'nin 0, 1, 5 ve 10 değerleri için normal gerilme dağılımları incelendiğinde şekil fonksiyonlarının normal gerilme dağılımı üzerindeki etkisinin az olduğu görülmektedir.

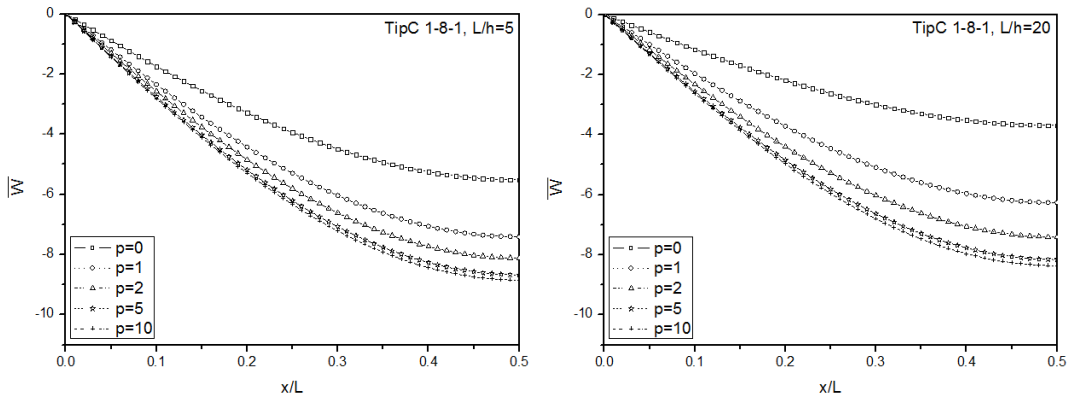


Şekil 4.19. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için boyutsuz normal gerilmesi

Şekil 4.20'de Al-Al_2O_3 (Tip C) fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için kalınlık boyunca kayma gerilmesi dağılımı verilmiştir. p'nin 0, 1,5 ve 10 değerleri için kayma gerilme dağılımları incelendiğinde tüm p değerleri için birbirine en yakın sonuçların polinomik şekil fonksiyonu (PŞF) ile hiperbolik şekil fonksiyonu (HŞF) kullanılarak üretilen sonuçlardan geldiği görülmektedir. p=0 ve p=1 değerleri için maksimum kayma gerilmesi değerleri üstel şekil fonksiyonu (ÜŞF) kullanılarak elde edilmiştir. En düşük maksimum kayma gerilmesi değerleri ise HŞF ve PŞF ile elde edilmiştir. p=5 ve p=10 değerleri için ise maksimum kayma gerilmesi PŞF ve HŞF ile elde edilirken en düşük maksimum kayma gerilmesi eksponansiyel şekil fonksiyonu ile elde edilmiştir.



Şekil 4.20. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç kirişin farklı şekil fonksiyonları için boyutsuz kayma gerilmesi

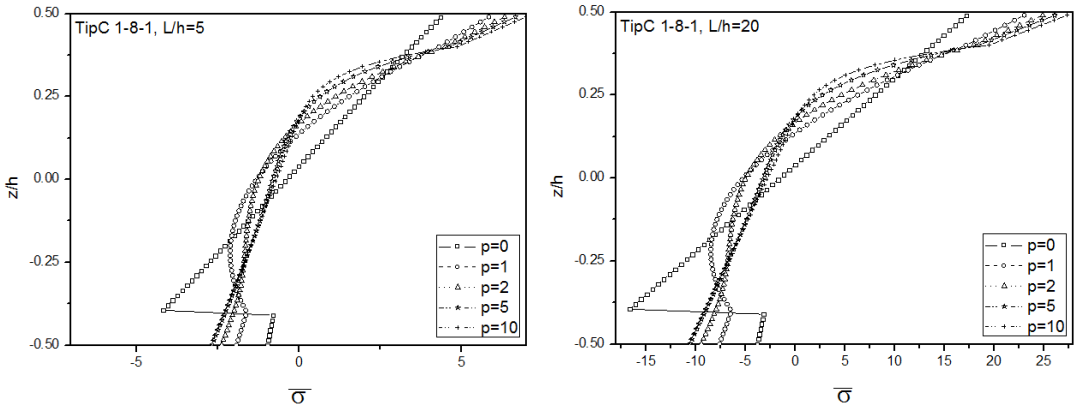


Şekil 4.21. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) L/h=5-20 için çökme eğrileri

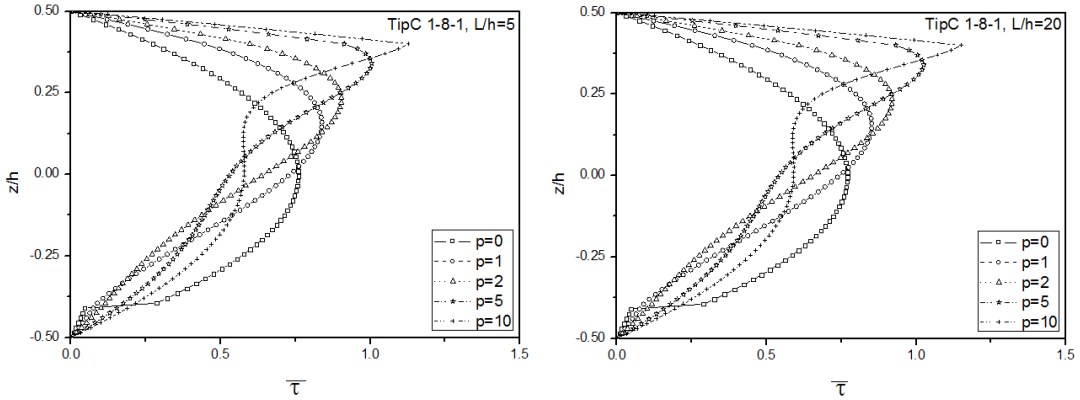
Şekil 4.21'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) çökme eğrileri verilmiştir. En düşük maksimum çökme değeri her iki kiriş için p=0 da elde edilirken en büyük maksimum çökme değeri p=10'da elde edilmiştir. Kiriş kalınlığının etkisi incelendiğinde kirişin kalınlaşması ile maksimum çökme değerinin arttığı görülmektedir.

Şekil 4.22'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) kalınlık boyunca boyutsuz normal gerilme dağılımı L/h=5 ve 20 için verilmiştir. p=0 için metal yüzey tabakası ile özün birleştiği arayüzde büyük gerilme yığılmaları görülmektedir. p değeri arttıkça gerilme dağılımında yumuşak geçişler görülmektedir. Kiriş kalınlığının artmasıyla maksimum normal gerilme değerlerinin azaldığı görülmüştür.

Şekil 4.23'te Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) kalınlık boyunca boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı verilmiştir. p=0 da metal yüzey tabakası ile öz arasında oluşan gerilme yığılması artan p değerleri ile birlikte yerini yumuşak bir geçişe bırakmıştır. Ancak p nin yüksek değerleri için seramik yüzey tabakası ile öz arayüzünde yüksek gerilmeler oluştuğu görülmektedir. Gerilme değerleri L/h=20 olan kirişte L/h=5 olan kirişe göre biraz daha yüksektir.



Şekil 4.22. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) L/h=5-20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı



Şekil 4.23. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) L/h=5-20 için boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı

4.2. Dört Değişkenli Kayma Deformasyon Teorisi ile Sandviç Kiriş Titreşimi

4.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş (TipA) Titreşimi

Tablo 4.16-4.17'de sırasıyla Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) 1. mod ve 2 ile 3. mod boyutsuz frekansları verilmiştir. Kiriş inceldikçe ve hacimsel değişim üsteli p arttıkça hassasiyetin arttığı görülmektedir.

Tablo.4.16. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) kirişin boyutsuz doğal frekansı (1. Mod)

L/h	Teori	p					
		0	0,5	1	2	5	10
5	PŞF	5,1513	4,4099	3,9898	3,6258	3,4002	3,2804
	[9]	5,1527	4,4107	3,9904	3,6264	3,4012	3,2816
	[41]	5,1527	4,4107	3,9904	3,6264	3,4012	3,2816
10	PŞF	5,3932	4,5990	4,1585	3,7904	3,5935	3,4814
20	PŞF	5,4603	4,6511	4,2050	3,8361	3,6484	3,5390
	[9]	5,4603	4,6511	4,2051	3,8361	3,6485	3,5390
	[41]	5,4603	4,6511	4,2051	3,8361	3,6484	3,5389

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}},\ E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

Tablo.4.17. Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin (Tip A) boyutsuz doğal frekansı (2. ve 3. Mod)

Mod	L/h	Teori	p					
			0	0,5	1	2	5	10
2	5	PŞF	17,8220	15,4286	13,9867	12,6168	11,5049	10,9782
		[9]	17,8812	15,4588	14,0100	12,6405	11,5431	11,0240
	10	PŞF	20,6051	17,6391	15,9586	14,5023	13,5989	13,1119
	20	PŞF	21,5728	18,3959	16,6342	15,1616	14,3741	13,9257
		[9]	21,5732	18,3962	16,6344	15,1619	14,3746	13,9263
3	5	PŞF	33,7990	29,6256	26,9347	24,1518	21,4662	20,2623
		[9]	34,2097	29,8382	27,0979	24,3152	21,7158	20,5561
	10	PŞF	43,3770	37,3259	33,7974	30,5961	28,2906	27,1476
	20	PŞF	47,5889	40,6496	36,7652	33,4658	31,5727	30,5308
		[9]	47,5930	40,6526	36,7679	33,4689	31,5780	30,5369

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}},\ E_{\mathrm{m}} = 70GPa,\ \rho_m = 2707kg/m^3$

4.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Yüzey Tabakalı Sandviç Kiriş (Tip B) Titreşimi

Tablo 4.18-4.19'de sırasıyla Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü sandviç kirişin (Tip B) L/h=5 ve L/h=20 için boyutsuz frekansları verilmiştir. Kiriş inceldikçe ve hacimsel değişim üsteli p arttıkça hassasiyetin arttığı görülmektedir.

Tablo.4.18. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü kirişin (Tip B) L/h=5 için boyutsuz doğal frekansı (1. Mod)

		Sandviç kalınlık oranları					
p		1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	[9]	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528
	[13]	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528
	[14]	-	5,1789	5,1789	5,1789	5,1789	5,1789
	PŞF	5,1260	5,1260	5,1260	5,1260	5,1260	5,1260
0,5	[9]	4,1254	4,3294	4,4791	4,234	4,2943	4,4045
	[13]	4,1268	4,3303	4,4798	4,2351	4,2945	4,4051
	PŞF	4,1429	4,3455	4,4920	4,2513	4,3095	4,4187
1	[9]	3,5735	3,8756	4,1105	3,7298	3,8206	3,9911
	[13]	3,5735	3,8755	4,1105	3,7298	3,8187	3,9896
	[14]	-	3,8935	4,1282	3,7478	3,8425	4,0120
	PŞF	3,5919	3,8950	4,1290	3,7490	3,8387	4,0092
2	[9]	3,068	3,419	3,7334	3,2365	3,3546	3,5718
	[13]	3,068	3,419	3,7334	3,2365	3,3514	3,5692
	PŞF	3,0843	3,4374	3,7532	3,2537	3,3715	3,5900
5	[9]	2,7448	3,0181	3,3771	2,844	2,9789	3,1965
	[13]	2,7446	3,0181	3,3771	2,8439	2,9746	3,1928
	[14]	-	3,0349	3,3926	2,8609	3,0091	3,2231
	PŞF	2,7591	3,0334	3,3952	2,8581	2,9932	3,2124
10	[9]	2,6934	2,8809	3,2357	2,7356	2,8715	3,0629
	[13]	2,6932	2,8808	3,2356	2,7355	2,8669	3,0588
	[14]	-	2,8979	3,2515	2,7524	2,9037	3,0919
	PŞF	2,7065	2,8950	3,2527	2,7490	2,8850	3,0777

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

Tablo.4.19. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü kirişin (Tip B) L/h=20 için boyutsuz doğal frekansı

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Referans	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	[9]	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603
	[13]	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603
	[14]	-	5,4610	5,4610	5,4610	5,4610	5,4610
	PŞF	5,4581	5,4581	5,4581	5,4581	5,4581	5,4581
0,5	[9]	4,3132	4,5315	4,6972	4,4278	4,496	4,6158
	[13]	4,3148	4,5324	4,6979	4,429	4,497	4,6170
	PŞF	4,3158	4,5335	4,6987	4,4302	4,4980	4,6180
1	[9]	3,7147	4,0328	4,2889	3,8768	3,9775	4,1603
	[13]	3,7147	4,0328	4,2889	3,8768	3,9774	4,1602
	[14]	-	4,0333	4,2895	3,8773	3,9822	4,1641
	PŞF	3,7158	4,0341	4,2901	3,8781	3,9787	4,1614
2	[9]	3,1764	3,5389	3,8769	3,3465	3,4756	3,7051
	[13]	3,1764	3,5389	3,8769	3,3465	3,4754	3,7049
	PŞF	3,1775	3,5402	3,8783	3,3476	3,4767	3,7062
5	[9]	2,844	3,1111	3,4921	2,9311	3,0776	3,3030
	[13]	2,8439	3,1111	3,4921	2,9310	3,0773	3,3028
	[14]	-	3,1115	3,4926	2,9314	3,0891	3,3133
	PŞF	2,8449	3,1121	3,4932	2,9319	3,0785	3,3040
10	[9]	2.8042	2.9662	3.3406	2.8188	2.9665	3.1616
	[13]	2.8041	2.9662	3.3406	2.8188	2.9662	3.1613
	[14]	-	2,9665	3,3411	2,8191	2,9786	3,1732
	PŞF	2,8050	2,9671	3,3417	2,8197	2,9673	3,1626

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

Tablo 4.20'de 1-8-1 kalınlık oranına sahip Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü sandviç kirişin 1., 2. ve 3. titreşim modları için doğal frekans değerleri verilmiştir. Tüm L/h oranları için hacimsel değişim üsteli p arttıkça ve kiriş kalınlığı azaldıkça daha hassas sonuçlar alındığı görülmüştür.

Tablo.4.20. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü kirişin (Tip B) boyutsuz doğal frekansı

Mod	L/h	Referans	p					
			0	0,5	1	2	5	10
1	5	PŞF	5,1260	4,8389	4,6842	4,5248	4,3649	4,2938
		[14]	5,1665	-	4,6909	4,5249	4,3603	4,2876
	10	PŞF	5,3854	5,0485	4,8720	4,6931	4,5155	4,4372
	20	PŞF	5,4581	5,1062	4,9235	4,7388	4,5563	4,4760
		[14]	5,4650	-	4,9268	4,7413	4,5582	4,4777
2	5	PŞF	17,6180	16,9282	16,5195	16,0784	15,6195	15,4112
		[14]	17,9979	-	16,5734	16,0648	15,5559	15,3301
	10	PŞF	20,5039	19,3555	18,7366	18,0992	17,4596	17,1752
	20	PŞF	21,5416	20,1939	19,4881	18,7722	18,0624	17,7490
		[14]	21,6003	-	19,5040	18,7795	18,0636	17,7483
3	5	PŞF	33,4248	32,5999	32,0379	31,3945	30,6966	30,3724
		[14]	34,5559	-	32,2016	31,3461	30,4860	30,1040
	10	PŞF	42,9994	40,9514	39,7999	38,5884	37,3521	36,7968
	20	PŞF	47,4441	44,6141	43,1135	41,5811	40,0541	39,3779
		[14]	47,6823	-	43,1601	41,5906	40,0369	39,3519

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

4.2.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Özlü Sandviç Kiriş (Tip C) Titreşimi

Tablo 4.21'de farklı kalınlık oranlarına sahip Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin farklı hacimsel değişim üsteli değerleri için doğal frekansı verilmiştir.

Tablo.4.21. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) boyutsuz doğal frekansı (1. Mod)

			Sandviç kalınlık oranları					
L/h	p		1-8-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
5	0	[13]	-	-	4,0691	-	-	3,6624
		[14]	4,6953	3,8722	4,1103	3,7314	3,6009	3,7314
		PŞF	4,6755	3,8239	4,0811	3,6664	4,0811	4,2634
	1	[13]	-	-	3,6636	-	-	-
		[14]	3,9042	3,6609	3,7313	3,6229	3,5629	3,6013
		PŞF	4,2982	3,7968	4,0494	3,6236	3,9536	4,1656
	5	[13]	-	-	3,4914	-	-	-
		[14]	3,5386	3,5572	3,5575	3,5642	3,5407	3,5410
		PŞF	3,5615	3,5876	3,6557	3,5173	3,7309	3,8271
	10	[13]	-	-	3,4830	-	-	-
		[14]	3,4971	3,5463	3,5425	3,5559	3,5372	3,5320
		PŞF	2,8104	3,4756	3,3429	3,4743	3,6454	3,6737
20	0	[13]	-	-	4,2445	-	-	-
		[14]	4,9302	4,0246	4,2801	3,8797	3,7598	3,8797
		PŞF	4,9145	3,9722	4,2453	3,8139	4,2453	4,4453
	1	[13]	-	-	3,8387	-	-	-
		[14]	4,0995	3,8270	3,9058	3,7844	3,7659	3,7927
		PŞF	4,5758	4,0048	4,2944	3,8076	4,1400	4,4178
	5	[13]	-	-	3,7081	-	-	-
		[14]	3,7976	3,7554	3,7828	3,7432	3,7941	3,8049
		PŞF	4,3852	3,8952	4,1530	3,7412	3,9180	4,1302
	10	[13]	-	-	3,7214	-	-	-
		[14]	3,7892	3,7576	3,7928	3,7408	3,8039	3,8171
		PŞF	4,1310	3,8209	4,0084	3,7093	3,8268	3,9667

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

Tablo 4.22'de 1-8-1 kalınlık oranına sahip Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü farklı kalınlıklardaki sandviç kirişin 2. ve 3. titreşim modları için doğal frekansı verilmiştir.

Tablo.4.22. Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kirişin (Tip C) boyutsuz doğal frekansı (2. ve 3. Mod)

Mod	L/h		p					
			0	0,5	1	2	5	10
2	5	PŞF	16,4952	15,4835	14,7787	13,5369	9,9634	6,9269
		[14]	16,6007	-	13,8140	12,8550	12,0079	11,6608
	10	PŞF	18,7034	17,7003	17,1930	16,5281	14,2460	11,2417
	20	PŞF	19,4524	18,4665	18,0602	17,7172	16,6877	14,8637
		[14]	19,5185	-	16,2297	15,3470	14,9603	14,8941
3	5	PŞF	32,0058	29,8304	28,0430	24,7128	16,6311	11,1575
		[14]	32,2838	-	26,9209	24,8193	22,6105	21,6464
	10	PŞF	39,7339	37,4509	36,0628	33,8270	26,7050	19,4327
	20	PŞF	43,0345	40,7968	39,7790	38,6690	34,9164	29,1737
		[14]	43,1962	-	35,9173	33,8952	32,8594	32,6054

$*\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

4.3.Dört Değişkenli Kayma Deformasyon Teorisi ile Sandviç Plakların Eğilme Analizi

4.3.1.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Plak (Tip A)

Tablo 4.23-4.25'de sırasıyla sinüsoidal yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi, normal gerilmesi ve kayma gerilmesi değerleri verilmiştir. Hiperbolik şekil fonksiyonu kullanılarak elde edilen değerlerin a/h=5 olan kirişler için hassas olmadığı ancak a/h=20 olan kirişlerde yeterince hassas olduğu görülmüştür. Diğer şekil fonksiyonlarından elde edilen değerler her iki oran için oldukça hassas sonuçlar üretmiştir.

Tablo.4.23. Sinusoidal yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi

L/h	Teori	p					
		0	0,5	1	2	5	10
5	PŞF	0,34326	0,51758	0,66867	0,86696	1,08816	1,22710
	ÜŞF	0,34222	0,51625	0,66691	0,86479	1,08638	1,22149
	SŞF	0,34270	0,51688	0,66772	0,86569	1,08668	1,22348
	HŞF	0,32649	0,44132	0,57279	0,73265	0,86685	0,95327
10	PŞF	0,29606	0,45370	0,58895	0,75729	0,91133	1,00867
	ÜŞF	0,29592	0,45352	0,58872	0,75712	0,91180	1.00844
	SŞF	0,29600	0,45364	0,58886	0,75724	0,91161	1,00862
	HŞF	0,28507	0,43917	0,57039	0,73026	0,86452	0,95053
	[5]	0,29610	-	0,58900	0,75730	0,91120	1,00890
	[42]	0,29600	-	0,58890	0,75730	0,91180	1,00890
20	PŞF	0,28422	0,43769	0,56895	0,72976	0,86690	0,95378
	ÜŞF	0,28419	0,43765	0,56890	0,72974	0,86708	0,95380
	SŞF	0,28421	0,43767	0,56894	0,72976	0,86701	0,95382
	HŞF	0,28278	0,43583	0,56652	0,72598	0,85971	0,94478

$*\overline{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), E_{\mathrm{m}} = 70GPa$

Tablo.4.24. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz normal gerilmesi

L/h	Teori normal	P					
		0	0,5	1	2	5	10
5	PŞF	1,0249	1,34737	1,58933	1,86462	2,21167	2,64322
	ÜŞF	1,02902	1,35315	1,59630	1,87370	2,22494	2,65580
	SŞF	1,02696	1,35027	1,59282	1,86910	2,21805	2,64923
	HŞF	0,99152	1,30162	1,53297	1,78954	2,09983	2,51682
10	PŞF	1,99433	2,61815	3,08500	3,60668	4,24468	5,08486
	ÜŞF	1,99656	2,62125	3,08877	3,61171	4,25238	5,09239
	SŞF	1,99548	2,61974	3,08693	3,60925	4,24858	5,08871
	HŞF	1,98139	2,60067	3,06314	3,57642	4,19732	5,03113
	[5]	1,9943	-	3,08500	3,60670	4,24880	5,08900
	[42]	1,9955	-	3,0870	3,6094	4,24880	5,08900
20	PŞF	3,96084	5,19788	6,12300	7,15184	8,3996	10,06841
	ÜŞF	3,96197	5,19946	6,12493	7,15442	8,40358	10,07233
	SŞF	3,96142	5,19870	6,12399	7,15316	8,40164	10,07044
	HŞF	3,95742	5,19338	6,11724	7,14333	8,38498	10,05170

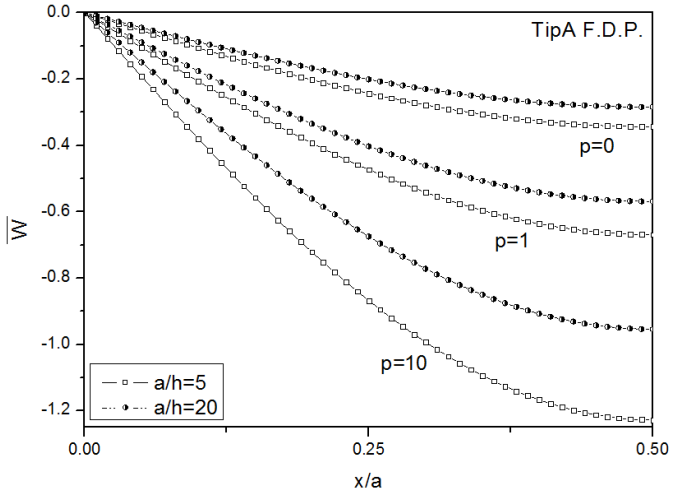
$*\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a} \sigma_x(\frac{a}{2}, 0)$

Tablo.4.25. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz kayma gerilmesi

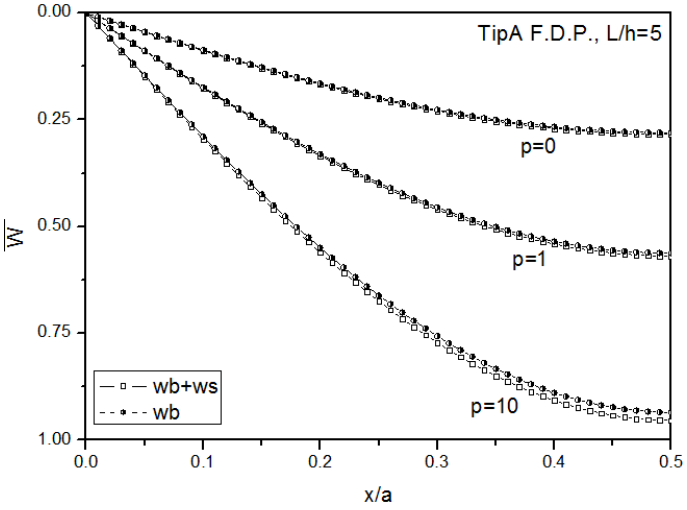
L/h	Teori	P kayma					
		0	0,5	1	2	5	10
5	PŞF	0,23787	0,24331	0,23787	0,21782	0,19213	0,19213
	ÜŞF	0,25045	0,25607	0,25045	0,23050	0,20536	0,22236
	SŞF	0,24366	0,24923	0,24366	0,22355	0,19791	0,21546
	HŞF	0,02344	0,02556	0,02344	0,01791	0,01199	0,01281
10	PŞF	0,23852	0,24393	0,23852	0,21851	0,19290	0,21128
	ÜŞF	0,25314	0,25857	0,25314	0,23366	0,20938	0,22695
	SŞF	0,24570	0,25112	0,24570	0,22592	0,20089	0,2189
	HŞF	0,07238	0,07774	0,07238	0,05748	0,04039	0,04334
	[5]	0,23860	-	0,23860	0,21860	0,19300	0,21140
	[42]	0,24620	-	0,24620	0,22650	0,20170	0,21980
20	PŞF	0,23868	0,24408	0,23868	0,21868	0,19309	0,21149
	ÜŞF	0,25382	0,25920	0,25382	0,23446	0,21041	0,22813
	SŞF	0,24621	0,25160	0,24621	0,22652	0,20165	0,21978
	HŞF	0,15140	0,15881	0,15140	0,12838	0,09912	0,10722

$*\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(0,0)$

Şekil 4.24'te Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) çökme eğrileri a/h=5-20 için verilmiştir. p=0 için a/h=5 olan plağın maksimum çökme değeri a/h=20 olan plaktan biraz fazlayken artan p değeri ile birlikte bu farkın daha da açıldığı görülmektedir.



Şekil 4.24. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın a/h=5, 20 için çökme eğrileri

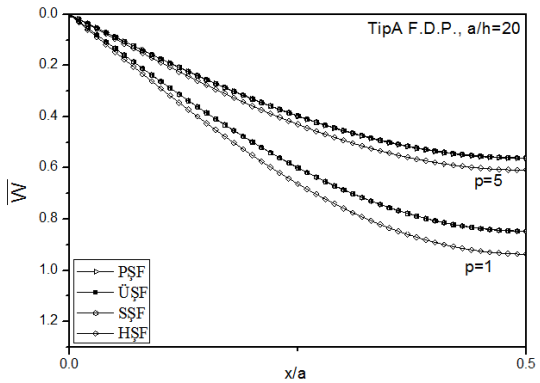


Şekil 4.25. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın çökme eğrileri

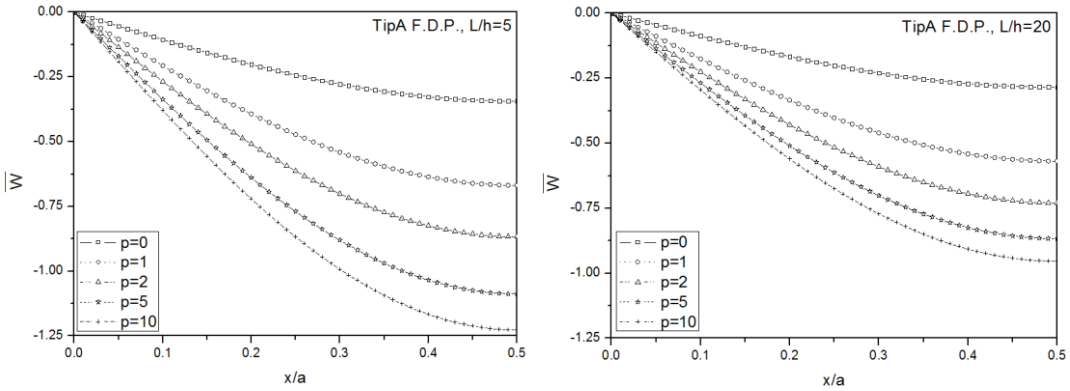
Şekil 4.25'te Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) kayma etkisi (wb+ws) dikkate alınarak elde edilen çökme eğrileri ile sadece eğilme etkisi (wb) ile hesaplanan çökme eğrileri karşılaştırılmıştır. p nin küçük değerleri için kaymadan kaynaklanan çökmenin değeri oldukça küçük iken yüksek p değerlerinde kayma etkisinin arttığı görülmektedir.

Şekil 4.26'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı şekil fonksiyonları için elde edilmiş çökme eğrileri verilmiştir. p'nin her iki değeri için de hiperbolik şekil fonksiyonu kullanılarak elde edilen çökme eğrileri diğer eğrilerden uzak çıkmıştır. Artan p değeri ile birlikte fark azalmaktadır.

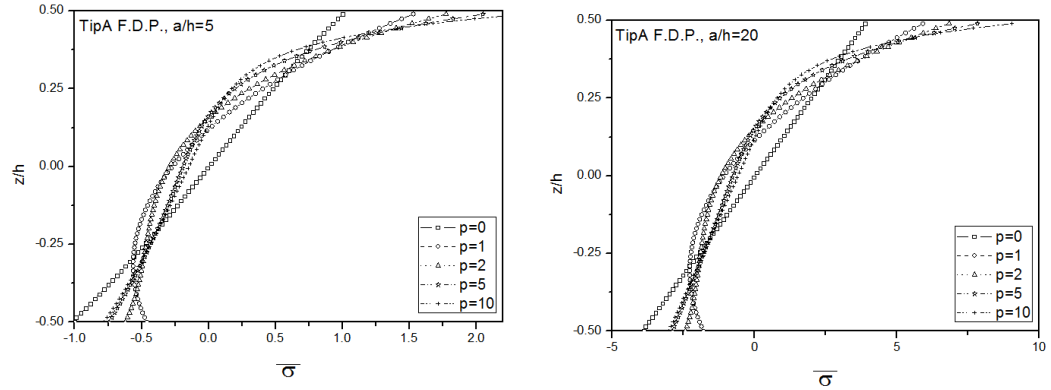
Şekil 4.27'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı p değerleri a/h=5-20 için elde edilmiştir. Artan p değeri ile birlikte maksimum çökme artmaktadır. a/h=5 olan plağın maksimum çökme değeri ile a/h=20 olan plağın maksimum çökme değeri arasındaki fark artan p ile birlikte artmaktadır.



Şekil 4.26. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı şekil fonksiyonları için çökme eğrileri



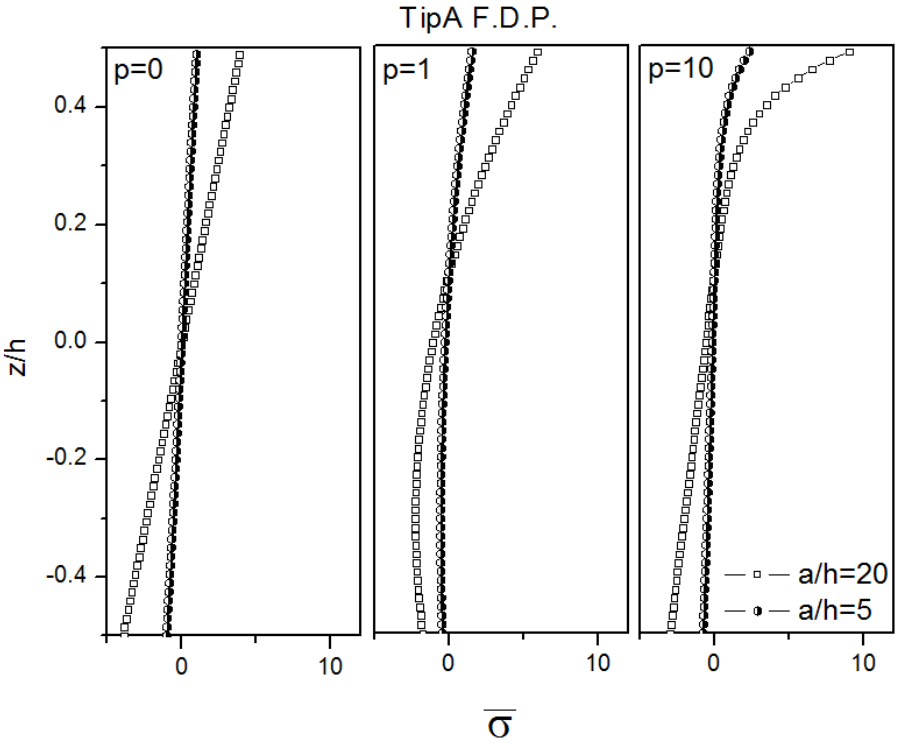
Şekil 4.27. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için çökme eğrileri



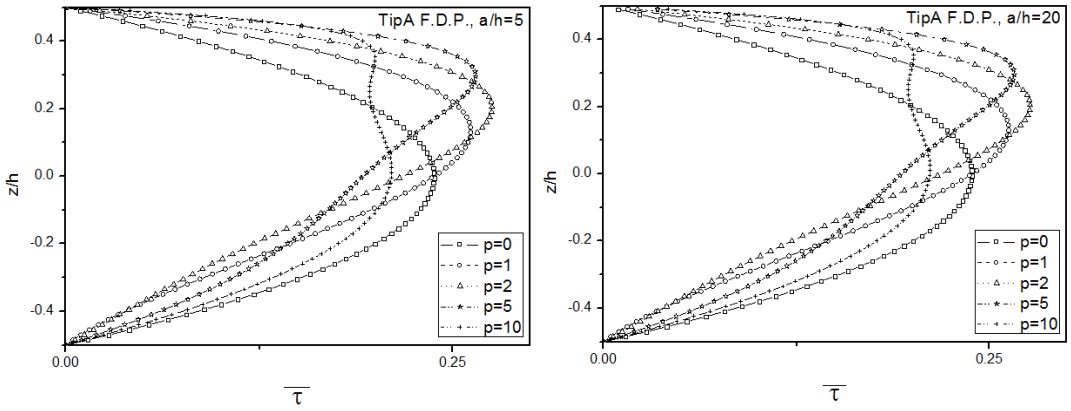
Şekil 4.28. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için boyutsuz normal gerilme dağılımı

Şekil 4.28'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın(Tip A) farklı p değerleri için normal gerilme dağılımı a/h=5-20 için verilmiştir. p=0 için her iki plakta lineer bir normal gerilme dağılımı görülürken artan p değeri ile birlikte alt yüzeyde gerilme değeri düşerken, üst yüzeyde gerilme değerleri hızla yükselmektedir. a/h=5 olan plakta oluşan maksimum gerilme değerleri a/h=20 olan plağa göre daha düşüktür.

Şekil 4.29'da Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı p değerleri için normal gerilme dağılımı karşılaştırılmıştır. p'nin incelenen tüm değerleri için a/h=5 olan plağın alt ve üst yüzeylerindeki gerilme değerleri a/h=20 olan plaktaki değerlerden daha düşüktür. Artan p değeri ile birlikte özellikle üst yüzeydeki gerilme değerleri arasındaki fark artmaktadır.

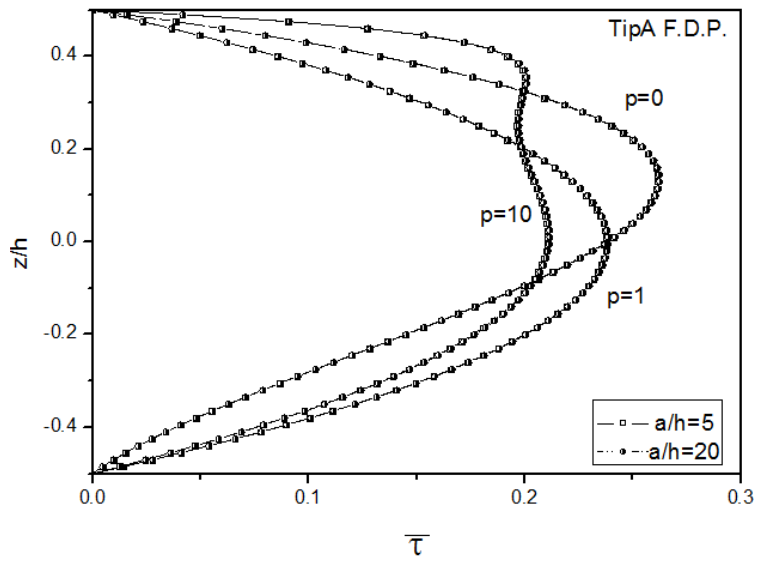


Şekil 4.29. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için normal gerilme dağılımı



Şekil 4.30. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) kayma gerilmesi dağılımı

Şekil 4.30'da Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı p değerleri için kayma gerilmesi dağılımları verilmiştir. p'nin 0 ile 2 arasındaki değerleri için artan p ile birlikte maksimum kayma gerilmesi değerinin arttığı görülmektedir. p' nin 2' den büyük değerleri için maksimum kayma gerilmesi değeri düşmektedir.



Şekil 4.31. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) a/h=5-20 için kayma gerilmesi dağılımı

Şekil 4.31'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) kayma gerilmesi dağılımı p=0, 1 ve 10 değerleri için karşılaştırılmıştır. Her iki a/h oranı için aynı p değerlerinde sonuçların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.26'da düzgün yayılı yükle yüklenmiş dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın Levy tipi çözüm ile elde edilen boyutsuz çökme değerleri verilmiştir. Sonuçların literatürle oldukça uyumlu olduğu gözlenmiştir.

Tablo.4.26. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi

p	0	1	2	3	4	5
[42]	0,4665	0,9287	11,940	13,200	1,389	14,356
PŞF	0,4666	0,9288	11,940	13,197	13,884	14,349

p	6	7	8	9	10	Metal
[42]	14,727	15,049	15,343	15,617	15,876	25,327
PŞF	14,719	15,042	15,337	15,612	15,872	25,325

$*\overline{W} = \frac{10h^3 E_c}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), E_c = 380GPa$

Tablo 4.27'de a/h=10 için Tablo 4.28'de ise a/h=5,20,100 için düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın farklı sınır koşulları için Levy tipi çözüm ile elde edilen boyutsuz çökme değerleri verilmiştir.

Tablo.4.27. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz çökmesi *

	Sınır Koşulları					
p	BBBB	BABA	BBBA	BSBS	BBBS	BABS
Seramik	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
1	0,9288	0,4584	0,6488	2,9345	1,7887	1,2925
2	1,1940	0,5910	0,8351	3,7669	2,2971	1,6612
3	1,3197	0,6546	0,9230	4,1495	2,5318	1,8330
4	1,3884	0,6951	0,9759	4,3567	2,6614	1,9305
5	1,4349	0,7215	1,0104	4,4934	2,7467	1,9945
6	1,4719	0,7424	1,0378	4,6027	2,8148	2,0455
7	1,5042	0,7601	1,0615	4,6991	2,8747	2,0901
8	1,5337	0,7760	1,0828	4,7884	2,9298	2,1309
9	1,5612	0,7904	1,1026	4,8728	2,9818	2,1691
10	1,5872	0,8038	1,1211	4,9533	3,0312	2,2052
Metal	2,5325	1,2596	1,7750	7,9726	4,8652	3,5226

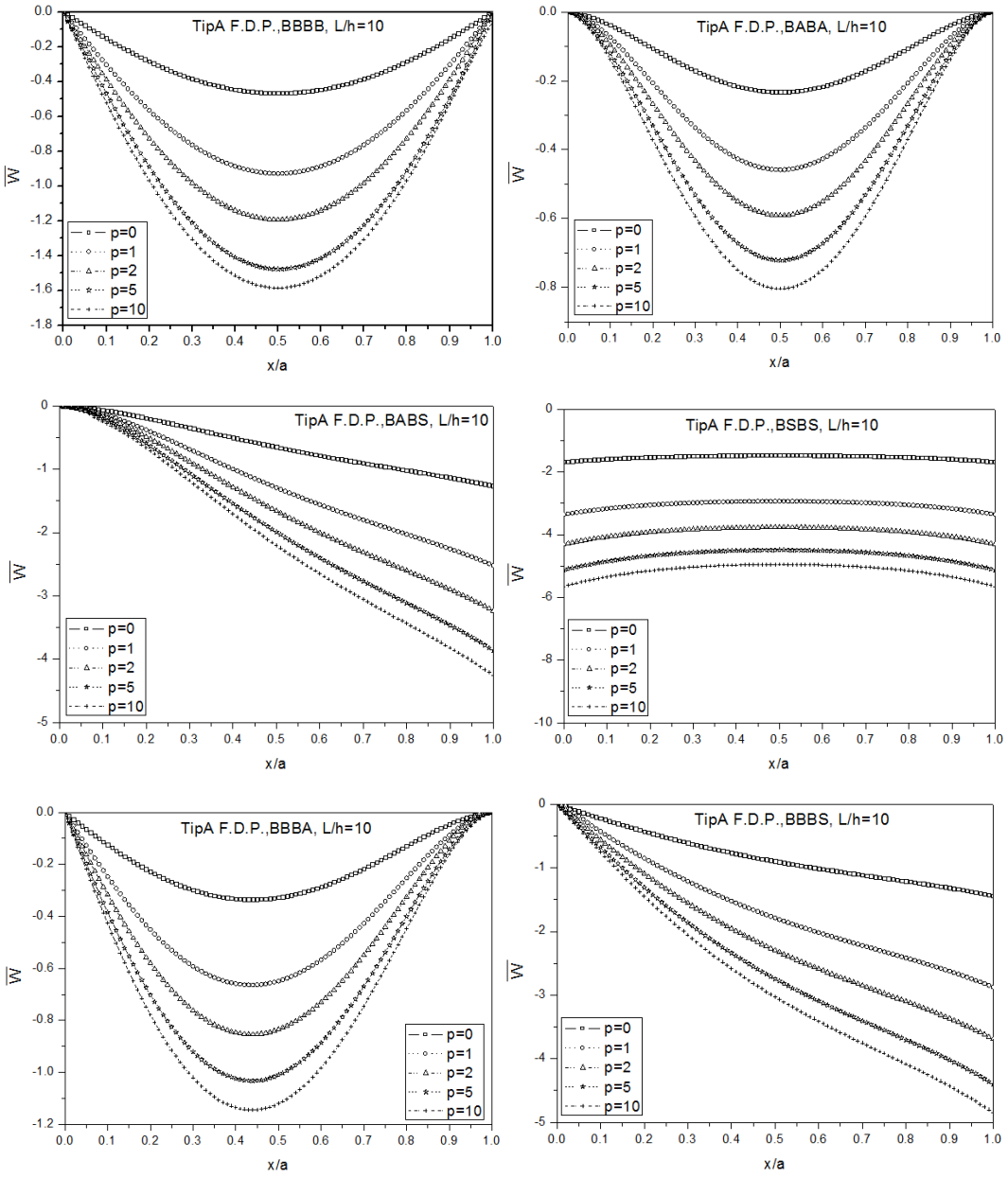
*$\bar{W} = \frac{10h^3 E_c}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), E_c = 380GPa$

Tablo.4.28. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A)boyutsuz çökmesi*

		Sınır Koşulları					
a/h	p	BBBB	BABA	BBBA	BSBS	BBBS	BABS
5	0	0,5354	0,2990	0,3949	1,5857	0,9871	0,7386
	1	1,0450	0,5714	0,7634	3,1318	1,9419	1,4439
	2	1,3539	0,7462	0,9927	4,0385	2,5080	1,8693
	5	1,6929	0,9711	1,2642	4,9318	3,0871	2,3299
	10	1,9060	1,1121	1,4346	5,4949	3,4517	2,6195
20	0	0,4494	0,2154	0,3099	1,4396	0,8736	0,6264
	1	0,8997	0,4302	0,6227	2,8851	1,7503	1,2543
	2	1,1539	0,5507	0,8032	3,6989	2,2443	1,6081
	5	1,3703	0,6568	0,9692	4,3837	2,6486	1,9058
	10	1,5073	0,7289	1,0270	4,8172	2,9262	2,1004
100	0	0,4438	0,2096	0,3044	1,4306	0,8667	0,6195
	1	0,8904	0,4204	0,6107	2,8699	1,7386	1,2449
	2	1,1413	0,5388	0,7823	3,6782	2,2282	1,5927
	5	1,3496	0,6374	0,9255	4,3508	2,6359	1,8844
	10	1,4818	0,6998	1,0182	4,7766	2,8939	2,0689

*$\bar{W} = \frac{10h^3 E_c}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), E_c = 380GPa$

Şekil 4.32'de düzgün yayılı yükle yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın farklı sınır koşulları için boyutsuz çökme eğrileri a/h=10 için verilmiştir. Artan p değeri ile birlikte çökmenin arttığı görülmektedir.



Şekil 4.32. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı sınır koşulları için boyutsuz çökmesi

4.3.2.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Yüzey Tabakalı Plağın (Tip B) Eğilme Analizi

Tablo.4.29-4.31'de sinüsoidal yayılı yük ile yüklenmiş Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş sert özlü sandviç plağın (Tip B) sırasıyla boyutsuz çökmesi, normal

gerilme ve kayma gerilmesi değerleri a/h=10 için verilmiştir. Farklı kalınlık oranları için tüm şekil fonksiyonlarından elde edilen çökme değerlerinin literatürle uyumlu olduğu görülmüştür.

Tablo.4.29. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) boyutsuz çökmesi

		Sandviç kalınlık oranları					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	0,19606	0,19606	0,19606	0,19606	0,19606	0,19606
	ÜŞF	0,19597	0,19597	0,19597	0,19597	0,19597	0,19597
	SŞF	0,19603	0,19603	0,19603	0,19603	0,19603	0,19603
	HŞF	0,18879	0,18879	0,18879	0,18879	0,18879	0,18879
	[18]	0,19487	0,19487	0,19487	0,19487	-	0,19487
	[24]	0,19610	0,19610	0,19610	0,19610	0,19610	0,19610
1	PŞF	0,32358	0,29199	0,27094	0,30631	0,29675	0,28085
	ÜŞF	0,32334	0,29185	0,27087	0,30612	0,29660	0,28074
	SŞF	0,32347	0,29193	0,27092	0,30623	0,29669	0,28081
	HŞF	0,31547	0,28473	0,26379	0,29882	0,28915	0,27353
	[18]	0,32001	0,28867	0,26815	0,30275	-	0,27760
	[24]	0,32370	0,29200	0,27100	0,30640	-	0,28090
2	PŞF	0,37334	0,33288	0,30263	0,35231	0,33778	0,31617
	ÜŞF	0,37296	0,33266	0,30253	0,35199	0,33757	0,31600
	SŞF	0,37317	0,33278	0,30259	0,35216	0,33769	0,31610
	HŞF	0,36443	0,32560	0,29555	0,34460	0,32991	0,30879
	[18]	0,36891	0,32816	0,29874	0,34737	-	0,31152
	[24]	0,37370	0,33330	0,30270	0,35260	-	0,31630
5	PŞF	0,40927	0,37145	0,3348	0,39182	0,37307	0,3496
	ÜŞF	0,40873	0,37107	0,33463	0,39131	0,37275	0,34935
	SŞF	0,40902	0,37127	0,33472	0,39158	0,37292	0,34948
	HŞF	0,39846	0,36399	0,32776	0,38354	0,36457	0,34203
	[18]	0,40532	0,36546	0,32966	0,38612	-	0,34361
	[24]	0,41010	0,37200	0,33500	0,39270	-	0,35010
10	PŞF	0,41772	0,38551	0,34823	0,40407	0,38442	0,36212
	ÜŞF	0,41720	0,38505	0,34802	0,40347	0,38407	0,36182
	SŞF	0,41748	0,38529	0,34813	0,40378	0,38426	0,36198
	HŞF	0,40524	0,37785	0,34118	0,39525	0,37541	0,35436
	[18]	0,41448	0,37924	0,34259	0,39856	-	0,35577
	[24]	0,39880	0,37240	0,33610	0,38940	-	0,3492

*$\bar{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), E_{\mathrm{m}} = 70GPa$

Tablo.4.30. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) boyutsuz normal gerilmesi

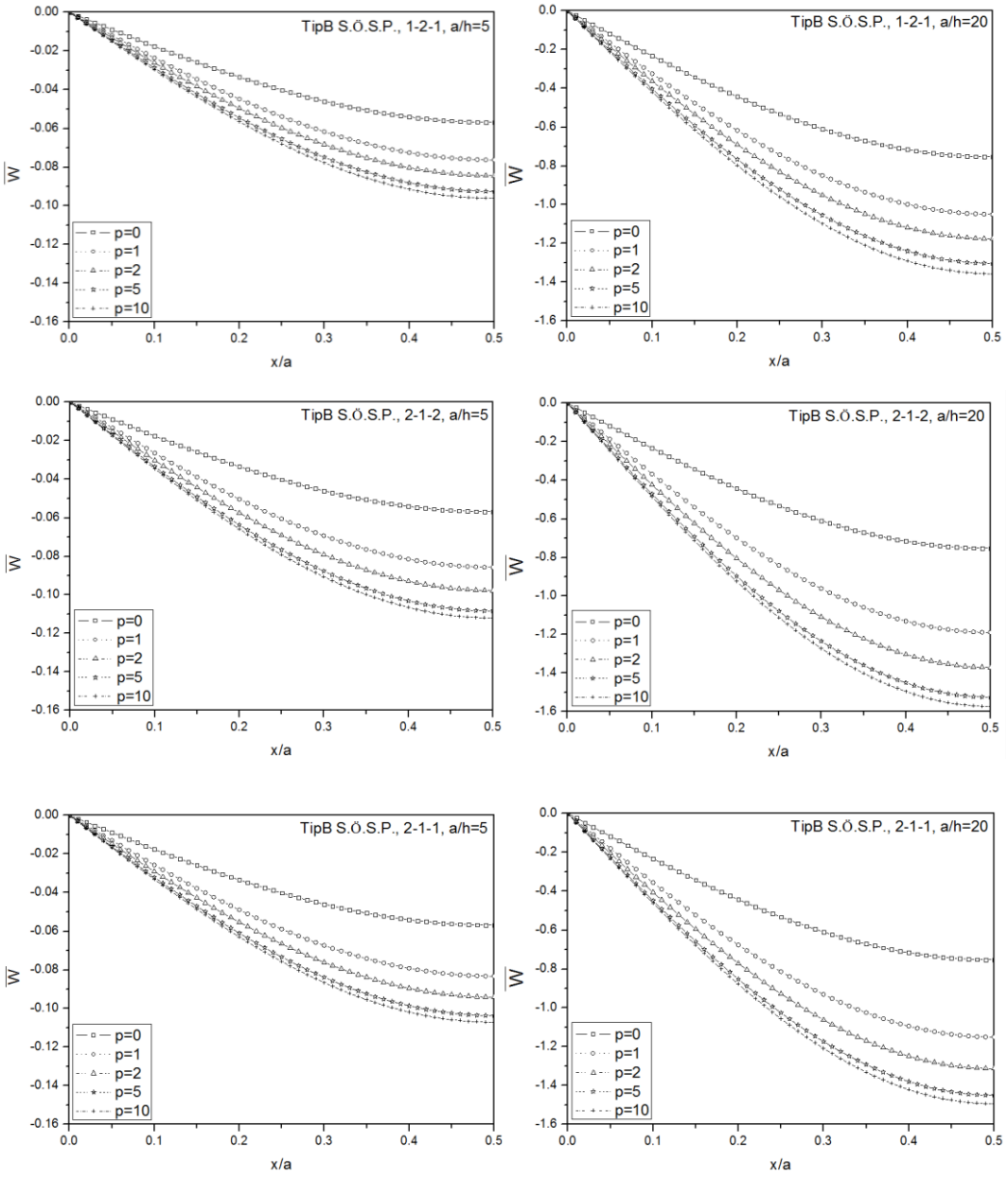
		Sandviç kalınlık oranları					
p	Model	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	1,99432	1,99432	1,99432	1,99432	1,99432	1,99432
	ÜŞF	1,96305	1,96305	1,96305	1,96305	1,96305	1,96305
	SŞF	1,96726	1,96726	1,96726	1,96726	1,96726	1,96726
	HŞF	2,28539	2,28539	2,28539	2,28539	2,28539	2,28539
	[18]	2,00773	2,00773	2,00773	2,00773	2,00773	2,00773
	[24]	1,97580	1,97580	1,97580	1,97580	1,97580	1,97580
1	PŞF	1,54416	1,39383	1,2951	1,46274	1,3568	1,28829
	ÜŞF	1,52676	1,37832	1,27648	1,44663	1,34072	1,27285
	SŞF	1,52896	1,38027	1,27838	1,44865	1,34274	1,27481
	HŞF	1,7510	1,58026	1,46681	1,65751	1,54641	1,46870
	[18]	1,57004	1,41781	1,31204	1,48833	-	1,30907
	[24]	1,53240	1,38300	1,28100	1,45170	-	1,27750
2	PŞF	1,78357	1,59370	1,44683	1,68660	1,52964	1,43671
	ÜŞF	1,76414	1,57762	1,43156	1,66950	1,51262	1,42078
	SŞF	1,76658	1,57961	1,43346	1,67162	1,51472	1,42275
	HŞF	2,01943	1,79998	1,63749	1,90476	1,74009	1,63413
	[18]	1,81509	1,62591	1,47421	1,72030	-	1,46372
	[24]	1,77090	1,58240	1,43580	1,67500	-	1,42530
5	PŞF	1,95002	1,78137	1,60436	1,87687	1,67871	1,57598
	ÜŞF	1,92687	1,76444	1,58875	1,85819	1,66021	1,55932
	SŞF	1,92983	1,76652	1,59066	1,86050	1,66248	1,56135
	HŞF	2,21414	2,00651	1,80987	2,11724	1,90904	1,78593
	[18]	1,97912	1,82018	1,63906	1,91504	-	1,60953
	[24]	1,93580	1,76990	1,59310	1,86480	-	1,59310
10	PŞF	1,98346	1,84911	1,66998	1,93407	1,72865	1,62818
	ÜŞF	1,95745	1,83161	1,65414	1,91428	1,70916	1,61105
	SŞF	1,96083	1,83376	1,65607	1,91675	1,71155	1,61313
	HŞF	2,25989	2,08201	1,88168	2,18373	1,96746	1,84845
	[18]	2,00692	1,89162	1,67350	1,97075	-	2,18558
	[24]	1,96780	1,83750	1,65870	1,92160	-	1,61600

*$\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a}\sigma_x(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$

Tablo.4.31. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç (Tip B) plağın boyutsuz kayma gerilmesi

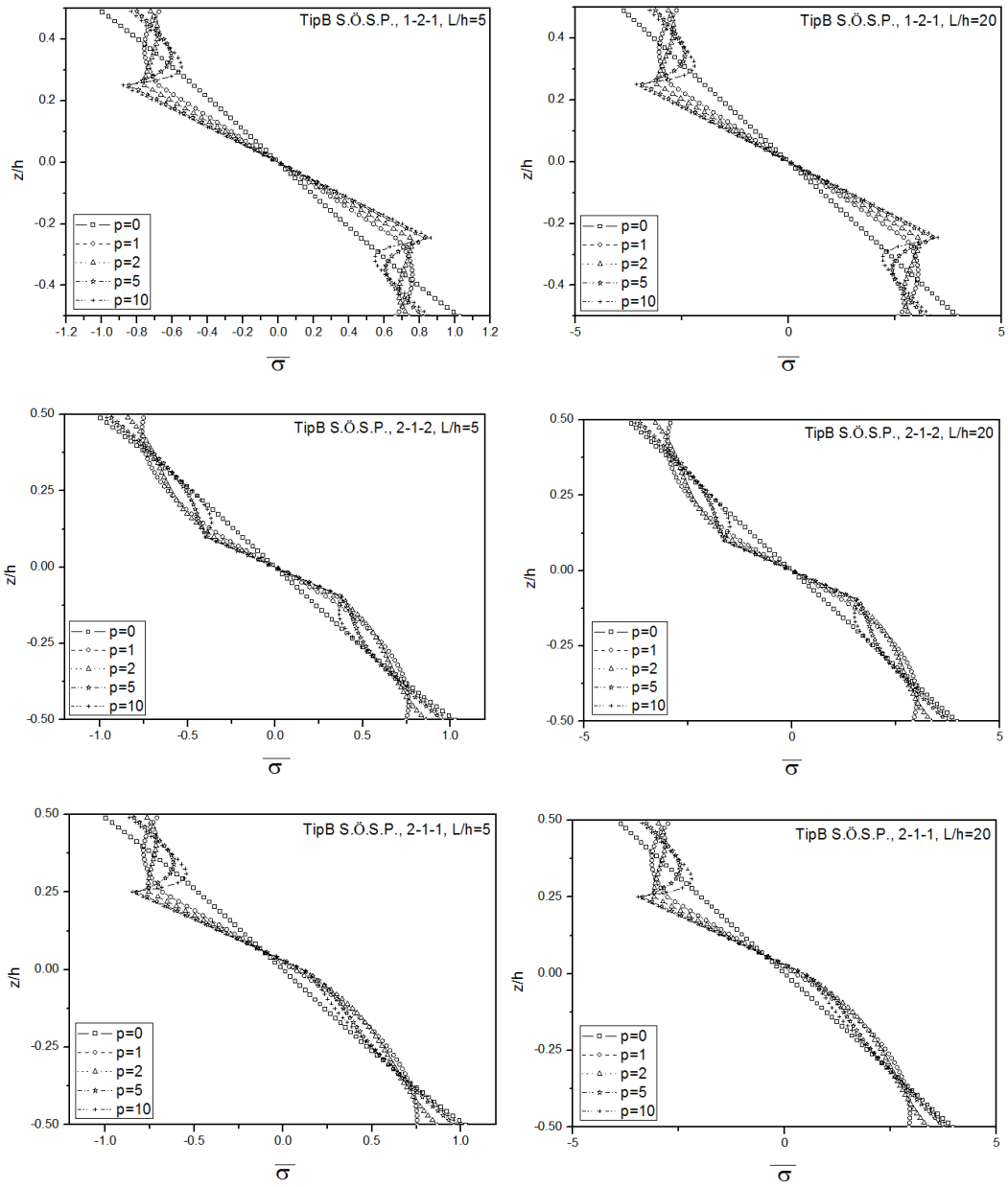
		Sandviç kalınlık oranları					
p	Referans	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
0	PŞF	0,23852	0,23852	0,23852	0,23852	0,23852	0,23852
	ÜŞF	0,31643	0,31643	0,31643	0,31643	0,31643	0,31643
	SŞF	0,30712	0,30712	0,30712	0,30712	0,30712	0,30712
	HŞF	0,70892	0,70892	0,70892	0,70892	0,70892	0,70892
	[18]	0,23910	0,23910	0,23910	0,23910	0,23910	0,23910
	[24]	0,23870	0,23870	0,23870	0,23870	0,23870	0,23870
1	PŞF	0,29197	0,26112	0,25253	0,27100	0,27072	0,25946
	ÜŞF	0,38195	0,34330	0,33398	0,35500	0,35620	0,34213
	SŞF	0,37337	0,33471	0,32465	0,34677	0,34717	0,33309
	HŞF	1,07725	0,97152	0,91533	1,01421	0,9893	0,94172
	[18]	0,36531	0,32853	0,30845	0,34366	-	0,31785
	[24]	0,25660	0,26020	0,25930	0,25930	-	0,25820
2	PŞF	0,32616	0,27183	0,25829	0,28833	0,28793	0,26934
	ÜŞF	0,42344	0,35489	0,34038	0,37443	0,37684	0,35347
	SŞF	0,41554	0,34722	0,33143	0,36736	0,36826	0,34495
	HŞF	1,22596	1,07162	0,99285	1,13254	1,09593	1,02826
	[18]	0,41778	0,36417	0,33543	0,38601	-	0,34824
	[24]	0,25520	0,26500	0,26550	0,26170	-	0,26270
5	PŞF	0,38627	0,28638	0,26507	0,31449	0,31340	0,2826
	ÜŞF	0,49985	0,37013	0,34717	0,40413	0,40815	0,36852
	SŞF	0,49141	0,36398	0,33907	0,39866	0,39985	0,36079
	HŞF	1,37431	1,16635	1,06725	1,24538	1,19863	1,11035
	[18]	0,46890	0,39918	0,36234	0,42723	-	0,37791
	[24]	0,24680	0,26490	0,26940	0,25760	-	0,26270
10	PŞF	0,43197	0,29562	0,26889	0,33236	0,33007	0,29078
	ÜŞF	0,56208	0,38015	0,35083	0,42561	0,42971	0,37820
	SŞF	0,55107	0,37482	0,34330	0,42064	0,42104	0,37075
	HŞF	1,44247	1,20561	1,09815	1,29357	1,24338	1,14485
	[18]	0,49051	0,41385	0,37390	0,44435	-	0,39045
	[24]	0,24190	0,26270	0,26980	0,25340	-	0,26110

*$\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(\frac{a}{2}, 0)$



Şekil 4.33. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç plağın kalınlık boyunca çökme dağılımı

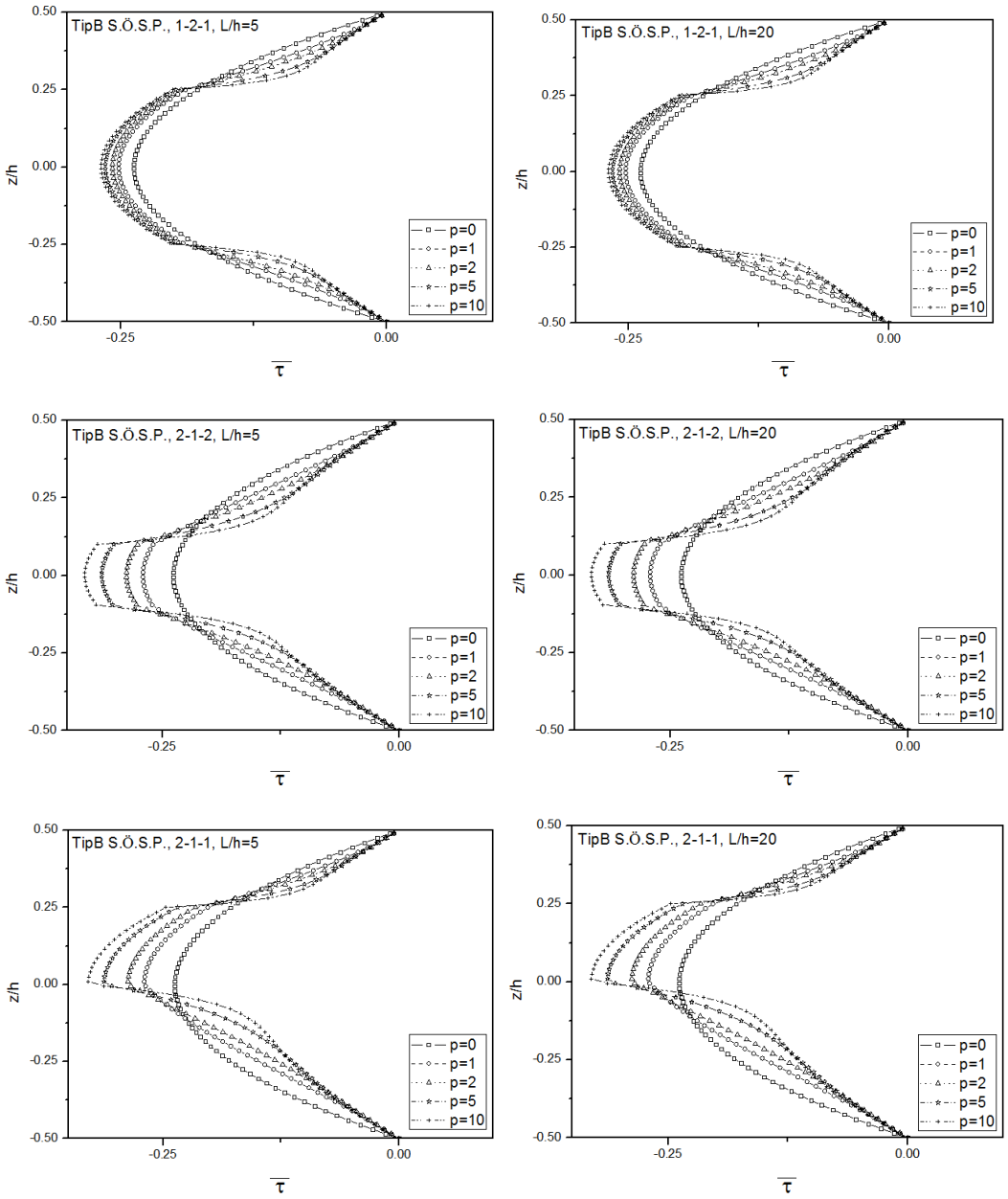
Şekil 4.33'te Al-$AlZrO_2$ sert özlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın(Tip B) kalınlık boyunca çökme dağılımı çeşitli tiplerde sandviçler için verilmiştir. Tüm plak tipleri için p değeri arttıkça maksimum çökme değerinin arttığı görülmektedir. a/h=20 olan plağın maksimum çökme değerinin a/h=5 olan plaktan daha yüksek olduğu görülmektedir.



Şekil 4.34. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) normal gerilme dağılımı

Şekil 4.34'te Al-$AlZrO_2$ sert özlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın (Tip B) kalınlık boyunca normal gerilme dağılımı verilmiştir. İnce yüzey tabakalı (1-2-1) sandviç plağın öz ile yüzey tabakalarının arayüzlerinde oluşan gerilme değerleri kalın yüzey tabakalı (2-1-2) plağın arayüzlerindeki değerden daha yüksektir. Simetrik olmayan yüzey tabakalı (2-1-1) plağın kalın yüzey tabakası ile öz arayüzünde gerilme dağılımının yumuşak bir geçiş yaptığı ancak ince yüzey tabakası ile öz arayüzünde gerilme

değerlerinde ani yükseliş olduğu görülmektedir. Plak kalınlığının artmasıyla maksimum gerilme değerlerinin arttığı görülmektedir.

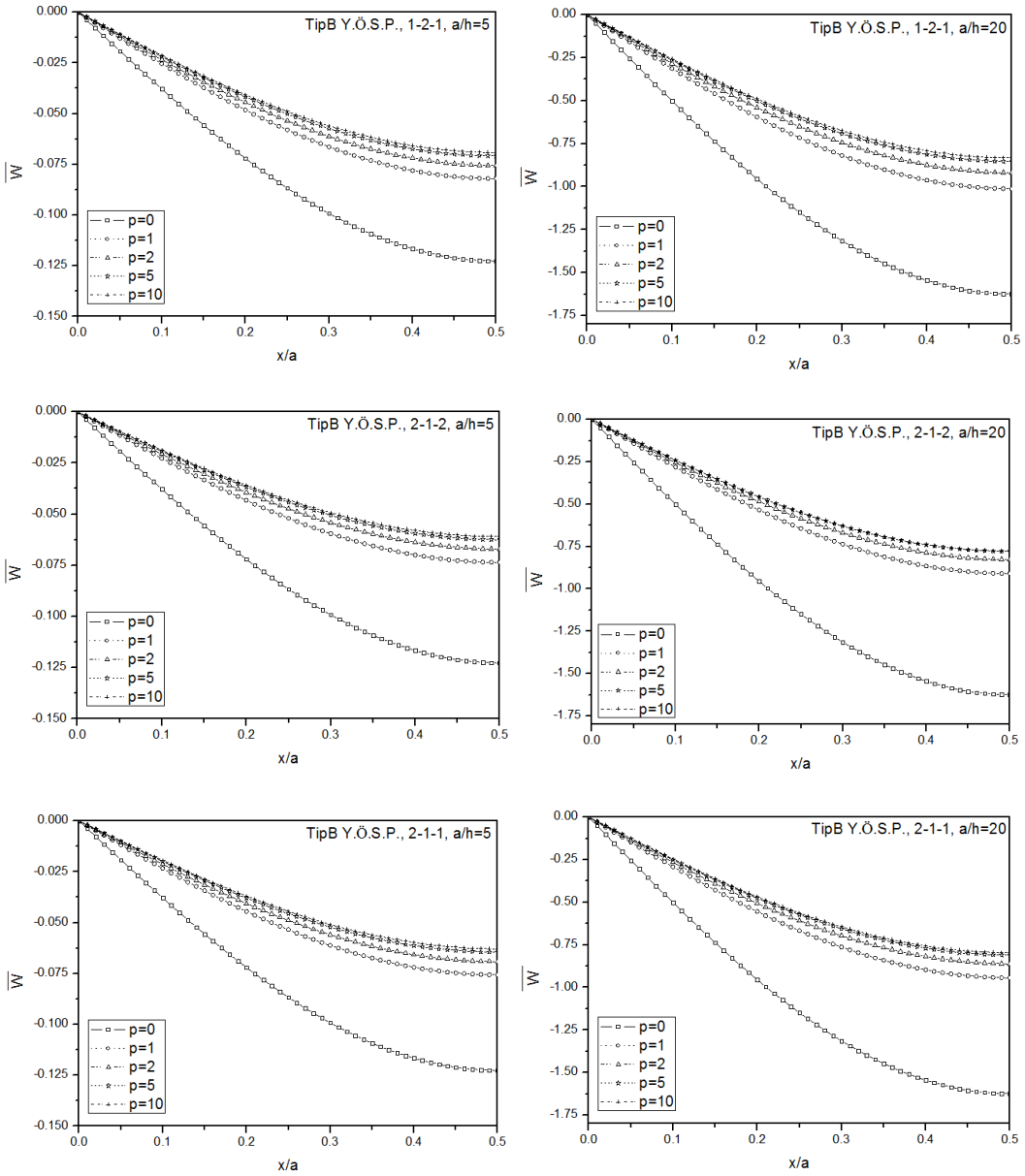


Şekil 4.35. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) sandviç plağın kayma gerilmesi dağılımı

Şekil 4.35'da Al-$AlZrO_2$ sert özlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın (Tip B) kalınlık boyunca kayma gerilmesi dağılımı verilmiştir. p değerindeki artışla birlikte yüzey tabakalarının gerilme değerleri düşerken öz tabakasının gerilme değerinin arttığı görülmektedir. Bu artış kalın yüzey tabakalı plakta daha belirgin hale gelmektedir. Simetrik olmayan kalınlıklara sahip (2-1-1) sandviç plakta kalın yüzey tabakası ile öz

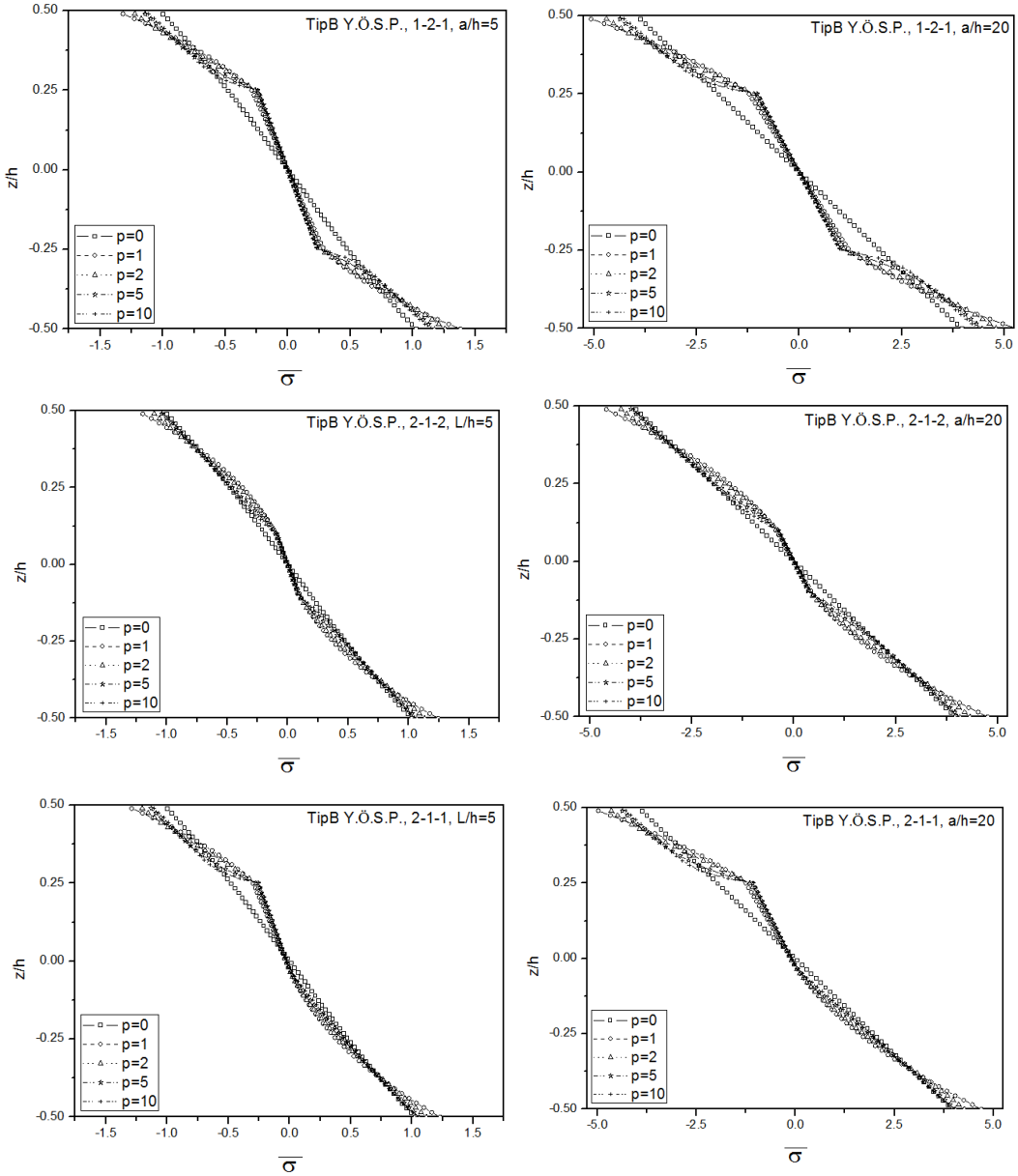
arayüzündeki gerilme değerinin ince yüzey tabakası ile öz arasındaki gerilme değerinden oldukça fazla olduğu görülmektedir. Plak kalınlığının değişiminin kayma gerilmesi değerlerini çok az etkilediği görülmektedir.

Şekil 4.36. Al-$AlZrO_2$ yumuşak özlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın (Tip B) çökme eğrileri verilmiştir. Artan p değeri ile birlikte seramik özellik arttığı için maksimum çökme değerinin azaldığı görülmektedir. a/h=5 olan plağın maksimum çökme değerlerinin a/h=20 olan plağa göre daha düşük olduğu görülmektedir.



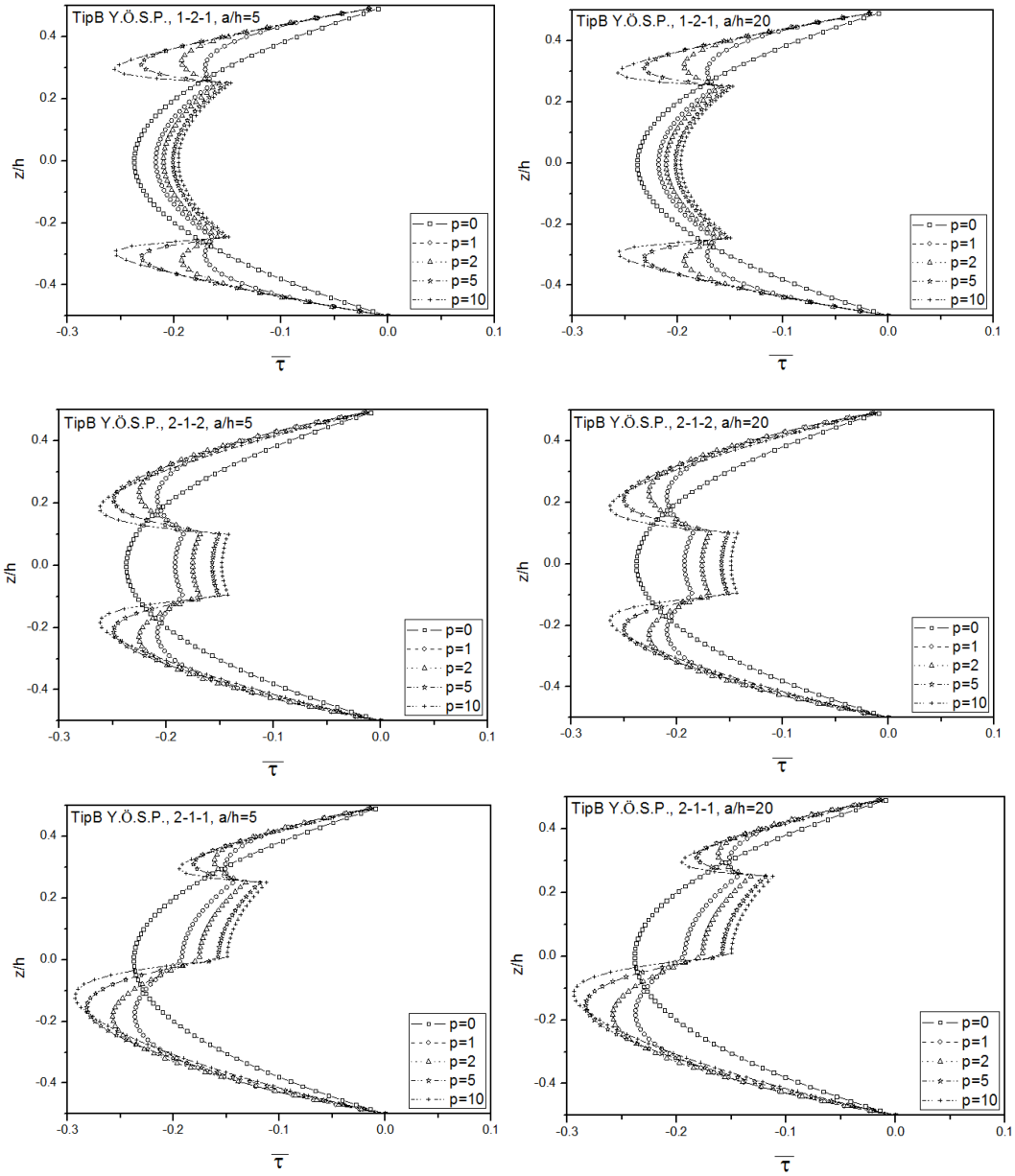
Şekil 4.36. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç plağın (Tip B) farklı kalınlık oranları ve a/h=5-20 için çökme eğrileri

Şekil 4.37'de Al-$AlZrO_2$ yumuşak özlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın (Tip B) normal gerilmesinin kalınlık boyunca dağılımı verilmiştir. İnce yüzey tabakalı (1-2-1) sandviç plağın öz ile yüzey tabakalarının arayüzlerinde oluşan gerilme değerleri kalın yüzey tabakalı (2-1-2) plağın arayüzlerindeki değerden daha yüksek olduğu görülmektedir. Simetrik olmayan yüzey tabakalı (2-1-1) plağın kalın yüzey tabakası ile öz arayüzünde gerilme dağılımının yumuşak bir geçiş yaptığı ancak ince yüzey tabakası ile öz arayüzünde gerilme değerlerinde ani yükseliş olduğu görülmektedir. Plak kalınlığının artmasıyla maksimum gerilme değerlerinin düştüğü görülmektedir.



Şekil 4.37. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç plağın (Tip B) normal gerilme dağılımı

Şekil 4.38'de Al-$AlZrO_2$ yumuşak özlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plağın (Tip B) kalınlık boyunca kayma gerilmesi dağılımı verilmiştir. p değerindeki artışla birlikte yüzey tabakalarının maksimum gerilme değerleri yükselirken öz tabakasının maksimum gerilme değerinin düştüğü görülmektedir. Bu düşüş kalın yüzey tabakalı plakta daha fazladır. Simetrik olmayan kalınlıklara sahip (2-1-1) sandviç plakta kalın yüzey tabakası ile öz arayüzündeki gerilme değerinin ince yüzey tabakası ile öz arasındaki gerilme değerinden oldukça fazla olduğu görülmektedir. Plak kalınlığının değişiminin kayma gerilmesi değerlerini çok az etkilediği görülmektedir.



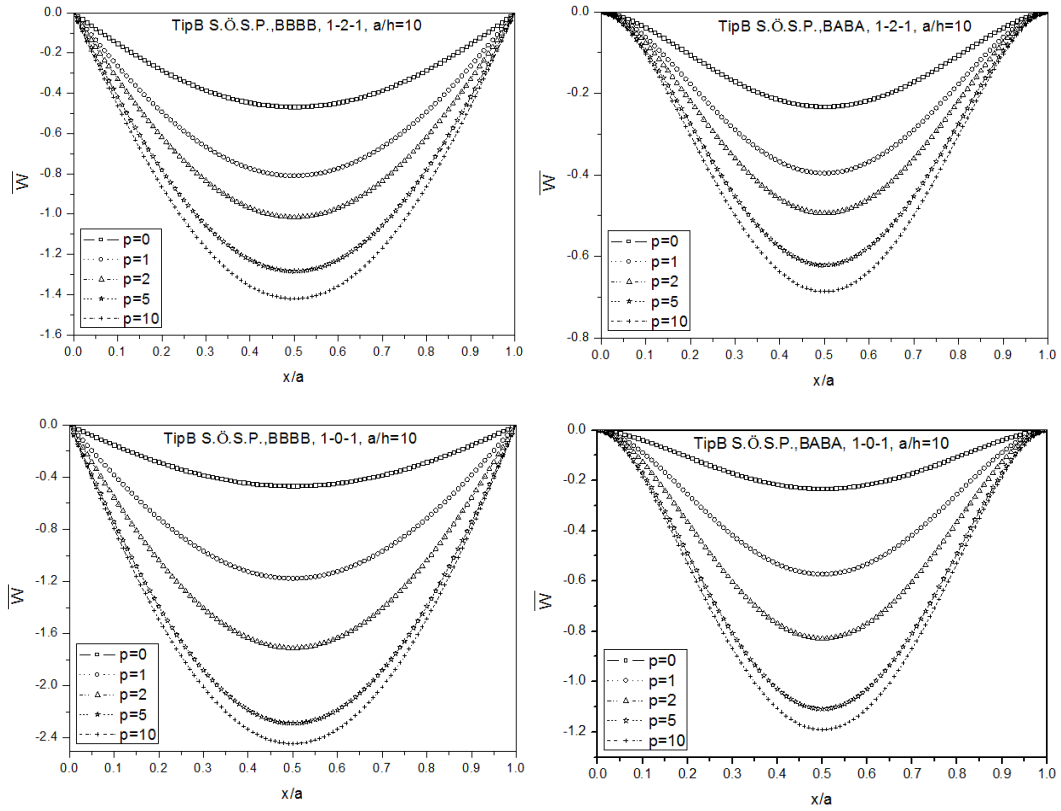
Şekil 4.38. Al-$AlZrO_2$ fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli yumuşak özlü sandviç plağın (Tip B) kayma gerilmesi dağılımı

Tablo 4.32'de düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın Levy tipi çözüm ile elde edilen boyutsuz çökme değerleri farklı sınır şartları ve a/h=10 için verilmiştir.

Tablo.4.32. Düzgün yayılı yükle yüklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) boyutsuz çökmesi

Sandviç Kalınlık Oranları	p	Sınır Koşulları					
		BBBB	BABA	BBBA	BSBS	BBBS	BABS
1-0-1	0	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
	1	1,1766	0,5727	0,8171	3,7406	2,2755	1,6385
	2	1,7100	0,8283	1,1852	5,4491	3,3125	2,3822
	5	2,2877	1,1087	1,5860	7,2881	4,4307	3,1868
	10	2,4438	1,1908	1,6981	7,7663	4,7251	3,4033
1-1-1	0	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
	1	0,9402	0,4583	0,6534	2,9876	1,8178	1,3093
	2	1,2647	0,6127	0,8766	4,0296	2,4496	1,7618
	5	1,6996	0,8194	1,1757	5,4273	3,2970	2,3683
	10	1,9045	0,9169	1,3167	6,0857	3,6962	2,6541
1-2-1	0	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
	1	0,8095	0,3958	0,5633	2,5686	1,5635	1,1271
	2	1,0154	0,4939	0,7050	3,2299	1,9645	1,4143
	5	1,2845	0,6217	0,8900	4,0947	2,4888	1,7895
	10	1,4212	0,6866	0,9840	4,5342	2,7553	1,9802
2-1-2	0	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
	1	1,0409	0,5067	0,7230	3,3095	2,0132	1,4497
	2	1,4606	0,7067	1,0119	4,6569	2,8304	2,0349
	5	1,9996	0,9635	1,3830	6,3869	3,8796	2,7865
	10	2,2154	1,0671	1,5320	7,0772	4,2988	3,0872
2-2-1	0	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
	1	0,3398	0,4271	0,6082	2,7764	1,6897	1,2177
	2	1,1372	0,5522	0,7891	3,6199	2,2013	1,5841
	5	1,4792	0,7149	1,0243	4,7181	2,8672	2,0609
	10	1,6408	0,7919	1,1355	5,2369	3,1818	2,2862
2-1-1	0	0,4666	0,2321	0,3270	1,4688	0,8963	0,6490
	1	0,9813	0,4785	0,6820	3,1176	1,8970	1,3665
	2	1,3393	0,6493	0,9287	4,2662	2,5937	1,8657
	5	1,7872	0,8632	1,2373	5,7024	3,4650	2,4902
	10	1,9676	0,9500	1,3619	6,2780	3,8146	2,7412

$*\overline{W} = \frac{10h^3 E_c}{q_0 a^4} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), E_c = 380GPa$



Şekil 4.39. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) Levy tipi çözüm ile elde edilen çökme eğrileri

Şekil 4.39'da Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü sandviç plağın (Tip B) Levy tipi çözüm ile elde edilen çökme eğrileri iki farklı kalınlık oranı ve destek tipi için verilmiştir. Her iki kalınlık oranı için dört kenarı basit desteklenmiş plağın maksimum çökme değeri tüm p değerleri için iki kenarı ankastre desteklenmiş plaktan daha yüksektir. Her iki destek tipi için 1-0-1 kalınlık oranına sahip plağın maksimum çökme değeri 1-2-1 kalınlık oranına sahip plaktan daha yüksektir.

4.3.3.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Özlü Sandviç Plak (Tip C)

Tablo.4.33-4.35'de sinüsoidal yayılı yük ile yüklenmiş Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) sırasıyla boyutsuz çökmesi, normal gerilme ve kayma gerilmesi değerleri 1-8-1 kalınlık oranı, a/h=4, 10 ve 100 için verilmiştir. Farklı kalınlıktaki plaklar için çökme değerlerinin literatürle uyumlu olduğu görülmüştür. Hiperbolik şekil fonksiyonu kullanılarak elde edilen çökme, normal gerilme ve kayma gerilmesi değerlerinin özellikle plak kalınlığının artmasıyla literatürle uyumunun azaldığı görülmüştür.

Tablo.4.33. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın boyutsuz çökmesi

		p					
a/h	Model	0	0,5	1	2	5	10
4	PŞF	0,46206	0,63798	0,77230	0,93634	1,12015	1,21465
	ÜŞF	0,46098	0,63531	0,76850	0,93208	1,11808	1,20913
	SŞF	0,44143	0,63647	0,77009	0,93357	1,11739	1,20928
	HŞF	0,36610	0,51209	0,61790	0,72909	0,80122	0,82063
	[43]	0,44980	0,62580	0,76270	-	-	1,21740
	[15]	-	-	0,72800	-	-	1,15300
	[44]	-	-	0,72520	-	-	1,15700
	[33]	-	-	0,74060	-	-	1,18410
10	PŞF	0,37453	0,52383	0,63360	0,75277	0,84204	0,87274
	ÜŞF	0,37452	0,52365	0,63336	0,75274	0,84325	0,87410
	SŞF	0,37454	0,52376	0,63351	0,75279	0,84268	0,87348
	HŞF	0,36365	0,50926	0,61512	0,72661	0,79914	0,81861
	[43]	0,37280	0,52220	0,63250	-	-	0,87410
	[15]	-	-	0,60600	-		0,83200
	[44]	-	-	0,60410	-	-	0,83180
	[33]	-	-	0,60050	-	-	0,89700
100	PŞF	0,35795	0,50219	0,60730	0,71793	0,78916	0,80769
	ÜŞF	0,35795	0,50219	0,60730	0,71793	0,78917	0,80770
	SŞF	0,35795	0,50219	0,60730	0,71793	0,78917	0,80770
	HŞF	0,35795	0,50219	0,60730	0,71792	0,78914	0,80765
	[43]	0,35790	0,50230	0,60730	-	-	0,80770
	[15]	-	-	0,58300	-	-	0,77000
	[44]	-	-	0,58080	-	-	0,76940
	[33]	-	-	0,57400	-	-	0,84290

$*\overline{W} = \frac{100h^3 E_{\mathrm{m}}}{q_0 a^4} W(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}), E_{\mathrm{m}} = 70GPa$

Tablo.4.34. Sinusoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) boyutsuz normal gerilmesi

		p					
a/h	Model	0	0,5	1	2	5	10
4	PŞF	0,58185	0,61810	0,61298	0,56354	0,44349	0,33983
	ÜŞF	0,51471	0,53290	0,51137	0,43434	0,27683	0,18772
	SŞF	0,52328	0,54358	0,52427	0,45162	0,30153	0,21050
	HŞF	0,76587	0,83932	0,84865	0,80722	0,67966	0,53952
	[15]	-	-	0,61300	-	-	0,32300
	[33]	-	-	0,61310	-	0,42760	0,32340
10	PŞF	1,47581	1,57510	1,57091	1,46238	1,19076	0,93807
	ÜŞF	1,44856	1,54041	1,52940	1,40923	1,12121	0,87405
	SŞF	1,45211	1,54488	1,53483	1,41662	1,13208	0,88424
	HŞF	1,78671	1,95347	1,98284	1,90056	1,61767	1,29047
100	PŞF	14,79828	15,80754	15,78199	14,72537	12,06353	9,54911
	ÜŞF	14,79555	15,80406	15,77782	14,72003	12,05652	9,54264
	SŞF	14,79591	15,80451	15,77837	14,72078	12,05763	9,54368
	HŞF	14,88467	15,91777	15,91279	14,88856	12,26574	9,73250
	[15]	-	-	15,29000	-	-	9,01500
	[33]	-	-	15,29320	-	11,41120	9,02060

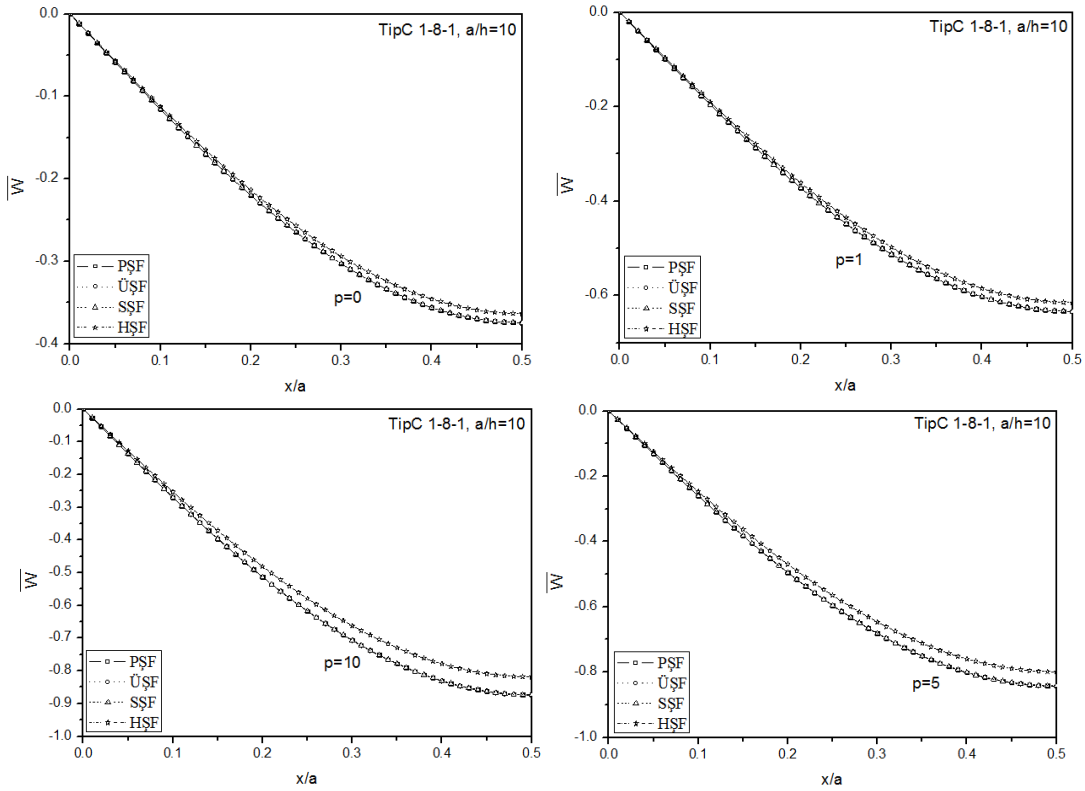
$*\overline{\sigma_x} = \frac{\mathrm{h}}{q_0 a}\sigma_x(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$

Tablo.4.35. Sinüsoidal yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın boyutsuz kayma gerilmesi

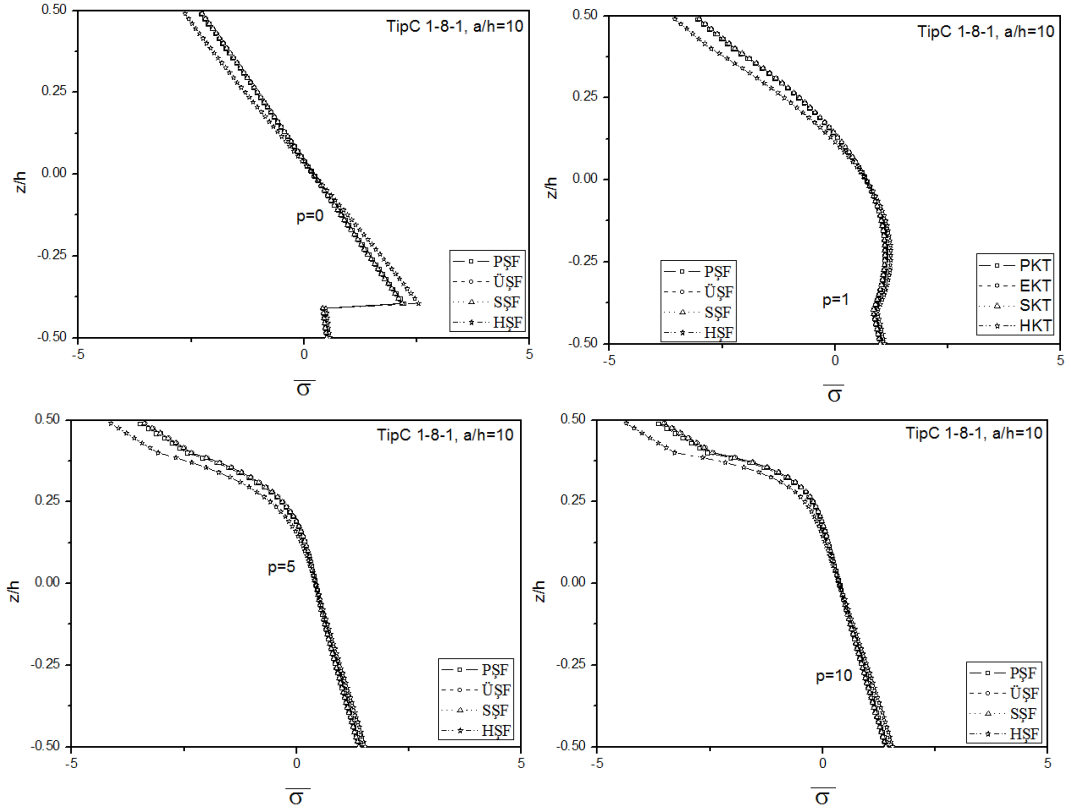
a/h	Model	p					
		0	0,5	1	2	5	10
4	PŞF	0,21830	0,25142	0,27105	0,28382	0,24112	0,18972
	ÜŞF	0,28763	0,32893	0,35450	0,37401	0,32271	0,25224
	SŞF	0,27962	0,32076	0,34556	0,36279	0,30988	0,24273
	HŞF	0,17009	0,18270	0,17394	0,14582	0,08946	0,0618
	[43]	0,23970	0,25700	0,26050	-	-	0,19370
	[15]	-	-	0,27100	-	-	0,19000
	[33]	-	-	0,2719	-	-	0,19440
10	PŞF	0,21912	0,25250	0,27234	0,28540	0,24281	0,19115
	ÜŞF	0,29151	0,33416	0,36117	0,38321	0,33446	0,26298
	SŞF	0,28254	0,32473	0,35061	0,36968	0,31847	0,25061
	HŞF	0,75018	0,82232	0,80946	0,71505	0,46664	0,32902
	[43]	0,24030	0,25670	0,25950	-	-	0,19480
	[15]	-	-	0,27200	-	-	0,19100
	[33]	-	-	0,27300	-	-	0,19580
100	PŞF	0,21927	0,25270	0,27259	0,28570	0,24314	0,19142
	ÜŞF	0,29226	0,33516	0,36246	0,38500	0,33677	0,26511
	SŞF	0,28310	0,32549	0,35158	0,37101	0,32014	0,25215
	HŞF	2,10215	2,41972	2,60238	2,70969	2,27702	1,78245
	[43]	0,24050	0,25670	0,25930	-	-	0,19510
	[15]	-	-	0,27300	-	-	0,19100
	[33]	-	-	0,27320	-	-	0,19600

$*\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a}\tau_{xz}(\frac{a}{2}, 0)$

Şekil 4.40'da sinüsoidal yükleme altındaki Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) farklı şekil fonksiyonları kullanılarak elde edilmiş çökme eğrileri verilmiştir. Tüm p değerleri için hiperbolik şekil fonksiyonu ile en düşük maksimum çökme değeri elde edilmiştir. Diğer teorilerin şekil fonksiyonları ile elde edilen sonuçların birbirleriyle oldukça uyumlu oldukları görülmektedir.



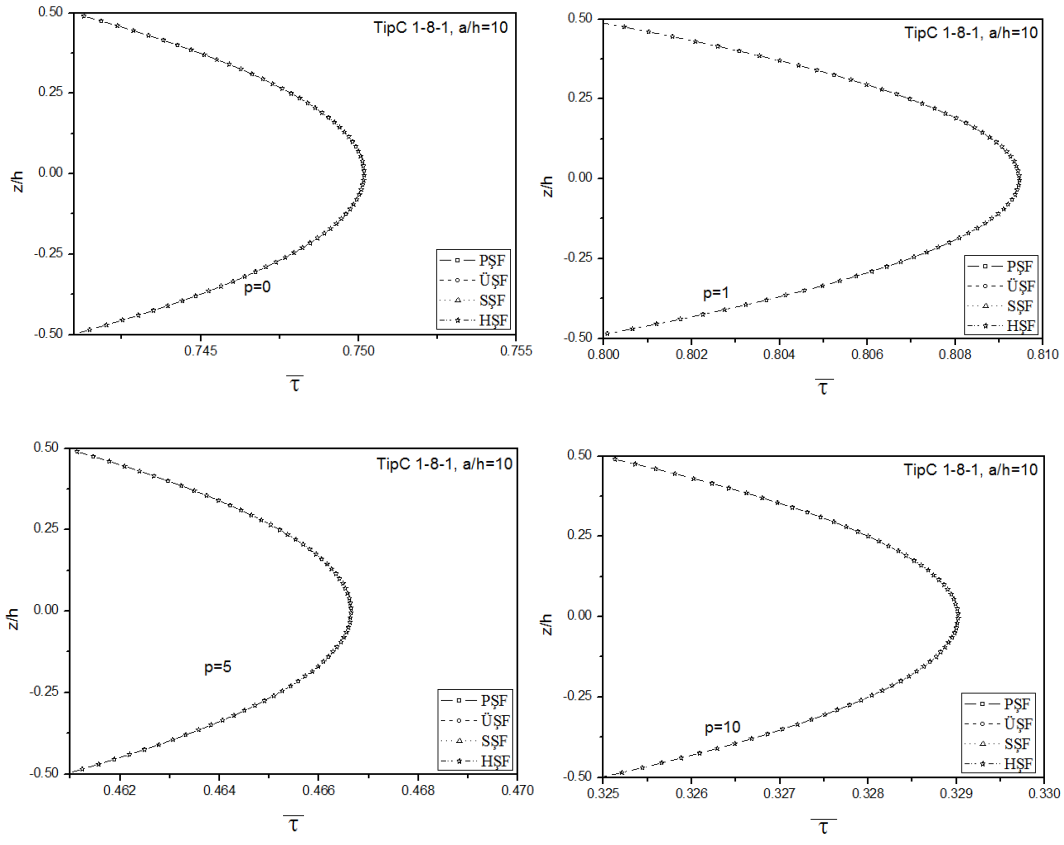
Şekil 4.40. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) farklı teorilerin şekil fonksiyonları için çökme eğrileri



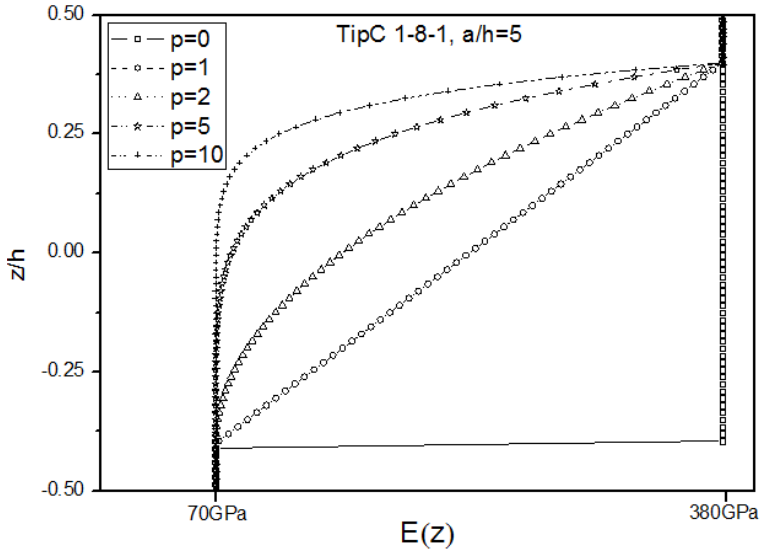
Şekil 4.41. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın farklı şekil fonksiyonları için normal gerilme dağılımları

Şekil 4.41'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) normal gerilme dağılımları farklı teoriler için verilmiştir. p nin küçük değerleri için hiperbolik şekil fonksiyonundan elde edilen gerilme değerlerinin diğerlerinden braz uzaklaştığı, diğer şekil fonksiyonlarından elde edilen değerlerin birbirlerine çok yakın olduğu görülmektedir. Hiperbolik şekil fonksiyonundan elde edilen gerilme dağılımında tüm p değerleri için özellikle üst yüzeyde gerilme değerinin farklı olduğu görülmektedir. Artan p değeri ile birlikte polinomik şekil fonksiyonundan elde edilen gerilme dağılımının üst ve alt yüzlerde diğerlerinden biraz ayrıldığı görülmektedir.

Şekil 4.42'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) farklı teorilerin şekil fonksiyonları kullanılarak elde edilmiş kayma gerilmesi dağılımları verilmiştir. Tüm p değerleri için bütün teorilerin birbirlerine yakın sonuçlar ürettiği görülmektedir.



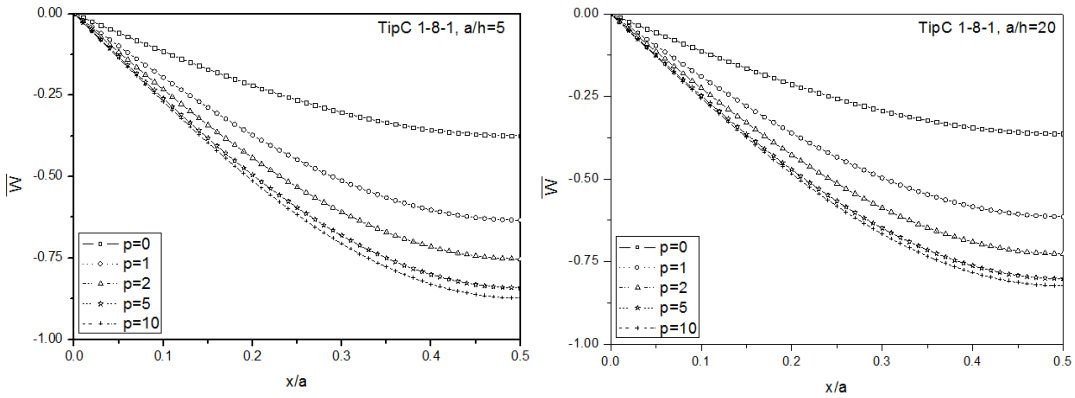
Şekil 4.42. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın farklı şekil fonksiyonları için kayma gerilmesi dağılımları



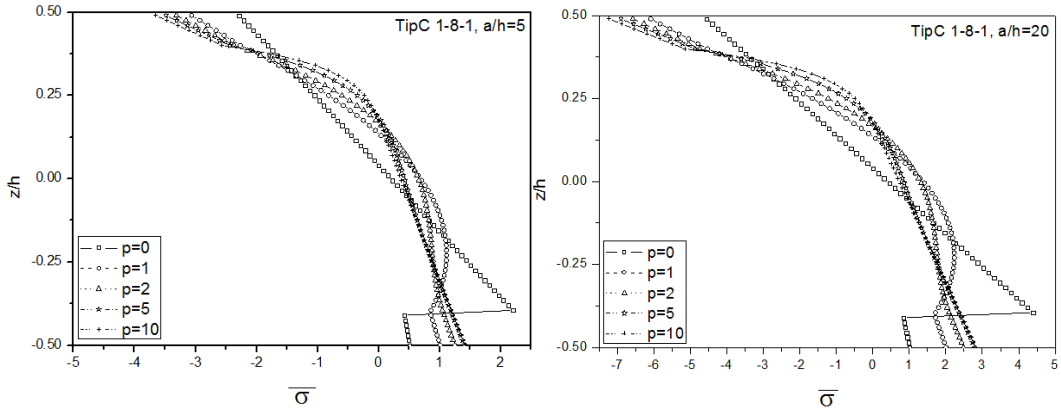
Şekil 4.43. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) elastiklik modülünün kalınlık boyunca dağılımı

Şekil 4.43'te Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) kalınlık boyunca elastiklik modülünün dağılımı verilmiştir. p=0 için alt yüzey tabakası metal ve öz ile üst yüzey tabakası seramiktir. p'nin diğer değerleri için alt yüzey tabakası metal, üst yüzey tabakası seramiktir ve öz tabakası ise metalden başlayarak artan p değerleri ile birlikte yavaşlayan bir geçişle seramiğe dönmektedir.

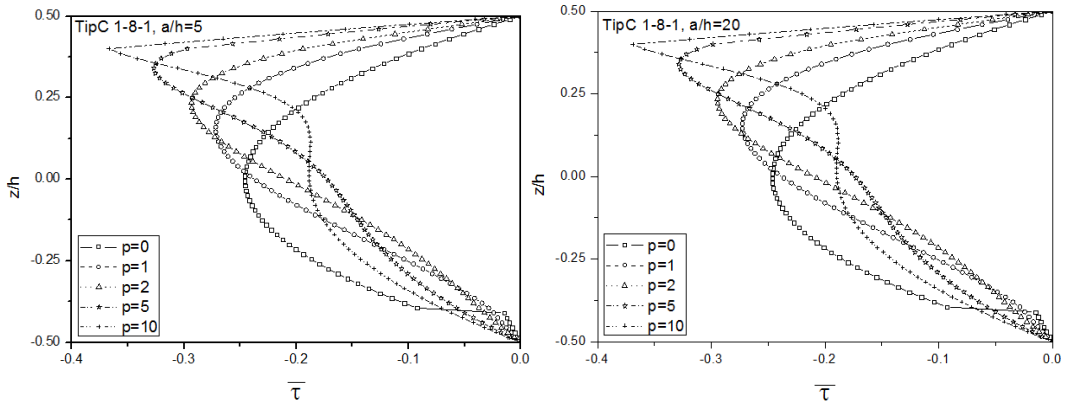
Şekil 4.44'te Al-Al2O3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) çökme eğrileri farklı p değerleri için verilmiştir. en düşük maksimum çökme değerinin p=0'da elde edildiği, artan p ile birlikte maksimum çökme değerinin arttığı görülmektedir. Plak kalınlığı arttıkça maksimum çökme değerinin arttığı görülmektedir



Şekil 4.44. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) çökme eğrileri



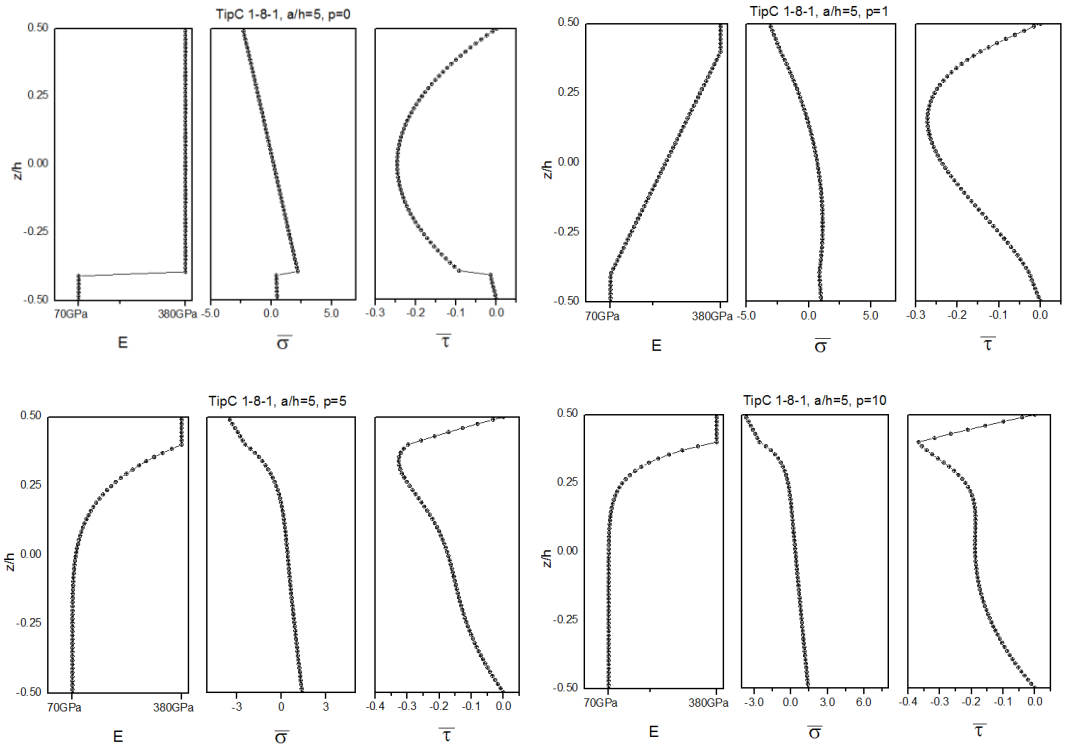
Şekil 4.45. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) boyutsuz normal gerilme dağılımı



Şekil 4.46. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü (Tip C) sandviç plağın boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı

Şekil 4.45'te Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) kalınlık boyunca boyutsuz normal gerilme dağılımı farklı p değerleri için verilmiştir. p=0 değerinde metal yüzey tabakası ile öz arasındaki gerilme değerinin ani olarak yükseldiği görülmektedir. Artan p değeri ile birlikte hem öz hem yüzey tabakalarının gerilme değerleri artmaktadır. Plak kalınlığının artmasıyla gerilme değerleri düşmüştür.

Şekil 4.46'da Al-Al_2O_3 fonksiyonel derelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) kalınlık boyunca boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı verilmiştir. Artan p değeri ile birlikte metal yüzey tabakası ile öz arayüzünde oluşan gerilme yığılması yerini yumuşak bir geçişe bırakmaktadır. Ancak üst yüzey tabakası ile öz arasında artan p ile gerilme yığılması oluşumu görülmektedir.



Şekil 4.47. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) elastiklik modülü, normal gerilmesi ve kayma gerilmesi

Şekil 4.47'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç plağın (Tip C) kalınlık boyunca elastiklik modülü, normal gerilmesi ve kayma gerilmesi farklı hacimsel değişim oranları için verilmiştir. Normal gerilme ve kayma gerilmesi için p=0 değerinde keskin geçişler görülürken p'nin daha yüksek değerleri için geçişler yumuşamıştır.

4.4. Dört Değişkenli Teori ile Sandviç Plak Titreşimi

4.4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Plak (TipA) Titreşimi

Tablo 4.36-4.37'de dört kenarı basit desteklenmiş Al-ZrO_2 ve Tablo 4.38'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) 1.,2. ve 3. titreşim modları için doğal frekans değerleri verilmiştir.

Tablo.4.36 Al-ZrO_2 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz frekansı

		p				
Mod	a/h	0	1	2	5	10
1	5	0,24568	0,22767	0,22570	0,22722	0,22523
	10	0,06714	0,06187	0,06166	0,06279	0,06262
	20	0,01723	0,01584	0,01582	0,01617	0,01614
2	5	0,53577	0,50045	0,49290	0,48948	0,48669
	10	0,16014	0,14799	0,14705	0,14877	0,14826
	20	0,04250	0,03913	0,03903	0,03982	0,03972
3	5	0,90731	0,85574	0,49363	0,82038	0,62839
	10	0,29913	0,27750	0,27465	0,27559	0,27436
	20	0,08323	0,07674	0,07644	0,07773	0,07752

*$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

Tablo.4.37. Al-ZrO_2 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz frekansı (farklı boyutsuzlaştırma parametresi ile)

		p				
Mod	a/h	0	1	2	5	10
1	5	5,27772	4,89070	4,84849	4,88099	4,86116
	10	5,76940	5,31612	5,29840	5,39547	5,38112
	20	5,92050	5,44611	5,43767	5,55922	5,54572
2	5	11,50926	10,75042	10,58835	10,51492	10,45499
	10	13,76047	12,71632	12,63529	12,78300	12,73911
	20	14,60795	13,44816	13,41608	13,68619	13,65243
3	5	19,49063	18,38275	10,60397	17,62306	13,49880
	10	25,70360	23,84490	23,60011	23,68030	23,57479
	20	28,60814	26,37466	26,27168	26,71736	26,64308

*$\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}, E_{\mathrm{c}} = 151\ GPa, \rho_c = 5400kg/m^3$

Tablo.4.38 Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz frekansı

		p				
Mod	a/h	0	1	2	5	10
1	5	0,21110	0,19563	0,19394	0,19524	0,19445
	10	0,05769	0,05316	0,05298	0,05395	0,05381
	20	0,01480	0,01362	0,01359	0,01390	0,01386
2	5	0,46037	0,43002	0,42353	0,42059	0,41820
	10	0,13760	0,12716	0,12635	0,12783	0,12739
	20	0,03652	0,03362	0,03354	0,03422	0,03413
3	5	0,77963	0,73531	0,42416	0,70492	0,53995
	10	0,25704	0,23845	0,23600	0,23680	0,23575
	20	0,07152	0,06594	0,06568	0,06679	0,06661

*$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}, E_{\mathrm{m}} = 70GPa, \rho_m = 2707kg/m^3$

Tablo.4.39 Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) Navier ve Levy yaklaşımı ile elde edilmiş boyutsuz frekansı

			p			
Mod	a/h	Teori	0	1	4	10
1	a/h=5	Levy	0,2110	0,1630	0,1375	0,1297
		Navier	0,2113	0,1631	0,1378	0,1301
		[20]	0,2113	0,1631	0,1378	0,1301
	a/h=10	Levy	0,0577	0,0442	0,0381	0,0364
		Navier	0,0577	0,0442	0,0381	0,0364
		[20]	0,0577	0,0442	0,0381	0,0364
	a/h=20	Levy	0,0148	0,0113	0,0098	0,0094
		Navier	0,0148	0,0113	0,0098	0,0094
		[20]	0,0148	0,0113	0,0098	0,0094
2	a/h=5	Levy	0,4597	0,3588	0,2950	0,2736
		Navier	0,4623	0,3607	0,2980	0,2771
		[20]	0,4623	0,3607	0,2980	0,2771
	a/h=10	Levy	0,1376	0,1059	0,0902	0,0855
		Navier	0,1376	0,1059	0,0903	0,0856
		[20]	0,1377	0,1059	0,0903	0,0856
	a/h=20	Levy	0,0365	0,0279	0,0241	0,0231
		Navier	0,0365	0,0279	0,0241	0,0231

*$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}, E_{\mathrm{c}} = 380GPa, \rho_c = 3800kg/m^3$

Tablo 4.39'de dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz titreşimi Levy ve Navier yaklaşımları ile hesaplanarak literatürle birlikte sunulmuştur. İnce, orta kalınlıkta ve kalın plaklar için her iki yaklaşımın da oldukça hassas sonuçlar verdiği görülmüştür.

Tablo 4.40-4.41'de sırasıyla karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş Al-ZrO_2 ve Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) boyutsuz titreşimi farklı mesnetleme durumları için verilmiştir. 1. ve 2. titreşim modları farklı p değerleri için hesaplanmıştır ve a/h=10 alınmıştır.

Tablo.4.40 Al-ZrO_2 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı sınır koşulları için boyutsuz frekansı

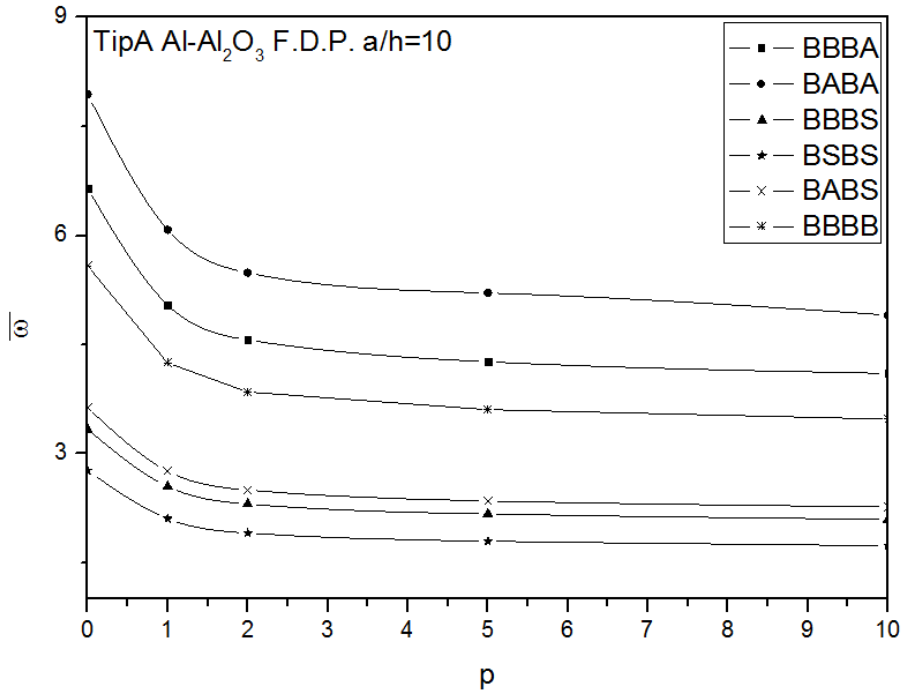
		p				
Mod	Sınır Koşulları	0	1	2	5	10
1	BBBB	5,76940	5,31612	5,29840	5,39547	5,38112
	BBBA	6,64811	6,30541	6,27502	6,38306	6,36280
	BABA	8,21307	7,59349	7,56142	7,65427	7,62473
	BBBS	3,46502	3,18900	3,18225	3,24724	3,23964
	BSBS	2,86571	2,63695	2,63189	2,68676	2,68001
	BABS	3,74273	3,45489	3,44560	3,51482	3,50638
2	BBBB	13,76047	12,71632	12,63529	12,78300	12,73911
	BBBA	14,32011	13,25486	13,15863	13,31479	13,25739
	BABA	15,06038	13,93858	13,85585	13,97487	13,91916
	BBBS	11,63672	10,74451	10,68543	10,82892	10,79347
	BSBS	11,03741	10,18910	10,13507	10,27435	10,24143
	BABS	11,76503	10,86606	10,8044	10,94963	10,91249

$*\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}, E_c = 380GPa, \rho_c = 3800kg/m^3$

Tablo.4.41 Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş plağın (Tip A) farklı sınır koşulları için boyutsuz frekansı

Mod	Sınır Koşulları	p				
		0	1	2	5	10
1	BBBB	5,7695	4,4195	4,0090	3,7685	3,6370
	BBBA	6,8755	5,2435	4,7570	4,4550	4,2940
	BABA	8,2120	6,3210	5,7190	5,4430	5,1330
	BBBS	3,4640	2,6495	2,4060	2,2700	2,1940
	BSBS	2,8650	2,1910	1,9895	1,8785	1,8160
	BABS	3,7555	2,8705	2,6060	2,4565	2,3740
2	BBBB	13,7590	10,5880	9,5770	8,9050	8,5590
	BBBA	7,7220	11,0345	9,9865	9,2665	8,9020
	BABA	15,0575	11,6120	10,4925	9,6960	9,3365
	BBBS	11,6365	8,9420	8,0940	7,5485	7,2635
	BSBS	11,0370	8,4790	7,6765	7,1635	6,8950
	BABS	7,6210	9,0425	8,1860	7,6310	7,3430

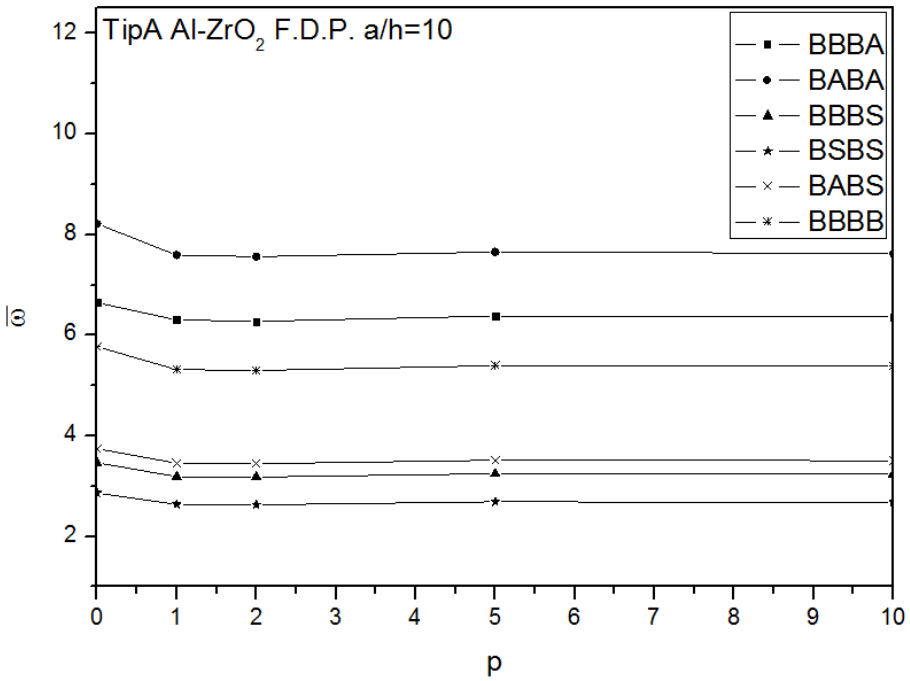
$*\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}, E_c = 380GPa, \rho_c = 3800kg/m^3$



Şekil 4.48. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın boyutsuz frekans değerleri

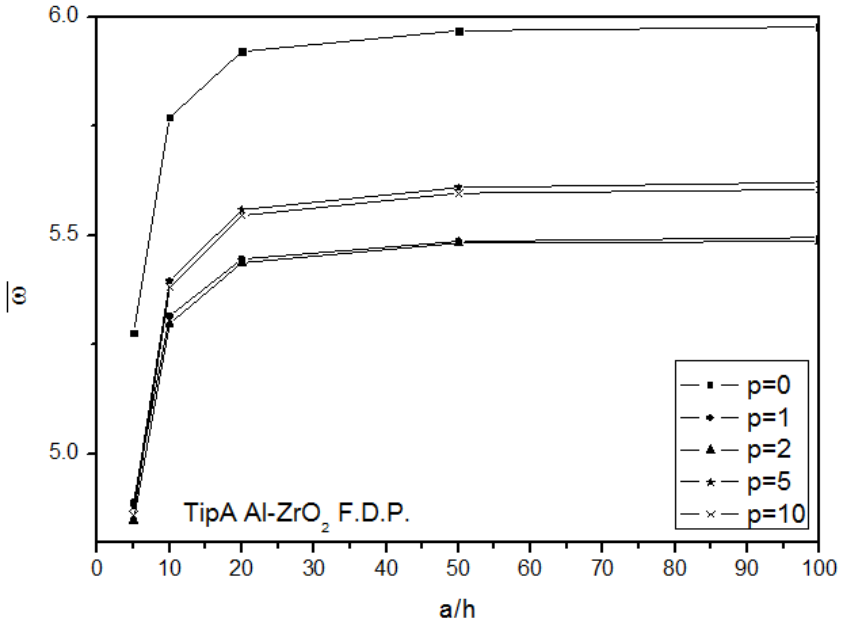
Şekil 4.48'de Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plak (Tip A) için 1. titreşim modu için boyutsuz doğal frekans değerleri artan p değerleri için verilmiştir. Tüm sınır koşulları için p değeri arttıkça frekans değeri düşmektedir. En yüksek frekans değerleri ankastre-ankastre olan plakta, en düşük değerler ise serbest-serbest olan plak için elde edilmiştir.

Şekil 4.49'da Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş plak (Tip A) için 1. titreşim modu için boyutsuz doğal frekans değerleri artan p değerleri için verilmiştir. Tüm sınır koşulları için p değeri arttıkça frekans değeri düşmektedir. En yüksek frekans değerleri ankastre-ankastre olan plakta, en düşük değerler ise serbest-serbest olan plak için elde edilmiştir.



Şekil 4.49. Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın boyutsuz doğal frekans değerleri

Şekil 4.50'de Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş plak (Tip A) için 1. titreşim modu için boyutsuz doğal frekans değerleri artan a/h oranları için verilmiştir. Plak kalınlığı arttıkça frekans değerleri düşmektedir. En yüksek frekans değerleri p=0 değeri için elde edilmişken en düşük frekans ise p=2'de elde edilmiştir.



Şekil 4.50. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-ZrO_2 fonksiyonel derecelendirilmiş (Tip A) plağın boyutsuz doğal frekans değerleri

4.4.2.Fonksiyonel Derecelendirilmiş Yüzey Tabakalı Plak (Tip B) Titreşimi

Tablo.4.42'de dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın boyutsuz titreşimi farklı kalınlık oranları için verilmiştir. a/h=5 ve a/h=100 için artan p değeri ile birlikte literatüre daha yakın sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo.4.43'de dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın boyutsuz titreşimi a/h=10 için Levy yaklaşımı ile verilmiştir. Tüm p değerleri için sonuçların literatüre uygun olduğu görülmüştür.

Tablo.4.42 Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (Tip B) plağın boyutsuz frekansı

a/h	p	Teori	Plak Kalınlık Oranları					
			1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-2-1	2-1-1
5	0	PŞF	1,6681	1,6681	1,6681	1,6681	1,6681	1,6681
		[22]	1,6772	1,6772	1,6772	1,6772	1,6772	1,6772
		[40]	1,6771	1,6771	1,6771	1,6771	1,6771	1,6771
	1	PŞF	1,1699	1,2712	1,3464	1,2234	1,3076	1,2517
		[22]	1,1756	1,2778	1,3536	1,2295	1,3163	-
		[40]	1,1749	1,2777	1,3534	1,2292	1,3143	-
	2	PŞF	1,0052	1,1255	1,2272	1,0648	1,1742	1,1020
	5	PŞF	0,8951	0,9958	1,1134	0,9364	1,0530	0,9791
		[22]	0,8985	1,0005	1,1194	0,9403	1,0642	-
		[40]	0,8909	0,9980	1,4285	0,9336	1,0561	-
	10	PŞF	0,8722	0,9507	1,0678	0,8997	1,0093	0,9428
		[22]	0,8754	0,9549	1,0734	0,9031	1,0209	-
		[40]	0,8683	0,9498	1,0729	0,8923	1,0095	-
100	0	PŞF	1,8895	1,8895	1,8895	1,8895	1,8895	1,8895
		[22]	1,8883	1,8883	1,8883	1,8883	1,8883	-
		[40]	1,8883	1,8883	1,8883	1,8883	1,8883	-
	1	PŞF	1,2728	1,3859	1,4760	1,3305	1,4309	1,3661
		[22]	1,2716	1,3851	1,4756	1,3298	1,4323	
		[40]	1,2716	1,3851	1,4756	1,3297	1,4299	
	2	PŞF	1,0839	1,2135	1,3321	1,1455	1,2712	1,1906
	5	PŞF	0,9669	1,0641	1,1977	1,0001	1,1313	1,0515
		[22]	0,9656	1,0631	1,1970	0,9991	1,1372	-
		[40]	0,9656	1,0631	1,1970	0,9990	1,1302	-
	10	PŞF	0,9518	1,0135	1,1447	0,9605	1,0815	1,0119
		[22]	0,9505	1,0124	1,1441	0,9594	1,0886	-
		[40]	0,9504	1,0124	1,1441	0,9593	1,0807	-

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}},\ \rho_0 = \frac{1kg}{m^3},\ E_0 = 1GPa$

Tablo.4.43. Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) Levy yaklaşımı ile elde edilmiş boyutsuz frekansı

		p					
p	Teori	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-2-1	2-1-1
0	PŞF	1,8243	1,8243	1,8243	1,8243	1,8243	1,8243
	[45]	1,8249	1,8249	1,8249	1,8249	1,8249	1,8249
	[22]	1,8268	1,8268	1,8268	1,8268	1,8268	1,8268
	[40]	1,8268	1,8268	1,8268	1,8268	1,8268	1,8268
	[17]	1,8245	1,8245	1,8245	1,8245	1,8245	1,8245
1	PŞF	1,2437	1,3538	1,4396	1,3005	1,3960	1,3338
	[45]	1,2433	1,3535	1,4395	1,3002	1,3958	1,3335
	[22]	1,2450	1,3553	1,4414	1,3020	1,3999	-
	[40]	1,2447	1,3552	1,4414	1,3018	1,3976	-
	[17]	1,2432	1,3533	1,4393	1,3001	1,4079	1,3489
	[19]	1,2552	1,3653	-	1,3128	1,4076	1,3466
2	PŞF	1,0621	1,1889	1,3029	1,1229	1,2444	1,1658
5	PŞF	0,9468	1,0451	1,1745	0,9825	1,1095	1,0312
	[45]	0,9461	1,0447	1,1740	0,9819	1,1091	1,0307
	[22]	0,9472	1,0461	1,1758	0,9831	1,1172	-
	[40]	0,9448	1,0453	1,1757	0,9810	1,1098	-
	[17]	0,9460	1,0447	1,1740	0,9818	1,1473	1,0743
	[19]	0,9472	1,0452	-	0,9827	1,1094	1,0311
10	PŞF	0,9292	0,9961	1,1236	0,9436	1,0616	0,9928
	[45]	0,9285	0,9956	1,1232	0,9431	1,0611	0,9922
	[22]	0,9295	0,9968	1,1249	0,9295	1,0702	-
	[40]	0,9272	0,9952	1,1247	0,9273	1,0610	-
	[17]	0,9284	0,9955	1,1231	0,9430	1,1053	1,0386
	[19]	0,9356	1,0171	-	0,9625	1,0832	1,0133

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}}$, $\rho_0 = \frac{1kg}{m^3}$, $E_0 = 1GPa$, $\frac{a}{h} = 10$

Tablo.4.44 Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) Navier yaklaşımı ile elde edilmiş boyutsuz frekansı

		Sandviç Kalınlık Oranları					
p	Teori	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1
0	[17]	1.8245	1.8245	1.8245	1.8245	1.8245	1.8245
	Navier	1,8245	1,8245	1,8245	1,8245	1,8245	1,8245
0,5	[17]	1.4444	1.4842	1.5126	1.5193	1.5520	1.5745
	Navier	1,4446	1,4844	1,5067	1,5195	1,5474	1,5747
1	[17]	1.2434	1.3002	1.3489	1.3534	1.4079	1.4393
	Navier	1,2437	1,3005	1,3338	1,3537	1,3960	1,4396
5	[17]	0.9463	0.9821	1.0745	1.0448	1.1474	1.1740
	Navier	0,9467	0,9824	1,0311	1,0451	1,1094	1,1743
10	[17]	0.9288	0.9433	1.0456	0.9952	1.0415	1.1346
	Navier	0,9291	0,9435	0,9927	0,9960	1,0615	1,1235

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}},\ \rho_0 = \frac{1kg}{m^3},\ E_0 = 1GPa,\ \frac{a}{h} = 10$

Tablo.4.45 Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) Navier yaklaşımı ile elde edilmiş ilk on boyutsuz frekansı

		1-2-1		2-2-1	
n	m	[17]	Navier	[17]	Navier
1	1	1,30244	1,3028	1,26780	1,2443
1	2	3,15686	3,1578	3,07382	3,0187
2	2	4,90849	4,9105	4,78065	4,6978
1	3	6,02622	6,0294	5,87022	5,7710
2	3	7,63601	7,6422	7,44002	7,3195
1	4	9,67121	9,6851	9,42552	9,2834
3	3	10,16193	10,1786	9,90439	9,7582
2	4	11,12321	11,1467	10,84261	10,6899
3	4	13,41755	13,4662	13,08260	12,9247
4	4	16,39820	16,5056	15,99393	15,8572

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}},\ \rho_0 = \frac{1kg}{m^3},\ E_0 = 1GPa\ ,\ \frac{a}{h} = 10,\ p = 2$

Tablo.4.44'te dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın boyutsuz frekansı a/h=10 için Navier yaklaşımı ile verilmiştir. Tüm p değerleri için sonuçların literatüre uygun olduğu görülmüştür.

Tablo.4.45'te dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın ilk 10 boyutsuz frekansı a/h=10 ve p=2 değerleri için Navier yaklaşımı ile verilmiştir. Sonuçların literatürle uyumlu olduğu görülmüştür.

Tablo.4.46'da dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın 2., 3. ve 4. titreşim modunun boyutsuz frekansı a/h=10 ve p=2 değerleri için Navier yaklaşımı ile verilmiştir. Sonuçların literatürle uyumlu olduğu görülmüştür.

Tablo.4.47'de karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın boyutsuz frekansı a/h=10 ve farklı p değerleri için verilmiştir.

Tablo.4.46 Dört kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) 2, 3 ve 4. titreşim modları için boyutsuz frekansı

Mod	Sandviç Kalınlık Oranları	PŞF	[24]	[46]	[17]
2	1-2-1	3,1574	3,1563	3,1573	3,1570
	2-2-1	3,0183	3,0163	3,0170	3,0735
3	1-2-1	6,0263	6,0262	6,0289	6,0267
	2-2-1	5,7682	5,7648	5,7666	5,8692
4	1-2-1	9,6724	9,6811	9,6847	9,6723
	2-2-1	9,2719	9,2719	9,2744	9,4232

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}},\ \rho_0 = \frac{1kg}{m^3},\ E_0 = 1GPa, \frac{a}{h} = 10,\ p = 2$

Tablo.4.47 Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü plağın (Tip B) farklı sınır koşulları için boyutsuz frekansı

Sınır Koşulları	p	Sandviç Kalınlık Oranları					
		1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-2-1	2-1-1
BBBB	0	1,8243	1,8243	1,8243	1,8243	1,8243	1,8243
	1	1,2437	1,3538	1,4396	1,3005	1,3960	1,3338
	2	1,0621	1,1889	1,3029	1,1229	1,2444	1,1658
	5	0,9468	1,0451	1,1745	0,9825	1,1095	1,0312
	10	0,9292	0,9961	1,1236	0,9436	1,0616	0,9928
BABA	0	2,5965	2,5965	2,5965	2,5965	2,5965	2,5965
	1	1,7926	1,9354	2,0618	1,8745	2,0078	1,9214
	2	1,5348	1,7182	1,8832	1,6228	1,7933	1,6841
	5	1,3681	1,5143	1,6977	1,4235	1,6062	1,4930
	10	1,3384	1,4441	1,6261	1,3878	1,5369	1,4372
BSBS	0	0,9060	0,9060	0,9060	0,9060	0,9060	0,9060
	1	0,6139	0,6684	0,7114	0,6419	0,6897	0,6587
	2	0,5235	0,5860	0,6429	0,5533	0,6138	0,5748
	5	0,4668	0,5145	0,5788	0,4836	0,5466	0,5080
	10	0,4588	0,4902	0,5535	0,4645	0,5228	0,4890
BABB	0	2,1670	2,1670	2,1670	2,1670	2,1670	2,1670
	1	1,4800	1,6106	1,7118	1,5477	1,6666	1,5871
	2	1,2651	1,4162	1,5507	1,3381	1,4816	1,3885
	5	1,1278	1,2462	1,3989	1,1721	1,3220	1,2348
	10	1,1054	1,1877	1,3391	1,1253	1,2652	1,1833
BSBB	0	1,0955	1,0955	1,0955	1,0955	1,0955	1,0955
	1	0,7430	0,8090	0,8609	0,7770	0,8347	0,7972
	2	0,6338	0,7095	0,7782	0,6699	0,7430	0,6959
	5	0,5651	0,6231	0,7007	0,5856	0,6618	0,6150
	10	0,5553	0,5936	0,6701	0,5624	0,6331	0,5921
BABS	0	1,1868	1,1868	1,1868	1,1868	1,1868	1,1868
	1	0,8055	0,8769	0,9331	0,8423	0,9053	0,8642
	2	0,6873	0,7693	0,8436	0,7265	0,8055	0,7545
	5	0,6127	0,6757	0,7597	0,6352	0,7176	0,6664
	10	0,6019	0,6438	0,7267	0,6100	0,6864	0,6421

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}},\ \rho_0 = \frac{1kg}{m^3},\ E_0 = 1GPa, \frac{a}{h} = 10$

Tablo.4.48'de karşılıklı iki kenarı basit desteklenmiş Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı sert özlü (Tip B) plağın 2., 3. ve 4. titreşim modunun boyutsuz frekansı a/h=10 ve p=2 değerleri için verilmiştir.

Tablo.4.48 Al-Al_2O_3 Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeyli sert özlü (TipB) plağın boyutsuz frekansı

Mod	Sandviç Kalınlık Oranları	Sınır Koşulları					
		BBBB	BABA	BSBS	BABS	BBBS	BBBA
2	1-2-1	3,1574	3,4779	2,5187	2,6889	2,6584	3,2954
	2-2-1	3,0183	3,3204	2,4070	2,5700	2,5406	3,1509
3	1-2-1	6,0263	6,2159	5,4258	5,5737	5,5566	6,1103
	2-2-1	5,7682	5,9418	5,1918	5,3340	5,3172	5,8494
4	1-2-1	9,6724	9,7946	9,1173	9,2465	9,2361	9,7273
	2-2-1	9,2719	4,4278	8,7374	8,8618	8,8515	9,3256

* $\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h}\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}},\ \rho_0 = \frac{1kg}{m^3},\ E_0 = 1GPa,\ \frac{a}{h} = 10,\ p = 2$

BÖLÜM 5

SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kiriş ve plakların statik ve dinamik analizinin yapılması amaçlanmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş ve plakların analizlerinde kullanılan teoriler incelenmiştir. Son yıllarda literatürde sıkça kullanılan dört değişkenli kiriş ve plak teorisi ile yapılan analizler incelenmiştir. Teorinin yüksek mertebe teorilerle karşılaştırıldığında elde edilen sonuçların yeterince hassas olmasının yanında diğerlerinden çok daha az işlem yükü gerektirmesi dikkat çekmiştir. Dört değişkenli plak teorisi ile sandviç kiriş ve plakların bazı statik ve dinamik analizlerinin literatürde yer aldığı ancak konu ile ilgili henüz çalışılmamış kısımların bulunduğu görülmüş ve bu nedenle çalışmada dört değişkenli kiriş ve plak teorisi kullanılmıştır.

Dört değişkenli kiriş ve plak teorisi düşey yerdeğiştirmeyi eğilmeden kaynaklanan yerdeğiştirme ve kaymadan kaynaklanan yer değiştirme şeklinde ikiye ayırmaktadır. Düşey yerdeğiştirmenin bu şekilde bileşenlere ayrılması klasik teoride ihmal edilen birinci mertebe teoride ise sabit kabul edilen düşey kayma gerilmelerinin dağılımının gerçeğe daha yakın olmasını sağlamaktadır. Ayrıca alt ve üst sınırlarda kayma gerilmelerinin sıfır olması şartı da sağlanmakta ve birinci mertebe teoride olduğu gibi bir kayma düzeltme katsayısına ihtiyaç duyulmamaktadır.

Çalışmada kiriş ve plaklar için üç farklı tip sandviç yapı tanımlanmıştır. Tip A olarak isimlendirilen fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş ve plak, Tip B olarak isimlendirilen yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş homojen özlü sandviç kiriş ve plak son olarak da Tip C olarak isimlendirilen homojen yüzey tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş özlü sandviç kiriş ve plaklar için hesaplamalar yapılmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş öz veya yüzey tabakalarının kalınlık boyunca etkin özelliklerinin değişimi karışımlar kuralı yardımıyla tanımlanmıştır. Kalınlık koordinatının kuvvet fonksiyonu olarak tanımlanan hacimsel değişim ifadesinde kuvvet katsayısı değiştirilerek malzemenin özellikleri değiştirilmektedir. Tip A için alt yüzey metal üst yüzey seramik olmak üzere artan hacimsel değişim üsteli (p) ile birlikte metalik

özelliğin arttığı görülmüştür. Tip B için sert özlü FD yüzeyli yapılarda artan p ile metalik özellik artarken yumuşak özlü FD yüzeyli yapıda seramik özellik artmaktadır. Tip C için alt yüzey metal ve üst yüzey seramik iken artan p ile birlikte özün metalik özelliği artmaktadır. Çalışmada homojen malzeme olarak seramik (Al_2O_3 ve ZrO_2) ve metal (Al) malzemeler seçilmiş, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler için ise hacimsel değişim üsteline bağlı olarak bu iki malzemenin kalınlık boyunca geçişleri kullanılmıştır.

Çalışmada sandviç kiriş ve plak için hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Tüm kenarları basit desteklenmiş kiriş ve plak için Navier yaklaşımı kullanılarak analitik çözüm elde edilmiştir. Farklı şekil fonksiyonlarının çökme ve gerilme dağılımlarına etkileri incelenmiştir. Klasik teori ile elde edilen çökme, normal gerilme ve kayma gerilmesi sonuçlarının hassasiyetinin kalın kiriş ve plaklar için yetersiz olduğu ancak kalınlık azaldıkça daha hassas sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Kullanılan diğer şekil fonksiyonları ile elde edilen değerlerin ise hem kalın hem ince kiriş ve plaklar için oldukça hassas ve literatürle uyumlu olduğu görülmüştür.

Çalışmada kullanılan şekil fonksiyonlarından elde edilen çökme, normal gerilme ve kayma gerilmesi sonuçları karşılaştırılmıştır. Şekil fonksiyonlarının maksimum çökme ve normal gerilme dağılımı üzerinde etkilerinin az olduğu ancak kayma gerilmesi dağılımında kullanılan şekil fonksiyonunun oldukça etkili olduğu anlaşılmıştır.

Dört değişkenli kayma deformasyon teorisinde düzlem içi kayma genlemeleri sıfır kabul edilmektedir. Çalışmada elde edilen sonuçların bu kabulü yapan literatürdeki diğer çalışmalarla oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Düzlem içi kayma genlemelerinin sıfır kabul edilmediği bazı çalışmalarla yapılan karşılaştırmalarda değerler arasında küçük farklar olduğu görülmüştür.

Dört değişkenli kayma deformasyon teorisi düşey yerdeğiştirmeyi eğilmeden kaynaklanan yerdeğiştirme ve kaymadan kaynaklanan yer değiştirme şeklinde ikiye ayırmaktadır. Bu sayede kayma düzeltme katsayısına ihtiyaç duymadan düşey kayma gerilmelerinin dağılımının gerçeğe daha yakın olmasını sağlamaktadır. Sandviç kiriş ve plakların çökme davranışı sadece eğilmeden kaynaklanan çökme (wb) ile kayma ve eğilmeden kaynaklanan çökme (wb + ws) için karşılaştırılmış ve küçük p değerleri için eğriler arasındaki farkın az olduğu, artan p değeri ile birlikte kaymadan kaynaklanan çökme değerinin artmasıyla farkın açıldığı görülmüştür.

Çalışmada sandviç plakların titreşim problemi Navier ve Levy yaklaşımı ile çözülmüş her iki çözümün sonuçlarının kalın ve ince plaklar için hassas olduğu ve literatürle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Al-Al_2O_3 fonksiyonel derecelendirilmiş plağın farklı sınır koşulları için boyutsuz frekans değerleri hacimsel değişim üsteli (p) oranına göre karşılaştırılmıştır. p değeri arttıkça tüm sınır koşulları için boyutsuz frekans değerinin düştüğü görülmüştür. En yüksek frekans değerleri basit-ankastre-basit-ankastre destekli plakta en düşük frekans değerleri ise basit-serbest-basit-serbest destekli plakta elde edilmiştir. Ayrıca Al-ZrO_2 plağın doğal frekans değerinin plak kalınlık oranına göre değişimi incelenmiş plak kalınlığı arttıkça frekans değerlerinin düştüğü görülmüştür. En yüksek frekans değerinin p=0'da, en düşük frekans değerinin p=2'de ortaya çıktığı görülmüştür.

Karşılıklı iki kenarı basit destekli diğer iki kenarı çeşitli tipte desteklenmiş plağın eğilme ve titreşim probleminde Levy tipi çözüm yaklaşımı kullanılmıştır. Diferansiyel denklemlerin çözümünde Durum-Uzay (State-Space) lineerleştirme yaklaşımı kullanılmıştır. Literatürde dört değişkenli kayma deformasyon teorisi kullanılarak eğilme probleminin Durum-Uzay yöntemiyle çözümüne rastlanmaması bu çalışmanın özgünlüğünün bir göstergesi olmuştur.

KAYNAKLAR

[1] L.A. Carlsson, G.A. ***Kardomateas, Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites***, Springer, 2011

[2] R.P. Shimpi, ***Refined Plate Theory and Its Variants***, AIAA Journal Vol. 40, No. 1, 2002

[3] R.P. Shimpi, H.G. Patel, ***A two variable refined plate theory for orthotropic plate analysis***, International Journal of Solids and Structures, 43, 6783–6799, 2006

[4] S.E. Kim, H.T. Thai, J. Lee, ***A two variable refined plate theory for laminated composite plates***, Composite Structures, 89, 197–205, 2009

[5] I. Mechab, H.A. Atmane, A. Tounsi, H.A. Belhadj, E.A.A. Bedia, ***A two variable refined plate theory for the bending analysis of functionally graded plates***, Acta Mech Sin, 26, 941–949, 2010

[6] H.H. Abdelaziz, H.A. Atmane, I. Mechab, l. Boumia, A. Tounsi, A.B.E. Abbas, ***Static Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates Using an Efficient and Simple Refined Theory***, Chinese Journal of Aeronautics, 24, 434-448, 2011

[7] J.L. Mantari, J. Yarasca, ***A simple and accurate generalized shear deformation theory for beams***, Composite Structures, 134, 593–601, 2015

[8] T.P. Vo, H.T. Thai, T.K. Nguyen, F. Inam, J. Lee, ***Static behaviour of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D theory***, Composites: Part B, 68, 59–74, 2015

[9] H.T. Thai, T.P. Vo, ***Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories***, International Journal of Mechanical Sciences, 62 (1), 57-66, 2012

[10] T.K. Nguyen, B.D. Nguyen, ***New higher-order shear deformation theory for static, buckling and free vibration analysis of functionally graded sandwich beams,*** Journal of Sandwich Structures and Materials, 0(00), 1–19, 2015

[11] T.P. Vo, H.T. Thai, T.K. Nguyen, ***Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory***, Eng Struct, 64, 12–22, 2014

[12] T.P. Vo, H.T. Thai, T.K. Nguyen, F. Inam, Jaehong Lee, ***A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams***, Composite Structures, 119, 1–12, 2015

[13] T.K. Nguyen, T.T.P. Nguyen, T.P. Vo, H.T. Thai, ***Vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by a new higher-order shear deformation theory***, Composites Part B, 76, 273-285, 2015

[14] A.I. Osofero, T.P. Vo, T.K. Nguyen, J. Lee, ***Analytical solution for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams using various quasi-3D theories,*** Journal of Sandwich Structures and Materials, 0(00), 1–27, 2015

[15] J.L. Mantari, C.G.Soares, ***A trigonometric plate theory with 5-unknowns and stretching effect for advanced composite plates***, Composite Structures, 107, 396–405, 2014

[16] A.M. Zenkour, ***A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 1—Deflection and stresses***, International Journal of Solids and Structures, 42, 5224–5242, 2005

[17] A.M. Zenkour, ***A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 2—Buckling and free vibration,*** International Journal of Solids and Structures, 42, 5243–5258, 2005

[18] A.M. Zenkour, ***Bending analysis of functionally graded sandwich plates using a simple four-unknown shear and normal deformations theory***, Journal of Sandwich Structures and Materials, 1–28, 2013

[19] C.H. Thai, A.M. Zenkour, M.A. Wahab, H. Nguyen-Xuan, ***A simple four-unknown shear and normal deformations theory for functionally graded isotropic and sandwich plates based on isogeometric analysis,*** Composite Structures, 139, 77–95, 2016

[20] H.T. Thai, S.E. Kim, ***A simple higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of functionally graded plates***, Composite Structures, 96, 165–173, 2013

[21] Q. Li, V.P. Iu, K.P. Kou T***hree-dimensional vibration analysis of functionally graded material sandwich plates,*** Journal of Sound and Vibration, 311, 498–515, 2008

[22] A. Bessaim, M.S.A Houari, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, E.A.A. Bedia, ***A new higher-order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded isotropic face sheets,*** Journal of Sandwich Structures and Materials, 15, 6, 671–703, 2013

[23] K.Tç Nguyen, T.H. Thai, T.P. Vo, ***A refined higher-order shear deformation theory for bending, vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich plates***, Steel and Composite Structures, 18, 1, 91-120, 2015

[24] H.T. Thai, Trung-Kien Nguyen, Thuc P. Vo, Jaehong Lee, ***Analysis of functionally graded sandwich plates using a new first-order shear deformation theory***, European Journal of Mechanics A/Solids, 45, 211-225, 2014

[25] A.M.A. Neves, A.J.M. Ferreira, E. Carrera, M. Cinefra, C.M.C. Roque, R.M.N. Jorge, C.M.M. Soares, ***Static, free vibration and buckling analysis of isotropic and sandwich functionally graded plates using a quasi-3D higher-order shear deformation theory and a meshless technique***, Composites: Part B, 44, 657–674, 2013

[26] H.T. Thai, D.H. Choi, ***Levy Solution for Free Vibration Analysis of Functionally Graded Plates based on a Refined Plate Theory,*** KSCE Journal of Civil Engineering, 18-6, 1813-1824, 2014

[27] L. Chen, T. Goto, ***Handbook Of Advanced Ceramics, Chapter 16: Functionally Graded Materials***, 445-464, 2003

[28] R.M. Jones, ***Mechanics of Composite Materials***, Taylor and Francis,1999

[29] J.M. Davies, ***Lightweight Sandwich Construction***, Cib Working Commission, 2001

[30] D. Balkan, ***Viskoelastik Çekirdeğe Sahip Sandviç Kompozit Plakların Anlık Basınç Yükü Altındaki Davranışının Teorik Ve Deneysel İncelemesi***, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Uçak Ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı, Doktora Tezi, 2012

[31] J.N. Reddy, ***Analysis of functionally graded plates***, International Journal For Numerical Methods in Engineering Int. J. Numer. Meth. Engng. 47, 663-684, 2000

[32] V. Taşkın, ***Derecelendirilmiş Dikdörtgensel Plaklarda Bazı Stabilite Problemlerinin Çözümleri***, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 2004

[33] H.T. Thai, D.H. Choi, ***A simple first-order shear deformation theory for the bending and free vibration analysis of functionally graded plates***, Composite Structures 101, 332–340, 2013

[34] J. N. Reddy, ***Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis***, CRC Press, 2004

[35] C.M. Wang, J.N. Reddy, K.H. Lee, ***Shear Deformable Beams and Plates Relationships with Classical Solutions***, Elsevier, 2000

[36] H.T. Thai, S.E. Kim, ***Analytical solution of a two variable refined plate theory for bending analysis of orthotropic Levy-type plates,*** International Journal of Mechanical Sciences, 54, 269–276, 2012

[37] M. Karama, K. S. Afaq, S.Mistou ***Mechanical Behaviourof Laminated Composite Beam at the Interfaces of Layers by a New Exponential Model,*** Science and Engineering of Composite Materials, 14, 2, 149-168, 2007

[38] K.P. Soldatos, ***A transverse shear deformation theory for homogenous monoclinic plates***, Acta Mech., 94, 195-220, 1992

[39] M. Aydogdu, ***A new shear deformation theory for laminated composite plates***, Composite Structures, 89, 1, 94-101, 2009

[40] X.F. Li, ***A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler–Bernoulli beams***, J Sound Vib, 318, 4–5, 1210–29, 2008

[41] L. Hadji, Z. Khelifa, E.A.A. Bedia, ***A New Higher Order Shear Deformation Model for Functionally Graded Beams***, KSCE Journal of Civil Engineering, 20, 5, 1835-1841, 2016

[42] A.M. Zenkour, ***Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates***, Applied Mathematical Modelling, 30, 67–84, 2006

[43] J.L. Mantari, I.A. Ramos, E. Carrera, M. Petrolo, ***Static analysis of functionally graded plates using new nonpolynomial displacement fields via Carrera Unified Formulation***, Composites Part B, 89, 127-142, 2016

[44] H.T. Thai, S.E. Kim, ***A simple quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates,*** Composite Structures, 99, 172–180, 2013

[45] V.H. Nguyen, T.K. Nguyen, H.T. Thai, T.P. Vo, ***A new inverse trigonometric shear deformation theory for isotropic and functionally graded sandwich plates,*** Composites: Part B, 66, 233–246, 2014

[46] N. El Meiche, A. Tounsi, N. Ziane, I. Mechab, E.A.A..Bedia, ***A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate***, International Journal of Mechanical Sciences, 53, 4, 237–247, 2011

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	15.01.1982
Doğum yeri	İstanbul
Lise	1996-1999 İstanbul Bahçelievler Kocasinan Lisesi
Önlisans	1999-2001 Trakya Üniversitesi Edirne Meslek Yüksek Okulu Bilgisayar Programcılığı Bölümü
Lisans	2002-2007 Trakya Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı (2007 - 2010)
Doktora	Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı (2010 - 2016)

Çalıştığı Kurumlar

2009-Devam ediyor	Trakya Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü Araştırma Görevlisi

BİLİMSEL FAALİYETLER

1. Navier's Approach for Bending Analysis of Functionally Graded Square Plates, Pınar Aydan Demirhan, Vedat Taşkın, Materials, Methods & Technologies, 10, 313-324, 2016
2. Static Analysis of Simply Supported Foam Core Sandwich Plate, Pınar Aydan Demirhan, Vedat Taşkın, Materials, Methods & Technologies, 10, 325-336, 2016
3. Elasticity Analysis for Bending of Sandwich Beam with Composite Metal Foam Core, Pınar Aydan DEMİRHAN, Vedat TAŞKIN, International Conference on Advances in Composite Materials and Structures 2015 (Nisan 2015)
4. Some Complicating Effects in the Vibration of Composite Beams Yazarlar: Metin Aydogdu, Vedat Taskin, Tolga Aksencer, Pınar Aydan Demirhan and Seckin Filiz Yayın adı: Advances in Vibration Analysis Research, ISBN 978-953-307-209-8 Edited by: Farzad Ebrahimi Publisher: InTech, April 2011 (Nisan 2011)
5. Adhesive Joining Of Composite Foam MaterialsYazarlar: Vedat Taskin, Nilhan Urkmez Taskin, Pinar Aydan Demirhan, Anıl ŞahinYer: ICCS 16 International Conference on Composite Structure, Porto, Portugal (Haziran 2011)
6. Investigation Of The Effect Of Heat Treatment On Mechanical Properties Of Composite Foam MaterialsYazarlar: Nilhan Urkmez Taskin, Vedat Taskin, Ismail Mutlu and Pinar Aydan Demirhan Yer: ICCS 16 International Conference on Composite Structure, Porto, Portugal (Haziran 2011)
7. Large Deflection Of Cantilever Functionally Graded Foam Beams Subjected To An End Moment Yazarlar: Pınar Aydan Demirhan, Metin Aydogdu, Vedat Taskin and Nilhan Urkmez Taskin Yer: ICCS 16 International Conference on Composite Structure, Porto, Portugal (Haziran 2011)
8. Effect Of SiCp On Compressive Behavior Of Composite Metal FoamYazarlar: Nilhan Ürkmez Taşkın, Vedat Taşkın, Metin Aydoğdu, Pınar Aydan Demirhan, İsmail MutluYer: UNITECH'10 International Scientific Conference, 19 – 20 November 2010, GABROVO (Kasım 2010)

9. The Effect Of Reinforcement Ratio And Heat Treatment On Compressive Behavior Of 7075 Al/SiCp Composite FoamYazarlar: Nilhan Ürkmez Taşkın, Vedat Taşkın, İsmail Mutlu, Pınar Aydan Demirhan, Yer: UNITECH'10 International Scientific Conference, 19 – 20 November 2010, GABROVO (Kasım 2010)
10. Manufacturing Of Composite Metal Foam By Directly Foaming At Semi Solid Temperature, Yazarlar: Vedat Taşkın, Nilhan Ürkmez Taşkın, Pınar Aydan Demirhan, İsmail Mutlu Yer: UNITECH'10 International Scientific Conference, 19 – 20 November 2010, GABROVO (Kasım 2010)
11. Aluminum Composite Foam Production By Direct Semi-Solid Production Method Yazarlar: Nilhan Ürkmez Taşkın, Vedat Taşkın, Metin Aydoğdu, İsmail Mutlu, Pınar Aydan Demirhan Yer: IMSP'2010 International Material Symposium Denizli (Ekim 2010)